COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

PARIS. — IMPRIMERIE DE GAUTHIER-VILLARS ET FILS, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

En date du 13 Juillet 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME CENT-SIXIÈME

JANVIER — JUIN 1888.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1888

ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1er JANVIER 1888.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie.*

Messieurs :

HERMITE (Charles) (C. ✻).
BONNET (Pierre-Ossian) (O. ✻).
JORDAN (Marie-Ennemond-Camille) ✻.
DARBOUX (Jean-Gaston) ✻.
HALPHEN (Georges-Henri) ✻.
POINCARÉ (Jules-Henri).

SECTION II. — *Mécanique.*

PHILLIPS (Édouard) (O. ✻).
RESAL (Henry-Amé) (O. ✻).
LÉVY (Maurice) (O. ✻).
BOUSSINESQ (Valentin-Joseph) ✻.
DEPREZ (Marcel) (O. ✻).
SARRAU (Jacques-Rose-Ferdinand-Émile) (O. ✻).

SECTION III. — *Astronomie.*

FAYE (Hervé-Auguste-Étienne-Albans) (C. ✻).
JANSSEN (Pierre-Jules-César) (O. ✻).
LŒWY (Maurice) (O. ✻).
MOUCHEZ (Contre-Amiral Ernest-Amédée-Barthélemy) (C. ✻).
TISSERAND (François-Félix) ✻.
WOLF (Charles-Joseph-Étienne) ✻.

SECTION IV. — *Géographie et Navigation.*

PARIS (Vice-Amiral François-Edmond) (G. C. ✻).
JURIEN DE LA GRAVIÈRE (Vice-Amiral Jean-Pierre-Edmond) (G. C. ✻).
ABBADIE (Antoine-Thompson D') ✻.
PERRIER (Général François) (C. ✻).
BOUQUET DE LA GRYE (Jean-Jacques-Anatole) (O. ✻).
GRANDIDIER (Alfred) ✻.

Section V. — *Physique générale.*

Messieurs :

FIZEAU (Armand-Hippolyte-Louis) (O. ❋).
BECQUEREL (Alexandre-Edmond) (C. ❋).
BERTHELOT (Marcelin-Pierre-Eugène) (G. O. ❋).
CORNU (Marie-Alfred) ❋.
MASCART (Éleuthère-Élie-Nicolas) (O. ❋).
LIPPMANN (Gabriel) ❋.

SCIENCES PHYSIQUES.

Section VI. — *Chimie.*

CHEVREUL (Michel-Eugène) (G. C. ❋).
FREMY (Edmond) (C. ❋).
CAHOURS (Auguste-André-Thomas) (C. ❋).
DEBRAY (Jules-Henri) (O. ❋).
FRIEDEL (Charles) (O. ❋).
TROOST (Louis-Joseph) (O. ❋).

Section VII. — *Minéralogie.*

DAUBRÉE (Gabriel-Auguste) (G. O. ❋).
DES CLOIZEAUX (Alfred-Louis-Olivier LEGRAND) ❋.
HÉBERT (Edmond) (C. ❋).
FOUQUÉ (Ferdinand-André) ❋.
GAUDRY (Jean-Albert) (O. ❋).
N. . . . .

Section VIII. — *Botanique.*

DUCHARTRE (Pierre-Étienne-Simon) (O. ❋).
NAUDIN (Charles-Victor) ❋.
TRÉCUL (Auguste-Adolphe-Lucien).
CHATIN (Gaspard-Adolphe) (O. ❋).
VAN TIEGHEM (Philippe-Édouard-Léon) ❋.
BORNET (Jean-Baptiste-Édouard) ❋.

Section IX. — *Économie rurale.*

Messieurs :

Peligot (Eugène-Melchior) (g. o. ☼).
Mangon (Charles-François-Hervé) (c. ☼).
Schlœsing (Jean-Jacques-Théophile) (o. ☼).
Reiset (Jules) (o. ☼).
Chauveau (Jean-Baptiste-Auguste) (o. ☼).
Dehérain (Pierre-Paul) ☼.

Section X. — *Anatomie et Zoologie.*

Quatrefages de Bréau (Jean-Louis-Armand de) (c. ☼).
Blanchard (Charles-Émile) (o. ☼).
Lacaze-Duthiers (Félix-Joseph-Henri de) (c. ☼).
Edwards (Alphonse-Milne) (o. ☼).
Sappey (Phibert-Constant) (c. ☼).
Ranvier (Louis-Antoine) ☼.

Section XI. — *Médecine et Chirurgie.*

Marey (Étienne-Jules) (o ☼).
Richet (Didier-Dominique-Alfred) (c. ☼).
Charcot (Jean-Martin) (o. ☼).
Brown-Séquard (Charles-Édouard) ☼.
Bouchard (Charles-Jacques) ☼.
Verneuil (Aristide-Auguste-Stanislas) (o. ☼).

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

Bertrand (Joseph-Louis-François) (c. ☼), pour les Sciences mathématiques.

Pasteur (Louis) (g. c. ☼), pour les Sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

Messieurs :

LARREY (le Baron Félix-Hippolyte) (G. O. ✻).
COSSON (Ernest-Saint-Charles) O. ✻.
LESSEPS (Ferdinand-Marie DE) (G. C. ✻).
FAVÉ (Général Idelphonse) (G. O. ✻).
DAMOUR (Augustin-Alexis) (O. ✻).
LALANNE (Léon-Louis CHRÉTIEN-) (G. O. ✻).
FREYCINET (Charles-Louis DE SAULCES DE) (O. ✻).
HATON DE LA GOUPILLIÈRE (Julien-Napoléon) ✻.
JONQUIÈRES (Vice-Amiral Jean-Philippe-Ernest DE FAUQUE DE) (G. O. ✻).
CAILLETET (Louis-Paul) ✻.

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

OWEN (Sir Richard) (O. ✻), à Londres.
KUMMER (Ernest-Édouard), à Berlin.
AIRY (Sir George-Biddell) ✻, à Greenwich.
TCHÉBICHEFF (Pafnutij), à Saint-Pétersbourg.
CANDOLLE (Alphonse DE) ✻, à Genève.
S. M. Dom PEDRO D'ALCANTARA (G. C. ✻), Empereur du Brésil.
THOMSON (Sir William) (C. ✻), à Glascow.
BUNSEN (Robert-Wilhelm-Eberhard) (O. ✻), à Heidelberg.

CORRESPONDANTS.

NOTA. — Le règlement du 6 juin 1808 donne à chaque Section le nombre de Correspondants suivant.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie* (6).

NEUMANN (Franz-Ernest), à Kœnigsberg.
SYLVESTER (James-Joseph), à Baltimore.
WEIERSTRASS (Charles) ✻, à Berlin.
KRONECKER (Léopold) ✻, à Berlin.
BRIOSCHI (François), à Milan.
SALMON (George), à Dublin.

SECTION II. — *Mécanique* (6).

Messieurs :

CLAUSIUS (Julius-Emmanuel-Rudolph) (O. ☼), à Bonn.
CALIGNY (Anatole-François HÜE, Marquis DE) ☼, à Versailles.
BROCH (Ole-Jacob) (O. ☼), à Christiania.
BOILEAU (Pierre-Prosper) (O. ☼), à Versailles.
COLLADON (Jean-Daniel) ☼, à Genève.
DAUSSE (Marie-François-Benjamin) ☼, à Grenoble.

SECTION III. — *Astronomie* (16).

HIND (John-Russell), à Londres.
ADAMS (J.-C.), à Cambridge.
CAYLEY (Arthur), à Londres.
STRUVE (Otto-Wilhelm) (C. ☼), à Pulkova.
LOCKYER (Joseph-Norman), à Londres.
HUGGINS (William), à Londres.
NEWCOMB (Simon), à Washington.
STEPHAN (Jean-Marie-Édouard), ☼, à Marseille.
HALL (Asaph), à Washington.
GYLDÉN (Jean-Auguste-Hugo) ☼, à Stockholm.
SCHIAPARELLI (Jean-Virginius), à Milan.
DE LA RUE (Warren), (C. ☼), à Londres.
GOULD (Benjamin-Apthorp), à Cordoba.
WOLF (Rudolf), à Zurich.
N. . . . .
N. . . . .

SECTION IV. — *Géographie et Navigation* (8).

TCHIHATCHEF (Pierre-Alexandre DE) (C. ☼), à Saint-Pétersbourg.
RICHARDS (Contre-Amiral George-Henry), à Londres.
DAVID (Abbé Armand), missionnaire en Chine.
LEDIEU (Alfred-Constant-Hector) (O. ☼), à Versailles.
NORDENSKIÖLD (Nils-Adolf-Erik Baron) (C. ☼), à Stockholm.
IBAÑEZ DE IBERO (Général Charles) (G. O. ☼), à Madrid.
PISSIS (Pierre-Joseph-Aimé) ☼, à Santiago.
N. . . . .

SECTION V. — *Physique générale* (9).

Messieurs :

WEBER (Wilhelm), à Göttingue.
HIRN (Gustave-Adolphe), à Colmar.
HELMHOLTZ (Hermann-Louis-Ferdinand) (C. ✻), à Berlin.
JOULE (James-Prescott), à Manchester.
STOKES (George-Gabriel), à Cambridge.
ABRIA (Jérémie-Joseph-Benoît) (O. ✻), à Bordeaux.
CROVA (André-Prosper-Paul) ✻, à Montpellier.
N. . . . .
N. . . . .

SCIENCES PHYSIQUES.

SECTION VI. — *Chimie* (9).

HOFMANN (Auguste-Wilhelm), à Berlin.
MARIGNAC (Jean-Charles GALISSARD DE), à Genève.
FRANKLAND (Edward), à Londres.
WILLIAMSON (Alexander-William), à Londres.
LECOQ DE BOISBAUDRAN (Paul-Émile dit François) ✻, à Cognac.
CHANCEL (Gustave-Charles-Bonaventure) (O. ✻), à Montpellier.
STAS (Jean-Servais) ✻, à Bruxelles.
REBOUL (Pierre-Edmond) ✻, à Marseille.
BAEYER (Adolf DE), à Munich.

SECTION VII. — *Minéralogie* (8).

KOKSCHAROW (Général Nicolas DE), à Saint-Pétersbourg.
LORY (Charles) ✻, à Grenoble.
FAVRE (Jean-Alphonse), à Genève.
HALL (James), à Albany.
PRESTWICH (Joseph), à Oxford.
GOSSELET (Jules-Auguste-Alexandre) ✻, à Lille.
DECHEN (Ernest-Henri-Charles DE) (O. ✻), à Bonn-sur-Rhin.
SCACCHI (Arcangelo), à Naples.

SECTION VIII. — *Botanique* (10).

Messieurs :

HOOKER (Jos. Dalton), à Kew.
PRINGSHEIM (Nathanael), à Berlin.
PLANCHON (Jules-Émile) ☼, à Montpellier.
SAPORTA (Louis-Charles-Joseph-Gaston, Comte DE) ☼, à Aix.
GRAY (Asa), à Cambridge (Massachussets).
CLOS (Dominique), à Toulouse.
SIRODOT (Simon) ☼, à Rennes.
GRAND'EURY (François-Cyrille) ☼, à Saint-Étienne.
AGARDH (Jacob-Georg), à Lund.
N. . . . .

SECTION IX. — *Économie rurale* (10).

MARTINS (Charles-Frédéric) (O. ☼), à Montpellier.
MARÈS (Henri-Pierre-Louis) ☼, à Montpellier.
LAWES (John-Bennet), à Rothamsted, Saint-Albans station (Herfortshire).
GASPARIN (Paul-Joseph DE) ☼, à Orange.
DEMONTZEY (Gabriel-Louis-Prosper) ☼, à Aix.
GILBERT (Joseph-Henry), à Rothamsted, Saint-Albans station (Herfortshire).
CORVO (João DE ANDRADE) (G. C. ☼), à Lisbonne.
LECHARTIER (Georges-Vital), à Rennes.
MENABREA (le comte Louis-Frédéric) (C. ☼), à Rome.
HOUZEAU (Auguste) ☼, à Rouen.

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie* (10).

BENEDEN (Pierre-Joseph VAN) (O. ☼), à Louvain.
LOVÉN (Svenon-Louis), à Stockholm.
STEENSTRUP (Japetus), à Copenhague.
DANA (James-Dwight), à New-Haven.
HUXLEY (Thomas-Henry), à Londres.
VOGT (Carl) ☼, à Genève.
AGASSIZ (Alexandre), à Cambridge (États-Unis).
FABRE (Jean-Henri) ☼, à Sérignan (Vaucluse).
COTTEAU (Gustave-Honoré) ☼, à Auxerre.
MARION (Antoine-Fortuné) ☼, à Marseille.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie* (8).

Messieurs :

VIRCHOW (Rudolph DE), à Berlin.
OLLIER (Louis-Xavier-Édouard-Léopold) (O. ✻), à Lyon.
THOLOZAN (Joseph-Désiré) (O. ✻), à Téhéran.
DONDERS (François-Corneille), à Utrecht.
PALASCIANO (Ferdinand-Antoine-Léopold), à Naples.
HANNOVER (Adolphe), à Copenhague.
PAGET (sir James), à Londres.
LÉPINE (Jacques-Raphaël) ✻, à Lyon.

Commission pour administrer les propriétés et fonds particuliers de l'Académie.

BECQUEREL.
FREMY.

Et les Membres composant le Bureau.

Changements survenus dans le cours de l'année 1887.

(*Voir* à la page 16 de ce Volume.)



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 2 JANVIER 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

RENOUVELLEMENT ANNUEL

DE LA COMMISSION ADMINISTRATIVE.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de deux de ses Membres qui devront faire partie, en 1888, de la Commission centrale administrative.

MM. **Fremy** et **Edm. Becquerel** réunissent la majorité des suffrages.

Conformément au Règlement, le Président fait connaître l'état où se trouve l'impression des Recueils que l'Académie publie et les changements survenus parmi les Membres et les Correspondants de l'Académie pendant le cours de l'année.

M. **Janssen** donne à cet égard les renseignements suivants :

État de l'impression des Recueils de l'Académie au 1er janvier 1888.

Volumes publiés.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Le Tome CII (1er semestre 1886) et le Tome CIII (2e semestre 1886) ont paru avec leur Table.

Les numéros de l'année 1887 ont été mis en distribution avec la régularité habituelle.

Mémoires présentés par divers savants. — Le Tome XXIX a été mis en distribution au mois de mars dernier. Ce Tome renferme le Mémoire de M. J.-S. Smith sur la représentation des nombres par des sommes de cinq carrés; celui de M. Minkowski sur la théorie des formes quadratiques à coefficients entiers, et celui de M. Appell, intitulé : « Déblais et remblais des systèmes continus ou discontinus ».

Volumes en cours de publication.

Mémoires de l'Académie. — Le Tome XLIII est réservé au Mémoire de M. Yvon Villarceau sur l'établissement des arches de pont. 35 feuilles sont tirées : 17 pour le texte et 18 pour les Tables. L'impression est momentanément suspendue.

Le Tome XLIV renferme trois Mémoires de M. Becquerel sur la température de l'air à la surface du sol et sous la terre jusqu'à 36m de profondeur. Ces trois Mémoires forment 15 feuilles tirées.

Viennent ensuite : le Mémoire de M. de Jonquières, intitulé : « Théorie élémentaire, d'après les méthodes de Poinsot, du mouvement de la toupie, etc. », qui forme 4 feuilles tirées, et le Mémoire de M. de Saint-Venant « Sur la résistance des fluides », renfermant 35 feuilles tirées.

L'imprimerie a épuisé sa copie.

Mémoires présentés par divers savants. — Le Tome XXX renferme un Mé-

moire de M. Souillart, intitulé : « Théorie analytique des mouvements des satellites de Jupiter », qui forme 25 feuilles tirées; un Mémoire de MM. Guyou et Simart, portant pour titre : « Développements de géométrie du navire avec applications aux calculs de stabilité des navires ». Il forme 9 feuilles tirées.

Vient ensuite un Mémoire intitulé : « Mission d'Andalousie. Études relatives au tremblement de terre du 25 décembre 1884, et à la constitution géologique du sol ébranlé par les secousses ».

Ce Mémoire, publié, sous la direction de M. Fouqué, par MM. Michel Lévy, Marcel Bertrand, Barrois, Offret, Kilian, Bergeron et Bréon, forme actuellement 24 feuilles tirées.

La composition continue.

Changements survenus parmi les Membres depuis le 1er janvier 1887.

Membres décédés.

Section d'Économie rurale : M. **Boussingault**, décédé le 11 mai.

Section de Médecine et Chirurgie : M. **Gosselin**, décédé le 30 avril.

Secrétaire perpétuel : M. **Vulpian**, décédé le 18 mai.

Membres élus.

Section de Géométrie : M. **Poincaré**, le 31 janvier, en remplacement de M. Laguerre, décédé.

Section d'Économie rurale : M. **Dehérain**, le 12 décembre, en remplacement de M. Boussingault, décédé.

Section d'Anatomie et Zoologie : M. **Ranvier**, le 24 janvier, en remplacement de M. Robin, décédé.

Section de Médecine et Chirurgie : M. **Bouchard**, le 23 mai, en remplacement de M. Bert, décédé; M. **Verneuil**, le 20 juin, en remplacement de M. Gosselin, décédé.

Secrétaire perpétuel : M. **Pasteur**, le 18 juillet, en remplacement de M. Vulpian, décédé.

Membre à remplacer.

Section de Minéralogie : M. **Pasteur**, élu Secrétaire perpétuel.

Changements survenus parmi les Correspondants depuis le 1er janvier 1887.

Correspondants décédés.

Section de Physique générale : M. **Terquem**, à Lille, décédé le 16 juillet; M. **Kirchhoff**, à Berlin, décédé le 17 octobre.

Section de Minéralogie : M. **Studer**, à Berne, décédé le 2 mai.

Section de Médecine et Chirurgie : M. **Leudet**, à Rouen, décédé le 5 mars.

Correspondants élus.

Section de Minéralogie : M. **de Dechen**, à Bonn, le 31 mai, en remplacement de M. Abich, décédé; M. **Scacchi**, à Naples, le 25 juillet, en remplacement de M. Studer, décédé.

Section d'Économie rurale : M. le comte **Menabrea**, à Rome, le 7 février, en remplacement de M. Reiset, élu membre titulaire; M. **Houzeau**, à Rouen, le 21 février, en remplacement de M. de Vergnette-Lamotte, décédé.

Section d'Anatomie et Zoologie : M. **Carl Vogt**, à Genève, le 27 juin, en remplacement de M. Brandt, décédé; M. **Alexandre Agassiz**, à Cambridge (États-Unis), le 4 juillet, en remplacement de M. Mulsant, décédé; M. **Fabre**, à Sérignan (Vaucluse), le 11 juillet, en remplacement de M. de Siebold, décédé; M. **Cotteau**, à Auxerre, le 18 juillet, en remplacement de M. Joly, décédé; M. **Marion**, à Marseille, le 25 juillet, en remplacement de M. Carpenter, décédé.

Section de Médecine et Chirurgie : M. **Leudet**, à Rouen, le 14 février, en remplacement de M. Chauveau, élu membre titulaire; M. **Lépine**, à Lyon, le 11 juillet, en remplacement de M. Leudet, décédé.

Correspondants à remplacer.

Section d'Astronomie : M. **Roche**, à Montpellier, décédé le 18 avril 1883; M. **d'Oppolzer**, à Vienne, décédé le 26 décembre 1886.

Section de Géographie et Navigation : M. le général **Sabine**, à Londres, décédé le 26 juin 1883.

Section de Physique générale : M. **Terquem**, à Lille, décédé le 16 juillet 1887; M. **Kirchhoff**, à Berlin, décédé le 17 octobre 1887.

Section de Botanique : M. **Boissier**, à Genève, décédé le 25 septembre 1885.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur l'association des électeurs par le sort;* par M. **J. Bertrand**.

« On a remarqué plusieurs fois qu'en partageant un pays en collèges électoraux dans lesquels le sort associerait un nombre désigné d'électeurs, le résultat serait très loin de représenter la proportion des opinions qui partagent le pays. L'opinion dominante serait favorisée dans une proportion qu'un calcul exact fait connaître et qui dépasse toute prévision.

» Supposons qu'une urne contienne des boules blanches et des boules noires en proportion telle que la probabilité de tirer une boule blanche soit p et celle de tirer une boule noire égale à q.

» Si l'on tire au sort un nombre de boules égal à μ, la combinaison la plus probable est celle qui associera μp boules blanches à μq boules noires, mais il y aura très probablement un écart h. Le prix dont il faudrait payer équitablement une somme promise à l'avance et égale à $\left(\frac{h}{a}\right)^2$ est exactement

$$\frac{\mu pq}{a^2}, \tag{1}$$

et celui d'une somme égale à $\left(\frac{h}{a}\right)^{2n}$ est approximativement

$$1.3.5\ldots(2n-1)\left(\frac{\mu pq}{a^2}\right)^n. \tag{2}$$

» L'expression (2), pour une valeur donnée de a, est minima quand on a

$$2n+1 = \frac{a^2}{\mu pq};$$

elle a alors pour valeur approchée

$$e^{-n}\sqrt{\frac{2}{e}}. \tag{3}$$

» Si l'on suppose $\mu = 20000$, $p = 0,45$, $q = 0,55$, $a = 1000$, $n = 100$, l'expression (3), dont ces hypothèses rendent la petitesse excessive, représentera la somme dont on devrait payer équitablement une promesse qui, entre beaucoup d'autres avantages, assurerait une somme de 1[fr] si, sur 20000 électeurs réunis par le sort, la majorité se trouvait acquise à l'opinion qui compte dans le pays les 0,45 du nombre total des électeurs.

» En maniant pendant quelques secondes une pièce de 10 centimes, la valeur du cuivre détaché de la pièce, pour rester adhérent à la main, représenterait certainement une somme plus grande que

$$e^{-100}\sqrt{\frac{2}{e}}.$$

» La promesse d'un million, même celle d'un milliard, par chacun des représentants de la minorité élus dans les conditions supposées, serait évaluée beaucoup trop cher pour l'ensemble des élections en la payant 1 centime.

» J'ai traité la question d'une manière plus directe. Supposant 10000000 d'électeurs, parmi lesquels 4500000 d'une opinion, nous les nommerons les blancs, et 5500000 de l'opinion opposée, ce seront les noirs.

» Si l'on charge le hasard de former 1000000 de groupes de 10, de réunir ensuite ces groupes 10 par 10 pour former 100000 groupes de 100, puis les groupes de 100 10 par 10, pour former 10000 groupes de 1000, et les groupes de 1000, enfin, 10 par 10, pour former 1000 groupes de 10000, voici les nombres les plus probables des groupes dans lesquels les blancs sont en majorité :

261540	groupes de	10,	soit	0,261	du nombre total,
15766	»	100,	»	0,157	»
8	»	1000,	»	0,0008	»
0	»	10000,	»	0,000000	»

» La probabilité pour que, sur 500 députés élus en suivant cette méthode, la minorité, qui compte dans le pays les 0,45 des électeurs, obtienne un seul représentant, est plus petite que celle de gagner 2 quines de suite à la loterie.

» La nomination d'un représentant de la minorité pourrait être considérée comme absolument impossible.

» L'expérience contredit en apparence cette assertion; mais l'association des électeurs d'un même département ou d'un même arrondissement n'est pas équivalente à un tirage au sort entre tous les habitants du pays. Les intérêts communs et des influences semblables corrigent dans une proportion inaccessible de calcul les lois du hasard sans cela très certaines. »

GÉOMÉTRIE. — *Détermination du nombre maximum des points doubles, proprement dits, qu'il est permis d'attribuer arbitrairement à une surface algébrique, de degré m, dont la détermination est complétée par d'autres points simples donnés;* par M. DE JONQUIÈRES (1).

« I. Lorsqu'un point simple de la base d'un faisceau (n) de surfaces algébriques se trouve superposé à un point simple de la base d'un second faisceau (n') projectif au premier, ce point devient un *point double* sur la surface S_m, d'ordre $m = n + n'$, engendrée par les deux faisceaux. Si un point double fait partie des *données* qui déterminent S_m, il y tient lieu de *quatre* points simples (2).

» J'ai fait connaître, dans une précédente Communication (3), qu'une surface de degré m, déterminée par $D_m = \frac{m}{6}(m^2 + 6m + 11)$ points simples

---

(1) Dans ma *Communication* du 19 décembre (*Comptes rendus*, t. CV, p. 1204): A la ligne 6, *en remontant, au lieu de* « *nota* (1), *lisez : nota* (2) de la page 1203 ».
Et page 1207, lignes 1, 2, 6 et 7, *au lieu de* « $n = 19$, $n' = 11$ », *lisez :* « $n = 21$, $n' = 9$ », ainsi qu'il est dit à la ligne 8, où cette faute n'a pas été commise dans la *copie*.

(2) Plus généralement, un point r^{uple} (ordinaire) *donné* tient lieu, pour la détermination de la surface de degré m à laquelle il doit appartenir, de $\frac{r(r+1)(r+2)}{6}$ points simples. Cela résulte immédiatement de ce que cette condition annule pareil nombre des premiers termes de l'équation de la surface rapportée à des axes ayant leur origine en ce point. On le conclut aussi, non moins simplement (et plus *géométriquement*), de ce qu'un cône de degré r, ayant son sommet en ce point, est déterminé par les $\frac{r(r+3)}{2}$ points qui déterminent sa base sur un plan sécant, et par son sommet qui est un point r^{uple} sur cette surface de degré r. Donc ce sommet équivaut, lui seul, à $\frac{r}{6}(r^2 + 6r + 11) - \frac{r(r+1)}{2} = \frac{r(r+1)(r+2)}{6}$ points simples.

(3) *Comptes rendus*, t. CV, p. 1204 et suivantes.

donnés, *peut toujours,* quel que soit m, être engendrée (et même, en général, de plusieurs manières) à l'aide de deux faisceaux projectifs, dont la somme des degrés, n, n', soit égale à m, si $m \equiv 1, 2, 3 \pmod{4}$, ou à $m+1$, si $m \equiv 0 \pmod{4}$, sauf exclusion de ceux des systèmes (n, n') où l'un des nombres n ou n' est lui-même un multiple de 4, ou bien est de la même forme que m par rapport au module 4.

» II. Les mêmes raisonnements s'appliquent au cas où des points doubles font partie des données et conduisent au théorème suivant :

» Théorème. — *Toute surface algébrique* S_m^δ, *déterminée par* δ *points doubles* (étant supposé qu'il soit permis de prendre tous ces δ points doubles *arbitrairement*) *et par* $\frac{m}{6}(m^2+6m+11)-4\delta$ *autres points simples donnés, peut être engendrée, d'au moins une manière, à l'aide de deux faisceaux projectifs, d'ordres* n, n', *dont la somme des degrés* $n+n'$ *est égale à* m (*ou à* $m+1$, *si* m *est multiple de* 4), *quelques-unes des combinaisons* (n, n') *devant d'ailleurs être exclues comme* impropres, *si* n *ou* n' *y est multiple de* 4, *ou bien s'il est de la même forme que* m *par rapport au module* 4.

» Dans ce cas, le nombre des points *inconnus* qu'il est nécessaire d'introduire dans les bases des faisceaux générateurs est diminué du nombre δ des points doubles donnés et s'exprime, en conséquence ([1]), par la formule

$$\text{(A)} \qquad X = \frac{mn(m-n+4)-4n^2-2}{4} - \delta.$$

» III. Actuellement, si l'on demande que δ, au lieu d'être un nombre *donné,* soit *le plus grand nombre que comporte le système* (n, n') *adopté pour la génération de* S_m, il est clair que ce maximum serait atteint si l'on pouvait constituer les deux bases B_n, $B_{n'}$ de telle sorte qu'elles ne continssent que les points X (formule A) avec les points δ (en nombre encore non déterminé) qui doivent entrer dans chacune d'elles, afin que leur superposition y donne lieu à autant de points doubles dans la surface engendrée S_m.

([1]) On a, en effet,

$$D_m - 4\delta - (B_n + B_{n'} - 2\delta - X) = 3X + 3;$$

d'où, en substituant à D_m, B_n, $B_{n'}$ leurs valeurs,

$$X = \frac{mn(m+n-4)-4n^2-2}{4} - \delta.$$

Or il est bien aisé de voir que cette condition s'exprime par la relation [1]

$$(C)\quad \delta = B_n + B_{n'} - (X - \delta) = B_n + B_{n'} - \left[\frac{mn(m+n-4) - 4n^2 - 2}{4}\right].$$

» Si le terme négatif du second membre de l'équation (C) est égal à $B_n + B_{n'}$, la valeur que cette équation attribue à δ sera le maximum *relatif au système* (n, n'); s'il est moindre, il sera soit $<$, soit $=$, soit $>$ que $B_{n'}$ (n' étant supposé $< n$) : dans le premier cas, les deux bases recevront, outre les points δ, un certain nombre de points simples (α) pris parmi les points donnés et de points (x); dans le deuxième cas, $B_{n'}$ se composera exclusivement des points (δ) et l'on aura pour le maximum relatif $\delta = B_{n'}$, tandis que B_n contiendra, en outre de ces mêmes points (δ), tous les points X et un certain nombre de points (α); enfin, dans le troisième cas, on *rabaissera* le nombre donné par l'équation (C) à la valeur de $B_{n'}$, et l'on aura encore $\delta = B_{n'}$, tandis que B_n contiendra, comme dans le deuxième cas, ces mêmes points (δ), tous les points X et un certain nombre de points (α).

» Enfin, si le terme négatif dont il s'agit est plus grand que $B_n + B_{n'}$, comme δ ne peut être qu'un nombre positif, ce sera une preuve que le système (n, n') est *impropre* à la génération de S_m^δ, et qu'il faut recourir à l'emploi d'un autre système où n soit plus grand et n' moindre que dans celui-là.

» A partir de celui des systèmes consécutifs pour lequel le nombre donné par la formule (C) *commencera à être positif*, tous ceux qui le suivent dans l'ordre de décroissance de n' (sauf, bien entendu, ceux que la *forme* de n ou de n' oblige d'exclure) seront *propres* à une solution du problème et fourniront chacun leur maximum relatif.

» De la sorte, on obtiendra une suite de nombres (maxima relatifs) $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \ldots$ qui iront d'abord en croissant, puis en décroissant comme $B_{n'}$

---

[1] On a, en effet, dans cette hypothèse où les points δ et les points X suffisent seuls à remplir les deux bases,

$$X + 2\delta = B_n + B_{n'};$$

d'où

$$2\delta = B_n + B_{n'} - \left[\frac{mn(m+n-4) - 4n^2 - 2}{4} - \delta\right]$$

et, par suite,

$$\delta = B_n + B_{n'} - \frac{mn(m+n-4) - 4n^2 - 2}{4}.$$

lui-même; car, à partir de ce moment, c'est sur la valeur de $B_{n'}$, et non plus sur celle donnée par la formule (C), que se règle la valeur qu'on doit adopter pour δ ([1]).

» En résumé, les calculs (qu'un peu de pratique abrège beaucoup, mais qu'il fallait mentionner tous dans une exposition didactique) seront arrêtés au premier des maxima relatifs qui, dans l'ordre naturel des opérations, se présentera avec une valeur égale à $B_{n'}$, ou plus grande que $B_{n'}$, mais qu'on devra réduire, dans ce dernier cas, à $B_{n'}$ même. Il ne restera plus, si l'on a dû faire usage d'un *plan adjoint* (ce qui est une nécessité lorsque m est multiple de 4), qu'à s'assurer si cette valeur de δ permet de constituer la base B_n de l'autre faisceau générateur en n'y faisant entrer que les points (δ), les points (X) et (s'il est nécessaire) un certain nombre des points simples *donnés* (α), *mais à l'exclusion absolue des points auxiliaires* (l) qu'a introduits dans la question l'adjonction du plan supplémentaire ([2]). Si cette dernière condition ne se trouve pas remplie, on devra diminuer progressivement le nombre δ jusqu'à ce qu'elle soit satisfaite; si elle l'est, ou dès qu'elle le sera, on comparera cette valeur avec celle fournie par la formule (C) dans le système *propre* (n, n') qui précède *immédiatement* celui-là, et enfin l'on adoptera la plus grande de ces deux valeurs comme étant l'expression des *maximum maximorum*, que je désignerai par Δ_0 si $n + n' = m$ dans la série des systèmes (n, n') employée, et par Δ_1 si $n + n' = m + 1$ dans cette série. Mais ce n'est point encore suffisant pour qu'on soit assuré d'avoir obtenu le *maximum absolu* qui est demandé. En effet, si l'on accroît le degré m d'une ou de deux unités (selon le cas), en adjoignant à S_m un plan ou une S_2 auxiliaire, il peut arriver (ainsi qu'on l'a vu pour les courbes planes) que le nouveau *maxi-*

([1]) En effet, il est évident que dans un système (n, n') la valeur de δ peut être *au plus* égale à celle de $B_{n'}$. Donc, si la formule (C) donne pour δ un nombre plus grand que $B_{n'}$, soit égal à $B_{n'} + \alpha$, on devra le réduire à $\delta' = B_{n'}$. Comme conséquence, B_n se composera de $\delta' = B_{n'} + \alpha$ (points simples empruntés aux points donnés) $+ X' (= X + \alpha)$ points inconnus. De la sorte, toutes les conditions seront remplies et l'on aura encore

$$D_m - \alpha - 3 = 4(\delta - \alpha) + 3(X + \alpha) = 4\delta' + 3X' = 4 + 3X'.$$

([2]) Cette condition restrictive, concernant l'exclusion des points auxiliaires des bases des faisceaux, n'est pas moins absolue dans la théorie des courbes planes, et je ne crois pas inutile de le répéter ici, dans la crainte que la rédaction de ma *Note* du 14 novembre y relative, n'y ait pas insisté avec assez de force ou de clarté (Voir *Comptes rendus*, p. 920).

mum maximorum obtenu, Δ_1 ou Δ_2, soit plus grand que Δ_0. En résumé, c'est le plus grand des *trois* nombres Δ_0, Δ_1, Δ_2, lorsque $m \equiv 1$, 2 ou 3 (module 4), ou des *deux* nombres Δ_1, Δ_2, lorsque $m \equiv 0$ (module 4), qui sera le maximum *absolu* cherché. Nous le désignerons par Δ.

» Telle est la marche élémentaire qu'il faut suivre pour résoudre le problème proposé. Elle est, comme on voit, tout à fait semblable à celle qui convient dans la recherche analogue concernant les courbes planes.

» IV. Avant d'aller plus loin, il importe d'établir que le maximum Δ, fourni par l'application de la méthode, est bien le maximum absolu cherché.

» En effet, supposons qu'il y en ait un autre Δ', plus élevé. Il y aurait donc une surface S'_m pouvant être dotée arbitrairement de Δ' points doubles, avec d'autres points simples, au nombre de $D_m - 4\Delta'$, complétant sa détermination. Si cela était, cette surface pourrait, en vertu du théorème ci-dessus (II), être engendrée par deux faisceaux (n), (n'), convenablement choisis, la somme $n + n'$ étant, selon le cas, égale soit à m, soit à $m + 1$, soit enfin à $m + 2$. Or on a déjà parcouru *toute l'échelle* des systèmes (n, n'), dans ces trois combinaisons, pour obtenir Δ, c'est-à-dire qu'on a déjà employé tous les systèmes possibles, ou *propres*, qui s'y trouvent. On y aurait donc forcément rencontré la solution Δ', *si elle existait*. Donc elle n'existe pas; l'hypothèse est inadmissible, et le vrai maximum est bien celui Δ qui résulte des opérations indiquées.

» V. Je dois enfin montrer comment il est possible de faire servir une surface du second ordre *adjointe*, pour engendrer une surface S_m déterminée par des conditions (points simples ou multiples) données en nombre suffisant. Cela revient à engendrer une surface de degré $m + 2$, qui satisfasse aux mêmes conditions que S_m et qui, en outre, *se décompose* en la surface S_m et en une surface du second ordre, dont les éléments, arbitrairement choisis, viennent accroître le nombre de ceux qui sont donnés pour S_m, et dont on fera abstraction, une fois l'opération terminée. Pour cela, il suffit d'ajouter aux points simples donnés (α), dont le nombre (d'après les notations adoptées) est D_m, ou $(D_m - 4\mu)$ s'il y a μ points doubles donnés, un nombre L_2 de points simples (l), tel qu'on ait

$$L_2 = D_{m+2} - D_m = m^2 + 6m + 9 \quad (^1).$$

---

(1) Il s'ensuit que ce nombre excède d'une unité celui par lequel est déterminée la courbe d'intersection de deux surfaces d'ordres 2 et $m + 2$, nombre qui est, par suite, $m^2 + 6m + 8$. Ce résultat, qui peut s'étendre *par le même raisonnement* à deux sur-

Mais il est bien entendu que, pas plus pour les surfaces que pour les courbes planes, *aucun de ces points arbitraires* (l) *ne doit entrer dans les bases des faisceaux générateurs,* leur unique fonction étant de concourir, avec ceux des points simples donnés (α) qu'on n'y a point employés et qui restent disponibles, à servir pour la détermination des points inconnus (x), dont le nombre est X, et pour établir la projectivité des deux faisceaux qui en réclame trois. Or un calcul facile prouve que l'*adjonction* de m^2+6m+9 points auxiliaires pris à volonté (avec la seule condition qu'un seul d'entre eux ne soit pas situé sur la courbe gauche d'intersection de S_2 avec S_{m+2}) satisfait précisément à cette double détermination, c'est-à-dire que

$$D_m+(m^2+6m+9)=3X+3.$$

» VI. Je vais, en terminant et pour mieux fixer les idées, appliquer la méthode à un cas individuel, et je suppose qu'on demande quel est le maximum absolu Δ du nombre des points doubles qu'il est permis d'attribuer arbitrairement à une surface du dix-septième degré.

» En tenant compte des règles données ci-dessus, les systèmes *propres* (n, n') sont ici :

» 1° Pour $n+n'=17$,

$$(10,7),\quad (11,6),\quad (13,4),\quad \ldots,$$

et les valeurs correspondantes de δ (dont la deuxième et la troisième ont été réduites à celles de B_6) sont, respectivement,

$$\delta=35,\quad 82,\quad 33,\quad \ldots;$$

donc $\Delta_0=82$.

» 2° Pour $n+n'=17+1$ (il est fait usage ici d'un plan adjoint); les systèmes propres sont

$$(9,9),\quad (11,7),\quad (13,5),\quad \ldots,$$

les valeurs de δ (dont la première doit être écartée comme *négative*), sont respectivement

$$\delta=-9,\quad 57,\quad 54,\quad \ldots;$$

donc $\Delta_1=57$.

---

faces d'ordres m et m', s'accorde avec celui que Jacobi a déduit d'autres considérations dans le *Journal de Crelle*, t. 15, p. 299.

» 3° Enfin, pour $n + n' = 17 + 2$ (il est fait usage ici d'une S_2 adjointe), les systèmes propres sont

$$(10, 9), \quad (13, 6), \quad (14, 5), \quad \ldots,$$

les valeurs de δ (dont la première doit être écartée comme étant négative) sont, respectivement,

$$\delta = -15, \quad 82, \quad 54, \quad \ldots,$$

d'où $\Delta_2 = 82$, égale à Δ_0 et plus grande que Δ_1. Donc enfin le maximum absolu demandé pour S_{17} est $\Delta = 82$.

» Soit, en second lieu, proposé de trouver le maximum Δ pour la surface du quatrième ordre. A cause que 4 est multiple de 4, il faut admettre immédiatement un plan adjoint. On a, pour $n + n' = 4 + 1$, le système unique $(3, 2)$, pour lequel la formule (C) donne $\delta = 13$, qu'il faut d'abord réduire à $B_2 = 8$. On aurait ainsi la solution

$$S_{4+1} \equiv \begin{cases} B_3 \equiv [8(\delta) + 5(\alpha) + 5(x)] = 18, \\ B_2 \equiv [8(\delta)] = 8, \end{cases}$$

et

$$D_5 = 55 - 4.8 = 23,$$

d'où

$$S = 23 - 5 = 18 = 3 + 3.5 = 3 + 3X,$$

mais cette solution est illusoire; car les données de S^4 sont huit points doubles (équivalant à trente-deux points simples) et deux autres points simples (α). Donc, en complétant avec cinq points simples la base B_3 on y a introduit, en outre de ces deux points (α), trois points *auxiliaires*, ce qui est interdit; mais, si l'on réduit δ d'une unité, c'est-à-dire si l'on prend $\delta = 7$, on a

$$S_{4+1} \equiv \begin{cases} B_3 \equiv [7(\delta) + 6(x) + 5(\alpha)] = 18, \\ B_2 \equiv [7(\delta) \qquad\qquad + 1(\alpha)] = 8, \end{cases}$$

et comme on peut alors disposer de six points simples (α) *donnés*, puisque $34 - 4.7 = 6$, la solution est correcte, et $\Delta = 7$. Quant à l'emploi de S_2 adjointe, il est *impropre* dans ce cas. Donc enfin $\Delta = 7$, ainsi qu'on le conclut immédiatement de considérations géométriques directes. Il n'y a, en effet, que la surface du quatrième ordre *composée* de l'ensemble des deux surfaces du second ordre (dont chacune est déterminée par les huit points donnés pour être doubles et par l'un des deux points simples, respective-

ment) qui soit déterminée par huit points doubles *donnés* et deux points simples. Mais alors cette surface (décomposable et non propre) possède une infinité de points doubles, savoir tous les points de la courbe gauche, intersection des deux S_2 que les huit points déterminent et qui est une *courbe double* de cette S_4, égale à $S_2 + S'_2$.

» Etc., etc. »

CHRONOMÉTRIE. — *Sur une objection faite à l'emploi d'amortisseurs électromagnétiques dans les appareils de synchronisation.* Note de M. A. CORNU.

« M. Wolf considère les amortisseurs électromagnétiques comme une « complication » et leur reproche la possibilité d'amener l'arrêt de toutes les horloges d'un service de distribution de l'heure, au cas où le courant synchronisant viendrait à cesser (¹). Je répondrai à ces critiques en établissant les trois résultats suivants :

» 1° L'amortisseur électromagnétique, au réglage normal, n'arrête pas nécessairement l'horloge synchronisée.

(¹) *Comptes rendus*, t. CV, p. 1212. — M. Wolf me reproche aussi de n'avoir pas tenu compte de la théorie de M. Everett, à laquelle il paraît attacher une importance spéciale, car il y croit trouver la vérification de ses idées sur la synchronisation.

Cette théorie ne peut m'être opposée, attendu qu'elle fait abstraction de l'amortissement dont j'ai démontré le rôle essentiel (t. CIV, p. 1464). Le théorème qu'invoque M. Wolf : « les maxima de la force extérieure (force synchronisatrice) doivent coïncider avec les maxima du déplacement du pendule », n'apporte nullement la confirmation que M. Wolf affirme y trouver. En effet, la démonstration de ce théorème suppose essentiellement que la force extérieure agit sur le corps oscillant : 1° pendant toute la durée de sa course; 2° suivant une loi pendulaire. Ni l'une ni l'autre de ces deux conditions n'est remplie dans l'appareil Foucault-Vérité : la force y est discontinue et elle agit suivant une loi très complexe. Voici en effet les conditions du problème qu'a traité M. Everett :

« Let there be a body whose free vibrations are simple-harmonic, the acceleration for a displacement s being $\mu_1 s$, and the period being therefore $2\pi : \sqrt{\mu_1}$. If this body be acted on by an external force which is a simple harmonic function of the time, and which urges the body along the same path which it would take if vibrating freely.... » (*Philosophical Magazine* for february 1883.)

En résumé, la formule de stabilité que M. Wolf avait « posée » (t. CV, p. 1212) n'est pas démontrée; au contraire, j'ai *démontré* (t. CIV, p. 1464) qu'il n'y a pas de synchronisation possible sans amortissement.

» 2° Dans tous les cas, on peut empêcher cet arrêt sans complication ni dépense.

» 3° Dans un service public de distribution de l'heure, non seulement on ne doit pas empêcher cet arrêt, mais il faut s'efforcer de le produire lorsque la synchronisation cesse de fonctionner.

» 1° *Expériences prouvant que l'amortisseur ne produit pas nécessairement l'arrêt.* — L'amortissement additionnel, nécessaire pour produire avec sécurité la synchronisation d'une horloge, quoique très grand par rapport à l'amortissement naturel du balancier *entièrement libre*, est, en fait, assez faible comme valeur absolue; il est comparable, comme ordre de grandeur, à celui qui résulte des résistances passives développées dans les rouages et que le poids moteur est chargé de compenser. On en a la preuve, en même temps que la mesure numérique, au moyen du balancier lui-même, en observant les deux valeurs différentes vers lesquelles converge l'amplitude suivant qu'on supprime ou qu'on établit l'amortissement électromagnétique (*voir* le dispositif, t. CV, p. 1110) : dans le premier cas, on obtient l'amplitude normale du balancier (celle qui résulte de l'équilibre entre le travail du poids moteur et celui des résistances passives ordinaires), amplitude dont la grandeur, pour la plupart des horloges, dépasse de beaucoup celle qui permet strictement l'échappement; dans le second cas, on obtient une amplitude réduite (à cause du travail dépensé par l'amortisseur), mais qui, généralement, reste encore supérieure à la limite nécessaire au fonctionnement du balancier.

» Comme vérifications décisives sur ce point, je citerai les expériences que je fais journellement à l'École Polytechnique avec l'horloge Borrel, qui me sert depuis deux ans à ces études : cette horloge, actuellement réglée sur le temps sidéral (par l'addition d'une masse de 185^{gr} au milieu de la tige du balancier), est synchronisée par une bonne horloge réglée sur le temps moyen ; elle a donc environ quatre minutes d'avance diurne : c'est à peu près vingt fois la quantité à corriger dans une distribution d'heure, par conséquent le coefficient d'amortissement est vingt fois plus grand que celui dont on pourrait se contenter dans ce service. Malgré cette énorme exagération de l'amortissement, *la rupture du courant synchronisant ne cause aucun arrêt :* l'amplitude du balancier, dont la valeur limite est $\pm 1°,2$ pendant la synchronisation ([1]), retourne progressive-

([1]) Elle pourrait être diminuée notablement par l'emploi d'un courant plus faible.

ment, suivant une exponentielle du temps, à la valeur normale $\pm 0°,9$ que lui imprime le poids moteur seul.

» La même expérience réussit également lorsqu'on change en retard l'avance du balancier : il suffit pour cela d'enlever la masse additionnelle, et l'on obtient les effets correspondants avec un retard diurne d'une minute et demie.

» L'horloge n'a rien de particulier : c'est une horloge à secondes de qualité ordinaire ; le balancier, à tige de sapin, pèse 6^{kg} ; l'échappement est *à chevilles* pour permettre, au besoin, les grandes amplitudes ; l'amplitude de strict échappement est $\pm 0°,7$.

» 2° *Moyen d'empêcher l'arrêt dans tous les cas.* — Dans le cas des horloges de haute précision où l'échappement est disposé de manière à réduire au minimum l'amplitude du balancier et la grandeur du poids moteur, l'addition d'un amortissement artificiel pourrait faire craindre l'arrêt, à la rupture du courant synchronisant ; toutefois, il ne faudrait pas se laisser effrayer par le seul nom d'*amortisseur* [1] qui a paru éveiller dans certains esprits l'idée d'une puissance irrésistible. Si le balancier est capable de fonctionner avec une petite amplitude, c'est que l'horloge est bien construite et très précise ; alors la marche diurne à compenser est faible et l'amortissement additionnel, nécessaire à la synchronisation, peut être réduit à une valeur comparable à celle de l'amortissement du balancier libre. On conçoit donc que, même dans les horloges de haute précision, comme celles des observatoires, l'addition d'un amortisseur n'entraîne pas nécessairement l'arrêt du balancier.

» Mais si, par précaution, l'on voulait accroître l'amortissement (ce qui accroît du même coup la sécurité de la liaison synchronique) et néanmoins éviter toute chance d'arrêt lors de la rupture du courant synchronisant, le moyen serait bien simple : il suffirait, afin de compenser l'effet de l'amortisseur, d'augmenter le poids moteur jusqu'à ramener l'amplitude à sa valeur normale. Pendant la synchronisation, il est vrai, l'amplitude deviendrait un peu plus grande que dans la marche normale de l'horloge ; mais cette augmentation, qu'on maintient aisément dans les limites compatibles avec les échappements les plus délicats, n'a aucun inconvénient dans un

---

[1] Ce mot, que j'emprunte au langage des électriciens, est d'ailleurs assez impropre : il est regrettable que nous n'ayons pas en français l'équivalent du mot anglais *damper* ou du mot allemand *Dämpfer*.

appareil correctement synchronisé : l'invariabilité de l'amplitude, absolument nécessaire lorsque le balancier est lui-même le régulateur de l'horloge, n'est plus de rigueur lorsque le balancier est sous la dépendance d'une force directrice étrangère ([1]).

» On trouverait bien d'autres dispositifs permettant aussi d'empêcher l'arrêt : j'ai signalé l'un d'eux précédemment (p. 1209); mais je veux d'autant moins m'arrêter à les décrire que je suis d'avis de les rejeter tous, y compris le moyen si simple que je viens d'exposer. Voici pour quelles raisons.

» 3° *Nécessité de l'arrêt des horloges synchronisées en cas de rupture de la liaison synchronique.* — Étant donné qu'un *service public* de distribution d'heure est fondé sur un système de synchronisation de *haute précision*, le but à remplir est de fournir l'heure avec toute la précision dont le système est susceptible : autrement mieux vaudrait adopter un simple système de *remise à l'heure*, plus rustique et moins coûteux.

» Les gens spéciaux auxquels s'adresse ce service de précision, à savoir : les marins, les observateurs, physiciens ou astronomes, particulièrement les horlogers, peuvent alors venir demander aux horloges synchronisées le contrôle des instruments déjà très parfaits qu'ils possèdent, en vue d'améliorer leurs observations ou de perfectionner leur outillage; mais, s'ils n'ont pas une confiance absolue dans les horloges du service, s'ils ne sont pas assurés d'y rencontrer une précision égale, sinon supérieure, à celle de leurs instruments, ils ne prendront pas la peine de les consulter.

» Voici donc un service de précision établi. Imaginons que la synchronisation cesse par rupture d'un circuit ou par toute autre cause : les horloges à balancier sans amortisseur continueront, par hypothèse, à donner leurs indications sans qu'aucun signe extérieur trahisse l'accident; et, comme leur marche diurne est considérable ([2]), l'écart devient rapidement

---

([1]) Avec les systèmes de synchronisation sans amortisseurs qui ne fonctionnent qu'entre d'étroites limites de marche diurne, une petite variation d'amplitude devient très grave, parce qu'elle change cette marche et compromet les conditions si précaires de la synchronisation. Avec l'emploi de l'amortissement, où le réglage peut être rendu indépendant des variations de la marche diurne (t. CV, p. 1211), l'influence d'une petite variation d'amplitude devient tout à fait secondaire. L'objection que me fait M. Wolf et l'opinion qu'il prête à ce sujet aux horlogers (p. 1212) n'ont donc ici aucune valeur.

([2]) On la maintient entre 16^s et 20^s d'avance diurne avec le système Foucault-Vérité dans le service de la ville de Paris pour le meilleur fonctionnement des appareils.

inadmissible; l'observateur non prévenu recueille donc une indication fausse qui peut avoir pour lui des conséquences très fâcheuses. Ne vaudrait-il pas mieux qu'il trouvât l'horloge arrêtée? Le petit désappointement qu'il éprouverait à manquer sa comparaison habituelle serait évidemment compensé par une certaine satisfaction : celle d'avoir la preuve que les horloges du service deviennent muettes plutôt que de le tromper.

» L'avantage des systèmes empêchant l'arrêt des horloges apparaît donc déjà comme bien contestable; mais ce n'est pas tout. Voilà les horloges livrées à elles-mêmes pendant plusieurs heures; car il faut chercher la cause de l'accident, la trouver et, finalement, rétablir le courant synchronisant. Qu'arrivera-t-il alors? L'action régulatrice ne tombant plus au bon moment ne reproduira pas le synchronisme; le réglage, d'ailleurs, étant assez délicat, n'a aucune chance de se rétablir de lui-même : il ne faut même pas souhaiter qu'il se rétablisse, car il perpétuerait une erreur constante, à savoir l'avance considérable gagnée pendant l'interruption. Les horloges vont donc continuer à errer indéfiniment, ou plutôt, ce qui est presque fatal (l'action synchronisante finissant par agir à contretemps), elles s'arrêteront les unes après les autres : on aboutit au « désastre » qu'on se flattait d'éviter! Ainsi, avec les systèmes sans amortissement qu'on déclarait si avantageux en cas de rupture de courant (t. CV, p. 1158), on a tous les inconvénients possibles : l'erreur progressive, l'erreur constante et l'arrêt final!

» Au contraire, le système fondé sur l'emploi d'amortisseurs, réglés de manière à produire l'arrêt dès que la synchronisation cesse, offre l'avantage de couper court à toute indication erronée, ce qui est la condition *sine qua non* d'un service de précision. Le « vice capital » du système me paraît donc devoir être rangé parmi les avantages essentiels, avantages que je crois devoir rappeler en terminant :

» *Avantages essentiels du système de synchronisation avec amortisseurs électromagnétiques.* — En voici l'énumération succincte :

» 1° Synchronisation sensiblement indépendante du signe et de la grandeur de la marche diurne relative ou tout au moins de sa variation, lorsque le coefficient d'amortissement α est suffisamment grand (analytiquement, αT grand relativement à $2\pi\frac{\Theta - T}{\Theta}$, *voir* formules (13), t. CIV, p. 1661, et t. CV, p. 1211). Cela permet d'utiliser des appareils de médiocre précision.

» 2° Faiblesse des courants nécessaires au fonctionnement.

» 3° Possibilité de vérifier à chaque instant la stabilité de la synchro-

nisation par l'observation de l'amplitude et de la phase du balancier (ces deux éléments ne peuvent rien indiquer sous ce rapport dans le système sans amortissement parce qu'on a cherché, dans ce système, à les rendre invariables par construction).

» 4° Variété des moyens utilisables pour établir ou modifier le réglage, même pendant la marche de l'appareil.

» 5° Mise en marche à peu près automatique, lorsque la synchronisation commence.

» 6° Arrêt automatique, lorsque la synchronisation cesse.

» Il n'est peut-être pas inutile de répéter encore une fois le théorème que j'ai démontré au début de ces recherches (t. CIV, p. 1464) : *il n'y a pas de synchronisation possible sans amortissement, naturel ou artificiel.* »

Réponse de M. C. **Wolf** *à la Note de M.* Cornu.

« Notre Confrère M. Cornu affirme et prouve par l'expérience que le balancier d'une horloge synchronisée par son procédé ne s'arrête pas sous l'influence de l'amortisseur, lorsque le courant cesse de passer, parce que l'oscillation, reprenant son amplitude normale, n'amène plus l'aimant à proximité des bobines. Je n'aurais jamais osé supposer, je l'avoue, que son système eût pour effet de donner à l'oscillation du balancier une amplitude double de celle de son oscillation normale; j'avais seulement cru qu'il pouvait altérer cette amplitude par suite des variations du courant, et cela me semblait déjà une objection grave contre l'application de ce système aux horloges de précision. Nous apprenons aujourd'hui qu'à l'état synchronisé l'oscillation est au moins double de ce qu'elle est à l'état normal. Je laisse aux horlogers le soin de juger s'ils doivent permettre l'application d'un tel appareil à leurs horloges.

» M. Cornu va plus loin et énonce l'opinion que, dans le cas où l'influence synchronisatrice vient à cesser, le mieux est que toutes les pendules s'arrêtent d'elles-mêmes : c'est pousser un peu loin l'amour du paradoxe. Quelle serait l'impression du public qui verrait un jour toutes les horloges arrêtées? N'est-il pas évident que, pour le service d'une ville, il y a tout intérêt à ne pas mettre le public dans la confidence des défaillances du système? D'autant plus que, si les conditions d'un bon réglage sont observées, les horloges, ne s'arrêtant pas, auront à peine le temps d'avancer d'une ou deux secondes, avant que le contrôle établi au poste

central ait averti du dérangement survenu et qu'on ait pu y porter remède. Le public ne s'apercevra de rien; les horlogers eux-mêmes, qui ne comparent leurs chronomètres que tous les huit jours en général, remarqueront à peine le désordre passager. Dans un observatoire, il est bien plus important encore que les pendules ne s'arrêtent pas au milieu d'une série d'observations; les étoiles horaires suffiront à donner la nouvelle marche de chaque pendule nécessaire à la réduction des observations. D'ailleurs ici les appareils eux-mêmes avertissent de l'interruption du courant et l'on peut immédiatement y porter remède.

» Enfin notre Confrère signale le danger d'arrêt des pendules, lorsque, après avoir cessé de passer pendant quelque temps, le courant viendrait de nouveau animer les bobines à un moment où le balancier ne serait plus en accord avec le rythme de la synchronisation. Ce danger est commun à tous les systèmes; il est maximum dans ceux où l'action se produit à la plus grande distance, c'est-à-dire précisément dans le système de M. Cornu. La chance de le voir se produire est très faible dans le système de Vérité, où l'action ne se fait sentir que tout à fait au voisinage de l'électro-aimant et pendant un temps fort court. Aussi n'ai-je jamais fait construire un appareil de sûreté que j'avais combiné pour empêcher le courant de renaître après qu'il aurait cessé de passer pendant un certain temps. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Remarques sur la Lettre du P.* Dechrevens, *au sujet de la reproduction des tourbillons* [1]; par M. **H. Faye**.

« Depuis quelque temps, nous recevons de divers pays des Communications sur les tourbillons artificiels. Il en vient de France, d'Italie, de Berlin, de Genève, et même de Chine. Les partisans des idées courantes sur les tornados, les typhons et les cyclones s'attachent à produire des trombes artificielles, afin de montrer qu'en dépit de mes arguments les trombes naturelles, les cyclones eux-mêmes sont bien ascendants.

» On se rappelle l'effet produit par l'expérience de M. Colladon. Notre illustre Correspondant désirait justifier aux yeux mêmes de l'Académie la vieille conviction des météorologistes. Son appareil a été placé sur cette

---

(1) A la page 1286 du tome CV, le P. Dechrevens dit que mon objection est *obvie*, c'est-à-dire *évidente*, et non pas *obviée*.

table et l'expérience a été faite. Vous avez vu se produire, en effet, une sorte de trombe ascendante : seulement la trombe avait la tête en bas et le pied en haut.

» A la vérité, en tournant plus vite la manivelle, on a vu naître, au-dessus du petit ventilateur, une seconde trombe. Celle-là avait bien la tête et le pied convenablement placés : seulement elle était descendante, comme les trombes et cyclones de ma théorie.

» M. Dechrevens, directeur de l'observatoire de Zi-Ka-Wei, en Chine, et partisan déclaré des typhons ascendants, entreprend d'expliquer cette espèce d'échec et d'y remédier. D'après lui, M. Colladon aurait eu tort d'opérer dans un vase à fond creux. Lui, il a fait l'expérience dans un vase à fond plat, et il a cru saisir, pendant un moment fugitif, quelque chose de plus semblable à une trombe que celle de M. Colladon. Mais l'essence même des girations naturelles est une grande stabilité de forme qui dure des heures entières dans les petites trombes, des jours entiers dans les petits typhons, des semaines entières dans les cyclones. D'ailleurs les mouvements d'une masse liquide, confinée dans un vase, dépendent de la réaction des parois verticales le long desquelles l'eau, chassée horizontalement par le ventilateur, descend jusqu'au fond pour remonter de là vers l'axe d'aspiration. D'après cela, que le fond soit creux ou plat, le même effet, dans ce qu'il y a d'essentiel et de durable, se reproduira toujours. C'est ce qu'ont montré les expériences de M. Boillot, qui a opéré justement dans un vase cylindrique à fond plat, et celles de Xavier de Maistre, dont parle M. Ricco dans une Lettre que je présenterai tout à l'heure à l'Académie ([1]).

» Le P. Dechrevens aborde dans sa Note un second point sur lequel je demande la permission d'insister plus longuement.

» On n'a jamais vu, aux États-Unis ([2]), de tornado débuter au ras du sol, s'élever ensuite dans l'atmosphère comme une colonne nébuleuse, et pénétrer enfin, en s'élargissant, jusqu'au sein des nues. C'est là pourtant ce que devrait faire tout tornado d'après la théorie régnante.

» En revanche, on les a vus cent fois se former en haut, au sein des nues, débuter par une espèce de téton faisant saillie en dessous, puis de sac conique fermé et pendant la pointe en bas, tout en marchant déjà sur

---

([1]) Voir plus loin, p. 83.

([2]) Je parle des États-Unis, parce que ces phénomènes y ont été étudiés en grand et d'une manière complète.

la future trajectoire du tornado devenu complet. Ce sac s'allonge vers le bas comme une trompe d'éléphant; mais, tant qu'il ne touche pas le sol par sa pointe, il ne commet aucun dégât. Les destructions commencent dès qu'il touche le sol ([1]).

» Déjà l'on peut remarquer que cette succession constante de phénomènes est d'accord avec ma théorie. Ce que cette théorie indique arrive *toujours*, ce que la théorie des météorologistes suppose n'arrive *jamais*.

» Il y a plus; quand on suit un tornado sur sa longue trajectoire, on s'aperçoit que cette trajectoire présente parfois des lacunes de plusieurs *miles* d'étendue. Ici le tornado a cessé d'agir sur le sol; plus loin il a repris son œuvre de destruction. En consultant les témoins du phénomène, on apprend que pendant ce laps de temps le tornado a cessé de toucher terre : il se mouvait la pointe en bas, au-dessus du sol.

» Les maîtres de la Science, aux États-Unis, remplis d'une ferme confiance dans leurs théories, ne pouvaient admettre de tels faits. Ces observations devaient être incomplètes, car les tornados étant ascendants et s'élevant du sol lui même, ils devaient toujours laisser sur le sol des traces de leur passage. S'ils paraissaient se détacher du sol, ce ne pouvait être là qu'une illusion due à ce que leur partie inférieure, faute de vapeur d'eau condensée, devenait transparente; mais l'énergie rotatoire et ascensionnelle ne saurait disparaître sans mettre fin au phénomène, et, par suite, le tornado devait travailler là comme ailleurs. Ils ont donc invité les observateurs du *Signal Corps* à bien examiner si, quand un tornado marche la pointe au-dessus du sol, il ne se trouve pas au-dessous de cette pointe, sur le sol lui-même, des indices montrant que le tornado n'en existait pas moins, à partir du sol, à l'état de colonne transparente, et par suite invisible. Ces observateurs, fidèles à la consigne, n'ont pas manqué d'obtempérer à ces instructions. Chaque fois qu'ils ont rencontré des cas pareils, ils ont cherché avec le plus grand soin les traces de l'action que le tornado aurait dû exercer d'après les théoriciens. Ils n'ont rien trouvé,

---

([1]) Les trombes présentent des phases inverses quand elles remontent vers les nues. Ainsi, celle de Genève, dont on a parlé dernièrement à l'Académie, et qui, dans son plein, travaillait sur le lac avec l'énergie de plusieurs roues de bateau à vapeur, s'est relevée un peu plus loin, *comme un serpent qui retire sa queue*, en arrivant aux vignes du rivage et n'y a pas produit le moindre dégât. Ne pas confondre ces phénomènes avec celui des trombes en partie transparentes, dont le tube est simplement interrompu un moment sur toute sa largeur, et qui sont en pleine action sur le sol ou sur l'eau. J'en ai donné l'explication dans ma Notice de l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* pour 1875, p. 496.

pas même, dit franchement M. Finley, *the slightest evidence of its destructive energy*. Cela n'a rien changé aux convictions susdites.

» Car que peuvent les faits, même les plus palpables, quand ils contrarient un préjugé bien enraciné? En voici un second exemple : c'est la contradiction qui existe entre l'idée des trombes nées sur place, en bas, s'élevant de là vers le ciel, et le fait de leur mouvement rapide de translation. Ces théoriciens qui s'efforcent de reproduire des trombes dans un bocal semblent ne pas se douter que le mouvement de translation leur est aussi essentiel que le tourbillonnement. Vous dites que les tornados naissent au sein du calme, dans les basses couches de l'air, grâce à un excès local de température qui se transmet d'un sol surchauffé à l'air qui le recouvre; vous affirmez que l'air, tendant à s'élever, forme là une colonne ascendante qui s'alimente en bas par une sorte de tirage. Mais, s'il en était ainsi, cette colonne ne bougerait pas. Il n'y a aucune raison pour qu'elle se déplace d'un côté plutôt que de l'autre. Et pourtant tous les tornados marchent à grande vitesse. Vous auriez grand'peine à les suivre au galop de votre cheval. Ils marchent ainsi au sein d'une atmosphère calme, à peu près vers le nord-est (aux États-Unis), ou même contre le vent s'il règne en bas un souffle d'air. Ils ne se mettent pas en marche peu à peu; mais, dès qu'on les voit pendiller des nues, ils ont, du premier coup, toute leur vitesse; ils prennent sans hésitation, du premier coup, leur direction, et le travail gigantesque qu'ils accomplissent ensuite sur le sol ne modifie en rien leur allure ou leur aspect.

» Comment voulez-vous qu'une colonne d'air chaud s'élevant comme la fumée d'une cheminée présente des caractères pareils? Évidemment, les savants qui ont imaginé cette hypothèse n'ont pas songé au mouvement de translation rapide et régulier dont toutes les trombes, tous les tornados, tous les typhons, tous les cyclones sont animés. Ce qu'il y a de plus curieux, c'est qu'aujourd'hui leurs successeurs ne paraissent pas se douter que, si leurs efforts sont vains pour expliquer ce mouvement de translation, c'est que l'hypothèse elle-même implique l'immobilité.

» Il n'y a pas un mot dans cette théorie qui ne soit contredit par les faits. Le tourbillonnement? mais comment une giration s'établirait-elle dans des airs appelés de si près vers un centre de raréfaction? Aussi, les premiers météorologistes soutenaient-ils que les trombes, les cyclones ne tournent pas. Et notez qu'il s'agit ici de girations rapides, assez violentes pour détruire des maisons en quelques secondes ou pour casser net des arbres de 2^{m} de tour. Des colonnes d'air ascendantes, à forme légèrement

conique, la pointe en bas? mais cela est matériellement impossible. Il faudrait, pour que l'air, qui tend à monter sur place et qui est en même temps appelé vers un centre d'aspiration, présentât cet aspect, qu'il fût maintenu par une vaste planche placée un peu au-dessus du sol et forcé de passer par un trou unique percé dans cette planche.

» Cela n'empêche pas le P. Dechrevens de dire à l'Académie que les actions exercées par les tornados s'expliquent facilement par des girations ascendantes. Il ajoute que, si les tornados paraissent descendre la pointe en bas, c'est que l'humidité renfermée dans la colonne ascendante n'est pas en état de saturer l'air et d'y produire une nébulosité visible. De même on cesse de la voir en bas, bien qu'elle existe toujours, lorsqu'elle aura, pour ainsi parler, vidé de sa vapeur l'air ambiant (*Comptes rendus*, p. 1289) : elle paraîtra alors remonter vers les nues, la pointe toujours en bas. « La for» mation de nouvelles vapeurs ou le seul déplacement de la trombe suffira » à lui redonner une apparence de vie, et la pointe paraîtra redescendre » vers le sol ou la mer. »

» A cela il faut répondre que les observations ont prononcé sur le premier point : quand un tornado se forme dans les nues et descend des nues, on ne trouve jamais sur le sol le moindre indice que le tornado existait antérieurement tout formé sur le sol. Quant au second point, il faut bien dire que les trombes ne pompent pas de préférence l'humidité contenue dans l'air : elles ne parviendraient pas ainsi à dessécher l'air inférieur, à le *vider* de sa vapeur d'eau.

» Personne n'apprécie mieux que moi les travaux de l'observatoire de Zi-Ka-Wei et les mérites de son directeur. Je le connais depuis longtemps par une observation du plus haut intérêt. Vers l'époque où il prit la direction de cet observatoire, une famine effroyable sévissait dans une partie de la Chine. Une longue sécheresse avait supprimé toutes les récoltes de riz, aliment unique de ces populations. Les Chinois mouraient littéralement de faim par centaines de milliers. Le désastre, en se prolongeant, avait pris des proportions épouvantables. Enfin les pluies fécondantes revinrent, et le P. Dechrevens nous fit remarquer que cette heureuse période avait été inaugurée par l'arrivée d'un typhon. Les typhons avaient manqué jusque-là. Par d'autres données analogues, je pensai qu'il y avait là autre chose qu'une coïncidence fortuite. Les courants supérieurs qui charrient les cirrus et où naissent les cyclones peuvent donc manquer au-dessus d'une région déterminée et abonder au contraire un peu plus loin; puis, au bout d'un temps plus ou moins long, reprendre leur cours habituel. Les sécheresses

prolongées et les désastres qui en sont la suite dans certains pays ne tiennent donc pas seulement à des circonstances locales, mais aussi aux causes lointaines qui déplacent les courants supérieurs, causes dont les fluctuations à longue période mériteraient d'être étudiées. C'est qu'en effet les averses fécondes qui accompagnent les cyclones ou les typhons sont produites par les cirrus que les girations descendantes entraînent dans les couches inférieures chargées d'humidité. Ni les averses ni les orages ne se formeraient dans ces cyclones sans l'appoint des cirrus. Malheureusement pour moi, M. Dechrevens, qui avait d'abord manifesté quelque tendance vers mes idées, ne tarda pas à suivre le grand courant météorologique. Je cessai d'être informé de travaux que j'aurais été obligé de combattre, et d'espérer la solution des grands problèmes que lui-même m'avait fait entrevoir.

» C'est qu'il existe en Orient, aux Indes, en Chine et aux îles de l'hémisphère austral, une école météorologique où l'on a abandonné l'ancienne ligne de Piddington pour se laisser prendre au préjugé des tempêtes d'aspiration centripète.

» On est allé dans cette voie plus loin que dans nos pays occidentaux, témoins les fameux diagrammes des tempêtes australes dus à M. Meldrum. Quand on ne dispose que des documents nécessairement incomplets que les marins recueillent en mer au milieu des périls de toute sorte, il faudrait avant tout avoir l'esprit libre, au lieu de proclamer qu'il faut avant tout avoir présent à l'esprit que les tempêtes sont d'aspiration centripète. Ce n'est pas ainsi que Piddington opérait dans les mêmes parages. S'il a fondé, avec les observations des marins dans la mer des Indes, la théorie cyclonique à laquelle les explorateurs des tempêtes sur l'Atlantique, Reid et Redfield, arrivaient de leur côté, on ne peut dire qu'il ait plié les faits à une idée préconçue.

» Il en est autrement de ses successeurs en Orient. Si les directeurs des observatoires de Calcutta, de Maurice, de Zi-Ka-Wei, etc., ont accusé les règles approximatives, tirées de l'observation seule, d'être en erreur de 2, 3, 4, 5 quarts, c'est-à-dire de 22°, 34°, 49° et même 56°, s'ils ont assigné aux tempêtes orientales des configurations que les météorologistes de l'Occident eux-mêmes n'ont pas voulu admettre, c'est que ces savants orientaux ont voulu plier à toute force les observations à leur théorie.

» Aujourd'hui le P. Dechrevens en veut faire autant aux expériences qui persistent à ne pas donner de trombes ascendantes. Si la logique dominait

les esprits, il ne resterait plus à ces savants qu'à défendre aux trombes et aux tempêtes de marcher, puisque leur théorie les suppose immobiles. »

COSMOLOGIE. — *Météorite tombée le* 22 *septembre* 1887 *à Phû-Long, Binh-Chanh (Cochinchine).* Note de M. **Daubrée.**

« Comme complément à la Communication de M. Delauney, présentée à l'Académie des Sciences dans la séance du 19 décembre dernier, au moment même où elle venait de me parvenir, je crois devoir ajouter que la météorite de Phû-Long consiste en une roche d'un des types les plus fréquents.

» C'est une sporadosidère-oligosidère fort analogue à beaucoup de météorites, notamment à celles de Tabor (Bohême), 3 juillet 1753, Weston (Connecticut), 14 décembre 1807; Limerick (Irlande), 10 septembre 1813; Ohaba (Transylvanie), 10 octobre 1817. Comme dans tout ce groupe, on y remarque beaucoup de globules ou chondres à structure fibreuse et radiée, ayant les caractères de l'enstatite, sur lesquelles se moulent souvent des granules de fer nickelé. »

M. **Faye**, en présentant à l'Académie, au nom du Bureau des Longitudes, l'*Annuaire pour* 1888, la *Connaissance des Temps* et l'*Extrait de la Connaissance des Temps pour* 1889, s'exprime ainsi :

« La publication de l'*Annuaire* a été un peu retardée par les mesures que le Bureau a dû prendre pour en améliorer la rédaction et la rendre plus utile au public.

» L'étendue croissante des matières et des tableaux numériques de ce Recueil exigeait une variété de compétences difficile à rencontrer chez un seul rédacteur. Le Bureau a confié à une Commission, composée de MM. Janssen, amiral Cloué et Cornu, le soin de refondre ces tableaux et d'établir une sorte de roulement entre les matières qui peuvent ne pas être reproduites chaque année, de manière à obtenir de la place pour de nouveaux documents, sans augmenter indéfiniment le format. M. Lœwy reste naturellement chargé de la partie astronomique.

» On verra que, par les modifications adoptées, on est parvenu à donner place, dans le volume actuel, à des matières nouvelles sans avoir rien sacrifié de vraiment utile.

» Les Notices scientifiques comprennent cette année un article sur l'*Age des étoiles*, de M. Janssen. On sait le succès que cette Notice, écrite primitivement pour l'*Annuaire*, a obtenu à la séance publique des cinq Académies, dans laquelle M. Janssen en a donné lecture.

» Dans une seconde Notice, M. l'amiral Mouchez rend compte de la suite donnée à la grande entreprise internationale de Photographie céleste dont il a pris l'initiative.

» Enfin M. d'Abbadie raconte son expédition récente en Orient pour la détermination des éléments du magnétisme terrestre dans une contrée qui n'est guère plus accessible qu'autrefois aux investigations scientifiques. L'illustre voyageur a parcouru la basse Égypte, une partie des côtes de la mer Rouge, la Palestine, la Syrie, et a terminé son périple par Constantinople et Athènes.

» La *Connaissance des Temps* est parvenue depuis quelques années, grâce aux perfectionnements successifs introduits par le Bureau, à satisfaire à tous les vœux des astronomes et des navigateurs. Le Bureau n'a plus qu'à la maintenir à ce niveau élevé. Nous nous plaisons à reconnaître tout ce que le Bureau doit, à cet égard, au zèle et à la haute science de M. Lœwy, chargé de la direction des calculs et de la publication de ces éphémérides, parvenues aujourd'hui à leur 211e volume annuel.

» Un arrêté du Ministre de la Marine ayant prescrit, en juillet 1887, que la *Connaissance des Temps*, ou un *Extrait de la Connaissance des Temps*, servirait de base aux épreuves écrites imposées aux aspirants aux grades de capitaine au long cours ou de capitaine au cabotage, le Bureau des Longitudes a décidé qu'un *Extrait de la Connaissance des Temps* serait publié chaque année pour répondre le plus directement possible aux besoins de la navigation commerciale. M. Bouquet de la Grye, chargé de cette publication, dont je présente ici le premier volume pour 1889, y a joint d'utiles indications relatives aux marées, d'après l'*Annuaire du Service hydrographique*. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. Ch. Rey demande l'ouverture d'un pli cacheté dont l'Académie a accepté le dépôt dans sa séance du 24 janvier 1887.

Ce pli, inscrit sous le numéro 4134, est ouvert en séance par M. le Secrétaire perpétuel. Il contient une Note sur la locomotion aérienne sans aérostat.

L'Auteur expose comme il suit les principes qui l'ont guidé dans ses recherches :

« Un travail mécanique, si faible qu'il soit, peut tenir en équilibre aérien un poids P, aussi lourd que l'on voudra, sous cette seule condition que l'intervalle de temps T entre les battements consécutifs sur l'air soit suffisamment réduit. Cette loi résulte de ce que le travail mécanique produit par la pesanteur est proportionnel au carré du temps écoulé, tandis que les autres sont simplement proportionnels au temps. Dans le cas des petits intervalles de temps, cette circonstance donne la supériorité au travail simplement proportionnel. Il suffit donc de précipiter les battements pour déterminer l'ascension en diminuant T ou de les ralentir pour obtenir la descente. »

Dans une nouvelle Note qu'il adresse à l'Académie, l'Auteur développe les conséquences qu'il a déduites de ses formules pour l'établissement de tout appareil volant.

(Renvoi à la Commission des aérostats.)

M. A. Leroy adresse un Mémoire ayant pour titre : « Nouveaux principes de navigation dans l'air; solution du problème de la navigation aérienne, en utilisant les courants atmosphériques ».

(Renvoi à l'examen de M. Maurice Lévy.)

M. Desboves soumet au jugement de l'Académie une nouvelle rédaction de son Mémoire « Sur la résolution, en nombres entiers, de l'équation $aX^4 - bY^4 = 2Z^2$, lorsque a et b sont deux nombres premiers consécutifs, $8n+7, 8n+5$ ou $8n+5, 8n+3$ ».

(Commissaires : MM. Darboux, Halphen.)

» M. Manuel Gomez Vidal soumet au jugement de l'Académie un Mémoire « Sur la cause physique de la rotation des astres et sur ses lois ».

(M. Janssen se charge d'examiner ce Mémoire.)

CORRESPONDANCE.

MM. Alf. Angot, P. Appell, Fr. Ardissone, Arnaud, Boudier, E. Dubois, Galtier, Guyou, A. Haller, Ed. Heckel, Paul et Prosper Henry, Héraud, Jaccoud, Moisson, J. Morin, Ollivier, Périgaud, Alb. Robin, Ch. Rouvier, Vanlair, Vieille, Wilh. Zenker adressent leurs remerciements à l'Académie pour les récompenses dont leurs travaux ont été l'objet dans la dernière séance publique.

M. le Recteur de l'Université de Bologne invite l'Académie à se faire représenter aux fêtes qui auront lieu le 12 juin prochain pour célébrer le 8e centenaire de l'Université.

M. le Ministre de l'Instruction publique rappelle à l'Académie qu'une loi, promulguée le 10 décembre dernier, institue un prix au profit de la personne qui découvrira un procédé simple et usuel pouvant être mis en pratique par les agents de l'Administration pour déterminer, dans les spiritueux du commerce et des boissons alcooliques, la présence et la quantité des substances autres que l'alcool chimiquement pur ou alcool éthylique.

Aux termes de cette même loi, l'Académie des Sciences est chargée de déterminer les conditions dans lesquelles le prix devra être décerné et de le décerner conformément au programme qu'elle aura arrêté.

M. le Ministre ajoute qu'en conséquence l'Académie aura à fixer les détails du programme, l'époque à laquelle devra s'ouvrir le concours, à indiquer les conditions que les concurrents devront remplir et la date à laquelle le prix semblerait pouvoir être décerné; enfin, d'une manière générale, à se prononcer sur toutes les dispositions qu'elle jugera utiles pour que cet appel adressé à la Science ne soit pas sans résultats.

L'Académie décide qu'elle nommera, dans une prochaine séance, une Commission chargée de préparer le travail demandé par M. le Ministre.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Une brochure de M. *Léon Lalanne*, portant pour titre : « Rectification historique sur les ateliers nationaux » ;

2° Une livraison de la Paléontologie française ; 12e livraison : Terrains tertiaires, Éocène ; Échinides, par M. *Cotteau ;*

3° Une brochure de M. *E. Bertinet*, intitulée : « Théorie élémentaire du cerf-volant. (Présentée par M. Berthelot.)

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète d'Olbers, faites à l'observatoire de Nice (équatorial de Gautier de* 0m,38 *d'ouverture) par M.* **Charlois**, présentées par M. Faye.

Dates 1887.		Étoiles de comparaison.	Grandeurs.	☄ — ★ Æ.	☄ — ★ P.	Nombre de comp.
Déc. 25.......	*a*	Glasg. cat., 4054	6	+3m37s,91	+ 0′46″,3	5
26.......	*b*	Id. 4093	7,5	−2.43,68	−12.33,5	5
27.......	*b*	Id. 4093	7,5	−0.35,78	0,0	6

Positions des étoiles de comparaison.

Dates. 1887.	Étoiles de compar.	Ascension droite moy. 1887,0.	Réduction au jour.	Distance polaire moy. 1887,0.	Réduction au jour.	Autorités.
Déc. 25	*a*	16h22m48s,55	+1s,02	89°4′49″,9	+0″,7	½ (Glasg. cat., 4054 + Lam1, 5150)
26.	*b*	16.31.21,09	+1,03	89.31. 6,3	+0,5	⅓ (Glasg. cat., 4093 + Lam1, 5218 + R., 5465)
27.	*b*	16.31.21,09	+1,04	89.31. 6,3	+0,4	

Positions apparentes de la comète.

Dates. 1887.	Temps moyen de Nice.	Ascension droite.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire.	Log. fact. parallaxe.
Déc. 25	17h53m51s	16h26m27s,48	$\bar{1},587_n$	89°5′36″,9	$0,785_n$
26	18.10.58	16.28.38,44	$\bar{1},566_n$	89.18.33,3	$0,786_n$
27	18.11.57	16.30.46,35	$\bar{1},563_n$	89.31. 6,7	$0,787_n$

» *Remarques.* — Le 23 décembre, quand on retrouve la comète, le

noyau, de 10e grandeur, est entouré d'une brillante nébulosité; la queue, dirigée dans l'angle de position de 225°, a une longueur de 20′ à 25′ environ; elle s'étale légèrement en éventail.

» Les jours suivants, la comète me paraît plus faible. »

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *L'éclipse totale du Soleil du* 19 *août* 1887, *observée en Russie* (*Pétrowsk*). Note de M. **G.-M. Stanoiéwitch.**

« Sur une proposition toute spéciale de M. J. Janssen, j'ai eu l'honneur d'être envoyé par le gouvernement serbe en Russie, pour l'observation de l'éclipse totale du 19 août 1887. Le lendemain de l'éclipse, j'ai rédigé un Rapport pour le gouvernement serbe et pour M. Janssen, dans lequel j'ai exposé brièvement la marche de l'observation, ayant l'intention de rédiger un Rapport détaillé de toute l'expédition. Ce Rapport étant terminé, je prie l'Académie de me permettre de lui en communiquer un extrait.

» J'ai observé l'éclipse à Pétrowsk (gouvernement de Jaroslaw): $\varphi = 57°0'48'',3$, $\lambda = 36°56'18'',30$ (de Paris); le milieu de l'éclipse a dû avoir lieu à $6^h55^m3^s,0$. Dans cette expédition j'avais été chargé, par M. Janssen, de la comparaison photométrique entre la lumière de la pleine lune et celle de la couronne à l'aide d'un appareil construit spécialement dans ce but, par la maison Duboscq. En outre, j'ai voulu observer à l'aide d'une lunette la structure de la couronne, ainsi que son spectre, à l'aide d'un spectroscope à vision directe, construit par M. Lutz, et observer pendant quelques instants ce phénomène à l'œil nu. A l'aide d'un baromètre et d'un thermomètre très sensibles, je m'étais proposé de chercher l'influence de l'éclipse sur l'état barométrique et thermométrique.

» Mon programme comprenait trois parties : des observations avant, pendant et après la totalité. Observant le phénomène pour la première fois, j'ai commencé exprès les observations avant la totalité pour être occupé du phénomène avant le moment critique, de façon à n'avoir, à la venue de celui-ci, qu'à changer mon occupation, chose que je considérais comme plus facile que de commencer mes observations au moment même de la totalité. La pratique a complètement justifié ces considérations.

» Je n'ai pu exécuter mon programme, ni avant le premier contact, qui a dû avoir lieu à $5^h56^m42^s,8$; ni entre le premier et le deuxième ($6^h53^m47^s,8$), le ciel étant presque complètement couvert sur toute la partie occupée par l'astre.

» A $6^h 25^m$ le Soleil devait être déjà à moitié éclipsé, mais on ne le voyait pas. Vers l'est un trou très long dans les nuages fait voir le fond bleu du ciel, seulement plus foncé qu'au premier contact, et un peu vert. Une couche de nuages près de l'horizon était bien rose, tandis que les nuages plus élevés étaient déjà sombres.

» Dix minutes plus tard le trou à l'horizon est encore plus foncé dans le vert; à 45° le ciel est bleu foncé. A ce moment le Soleil, éclipsé un peu plus de moitié, apparaît pour la première fois, mais cela n'a duré que quelques secondes, les nuages l'ayant caché de nouveau. Cinq minutes plus tard le Soleil réapparaît et la Lune se projette sur le fond du ciel au delà du disque solaire; les nuages empêchent de le suivre plus loin.

» A $6^h 48^m$ la corne du bas du croissant est un peu tronquée; le ciel plus sombre, le zénith a la couleur indigo bleu, les nuages sont gris sombre.

» Dès ce moment les nuages traversent le disque sans le cacher complètement. On voit très bien le disque tout entier dans la lunette, sans avoir besoin du verre noir. La lumière baisse rapidement et, au moment du deuxième contact, je puis très bien voir le dernier filet du disque disparaître complètement sans montrer les grains de Baily. Ayant à ce moment l'œil à la lunette, je n'ai pas pu voir les ombres flottantes, et personne de mon entourage ne les a vues.

» La totalité commencée, je mets le photomètre en marche, ayant l'œil sur le Soleil, mais il était déjà disparu de nouveau. Je parcours d'un coup d'œil le ciel qui était d'un gris noir : je n'ai pu voir ni étoiles, ni planètes dans les quelques trous de nuages que j'ai examinés. A ce moment, les nuages laissaient voir le disque de la Lune, qui était beaucoup plus noire que le fond du ciel et qui était entourée de la couronne. En même temps on entendit l'exclamation du public : « La couronne! la couronne! » La montre marquait 40^s de la première minute de la totalité. Alors je mis en marche le photomètre et j'approchai l'œil gauche de la lunette, ayant l'œil droit sur le spectroscope, qui était porté par une seconde lunette à côté de la première. La fente étant placée tangentiellement et très près du disque, la raie coronale apparut sur un spectre continu. Au moment où je voulus chercher les lignes d'absorption, le phénomène disparaissait, pour ne plus reparaître après avoir duré en tout de vingt à vingt-cinq secondes. Je n'ai pas pu poser une seconde plaque du photomètre que j'avais préparée. J'espérais revoir la Lune; en attendant, je fis la lecture du baromètre et du thermomètre, mais les nuages restaient toujours. L'horizon est rouge et sur d'autres places jaune très intense. Au moment où un trou dans les nuages atteignait l'astre,

un rayon de Soleil indiquait que l'éclipse était terminée ($6^h 56^m 18^s,3$).

» Pendant que je plaçais la fente du spectroscope sur la couronne, je n'ai remarqué aucun mouvement dans celle-ci; plus tard, le temps ne me permettait plus de l'examiner spécialement.

» Après la fin de l'éclipse, j'ai remarqué un grand dépôt de vapeur d'eau sur tous les objets qui m'entouraient.

» Malgré le ciel couvert, la clarté, pendant l'éclipse, était assez intense, mais ne provenait pas de la couronne. D'après ce fait, et surtout d'après les observations antérieures, il paraît être démontré que l'obscurité, pendant les éclipses, est d'autant plus grande que le ciel est moins couvert de nuages et que le terrain (surtout à l'horizon) est plus plat. Ainsi, le ciel étant surtout presque complètement couvert pendant la totalité, je n'ai pas eu besoin de la bougie qui était allumée; j'ai même pu faire la lecture du baromètre sans m'en servir. En jetant un coup d'œil à côté, je pus lire, à 2^m de distance, l'inscription d'une brochure à couverture rouge.

» Le baromètre et le thermomètre ont été observés les 18, 19 et 20 août, depuis $5^h 30^m$ jusqu'à 6^h, depuis 8^h jusqu'à $8^h 30^m$ toutes les dix minutes, et depuis 6^h jusqu'à 8^h toutes les cinq minutes. Les courbes barométriques tirées de ces observations sont toutes les trois assez saccadées; mais on ne peut pas dire que l'éclipse a influencé sensiblement cet instrument. La veille, le baromètre descendait depuis $6^h 25^m$ ($755^{mm},88$) jusqu'à $6^h 55^m$ ($755^{mm},36$) et restait constant depuis ce moment jusqu'à $7^h 35^m$ ($755^{mm},34$). Le jour de l'éclipse, le baromètre descend depuis $6^h 35^m$ ($748^{mm},30$) jusqu'à $6^h 50^m$ ($748^{mm},02$); depuis ce moment, il remonte doucement jusqu'à $7^h 55^m$ ($740^{mm},00$); pas de changement appréciable au moment de la totalité (à $5^h 33^m 3^s$). Le lendemain, le baromètre, au moment qui correspond à la totalité, reste constant depuis $6^h 35^m$ ($743^{mm},41$) jusqu'à 7^h, puis il tombe brusquement de $0^{mm},3$ à $7^h 10^m$, remonte au même état à $7^h 35^m$ et reste stable jusqu'à $8^h 30^m$.

La température n'a pas baissé sensiblement pendant la totalité. Le thermomètre qui m'a servi était divisé en dixièmes et était placé à l'ombre. A $5^h 30^m$, il indiquait $16°,2$ et montait très doucement jusqu'à $6^h 15^m$, où il indiquait $17°,8$; dès ce moment, il restait constant jusqu'à $6^h 30^m$ et descendait ensuite graduellement pour arriver à $17°$ au moment de la dilatation complète. Tout de suite après, il remontait constamment jusqu'à $8^h 30^m$, où il marquait $19°,5$.

» En envoyant la plaque photométrique à M. Janssen pour la développer et comparer avec les autres prises de la pleine Lune, j'exprimais, dans

ma lettre, la crainte que la plaque ne fût influencée par l'humidité; et, en effet, M. Janssen a reconnu sur l'image les influences de l'humidité qui changent beaucoup les teintes obtenues et rendent impossible toute comparaison exacte.

» Il est évident que M. Janssen a une très grande part dans cette entreprise scientifique, d'abord en proposant cette expédition au gouvernement serbe, puis en me traçant un programme et en me prêtant les instruments nécessaires pour l'observation. J'ai donc le devoir de lui exprimer ma reconnaissance. En même temps, je ne peux pas passer sous silence le bon accueil que j'ai trouvé chez M. O. Struve, à Pulkova, ainsi que chez M. Plasenappe, au lieu même de l'observation, à Pétrowsk. »

Remarques sur la Communication précédente; par M. **J. Janssen.**

« M. Stanoiéwitch, ancien élève de l'observatoire de Meudon, m'avait donné des preuves si réelles de capacité que je n'ai pas hésité à proposer au gouvernement serbe de lui confier la mission d'observer l'éclipse totale du 19 août de l'année dernière. Ainsi que j'ai eu l'honneur d'en informer l'Académie, j'avais donné à M. Stanoiéwitch un programme et des instruments. On sait que le temps a bien mal favorisé les observateurs. La station choisie par M. Stanoiéwitch a été une des plus favorisées ou tout au moins une des moins maltraitées. M. Stanoiéwitch a fait tout ce qu'il était possible pour tirer le meilleur parti possible des circonstances. Je suis persuadé qu'il aura un succès complet s'il lui est donné d'observer les prochaines éclipses totales.

» La mesure par la photométrie photographique de la valeur de l'intensité lumineuse de la couronne pendant la totalité pour l'éclipse du 19 août ne peut pas être déduite des observations de M. Stanoiéwitch à Pétrowsk, tant à cause de l'état du ciel pendant la totalité que de certaines actions d'humidité sur les plaques photographiques. C'est une des principales questions dont il sera opportun de s'occuper dans l'avenir.

» Il est certain que des mesures de ce genre, exécutées avec soin, pendant une série assez longue d'éclipses totales, seraient très propres à nous renseigner (en tenant compte, bien entendu, des variations des diamètres apparents relatifs de la Lune et du Soleil) sur la valeur absolue et les variations du pouvoir lumineux de la couronne solaire, dont l'étude est maintenant tout à fait à l'ordre du jour. »

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur un problème relatif à la durée du jeu;* par M. E. Rouché.

« Pierre et Paul jouent l'un contre l'autre jusqu'à ce que l'un d'eux soit ruiné. A et B sont leurs fortunes primitives, a et b leurs mises à chaque partie, p et $q = 1 - p$ leurs probabilités respectives de gagner l'une quelconque des parties.

» On promet à Jean, qui ne participe pas au jeu, *un* franc par partie jouée. Quelle est l'espérance mathématique de Jean, c'est-à-dire la valeur vénale V de la promesse qui lui est faite?

» M. Bertrand a trouvé (*Comptes rendus,* 7 novembre 1887) que, lorsque le jeu est équitable, la valeur V est égale au produit AB des fortunes des deux joueurs, les mises a et b étant supposées égales à l'unité.

» Mais qu'arrive-t-il quand le jeu n'est pas équitable? L'étude de ce cas m'a conduit à un théorème qui me paraît digne d'attention à cause de son élégante simplicité.

» Lorsque le jeu n'est point équitable, la quantité

$$(a+b)p - a \tag{1}$$

est différente de zéro. Si elle est, par exemple, positive, le jeu est avantageux pour Pierre, et nous donnerons à l'expression (1), c'est-à-dire à l'excès de l'espérance mathématique sur la mise, le nom d'*avantage de Pierre à chaque partie*. L'avantage de Paul sera alors négatif; c'est la quantité $(a+b)q - b$, qui n'est autre que la précédente (1) changée de signe.

» Par analogie, nous nommerons *avantage total* de Pierre la quantité

$$(A+B)P - A,$$

P désignant la probabilité pour que Pierre ruine Paul; c'est l'excès de l'espérance totale $(A+B)P$ de Pierre sur sa fortune primitive A. L'avantage total de Paul serait la même quantité prise en signe contraire.

» Cela posé, le théorème auquel j'ai été conduit peut s'énoncer de la manière suivante :

» *La valeur vénale de la promesse faite à Jean est égale au rapport de l'avantage total de l'un quelconque des joueurs à l'avantage du même joueur dans chaque partie.*

» Pour démontrer cette proposition, ou la formule

$$V = \frac{(A + B)P - A}{(a + b)p - a} \tag{2}$$

qui en est la traduction algébrique, désignons par y_x l'espérance mathématique de Jean au moment où la fortune de Pierre est x. La valeur de y_x se composera de trois parties, qui sont : 1° le franc qui est assuré à Jean pour la partie qu'on va jouer; 2° l'espérance y_{x+b} de Jean après que Pierre aura gagné cette partie, multipliée par la probabilité p que Pierre a de la gagner; 3° l'espérance y_{x-a} de Jean après que Paul aura gagné la susdite partie, multipliée par la probabilité q que Paul a de la gagner. De là résulte l'équation

$$y_x = 1 + p y_{x+b} + q y_{x-a}, \tag{3}$$

à laquelle il s'agit de satisfaire à l'aide d'une fonction renfermant deux constantes arbitraires; on déterminera ensuite ces constantes par les conditions

$$y_0 = 0, \qquad y_{A+B} = 0, \tag{4}$$

qui expriment la cessation du jeu dès que Pierre a tout perdu ou tout gagné; enfin on aura l'inconnue V par la formule $V = y_A$.

» Or, si l'on pose

$$y_x = C\alpha^x + C_1 x + C_0 \tag{5}$$

et si l'on substitue dans (3), on a, suppression faite des termes qui ont pour coefficient $p + q - 1$,

$$C\alpha^{x-a}(p\alpha^{a+b} - \alpha^a + q) + \{1 + C_1[(a + b)p - a]\} = 0.$$

L'expression (5) sera donc une solution de (3) avec deux constantes arbitraires C et C_0, si l'on prend, pour α, la racine positive, autre que 1, de l'équation trinôme

$$pX^{a+b} - X^a + q = 0$$

et, pour C_1, la valeur

$$C_1 = \frac{-1}{(a + b)p - a},$$

qui est finie, puisque, dans notre hypothèse, la quantité (1) n'est pas nulle.

D'ailleurs, les conditions (4) imposent dès lors à C et à C_0 les valeurs

$$C_0 = -C = \frac{A+B}{[(a+b)p-a](1-\alpha^{A+B})};$$

on a donc

$$y_x = \frac{A+B}{[(a+b)p-a]}\,\frac{1-\alpha^x}{1-\alpha^{A+B}} - \frac{x}{[(a+b)p-a]}$$

et enfin

$$V = y_A = \frac{(A+B)P-A}{(a+b)p-a},$$

en posant

$$P = \frac{1-\alpha^A}{1-\alpha^{A+B}}.$$

» Il suffit, pour achever, de prouver que cette dernière expression P représente la probabilité pour que Pierre ruine Paul.

» Or, si l'on désigne par z_x la probabilité que Pierre, lorsqu'il possède x, a de ruiner Paul, le principe de la probabilité totale donne l'équation

$$z_x = p\,z_{x+b} + q\,z_{x-a},$$

à laquelle on satisfait en posant

$$z_x = K\alpha^x + K',$$

α ayant la valeur déjà indiquée, et K et K′ restant arbitraires. Mais ici on doit avoir

$$z_0 = 0, \qquad z_{A+B} = 1;$$

il en résulte

$$K' = -K = \frac{1}{1-\alpha^{A+B}},$$

puis

$$z_x = \frac{1-\alpha^x}{1-\alpha^{A+B}}$$

et enfin

$$z_A = \frac{1-\alpha^A}{1-\alpha^{A+B}} = P. \text{ »}$$

Démonstration du théorème précédent; par M. **Bertrand**.

« Pierre et Paul jouent à un jeu de hasard: l'enjeu de Pierre est a, celui de Paul est b; la probabilité de Pierre est p, celle de Paul est q;

$pb - aq$ est positif. Soit n le nombre probable des parties jusqu'à la ruine de l'un des joueurs. Si $p_1, p_2, p_3, \ldots$ sont les probabilités pour que le jeu finisse en $x_1, x_2, \ldots, x_\mu$ parties, on aura

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_\mu x_\mu + \ldots = n.$$

» Pierre peut conclure, avec des acheteurs différents, des marchés équitables qui leur livrent les avantages qui pourront pour lui résulter du jeu si le nombre des parties est un nombre désigné. Un acheteur, par exemple, recevra la promesse d'obtenir le bénéfice tout entier si le nombre des parties est x_1 ; celui-là devra payer évidemment

$$p_1 x_1 (pb - aq).$$

» La somme des bénéfices que Pierre attend peut être vendue à des acheteurs différents. Tous les marchés sont équitables et leur conclusion simultanée ne peut créer aucune difficulté, puisque, quel que soit le nombre des coups joués, l'un des acheteurs se substituera au vendeur, et les autres, d'après leurs conventions, en échange des chances équitablement payées à l'avance, n'auront rien à réclamer; la somme payée en échange de la totalité des gains probables sera

$$(p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_\mu x_\mu)(pb - aq).$$

» Cette somme est évidemment égale à l'excès, sur la fortune de Pierre, de l'espérance mathématique résultant, pour lui, de la détermination de jouer jusqu'à la ruine de l'un des deux joueurs. Cette espérance mathématique est le produit de l'enjeu total $(m + n)$ par la probabilité P de le gagner et l'avantage du joueur est l'excès de cette espérance mathématique sur la somme m qui, une fois le jeu commencé, devient une partie de l'enjeu $m + n$, qui ira tout entier à l'un des deux adversaires. On peut donc écrire

$$(p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n)(pb - qa) = \mathrm{P}(m + n) - m$$

et, par conséquent,

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n \frac{\mathrm{P}(m + n) - m}{pb - qa}.$$

» Le premier membre est le nombre probable des parties qui seront

jouées, égal à l'espérance mathématique de celui à qui l'on promettrait autant de francs qu'il y aura de parties jouées, et l'équation exprime par conséquent le théorème de M. Rouché.

» Il est bien digne de remarque que ni la démonstration précédente, ni celle de M. Rouché, ne pourraient s'appliquer au cas d'un jeu équitable. Le problème est, en effet, très différent et le mécanisme, pour ainsi dire, de la ruine de l'un des joueurs devient tout autre quand le jeu cesse d'être équitable. La perte probable, en effet, contient alors un terme proportionnel au nombre des parties jouées, qui, quel que soit l'avantage fait à l'un des joueurs, devient à la longue le terme principal devant lequel les autres sont négligeables. Quand le terme principal devient nul, on conçoit que le problème soit complètement changé.

» La formule de M. Rouché donnerait cependant celle que j'ai fait connaître en considérant le jeu équitable comme un cas limite : l'expression prend alors la forme $\frac{0}{0}$, mais il n'est pas difficile d'en trouver la vraie valeur. »

GÉOMÉTRIE. — *Détermination sous forme explicite de toute surface réglée rapportée à ses lignes asymptotiques, et en particulier de toutes les surfaces réglées à lignes asymptotiques algébriques.* Note de M. G. **Kœnigs**, présentée par M. Darboux.

« L'analyse indéterminée s'étend aux équations différentielles; étant donné un certain nombre de ces équations simultanées, en nombre insuffisant pour définir toutes les fonctions qu'elles contiennent, on peut souhaiter d'exprimer ces fonctions à l'aide de fonctions arbitraires et de leurs dérivées, en sorte que les équations différentielles soient identiquement satisfaites. En particularisant ces fonctions arbitraires, on obtiendra autant de solutions que l'on voudra. Si l'on peut ainsi représenter toutes les solutions imaginables du système d'équations proposé, on peut dire que la représentation à l'aide des fonctions arbitraires est générale. Je me propose de donner ici un exemple de ce genre d'analyse, sur les lignes asymptotiques des surfaces réglées.

» Toute surface réglée peut, au moins théoriquement, être représentée par des équations de la forme

$$\rho x_i = g_i(\lambda) + h_i(\lambda)\mu,$$

les lignes $\mu =$ const. étant les lignes asymptotiques de la surface. Les fonctions g_i et h_i sont alors liées par certaines relations nécessaires et suffisantes, auxquelles est applicable la méthode ci-dessus définie.

» Pour que les courbes $\mu =$ const. soient des asymptotiques, il faut et il suffit que les fonctions $g_i + \mu h_i$ vérifient une équation aux dérivées partielles de la forme

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \lambda^2} + A \frac{\partial \theta}{\partial \lambda} + L \frac{\partial \theta}{\partial \mu} + M\theta = 0$$

(Darboux, *Cours de Géométrie*, t. I, p. 145); on en conclut qu'on doit ici avoir, pour $i = 1, 2, 3, 4$,

$$g_i'' + \mu h_i'' + A(g_i' + \mu h_i') + B g_i + C h_i = 0.$$

On voit d'abord aisément que A est une simple fonction de λ, et B, C des fonctions entières et du premier degré de μ. Nous poserons donc

$$A = \frac{b}{s}, \qquad B = \frac{d - \mu}{s}, \qquad C = \frac{p + q\mu}{s},$$

où b, d, p, q, s sont des fonctions de λ, encore indéterminées.

» On trouve alors les deux équations

$$(1) \qquad sh_i'' + bh_i' + qh_i - g_i = 0,$$
$$(2) \qquad sg_i'' + bg_i' + dg_i + ph_i = 0.$$

» En tirant g_i de la première équation et portant dans la seconde, on trouve une équation du quatrième ordre

$$(3) \left\{ \begin{aligned} & s^2 h_i^{\text{iv}} + 2s(s' + b)h_i''' + [s(s'' + 2b' + q) + b(s' + b) + sd]h_i'' \\ & \quad + [s(b'' + 2q') + b(b' + q) + bd]h_i' + [sq'' + bq' + dq + p]h_i = 0. \end{aligned} \right.$$

» Les quatre fonctions h_1, h_2, h_3, h_4 vérifient une équation du quatrième ordre facile à former, quand on connaît ces fonctions; soit cette équation

$$h^{\text{iv}} + 4P_1 h''' + 6P_2 h'' + 4P_3 h' + P_4 h = 0,$$

qui doit être identique avec (3); en identifiant, on trouve

$$(4) \left\{ \begin{aligned} s(s' + b) &= 2P_1 s^2, \\ s(s'' + 2b' + q) + b(s' + b) + sd &= 6P_2 s^2, \\ s(b'' + 2q') + b(b' + q) + bd &= 4P_3 s^2, \\ sq'' + bq' + dq + p &= P_4 s^2, \end{aligned} \right.$$

ce qui peut s'écrire encore

$$(5)\qquad \begin{cases} s' + b - 2P_1 s = 0, \\ -b'' + (2P_1' + 4P_1^2 - 6P_2)b + 4P_3 s - 2q' = 0, \end{cases}$$

$$(6)\qquad \begin{cases} s(s'' + 2b' + q) + b(s' + b) + sd = 6P_2 s^2, \\ sq'' + bq' + dq + p = P_1 s^2. \end{cases}$$

» Une fois s, b, q connus, les formules (6) feront connaître p et d par une formule algébrique linéaire; tout se résout donc à déterminer s, b, q d'après les équations (5). En posant

$$(7)\qquad 2\theta = b' + 2q,$$

on est facilement conduit au système

$$(8)\qquad \theta' = (P_1' + 2P_1^2 - 3P_2)b + 2P_3 s,$$

$$(9)\qquad s' = -b + 2P_1 s$$

et, en éliminant b, on trouve

$$(10)\qquad \theta' = 2(P_3 + P_1 P_1' + 2P_1^3 - 3P_1 P_2)s + (3P_2 - P_1' - 2P_1^2)s'.$$

» Appelons V l'invariant différentiel découvert par M. Halphen,

$$30V = -P_1'' + 3P_2' - 6P_1 P_1' - 2P_3 + 6P_1 P_2 - 4P_1^3:$$

l'équation (10) peut s'écrire

$$(11)\qquad \theta' = [(3P_2 - P_1' - 2P_1^2)s]' - 30Vs,$$

et si l'on désigne alors par u une fonction arbitraire de λ, il viendra, en posant

$$(12)\qquad s = \frac{u'}{30V}, \qquad \theta = (3P_2 - P_1' - 2P_1^2)s - u.$$

» La formule (9) donnera alors b, et la formule (7) donnera q; la formule (1) fera ensuite connaître g_1, g_2, g_3, g_4, en sorte qu'on aura finalement pour *représentation générale des surfaces réglées rapportées à leurs lignes asymptotiques*

$$\begin{aligned} \rho x_i = h_i \mu + \frac{u'}{30V} h_i'' + \left[2P_1 \frac{u'}{30V} - \left(\frac{u'}{30V}\right)'\right] h_i' \\ + \left[(3P_2 - 2P_1' - 2P_1^2)\frac{u'}{30V} - P_1 \left(\frac{u'}{30V}\right)' + \frac{1}{2}\left(\frac{u'}{30V}\right)'' - u\right] h_i. \end{aligned}$$

» Je répète que, dans cette formule, h_1, h_2, h_3, h_4, u sont entièrement arbitraires. Si, par exemple, on prend pour ces fonctions des fonctions algébriques quelconques, on possédera, SOUS FORME EXPLICITE, *toutes les surfaces réglées dont les asymptotiques sont algébriques*.

» Si $V=0$, la méthode semble en défaut; les tangentes de la courbe (h) font alors partie d'un complexe linéaire. Mais l'équation (11) s'intègre alors immédiatement, et l'on peut prendre s pour fonction arbitraire; on a ainsi la représentation suivante, où $\alpha=$ const.,

$$\rho x_i = h_i\mu + s h''_i + (2P_1 s - s')h'_i + \left[(3P_2 - 2P_1^2 - 2P'_1)s - P_1 s' + \tfrac{1}{2}s'' + \alpha\right]h_i,$$

qui ne diffère pas essentiellement de la précédente.

» Les applications de ces formules sont évidemment très nombreuses : c'est ainsi, par exemple, qu'on trouve toutes les surfaces réglées dont les asymptotiques sont des courbes rationnelles; il suffit de prendre pour h_1, h_2, h_3, h_4, u des fonctions rationnelles de λ.

» Remarquons en terminant que la formule ci-dessus fournit la solution générale de ce problème :

» *Une courbe (h) étant donnée, trouver une courbe (g) correspondant point par point à (h), de sorte que le plan osculateur en un point* M *de (h) aille passer au point correspondant* M' *de (g), et que le plan osculateur de (g) en* M' *aille aussi passer par* M.

» Il me semble fort remarquable que la solution générale de ce problème puisse être explicitement obtenue sans aucune intégration ni quadrature. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les systèmes de courbes qui divisent homographiquement une suite de cercles*. Note de M. **Demartres**, présentée par M. Darboux.

« I. On sait que, si l'on considère une suite de cercles situés dans un plan, ou encore les caractéristiques d'une enveloppe de sphères, quatre quelconques de leurs trajectoires orthogonales déterminent sur tous ces cercles des systèmes de quatre points ayant le même rapport anharmonique (Darboux, *Leçons sur la théorie générale des surfaces*, p. 116). J'ai fait voir que cette propriété a lieu sans aucune restriction pour les trajectoires orthogonales d'un cercle qui se déplace et se dilate d'une manière quelconque [*Sur les surfaces à génératrice circulaire* (*Annales de l'École Nor-*

male, p. 130; 1885)]. On peut se proposer de rechercher, sur une surface cerclée, tous les systèmes de courbes qui divisent homographiquement les génératrices circulaires.

» La condition nécessaire et suffisante pour qu'il en soit ainsi est, en conservant les notations du Mémoire cité plus haut, que $\tang\frac{\varphi}{2}$ soit déterminé en fonction de l, pour les courbes ainsi définies, par une équation de Riccati; en d'autres termes, l'équation différentielle de ces courbes est de la forme

$$\frac{d\varphi}{dl} = A\cos\varphi + B\sin\varphi + C,$$

A, B, C étant des fonctions, d'ailleurs quelconques, de l. Si l'on désigne par i l'inclinaison de la ligne sur la génératrice circulaire, cette équation générale se met immédiatement sous la forme

$$H\cot i = a\cos\varphi + b\sin\varphi + c, \tag{1}$$

a, b, c étant aussi trois fonctions quelconques de l.

» Il existe donc, sur toute surface cerclée, une infinité de familles de courbes répondant à la question et dont la détermination dépend de trois fonctions arbitraires. On pourra chercher à disposer de ces fonctions et de celles qui figurent dans la définition de la surface de manière à obtenir toutes les surfaces cerclées dont les génératrices sont divisées homographiquement par certains systèmes de lignes remarquables : lignes de courbure, lignes asymptotiques, etc. Une pareille étude doit faire l'objet d'un Mémoire étendu; je me contenterai de signaler ici quelques conséquences immédiates de l'équation de condition (1).

» II. L'équation $H = 0$ fait connaître sur le cercle générateur quatre points remarquables; ces quatre points décrivent sur la surface une ligne suivant laquelle elle est inscrite à une développable focale, et cette ligne est, comme on sait, une ligne de courbure (Darboux, *Sur une classe remarquable des courbes*, p. 11).

» Par ces quatre points passent trois couples de droites que j'appellerai *sécantes focales*, et l'étude de ce quadrilatère complet donnerait presque toutes les propriétés importantes des surfaces cerclées.

» En particulier, les surfaces enveloppes de sphères et les surfaces à focale isotrope sont caractérisées par cette propriété commune que deux des sécantes focales coïncident. Ceci posé, on reconnaît sans peine que si

deux familles de courbes orthogonales répondent à la question, le second membre de l'équation (1) doit se réduire à un facteur de H^2 pour l'une des familles et à un autre facteur de H^2 pour la seconde. De là le théorème suivant :

» Théorème. — *Sur toute surface cerclée il existe trois, et seulement trois, systèmes doubles de courbes orthogonales telles que les lignes de chaque famille divisent homographiquement les génératrices circulaires. Chacun de ces systèmes correspond à un couple de sécantes focales opposées.*

» III. J'ajouterai les théorèmes suivants, dont la démonstration est immédiate, d'après l'équation (1).

» Théorème. — *Pour que les lignes de distance nulle divisent homographiquement les génératrices circulaires, il faut et il suffit que la surface soit enveloppe de sphère ou à focale isotrope.*

» Il suffit, pour s'en convaincre, d'observer que les lignes de distance nulle ont pour équation

$$\operatorname{tang} i = \sqrt{-1}.$$

» Théorème. — *Sur les surfaces à focale isotrope et sur les enveloppes de sphères, les génératrices sont divisées homographiquement par toute famille de courbes telle que l'inclinaison sur la génératrice reste constante le long de celle-ci, cette inclinaison pouvant d'ailleurs varier suivant une loi quelconque d'une génératrice à une autre.*

» Sa réciproque est vraie : il suffit même qu'il existe une seule solution de cette nature [1] pour qu'on puisse affirmer que la surface rentre dans une des deux classes simples pour lesquelles deux sécantes focales coïncident.

» Théorème. — *Pour qu'une surface focale isotrope soit divisée homographiquement par ses deux systèmes de lignes de courbure, il faut et il suffit que cette surface soit anallagmatique.*

» En effet, les lignes de courbure étant nécessairement réelles, il faut décomposer, d'après le théorème (1), H^2 en deux facteurs réels, et, comme H est ici linéaire en $\sin\varphi$ et $\cos\varphi$, il faudra poser

$$H \cot i = H\lambda,$$

---

(1) En dehors, bien entendu, de trajectoires orthogonales des génératrices.

λ étant une fonction de l; la surface présente donc cette propriété que chaque cercle est également incliné sur toutes les lignes de courbure. Or j'ai démontré que la surface est nécessairement anallagmatique (*loc. cit.*, p. 169). »

THERMODYNAMIQUE. — *Sur les variations de température des gaz et des vapeurs qui conservent la même quantité de chaleur, sous des tensions différentes.* Note de M. **Ch. Antoine.**

« La relation suivante résume les expériences de V. Regnault sur l'air atmosphérique.

» Θ et Θ' étant les températures absolues qui correspondent, Θ à la tension finale, Θ' à la tension initiale, j'ai trouvé

$$y = 25\sqrt[3]{\Theta - \Theta'}. \tag{1}$$

» Il serait assez pénible de calculer ces valeurs de Θ et de Θ', pour les différentes tensions qui ont été expérimentées par V. Regnault.

» Un artifice de calcul permet d'éviter ces opérations.

» En adoptant les pressions atmosphériques comme unité de tensions, on a, pour l'air,

$$p = \left(\frac{\Theta}{54,53}\right)^{5,5},$$

d'où

$$\Theta = 54,53\,p^{\frac{1}{5,5}};$$

pour la vapeur d'eau,

$$p = \left(\frac{\Theta_1}{155}\right)^{5,5},$$

d'où

$$\Theta_1 = 155\,p^{\frac{1}{5,5}};$$

pour une même tension p, on a donc

$$\Theta = \frac{54,53}{155}\,\Theta_1.$$

» La relation (1) devient

$$y = 25\left(\frac{54,53}{155}\right)^{\frac{1}{3}}(\Theta_1 - \Theta'_1)^{\frac{1}{3}},$$

θ_1 et θ'_1 étant les températures absolues de la vapeur d'eau, comptées à partir du zéro (— 55) qui lui est spécial,

$$\theta_1 = 55 + t, \qquad \theta'_1 = 55 + t',$$
$$\theta_1 - \theta'_1 = t - t',$$

t et t' étant les températures *ordinaires de la vapeur d'eau* à saturation.

» On a ainsi

$$y = 17{,}5 \sqrt[3]{t - t'},$$

relation qui permet d'analyser, pour ainsi dire à première vue, les deux cent quatre-vingt-huit observations que V. Regnault a faites sur l'air atmosphérique.

» Pour l'acide carbonique, on aurait

$$y = 15{,}6 \sqrt[3]{t - t'}.$$

AIR ATMOSPHÉRIQUE.

Analyse des expériences de V. Regnault sur les variations y de température dues à la compression ou à la dilatation.

$$y = 17{,}5 \sqrt[3]{t - t'},$$

t et t' étant les températures ordinaires qui, pour la *vapeur d'eau* à saturation, correspondraient : t à la tension finale et t' à la tension initiale.

Numéros des séries.	Nombre d'observations.	Tensions F.	Tensions H.	Températures t.	Températures t'.	$17{,}5\sqrt[3]{t-t'}$.	D'après Regnault compr.	D'après Regnault détente.
			Expériences de 1854 (février).					
		cm	cm	°	°			
1......	10	850	76	186	100	77,2	74,13	»
2......	4	902	77	188	100	73,9	74,19	»
3......	4	470	77	161	100	69,0	68,69	»
4......	2	771	8	181	47	89,6	76,48 (¹)	»
5......	4	950	3	191	30	94,7	82,39	»
6......	5	467	6	161	43	85,8	83,13	»
			Expériences de 1854 (mars).					
1......	7	831	77	184	100	76,7	75,12	—76,03
2......	4	937	77	190	100	78,4	76,41	—76,10
3......	12	577	76	169	100	71,8	69,50	—70,52

(¹) Regnault pense qu'il y a eu une fuite au calorimètre.

Numéros des séries.	Nombre d'observations.	Tensions F.	Tensions H.	Températures t.	Températures t'.	$17,5\sqrt[3]{t-t'}$.	D'après Regnault compr.	D'après Regnault détente.
				Détente extérieure.				
1......	8	966 cm	76 cm	191°	100°	78,8	»	−78,57
				Détente intérieure.				
1......	4	942	76	190	100	78,6	»	−80,65
				Expériences de 1864 (mai-juin-juillet).				
1......	3	321	75	147	100	63,2	65,02	−61,20
2......	4	637	75	173	100	73,2	70,09	−71,96
3......	5	576	76	169	100	71,8	74,51	−71,84
4......	4	646	76	173	100	73,2	74,55	−74,45
5......	9	819	76	184	100	76,7	76,76	−77,92
6......	5	456	17	159	63	80,2	84,89	»
7......	9	466	18	160	64	80,2	83,11	»
8......	11	859	17	185	63	86,8	84,14	»
9......	4	752	13	180	57	87,0	non calculé	»
10......	3	471	76	161	100	68,9	69,82	»
11......	3	867	76	186	100	77,2	76,88	»
12......	3	462	76	160	100	68,5	69,50	»
13......	3	944	76	190	100	78,4	76,25	»
				Expériences de 1864 (octobre).				
1......	9	359	77	151	100	64,9	67,81	»
2......	6	427	76	157	100	67,4	69,48	»
3......	9	530	77	166	100	70,7	72,71	»
4......	7	724	76	178	100	74,8	75,56	»
5......	16	936	76	190	100	78,4	78,08	»
6......	4	593	77	170	100	72,1	72,91	−72,19
				Expériences de 1864 [octobre (*suite*)].				
7......	5	1101	75	197	100	80,4	78,53	−76,95
8......	4	615	76	172	100	72,8	»	−73,27
9......	3	888	76	187	100	77,4	»	−75,00
10......	4	1247	76	203	100	82,6	77,13	»
				Expériences de 1864 (décembre).				
1......	3	616	76	171	100	71,5	72,67	−70,42
2......	6	776	75	182	100	75,8	75,38	−73,29
3......	4	858	76	186	100	77,2	78,52	−72,81
4......	10	1284	76	204	100	82,3	77,09	»

Numéros des séries.	Nombre d'observations.	Tensions F.	Tensions H.	Températures t.	Températures t'.	$17,5\sqrt[3]{t-t'}$.	D'après Regnault comp.	D'après Regnault détente.
				EXPÉRIENCES DE 1865 (mars).				
1......	4	665 cm	75 cm	175°	100°	75,8	»	−72,69
2......	3	819	75	184	100	76,6	76,95	−73,97
3......	2	741	75	180	100	74,9	76,78	−74,39
4......	4	819	75	184	100	76,6	75,39	−75,04
5......	3	886	75	186	100	77,2	75,65	−74,81
6......	3	928	75	189	103	78,1	»	−72,95
7......	6	1178	76	200	100	81,2	78,27	−75,34
				EXPÉRIENCES DE 1865 (mai).				
1......	4	528	76	166	100	70,7	73,87	−73,41
2......	5	708	76	177	100	74,5	77,45	−77,76
3......	20	872	76	187	100	77,6	78,88	−78,97
4......	6	1161	76	200	100	81,2	79,24	−80,50
				EXPÉRIENCES DE 1865.				
1......	4	861	76	186	100	77,3	77,48	−79,39
2......	4	868	76	186	100	77,3	78,98	−78,84

PHYSIQUE. — *De l'énergie nécessaire pour la création d'un champ magnétique et l'aimantation du fer.* Note de M. **AIMÉ WITZ.**

« En faisant circuler un courant dans une bobine, on crée un champ magnétique, constant en grandeur et en direction le long de l'axe : le travail exigé pour amener ce champ de zéro à son état actuel est emprunté à l'énergie du courant; il est mesurable, car on en trouve l'équivalent dans le travail nécessité par l'établissement du courant dans la bobine. Il se produit, en effet, par self-induction, une force électromotrice inverse $\left(E_1 = L\frac{di}{dt}\right)$, tendant à affaiblir le courant qui lui a donné naissance, suivant la loi de Lenz; ce phénomène détermine la loi des intensités successives pendant la période variable et retarde la réalisation du régime permanent. Au bout d'un temps t, on a une intensité

$$i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right),$$

R étant la résistance du circuit et E la force électromotrice qui l'alimente; or on voit sans peine que le travail dépensé pour établir ce courant i est égal à

$$\int_0^t \mathrm{L}i\frac{di}{dt} = \left(\mathrm{L}\frac{i^2}{2}\right)_0^t = \mathrm{W}_0^t.$$

» W est donc connu par L, qui est constant pour une bobine déterminée. Pour les bobines ordinaires, on ne peut pas calculer la valeur de ce coefficient de self-induction, mais MM. Maxwell, Joubert et Ledeboer l'ont mesurée et les chiffres qu'ils ont publiés peuvent donner W pour les cas particuliers qui ont été étudiés.

» Le champ est entretenu par le passage du courant, au prix d'un travail i^2R dans l'unité de temps; cette énergie apparaît sous forme de chaleur dans le circuit.

» Le courant vient-il à être interrompu, nous recouvrons, par l'extra-courant de rupture, le travail dépensé précédemment pour la création du champ. Cette énergie existait sans doute à l'état potentiel dans le milieu; il semble qne le travail restitué soit égal au travail dépensé, mais il serait peut-être téméraire de l'affirmer absolument.

» Introduisons dans l'axe de la bobine un noyau de fer doux, il s'aimantera aux dépens de l'énergie du courant; il est facile de s'assurer que cette aimantation n'est pas gratuite, car le régime permanent s'établit beaucoup plus lentement, et M. Ledeboer a constaté que L peut être décuplé. Ce coefficient n'est plus constant, il diminue à mesure qu'on approche de la saturation, et il tend vers la valeur qu'il avait avant l'introduction du noyau de fer dans la bobine. On a pour W la valeur $\int_0^t i\frac{d\mathrm{L}i}{dt}$, il nous manque la loi des variations de L avec l'intensité du courant i.

» Il est difficile de se prononcer sur la forme que prend l'énergie dans l'aimantation : toutefois les analogies signalées par M. Wiedemann entre les aimants et les corps élastiques nous autorisent à supposer que l'énergie est à l'état potentiel, comme dans un ressort tendu. Les molécules magnétiques ne seraient pas libres de leurs mouvements, et elles ne s'orienteraient pas sans qu'on eût à surmonter une certaine résistance que la matière opposerait à leur disposition nouvelle.

» Pour entretenir l'aimantation, il faut entretenir le champ; à vrai dire, l'aimantation ne coûte donc aucun travail supplémentaire; il ne faut non plus aucun travail pour maintenir un ressort tendu. M. Ayrton a pu s'as-

surer que le maintien de l'aimantation n'entraîne aucun échauffement du fer: le circuit seul s'échauffe. D'autre part, M. Deprez a démontré que le travail calorifique de la bobine est proportionnel à l'action magnétique entretenue par le courant.

» La rupture du courant entraîne la cessation immédiate, mais non instantanée, de l'aimantation et la récupération du travail dépensé d'abord : cette récupération est-elle complète ? Ni plus ni moins que dans les corps élastiques. Un arc ne restitue jamais entièrement le travail dépensé pour le tendre, preuve qu'il s'échauffe, si l'on répète un grand nombre de fois l'opération; de plus, il conserve une flexion permanente; de même un aimant s'échauffe et il garde une partie de son magnétisme à l'état rémanent. Les deux faits sont connus : Cazin a constaté, après 6396 désaimantations effectuées en vingt minutes, une élévation de température de 3°; dans la dynamo Siemens, à courants alternatifs, il a fallu substituer des cylindres de bois aux noyaux de fer des bobines; enfin il est très difficile de trouver des échantillons de fer parfaitement doux. La récupération n'est donc point complète, et il faut en chercher la cause dans les courants de Foucault, qui échauffent le fer, et dans l'aimantation résiduelle; ce double effet est plus considérable dans un noyau compact que dans un faisceau de fils isolés, et, de fait, M. Stracciati vient de découvrir que le magnétisme se dissipe plus vite dans ce dernier cas.

» Ces questions présentent un grand intérêt, au double point de vue théorique et pratique; j'ai cherché à mesurer le travail dépensé dans l'aimantation et à déterminer la différence entre le travail dépensé et récupéré. En attendant que j'aie l'honneur de soumettre à l'Académie les résultats complets de cette étude, je décrirai aujourd'hui la méthode à laquelle je suis arrêté et le dispositif que j'ai adopté. Un courant se bifurque dans deux circuits dérivés présentant la même résistance; ils renferment l'un une bobine, l'autre un rhéocorde de compensation et un ampèremètre, et ils traversent en sens inverse un galvanomètre différentiel très sensible : des précautions ont été prises pour que les deux circuits s'échauffent de même. Au centre de la bobine se trouve le fer doux qu'il faut aimanter. Malgré la stricte égalité des résistances des deux circuits dérivés, un courant détermine, durant la période variable, une déviation δ de l'aiguille du galvanomètre, qu'on mesure en première impulsion ; c'est qu'en effet la branche qui contient la bobine et qui produit l'aimantation a une résistance apparente supérieure à sa résistance réelle; on obtiendrait

encore une déviation, quoique plus faible, si la bobine ne renfermait pas de fer. Or il est possible, après quelques tâtonnements, d'obtenir la même impulsion de l'aiguille en introduisant par le rhéocorde une résistance surnuméraire r_1 dans l'autre branche; il suffit de connaître l'intensité i du courant dans cette branche pour calculer l'énergie dépensée pour créer le champ ou pour aimanter le noyau. Le même dispositif permet d'évaluer le déchet de la désaimantation; la bobine étant traversée par un courant permanent, on fait tomber en chute libre, à travers le canal intérieur, un noyau de fer, qu'on peut considérer comme venant de l'infini et s'éloignant à l'infini; si la récupération était égale à la dépense, l'aiguille du galvanomètre resterait immobile: il n'en est rien et l'effet est plus marqué avec un noyau plein qu'avec un faisceau de même poids. Il est possible de constater ainsi le fait annoncé par Lamont : l'effet produit par un champ magnétique sur un aimant est plus considérable quand la force agit pour diminuer l'aimantation que pour l'augmenter. Ajoutons que toutes ces expériences peuvent être effectuées très rapidement, et qu'on peut en varier la forme de beaucoup de manières. »

CHIMIE. — *Sur la vitesse de transformation de l'acide métaphosphorique.* Note de M. **Paul Sabatier**, présentée par M. Berthelot.

« Les dissolutions d'acide métaphosphorique se transforment spontanément plus ou moins vite : quelques auteurs (Berzélius, Thomsen) croient qu'il y a d'abord production d'acide pyrophosphorique, qui se change ultérieurement en acide orthophosphorique; d'autres, après Graham, pensent qu'il y a immédiatement formation d'acide orthophosphorique tribasique. Cette dernière opinion m'a paru être la règle habituelle : je poursuis d'ailleurs des recherches précises sur ce point, ainsi que sur la transformation propre de l'acide pyrophosphorique.

» L'étude de la vitesse de transformation de l'acide métaphosphorique présente un intérêt spécial : c'est un exemple de réaction totale, réalisée en système liquide homogène.

» Le changement de cet acide en acide orthophosphorique a pour conséquence l'introduction, à côté de la fonction unique d'acide fort, de deux nouvelles fonctions acides, l'une moyenne, l'autre faible. En employant, comme l'a montré M. Joly, l'*orangé* 3 comme indicateur alcalimétrique, la

fonction unique d'acide fort est seule visible : avec la phtaléine du phénol, on n'apprécie que les deux premières; la dernière, trop faible, n'est indiquée que qualitativement par le *bleu* C 4 B.

» La liqueur initiale d'acide métaphosphorique conserve donc dans sa transformation un titre alcalimétrique h invariable, vis-à-vis de l'orangé 3. Vis-à-vis de la phtaléine, le titre φ croît, et cet accroissement marque l'introduction progressive de la deuxième fonction acide : il peut fournir une mesure de la vitesse de la réaction. Quand celle-ci est terminée, φ devient sensiblement égal à $2h$. A chaque instant, la différence $2h - \varphi$ mesure la dose y d'acide métaphosphorique qui reste encore à transformer.

» J'ai étudié cette variation pour diverses températures et diverses concentrations.

» Les solutions d'acide métaphosphorique ont été obtenues, soit en dissolvant lentement dans l'eau glacée de l'acide phosphorique anhydre, aussi pur que possible ; soit surtout en calcinant longtemps au rouge, dans un creuset de platine, des cristaux d'acide orthophosphorique pur; laissant refroidir dans l'exsiccateur, puis plongeant dans l'eau à 0° : la masse vitreuse décrépite et projette au sein du liquide des parcelles gélatineuses qui se dissolvent avec lenteur. Ces deux modes de préparation conduisent à des liqueurs qui se transforment avec des vitesses sensiblement identiques.

» Les liquides étudiés sont maintenus à température constante, soit dans la glace fondante, soit dans un courant d'eau des fontaines publiques, soit dans l'étuve couveuse de M. d'Arsonval (pour les températures comprises entre 30° et 60°). Au-dessus de 60°, j'ai employé des bains d'eau chaude bien réglés. La transformation étant alors très rapide, on ne saurait négliger celle qui a lieu pendant la période de réchauffement. La liqueur distribuée dans un nombre suffisant de tubes scellés identiques est amenée le plus rapidement possible jusqu'à la température du bain : les tubes sont alors plongés et maintenus dans ce bain. Pour les prises d'essais, on enlève un tube, qu'on refroidit promptement dans la glace, pour rendre négligeable la transformation pendant cette période. Les temps sont comptés à partir de la première prise d'essai.

» Pour une température déterminée, y décroît quand le temps x croît : graphiquement y est figuré par une courbe asymptote à l'axe des x. La diminution est d'autant plus rapide que la température est plus haute. Ainsi, pour des liqueurs renfermant par litre à peu près un $\frac{1}{2}$ équivalent

(soit 40gr) d'acide métaphosphorique, la transformation, déjà commencée au début de l'expérience, a été sensiblement terminée :

A 0°, au bout de	....	150j environ
A 14	»	30 »
A 31	»	5 »
A 61	»	4h30m
A 95	»	moins de 1h

» Si l'on calcule les valeurs de $\log y$, on trouve qu'elles varient proportionnellement au temps : graphiquement *elles forment rigoureusement une ligne droite*.

» Nous voyons donc qu'on aura

$$\frac{dy}{dx} = -\alpha y.$$

» *La vitesse de transformation est à chaque instant proportionnelle à la masse de substance transformable qui se trouve présente dans le système.*

» Une loi identique avait été obtenue par M. Berthelot, qui l'a exposée dans son Cours du Collège de France, en 1865 (1), pour les réactions non limitées ; par analogie avec une loi du même ordre qu'il avait découverte en 1862 pour les réactions limitées par des équilibres.

» Nous pouvons donc poser

$$\log y = -x \log a + \log b,$$

d'où nous tirons

$$y = ba^{-x}.$$

b est la valeur de y à l'origine des temps, a est une constante qui est fonction de la température et de la concentration : le coefficient angulaire des droites qui figurent $\log y$ donne immédiatement $-\log a$.

» Les valeurs de a croissent très rapidement avec la température. Ainsi, pour des liquides renfermant par litre environ $\frac{550}{1000}$ d'équivalent PhO^5, j'ai trouvé pour $\log a$:

A 0°	0,00047
A 13,5	0,00310
A 31,5	0,02300
A 60	0,3900
A 70	0,6600
A 80	1,6800

(1) *Revue des Cours scientifiques pour* 1865 ; puis dans les *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XVIII, p. 147 ; *Essai de Mécanique chimique*, t. II, p. 62.

Pour une concentration déterminée, on a, à peu près,

$$\log a = m^t.$$

» D'ailleurs les liqueurs plus riches se transformant plus vite, $\log a$ paraît varier proportionnellement à la concentration. De nouvelles expériences en cours d'exécution fixeront avec plus de certitude la variation de $\log a$, ainsi que l'influence mal connue des acides sur la transformation de l'acide métaphosphorique. »

CHIMIE. — *Sur un alliage de titane, de silicium et d'aluminium.* Note de M. **Lucien Lévy**, présentée par M. Troost.

« Wöhler a indiqué deux alliages de titane, de silicium et d'aluminium, sans en donner, d'ailleurs, la composition. J'ai trouvé un alliage du même genre, qui diffère par quelques propriétés de ceux de Wöhler et dont j'ai pu déterminer la composition ([1]). Cet alliage semble être un mélange de deux corps isomorphes cristallisés ensemble et ayant pour formule $TiAl^4$ et $SiAl^4$.

» *Préparation.* — 10^{gr} de titane, 35^{gr} de fil d'aluminium coupé en petits morceaux, 35^{gr} de chlorure de sodium fondu et 35^{gr} de chlorure de potassium également fondu sont enfermés dans un creuset de biscuit disposé pour recevoir un courant d'hydrogène pur et sec, chauffé au four Perrot, dans une brasque de charbon et de rutile, pendant une heure et demie. On laisse refroidir lentement et l'on obtient des lamelles cristallines, en géodes dans une gangue d'aluminium et de chlorures fondus. On lave à l'eau bouillante, puis on dissout les culots métalliques dans l'acide chlorhydrique très étendu (l'acide un peu concentré dissout l'alliage). Il se dégage alors, du culot, de superbes lamelles miroitantes, que l'on sépare, par triage, des résidus insolubles.

» *Propriétés physiques.* — Ces lamelles, insolubles dans l'eau, l'alcool, l'éther, sont gris d'acier, de densité 3,11 à 16°, et présentent des groupements cristallins, dans lesquels on reconnaît, au microscope, des angles de 90°; elles sont très fragiles et très conductrices de la chaleur.

» *Propriétés chimiques.* — Ce corps brûle dans l'oxygène au rouge, en produisant de belles étincelles jaunes; il ne brûle pas quand on l'a chauffé

([1]) Ce travail a été fait à l'École de Pharmacie, au laboratoire de M. Jungfleisch.

insuffisamment : aussi est-il impossible de répéter avec lui les expériences de combustion dans un flacon plein d'oxygène. Dans l'air, l'azote et ses composés oxygénés, il est inattaqué à froid ; au rouge, il s'irise légèrement dans ces corps, sans, d'ailleurs, augmenter de poids. Le soufre fondu ou en vapeurs, le sélénium, le phosphore et l'arsenic en vapeurs n'agissent pas. Le chlore, le brome et l'iode en vapeurs l'attaquent, en produisant : le chlore, des étincelles jaunes ; le brome et l'iode, de belles flammes rouges ; on a alors le mélange des composés halogènes correspondants. L'action de l'iode est la plus active ; le brome liquide, même à chaud, ne l'attaque pas.

» La vapeur d'eau surchauffée, l'acide nitrique froid, même fumant, ne l'attaquent pas ; à chaud, cet acide l'attaque un peu. Ce caractère, joint à celui de la densité, distingue le présent alliage de ceux de Wöhler, qui sont très facilement attaqués par l'acide nitrique.

» A froid, les acides sulfurique et chlorhydrique concentrés l'attaquent légèrement ; à chaud, la réaction est beaucoup plus intense. Les vapeurs chlorhydriques le brûlent au rouge, en donnant de l'hydrogène et des chlorures. L'eau régale est son véritable dissolvant ; cependant, quelques parcelles noires restent insolubles ; c'est, sans doute, du charbon. Les solutions bromhydrique et iodhydrique, les eaux régales correspondantes sont sans action à froid et à chaud. Cet alliage est difficilement attaqué par un mélange d'acide sulfurique et de fluorure de calcium.

» La potasse le dissout incomplètement à froid et complètement à chaud, en dégageant de l'hydrogène ; on n'a jamais constaté dans ce gaz la présence de matières titanifères. L'ammoniaque, en solution froide ou chaude, ou à l'état gazeux, même au rouge, ne l'attaque pas.

» *Analyse.* — On dissout un poids de l'alliage dans l'eau régale, on neutralise par l'ammoniaque, on acidule avec de l'acide sulfurique et l'on fait bouillir six heures, en renouvelant l'eau.

» L'acide titanique se dépose complètement avec la silice (et une trace de fer). L'alumine, qui est restée dans la liqueur, est précipitée par l'hyposulfite de soude. La silice est dosée, par différence, dans l'acide titanique, à l'aide du fluorhydrate d'ammoniaque.

» Voici les résultats de deux dosages :

	I.	II.
Al	70,92	71,2
Ti	26,8	26,5
Si	2,17	2,22
Pertes (C?)	0,11	0,08
	100,00	100,00

» Si l'on suppose que le silicium soit remplacé par du titane, équivalent à équivalent, on trouve des résultats qui correspondent assez bien avec les proportions de la formule $TiAl^4$:

	I.	II.	$TiAl^4$.
Al..........	69,83	70,075	69,63
Ti ou Si.....	30,08	29,855	30,37
Pertes......	0,09	0,07	0,00
	100,00	100,000	100,00

» C'est cette coïncidence qui me porte à penser que cet alliage doit être un mélange de deux corps isomorphes, $TiAl^4$ et $SiAl^4$, cristallisés ensemble. En tout cas, la formule brute serait $n TiAl^4 + SiAl^4$, où n serait voisin de 9.

» La même préparation essayée avec le zinc ou le magnésium, aux lieu et place d'aluminium, n'a rien donné. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques dérivés de la cinchonine.* Note de MM. **E. Jungfleisch** et **E. Léger**, présentée par M. Berthelot.

« Nous avons annoncé (*Comptes rendus*, t. CV, p. 1255) que, le sulfate de cinchonine étant chauffé à 120° pendant quarante-huit heures avec un mélange à parties égales d'acide sulfurique et d'eau, l'alcaloïde se change en diverses bases dont nous avons isolé les six plus abondantes ; nous allons exposer comment on peut séparer ces alcalis. Toutefois, laissant ici de côté les très nombreux essais que nous avons dû faire, ainsi que divers procédés efficaces mais trop laborieux, nous indiquerons seulement le traitement qui nous semble actuellement le plus avantageux.

» Tout d'abord, on met l'ensemble des alcalis en liberté. Le produit complexe, résultant de la réaction, est versé dans six fois son poids d'eau, chauffé au bain-marie, neutralisé par le carbonate de soude, puis alcalinisé fortement par la soude caustique. Les bases se précipitent en une masse semi-liquide, qui durcit par le refroidissement et est ensuite séparée de la liqueur chargée de sulfate de soude. Cette dernière retient en dissolution une faible proportion d'alcalis organiques, qu'on recueille en les précipitant sous forme de phosphotungstates et en épuisant par l'alcool bouillant le précipité décomposé par la chaux ; ces alcalis dissous ne diffèrent pas de ceux qui constituent la masse principale ; ils se trouvent

seulement mélangés dans des proportions réglées par leurs solubilités respectives.

» Le mélange de toutes les bases, préalablement débarrassé par lavage des sels minéraux, est épuisé par l'éther lavé à l'eau, jusqu'à ce que le dernier éther décanté ne laisse plus, après évaporation, de résidu poisseux. Les liqueurs réunies sont filtrées et distillées ; elles laissent une matière sirupeuse, jaune, constituée par l'ensemble des *bases solubles dans l'éther* (A). Quant à la matière blanche non dissoute, elle est essorée et séchée ; elle est formée des *bases insolubles dans l'éther* (B). Le partage ainsi effectué est assez net.

» A. *Bases solubles dans l'éther.* — Le mélange débarrassé d'éther est neutralisé au tournesol, à la température du bain-marie, par l'acide chlorhydrique dilué de deux ou trois fois son volume d'eau. Après vingt-quatre heures, il s'est déposé des cristaux abondants de *chlorhydrate de cinchonigine ;* on essore ces cristaux, on les lave à la trompe avec un peu d'eau froide ; des cristallisations successives dans l'eau bouillante les purifient aisément. Les liquides, réunis et concentrés au bain-marie jusqu'à consistance sirupeuse, fournissent lentement une nouvelle quantité du même sel.

» L'eau mère conserve d'ordinaire l'état liquide, même lorsqu'on l'a réduite en consistance de sirop épais. On la précipite par la soude ; on recueille l'alcali par agitation avec l'éther et distillation de ce dernier, puis on le sursature par un grand excès d'acide iodhydrique incolore et dilué. Il se forme bientôt, surtout si l'on frotte la paroi du vase avec une baguette, un abondant précipité cristallin, jaune, de *diiodhydrate de cinchoniline.* Ce sel, presque insoluble, est essoré, lavé à la trompe avec un peu d'eau froide, et purifié par cristallisation dans l'eau bouillante additionnée d'acide iodhydrique.

» Les bases, que la soude précipite de l'eau mère iodhydrique, donnent encore, lorsqu'on répète sur elles les mêmes traitements, du chlorhydrate de cinchonigine, puis du diiodhydrate de cinchoniline, mais en petite proportion. Le résidu relativement faible que l'on obtient finalement est formé par des bases solubles dans l'éther, d'abord huileuses, mais laissant déposer peu à peu des cristaux, qui restent à examiner.

» B. *Bases insolubles dans l'éther.* — Le mélange insoluble dans l'éther est plus complexe. On le dissout dans l'alcool fort et bouillant, ce qui exige l'emploi de beaucoup de dissolvant, et on distille la solution jusqu'à ce qu'elle abandonne à chaud des cristaux abondants. On l'additionne

d'un égal volume d'eau, on agite et on laisse reposer jusqu'au lendemain. Deux bases insolubles dans l'alcool faible se séparent cristallines (*a*), tandis que deux autres bases (*b*) restent dissoutes avec quelques matières étrangères. On recueille les cristaux, on les essore, on les délaye dans l'alcool à $\frac{50}{100}$ et l'on chauffe légèrement; après vingt-quatre heures de contact, on les essore de nouveau et on les lave à l'alcool faible.

» *a*. On dissout les bases insolubles dans l'alcool faible en les reprenant par l'eau bouillante additionnée d'acide succinique; on forme une liqueur neutre au tournesol, qu'on concentre vers 100° jusqu'à ce qu'elle donne à chaud des indices de cristallisation et qu'on abandonne. Il se dépose aussitôt des aiguilles nombreuses d'un succinate de cinchonibine, stable à chaud et instable à froid, qui subsiste cependant quelquefois durant plusieurs jours, mais qui, lorsqu'on amorce la cristallisation ou même lorsqu'on frotte avec une baguette la paroi du vase, disparaît pour se transformer en un hydrate à $6H^2O^2$; celui-ci est en tables hexagonales, fort peu solubles à froid. On essore et on lave à la trompe avec peu d'eau froide ce second *succinate de cinchonibine*. Après concentration, l'eau mère peut en fournir encore une certaine quantité.

» Cette eau mère contient surtout du succinate de cinchonifine. On la précipite par la soude; on lave à la trompe l'alcali mis en liberté et on le dissout à chaud dans l'acide iodhydrique incolore, pour former une solution aqueuse neutre au tournesol; celle-ci donne en refroidissant une belle cristallisation d'*iodhydrate de cinchonifine* peu soluble. Un peu d'iodhydrate de cinchonibine reste dans la liqueur; on l'extrait à l'état de succinate.

» *b*. Les solutions alcooliques faibles, séparées des bases précédentes (*a*), sont d'abord distillées pour éliminer l'alcool. Le résidu est neutralisé exactement à chaud par l'acide chlorhydrique et filtré bouillant. La solution est fortement colorée; elle dépose lentement des croûtes cristallines de *chlorhydrate d'oxycinchonine* α; après des évaporations répétées, elle en fournit de nouveau.

» Lorsque les eaux mères très concentrées cessent de donner le même sel, on les précipite par la soude. La base colorée que l'on obtient est desséchée et mise en contact prolongé avec l'acétone. Sous l'influence d'agitations répétées, le tout se change en une substance pulvérulente, peu colorée, tenue en suspension dans un liquide brun. On sépare le liquide du solide, on essore celui-ci, on le lave à l'acétone et on le sèche; c'est l'*oxycinchonine* β, qu'on change en succinate neutre au tournesol, sel très soluble à chaud et non à froid, se prêtant bien à la purification. Les liqueurs acéto-

niques distillées laissent un résidu presque noir, incristallisable, peu abondant.

» Dans les conditions expérimentales que nous avons précisées, les bases solubles dans l'éther, mélangées sensiblement à parties égales, forment un peu moins de la moitié du produit total; la cinchonibine et la cinchonifine, aussi abondantes l'une que l'autre, constituent la plus grande partie du reste; parmi les oxycinchonines, la base α est la plus rare.

» Il nous reste à décrire ces différents corps. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'acide oxalique sur la cinchonine en présence de l'acide sulfurique*. Note de MM. **Caventou** et **Ch. Girard**, présentée par M. Berthelot.

« La Note insérée par MM. Jungfleisch et Léger, dans les *Comptes rendus* du 19 décembre dernier, nous oblige, pour prendre date et maintenir notre droit, de publier, quelque incomplètes qu'elles soient, les recherches que nous poursuivons et qui offrent des points similaires avec le travail de ces chimistes distingués.

» M. Pasteur, dans un remarquable travail, a fait connaître le premier l'action de l'acide sulfurique sur la cinchonine. Il a pu ainsi isoler une base nouvelle, la *cinchonicine*, dont le pouvoir rotatoire droit était sensiblement plus faible que celui de la cinchonine.

» Ayant modifié le mode de réaction suivi par M. Pasteur, nous avons obtenu plusieurs bases, dont une, paraissant isomère de la cinchonine, a non seulement perdu son pouvoir rotatoire droit, mais dévie à gauche le plan de la lumière polarisée.

» Voici les faits :

» Lorsqu'on soumet la cinchonine à l'action de l'acide oxalique en présence de l'acide sulfurique monohydraté en maintenant la température entre 125° et 130° pendant plusieurs jours, cette base est modifiée.

» On isole les nouvelles bases transformées en traitant le produit brut par un assez grand volume d'eau, puis on précipite la solution par l'ammoniaque; on recueille les bases précipitées, on les essore et on les traite par l'éther qui n'en dissout qu'une partie.

» La masse insoluble dans l'éther paraît être, pour la majeure partie, de la cinchonine non attaquée pendant l'opération.

» La solution éthérée est ensuite agitée avec de l'eau acidulée par de

l'acide chlorhydrique qui s'empare des bases; on la précipite par l'ammoniaque et on reprend le précipité essoré par de la benzine qui n'en enlève qu'une partie. Le traitement par l'éther permet donc de séparer facilement deux bases, l'une soluble dans l'éther et la benzine, l'autre soluble dans l'éther, mais insoluble dans la benzine.

» La base soluble dans l'éther et la benzine cristallise par l'évaporation lente de cette dernière, en magnifiques cristaux, qui retiennent de la benzine et dont on ne peut les débarrasser qu'en les pulvérisant et en les chauffant à 100°; elle est également soluble dans l'acétone, le chloroforme, les alcools méthylique, éthylique et amylique.

» Cette base fond à 125°.

» Elle dévie à gauche le plan de la lumière polarisée $[\alpha]_D = -58°,3$ dans l'alcool absolu; concentration, 1 pour 100.

» La base est à peine soluble dans l'eau. A l'ébullition, elle ne paraît pas s'altérer.

» Chauffée avec la potasse, elle donne des ammoniaques composées, des dérivés quinoléiques et pyridiques.

» Elle forme avec l'acide chlorhydrique un sel très bien cristallisé, soluble dans l'eau ([1]). Le bichlorure de platine, ajouté à la solution aqueuse du chlorydrate, donne un beau précipité jaune orangé, soluble dans l'eau chaude, cristallisant par le refroidissement.

» L'acide sulfurique forme avec elle un sel bien cristallisé, mais tellement soluble dans l'eau qu'il est très difficile de l'obtenir sous cette forme.

» L'acide chromique forme aussi un sel neutre, orangé, assez soluble dans l'eau, ce qui différencie cette base de la cinchonine dont le chromate est beaucoup moins soluble.

» L'analyse centésimale de la base donne des chiffres qui correspondent à peu près à ceux de la cinchonine.

» En ce qui concerne cette nouvelle base, le groupe CO ne se serait pas fixé sur la cinchonine. Cette dernière aurait simplement subi un changement moléculaire qui a complètement modifié ses caractères distinctifs.

» M. le Dr Laborde a eu l'obligeance d'étudier l'action physiologique de cette base sur les animaux (grenouille, cobaye, lapin, chien) : il résulte de ses expériences qu'elle est un convulsivant paraissant exercer son action

---

([1]) Le pouvoir rotatoire du chlorhydrate dissous dans l'eau est égal à

$$[\alpha]_D = -68°,28.$$

primitive et prédominante sur la sphère bulbo-cérébrale, de façon à produire le véritable syndrome épileptique à la façon, mais avec une activité relative supérieure, de la cinchonine.

» Nous n'avons pas encore achevé l'étude de la base soluble dans l'éther et insoluble dans la benzine, ainsi que celle des bases insolubles dans l'éther. La base soluble dans l'éther et insoluble dans la benzine cristallise assez difficilement et possède un pouvoir rotatoire droit.

» Nous poursuivons aussi l'étude de cette réaction sur d'autres bases organiques : nous aurons l'honneur d'en rendre compte à l'Académie lorsque le travail sera suffisamment avancé. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la densité de vapeur de l'aluminium-éthyle.* Note de MM. **L. Roux** et **E. Louïse**, présentée par M. Friedel.

« La détermination des densités de vapeur de l'aluminium-éthyle et de l'aluminium-méthyle a conduit MM. Odling et Buckton à représenter ces corps par les formules $Al(C^2H^5)^3$ et $Al(CH^3)^3$ (1).

» MM. Odling et Buckton ont trouvé, en effet, que la densité de vapeur de l'aluminium-éthyle est 4,5 à 234°, la densité théorique étant 7,92 pour $Al^2(C^2H^5)^6$ et 3,96 pour $Al(C^2H^5)^3$. Ils ont trouvé, d'autre part, pour densité de vapeur de l'aluminium-méthyle 4,0 à 160° et 2,8 à 230°, la densité théorique étant 5,02 pour $Al^2(CH^3)^6$ et 2,51 pour $Al(CH^3)^3$.

» Ces déterminations ont été faites suivant la méthode de Gay-Lussac; or, d'après les observations de Wanklyn (2), il est possible que les composés organiques de l'aluminium soient attaqués par le mercure à la température de l'expérience, et que cette décomposition rende incertaine la valeur des résultats obtenus.

» On remarquera, d'autre part, que ces composés organo-métalliques peuvent ne pas être stables à température élevée; s'il en était ainsi, les nombres de MM. Odling et Buckton s'appliqueraient non plus à des corps définis, mais au mélange de leurs produits de décomposition.

» En présence de ces incertitudes, il nous a paru intéressant d'étudier de nouveau les densités de vapeur des composés organiques de l'alumi-

(1) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4e série, t. IV, p. 492.
(2) *Journal of the chem. Soc.*, t. IV, p. 128, et *Bull. Soc. Chim.*, t. VI, p. 213.

nium. Nos premières recherches, dont nous avons l'honneur de présenter les résultats à l'Académie, ont porté sur l'aluminium-éthyle.

» Ce corps a été préparé en chauffant à 115°, en tubes scellés, du mercure-éthyle avec un excès d'aluminium métallique, et le produit de la réaction a été rectifié sur de l'aluminium en feuilles dans un courant de gaz inerte. On obtient ainsi un liquide incolore et mobile, bouillant de 195° à 200°, et qui nous a donné à l'analyse les résultats suivants :

Matière employée..........	0gr, 276
Alumine trouvée...........	0gr, 122

ce qui fait en centièmes :

	Trouvé.	Calculé pour $Al^2(C^2H^5)^6$.
Aluminium......	23,6	24,1

» Les densités de vapeur ont été prises, d'après la méthode de M. V. Meyer, dans une atmosphère d'azote soigneusement purifié et séché. A cet effet, le gaz employé était dirigé sur une longue colonne de cuivre métallique porté au rouge, puis à travers des tubes témoins renfermant du chlorure chromeux.

» Les expériences faites à des températures diverses, obtenues au moyen de composés définis maintenus à l'ébullition, ont conduit aux nombres suivants :

	Corps employés.	Température d'ébullition.	Densités trouvées.	
I	Quinoléine..............	235°	8,0	8,1
II			8,2	
III	Benzoate d'amyle........	258	6,0	6,2
IV			6,3	
V			6,4	
VI	Diphénylamine..........	310		2,5
VII	Mercure.................	350		2,5

» La densité de vapeur théorique de l'aluminium-éthyle étant 7,92 pour la formule $Al^2(C^2H^5)^6$, les nombres précédents montrent qu'au voisinage de son point d'ébullition ce corps possède une densité de vapeur normale.

» Mais, à partir de 250° environ, l'aluminium-éthyle commence à se décomposer; et cette décomposition devient plus profonde à mesure que la température s'élève, la densité de vapeur diminuant en même temps

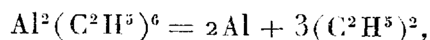
jusqu'à devenir égale, non pas à la moitié, mais bien au tiers de la densité théorique.

» Il en résulte que l'aluminium-éthyle, ou, plus exactement, les produits de sa décomposition occupent vers 300°, non pas 4^{vol}, comme l'indique la formule



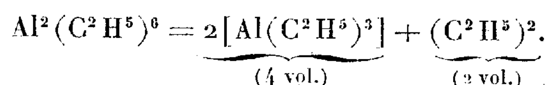
$$Al^2(C^2H^5)^6 = 2Al(C^2H^5)^3,$$

mais bien 6^{vol}, l'aluminium-éthyle se décomposant soit en aluminium et diéthyle



$$Al^2(C^2H^5)^6 = 2Al + 3(C^2H^5)^2,$$

soit, ce qui nous paraît plus vraisemblable, en diéthyle et aluminium-diéthyle, volatil à la température de l'expérience,



$$Al^2(C^2H^5)^6 = \underbrace{2[Al(C^2H^5)^3]}_{(4\ vol.)} + \underbrace{(C^2H^5)^2}_{(2\ vol.)}.$$

» Nous nous proposons d'étudier les produits de cette décomposition et nous espérons que nos expériences nous permettront de décider à laquelle de ces deux hypothèses il convient de s'arrêter.

» Quoi qu'il en soit, il résulte de nos recherches que l'aluminium-éthyle est bien représenté par la formule $Al^2(C^2H^5)^6$ et non par la formule $Al(C^2H^5)^3$ ordinairement admise [1]. »

MINÉRALOGIE. — *De la genèse des phosphates et arséniophosphates plombifères de Roure et de Rosiers (Pontgibaud).* Note de M. F. Gonnard, présentée par M. Fouqué.

« Quand on examine la liste des diverses espèces minérales que renferment les nombreux filons plombifères disséminés dans le massif cristallin du département du Puy-de-Dôme, on est frappé de la faible quantité et, parfois même, de l'absence complète des minéraux *de chapeau* que présentent la plupart d'entre eux, alors que, au contraire, à Roure et à Rosiers, ces minéraux, les cérusites, les pyromorphites et les campylites, se sont si abondamment développés, non seulement près de la surface, mais encore, ce qui est remarquable, dans la profondeur. Il a été, en effet, trouvé à Roure,

(1) Travail de la Faculté des Sciences de Lyon.

il y a sept ou huit ans, de belles campylites à 60^{m} de la surface [voir mes *Notes minéralogiques sur les environs de Pontgibaud* (*Bulletin de la Société minéralogique*, n° 2, t. V, 1882)].

» Il m'a semblé que l'explication de ces faits, dont le dernier est anormal, était aisée, et qu'elle se serait assurément présentée depuis longtemps à l'esprit de quelques-uns des minéralogistes qui visitent le district minier de Pontgibaud, si, d'une part, on avait connu le fait de la diffusion de l'acide phosphorique dans les roches granitiques et laviques, et si, d'autre part, une erreur due à Fournet n'était intervenue pour dérouter les observateurs.

» On sait, en effet, que ce savant, qui fut pendant plusieurs années directeur des mines de Pontgibaud, avait (voir les *Annales scientifiques d'Auvergne*, 1832) signalé à Roure un *nid* (je me sers de son expression) de tourmaline smaragdifère, en relation, dans sa pensée, avec des gisements d'étain dont l'existence dans le voisinage fut reconnue d'ailleurs plus tard. Or j'ai montré (voir le *Bulletin de la Société minéralogique*, n° 8, t. V, 1882) que cette émeraude de Roure était simplement de l'apatite, détruisant ainsi une erreur qui avait cinquante ans de date. Ici l'apatite forme avec la tourmaline, non un accident, comme le croyait Fournet, mais une association fréquemment réalisée dans les pegmatites, qui a dans ce cas un développement considérable, et dont, pour ma part, j'ai donné divers exemples dans le Puy-de-Dôme, la Haute-Loire et le Rhône.

» Il y a donc, au voisinage, pour ainsi dire immédiat, des filons de galène de Roure, un filon puissant de pegmatite tourmalinifère à apatite. D'autre part, les recherches de M. Truchot (voir les *Annales agronomiques* de Dehérain, 1876) nous ont appris que les eaux chargées d'acide carbonique dissolvent facilement le phosphate de chaux, et peuvent par conséquent déplacer cette substance minérale de ses gîtes originaires. Or les eaux des terrains volcaniques sont riches en acide carbonique. Il suffit, dans l'espèce, de se rappeler, entre autres faits, qu'au-dessous de Pontgibaud, un peu avant d'arriver à Barbuot, on trouve sur la rive droite de la Sioule une source d'eau acidulée par l'acide carbonique; que dans les galeries, aujourd'hui abandonnées, de cette mine, on trouvait sous le basalte des rognons plombeux, à extérieur de cérusite et à intérieur de galène; qu'à Pranal enfin les dégagements d'acide carbonique sont tels que les galeries ne deviennent accessibles aux mineurs que grâce à de puissants ventilateurs, dont le moteur est la Sioule.

» Le fait de l'infiltration de la chaux phosphatée dans des roches sous-jacentes a été d'ailleurs depuis longtemps mis en évidence par les analyses

qu'a faites M. Yermolow de roches crayeuses englobant des couches de phosphorite ou de sables recouverts par elles, dans les gouvernements de Grodno et de Tambow (voir les *Recherches sur les gisements de phosphate de chaux fossile en Russie*, 1873).

» Ces divers préliminaires posés, il est, je crois, facile d'expliquer le développement des phosphates et arséniophosphates plombifères, si particulièrement marqué à Roure et à Rosiers.

» A Roure notamment, où l'apatite existe dans la tourmaline en quantité relativement considérable, les eaux souterraines chargées d'acide carbonique ont pu en dissoudre une partie et l'amener au contact de la galène et de la pyrite arsénicale, fréquemment associées dans ces régions indépendamment de la quantité qu'elles pouvaient en trouver dans les roches feldspathiques encaissantes ou voisines. De là la production de ces beaux minéraux, cérusites blanches et noires, pyromorphites brunes, campylites vertes; de là encore ces pseudomorphoses que forme sur la galène, le quartz et la cérusite, la même pyromorphite. Et ces infiltrations, se continuant avec le temps dans la masse sous-jacente du filon, produisent ainsi la répétition de ces actes de métamorphisme spécial à des distances considérables des affleurements.

» Ce qui vient justifier aussi cette manière de voir, c'est l'existence de la chaux constatée dans certains de ces phosphates et arséniophosphates plombifères de la région, autrefois par Dufrénoy (voir *Traité de Minéralogie*, 2e édition, t. III, p. 271; 1856), et récemment par M. Damour [*Analyse d'un arséniate de plomb calcifère trouvé à Villevieille* (*Puy-de-Dôme*) (*Bulletin de la Société minéralogique*, n° 1, t. VI, 1883)].

» Les dépôts ocreux qu'on remarque sur la galène, souvent terne à la surface et évidemment altérée, ou sur les barillets de campylite trouvés dans la profondeur, témoignent encore de la cause de ces phénomènes de métamorphisme, c'est-à-dire du passage des eaux d'infiltration.

» Peut-être l'explication que je donne ici de la genèse des phosphates et arséniophosphates plombifères est-elle susceptible d'une certaine généralisation. Je me contente toutefois de la proposer pour les filons d'une région que je connais bien, l'ayant souvent parcourue, et pour laquelle elle me semble au moins très plausible. »

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Sur la présence de diaphragmes dans les canaux aérifères de la racine.* Note de M. C. SAUVAGEAU, présentée par M. Duchartre.

« Les plantes vasculaires qui vivent dans les endroits humides ou dans l'eau possèdent presque toujours, dans la région moyenne de l'écorce de leurs divers membres, des canaux aérifères entrecoupés par des diaphragmes transversaux. Seuls, les canaux aériformes de la racine ont été considérés jusqu'ici comme dépourvus de diaphragmes. Or, dans le cours des recherches que je poursuis sur l'Anatomie comparée des plantes aquatiques, j'ai constaté dans la racine de l'*Hydrocharis morsus-ranæ* l'existence de diaphragmes semblables à ceux des autres parties de la plante.

» Autour du cylindre central de la racine de l'*Hydrocharis* est un endoderme à cellules tabulaires dont les plissements sur les parois latérales sont bien marqués par un point foncé médian. En dehors se voient deux assises de cellules exactement opposées à celles de l'endoderme, mais de dimensions beaucoup plus grandes. Chacune d'elles est composée d'une vingtaine de cellules ayant en coupe transversale la forme d'un octogone à peu près régulier dont les angles arrondis laissent entre eux des méats rectangulaires.

» Chacune des cellules de la troisième assise corticale porte, sur le côté de l'octogone qui regarde la périphérie, une cellule étroite, à section rectangulaire, allongée suivant le rayon, suivie par plusieurs autres de la même forme, en nombre variable, suivant la racine considérée et son âge, formant une file de cellules semblables, terminée vers la périphérie par une cellule plus large. Ces files radiales déterminent entre elles des lacunes disposées régulièrement aussi suivant le rayon, et beaucoup plus larges qu'elles. Mais les 18-20 cellules de cette assise ne donnant pas toutes un point d'appui à une cellule sur leur face externe, les rangées radiales sont un peu moins nombreuses, et il y en a généralement 15-16 formant un même nombre de lacunes, dont la forme est approximativement triangulaire, la pointe du triangle, tournée vers l'axe, étant déterminée par l'angle aigu que forment les deux côtés de deux grandes cellules octogonales voisines; la base du triangle est formée par les 2-3 cellules étroites qui séparent les larges cellules terminant les files radiales et dont j'ai parlé tout à l'heure.

» En dehors est une assise à cellules alternes, sans méats, correspondant probablement à l'assise subéreuse, mais dont les caractères donnés par les réactifs et la déterminant comme telle sont beaucoup moins accusés que chez la plupart des plantes aquatiques. Extérieurement est l'assise pilifère.

» Les lacunes sont des canaux aérifères s'étendant parallèlement l'un à l'autre, suivant la longueur de la racine, séparés l'un de l'autre par un seul plan de cellules sans méats, et portant des diaphragmes; ceux-ci sont parfois obliques par rapport à la direction de la racine, comme on peut le voir sur une coupe longitudinale ou transversale, mais le plus souvent ils sont perpendiculaires, et on les voit alors de face, occupant toute la lumière du canal à air. Les intervalles auxquels ils se trouvent suivant la longueur sont très variables; certaines coupes transversales en montrent plusieurs situés sur le même plan, interrompus seulement par les murs longitudinaux, et des coupes successives dans la même région en montrent aussi. Dans d'autres racines, au contraire, ils sont beaucoup plus rares, et la nécessité de faire un grand nombre de coupes pour trouver un diaphragme isolé permet d'expliquer pourquoi ils avaient, jusqu'ici, passé inaperçus.

» Chacun de ces planchers est formé par un seul plan de cellules qui renferment un protoplasma à gros noyau; je n'y ai jamais rencontré ni raphides ni cristaux. Ces cellules ont de 4 à 8 côtés. Le point où deux ou plusieurs cellules se touchent par leurs angles est occupé par un petit méat, dont la forme est souvent celle d'un triangle allongé, ou d'un polygone à un plus grand nombre de côtés, et dont les angles et les côtés sont plus ou moins arrondis. Les faces suivant lesquelles les cellules se joignent sont rectilignes et sans méat.

» La forme des cellules et des méats des diaphragmes est identique à celle que j'ai observée dans d'autres parties de la plante. Les faisceaux vasculaires faisant complètement défaut dans la région corticale, il est évident qu'on ne rencontre jamais, dans les planchers, ces faisceaux transversaux d'union dont Duval-Jouve a donné une description si détaillée. »

ANATOMIE. — *Recherches sur la distribution des vaisseaux spermatiques chez divers Mammifères.* Note de M. **Bimar**, présentée par M. Larrey.

« On ne trouve, dans les Ouvrages d'Anatomie comparée, que des indications sommaires sur la distribution des vaisseaux spermatiques des Mammifères. J'ai étudié ce point d'Anatomie sur divers Ruminants, Solipèdes, Carnassiers et Rongeurs : les résultats de ces recherches font l'objet de la Note que j'ai l'honneur de communiquer à l'Académie.

Ruminants : *Taureau, Bélier.*

» *Artère spermatique ou grande testiculaire* [1]. — Avant d'aborder le testicule, ce vaisseau décrit un grand nombre de flexuosités, pressées les unes contre les autres, dont l'ensemble constitue un paquet en forme de cône allongé, reposant par sa base sur l'extrémité supérieure de la glande. En déroulant avec soin ce paquet vasculaire sur des pièces injectées, j'ai constaté que ces flexuosités, inextricables en apparence, comprenaient en réalité deux systèmes principaux : 1° de petits anneaux ou segments d'anneaux formés par la brusque inflexion de l'artère sur elle-même; 2° des anneaux plus grands augmentant de diamètre du sommet à la base du cône et portant chacun un nombre variable de petits anneaux. On pourrait représenter schématiquement ces flexuosités à l'aide d'un fil de fer, sur la longueur duquel on pratiquerait une première série d'anneaux régulièrement espacés, et que l'on disposerait ensuite en hélice à tours rapprochés. Ce cône artériel, complètement déroulé, ne mesure pas moins de 2^m de longueur chez le Bélier.

» Après avoir décrit ces circonvolutions, l'artère s'insinue dans l'épaisseur de la tunique albuginée, descend le long du bord postérieur du testicule et se divise dichotomiquement en plusieurs branches ; celles-ci fournissent un grand nombre de rameaux, qui montent en serpentant sur la face interne de l'albuginée et pénètrent ensuite dans le parenchyme testiculaire, en suivant les cloisons interlobulaires. Arrivées au corps d'Highmore, qui occupe, comme on le sait, chez la plupart des Mammifères, le centre

[1] Je ne m'occuperai pas de l'artère petite testiculaire, qui se distribue aux éléments du cordon spermatique.

de la glande, ces rameaux artériels se recourbent et se dirigent vers la périphérie, décrivant ainsi des arcades d'où naissent les ramuscules destinés aux lobules et au corps d'Highmore.

» Je me borne à mentionner les rameaux épididymaires qui naissent, au nombre de trois ou quatre, de la portion enroulée de l'artère spermatique et sont remarquables eux-mêmes par leurs nombreuses flexuosités.

» *Veines spermatiques.* — Les veines intra-testiculaires rayonnent du centre de la glande vers la périphérie, en suivant les cloisons interlobulaires. Arrivées à la face profonde de l'albuginée, elles s'incrustent dans l'épaisseur de cette membrane et gagnent l'extrémité supérieure du testicule, tellement nombreuses et rapprochées qu'elles forment une véritable nappe vasculaire superposée aux ramifications artérielles. Leur diamètre, assez uniforme, varie entre $0^{mm},5$ et $1^{mm},5$; les plus volumineuses occupent le bord postérieur du testicule. Toutes ces veines sortent de la glande par son extrémité supérieure et présentent, à ce niveau, une remarquable disposition qui me paraît ne pas avoir été décrite : elles se divisent brusquement en pinceaux et donnent ainsi naissance à une prodigieuse quantité de petites veines de $0^{mm},3$ à $0^{mm},4$ de diamètre, qui forment un riche plexus correspondant au plexus spermatique de l'homme.

» Ce plexus se présente sous l'aspect d'une masse spongieuse conoïde de $0^{m},12$ de longueur, attenant par sa base au testicule, et terminé à son sommet par deux veines confondues plus loin en un seul tronc, la veine spermatique. Ce plexus est constitué, comme je l'ai déjà dit, par les petites veines résultant de la division des veines testiculaires. Ces petites veines ont une direction générale ascendante. Dans leur trajet elles s'accolent, se fusionnent par place, échangent d'innombrables communications et forment ainsi un vaste réseau dont les mailles extrêmement serrées ne dépassent guère le diamètre des vaisseaux. Dans la moitié inférieure du plexus, ces veines conservent leurs petites dimensions; dans la moitié supérieure, elles augmentent progressivement de diamètre en diminuant de nombre et se réduisent peu à peu aux deux vaisseaux précités.

» Ce plexus reçoit les veines de l'épididyme, condensées en plusieurs faisceaux plexiformes, et affecte avec le cône artériel les rapports les plus intimes : c'est dans son épaisseur même que l'artère spermatique décrit ses méandres compliqués, de telle sorte que les deux éléments, artériel et veineux, s'entrelacent pour former un cône vasculaire unique, engainé par le feuillet viscéral de la séreuse vaginale.

SOLIPÈDES : *Cheval, Ane.*

» *Artère spermatique.* — Elle décrit des flexuosités de même ordre, mais moins nombreuses et moins compliquées que chez les Ruminants; entièrement déroulé, ce paquet vasculaire mesure environ 1^m de longueur. Les branches que fournit cette artère dans l'épaisseur de l'albuginée naissent à angle droit; ses rameaux intra-testiculaires convergent vers le centre de la glande et se ramifient sans présenter la disposition en arcade que j'ai constatée chez les Ruminants. Quelques rameaux naissent de l'artère au moment où elle se dégage du paquet vasculaire et pénètrent directement dans le parenchyme testiculaire.

» *Veines spermatiques.* — Les veines du testicule sont de deux ordres : 1° les unes (périphériques) se comportent comme chez les Ruminants, mais sont moins nombreuses; 2° les autres (centrales) convergent de la périphérie de la glande vers un gros vaisseau collecteur qui répond à l'axe de cet organe et va sortir en dedans de la tête de l'épididyme.

» Le plexus spermatique résulte, comme chez les Ruminants, de la division des veines efférentes du testicule; mais, ici, cette division étant moindre, les veines du plexus sont moins nombreuses, plus volumineuses; elles forment un réseau à plus grandes mailles.

CARNASSIERS : *Chien, Chat.* — RONGEUR : *Lapin.*

» *Artère spermatique.* — Chez tous ces animaux, l'artère spermatique forme aussi un groupe de flexuosités conformes au type décrit, mais moins nombreuses. Chez le Chien, l'ensemble de ces flexuosités a la forme d'un cône; chez le Chat, ces flexuosités sont peu marquées ; chez le Lapin, elles constituent un cordon allongé. Cette artère se comporte, sous le rapport de sa distribution, comme chez les Solipèdes. Je signalerai, toutefois, chez le Lapin, une particularité consistant en ce que, les premières divisions de ce vaisseau entourent le testicule d'un cercle complet suivant son plan antéro-postérieur.

» *Vienes spermatiques.* — Les veines testiculaires sont périphériques. Elles forment, en sortant de la glande, un plexus analogue à celui des Solipèdes, mais à mailles relativement plus grandes.

» En résumé, chez les divers Mammifères que j'ai observés, les vaisseaux spermatiques présentent, sauf quelques différences secondaires, des analogies de distribution évidentes.

» Chez la plupart de ces animaux, le système vasculaire du testicule offre, relativement au volume de la glande, un développement considérable. Cette richesse vasculaire atteint son plus haut degré de proportion chez les Ruminants et n'est peut-être pas sans rapports avec la puissance génitale bien connue de ces animaux. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les trombes*. Extrait d'une Lettre de M. **Ricco** à M. Faye.

« La lecture de votre important travail *Sur les tempêtes* [1] m'a engagé à m'occuper des études des trombes qu'on a faites en différents temps. Ainsi j'ai trouvé dans les *Elementi di Fisica di G.-B. Pianciani* (Membre de la Société italienne des XL), publiés à Rome en 1844, typ. Marini, une citation des expériences de M. de Maistre sur la formation de trombes avec un appareil très simple.

» Je l'ai fait construire et j'ai obtenu les tourbillons *ascendants* en mettant dans l'eau de la sciure de bois fort et en faisant tourner le moulinet en haut, et les tourbillons *descendants* en jetant dans l'eau de la sciure de liège, qui flotte à la surface, et en faisant tourner le moulinet en bas; j'ai aussi produit en même temps les deux sortes de tourbillons en portant le moulinet au milieu de la hauteur du récipient. J'ai même constaté qu'en mettant l'axe de rotation en direction oblique, on a des tourbillons plus beaux, parce qu'ils ne sont pas influencés par la présence de l'axe.

» En remplissant le vase par moitié avec de l'eau et par moitié avec de l'huile et en faisant tourner le moulinet près du fond, on obtient un tourbillon d'huile descendant dans l'eau, qui a la plus grande ressemblance avec les vraies trombes de mer; et lorsque, après plusieurs expériences, il s'est formé une émulsion de l'huile avec l'eau, on a un tourbillon qui a le même caractère nuageux que la partie supérieure des trombes. A la surface de séparation de l'huile ou de l'émulsion avec l'eau, on voit d'abord se former les *poches* rondes qu'on observe aussi au commencement de la formation des trombes; puis il en sort un cône qui descend en se balançant et en se tordant. Si l'on diminue la vitesse de rotation, le cône

(1) *Sur les tempêtes, théories et discussions nouvelles*, par M. H. Faye. Gauthier-Villars; 1887.

rentre en lui-même; justement comme les trombes dont j'ai observé une série, l'une près de l'autre, à Livourne, en 1876.

» Certainement, la construction que M. Colladon a donnée à l'appareil pour la production des tourbillons est très élégante et appropriée au cas des tourbillons ascendants, mais *il pourrait aussi servir à la production des tourbillons descendants*, particulièrement si l'on y mettait l'axe de rotation au-dessous du petit agitateur : avec cette modification, on verrait qu'il produit des tourbillons descendants beaucoup plus beaux, plus nettement délimités et plus ressemblants aux vraies trombes. Mais le principe de l'appareil de M. Colladon est le même que celui de M. de Maistre, dont l'inventeur avait su tirer le plus grand parti avec nombre d'expériences variées, et particulièrement avec la disposition de l'axe oblique qui permet d'avoir les deux tourbillons opposés, parce qu'ils ne sont pas dérangés dans leur formation et dans leurs mouvements par la présence de l'axe.

» Avec l'appareil de M. de Maistre, on peut produire aussi des tourbillons d'air descendants dans l'eau; et encore des tourbillons d'eau ascendants dans l'huile, mais cela avec difficulté.

» De ces expériences, il résulte donc que les trombes ont une bien plus grande ressemblance avec les tourbillons descendants qu'avec les ascendants, et même la photographie de ceux-ci présentée par M. Colladon n'offre point une vraie ressemblance avec l'aspect qu'on connaît aux trombes; tout au plus, peut-on trouver une ressemblance avec la partie inférieure, ou *pied*, des trombes terrestres, qui est formée des poussières et des débris tournant rapidement.

» En outre, le mode de formation des trombes est analogue à celui des tourbillons descendants, puisque les uns et les autres commencent en haut et descendent en bas, au contraire des tourbillons ascendants.

» Donc les résultats de ces expériences plaideraient en faveur de votre théorie des trombes descendantes. Mais il ne faut pas donner trop d'importance à l'analogie entre les tourbillons artificiels et les trombes, dont le mécanisme est certainement bien différent; en effet, d'après ces expériences, pour avoir une trombe descendante, il faudrait toujours avoir en bas un mouvement rotatoire de l'atmosphère, tandis qu'on n'éprouve les effets des trombes que lorsqu'elles touchent la surface de la terre. Mais vous avez déjà dit tout cela parfaitement dans votre beau travail.

» Il faudrait de bonnes observations des trombes faites par des obser-

vateurs attentifs et non prévenus, ce qui, paraît-il, est très difficile à rencontrer.

» Mais non, tous les observateurs admettent l'aspiration des trombes : entre autres, le Rév. Dickinson dit (*Philos. Magaz.*, mars 1840) que, des trombes apparues dans la baie de Killiney, il vit tomber trois courants d'eau.

» Il paraît qu'on ne puisse nier le mouvement ascensionnel de la poussière et de débris dans le cas des tourbillons qui se produisent sur les terrains arides très échauffés ; mais par cela n'est pas démontré le mouvement ascendant de l'air. Le 4 septembre 1884, à Castelvetro, dans une petite vallée entre les premiers contreforts des Apennins, j'ai été témoin d'un coup de vent d'une extrême violence, qui emporta les tuiles de la maison où j'étais, cassa un chêne de $2^{m},20$ de circonférence, en déracina d'autres, et *emporta le toit d'une autre maison*. Aussitôt après, j'ai exploré la direction des plantes abattues; partout elle était la même, S.-W. ([1]). Un mouvement rotatoire de l'air n'est donc pas nécessaire pour produire le soulèvement des objets, même très lourds.

» La question des trombes est d'une difficulté égale à sa grande importance en Météorologie, et l'on ne saurait admirer assez votre énergie, votre habileté et la solidité des armes avec lesquelles vous combattez la phalange de vos adversaires. »

VITICULTURE. — *Sur une maladie nouvelle du vin en Algérie.* Note de M. **Bordas**, présentée par M. Chevreul.

« Nous avons l'honneur de présenter à l'Académie une Note sur une nouvelle maladie du vin, qui frappe particulièrement les vignobles des environs d'Alger. Cette maladie est provoquée par un ferment spécial qui amène rapidement l'acétification du vin, et cette rapidité est telle que, en peu de temps, le liquide n'est presque plus buvable.

» Nous allons décrire dans cette Note les caractères particuliers de ce micro-organisme, ainsi que les moyens que nous avons employés pour arriver à le cultiver.

» Un propriétaire de vignobles situés en Algérie eut, dernièrement, son

([1]) Qui est la direction de la vallée.

attention provoquée par la tenue du vin récolté par lui cette année (1887).

» D'aspect général d'un vin fraîchement décuvé, il est peu limpide et ce fut en vain que divers moyens furent employés pour le rendre clair; non seulement il est louche, mais au repos il laisse un dépôt au fond des récipients qui le contiennent.

» Le propriétaire, viticulteur de beaucoup d'expérience, ne reconnaît pas, dans ce qu'il voit, les signes d'une des maladies connues du vin.

» Les échantillons que nous avons eus afin d'être analysés et de trouver, si possible, la nature du mal, ont donné à l'analyse chimique les résultats suivants :

Alcool (volume pour 100)	9,75
Tartre	4,05
Acidité	5,97

» La dégustation lui a trouvé un goût de fruit, un peu acidulé, en somme ce qu'on appelle un petit vin assez agréable à boire. L'examen microscopique y décèle une très grande quantité de petits bâtonnets très fins, courts et immobiles, assez semblables aux filaments de la bière tournée, mais en différant par une longueur moindre et leur immobilité.

» Nous avons d'abord pensé à la maladie de la tourne, caractérisée surtout par une oxydation de la matière colorante :

« Celle-ci passe du rouge au violet bleuâtre et se dépose sous forme d'un précipité sale couleur bistre, tandis que la liqueur surnageante ne garde qu'une teinte jaunâtre, une odeur de cuit et un goût acidulé légèrement amer. » (Duclaux.)

» Or, dans le cas qui nous occupe, la matière colorante n'est pas attaquée, le degré colorimétrique examiné au colorimètre de Duboscq, en prenant comme liqueur type une solution de fuchsine au $\frac{1}{10}$, ne varie pas, et l'acidité du vin croît assez rapidement, tandis que le tartre diminue; enfin la dégustation ne lui a pas trouvé le goût d'amer.

» Nous avons donc dû renoncer à l'idée de la maladie de la tourne.

» Nous nous croyons en présence d'un nouveau ferment inconnu, se propageant rapidement dans le moût, atteignant très probablement le tartre en le transformant en acide tartronique et acétique.

» Afin de nous rendre compte, nous avons d'abord fait des essais de culture de ce que nous supposons être un nouveau ferment dans des liquides de cultures artificiels, dans lesquels nous avons eu le soin de ne

pas introduire de sucre ni d'alcool, afin d'éviter le développement du *Mycoderma vini, aceti* et de la levure.

» Voici leurs compositions :

	A.	B.	C.	D.
Eau distillée	1000,00	1000,00	1000,00	1000,00
Bitartrate de potasse	2,00	3,00	4,00	1,00
Acide succinique	1,00	1,00	1,00	1,00
Glycérine	5,50	5,50	5,50	5,50
Phosphate d'ammoniaque	0,50	0,50	0,50	0,50
Phosphate de calcium	0,50	0,50	0,50	0,50
Carbonate de soude	0,50	0,50	0,50	0,50
Acide tartrique	0,50	1,00	1,50	0,50
Tannin	1,00	1,00	1,00	1,00
Matière gommeuse	1,00	1,00	1,00	1,00
	1012,50	1014,00	1015,50	1011,50

» Nous avons pris des ballons Pasteur de 250^{cc} stérilisés par un séjour d'une heure dans l'étuve à 150°, puis nous avons rempli le liquide de culture (environ 200^{cc}); nous l'avons soumis à une ébullition de dix minutes, nous avons bouché le col recourbé par un tampon de ouate stérilisé et, après refroidissement, nous avons fait pénétrer une goutte de vin à l'aide d'un fil de platine que nous avons laissé tomber dans le ballon.

» Cette méthode est celle qu'a employée M. Pasteur dans ses recherches mémorables sur les maladies de la bière.

» Cinq ballons contenant 200^{cc} du liquide de culture A ont été ensemencés avec une goutte du vin malade, cinq ballons avec le liquide B, cinq ballons avec le liquide C, cinq ballons avec le liquide D; deux ballons de chaque série A, B, C, D ont été placés dans l'étuve à 35°, deux dans l'étuve à 30°, un dans l'étuve à 24°.

» Après six jours, nous avons fait des prélèvements du liquide à examiner à l'aide d'une pipette effilée et stérilisée. Nous avons trouvé dans la série A un microbe à peu près semblable à celui que nous avions reconnu dans le vin type : les bâtonnets sont un peu plus longs et sont légèrement incurvés; le développement était plus grand, et les ballons de l'étuve à 30°.

» La série B offrait une plus grande abondance de bâtonnets, mais relativement plus courts, en quantité à peu près égale dans le ballon placé dans l'étuve à 30° que dans celui qui était dans l'étuve à 24°.

» La série C a produit une grande quantité de bâtonnets courts, mé-

langés à des cellules excessivement petites, animées de mouvements browniens; les bâtonnets étaient entraînés dans le mouvement et, à première vue, on pouvait croire qu'ils étaient mobiles.

» Comme pour la série B, les quantités étaient plus grandes dans l'étuve à 35°, et à peu près égales pour les deux autres étuves.

» La série D n'a pas donné de résultat; en cherchant au fond du ballon, nous avons trouvé un léger dépôt dans lequel les bâtonnets étaient assez rares : deux à trois dans le champ du microscope.

» Le microbe des séries A, B, C a été ensemencé à son tour dans des vins naturels de composition connue et différents, afin d'être bien certain que la maladie est en effet provoquée par ce ferment.

Titre primitif des vins.

Série α.	α_1.	α_2.	α_3.
Alcool (volume pour 100)....	11,10	11,40	9,8
Tartre....................	1,98	3,02	1,51
Acidité....................	4,31	4,90	5,43
Sucre....................	2,62	2,38	1,00
Série β.	β_1.	β_2.	β_3.
Tartre....................	2,08	1,79	2,55
Acidité....................	4,80	4,94	5,88
Sucre....................	1,04	1,73	1,70
Série γ.	γ_1.	γ_2.	γ_3.
Alcool (volume pour 100)....	4,60	12,25	9,30
Tartre....................	1,32	2,45	1,51
Acidité....................	3,38	4,99	3,87
Sucre....................	1,50	1,44	1,10

» Nous avons trouvé le ferment bien développé dans α_2 et presque pas dans α_1 et α_3. Dans la série β nous avons un développement dans les ballons β_1 et β_3. La série γ, dans l'étuve à 24°, n'avait rien donné au bout de six jours; nous verrons si, dans une nouvelle période de six jours, le développement se produira.

» Nous ferons connaître ultérieurement le résultat de l'analyse des résidus α_1, α_2, α_3, β_1, β_2, β_3, afin de voir si, en outre du tartre décomposé, nous n'avons pas aussi une décomposition de l'alcool.

» Il faudra rechercher si la formule de la décomposition de l'acide tar-

trique de la crème de tartre en acide tartronique et acide acétique



$$2C^8H^6O^{12} = 2C^6H^4O^{10} + C^4H^4O^4,$$

et l'acide tartronique et lactique



$$3C^8H^6O^{12} = 3C^6H^4O^{10} + C^6H^6O^6$$

est exacte pour cette maladie, et s'il ne se produit pas d'autre décomposition. »

M. **P. Kottiarewsky** adresse la description d'un appareil destiné à observer les vitesses des courants liquides et du vent, auquel il a donné le nom de *Wodomère*. (Extrait.)

Un axe, muni de quatre ailettes tournant dans un plan perpendiculaire au courant, engrène par un pignon avec une roue dentée verticale qui porte sur un de ses diamètres un tube hermétiquement fermé à ses extrémités. A chaque révolution de la roue dentée, un poids oblong, contenu dans le tube, vient en frapper deux fois le fond. Les chocs successifs sont transmis aux observateurs par le fil de cuivre qui soutient le cadre métallique auquel sont fixés l'axe de la roue dentée et l'axe qui porte les ailettes.

En désignant par t le temps moyen compris entre deux chocs consécutifs, la formule qui donne la vitesse du courant en mètres est $v = \frac{\alpha}{t} + \beta$, α et β représentant des coefficients.

M. **L. de Saint-Martin**, en réponse à la réclamation de priorité en faveur de Paul Bert adressée par M. Dastre, maintient, sans donner aucun détail, la nouveauté des résultats qu'il a présentés dans sa Note du 5 décembre dernier.

M. **J. Delauney** adresse deux nouveaux Mémoires intitulés : « La Voie lactée » et « Le système du Soleil ».

M. **Giovanni Jacovacci** adresse une Lettre relative à une nouvelle méthode de résolution des équations du cinquième degré.

A 4 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 5 heures. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 2 janvier 1887.

Connaissance des Temps ou des mouvements célestes, à l'usage des astronomes et des navigateurs, pour l'an 1889, publiée par le Bureau des Longitudes. Paris, Gauthier-Villars, 1887; 1 vol. gr. in-8°.

Connaissance des Temps. — Extrait à l'usage des Écoles d'Hydrographie et des marins du Commerce, pour l'an 1889, publié par le Bureau des Longitudes. Paris, Gauthier-Villars, 1887; br. gr. in-8°.

Annuaire pour l'an 1888, publié par le Bureau des Longitudes. Paris, Gauthier-Villars et fils; 1 vol. in-18.

Journal du Ciel. — Notions populaires d'Astronomie pratique; par J. Vinot. Paris, aux bureaux du Journal, 1887; 1 vol. in-12.

Mission scientifique du cap Horn (1882-1883); t. I : *Histoire du voyage; par* L.-F. Martial. Paris, Gauthier-Villars, 1888; 1 vol. in-4°.

Annuaire statistique de la France; dixième année, 1887. Paris, Imprimerie nationale, 1887; 1 vol. gr. in-8°.

Album de statistique graphique de 1886 (publié par le Ministère des Travaux publics). Paris, Imprimerie nationale, 1887; in-f°. (Deux exemplaires.)

Recherches sur les équations aux dérivées partielles et sur quelques points du calcul de généralisation; par C. Cailler. Genève, Jules Carey, 1887; br. gr. in-8°.

Théorie élémentaire du cerf-volant; par E. Bertinet. Reims, F. Michaud, 1887; br. in-8°. (Présentée par M. Berthelot.)

Rectification historique sur les ateliers nationaux; par Léon Lalanne. Paris, C. Pariset, 1887; br. in-18.

Matériaux pour la Carte géologique de la Suisse; 22ᵉ livraison. I. *Description géologique des Préalpes du canton de Vaud et du Chablais jusqu'à la Dranse,* etc.;

par Ernest Faivre et Hans Schardt. Berne, Schmid, Francke et Cie, 1887; 1 vol. in-4° et 1 Atlas.

Une lacune dans l'histoire de la sexualité végétale; par M. D. Clos. Toulouse, Douladoure-Privat, 1887; br. in-8°.

*Sur un cas de suber péricyclique accidentel développé dans une racine d'*Iris germanica; *par* le Dr Beauvisage. (Extrait du *Bulletin de la Société botanique de Lyon*, séance du 15 mars 1887.)

Recherches expérimentales sur la vision chez les Arthropodes; par Félix Plateau. Bruxelles, F. Hayez, 1887; 2 br. in-8°.

Teoria de las aproximaciones numéricas; por don Eduardo Mier y Miura. Madrid, imprenta del *Memorial de Ingenieros*; br. in-8°.

Astronomical and magnetical and meteorological observations made at the Royal Observatory, Greenwich, in the year 1885. London, 1887; 1 vol. gr. in-f°.

Spectroscopic and photographic observations made at the Royal Observatory, Greenwich, 1885. (Extracted from the *Greenwich observations*, 1885.)

Numerical lunar Theory; by sir George Biddell Airy. London, 1886; 1 vol. gr. in-4°.

ERRATA.

(Séance publique annuelle du 26 décembre 1887.)

Prix proposés (Prix Gay) :

Page 1407, *au lieu de* des faunes et des flores, *lisez* des faunes ou des flores.



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 9 JANVIER 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHRONOMÉTRIE. — *Remarques sur la dernière Note de M.* Cornu, *relative à la synchronisation des pendules*. Note de M. C. Wolf.

« L'Académie me permettra de revenir une dernière fois sur la question de la synchronisation des pendules, pour répondre à une Note, au bas de la page, ajoutée par M. Cornu à la Communication qu'il a lue dans la dernière séance. Le point dont je veux parler touche à la question de principe et mérite, je crois, qu'on s'y arrête un moment.

» D'après notre Confrère, la théorie de M. Everett ne s'applique pas à la synchronisation par le procédé Vérité : 1° parce que la force extérieure introduite par le savant anglais doit agir pendant toute la durée de la course du pendule; 2° parce qu'elle suit une loi pendulaire.

» J'en demande bien pardon à M. Cornu, mais il n'a pas traduit exactement la phrase qu'il a citée. *Along the path* ne veut pas dire *tout le long de la trajectoire*, mais seulement *suivant la trajectoire, suivant la direction* de l'oscillation. La force extérieure peut donc n'agir que pendant une partie de l'oscillation. M. Everett le dit lui-même plus loin.

» En effet, si M. Cornu a poussé jusqu'au bout la lecture du Mémoire de M. Everett, il a dû lire, au § 14, p. 78 :

» Les principes des § 1 à 6 ont une portée considérable quant au réglage des pendules (*control of pendulums*). Supposons que l'horloge réglante donne au pendule réglé une impulsion dans un sens au commencement de chaque seconde paire du temps de Greenwich, et une impulsion en sens contraire au commencement de chaque seconde impaire, etc.

» M. Everett applique donc lui-même sa théorie au cas auquel M. Cornu veut qu'elle ne soit pas applicable, celui d'un pendule actionné par des impulsions discontinues et périodiques au commencement et à la fin de chaque seconde; ce qui est précisément le cas dans les systèmes de Jones et de Vérité. Et vraiment on est mal fondé à me reprocher de voir dans la théorie de M. Everett ce qu'il y a mis lui-même. Mais l'action, dit M. Cornu, doit être pendulaire. En effet, chacune des impulsions, dans le système de synchronisation de Jones, que M. Everett avait en vue, comme dans celui de Vérité ou dans le mien, se compose en réalité de deux périodes pendant lesquelles l'action extérieure passe de zéro à un maximum, puis de ce maximum à zéro, de sorte qu'il est parfaitement permis de la considérer, dans son effet total, comme une force simplement harmonique, bien qu'en réalité la loi d'accroissement et de décroissement ne soit pas la loi pendulaire. Dès lors la formule de stabilité que j'ai posée est bien celle qu'a énoncée M. Everett, et doit être considérée comme acquise.

» M. Cornu termine la Note en disant qu'il a *démontré* qu'il n'y a pas de synchronisation possible sans amortissement. Si c'est à cela que se borne sa prétention, je le lui concède bien volontiers. Qu'un pendule auquel on imprime une accélération périodique à chaque oscillation ne puisse conserver une amplitude finie à moins que n'intervienne ce que M. Cornu appelle aujourd'hui un *amortissement*, ce qu'on appelait jusqu'ici une *résistance*, c'est une vérité que je croyais inutile de démontrer. Il est bien évident que, dans la synchronisation par le système de Jones ou celui de Vérité, il y a *amortissement*, par cela seul que l'oscillation conserve une

amplitude constante. Mais ce qui fait la supériorité de ces systèmes, c'est qu'ils portent en eux-mêmes la cause d'amortissement, c'est qu'ils n'ont pas besoin d'un *amortisseur spécial*. Voilà le point sur lequel j'ai établi, dès le premier jour, ma classification des divers systèmes de synchronisation, et je n'ai jamais dit autre chose. Ils n'ont pas besoin d'amortisseur spécial, parce que l'action extérieure de la bobine ou de l'électro-aimant se compose en réalité, d'après ce que j'ai dit plus haut, de deux actions opposées, dont l'une produit une accélération positive, l'autre une accélération négative, l'une ou l'autre agissant comme force synchronisatrice suivant qu'il y a à corriger une avance ou un retard. Ceci suppose, comme l'a établi M. Everett, comme je l'ai dit moi-même, que le maximum de l'action extérieure coïncide avec le maximum de déplacement du pendule. M. Cornu emploie une action extérieure dont le maximum ne peut être atteint, de là la nécessité d'un *amortisseur spécial* dont j'ai signalé les dangers.

» L'Académie entendra sans doute avec intérêt le résultat d'une expérience qui vient d'être faite sur les horloges de la Ville de Paris, bien involontairement, il est vrai, mais par cela même dans des conditions où l'on n'aurait pas osé la tenter. Par suite d'une circonstance encore inexpliquée, la pendule conductrice, qui avait eu une marche parfaite pendant tout le mois de décembre, qui était encore à l'heure exacte le 1er janvier à 9h du matin, j'en ai eu la preuve, s'est mise tout à coup à prendre une marche si rapide que le lundi 2, à 5h du soir, elle était en avance de quatre-vingt-sept secondes sur le temps moyen. Elle avançait donc de près de trois secondes par heure. Eh! bien, les dix-huit pendules de la Ville l'avaient suivie dans sa marche désordonnée, bien qu'elle fût en avance sur toutes, condition défavorable pour le réglage. On a essayé de changer sa marche et l'on a pu, en deux jours, ramener son avance sur le temps moyen, à quelques secondes seulement. Seize horloges sur dix-huit l'ont encore suivie dans cette marche rétrograde; les deux qui ont fait défaut sont connues pour se dérégler aisément. Je ne pouvais désirer une plus éclatante confirmation de l'efficacité du procédé de synchronisation. »

CHRONOMÉTRIE. — *Sur le réglage du courant électrique, donnant à l'oscillation synchronisée une amplitude déterminée.* Note de M. **A. Cornu.**

« Notre Confrère M. Wolf paraît croire (p. 31) que l'emploi du système de synchronisation avec amortisseur électromagnétique exagère inévitablement l'amplitude du balancier synchronisé dans des proportions inadmissibles. J'avais cité des observations qui, effectivement, conduisent à une amplitude ($\pm 1°,2$) atteignant les quatre tiers [et non pas le double ([1])] de l'amplitude normale ($\pm 0°,9$). Comme les échappements les meilleurs et les plus usités en horlogerie permettent, sans inconvénients, de laisser varier l'amplitude dans de très grandes limites, je n'avais attaché aucune importance au choix de l'exemple cité : je voulais seulement prouver que, contrairement à l'affirmation de M. Wolf, l'arrêt de l'horloge ne survenait pas lors de la cessation du courant synchronisant. Mais, voyant que notre Confrère se prévaut de ces chiffres pour découvrir dans le système que je propose un nouveau vice rédhibitoire à défaut de ceux qui se sont déjà évanouis, je vais donner la liste complète des amplitudes obtenues dans une autre série d'expériences.

» *Relation entre l'amplitude limite, la phase limite de l'oscillation synchronisée et l'intensité du courant synchronisant.* — Cette série d'expériences avait pour but de vérifier la loi qui lie l'amplitude et la phase limites à la force synchronisante, c'est-à-dire à l'intensité du courant périodique, en faisant varier cette intensité par degrés égaux; j'opérais, comme précédem-

([1]) Je n'aurais jamais osé supposer, je l'avoue, que notre Confrère eût une idée aussi imparfaite de l'appareil qu'il poursuit de ses critiques : il lui aurait suffi pourtant, je ne dis pas d'en lire la description (ce serait peut-être beaucoup demander), mais simplement de jeter les yeux sur la figure qui l'accompagne et que je reproduis plus loin. Il aurait vu qu'à toutes les amplitudes, particulièrement à celle de l'oscillation normale, *le pôle de l'aimant ne quitte pas l'intérieur de la bobine,* ce qui est le contraire de l'affirmation sur laquelle il base sa critique.

Le premier paragraphe de sa Note (p. 31) s'applique donc à un autre appareil qu'au mien; le second paragraphe regarde surtout le public, qui jugera comme il convient la manière dont notre Confrère comprend la sincérité dans les indications d'un service public de haute précision; le troisième ne me regarde pas davantage, puisque j'ai établi la nécessité d'obtenir et de maintenir l'arrêt des pendules synchronisées tant que la synchronisation rigoureuse n'existe pas.

ment (p. 27), avec l'horloge Borrel, réglée sur le temps sidéral et synchronisée par une horloge de temps moyen.

Intensité du courant synchronisant (l'unité est sensiblement le dix-millième d'ampère).	Amplitude limite du balancier synchronisé.	Différences.	Phase γ.	Remarques.
110	±1°,94	0°,16	70°,2	
100	1,78	0,16	70,2	L'amplitude peut atteindre ±3°,20
90	1,62	0,16	68,4	
80	1,46	0,16	68,4	
70	1,30	0,16	68,4	
60	1,14	0,18	73,5	
50	0,96	0,19	77,4	±0°,88 amplitude normale.
40	0,77	0,10	81,0	
35	0,67		86,4	±0°,62 » de strict échappement.

» De ces observations, on conclut les résultats suivants, qui s'appliquent à un balancier d'horloge, c'est-à-dire à restitution mécanique automatique :

» 1° *En graduant l'intensité de la force synchronisante, on peut donner au balancier telle amplitude stable qu'on désire, non seulement au-dessus, mais même au-dessous de l'amplitude normale* (celle qui se produit lorsque la liaison synchronique est supprimée).

» 2° *Les variations d'amplitude sont sensiblement proportionnelles aux variations d'intensité du courant synchronisant.*

» C'est la généralisation expérimentale du théorème, exprimé par l'équation (13) [t. CIV, p. 1661], établie pour un pendule libre : on la retrouve aisément par la théorie en ayant égard aux résultats indiqués précédemment (t. CV, p. 1110) pour un balancier entretenu.

» 3° *La phase de synchronisation* γ (correspondant à l'époque moyenne de l'action synchronisante) *reste sensiblement constante tant que l'amplitude ne descend pas au-dessous de l'amplitude normale.*

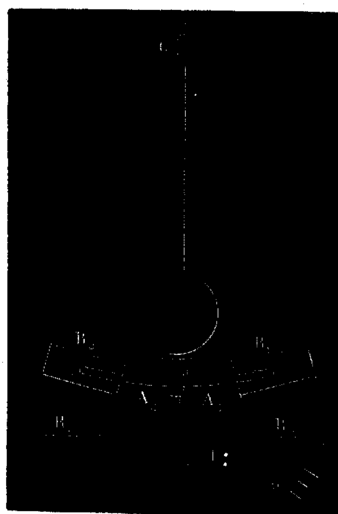
» La phase γ (voir *fig.* 2, t. CIV, p. 1161, et t. CV, p. 1110) est, en effet, indépendante de l'action synchronisante constante avec un pendule libre, d'après l'équation (14) (*loc. cit.*, p. 1110); avec un balancier entretenu, les variations se font sentir au voisinage de l'amplitude où l'amortissement est compensé par le travail du poids moteur.

» Ces résultats si simples, qui n'avaient pu trouver place dans l'exposé succinct de la méthode, sont extrêmement importants pour la pratique du réglage synchronique; ils permettent, pour un amortissement donné, d'ob-

tenir à coup sûr le réglage du courant à l'aide de deux ou trois essais méthodiques.

» Au même point de vue pratique, on doit remarquer aussi la faiblesse des courants employés, ce qui est un des avantages particuliers du système; ainsi, dans la présente série, malgré la grandeur exagérée de la marche diurne à compenser (quatre minutes d'avance) et celle de l'amortissement nécessaire pour y parvenir, le courant n'atteint pas un demi-centième d'ampère pour maintenir l'amplitude normale : quelques dix-millièmes suffiraient dans les conditions d'un service de distribution de l'heure ([1]).

» *Dispositif employé pour le réglage du courant.* — Le dispositif employé pour le réglage du courant mérite d'être mentionné en vue des conditions diverses auxquelles il peut s'appliquer. C'est, au fond, celui qui a été décrit précédemment (t. CV, p. 1107), mais avec un perfectionnement particulier. Le circuit de la bobine synchronisante B_1 est fermé par



une résistance fixe R_1 à peu près égale à la sienne, de sorte que la bobine B_1 agit en même temps comme amortisseur concurremment avec la bobine B_2. Cette résistance R_1 est formée par un rhéocorde, ou mieux

([1]) On pourrait rendre l'intensité nécessaire encore quatre à cinq fois moindre : 1° en portant à une demi-période la durée d'émission qui n'est ici que de $\frac{1}{3}$ de période; 2° en multipliant le nombre de tours de fils de la bobine, qu'on porterait au triple ou au quadruple, sans cesser d'être dans des conditions pratiques de construction.

par une boîte d'une construction spéciale disposée de telle manière qu'on puisse intercaler entre les deux extrémités du circuit distributeur une partie quelconque r_1 de R_1 sans modifier le circuit $B_1 + R_1$ [1].

» Comme la résistance du circuit distributeur IP est ou peut être rendue très grande par rapport à la résistance *réduite* de la boîte B_1 ainsi *shuntée*, on peut considérer l'intensité I du courant distribué comme constante et indépendante de la résistance r_1 intercalée. Il en résulte que l'intensité i du courant efficace, c'est-à-dire de la portion du courant qui passe dans la bobine et produit la force synchronisante, est représentée par

$$i = I \frac{r_1}{B_1 + R_1};$$

elle est donc proportionnelle à la résistance intercalée r_1 et peut varier ainsi de zéro à $I \frac{R_1}{B_1 + R_1}$, c'est-à-dire jusqu'aux environs de $\frac{1}{2}$ (ou de toute autre fraction choisie), par degrés aussi rapprochés que le permet la construction de la boîte.

» L'emploi d'une dérivation à la bobine synchronisante offre encore une ressource précieuse dans la synchronisation à grande distance : elle a été signalée et utilisée par M. le capitaine Defforges, qui emploie dans ses belles observations du pendule une horloge synchronisée avec amortisseur électromagnétique. Cette dérivation permet, en effet, d'atténuer, dans telle proportion qu'on veut, les irrégularités du courant d'une ligne télégraphique causées par des forces électromotrices anomales, étrangères à la pile (courants telluriques, induits, etc.); il suffit, pour cela, d'accroître le courant de la ligne jusqu'à le rendre n fois plus grand que les courants perturbateurs, $\frac{1}{n}$ étant la proportion d'anomalie inoffensive : la dérivation permet d'y puiser la fraction utile du courant, sensiblement débarrassé des influences perturbatrices qui seraient gênantes sans cet artifice.

» Le perfectionnement que j'introduis ici consiste dans l'invariabilité de la résistance du circuit dérivé R_1, qui maintient invariable le coefficient

---

(1) On construit très simplement soi-même une pareille boîte de résistance, de 110 ohms, par exemple, en mettant en *série* dix bobines de 10 ohms et dix bobines de 1 ohm. Les extrémités donnent une résistance totale R_1 de 110 ohms; si, d'autre part, on relie respectivement à une borne spéciale chaque jonction de deux bobines consécutives, on pourra composer une partie r_1 ayant telle résistance qu'on veut, à une unité près, comprise entre zéro et 110 ohms; le numérotage convenable des bornes rend la lecture immédiate. On remplacerait aisément les bornes par des chevilles comme dans les boîtes ordinaires.

d'amortissement propre de la bobine B_1. On peut donc, en faisant varier la résistance intercalaire r_1, agir exclusivement sur la force synchronisatrice, comme on agit exclusivement sur l'amortissement en faisant varier la résistance extérieure R_2 de l'autre bobine B_2.

» *Détermination expérimentale de la phase limite.* — Il reste à dire quelques mots sur la détermination de la phase limite : on la mesure par l'enregistrement simultané du courant synchronisant et d'un courant auxiliaire émis par le balancier synchronisé (contact touchant un ressort latéral). On obtient ainsi sur un cylindre enfumé, à chaque période, deux couples de signaux [(A, B), (a, b), début et fin du courant] qu'on relève avec une lame transparente portant onze droites convergentes, de manière à exprimer directement les époques des signaux en fraction décimale de la période commune. La moyenne des lectures donne ainsi :

» 1° L'époque moyenne du courant synchronisant $\frac{1}{2}(A + B)$;

» 2° L'époque de l'élongation du balancier synchronisé $\frac{1}{2}(a + b)$: on en déduit ici l'époque du passage à la position d'équilibre en retranchant $\frac{1}{4}$ de période.

» La différence de ces deux nombres donne la phase exprimée en fraction de période : on la convertit en degrés sexagésimaux en la multipliant par 360°; on obtient ainsi l'angle γ.

» *Exemple numérique.* — Voici comment a été obtenue la phase $\gamma = 70°,2$ du Tableau précédent :

$$\left\{\begin{array}{l} a = 0,00 \\ A = 0,06 \\ B = 0,40 \\ b = 0,57 \end{array}\right\}, \quad \text{d'où} \quad \left\{\begin{array}{r} \frac{1}{2}(A + B) \quad = 0,230, \\ \frac{1}{2}(a + b) - \frac{1}{4} = 0,035, \\ \text{Différence} = \overline{0,195} \times 360° = 70,2, \\ \gamma = 70°,2. \end{array}\right.$$

» L'approximation dépend de la longueur linéaire de la période sur le cylindre : elle ne dépasse guère ici $\frac{1}{200}$ de période.

» En résumé, je viens d'indiquer la marche pratique à employer pour régler l'intensité du courant synchronisant; dans une Communication ultérieure, j'exposerai d'une manière analogue la marche à suivre pour prévoir la phase, déterminer et régler l'amortissement. »

CHIMIE. — *Recherches sur le ruthénium : oxydation du ruthénium et dissociation de son bioxyde;* par MM. **H. Debray** et **A. Joly.**

« Le ruthénium est un des métaux les plus rares de la mine de platine. Claus, qui l'a caractérisé comme élément nouveau en 1845, a fait connaître,

dans le cours de ses travaux poursuivis pendant plusieurs années, les principales réactions chimiques de ce métal. Mais le procédé de séparation employé par Claus était imparfait; il laissait le ruthénium mélangé de rhodium et d'iridium, et ce n'est qu'en 1859 qu'il découvrit un composé oxygéné volatil, l'acide hyperruthénique RuO^4. Comme l'osmium, le ruthénium pouvait être séparé par volatilisation des autres métaux du platine, et l'on possédait dès lors un moyen précis de l'obtenir pur.

» Dans le cours de leurs recherches sur le platine et les métaux qui l'accompagnent, H. Sainte-Claire Deville et Debray ont pu isoler une certaine quantité de ruthénium, le transformer en acide hyperruthénique, et à partir de celui-ci préparer du ruthénium cristallisé. Les propriétés physiques de cet élément se sont trouvées fort différentes de celles que Claus lui avait assignées; c'est ainsi que la densité du métal, la plus faible de celle des métaux du platine, a été fixée à 12,261 (1) au lieu de 8 (Claus).

» L'étude des propriétés chimiques du ruthénium devait être reprise également en prenant comme point de départ son oxyde volatil. C'est l'objet du travail dont nous commençons aujourd'hui l'exposé.

» Claus avait décrit, soit à l'état de liberté, soit à l'état d'hydrate ou de combinaisons salines, un protoxyde RuO, un sesquioxyde Ru^2O^3, un bioxyde RuO^2, un acide ruthénique RuO^3, un acide hyperruthénique RuO^4. Sauf cette dernière, toutes les autres combinaisons étaient amorphes. H. Sainte-Claire Deville et H. Debray ont fait connaître plus récemment un nouveau composé oxygéné ou plutôt un de ses sels, l'heptaruthéniate de potasse KO, Ru^2O^7 (1).

» Un des composés oxygénés les mieux définis du ruthénium, qui n'avait été obtenu par Claus qu'à l'état d'hydrate ou de poudre anhydre et amorphe, a été préparé, en 1855, par M. Fremy (2), en soumettant directement au grillage les osmiures d'iridium en lamelles. Entraîné par le courant gazeux et les vapeurs d'acide osmique qui prennent naissance simultanément, le bioxyde venait se déposer, dans les parties relativement froides de l'appareil, en beaux cristaux d'un noir violacé à l'état métallique. Les cristaux examinés par de Senarmont étaient des octaèdres quadratiques isomorphes du bioxyde d'étain (3).

(1) *Comptes rendus*, t. LXXXIII, p. 926.
(2) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e s., t. XLIV, p. 385.
(3) Nous avons obtenu de beaux échantillons de bioxyde, soit en chauffant l'oxyde

» H. Deville et H. Debray ont répété cette observation. Ils ont vu de plus qu'en fondant le ruthénium au chalumeau oxyhydrique, on perdait par volatilisation la majeure partie du métal, qui se dissipait en une fumée noire d'oxyde, en même temps que l'on percevait une odeur analogue à celle de l'ozone, odeur qui apparaît toutes les fois que l'acide hyperruthénique se forme ou se détruit. On était en droit de se demander (¹) si la cristallisation du bioxyde de ruthénium par volatilisation ne rentrait pas dans la catégorie des phénomènes de volatilisation apparente dont MM. Deville et Debray, MM. Troost et Hautefeuille et M. Ditte avaient déjà donné de nombreux exemples. L'acide hyperruthénique, se formant aux températures élevées pour se détruire par abaissement de température, devenait alors l'intermédiaire nécessaire de la production du bioxyde cristallisé; mais il fallait, pour appuyer cette manière de voir, démontrer la formation directe de l'acide hyperruthénique dans le grillage du ruthénium.

» I. *Oxydation du ruthénium.* — Chauffé au moufle à la température du rouge vif, le ruthénium s'oxyde rapidement tout d'abord; il prend la couleur bleue caractéristique du bioxyde. Il a fixé :

Au bout de	Oxygène pour 100.
1h	16,62
3	20,18
4	20,91
5	21,28

» Puis l'absorption d'oxygène devient d'une extrême lenteur. La transformation en bioxyde $RuO^2 (Ru = 52)$ exigerait une augmentation de

---

amorphe dans le vide, soit en grillant le ruthénium dans un courant d'oxygène. Il était intéressant d'examiner ces cristaux purs et M. Dufet, maître de conférences de Minéralogie à l'École Normale supérieure, a bien voulu se charger de ce soin :

Prismes quadratiques portant les faces m, h^1, a^1, b^1 :

$$b : h :: 1000 : 692,43.$$

On a, dans la cassitérite,

$$b : h :: 1000 : 672,394;$$

dans le rutile,

$$b : h :: 1000 : 644,168.$$

Les faces situées dans la zone mh^1 sont striées comme dans la cassitérite et le rutile.

Les cristaux sont souvent maclés; plan de macle b^1 (hémitropie répétée comme dans la cassitérite et le rutile); $b^{\frac{1}{3}}$ fréquent, signalé dans le rutile.

(¹) *Comptes rendus*, t. LXXX, p. 457.

poids de 23,53 pour 100. Chauffés dans un courant d'oxygène au rouge sombre, dans un tube de verre, divers échantillons de métal nous ont donné des augmentations de poids inférieurs ou supérieurs aux précédents, sans qu'il fût possible d'atteindre la composition du bioxyde. Il en fut de même au rouge vif; bien que la matière présentât la couleur et l'aspect cristallin de l'oxyde sublimé, sa composition était loin de correspondre à la formule RuO^2.

» Dans toutes ces expériences, le ruthénium n'a été que superficiellement oxydé. Si, en effet, on le pulvérise dans un mortier d'agate et si on le chauffe de nouveau dans un courant d'oxygène au rouge blanc pendant plusieurs heures, on finit par le transformer entièrement en une matière d'un beau bleu indigo, cristalline, dont la composition diffère peu de celle du bioxyde :

	Calculé.	Trouvé.
Ru	76,47	76,81
O^2	23,53	»
	100,00	

» La formation d'un sesquioxyde Ru^2O^3, déduite par Claus d'une expérience dans laquelle le ruthénium avait absorbé de 18 à 19 pour 100 d'oxygène (calculé pour Ru^2O^3 : 18,75) n'est donc pas admissible.

» Lorsqu'on chauffe ainsi le ruthénium dans un courant lent d'oxygène à une température supérieure à la température de fusion de l'argent, la masse tout entière devient cristalline, en même temps qu'une partie se sublime et se dépose en beaux cristaux sur les parois du tube, ou sur des fragments de porcelaine disposés à cet effet, suivant un anneau compris tout entier dans les parois du fourneau, plus près cependant de l'extérieur que de l'intérieur, en des points dont la température ne dépasse certainement pas 500°. Si l'on augmente progressivement la rapidité du courant gazeux, il arrive un moment où l'on perçoit nettement l'odeur de l'ozone ou de l'acide hyperruthénique, et pour une vitesse convenable du courant l'acide hyperruthénique distille et on peut le condenser dans un flacon laveur entouré de glace. L'eau prend une teinte jaune d'or et le liquide, soumis à la distillation, nous a fourni de l'acide hyperruthénique avec tous ses caractères physiques et chimiques. L'expérience ne laisse aucun doute; l'acide hyperruthénique prend naissance par le grillage direct du ruthénium au-dessus de 1000°.

» Lorsqu'on examine le tube de porcelaine, on voit qu'à côté d'un anneau de bioxyde cristallisé, un autre vient se juxtaposer, formé d'une

matière noire, amorphe, qui s'est produite à une température plus basse. Cette matière s'est toujours disposée en quantité trop faible pour que son analyse pût être tentée; mais ses réactions chimiques l'identifient à un composé oxygéné que nous avons obtenu en décomposant l'acide hyperruthénique dans des circonstances que nous décrirons ultérieurement, et qui est plus oxygéné que le bioxyde.

» Nous ajouterons que les parois du tube placé à l'intérieur du fourneau ne portent aucune trace de dépôt, et que la matière amorphe qui avait été mise dans la nacelle de platine s'est transformée complètement en une matière cristalline ; quelquefois même, de beaux cristaux de bioxyde se trouvent implantés sur les bords supérieurs de la nacelle ou à la surface de son contenu, c'est-à-dire dans l'axe du tube, où la température est de beaucoup inférieure à celle des parois.

» Les produits solides déposés sur les parois du tube de porcelaine présentent une identité parfaite avec ceux que l'on obtient en dirigeant les vapeurs d'acide hyperruthénique, diluées dans un courant d'azote, dans un tube de porcelaine chauffé au rouge vif, et sont distribués de la même façon. Une partie de l'acide hyperruthénique échappe à la décomposition et, l'expérience terminée, on trouve deux anneaux de bioxyde cristallisé logés dans l'épaisseur des parois du fourneau, précédés ou suivis de deux anneaux noirs de l'oxyde que nous laissons jusqu'ici indéterminé; ici encore, toute la partie du tube comprise à l'intérieur du fourneau reste intacte.

» Cette expérience vient confirmer les précédentes, et il reste établi que l'acide hyperruthénique formé au-dessus de 1000°, par grillage direct du métal ou de son bioxyde, se décompose par abaissement de température.

» II. *Dissociation du bioxyde de ruthénium.* — Bien qu'obtenu à des températures élevées, le bioxyde de ruthénium est cependant décomposable par la chaleur et possède, à des températures supérieures à 1000°, une tension notable de dissociation. Nous avons mis ce fait en évidence dans trois séries d'expériences :

» 1° Le bioxyde est chauffé dans le vide et les gaz extraits au fur et à mesure de leur production;

» 2° Le bioxyde est chauffé dans le vide et les tensions mesurées;

» 3° Le bioxyde est chauffé dans un courant d'azote.

» Dans la première série d'expériences, de 5^{gr} à 7^{gr} de bioxyde pur ont été chauffés pendant une dizaine d'heures au-dessus de 1000°. Le dégagement d'oxygène était très lent, surtout dans les dernières heures de chauffe;

néanmoins, dans chacune des expériences, on a pu recueillir 100^{cc} environ de gaz oxygène pur. La matière, contenue dans une nacelle de platine, ne paraissait pas modifiée au premier aspect; mais, au-dessous d'une couche d'oxyde, on trouvait du ruthénium métallique d'un beau blanc d'argent, cristallin. Les tubes de porcelaine offraient la même disposition d'anneaux de bioxyde cristallisé et d'oxyde noir que dans les expériences précédentes.

» Dans la seconde série d'expériences, nous avons recherché si le bioxyde de ruthénium possédait une tension de dissociation. La pression ne s'est établie qu'au-dessus de 1000°. Rapidement elle s'est élevée, dans une première expérience, à 15^{mm}; chaque fois qu'on extrayait le gaz, elle reprenait sa valeur et se maintenait constante entre 17^{mm} et 15^{mm}. Dans une seconde expérience, où la température a été élevée aussi haut que le permettait la résistance du tube, la tension s'est maintenue constante à 22^{mm} pendant deux heures; chaque fois que l'on extrayait des gaz, la pression se rétablissait au bout de quelques minutes. Ici encore du bioxyde s'était sublimé sous forme d'anneau compris tout entier dans l'épaisseur des parois du fourneau; un anneau d'oxyde noir suivait immédiatement.

» Dans ces deux séries d'expériences, une petite quantité d'acide hyperruthénique avait pris naissance, car un tube à potasse fondue, interposé entre le tube et la trompe de Sprengel, se colorait légèrement en rouge orangé par suite de la formation du ruthéniate.

» Chauffé au rouge vif dans un courant d'azote sec, tantôt lent tantôt rapide, le bioxyde de ruthénium s'est décomposé; du bioxyde cristallisé s'est déposé en anneau et une couche d'oxyde noir s'est formée un peu au delà, dans le sens du courant gazeux. Le courant d'azote, lorsqu'on augmentait sa rapidité, entraînait un peu d'acide hyperruthénique.

» Nous ajouterons que, dans toutes ces expériences, nous n'avons eu aucun indice de l'existence d'un composé oxygéné inférieur au bioxyde; on passait directement de celui-ci au métal.

» Ainsi, dans tous les cas où le bioxyde de ruthénium se trouve en présence de l'oxygène à des températures supérieures à la température de fusion de l'argent, nous voyons se former de l'acide hyperruthénique. Ce composé, d'une instabilité telle qu'il se décompose avec explosion lorsqu'on chauffe sa vapeur au delà de 108°, ne peut être isolé, en partie du moins, qu'à condition d'être soustrait rapidement à un abaissement progressif de température; vers 500°, il se décompose en oxygène et bioxyde; au-dessous de cette température, il se dédouble en oxygène et en un composé qui paraît plus oxygéné. La cristallisation du bioxyde de ruthénium est donc

bien un phénomène de volatilisation apparente et la formation de l'acide hyperruthénique aux températures élevées est analogue à la formation de l'ozone et du sesquichlorure de silicium (Troost et Hautefeuille), de l'oxyde d'argent dans la flamme du chalumeau (Deville et Debray), de l'hydrogène sélénié et de l'hydrogène telluré (Ditte), etc.

» L'acide hyperruthénique vient donc s'ajouter d'une manière certaine à la liste des composés, facilement destructibles par la chaleur, qui sont cependant susceptibles de se former à de hautes températures, où leur existence a été considérée longtemps comme impossible. Il en est de la formation de ces corps à température élevée comme de la dissociation des corps réputés indécomposables avant la découverte de H. Sainte-Claire Deville.

» La dissociation de l'eau par la chaleur n'a pu être mise en évidence que lorsqu'on a eu le moyen de refroidir assez rapidement l'hydrogène et l'oxygène séparés, à 1200° par exemple, pour que leur recombinaison totale fût impossible, pendant le temps qu'ils passaient de cette température à celles où leur combinaison n'a plus lieu. Il faut, de même, *dérober* l'acide hyperruthénique aux hautes températures où il se forme, et l'amener brusquement à la température ordinaire où il est stable.

» Mais il y a entre la dissociation de l'eau et la production de l'acide hyperruthénique une analogie autrement étroite et importante.

» Les deux phénomènes sont la conséquence d'effets thermiques identiques. S'il faut donner à l'eau en vapeur une certaine quantité de chaleur, empruntée au milieu où elle se dissocie, pour en séparer les éléments, c'est aussi une certaine quantité de chaleur qu'il faut fournir aux éléments de l'acide hyperruthénique (métal ou bioxyde et oxygène) pour déterminer leur combinaison. La destruction du premier corps et la formation du second résultent certainement d'un mécanisme identique. »

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Recherches démontrant que l'air expiré par l'homme et les mammifères, à l'état de santé, contient un agent toxique très puissant.* Note de MM. **Brown-Séquard** et **d'Arsonval**.

« Nous avons eu l'honneur de communiquer à l'Académie, il y a quelques semaines (*Comptes rendus*, p. 1056, 28 novembre 1887), un travail ayant pour objet de démontrer que l'air expiré par l'homme ou les animaux participe largement à la production de la tuberculose pulmonaire.

Les faits que nous nous proposons de signaler aujourd'hui établissent que l'air sortant des poumons de l'homme ou des animaux est capable de produire des phénomènes toxiques spéciaux qui, par leur similitude à une même dose, impliquent non seulement l'existence d'un poison, mais que celui-ci est toujours le même.

» L'espace nous manquant pour faire l'historique des questions relatives aux mauvais effets que peut produire l'air expiré provenant de l'homme ou des animaux, nous nous bornerons à mentionner les principaux faits connus jusqu'ici :

» 1° L'air expiré contient presque toujours, sinon même toujours (1), de l'ammoniaque, mais en quantité très loin d'être suffisante pour expliquer, même en partie, l'action délétère de cet air.

» 2° L'air expiré contient, en très minime quantité, des matières organiques qui, si elles ne sont pas déjà putréfiées en sortant des voies broncho-pulmonaires, ont une grande tendance à s'altérer rapidement, même à une température assez basse.

» 3° L'air confiné, chargé d'exhalaisons pulmonaires, n'est pas nuisible seulement par l'acide carbonique qu'il contient. En effet, de l'air ordinaire auquel on ajoute 1 pour 100 d'acide carbonique est à peine une cause de trouble, tandis que l'air expiré ne contenant pas davantage d'acide carbonique est extrêmement nuisible.

» Ces faits, et surtout le dernier, rendaient probable que l'air expiré contient une ou plusieurs substances toxiques; mais, que nous sachions, personne n'a donné de démonstration expérimentale directe de la toxicité des matières organiques d'origine pulmonaire que l'air entraîne dans l'expiration. C'est cette démonstration que nous avons obtenue, et d'une telle manière qu'il ne peut rester place au doute.

» Nos expériences ont consisté à étudier les effets produits sur des lapins, par l'injection, dans une artère ou dans une veine, d'une eau contenant le principe toxique produit par la muqueuse pulmonaire. Les quatre procédés suivants ont été successivement employés, et nous avons constaté que, dans tous les cas, la similarité des phénomènes toxiques a montré que le même poison avait été injecté.

» Nos premières expériences ont été faites de la manière suivante : nous injections dans les voies pulmonaires d'un lapin ou d'un chien une quan-

(1) Voir sur ce point le remarquable Ouvrage du Dr B.-W. Richardson : *The cause of the coagulation of the blood*, p. 358 *et seq.* London, 1858.

tité assez considérable d'eau parfaitement pure; nous retirions bientôt après de 4^{cc} à 8^{cc} de cette eau ([1]) et nous injections, après filtration, cette petite quantité de liquide, provenant d'un lavage pulmonaire, dans un vaisseau sanguin d'un lapin vigoureux.

» Nous avons ensuite employé l'un des trois procédés suivants : 1° nous avons fait condenser les vapeurs pulmonaires entraînées par l'air expiré et sortant de la bouche de l'un de nous ou d'un de nos élèves ; 2° nous avons fait la même opération pour des vapeurs provenant des poumons de chiens et sortant par un tube fixé dans leur trachée; 3° nous avons enfin, à l'aide d'un appareil spécial, obtenu la condensation de vapeurs pulmonaires sortant normalement par les narines de chiens dont la respiration n'était soumise à aucun trouble. Le liquide obtenu par ce dernier procédé était clair, limpide et neutre.

» Toutes nos expériences, à part une seule sur un jeune chien, ont été faites sur des lapins choisis exprès très vigoureux et d'un poids qui n'a guère varié que de 1800^{gr} à 1950^{gr}.

» Ainsi que nous l'avons dit, les effets observés ont été, excepté dans un cas, absolument les mêmes, chez tous les animaux soumis à des injections de doses presque semblables du liquide contenant le principe toxique pulmonaire. Les résultats ont été les mêmes, que nous ayions employé un filtre en papier ou le filtre auquel notre illustre maître, M. Pasteur, a donné son nom.

» Dans tous les cas, l'injection a été faite très lentement, tantôt dans une artère, tantôt dans une veine.

» Nous pouvons grouper nos expériences en deux séries : dans la première, nous rapportons ce qui a été observé chez les animaux ayant reçu de 4^{cc} à 8^{cc} du liquide pulmonaire; dans la seconde, nous donnons les phénomènes constatés lorsque la quantité du liquide injecté a varié de 20^{cc} à 26^{cc}.

» Dans tous les cas, le liquide employé a été injecté à la température de l'air ambiant, c'est-à-dire environ 12° C.

» I. *Injections faites avec 4^{gr} à 8^{gr} de liquide pulmonaire.* — Les premiers effets constatés ont été les suivants : 1° une dilatation pupillaire qui n'a

---

([1]) Cl. Bernard et P. Bert ont bien établi, et nous avons aussi constaté nombre de fois, que des quantités énormes d'eau peuvent être impunément injectées dans les poumons et que l'absorption en est si rapide que l'on ne peut en retirer qu'une faible proportion.

jamais été très considérable, mais qui a toujours été suffisante pour être reconnue par tous les témoins de l'expérience; 2° un ralentissement très notable de la fréquence des mouvements respiratoires, cette diminution pouvant être d'un cinquième, d'un quart, d'un tiers, même de moitié; 3° une faiblesse paralytique très considérable, surtout aux membres postérieurs; 4° un abaissement de température très rapide et variant de 0°,5 à 5°C. Dans les premières heures qui suivent l'opération, le cœur n'est pas affecté d'une manière uniforme : le plus souvent, sa fréquence n'est guère modifiée; quelquefois, elle est diminuée; d'autres fois, elle est augmentée. Mais le lendemain ou durant les trois ou quatre jours suivants, le cœur acquiert le plus souvent une activité morbide bien singulière qui peut durer plusieurs semaines. La fréquence des mouvements cardiaques s'est, en effet, élevée très fréquemment jusqu'à 240, 280 et 320 pulsations par minute, sans qu'il y eût cependant un notable accroissement fébrile de température et, même quelquefois, avec une température au-dessous de la normale.

» Ainsi que nous l'avons dit, l'animal se refroidit immédiatement après l'injection (comme du reste après l'introduction dans les vaisseaux sanguins d'un liquide quelconque), mais la température redevient bientôt presque normale. Elle s'élève quelquefois ensuite, mais elle ne devient vraiment fébrile que rarement et à un faible degré.

» Quant à la respiration, qui reste peu fréquente pendant les premières heures, elle s'active, en général, après cette période; mais, si l'animal ne meurt pas vite, elle dépasse un peu en vitesse le chiffre normal, tant qu'il survit.

» Il y a donc de très singuliers contrastes entre ce que montrent la respiration, le cœur et la chaleur animale, puisque la respiration redevient presque normale et que la température s'élève à peine, tandis que le cœur bat, le plus souvent, avec une vitesse excessive, mais faiblement.

II. *Injections faites avec* 20^{gr} *à* 25^{gr} *de liquide pulmonaire*. — Les effets sont presque tous les mêmes que dans les cas d'injections de moindres quantités, mais ils sont plus prononcés. La respiration est très notablement ralentie; elle est, le plus souvent, laborieuse; quelquefois la respiration costale est nulle (inhibée), alors que les mouvements du diaphragme sont violents et prolongés. En général, le cœur bat de suite avec un peu plus de vitesse qu'avant. La température s'abaisse un peu plus que lorsque la quantité injectée a été moindre. Des tremblements ont lieu et quel-

quefois aussi des convulsions générales, surtout aux membres postérieurs, mais sans perte de connaissance.

» L'animal prend souvent une attitude *recroquevillée*, sa colonne vertébrale se courbant en voûte à tel point que les membres postérieurs viennent toucher les antérieurs. Il paraît souvent souffrir beaucoup, et probablement de coliques, car les intestins se meuvent avec rapidité et violence. Qu'il ait eu des convulsions ou non, l'animal est souvent si faible qu'il ne peut guère se tenir sur ses membres et tombe aisément, le train postérieur surtout étant parésié.

» La pupille, au lieu de se dilater, se resserre excessivement. Il y a quelquefois du nystagmus ou une contracture de quelques-uns des muscles oculaires.

» Une diarrhée cholériforme survient rapidement et dure le plus souvent jusqu'à la mort, qui a lieu presque toujours dans les trois ou quatre jours qui suivent l'opération. L'animal peut mourir quelques heures après avoir semblé être en voie de guérison.

» Ce que nous avons dit plus haut à l'égard du cœur se montre aussi chez les lapins ayant eu une injection de 20^{gr} à 25^{gr} du liquide pulmonaire. La vitesse de ses battements est hors de toute proportion avec le degré de chaleur animale et la fréquence des mouvements respiratoires. Dans un cas, avec grande difficulté, nous avons pu compter 360 pulsations cardiaques par minute, alors que la température rectale n'était que de 39°.

» III. Nous n'avons pas besoin de dire qu'il n'est pas possible d'accuser l'eau des vapeurs pulmonaires d'être la cause des phénomènes que nous venons de décrire. On sait depuis longtemps, et l'un de nous s'en est maintes fois assuré depuis quarante ans, que des quantités bien plus considérables d'eau que celles de nos expériences peuvent être impunément injectées dans les vaisseaux sanguins des lapins. Dans un Ouvrage extrêmement remarquable, à beaucoup d'égards, M. Ch. Bouchard [1] dit que l'eau ne commence à se montrer toxique que si l'on en injecte plus de 90^{cc} par kilogramme de l'animal (lapin). Or, dans nos expériences, nous n'avons injecté que de 4^{gr} à 8^{gr} ou de 20^{gr} à 25^{gr} d'eau chez des lapins de $1^{gr},800$ à $1^{gr},950$. C'est donc évidemment à l'influence d'une ou de plusieurs substances toxiques contenues dans les vapeurs exhalées par les poumons que sont dus les phénomènes morbides que nous avons mentionnés.

---

[1] *Leçons sur les auto-intoxications dans les maladies*, p. 29; Paris, 1887.

» L'étude des substances organiques que l'air expiré entraîne n'a guère été faite jusqu'ici. Leur quantité, d'après ce qu'affirme le Dr Arthur Ransome (1), est extrêmement minime : il n'y en aurait que $0^{gr},2$ environ dans l'air expiré par un homme en vingt-quatre heures. L'agent toxique qui se révèle dans nos expériences provient très probablement, nous pourrions dire certainement, de ces substances organiques. On peut en conclure que cet agent, malgré l'intensité des effets qu'il a produits dans nos expériences, n'a dû s'y trouver qu'en quantité excessivement minime. Il faut donc admettre que sa puissance délétère est extrême (2). Ce poison est évidemment volatil et soluble dans l'eau et il passe aisément à travers un filtre. Est-ce un alcaloïde plus ou moins semblable aux leucomaïnes et aux ptomaïnes? C'est ce que nous essayerons ultérieurement de décider.

» IV. Les lésions trouvées à l'autopsie des lapins morts à la suite de cet empoisonnement sont toujours presque absolument les mêmes. De même que les symptômes, elles montrent qu'il y a eu pendant la vie une irritation considérable de certaines parties des centres nerveux et spécialement de la base de l'encéphale. On trouve une congestion considérable de presque tous les viscères et surtout des poumons. Des ecchymoses et même des foyers hémorragiques existent très souvent dans ces derniers or-

---

(1) *Journal of Anatomy and Physiology*, t. IV, p. 211. London, 1870.

(2) Une de nos expériences fait voir plus que les autres combien peut être grande l'action du poison provenant des poumons. Sur un lapin très vigoureux et différant un peu des autres par son poids, qui était de 2^{kg}, nous avons injecté, dans une des carotides, du liquide tout à fait frais, formé par la condensation des vapeurs pulmonaires entraînées par l'air expiré sortant de la trachée d'un gros chien, en bonne santé. Nous en avions injecté $14^{cc},5$ sans produire autre chose que l'agitation ordinaire, lorsque, tout d'un coup, en continuant à pousser du liquide dans l'artère, nous avons vu apparaître un tétanos violent (tête tirée en arrière, raideur extrême des membres postérieurs, dans l'extension), avec arrêt presque complet de la respiration et des mouvements du cœur. En moins d'une minute l'animal était mort, n'ayant reçu que $15^{cc},5$ du liquide pulmonaire toxique. A l'autopsie, tous les effets vaso-moteurs ordinaires d'une irritation violente du pont de Varole et du bulbe furent constatés. Il n'y avait cependant aucune altération organique de ces parties, ni du reste de l'encéphale. Une hémorragie considérable avait eu lieu dans les parties centrales des deux poumons, qui montraient ailleurs des ecchymoses, de la congestion et de l'emphysème à un très haut degré. Les reins, le foie et la rate étaient aussi congestionnés. Le cœur était en *diastole* (c'est-à-dire inhibé), le ventricule gauche contenant beaucoup de *sang rouge*, et le droit, ainsi que la veine-cave inférieure, du *sang moins noir que le sang veineux ordinaire*. L'irritation bulbaire avait donc produit un arrêt subit des échanges entre le sang et les tissus.

ganes, où l'on observe, en outre, un emphysème souvent très considérable. Très fréquemment le cœur gauche et les artères ne sont pas complètement vides et il n'est pas rare d'y trouver beaucoup de sang. Quelquefois il y a eu évidemment arrêt des échanges entre les tissus et le sang, dans les derniers moments de la vie, car on trouve du sang rougeâtre dans les veines et dans le cœur. Nous n'avons jamais vu une apparence quelconque d'embolie ou d'*infarctus*. L'encéphale et ses membranes sont le plus souvent congestionnés, mais sans lésion organique grossière. L'urine, examinée souvent, après la mort, a montré quelquefois de l'albumine, mais jamais de sucre [1].

» *Conclusions*. — 1° Les poumons de l'homme, du chien et du lapin, à l'état de santé, produisent un poison extrêmement énergique et qui en sort sans cesse avec l'air expiré.

» 2° Il est extrêmement probable, sinon certain, que c'est cet agent toxique qui rend si dangereux l'air confiné ».

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Des abcès profonds et lointains, consécutifs à l'anthrax;* par M. **Verneuil.**

« On savait depuis longtemps que le furoncle et l'anthrax, affections cutanées locales à leur début, peuvent plus tard, à la manière des maladies générales, provoquer des accidents graves, allant jusqu'à la mort inclusivement et démontrant jusqu'à l'évidence l'envahissement de l'organisme tout entier.

» On rapportait ces accidents, il y a quelques années encore, soit à la violence de l'inflammation locale, soit à la septicémie ou à la pyohémie, parties de la tumeur de la peau comme d'une plaie.

» En 1880, notre illustre Secrétaire perpétuel, M. Pasteur, découvrit la nature microbienne des affections qui nous occupent et montra qu'elles étaient anatomiquement et étiologiquement caractérisées par la présence du *Staphylococcus pyogenes aureus*, auquel était dû, d'autre part, le développement de l'ostéomyélite infectieuse.

---

(1) Dans une expérience faite il y a quelques jours, et qui, certes, a besoin d'être répétée, nous avons constaté qu'un lapin, pesant $1^{kg},850$, ayant reçu dans l'aisselle, sous la peau, une injection de 22^{cc} de liquide pulmonaire, a été tué en moins de sept ou huit heures, après avoir présenté les symptômes décrits dans notre travail. L'autopsie a montré les lésions ordinaires observées après l'injection de ce liquide dans le sang.

» Cette constatation aurait pu faire comprendre comment l'affection locale devenait maladie générale. Il eût suffi de démontrer la pénétration du microbe en question dans le torrent circulatoire et son arrêt dans les différents points de l'organisme. Mais, par malheur, cette démonstration ne fut pas faite, car on ne parvint jamais à rencontrer le *Staphylococcus aureus* dans le sang de la circulation générale (Cornil et Babès, les *Bactéries*, art. *Anthrax*).

» Je n'ai pas été plus heureux que les autres, mais je puis, par une voie différente, prouver que le microbe de l'anthrax est capable d'être transporté à distance et de coloniser loin de son foyer initial, ce qui ne peut se faire que par l'intermédiaire du torrent circulatoire.

» Je suis arrivé à cette démonstration moitié par l'observation clinique et moitié par les procédés de laboratoire. Les auteurs qui ont écrit sur l'anthrax ont noté, sans y insister et comme en passant, la formation d'abcès survenus plus ou moins loin de la lésion primitive, et plus ou moins longtemps après son apparition; mais ils n'ont pas exposé la pathogénie de cette complication. Ayant observé dans mon service un cas de ce genre, j'ai voulu en profiter pour étudier la question de l'infection anthraco-furonculeuse, et j'ai été assez heureux pour voir mes prévisions se réaliser.

» Léontine C., 42 ans, femme de ménage, entre dans mon service le 9 novembre 1887, pour un abcès de la partie supérieure de la cuisse.

» Cette femme, d'apparence chétive, jouissait cependant d'une assez bonne santé, lorsqu'elle fut atteinte, dans les derniers jours d'octobre, d'un anthrax de la nuque du volume d'un œuf de poule, très douloureux, accompagné de fièvre et de symptômes généraux.

» Le cinquième jour, Léontine C. se rendit à pied à la consultation d'un médecin, qui incisa d'abord la tumeur avec le bistouri, puis exerça des pressions fortes et réitérées pour en faire sortir les bourbillons. Ces manœuvres furent extrêmement pénibles et, tout en amenant un soulagement local, accrurent le malaise général.

» Le lendemain, une douleur très vive se manifesta vers le pli de l'aine gauche, rendant la marche impossible; après quelques jours passés chez elle sans soins suffisants, la malade se fit transporter à l'hôpital.

» Le 10 au matin, nous reconnaissons à l'angle externe du triangle de Scarpa un empâtement profond, mal limité, encore peu saillant, mais présentant à son centre une fluctuation obscure. Nous diagnostiquons un abcès en voie de formation indépendant de la gaine des vaisseaux et des ganglions inguinaux. Les mouvements volontaires sont très difficiles; la cuisse est portée dans la flexion, l'abduction, la rotation en dehors, comme dans la coxalgie; cependant l'articulation coxo-fémorale elle-même ne paraît pas malade.

» Le thermomètre marque 38° le matin et plus de 39° le soir; peau chaude, face animée, pouls fébrile, anorexie, soif, mauvais sommeil, grande faiblesse.

» La plaie de l'anthrax du cou est complètement cicatrisée.

» J'attends que la fluctuation soit plus manifeste et la collection moins profonde. Enfin, le 14, je ponctionne l'abcès, en extrais environ 60gr de pus et pousse dans la cavité purulente 20gr d'éther iodoformé pour stériliser la paroi.

» La fièvre et le malaise persistent et le liquide se reproduit rapidement. Le 18, l'abcès étant incisé au bistouri, j'y place un drain debout et j'en lave soigneusement la cavité avec un liquide antiseptique.

» Les jours suivants, les injections sont continuées, la poche est presque vide, le pus séreux, rare, est absolument sans odeur; cependant l'état général ne s'améliore pas et la température reste toujours élevée, dépassant tous les soirs 39°.

» Le 23, j'administre l'antipyrine à la dose de 4gr par jour en deux quarts de lavement, donnés l'un le matin et l'autre le soir; la fièvre tombe aussitôt et l'apyrexie continue les jours suivants (1).

» Pour abréger ce récit, je me bornerai à dire qu'il me fallut drainer l'abcès et placer la malade dans une gouttière de Bonnet, pour corriger l'attitude vicieuse que tendait à prendre le membre inférieur gauche, mais qu'enfin la guérison était obtenue dans le commencement de janvier.

» Voici maintenant le complément fourni par les recherches microbiennes. A l'heure où j'ouvrais l'abcès, je priai l'un de nos internes les plus instruits et les plus distingués, M. le Dr Gilbert, d'une compétence reconnue dans ce genre de recherches, de vouloir bien recueillir du pus pour l'examiner et soumettre à l'épreuve des cultures les mono-organismes qu'il rencontrerait. Voici la Note qu'il a bien voulu me remettre :

» J'ai recueilli dans le service de M. Verneuil, le 14 novembre 1887, le pus d'un abcès de l'aine consécutif à un anthrax du cou. L'ensemencement de ce pus m'a fourni des cultures pures de *Staphylococcus pyogenes aureus*.

» Donc, nul doute que ce microbe n'ait été transporté de la nuque au triangle de Scarpa et, après l'anthrax du cou, n'ait fait naître un *anthrax* du tissu conjonctif de la cuisse.

» Je terminerai en rappelant un autre exemple d'abcès éloigné et profond, se produisant à la suite d'un anthrax, non pas soudainement et par le mécanisme de l'auto-inoculation traumatique, mais sous l'influence de causes générales, froid et fatigue, très capables, comme on le sait, de faire naître, renaître et multiplier les manifestations des maladies infectieuses (2).

---

(1) C'est un des deux cas dont j'ai sommairement entretenu l'Académie dans la courte discussion qui a suivi la lecture du travail de M. A. Robin sur l'antipyrine.

(2) J'emprunte cet extrait à une observation inédite envoyée à la Société de Chirurgie par un chirurgien distingué de province, M. le Dr Ledru, de Clermont-Ferrand.

» M. P., docteur en Médecine de 32 ans et de bonne constitution, fut atteint, du 15 au 31 août 1871, de trois orgeolets des paupières : les deux premiers à gauche, le troisième à la paupière inférieure droite.

» Le 1er septembre, apparition d'un furoncle de la lèvre supérieure du même côté; puis enfin, développement, encore à droite, d'un anthrax de la joue qui, après incision, est complètement guéri le 16 septembre.

» Pour arrêter cette furonculose, M. P. part le 18 septembre pour Châtel-Guyon, où il commença une cure purgative en ingérant quatre à cinq verres d'eau tous les matins et en prenant un bain de piscine.

» Le résultat est nul, car l'appétit ne revient pas et le teint reste jaune. De plus, M. X. commet quelques imprudences; dans les premiers jours, il fait à pied trois excursions longues et fatigantes; une autre fois, sortant du bain par un mauvais temps, il séjourne dans une galerie, exposé aux courants d'air.

» Enfin, quelques jours plus tard, le 27 septembre, surpris pendant une excursion par un vent très intense et une pluie abondante, il dut se réfugier et s'asseoir dans une excavation de rocher où l'eau suintait de toute part.

» Trente heures après, dans la nuit du 28, frisson violent, fièvre brûlante, douleur très vive dans la région lombaire gauche; mêmes symptômes le lendemain.

» Le 30, M. P. quitte Châtel-Guyon et revient chez lui, où il s'alite pour plusieurs mois. Les accidents aigus, en effet, avaient pour cause un volumineux abcès occupant le flanc gauche depuis l'hypochondre jusqu'à la fosse iliaque et qui ne guérit qu'en avril, grâce aux soins les plus attentifs et les plus assidus.

» Voilà donc un sujet robuste, qui, atteint successivement des divers degrés de la furonculose : orgeolet, furoncle, anthrax, dont il guérit facilement d'ailleurs, tente, pour couper court à ces éruptions successives, une saison thermale.

» Voulant remédier sans doute aux troubles digestifs qu'avait laissés après elle l'infection anthracique, il choisit malencontreusement une station d'eau purgative; non moins imprudemment, il se surmène par des marches excessives et s'expose itérativement au froid, sans soupçonner qu'il porte encore en lui et dans son torrent circulatoire même les germes latents de l'anthrax à peine épuisés, lesquels germes, retrouvant dans cet organisme fatigué un milieu propice, et aidés d'ailleurs par l'action du froid, si favorable à l'introduction, la diffusion et la prolifération de la plupart des microbes, s'arrêtent, s'inoculent, se multiplient dans un espace conjonctif très distant du mal initial, et y font naître une collection purulente avec tout le cortège symptomatique des phlegmons les plus violents.

» Il est difficile, je crois, de trouver une observation clinique plus précise et se rapprochant davantage d'une expérience de laboratoire. »

M. de Lesseps fait hommage à l'Académie de 177 photographies, représentant la suite des travaux du canal de Panama, dans toutes les sections, depuis l'océan Pacifique jusqu'à l'océan Atlantique.

La montagne de la Culebra, située au centre de l'isthme, ne pouvant être percée au commencement de 1890 à profondeur suffisante, un contrat a été passé avec M. Eiffel, pour utiliser provisoirement cet obstacle au moyen d'un bassin éclusé, alimenté par le Chagres, et qui plus tard sera creusé de telle sorte que les deux Océans confondront leurs eaux et permettront le passage direct sans arrêt et sans écluses.

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'une Commission de douze Membres, qui sera chargée de l'étude des diverses questions se rapportant au concours qui doit s'ouvrir, pour la découverte d'un procédé simple et usuel permettant de déterminer, dans les spiritueux du commerce, les substances autres que l'alcool pur.

MM. **Pasteur**, **Becquerel**, **Berthelot**, **Bouchard**, **Debray**, **Friedel**, **Fremy**, **Peligot**, **Troost**, **Schlœsing**, **Dehérain**, **Mascart** réunissent la majorité des suffrages.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

THERMODYNAMIQUE. — *Variation de température d'une vapeur comprimée ou dilatée, en conservant la même chaleur totale.* Mémoire de M. **Ch. Antoine**. (Extrait par l'auteur.)

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

« En comptant les températures θ à partir d'un zéro spécial à chaque vapeur, les tensions p sont données par la relation

$$p = \overline{\Delta\theta}^{5,5};$$

les chaleurs à saturation X par

$$X = N\sqrt[3]{\theta} + \text{const.}$$

» Je me propose, dans ce Mémoire, d'établir que, en désignant par c la chaleur spécifique sous pression constante, et en posant

$$\mu = \frac{N}{c}\sqrt[3]{\theta} - \theta,$$

la relation

$$\mu + t = \mu' + t'$$

est la fonction qui unit la tension d'une vapeur surchauffée à sa température, pour conserver la même chaleur totale.

» Cette relation permet de calculer facilement :

» 1° La température finale qui résulte d'une compression ou d'une dilatation donnée ;

» 2° La tension finale qui résulte d'une variation de température donnée.

» On en déduit que la chaleur totale, à saturation de l'air atmosphérique, doit se rapprocher de

$$X = 14,0\sqrt[3]{\theta} + \text{const.}$$

» Enfin, en analysant les expériences faites par V. Regnault en 1854-1864-1865, les différences y de température, calculées par cet illustre physicien, sont coordonnées par la relation

$$y = 17,5\sqrt[3]{t' - t},$$

t et t' représentant les températures ordinaires qui, pour la vapeur d'eau à saturation, correspondent : t à la tension initiale, t' à la tension finale. »

M. O. Cord adresse, de Lyon, un Mémoire intitulé : « Notice rectificative au sujet des équations du mouvement apparent du pendule ».

(Commissaires : MM. Resal, Lévy.)

M. J.-P. Dolbnia adresse, de Nijni-Novgorod (Russie), une « Nouvelle démonstration des théorèmes d'Abel, concernant l'intégration des différentielles $\frac{\rho\,dx}{\sqrt{R}}$, ρ et R étant des fonctions entières. »

(Commissaires : MM. Hermite, Darboux.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, un Opuscule de M. *N. Pringsheim*, intitulé : « J.-B. Boussingault, als Pflanzenphysiologe » (Extrait des *Comptes rendus de la Société botanique de Berlin*, 1887.)

M. **G. Balbiani**, M. **H. Moissan** adressent des remerciements à l'Académie, pour les distinctions accordées à leurs travaux dans la dernière séance publique.

M. **W. Zenker**, auquel un prix Gay a été décerné dans la dernière séance publique, fait observer que son nom a été imprimé d'une manière inexacte (t. CV, p. 1377 et 1378, *au lieu de* **Zeuker**, *il faut lire* **Zenker**).

M. **Ivison O' Neale** fait savoir qu'il est l'auteur de la Note mentionnée au *Compte rendu* de la séance du 19 décembre 1887, sur une cause de la présence du furfurol dans les vins ou eaux-de-vie (t. CV, p. 1295).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Remarques sur les groupes de transformations relatifs à certaines équations différentielles*. Note de M. **E. Picard**, présentée par M. Hermite.

« Considérons une équation différentielle du second ordre, de la forme

$$y'' = R(y, y'),$$

où ne figure pas la variable indépendante, et soit

$$y = f(x, C)$$

l'intégrale générale. En prenant la dérivée et résolvant par rapport à x et C, nous pouvons écrire

$$(1) \qquad \begin{cases} \varphi(y, y') = x, \\ \psi(y, y') = C. \end{cases}$$

Soit maintenant Y une seconde intégrale obtenue en remplaçant x par $x+h$, et C par $C+k$, on aura

$$\varphi(Y, Y') = x + h,$$
$$\psi(Y, Y') = C + k;$$

par conséquent,

$$(E) \qquad \begin{cases} Y = F\,(h, k, y, y'), \\ Y' = F_1(h, k, y, y'). \end{cases}$$

Relativement à y et y', les équations (E) définissent manifestement un groupe continu de transformations à deux paramètres h et k, et il est clair que la substitution infinitésimale relative à l'accroissement δh du paramètre h sera

$$(S_1) \qquad \begin{cases} \delta y = y'\,\delta h, \\ \delta y' = R(y, y')\,\delta h. \end{cases}$$

» Ces remarques évidentes faites, supposons d'une manière générale que l'équation différentielle proposée admette un groupe (E) de transformations avec les deux paramètres h et k, en faisant toutefois l'hypothèse que la transformation infinitésimale correspondant à h soit précisément la substitution (S_1). Désignons alors par

$$(S_2) \qquad \begin{cases} \delta y = X(y, y')\,\delta k, \\ \delta y' = Y(y, y')\,\delta k \end{cases}$$

la seconde transformation infinitésimale.

» Tout d'abord, puisque (S_1) et (S_2) définissent un groupe de transformations, nous aurons identiquement, d'après les principes de M. Lie sur les groupes de transformations,

$$y'\frac{\partial X}{\partial y} + R(y, y')\frac{\partial X}{\partial y'} - Y = \alpha y' + \beta X,$$
$$y'\frac{\partial Y}{\partial y} + R(y, y')\frac{\partial Y}{\partial y'} - X\frac{\partial R}{\partial y} - Y\frac{\partial R}{\partial y'} = \alpha R + \beta Y,$$

α et β étant des constantes.

» Mais il faut écrire en outre que la substitution (S_2) est une transformation infinitésimale pour l'équation proposée. On trouve de suite les deux équations précédentes, sauf que les seconds membres sont égaux

à zéro. On en conclut que

$$\alpha = \beta = 0.$$

» Il en résulte que le groupe de transformations considéré est *permutable;* X et Y sont assujettis seulement à vérifier les deux équations

$$y' \frac{\partial X}{\partial y} + R \frac{\partial X}{\partial y'} = Y,$$
$$y' \frac{\partial Y}{\partial y} + R \frac{\partial Y}{\partial y'} = X \frac{\partial R}{\partial y} + Y \frac{\partial R}{\partial y'}.$$

» En supposant maintenant qu'on ait un système de fonctions X et Y de y et y' satisfaisant à ces deux équations aux dérivées partielles, cherchons sous quelle forme sera donnée l'intégrale de l'équation différentielle proposée. On la trouvera facilement en s'appuyant sur la remarque que voici ; soient

$$\delta x = X_1(x, y)\,\delta h, \qquad \delta x = X_2(x, y)\,\delta k,$$
$$\delta y = Y_1(x, y)\,\delta h, \qquad \delta y = Y_2(x, y)\,\delta k$$

les deux transformations infinitésimales d'un groupe de transformations à deux paramètres et *permutable.* J'écris les deux équations

$$dx = X_1\,dh + X_2\,dk,$$
$$dy = Y_1\,dh + Y_2\,dk;$$

on vérifiera sans peine qu'elles sont intégrables, c'est-à-dire que dh et dk tirées de ces équations sont des différentielles totales exactes.

» En revenant à la question posée, on conclut de là que h et k, ou, ce qui revient au même, x et C *se trouveront exprimés par des intégrales de différentielles totales en* y *et* y' ; ceci suppose, bien entendu, que l'on possède un système de valeurs de X et Y différent de y' et R.

» Je me borne ici à ces remarques générales; quoique fort élémentaires, elles m'ont été très utiles dans l'étude de certains problèmes concernant les équations de la forme

$$f(y, y', y'') = 0,$$

où f est un polynôme, dont je me suis déjà occupé dans diverses Communications. »

ANALYSE ALGÉBRIQUE. — *Généralisation du théorème de Rolle.* Note de M. **Félix Lucas**, présentée par M. C. Jordan.

« Soit un polynôme

$$F(z) = X + Y\sqrt{-1} \tag{1}$$

du degré p, à coefficients réels ou imaginaires.

» J'assimile ses points-racines $M_1, M_2, \ldots, M_p$ à des centres matériels, de masse égale à l'unité, repoussant un point N, de même masse, en raison inverse de leurs distances à ce point. Les deux projections P et Q de l'action résultante sur les axes rectangulaires des coordonnées sont déterminées par l'équation

$$P - Q\sqrt{-1} = \frac{F'(z)}{F(z)}. \tag{2}$$

» Il est clair que *les positions d'équilibre du point* N *coïncident avec les points-racines* $M'_1, M'_2, \ldots, M'_{p-1}$ *du polynôme dérivé* $F'(z)$. J'avais déjà indiqué cette observation en 1868 (¹).

» Les *lignes isodynamiques*, le long desquelles l'intensité de l'action totale reste invariable, ont pour équation

$$\frac{\left(\frac{dX}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dY}{dy}\right)^2}{X^2 + Y^2} = \text{const.} \tag{3}$$

Ces courbes sont algébriques, du degré $2p$. Leurs trajectoires orthogonales ont pour équation

$$\frac{X\frac{dX}{dy} + Y\frac{dY}{dy}}{X\frac{dX}{dx} + Y\frac{dY}{dx}} = \text{const.}; \tag{4}$$

elles sont algébriques, du degré $(2p - 1)$, et enchaînent tous les points M et tous les points M'; on peut leur donner le nom de *lignes halysiques*. La

(¹) *Recherches concernant la mécanique des atomes* (*Comptes rendus*, séance du 20 juillet 1868).

direction de l'action totale reste parallèle à une même droite sur tout le parcours d'une ligne halysique. Cette ligne possède une branche hyperbolique, dont l'asymptote est parallèle à cette droite et passe par le centre de gravité des points M; elle peut comprendre, en outre, un certain nombre d'ovales ou courbes fermées.

» *Les lignes isodynamiques et les lignes halysiques ne peuvent avoir de points singuliers (isolés ou nodaux) que sur les points-racines de l'équation du degré* $2(p-1)$

$$[F'(z)]^2 = F(z)F''(z). \tag{5}$$

» *L'action totale des points* M *ne peut devenir maximum ou minimum que sur ces ombilics.*

» Cette dernière observation conduit au théorème suivant :

» Théorème. — *Lorsqu'une ligne halysique ne passe par aucun ombilic :*

» 1° *La branche hyperbolique passe au moins par un point* M *et contient un nombre de points* M' *inférieur d'une unité à celui des points* M;

» 2° *Chaque ovale contient autant de points* M' *que de points* M, *le nombre des points de chaque espèce étant au moins égal à l'unité;*

» 3° *Il y a toujours un point* M' *et un seul entre deux points* M *consécutifs, soit sur la branche infinie, soit sur une ovale.*

» Dans le cas particulier où il existe des racines multiples de $F(z)$ ou de $F'(z)$, les points correspondants figurent parmi les points-racines de l'équation (5); ils constituent alors des *ombilics-pivots* communs à toutes les lignes halysiques. *Le théorème précédent s'étend aux lignes halysiques qui passent par des ombilics-pivots sans passer par d'autres ombilics.*

» Si tous les points M sont situés sur une droite, cette droite contient aussi tous les points M'; elle constitue à elle seule la ligne halysique correspondant à sa direction, et ne peut contenir aucun ombilic différent des ombilics-pivots. Le théorème de Rolle se présente alors comme un cas particulier du théorème général que nous venons d'énoncer.

» Ce théorème général peut s'étendre, par voie de continuité, aux lignes halysiques de transition qui passent par des ombilics proprement dits; mais il n'en est ainsi qu'à la condition de suivre sur la ligne de transition les parcours, brusquement coudés sur les ombilics, qu'indique l'une ou l'autre des lignes halysiques immédiatement précédente et suivante. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une généralisation du principe de Dirichlet.* Note de M. **Riemann**, présentée par M. Hermite.

« Soit S une aire plane dont le contour s est formé extérieurement par une ligne fermée simple L_0, intérieurement par $n-1$ lignes fermées simples $L_1, L_2, \ldots, L_{n-1}$, extérieures les unes aux autres. Je suppose qu'à cette aire s'applique le principe de Dirichlet. Il est dès lors facile d'établir le résultat suivant, déjà énoncé par M. Schwarz en 1870 :

» Transformons par des coupures $C_1, C_2, \ldots, C_{n-1}$, assujetties à ne pas se rencontrer, l'aire S en une aire simplement connexe S_1. Nous appellerons *bord droit de la coupure* C_i le bord qu'on a à sa droite quand on parcourt cette coupure de L_i à L_0. A chaque coupure C_i faisons correspondre un nombre k_i. Il existe une fonction $V(x, y)$ et une seule jouissant des trois propriétés suivantes :

1° Elle est harmonique (¹) dans S_1. 2° Elle prend des valeurs déterminées, ainsi que ses dérivées partielles des deux premiers ordres, sur les deux bords de chaque coupure C_i. Ses valeurs sur le bord droit dépassent de la quantité constante k_i ses valeurs sur le bord gauche. Enfin ses dérivées partielles prennent les mêmes valeurs sur les deux bords. 3° Elle prend en chaque point de s une valeur qu'on peut se donner arbitrairement à l'avance, à condition que, sur chacune des lignes dont se compose s, cette valeur varie d'une manière continue tant qu'on ne franchit aucune coupure, et varie brusquement de k_i lorsqu'on franchit C_i.

» Dans une Lettre adressée en 1882 à M. Klein (²), M. Schwarz démontre cette proposition en s'aidant du beau procédé alterné dont il est l'inventeur. Voici une autre manière d'établir le même résultat : Supposons qu'il existe une telle fonction $V(x, y)$. Soit v_i le coefficient de $\sqrt{-1}$ dans la fonction $\log(z - b_i)$, b_i étant l'affixe d'un point intérieur à L_i; v_i est une fonction uniforme dans S_1, pourvu que l'on fixe sa valeur en un point particulier de cette aire. Si l'on considère maintenant la différence

$$V(x, y) - \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{i=n-1} k_i v_i,$$

(¹) C'est-à-dire : elle est uniforme et continue, elle admet des dérivées partielles des deux premiers ordres, également uniformes et continues ; enfin elle vérifie l'équation $\Delta V = 0$.

(²) *Mathematische Annalen*, t. XXI, p. 157 et suiv.

on reconnaît sans peine qu'elle est harmonique dans S et qu'elle prend en chaque point de s une valeur déterminée, différence entre la valeur donnée et celle de la fonction

$$\frac{1}{2\pi}\sum_{i=1}^{i=n-1} k_i v_i.$$

D'après le principe de Dirichlet, il y a une fonction

$$w(x, y)$$

et une seule satisfaisant à ces conditions. Inversement, la fonction

$$V(x, y) = w(x, y) + \frac{1}{2\pi}\sum_{i=1}^{i=n-1} k_i v_i$$

a toutes les propriétés contenues dans l'énoncé.

» Ce résultat permet de démontrer le théorème suivant, qu'on peut appeler *principe de Dirichlet généralisé :*

» Marquons sur le contour s un nombre limité de points A, que nous appellerons les *points singuliers de contour.* Il existe une fonction $U(x, y)$ possédant les trois propriétés suivantes :

» 1° Elle est harmonique dans S. 2° Elle prend en chaque point non singulier de s une valeur qu'on peut se donner à l'avance, mais assujettie à varier d'une manière continue tant qu'on ne rencontre aucun point singulier. Nous admettrons, en outre, que cette valeur tend vers une limite quand on s'approche indéfiniment d'un point singulier A en marchant dans le sens positif, et vers une autre limite quand on s'en approche indéfiniment dans le sens négatif; soit δ l'excès de la première limite sur la seconde. 3° Elle conserve une valeur finie dans le voisinage d'un point singulier de s.

» Soit a l'affixe du point A, et soit α l'angle, compté à l'intérieur de l'aire, que font les tangentes aux deux branches de s issues de A. Désignons par a_0, a'_0, a''_0, ... les affixes des points singuliers situés sur L_0; par a_i, a'_i, a''_i, ... les affixes des points singuliers situés sur L_i. Supposons qu'il existe une fonction U possédant les propriétés de l'énoncé. Transformons l'aire S en une aire simplement convexe S_1 par des coupures C_1, C_2, ..., C_{n-1}, assujetties à ne pas se rencontrer et à ne passer par aucun point singulier. Soit u le coefficient de $\sqrt{-1}$ dans $\log(z-a)$; u est une fonction uniforme dans S_1, si l'on a eu soin de fixer sa valeur pour un point particulier de

cette aire. Enfin, soit

$$U' = \frac{\delta_0}{\alpha_0} u_0 + \frac{\delta'_0}{\alpha'_0} u'_0 + \frac{\delta''_0}{\alpha''_0} u''_0 + \ldots + \sum_{i=1}^{i=n-1} \left(\frac{\delta_i}{\alpha_i} u_i + \frac{\delta'_i}{\alpha'_i} u'_i + \frac{\delta''_i}{\alpha''_i} u''_i + \ldots \right).$$

» La différence $U - U'$, si l'on fait abstraction des points singuliers, possède les propriétés de la fonction que nous avons désignée par $V(x, y)$. En chaque point non singulier de s, elle prend une valeur déterminée. Cette valeur ne subit pas de discontinuité aux points singuliers. De plus, on a

$$k_i = -2\pi \left(\frac{\delta_i}{\alpha_i} + \frac{\delta'_i}{\alpha'_i} + \frac{\delta''_i}{\alpha''_i} + \ldots \right).$$

» Enfin, cette fonction conserve une valeur finie dans le voisinage d'un point singulier. Si l'on admet qu'elle prend une valeur déterminée en un tel point, elle a pour expression

$$V(x, y) = w(x, y) - \sum_{i=1}^{i=n-1} \left(\frac{\delta_i}{\alpha_i} + \frac{\delta'_i}{\alpha'_i} + \frac{\delta''_i}{\alpha''_i} + \ldots \right) v_i,$$

w étant déterminé sans ambiguïté, et la fonction U cherchée a pour expression $V + U'$; réciproquement, on reconnaît que la fonction ainsi construite répond aux conditions de l'énoncé.

» Il resterait à prouver qu'il n'y a qu'une telle fonction. Cette question est très délicate. M. Schwarz (¹) l'a traitée en 1872, mais seulement pour le cercle, et ce n'est que tout récemment que M. Harnack (²) a établi la proposition pour une aire quelconque. Faisons observer qu'elle cesse d'être vraie dès que l'on supprime la troisième condition de l'énoncé. Soit, par exemple, $z_1 = F(z) = P + Q\sqrt{-1}$ une fonction représentant une aire simplement convexe S sur la moitié supérieure du plan des z_1. La fonction Q est harmonique dans S et prend la valeur zéro en chaque point de s, à l'exception d'un point, et pourtant elle n'est pas nulle dans S. »

(¹) *Journal de Crelle*, t. 74, p. 233 et suiv.
(²) *Die Grundlagen der Theorie des logarithmischen Potentiales*, p. 34 et 41.

GÉODÉSIE. — *Sur la mesure de l'intensité absolue de la pesanteur.* Note de M. G. DEFFORGES, présentée par M. F. Perrier.

« Les formules célèbres de Clairaut et de Laplace ([1]) établissent une relation simple entre l'excentricité du globe terrestre et la variation de la pesanteur de l'équateur au pôle. La mesure de la longueur du pendule à secondes à diverses latitudes permet de calculer la variation de la pesanteur et d'en déduire l'excentricité du globe terrestre et la forme de la courbe méridienne. Il n'est donc pas surprenant que les mesures relatives à la gravité aient été et soient encore le complément obligé et comme le corollaire de toutes les grandes opérations géodésiques entreprises dans le but de déterminer les dimensions et la figure de la Terre.

» Bouguer, en 1735, mesura à Quito et au sommet du Pichincha la longueur du pendule à secondes par une méthode que devait reprendre et perfectionner Borda. Maupertuis emportait, la même année, un pendule invariable de Graham au cercle polaire, tandis que de Mairan déterminait la gravité à Paris.

» Pendant que Delambre et Méchain mesuraient, pour la Commission des Poids et Mesures, la méridienne de France, Borda faisait à l'observatoire de Paris ses immortelles expériences sur le pendule à fil. Quelques années plus tard, Biot, Mathieu et Arago étendaient les mesures du pendule à tout l'arc anglo-français, depuis Unst jusqu'à Formentera et au parallèle moyen de Bordeaux à Padoue.

» En Angleterre, Kater imaginait, vers 1818, son pendule « convertible », pendule composé muni de deux axes réciproques. Il construisait, quelques années plus tard, le fameux pendule invariable anglais qu'il fit osciller lui-même aux principales stations géodésiques de la Grande-Bretagne et qui fut transporté plus tard par Sabine et Foster dans toutes les mers du globe, et par Basevi et Heaviside jusque sur les plus hauts plateaux de l'Himalaya.

» Après la mesure de l'arc prussien, Bessel exécute à Berlin et à Königsberg ses travaux célèbres avec le pendule à fil différentiel et donne la théorie d'un pendule symétrique, à axes réciproques, éliminant l'effet de l'air ambiant. C'est le pendule réversible. Construit par Repsold, de Hambourg, assez longtemps après la mort de Bessel, ce pendule est devenu d'un usage général. C'est au cours de ses études sur le pendule de Repsold que M. Peirce a découvert l'influence réciproque du pendule en mouvement et du support, ainsi que l'accroissement de la durée d'oscillation qui en est le résultat.

([1]) Formule de Clairaut : $\dfrac{g^{\text{pôle}} - g^{\text{équateur}}}{g^{\text{équateur}}} = \dfrac{5}{2}m - e.$

Formule de Laplace : $l_\varphi = l_{\text{équateur}} + (l_{\text{pôle}} - l_{\text{équateur}}) \sin^2 \varphi.$

Les deux formules sont liées l'une à l'autre par la relation

$$\frac{g_{\text{pôle}} - g_{\text{équateur}}}{g_{\text{équateur}}} = \frac{l_{\text{pôle}} - l_{\text{équateur}}}{l_{\text{équateur}}}.$$

» Lorsque nous avons été chargé, par M. le général Perrier, à l'occasion de la nouvelle mesure de la méridienne de France, d'entreprendre de nouvelles mesures de la pesanteur, le pendule à fil, appareil de laboratoire parfait, nous a paru trop délicat pour la pratique géodésique. D'un autre côté, le pendule invariable exige, pour la mesure de ses coefficients de température et de pression, une étude longue et minutieuse, dont les résultats ne sont pas exempts d'incertitude.

» C'est donc au pendule symétrique, à axes réciproques, au pendule de Bessel, que nous nous sommes arrêté. Mais nous avons cru devoir introduire, dans la construction de l'appareil et dans l'observation, la méthode différentielle et par conséquent employer deux pendules, de longueur différente. On peut ainsi, en opérant par différence, éliminer quelques causes d'erreur dont l'effet est aujourd'hui difficile à évaluer ou à calculer exactement.

» Le pendule symétrique à axes réciproques, conçu par Bessel, éliminait toutes les causes d'erreur alors connues : par la réversion, le défaut de coïncidence des arêtes des couteaux et des axes réciproques idéaux; par la symétrie de la forme, l'effet de l'air ambiant; par l'échange des couteaux, l'influence de leur courbure.

» A ces causes d'erreur est venu s'ajouter l'effet de l'entraînement du support par le pendule en mouvement.

» MM. Peirce et Cellérier ont exprimé cet effet par la formule

$$\frac{dT}{T} = \frac{p\varepsilon h}{2\lambda^2},$$

qui renferme le coefficient d'élasticité du support ε dont la détermination est incertaine. Suivant qu'on le mesure, en effet, statiquement, c'est-à-dire par l'application au support d'une force constante, ou dynamiquement, c'est-à-dire par la mesure des déplacements du support sous l'influence du pendule en mouvement, on trouve des nombres différant entre eux de $\frac{1}{8}$ environ, et il est à noter, alors que, théoriquement, le coefficient dynamique paraîtrait devoir convenir au problème, que c'est en réalité le coefficient statique, qui, introduit dans la formule de correction, représente le mieux le phénomène.

» M. Cellérier a proposé de déduire le coefficient ε des observations de durée faites, sur le même support, avec le pendule d'expérience et un pendule auxiliaire plus léger. Cette méthode a l'inconvénient de reporter sur le coefficient ε une grande partie de l'erreur accidentelle des observations de durée.

» Nous avons dû chercher, à cause de cette incertitude, à éliminer par la méthode d'observation l'influence du support. Le calcul suivant montre qu'on y peut parvenir.

» Considérons deux pendules réversibles, de longueurs différentes, disposés pour recevoir les deux mêmes couteaux et pour osciller sur un même support d'élasticité ε.

» Soient :

λ_1, λ_2 les longueurs des pendules, mesurées entre les arêtes des couteaux ;
$h_1 h'_1$, $h_2 h'_2$ les distances des centres de gravité des pendules aux arêtes ;
ρ, ρ' les rayons de courbure moyens des deux couteaux ;
$T_1 T'_1$, $T_2 T'_2$ les durées d'oscillation, dans la position directe et la position renversée des deux pendules oscillant dans les mêmes limites d'amplitude.

» On a les relations connues

$$\tau_1^2 = \frac{h_1 T_1^2 - h'_1 T'^2_1}{h_1 - h'_1} = \frac{\pi^2}{g}\lambda_1\left(1 + \frac{p_1\varepsilon}{\lambda_1} - \frac{\rho - \rho'}{h_1 - h'_1}\right),$$
$$\tau_2^2 = \frac{h_2 T_2^2 - h'_2 T'^2_2}{h_2 - h'_2} = \frac{\pi^2}{g}\lambda_2\left(1 + \frac{p_2\varepsilon}{\lambda_2} - \frac{\rho - \rho'}{h_2 - h'_2}\right).$$

» Retranchant membre à membre, il vient

$$\tau_2^2 - \tau_1^2 = \frac{\pi^2}{g}(\lambda_2 - \lambda_1) + \frac{\pi^2}{g}\varepsilon(p_2 - p_1) + \frac{\pi^2}{g}(\rho - \rho')\left(\frac{\lambda_1}{h_1 - h'_1} - \frac{\lambda_2}{h_2 - h'_2}\right),$$

et, comme

$$\lambda_1 = h_1 + h'_1, \qquad \lambda_2 = h_2 + h'_2,$$
$$\tau_2^2 - \tau_1^2 = \frac{\pi^2}{g}(\lambda_2 - \lambda_1) + \frac{\pi^2}{g}\varepsilon(p_2 - p_1) + \frac{\pi^2}{g}(\rho - \rho')\left(\frac{h_1 + h'_1}{h_1 - h'_1} - \frac{h_2 + h'_2}{h_2 - h'_2}\right).$$

» Il faut et il suffit, pour que les deux derniers termes du second membre soient nuls, que

$$p_1 = p_2, \qquad \frac{h_1}{h'_1} = \frac{h_2}{h'_2}.$$

» Donc, on peut éliminer entièrement l'effet du support et celui du rayon de courbure des couteaux en faisant osciller, dans les mêmes limites d'amplitude, sur le même support et avec les mêmes couteaux, deux pendules de même poids, de longueur différente et dont les centres de gravité sont semblablement disposés par rapport aux arêtes des couteaux.

» Dans la pratique, il suffit que l'égalité des poids soit réalisée à 10^{gr} près, et la tolérance, pour la position du centre de gravité, atteint $\frac{1}{2}$ millimètre.

» L'intensité de la pesanteur est alors donnée par la formule très simple

$$\frac{\pi^2}{g}(\lambda_2 - \lambda_1) = \frac{h(T_2^2 - T_1^2) - h'(T'^2_2 - T'^2_1)}{h - h'}.$$

» L'élimination des deux causes d'erreur sus-énoncées n'est pas le seul avantage de la méthode. Toutes les causes d'erreur systématiques qui

peuvent affecter la mesure de la longueur comprise entre les arêtes, par exemple l'équation personnelle du pointé qui est doublée par suite de l'opposition des arêtes, disparaissent dans la différence $\lambda_2 - \lambda_1$. Ainsi encore, l'influence inconnue sur la longueur, pendant le mouvement, de l'écrasement du couteau, s'élimine dans la différence $\lambda_2 - \lambda_1$, puisque les deux pendules, ayant même poids, doivent également déformer leurs couteaux s'ils oscillent dans les mêmes limites d'amplitude. »

MAGNÉTISME. — *De l'influence de la température sur l'aimantation du fer* (¹). Note de M. **P. Ledeboer**, présentée par M. Lippmann.

« On sait depuis longtemps qu'un barreau aimanté chauffé au rouge perd ses propriétés magnétiques; toutefois on n'est pas arrivé jusqu'ici à déterminer par des mesures directes à quelle température le fer cesse d'être un corps magnétique.

» De nombreux physiciens se sont occupés de ces recherches. M. Rowland (1873), un des premiers, a déterminé la perméabilité magnétique du fer en valeur absolue : cet auteur, qui a opéré jusqu'à la température de 230°, n'a constaté aucune différence dans les propriétés du fer. M. Poloni (1882) et M. Mac Rae (1885), qui ont été jusqu'à 280° et 300°, n'ont observé que de légères variations. M. Berson (²) (1886) a opéré à des températures allant jusqu'à 340° environ. Cet auteur a montré que le nickel perd brusquement ses propriétés magnétiques vers 300°; quant au fer (et au cobalt), aucune diminution ne se manifeste à cette température. C'est qu'en effet le fer reste magnétique jusqu'à 650°, et ce n'est qu'à des températures plus élevées que l'on constate une variation rapide du magnétisme.

» *Méthode employée.* — Nous avons mesuré la perméabilité magnétique du fer en valeur relative en mesurant le coefficient de self-induction d'une bobine contenant le barreau de fer sur lequel on opère. Pour éliminer l'induction due à la bobine elle-même, on a mis dans la branche opposée du pont de Wheatstone une bobine identique à la première; on constate ainsi que, sans la présence de barreau de fer, l'équilibre du pont existe tout aussi bien pour le courant continu que pour les extra-courants. Nous avons

(¹) Ce travail a été effectué au Laboratoire d'enseignement (Physique) à la Sorbonne.

(²) *Annales de Chimie et de Physique*, 6ᵉ série, t. VIII, p. 433.

montré précédemment que la quantité d'électricité fournie par l'extra-courant est proportionnelle au moment magnétique du barreau ou à la perméabilité magnétique.

» On ne peut pas déterminer, par les mesures faites sur un barreau relativement court, la perméabilité magnétique en valeur absolue, car on ne sait pas calculer l'influence due aux extrémités du barreau. Nous n'avons pas déterminé non plus le magnétisme rémanent, puisque ce facteur dépend également de la forme du barreau; on sait que le magnétisme rémanent est d'autant plus considérable qu'il existe moins de forces démagnétisantes.

» *Appareil de chauffage.* — Le barreau est introduit dans la bobine magnétisante : il faut pouvoir le chauffer sans augmenter la température de la bobine, non seulement pour ne pas détruire l'isolement, mais encore pour ne pas changer la résistance. La production de la chaleur s'obtient par une spirale de platine parcourue par un courant électrique : cette spirale est enroulée en double (sur une feuille de mica entourant le fer), afin de ne pas agir sur le barreau.

» Pour mesurer la température, on glisse, entre la spirale et le fer, un couple thermo-électrique de M. Le Châtelier (platine pur, platine rhodié), ce couple étant isolé également avec du mica. La graduation de ce thermomètre aurait été faite aux températures de 100°, de 340° (AzH^4Cl), de 665° (Se) et de 1015° ($KO SO^3$), d'après l'indication de M. Le Châtelier [1].

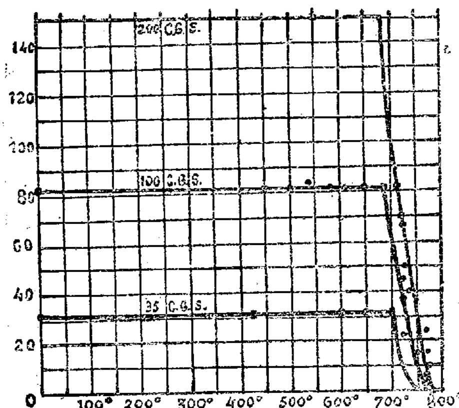
» Lorsqu'on lance dans la spirale de platine un courant convenable (15^{amp} à 18^{amp} dans notre cas), on la porte au rouge et on peut ainsi réaliser facilement toutes les températures qu'on désire atteindre et que le couple thermo-électrique mesure avec exactitude. Il est, d'ailleurs, très facile de maintenir la température constante pendant un laps de temps déterminé. Nous croyons que le mode de chauffage que nous avons employé pourra offrir de grands avantages dans plusieurs recherches de Physique et de Chimie. Il présente, en effet, les avantages suivants : 1° de fournir une chaleur uniforme; 2° de ne dégager aucun gaz; 3° de pouvoir être réglé exactement à n'importe quelle température.

» *Résultats obtenus.* — La figure ci-jointe montre les résultats obtenus à l'aide d'un barreau de *fer doux du Berry*, soumis à des forces magnétisantes de 35, de 100 et de 200 unités C. G. S. On voit qu'à des températures inférieures à 680° le fer conserve sensiblement les mêmes propriétés

---

[1] LE CHATELIER, *Journal de Physique*, t. IV, p. 11; 1887.

magnétiques qu'à froid, et qu'à partir de cette température la chute est très brusque. Vers 750° les propriétés magnétiques n'existent presque plus et elles ont complètement disparu à 770°. Cette variation brusque a



donc lieu dans un intervalle de température de 80° à 100°. Dès qu'on refroidit le fer, on constate que les propriétés magnétiques réapparaissent comme auparavant.

» Dans une étude récente sur *la chaleur spécifique du fer à haute température*, M. Pionchon [1] a démontré que le fer subit un changement d'état entre 660° et 720°; on voit, d'après les précédentes expériences, que le fer perd de ses propriétés magnétiques entre 680° et 770°. L'accord entre ces nombres obtenus par des méthodes toutes différentes, et dans lesquelles on a évalué les températures également par des méthodes différentes, est certainement un fait remarquable. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la valeur actuelle des éléments magnétiques à l'observatoire du parc Saint-Maur.* Note de M. **Th. Moureaux**, présentée par M. Mascart.

« Les observations magnétiques ont été poursuivies en 1887 avec les mêmes appareils et d'après les mêmes méthodes que les années précédentes [1]. Le magnétographe de M. Mascart continue de fonctionner très régulièrement; les courbes de variations sont relevées et réduites pour

---

[1] *Comptes rendus*, t. CIV, p. 135; 1887.

chaque heure du jour. La sensibilité des appareils est vérifiée par des graduations effectuées deux fois par mois. Sur les magnétogrammes, 1^{mm} d'ordonnée égale $1',39$ pour la déclinaison, 0,00041 H pour la composante horizontale, et 0,00019 Z pour la composante verticale.

» De fréquentes mesures absolues permettent de vérifier, pour chaque élément, les valeurs correspondant aux repères de chacune des courbes de variations. La détermination du méridien géographique a été conclue, comme les années précédentes, de l'azimut du paratonnerre d'un pavillon situé à 3700^{m} au nord-nord-ouest de l'observatoire.

» Les valeurs absolues des éléments magnétiques au 1er janvier 1888, déduites de la moyenne des observations horaires relevées au magnétographe pendant les journées des 31 décembre 1887 et 1er janvier 1888, et rapportées à des mesures absolues faites le 30 décembre et le 2 janvier, sont les suivantes :

Déclinaison	15°52′,1
Inclinaison	65°14′,7
Composante horizontale	0,19480
Composante verticale	0,42245
Force totale	0,46520

» Rappelons que l'observatoire est situé par 0°9′23″ de longitude est et 48°48′34″ de latitude nord. »

CHIMIE. — *Sur l'emploi de l'hydrogène sulfuré pour purifier les sels de cobalt et de nickel*. Note de M. **H. Baubigny**, présentée par M. Debray.

« I. J'ai fait voir que l'action de l'hydrogène sulfuré sur les solutions de cobalt et de nickel dépend des conditions de l'expérience, et que des modifications relativement légères du milieu influent sur la vitesse de formation de l'un ou de l'autre sulfure (1). On comprend donc qu'on ne puisse compter séparer à l'aide de ce corps, *même approximativement*, le cobalt du nickel, ou inversement, dans un mélange de sels de ces deux métaux.

» C'est le cas, si l'on opère avec les sulfates neutres. L'action, plus rapide au début pour le cobalt, commence cependant aussi avec le sel de nickel, comme le prouve l'expérience. Le sulfure de cobalt formé inter-

(1) *Comptes rendus*, t. CV, p. 751 et 806.

vient en effet, comme je le démontrerai ultérieurement, dans l'action de l'hydrogène sulfuré sur le sulfate de nickel, tout comme le fait le sulfure de nickel en liqueur acide, et il active ainsi la décomposition de $NiOSO^3$.

» De même, si le mélange des deux sulfates est fait en solution légèrement acétique (3 pour 100 du volume liquide), la petite quantité de sulfure de cobalt formé tout d'abord, intervenant comme précédemment, celui de nickel apparaît presque aussitôt.

» II. Le seul cas où l'on aurait pu espérer réaliser cette séparation approximative par le gaz sulfhydrique, c'était en acidifiant préalablement par l'acide sulfurique; puisque le sulfate de nickel, en solution saturée à 0° par ce gaz, se transforme à 100° en sulfure dans des conditions d'acidité où le sulfate de cobalt ne se décompose plus.

» J'appellerai *coefficient d'équilibre* le nombre exprimé par le rapport du poids de l'acide SO^3 libre à celui de l'acide SO^3 du sulfate neutre mis en solution, quand ce rapport est tel que l'hydrogène sulfuré n'agit plus à 100° sur le sel. Pour le sulfate de nickel, sa valeur est 5 environ, tandis que pour le sulfate de cobalt elle n'est que 2,5 quand la richesse saline est de 2^{gr} à 8^{gr} au litre.

» Dans le cas d'un mélange de ces deux sels, si a représente le poids d'acide combiné dans le sulfate de cobalt employé, et b celui de l'acide du sulfate de nickel, le poids M d'acide libre SO^3 correspondant au coefficient d'équilibre du système sera donc donné par l'égalité

$$M = a \times 2,5 + 5b.$$

Par suite, pour tout poids M' d'acide libre dans la solution, inférieur à M mais supérieur à M'', si

$$M'' = (a + b)\,2,5,$$

il pouvait sembler que le nickel eût pu se séparer seul comme sulfure à 100°.

» L'expérience prouve qu'il n'en est rien. Le sulfure de nickel renferme *toujours* des quantités relativement considérables de cobalt, même si l'on donne à M sa valeur supérieure. De plus, dans ce cas, le poids de sulfure formé devient presque nul, surtout si la richesse en nickel du mélange salin est sensiblement inférieure à celle en cobalt.

» Il ressort donc nettement qu'on ne peut retirer d'un mélange de sels des deux métaux, soit du sulfure de nickel pur, soit du sulfure de cobalt pur, par l'action de l'hydrogène sulfuré, même en se plaçant dans des con-

ditions déduites d'expériences comparatives faites sur chaque métal isolément.

» III. Dellfs cependant, à la réunion des naturalistes allemands en 1879, avait annoncé dans sa Communication *De l'action de l'hydrogène sur les sels des métaux lourds* ([1]) : 1° que le cobalt et le nickel ne se précipitaient pas comme sulfures en présence des acides forts; 2° que, dans le cas où plusieurs sels susceptibles d'être attaqués par le gaz sulfhydrique étaient en présence, jamais on ne transformait simultanément plusieurs métaux en les sulfures correspondants; et que la précipitation avait lieu de telle façon que *toujours* un métal est précipité complètement avant que la séparation d'un autre commence. Sur ce fait, ajoutait-t-il, peut se fonder une méthode fort commode pour préparer le cobalt et le nickel purs. Comme l'hydrogène sulfuré précipite d'abord l'acétate de cobalt, et complètement, pour n'agir que seulement après sur l'acétate de nickel, il suffit alors d'ajouter à la solution des nitrates de ces métaux une quantité d'acétate de soude insuffisante pour la transformation totale des nitrates, puis de traiter par l'hydrogène sulfuré. Suivant les quantités relatives des deux métaux et celle de l'acétate de soude ajouté, on aura ou une solution de nickel exempte de cobalt, ou un précipité de sulfure de cobalt sans nickel.

» Les affirmations de Dellfs sont erronées en ce qui concerne le premier point : mes expériences ne laissent aucun doute à ce sujet. Quant au second, on a vu qu'il n'est pas exact que l'hydrogène sulfuré n'agisse que successivement sur le cobalt et le nickel quand ces deux métaux sont en présence et combinés au même acide. Anthon, qui, le premier, a fait voir d'une manière générale que, lorsqu'on met un sulfure métallique insoluble dans la solution d'un autre métal, dont le sulfure est plus stable en liqueur acide, il s'opère un double échange, n'a jamais affirmé que cet échange fût toujours total. Pour ma part, dans plusieurs cas, j'ai vérifié que la réaction, même après plusieurs jours, n'était pas encore complète.

» De plus, comme il me paraissait douteux que, en la circonstance, la loi de partage des acides et des bases fût en désaccord avec ce que nous savons après les travaux de Margueritte et de Malaguti, j'ai cru convenable de rechercher si Dellfs avait réellement trouvé un cas particulier, faisant exception aux faits connus.

» IV. $11^{gr},425$ de nitrate de cobalt pur et anhydre furent mêlés à $2^{gr},774$ de nitrate de nickel pris dans les mêmes conditions. A la solution

([1]) *Berl. Berichte*, t. XII, p. 2182; 1879.

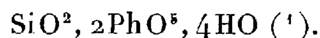
furent ajoutés 13^{gr} d'acétate de soude cristallisé et pur ($C^4H^3NaO^4 + 6HO$), de façon à transformer en acétate les trois quarts du sel de cobalt, d'après la donnée de Dellfs. Finalement, la liqueur, acidulée par 2^{cc} d'acide acétique cristallisable, ce qui ne pouvait qu'être favorable à la séparation préalable de CoS, d'après ce que j'ai établi, occupait un volume de 285^{cc}. Elle fut alors traitée par un courant d'hydrogène sulfuré, puis abandonnée deux heures à elle-même en vase fermé, avant de filtrer. Les eaux mères étaient roses. 50^{cc} de ces eaux, traitées à part par le nitrite de potasse en liqueur acétique pour éliminer le cobalt, auraient dû donner 0^{gr},199 d'oxyde NiO, si l'action s'était passée comme l'indique Dellfs. Or je n'ai obtenu que 0^{gr},051, soit le quart environ.

» Quant au sulfure, qui devait être du sulfure de cobalt pur, il fut soumis à un lavage méthodique, en le détachant à chaque fois du filtre et l'agitant avec un volume connu d'eau renfermant 2 pour 100 d'acide acétique, et saturée par HS, jusqu'à ne plus contenir, comme nickel des eaux mères, que moins de 0^{mgr},5 d'oxyde NiO. Or, après dessiccation, incinération et transformation de ce sulfure en nitrate pour séparer le cobalt par la méthode du nitrite double, j'ai pu en retirer, même en négligeant de laver le précipité de nitrite de cobalt et de potasse, un poids d'oxyde de nickel supérieur à 0^{gr},750 absolument exempt de cobalt, comme je m'en suis assuré par une épreuve avec le nitrite de potasse.

» La majeure partie du nickel avait donc été précipitée par HS, conjointement avec le cobalt; par suite, la méthode de purification proposée par Dellfs n'est pas admissible. »

CHIMIE. — *Sur les phosphates de sesquioxyde de fer et d'alumine.* Note de MM. P. **Hautefeuille** et J. **Margottet**, présentée par M. Debray.

« Une dissolution de silice dans l'acide phosphorique trihydraté, maintenue pendant quelques jours à la température de 125°, laisse déposer, à l'état cristallisé, le phosphate de silice hydraté



$$SiO^2, 2PhO^5, 4HO$$ (1).

» Au-dessus de 125°, cette même dissolution donne naissance au phosphate de silice anhydre SiO^2, PhO^5, susceptible de cristalliser, suivant la

(1) *Comptes rendus*, t. CIV, p. 3.

température à laquelle il se dépose, sous quatre formes incompatibles entre elles ([1]).

» Nous sommes en mesure de montrer aujourd'hui que les dissolutions de sesquioxyde de fer et d'alumine dans l'acide phosphorique présentent des phénomènes analogues.

» I. *Phosphates hydratés*. — 1° A la température de 100°, l'acide phosphorique trihydraté peut dissoudre jusqu'à 15 pour 100 de sesquioxyde de fer, et 8 pour 100 d'alumine.

» Maintenues à 100°, ces dissolutions laissent déposer, au bout de deux à trois heures, des cristaux d'une très grande netteté. Quoique très altérables par l'eau, ces cristaux peuvent être cependant débarrassés de l'excès d'acide phosphorique qui les imprègne; il suffit, pour cela, de les laisser séjourner, pendant quelque temps, sur une assiette de porcelaine dégourdie.

» Les cristaux formés par le sesquioxyde de fer sont légèrement roses; ce sont des tables rhombes dérivées d'un prisme clinorhombique. On détermine la quantité d'eau qu'ils contiennent en les calcinant en présence d'un grand excès de chaux pure; après les avoir attaqués par le carbonate de soude, on dose séparément le sesquioxyde de fer et l'acide phosphorique. Plusieurs analyses très concordantes ont conduit à la formule



$$Fe^2O^3, 3PhO^3, 6HO.$$

» L'alumine donne naissance à des cristaux incolores, prismatiques, à extinction longitudinale. La proportion d'eau de cristallisation qu'ils contiennent se détermine au moyen de la chaux; la séparation de l'alumine et de l'acide phosphorique se réalise en attaquant les cristaux par le carbonate de soude, et précipitant l'acide phosphorique par le nitrate de bismuth. On constate ainsi que ce phosphate d'alumine a pour formule



$$Al^2O^3, 3PhO^5, 6HO.$$

» 2° Si les dissolutions de sesquioxyde de fer et d'alumine sont portées rapidement et maintenues à une température comprise entre 150° et 200°, les cristaux auxquels elles donnent naissance présentent un aspect différent des précédents; ils sont peu altérables par l'eau et inattaquables par l'alcool; de sorte qu'on peut aisément, par l'emploi de ces deux dissolvants, les débarrasser de l'acide phosphorique qui les imprègne.

([1]) *Comptes rendus*, t. XCIX, p. 789.

» Le sesquioxyde de fer fournit, dans ces conditions, des lamelles rectangulaires d'un éclat nacré, légèrement teintées en rose, et agissant vivement sur la lumière polarisée; leur composition se détermine comme celle de l'hydrate précédemment décrit, et s'exprime par la formule



$$Fe^2O^3, 3PhO^5, 4HO.$$

» Les cristaux obtenus avec l'alumine sont de longues aiguilles biréfringentes, isolées ou accolées en faisceaux peu divergents; la méthode d'analyse indiquée pour l'hydrate précédent permet de leur assigner la formule $Al^2O^5, 3PhO^5, 4HO$.

» II. *Phosphates anhydres.* — Au-dessus de 200°, les dissolutions de sesquioxyde de fer et d'alumine dans l'acide phosphorique déposent encore des cristaux, mais à une température d'autant plus élevée que le poids de l'oxyde en dissolution est plus faible par rapport à celui de l'acide phosphorique. Tous les cristaux ainsi obtenus sont des phosphates anhydres de même composition chimique, mais dont la forme est, comme pour le phosphate de silice, étroitement liée à la température à laquelle ils se sont déposés.

» De 200° à 250°, les cristaux de phosphate de fer possèdent la symétrie orthorhombique; ce sont des prismes courts, cannelés, aplatis parallèlement à h^1, terminés par un dôme a^1, et portant de nombreuses facettes obliques sur les angles *e*.

» De 250° au rouge naissant, les cristaux ont un aspect fusiforme; ils sont dépourvus de plan de symétrie et appartiennent au système triclinique.

» Enfin le phosphate de fer qui cristallise au rouge est formé de longs prismes clinorhombiques présentant quelquefois une section orthogonale presque carrée et terminés ordinairement par une face rhombe fortement inclinée sur les arêtes du prisme.

» Les cristaux de ces différents dépôts sont inattaquables par l'eau; l'analyse, conduite comme celle des cristaux hydratés, leur assigne la formule $Fe^2O^3, 3PhO^5$. Il résulte de cette étude que le phosphate de sesquioxyde de fer présente un polymorphisme analogue à celui que nous avons fait connaître pour le phosphate de silice.

» A partir de 200°, les cristaux provenant des dissolutions d'alumine dans l'acide phosphorique sont des tétraèdres à arêtes courbes, sans action sensible sur la lumière polarisée; ils acquièrent une très grande netteté

lorsqu'on les prépare en attaquant la topaze finement pulvérisée par l'acide phosphorique trihydraté, à une température supérieure à 200°.

» Lorsque la température du bain d'acide phosphorique s'élève au-dessus de 250°, les tétraèdres se transforment en octaèdres réguliers fréquemment modifiés par les faces du cube, et cette forme est stable jusqu'au rouge.

» Enfin, si le dépôt prend naissance au rouge, ou si l'on prépare le phosphate d'alumine en attaquant le corindon par l'acide phosphorique, on obtient des cubes non modifiés, mais souvent maclés.

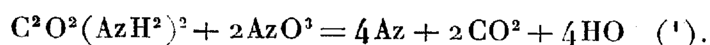
» Tous les cristaux ainsi obtenus sont inattaquables par l'eau et ont pour formule $Al^2O^3, 3PhO^5$.

» Ainsi le phosphate anhydre d'alumine cristallise toujours dans le système régulier, mais les cristaux, suivant la température à laquelle ils se déposent, sont toujours ou des tétraèdres réguliers, ou des octaèdres, ou des cubes. De telles différences dans la symétrie des cristaux, dues exclusivement à l'influence de la température, constituent un polymorphisme comparable à celui des cristaux de phosphate de sesquioxyde de fer et de phosphate de silice. »

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Nouvelle méthode de dosage des nitrites.* Note de M. **A. Vivier**, présentée par M. Schlœsing.

« On sait que, lorsqu'on traite une amide par l'acide azoteux, ces deux corps se décomposent avec mise en liberté d'azote, d'eau et de l'acide correspondant à l'amide.

» Si, en particulier, on emploie l'urée comme amide, la réaction est



$$C^2O^2(AzH^2)^2 + 2AzO^3 = 4Az + 2CO^2 + 4HO \quad (^1).$$

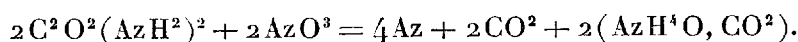
» Cette réaction a été découverte par Millon, qui l'a employée pour le dosage de l'urée dans les urines. Il faisait passer les gaz à travers un tube de Liebig pesé contenant de la potasse caustique; du poids de l'acide carbonique recueilli il déduisait le poids de l'urée.

» J'ai appliqué la même réaction au dosage des nitrites, mais en absorbant l'acide carbonique et en mesurant l'azote dégagé.

---

(1) *Dictionnaire* de Wurtz, article *Urée*, p. 563.

» Il faut remarquer que l'on recueille toujours le double de l'azote contenu dans le corps à doser, ce qui est une excellente condition, même lorsqu'on emploie un excès d'urée (Liebig et Vöhler) :



$$2C^2O^2(AzH^2)^2 + 2AzO^3 = 4Az + 2CO^2 + 2(AzH^4O, CO^2).$$

» La méthode consiste à traiter la dissolution contenant le nitrite par l'urée et l'acide sulfurique, dans des conditions convenables, à faire passer les gaz dans une lessive alcaline, et enfin à mesurer l'azote en volume.

» L'appareil que j'emploie se compose d'un ballon de 150^{cc} environ, fixé au-dessus d'un bec de Bunsen et fermé par un bouchon percé de trois trous. L'un d'eux livre passage à un tube amenant un courant d'acide carbonique pur pendant toute la durée de l'opération; le deuxième porte un entonnoir à robinet qui permet d'introduire les réactifs dans le ballon, et le troisième reçoit l'extrémité inférieure du tube d'un réfrigérant de Liebig fonctionnant *per ascensum*. L'autre extrémité du réfrigérant communique avec l'appareil à lessive de potasse imaginé par M. Dupré pour le dosage de l'azote par la méthode de Dumas modifiée.

» On commence par purger complètement d'air l'appareil, en faisant bouillir un peu d'eau placée dans le ballon et en entraînant l'air au moyen d'un courant d'acide carbonique. Les vapeurs condensées font retour au ballon par suite de la disposition du réfrigérant.

» Quand l'appareil est purgé, on introduit successivement dans le ballon, par l'entonnoir à robinet, la solution contenant le nitrite, la quantité convenable d'urée dissoute dans un peu d'eau, et enfin de l'acide sulfurique étendu. La réaction se produit sous l'influence de la chaleur, et les gaz sont entraînés dans l'appareil à potasse par le courant d'acide carbonique. On maintient, pendant toute la durée de l'opération, le liquide en ébullition. L'acide carbonique s'absorbe intégralement dans la potasse; l'azote reste pur. On prolonge suffisamment le courant d'acide carbonique pour ne pas laisser d'azote dans l'appareil. Quand ce résultat est atteint, on fait passer l'azote recueilli dans une cloche, où on le mesure avec toutes les précautions usitées en pareil cas.

» Pour donner une idée de l'exactitude de la méthode, je citerai l'un des dosages de contrôle sur du nitrite d'argent pur. Il fut d'abord transformé en nitrite de potasse, puis introduit dans l'appareil. On employa 20^{cc} de liquide contenant $8^{mgr},66$ d'azote à l'état d'acide nitreux. Le poids calculé de l'azote recueilli fut trouvé, après les corrections habituelles, de $17^{mgr},08$, dont la moitié provenait du nitrite, soit $8^{mgr},54$ au lieu de $8^{mgr},66$.

» Je me suis assuré que ni les matières organiques que l'on rencontre dans les sols, ni les nitrates, ne troublent la réaction.

» J'aurai l'honneur de communiquer prochainement à l'Académie la suite des recherches et de nouvelles expériences de contrôle que je poursuis dans le laboratoire de la Station agronomique de l'Est. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'acide formique sur l'essence de térébenthine française*. Note de M. **J. Lafont**, présentée par M. Berthelot.

« Les produits employés dans les expériences suivantes étaient, d'une part, de l'acide formique anhydre, cristallisable, et, d'autre part, de l'essence de térébenthine française, distillant de 155° à 158° et possédant un pouvoir rotatoire $[\alpha]_D = -39° 50'$.

» La manière d'agir de l'acide formique sur l'essence de térébenthine est différente suivant le mode opératoire employé. On a cherché à se rendre compte des réactions qui se passent dans deux cas : en opérant d'abord à froid et évitant avec soin toute élévation de température; en second lieu, en faisant réagir les corps à la température de 100°.

» La première expérience a été faite de la manière suivante : on a pris 2 parties en poids d'essence de térébenthine et 1 partie d'acide formique. Ce dernier a été ajouté à l'essence par petites portions, en attendant, pour en ajouter une nouvelle quantité, que les liquides en présence fussent mélangés. On facilitait la réaction par l'agitation fréquente du vase contenant les produits. Dix jours furent nécessaires pour arriver à faire absorber tout l'acide. On observa, à ce moment, la déviation polarimétrique du mélange, qui fut trouvée, pour $l = 0^m,05$, $\alpha_D = -19°30'$; dans les mêmes conditions, l'essence primitive donnait une déviation $\alpha_D = -16°56'$. La réaction est donc accompagnée d'une élévation notable du pouvoir rotatoire, d'autant plus sensible qu'il faut tenir compte de la dilution du mélange. Après dix-sept jours à la température du laboratoire, la déviation polarimétrique était devenue $\alpha_D = -21°42'$.

» Le liquide fut précipité par l'eau et la couche huileuse surnageante après lavage soumise au fractionnement.

» La plus importante de toutes les fractions passe à la distillation de 135° à 138°, sous une pression de 4^{cm} de mercure; elle pèse 804^{gr}, le poids de l'essence mise en réaction étant 1375^{gr}.

» C'est un corps moins mobile que l'essence, possédant une odeur par-

ticulière; sa densité à 0° a été trouvée 0,9986; son pouvoir rotatoire est très élevé, il a une valeur $[\alpha]_D = -69°25'$; il répond à la formule $C^{20}H^{16}C^2H^2O^4$.

» Traité par le gaz chlorhydrique sec, il est décomposé, en donnant de l'acide formique et du chlorhydrate de terpilène. L'acide azotique l'attaque violemment, en donnant des produits résineux.

» La saponification par la potasse alcoolique donne naissance à du formiate de potasse et à un corps visqueux épais, identique, au pouvoir rotatoire près, aux terpilénols que nous avons obtenus, M. Bouchardat et moi, par l'action de l'acide acétique sur la caoutchine et sur l'essence de térébenthine. Le pouvoir rotatoire de ce terpilénol est très élevé et a une valeur $[\alpha]_D = -80°$. Placé dans un mélange réfrigérant, il se prend en une masse cristalline, fondant vers $+32°$.

» A côté de ce produit principal, on trouve des portions faibles qui, par oxydation après saponification, permettent d'isoler un peu de produit possédant les caractères physiques extérieurs du camphre, mais en si petite quantité que je n'ai pas pu l'étudier.

» Les fractions distillant au delà de 145° dans le vide sont faibles en poids. Deux d'entre elles présentent un certain intérêt.

» L'une, distillant de 170 à 180, soumise à la saponification par la potasse alcoolique, donne du formiate de potasse et de la terpine $C^{20}H^{20}O^4H^2O^2$. Elle renfermait donc une certaine proportion d'éther formique de la terpine $C^{20}H^{16}(C^2H^2O^4)(C^2H^2O^4)$, que je n'ai pu isoler à l'état de pureté.

» La deuxième fraction, distillant de 205 à 215, visqueuse, légèrement colorée en jaune, densité à 0° égale 0,9446, est constituée par un diterpilène possédant un pouvoir rotatoire $[\alpha]_D = -14°15'$.

» Les premières portions du fractionnement sont formées d'abord par du carbure $C^{20}H^{16}$, distillant de 155 à 158, possédant les propriétés premières de l'essence; le pouvoir rotatoire, seul, est légèrement augmenté, $[\alpha]_D = -41°32'$; en second lieu, par un mélange de cymène et de terpilène distillant vers 178°. Sur ce point, l'action de l'acide formique ne se distingue pas de celle de l'acide acétique.

» L'action à 100° a été faite en enfermant en tube scellé les deux corps, dans les proportions indiquées plus haut, et en chauffant à 100° pendant douze heures. Les produits ne se sont pas mélangés; on traite par l'eau, et l'huile ainsi séparée est soumise au fractionnement après plusieurs lavages.

» On obtient une portion abondante, représentant la presque totalité

du produit, distillant, de 205 à 215, sous une pression de 4cm de mercure. Elle est constituée par un corps visqueux, légèrement coloré en jaune, de densité à 0° égale 0,9404, ne possédant pas de pouvoir rotatoire. Il répond à la formule $C^{40}H^{32}$ et présente toutes les propriétés du diterpilène.

» Les premières portions du fractionnement, très faibles en poids, sont constituées par un mélange de terpilène et de cymène, possédant un faible pouvoir rotatoire dextrogyre, dû probablement à une petite quantité de formiate de camphène que je n'ai pas pu isoler.

» L'acide formique donne donc, avec le térébenthène français, des réactions différentes suivant le procédé employé pour faire réagir les deux corps. A 100°, le composé presque unique obtenu est un carbure polymère, le diterpilène dépourvu de pouvoir rotatoire. A froid et en modérant la réaction, on obtient en abondance du formiate de terpilène. C'est là la formation principale, presque totale, d'autant plus remarquable que ce dérivé, appartenant à la série terpilénique, ne se produit pas par l'action de l'acide formique sur un terpilène déjà formé. A côté de ce produit, on trouve une faible proportion d'éther diformique de la terpine, et une petite quantité de diterpilène, possédant un pouvoir rotatoire lévogyre. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les synthèses dans la série de la quinoléine au moyen de l'acétylacétone et de ses dérivés.* Note de M. **Alphonse Combes**, présentée par M. Friedel [1].

« En étudiant l'action des amines sur l'acétylacétone, j'ai montré, dans un Mémoire publié il y a déjà quelque temps, que l'aniline se combine à cette diacétone en éliminant de l'eau. L'anilide qui résulte ainsi de l'union d'une molécule d'acétylacétone et d'une molécule d'aniline répond à la formule $C^{11}H^{13}AzO$; c'est un solide fusible à 48° et bouillant à 285°-288°.

» En appliquant cette réaction aux diacétones découvertes depuis par M. Claisen, M. Carl Beyer [2] a montré qu'on peut obtenir avec ces composés, tout à fait analogues à l'acétylacétone, des anilides, et il a fait voir de plus que ces anilides peuvent, en perdant de l'eau, donner des composés de la série quinoléique ; il a ainsi préparé une phénylquinaldine et une diphénylquinoléine. Le but de la Note que j'ai l'honneur de soumettre

(1) Travail fait au laboratoire de M. Friedel, à la Faculté des Sciences.

(2) *Deutsche chemische Gesells.*, t. 20, p. 1767.

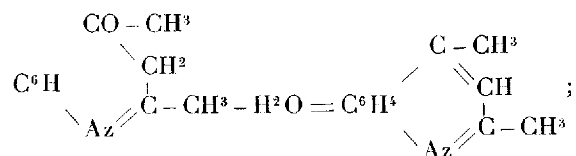
à l'Académie est de montrer que l'acétylacétone et ses dérivés se prêtent particulièrement bien à ces transformations, et que leur emploi fournit une méthode générale de synthèse permettant d'obtenir à volonté une série de quinoléines méthylées, qui n'avaient pu jusqu'ici être obtenues, la belle méthode de M. Skraup ne fournissant pas de moyen d'introduire de groupements alcooliques dans le noyau pyridique de la quinoléine, et, en outre, de préparer facilement d'autres alcaloïdes de cette série, déjà préparés par d'autres procédés.

» I. *αγ-diméthylquinoléine.* — L'anilide de l'acétylacétone est dissoute par petites portions dans l'acide sulfurique concentré; le mélange est chauffé ensuite au bain-marie pendant quelques instants, puis jeté dans un grand excès d'eau froide, et saturé par l'ammoniaque; il se sépare une huile d'une odeur désagréable, qu'on décante et qu'on rectifie; elle bout à la température de 264°-265° sans décomposition; elle fournit un chloroplatinate fusible à 227°, température à laquelle il commence à se décomposer; l'analyse lui assigne la composition $(C^{11}H^{11}AzHCl)^2PtCl^4$; en effet, on a trouvé :

	Trouvé.	Calculé.
Pt	27,21	27,13

» Les autres propriétés identifient d'ailleurs d'une manière certaine cette base avec l'αγ-diméthylquinoléine, préparée déjà par M. Carl Beyer au moyen de l'aniline et d'un mélange d'acétone et d'aldéhyde chauffé en tube scellé avec un excès d'acide chlorhydrique; il est vraisemblable que dans cette réaction il se forme au moins temporairement l'aldol de l'acétylacétone, $CH^3-CHOH-CH^2-CO-CH^3$.

» En partant de l'anilide de l'acétylacétone, la réaction s'exprime très aisément par l'équation suivante :



les deux groupes méthyles de l'acétylacétone occupent les positions α et γ dans le noyau pyridique de la quinoléine.

» II. *αβγ-triméthylquinoléine.* — J'ai montré que l'acétylacétone donne par simple substitution d'un radical alcoolique X à un des hydrogènes du groupe central CH^2 une série de diacétones dérivées répondant à la formule $CH^3-CO-CHX-CO-CH^3$; je me suis proposé de voir s'il serait possible d'obtenir avec cette série de corps la même réaction et, par conséquent, d'introduire dans la molécule de la quinoléine et dans la position β une nouvelle chaîne latérale.

» Je suis parti de la méthylacétylacétone, bouillant à 165°, préparée par l'acétylacétonate de sodium et l'iodure de méthyle. L'anilide de la méthylacétylacétone s'obtient très facilement, comme celle de l'acétylacétone; on la traite de la même manière par l'acide sulfurique, puis par l'ammoniaque.

» L'huile qui se sépare, recueillie et distillée, bout à la température de 285° environ, sous la pression normale; le produit de la distillation se solidifie immédiatement, et les cristaux ainsi obtenus fondent à 65°.

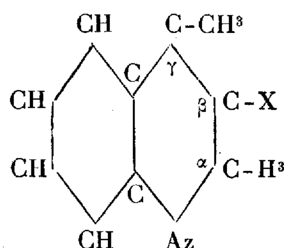
» Ce nouveau composé donne avec les acides des sels très bien cristallisés; et son chlorhydrate fournit avec le chlorure de platine un chloroplatinate d'un jaune rosé, qui fond à 215°, et dont l'analyse conduit à la formule



$$(C^{12}H^{13}AzHCl)^2PtCl^4.$$

	Trouvé.	Calculé.
Pt pour 100..............	26,04	26,12

» Le composé fusible à 65° est donc bien l'αβγ-triméthylquinoléine, et il résulte évidemment de la réaction précédente un procédé général, et particulièrement commode, pour obtenir régulièrement une série d'alcaloïdes nouveaux correspondant au schéma suivant :

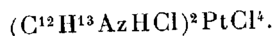


dans lequel X représente un radical alcoolique; il n'existait encore aucun procédé pour obtenir régulièrement les dérivés β substitués de la quinoléine.

» Il est facile de prévoir maintenant qu'en remplaçant l'aniline par une autre amine primaire aromatique, on arrivera à un résultat tout à fait analogue et qu'on pourra introduire à des places données des groupes méthyliques dans le noyau benzénique de la quinoléine. Je me suis proposé d'obtenir les deux isomères de la triméthylquinoléine αβγ qu'on doit obtenir en partant de l'acétylacétone, de la para et de l'orthotoluidine.

» III. *Para-αγ-triméthylquinoléine.* — La paratoluidine se dissout avec échauffement dans l'acétylacétone, et il se sépare immédiatement de l'eau; on achève la réaction au bain-marie; on traite le produit brut de la réaction par l'acide sulfurique; après

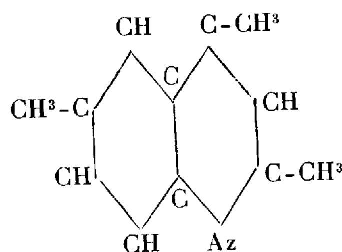
réaction et saturation par l'ammoniaque, il se sépare une huile qui ne tarde pas à se prendre en grands cristaux blancs fusibles à 39°-40°; à la distillation, ce corps bout à 281°-282° sans décomposition. Ses sels sont parfaitement cristallisés, et son chloroplatinate, qui fond à 220° en se décomposant, répond à la formule



$$(C^{12}H^{13}AzHCl)^2PtCl^4.$$

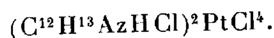
	Trouvé.	Calculé.
Pt pour 100	26,20	26,12

» La constitution de ce composé est exprimée par le schéma suivant :



» IV. *Ortho-αγ-triméthylquinoléine.* — En opérant absolument de la même manière sur l'orthotoluidine, on obtient un corps liquide bouillant à 280°, donnant, comme le précédent, des sels bien cristallisés avec tous les acides; son chloroplatinate se décompose sans fondre à la température de 255°-260°.

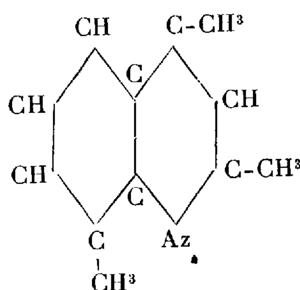
» Son analyse lui assigne la même formule que pour le précédent :



$$(C^{12}H^{13}AzHCl)^2PtCl^4.$$

	Trouvé.	Calculé.
Pt pour 100	26,09	26,12

ce qui établit pour cette nouvelle base la formule



PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Des variations de l'activité de réduction de l'oxyhémoglobine chez l'homme sain et chez l'homme malade.* Note de M. A. **Hénocque**, présentée par M. Brown-Séquard.

« Dans une Communication précédente ([1]), j'ai décrit la méthode d'*hématoscopie* qui permet de mesurer l'*activité de la réduction de l'oxyhémoglobine* dans le pouce, c'est-à-dire l'énergie des échanges gazeux entre le sang et les tissus. Cette notion nouvelle est très importante pour l'étude des phénomènes de la nutrition à l'état physiologique, et plus encore à l'état pathologique, ainsi que le démontre le résumé succinct des observations que j'ai faites sur 370 individus ([2]).

» I. Les agents physiques modifient l'activité de la réduction de l'oxyhémoglobine, par action locale ou par action générale. L'application de la glace sur le pouce abaisse cette activité des deux tiers, mais celle-ci est triplée dans la réaction consécutive dans le pouce refroidi et, chose remarquable, elle est augmentée aussi dans l'autre pouce. La chaleur élève cette activité soit par action locale sur le pouce, soit par action générale sous forme de bains chauds. Les douches chaudes ou froides produisent l'augmentation de l'activité.

» A l'état physiologique cette activité est plus faible le matin; elle atteint son maximum au moment des repas et dans les deux heures suivantes; elle diminue vers six heures, et en général à l'état de jeûne, à la suite de veilles, de fatigues corporelles ou intellectuelles; elle est augmentée par les efforts musculaires, les exercices tels que la marche, la course, le saut, l'ascension, le massage.

» II. *La diminution de l'activité de réduction* dans les divers états de maladie peut varier entre 0,75 et 0,19; elle accompagne habituellement l'abaissement de la quantite d'oxyhémoglobine, comme chez les cachectiques, cancéreux, phtisiques, chez les dysentériques et en général dans les maladies où le ralentissement de la nutrition est prononcé. Mais dans certains cas d'obésité, d'embarras gastrique, d'ictère, de cirrhose, de

---

([1]) *Comptes rendus*, t. CIII, n° 18, p. 817, 2 novembre 1886.

([2]) L'activité de réduction a pour unité de mesure la quantité d'oxyhémoglobine réduite en une seconde dans le pouce à l'état normal; celle-ci est égale à 0,2 pour 100 de la quantité d'oxyhémoglobine du sang.

goutte, cette diminution peut exister sans abaissement notable de la quantité d'oxyhémoglobine.

» La diminution de l'activité de réduction de l'oxyhémoglobine constitue un caractère spécifique de certaines maladies : c'est ainsi qu'elle peut descendre au minimum 0,19 dans la chlorose, où elle coexiste avec de l'anémie. Dans tous les cas, chez les chlorotiques, l'activité de réduction est plus faible que chez les anémiques d'origines diverses, à proportion égale d'oxyhémoglobine, et même elle peut persister, alors que l'anémie a disparu.

» Dans l'épilepsie, cette activité est abaissée, quelle que soit la quantité d'oxyhémoglobine. Les diabétiques présentent habituellement une diminution notable de cette activité.

» Dans la fièvre typhoïde, il y a, dès le début, abaissement de la quantité d'oxyhémoglobine et de l'activité de réduction; cet état s'accentue, puis disparaît peu à peu dans la convalescence.

» III. L'augmentation de l'activité de réduction varie de 1,22 à 1,51 et 2. Elle a été observée à l'état de santé passagèrement, ou chez des hommes sanguins, dans les manifestations congestives de l'arthritisme, telles que congestions pulmonaires, angine et fièvre herpétique, dans le purpura rhumatismal et certains cas de glycosurie. Elle peut se présenter avec des quantités faibles d'oxyhémoglobine de 8 à 9 pour 100 dans l'irritation spinale, l'alcoolisme et chez des individus sanguins à la suite d'hémorrhagie.

» IV. L'activité moyenne variant de 0,80 à 1,20 a été rencontrée dans les conditions les plus diverses. Elle peut atteindre la normale alors même qu'il y a une quantité faible d'oxyhémoglobine, par exemple dans la goutte, l'alcoolisme chronique, l'anémie, la tuberculose, les affections cardiaques. Dans ces cas, elle est passagère ou provisoire.

» V. Les agents thérapeutiques modifient l'activité de réduction, soit en l'augmentant, comme les préparations martiales, les toniques, les amers, la noix vomique, soit en la régularisant, comme les iodures, ou en la diminuant, comme l'acétanilide. Les médications thermo-minérales agissent en sens divers suivant les moyens employés et la composition des eaux. Dans tous les cas, la constatation des modifications de l'activité de réduction fait apprécier avec certitude l'action des médications. »

ANATOMIE ANIMALE. — *Sur le système nerveux du Chétoptère* (C. Valencinii). Note de M. **J. Joyeux-Laffuie**, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« L'abondance du Chétoptère sur la plage du laboratoire de Luc-sur-Mer m'a permis de poursuivre mes recherches sur l'organisation de cet intéressant Annélide ([1]).

» Claparède ([2]) est le seul qui ait indiqué, pour la première fois, en 1873, la position des centres nerveux du Chétoptère; mais il ne sut en observer ni la disposition ni la structure et ne put, par cela même, en comprendre la véritable signification.

» Loin d'être d'une difficulté excessive, comme l'indiquent d'un commun accord tous les zoologistes qui l'ont tentée, la préparation du système nerveux du Chétoptère est relativement facile si l'on a soin de disséquer des individus qui ont séjourné pendant un certain temps dans les liquides conservateurs.

» Il importe de considérer le système nerveux dans les trois régions de l'animal.

» Dans les régions moyenne et inférieure, les centres nerveux sont représentés par une double chaîne ganglionnaire située sur les téguments au fond du sillon que forment en s'accolant les deux gros muscles ventraux. Chaque segment possède deux ganglions symétriques, fusiformes, nettement séparés l'un de l'autre, réunis aux ganglions adjacents par deux paires de connectifs et reliés entre eux par plusieurs commissures fort courtes dont le nombre peut varier avec les différents segments. Le plus souvent on en compte sept ou huit. Évidemment, on doit considérer ces nombreuses commissures, reliant les ganglions d'une même paire, comme représentant la commissure unique des autres Annélides. De chaque ganglion partent plusieurs nerfs; généralement, trois se rendent à la rame ventrale et trois autres plus volumineux à la rame dorsale. Contrairement à ce qui a été avancé, ces nerfs ne sont jamais visibles par transparence sur des ani-

([1]) J. Joyeux-Laffuie, *Recherches sur l'organisation du Chétoptère* (*Comptes rendus*, t. CV, p. 125).

([2]) Claparède, *Recherches sur la structure des Annélides sédentaires*, 1 vol. Genève, 1873.

maux frais, et ce qui a été décrit par M. Jourdain, dans les anneaux vésiculeux, comme étant un réseau nerveux d'une grande délicatesse, est simplement un réseau de fibres musculaires. Ce n'est qu'au moyen de dissections fines que l'on peut arriver à suivre chacun de ces nerfs. Le système nerveux dans ces deux régions, moyenne et inférieure (tel que j'ai pu l'observer un grand nombre de fois et jusque dans ses moindres détails), diffère donc entièrement des descriptions données jusqu'ici par Lespès, Jourdain et Claparède.

» Dans la région supérieure on ne distingue rien de comparable en apparence à ce qui existe dans les régions moyenne et inférieure. Les connectifs provenant de la première paire de ganglions de la région moyenne, en arrivant dans la région supérieure, s'écartent pour se porter sur les parties latérales et former les deux gros cordons nerveux que l'on connaît. Arrivés à la base des rames dorsales, les seules que possède cette région, ils remontent jusqu'à l'entonnoir buccal, gagnent ensuite les parties latérales en passant entre la première paire de pieds et le bord de l'entonnoir, pour venir former à la face dorsale un cordon nerveux situé dans le bord dorsal de l'entonnoir buccal. La transparence des téguments, jointe à la teinte jaunâtre de ces cordons, permet de les distinguer sur l'animal vivant; leur présence se traduit à l'extérieur par une ligne jaune brunâtre, légèrement translucide, tranchant nettement sur la partie médiane et légèrement rose de la région supérieure. L'étude détaillée du système nerveux de cette région montre que, loin de présenter une disposition anomale, comme on l'avait pensé, on trouve des parties qui doivent être considérées, les unes comme des ganglions, les autres comme des connectifs, et d'autres enfin comme de véritables commissures. Sur des coupes transversales des cordons nerveux, faites à différentes hauteurs, on constate que ces cordons sont formés sur tout leur parcours (de deux parties) de deux bandelettes élémentaires accolées l'une à l'autre : l'une superficielle, par conséquent ventrale, formée presque en totalité par des cellules nerveuses; l'autre profonde, située dorsalement par rapport à la première, constituée par des fibres auxquelles sont mélangées quelques rares cellules nerveuses. La première bandelette est une partie ganglionnaire et représente les ganglions qui semblent faire défaut; la seconde représente les connectifs. Cette disposition existe sur tout le parcours des cordons, tant à la face ventrale qu'à la face dorsale. Dans aucun point on ne distingue de ganglions nerveux isolés.

» Les cordons nerveux, contrairement à ce qui a été décrit, émettent de chaque côté un grand nombre de nerfs et de filets nerveux. Cette région du Chétoptère est de beaucoup la mieux innervée des trois régions de l'animal. En suivant les plus gros troncs nerveux qui se dirigent vers la partie médiane, j'ai constaté que ce sont là de véritables commissures qui réunissent les deux cordons nerveux l'un à l'autre. Leur nombre est en général de quinze à vingt, ce qui donne une moyenne de deux commissures environ pour chaque segment, cette région supérieure du Chétoptère étant constituée par neuf segments et l'entonnoir buccal. Cependant, ce chiffre n'a rien de constant; j'ai observé des individus qui en présentaient dix, d'autres onze et plus rarement douze. J'ai même examiné un exemplaire qui présentait treize rames à droite et douze seulement du côté gauche. Outre les commissures que je viens de signaler, et qui affectent une disposition en arc de cercle de plus en plus accusée à mesure que l'on se rapproche de l'entonnoir buccal, il existe un grand nombre de filets nerveux qui innervent la partie médiane parcourue par les commissures. Les nerfs situés du côté externe des cordons se distribuent aux rames et à la face dorsale.

» La partie dorsale des cordons nerveux donne, outre les nerfs optiques et tentaculaires déjà connus, plusieurs autres nerfs importants, non décrits, dont les principaux sont : trois paires de nerfs buccaux qui vont innerver l'entonnoir buccal et lui donner la grande sensibilité qu'il possède, et une paire de nerfs qui se distribuent sur la face dorsale de chaque côté de la gouttière vibratile à laquelle ils donnent de nombreuses ramifications.

» Des faits que je viens de faire connaître, il ressort que le système nerveux de la région supérieure du Chétoptère diffère complètement des descriptions données jusqu'ici. Cette partie du système nerveux n'est anomale qu'en apparence, et en réalité on y trouve, affectant une disposition un peu spéciale, il est vrai, les différentes parties du système nerveux de l'Annélide : une partie dorsale et cérébroïde avec des nerfs pour les organes des sens, une partie ventrale formée d'une bandelette de cellules nerveuses représentant les ganglions, une bandelette de fibres nerveuses constituant les connectifs, et enfin de nombreuses commissures reliant les parties ganglionnaires.

» Un des caractères dominants dans le système nerveux du Chétoptère et qui lui imprime son faciès particulier est la dissociation des parties.

Dans les régions moyenne et inférieure, les commissures sont divisées en plusieurs commissures secondaires. Dans la région supérieure, les cellules nerveuses, au lieu d'être groupées en masses ganglionnaires distinctes, sont répandues sur toute la face vertébrale des connectifs; les commissures elles-mêmes sont fort multipliées. »

ANTHROPOLOGIE. — *Sur une nouvelle station humaine de l'âge de la pierre, découverte dans les bois de Fausses-Reposes (Seine-et-Oise).* Note de M. **Émile Rivière.**

« Dans la séance du 18 avril dernier, j'ai eu l'honneur de communiquer à l'Académie une Note sur la découverte que j'avais faite d'une station préhistorique ou atelier de la pierre polie, dans les bois situés sur la commune de Chaville (Seine-et-Oise). Depuis lors, j'ai poursuivi mes recherches dans les mêmes bois : mes nouvelles trouvailles portent à un peu plus de deux cents les silex recueillis, à la surface du sol, ou à peine engagés dans la terre; en outre, j'ai eu la bonne fortune de découvrir, le 5 juin suivant, une seconde station appartenant à la même époque néolithique.

» Cette dernière est située à 1^{km} environ de la précédente, sur la commune de Ville-d'Avray, dans les bois de Fausses-Reposes, dont elle occupe également un espace assez restreint, à peu de distance du chemin de la Justice. Ici, le site n'est pas le même; il ne s'agit pas d'un plateau, mais de pentes peu prononcées, conduisant à cette partie du bois d'où l'on domine les étangs de Ville-d'Avray. Et c'est encore en plein bois, ainsi que dans les sentiers qui entourent, au nord et à l'ouest, cette nouvelle station, que j'ai trouvé à la surface du sol, et dans les mêmes conditions qu'à Chaville, de nombreux silex taillés ou éclatés par la main de l'homme préhistorique.

» Ces silex y étaient même tellement abondants que, certain jour, dans une seule après-midi, je n'ai pas recueilli moins de *cent trois pièces,* bonnes ou mauvaises, éclats ou instruments entiers ou brisés. Il est vrai de dire que la pluie tombait avec une certaine intensité et que l'eau dont les silex étaient recouverts leur donnait un aspect brillant qui facilitait grandement mes recherches.

» Depuis cette époque, j'ai pu recueillir dans cette même partie du bois plusieurs centaines de silex. Je citerai notamment de petites lames, toutes brisées constamment à l'époque où elles ont été abandonnées sur le sol,

toutes aussi sans aucune retouche sur leurs bords, mais ayant pour la plupart leur bulbe de percussion.

» Dans cette seconde station, ou station de Fausses-Reposes, de même que dans celle de Chaville, je n'ai pas eu de fouilles à faire, tous les silex reposant sur le sol ou en émergeant par une de leurs extrémités. Du reste, plusieurs tranchées, ouvertes l'été dernier par l'administration des forêts au même endroit, ou dans le voisinage, m'ont permis de constater que, lorsque, par hasard, les silex étaient engagés dans le sol, ils ne dépassaient jamais une profondeur de 4^{cm} ou 5^{cm}.

» Ces silex proviennent tous, comme origine, à l'exception de quatre ou cinq, de la craie de Meudon, ainsi, du reste, que ceux que j'ai trouvés à Chaville, l'an dernier, et à la station préhistorique du Trou-au-Loup, de Clamart, en 1884 et 1885 [1].

» J'ajoute, en terminant, que je n'ai trouvé aucun ossement humain, aucun débris d'animaux. »

La séance est levée à 4 heures et demie. J. B.

---

[1] *Comptes rendus*, séance du 6 décembre 1885.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 16 JANVIER 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la loi de probabilité des erreurs d'observation; par* M. J. **Bertrand**.

« Gauss a proposé, pour représenter la probabilité d'une erreur fortuite comprise entre z et $z + dz$, la formule

(1) $$\frac{k}{\sqrt{\pi}} e^{-k^2 z^2} dz.$$

» La loi de probabilité ainsi définie est la seule qui permette d'affirmer qu'entre plusieurs observations faites dans les mêmes conditions, la valeur moyenne est la plus probable.

» Toujours rigoureux et précis, l'illustre géomètre, en établissant un rapprochement entre deux lois en apparence fort éloignées, n'a nullement

entendu en affirmer la rigoureuse exactitude. C'est contrairement à ses déclarations souvent répétées qu'on lui a attribué la démonstration de la formule (1).

» Cette formule est liée à la règle qui prescrit de prendre la moyenne.

» Si l'on admettait une autre loi pour la probabilité des erreurs, une combinaison, variable avec elle, devrait être adoptée pour déduire d'une série de mesures la valeur la plus probable d'une grandeur inconnue.

» La réciproque n'est pas vraie. Si l'on se donne *a priori* la formule qui lie la valeur la plus probable aux mesures directes plus ou moins discordantes, on trouvera, dans le plus grand nombre des cas, qu'aucune loi de probabilité des erreurs ne peut la justifier.

» Si l'on suppose la probabilité d'une erreur proportionnelle à une fonction de cette erreur, il est impossible, quelle que soit la fonction, que la valeur la plus probable déduite de n mesures différentes soit la moyenne géométrique de ces mesures; il est impossible aussi qu'elle soit la moyenne harmonique.

» Soient $x_1, x_2, \ldots, x_n$ les valeurs observées d'une certaine grandeur, $\varphi(\varepsilon)$ la fonction à laquelle est proportionnelle la probabilité d'une erreur ε. La valeur la plus probable z sera celle qui rend maximum le produit

$$(2) \qquad \varphi(z-x_1)\varphi(z-x_2)\ldots\varphi(z-x_n).$$

» Si l'on admet, d'un autre côté, que cette valeur la plus probable soit une fonction déterminée de $x_1, x_2, \ldots, x_n$,

$$(3) \qquad z = F(x_1, x_2, \ldots, x_n);$$

l'équation (3) doit assurer une valeur nulle à la dérivée de l'expression (2) par rapport à z et satisfaire par conséquent à l'équation

$$\frac{\varphi'(z-x_1)}{\varphi(z-x_1)} + \frac{\varphi'(z-x_2)}{\varphi(z-x_2)} + \ldots + \frac{\varphi'(z-x_n)}{\varphi(z-x_n)} = 0.$$

» Si donc on pose

$$\frac{\varphi'(u)}{\varphi(u)} = \mathfrak{F}(u),$$

l'équation

$$(4) \qquad \mathfrak{F}(z-x_1) + \mathfrak{F}(z-x_2) + \ldots + \mathfrak{F}(z-x_n) = 0$$

doit être équivalente à la relation (3).

» Cette équation (4) établissant une relation entre $z - x_1, z - x_2, \ldots,$

$z - x_n$, il faut qu'en posant

$$\begin{aligned} F(x_1, x_2, \ldots, x_n) - x_1 &= y_1, \\ F(x_1, x_2, \ldots, x_n) - x_2 &= y_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots, \\ F(x_1, x_2, \ldots, x_n) - x_n &= y_n, \end{aligned}$$

$y_1, y_2, \ldots, y_n$ ne restent pas n grandeurs arbitraires; leur déterminant fonctionnel doit être pour cela égal à zéro, et l'on doit avoir

$$\begin{vmatrix} \frac{dF}{dx_1} - 1 & \frac{dF}{dx_2} & \cdots & \frac{dF}{dx_n} \\ \frac{dF}{dx_1} & \frac{dF}{dx_2} - 1 & \cdots & \frac{dF}{dx_n} \\ \cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{dF}{dx_1} & \frac{dF}{dx_2} & \cdots & \frac{dF}{dx_n} - 1 \end{vmatrix} = 0,$$

ce qui se réduit à l'équation

$$\frac{dF}{dx_1} + \frac{dF}{dx_2} + \ldots + \frac{dF}{dx_n} = 1,$$

dont l'intégrale est

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} + \psi(x_1 - x_2, x_1 - x_3, \ldots, x_1 - x_n).$$

» En nommant m la moyenne des mesures données par l'observation, la valeur la plus probable doit être égale à la moyenne augmentée ou diminuée d'une fonction des différences avec la moyenne. A chaque valeur de la fonction ψ correspondra une loi pour la probabilité des erreurs.

» Si l'on ajoute la condition que la fonction ψ doit être symétrique par rapport à $x_1, x_2, \ldots, x_n$, le choix possible de cette fonction se trouve, *a priori*, singulièrement restreint.

» Il ne faut pas oublier d'ailleurs, ce qu'on omet trop souvent de rappeler, que la théorie s'applique essentiellement à des mesures qui ne sont pas encore prises; elle enseigne la meilleure règle que l'on puisse prescrire à l'avance pour tirer parti des résultats quand ils seront obtenus.

» Tout change en présence des résultats connus. Quand, par exemple, toutes les observations sont concordantes et qu'une dernière s'écarte notablement de toutes les autres, personne ne songera à conseiller l'adoption de la moyenne, ni de la remplacer dans ce cas par aucune règle générale.

» La théorie démontre que, pour un grand nombre d'observations, de telles anomalies devraient être attribuées, avec une probabilité équivalente à la certitude, à des influences qui changent les conditions du problème. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur un trait caractéristique de dissemblance entre les surfaces et les courbes algébriques, d'où dépendent les limites respectives des nombres de points doubles* (ou, plus généralement, de points multiples d'ordre r) *qu'il est permis de leur attribuer arbitrairement;* par M. DE JONQUIÈRES.

« I. L'analogie entre les procédés de recherche des nombres dont il s'agit, selon qu'on s'occupe des courbes ou des surfaces algébriques, mise en relief par ma dernière Communication à l'Académie ([1]) et complète à plusieurs égards, cesse d'avoir lieu sur un point essentiel de la question. En effet, comme on va le voir, il existe entre les surfaces et les courbes (et au profit des surfaces) une différence fondamentale, d'autant plus digne d'être signalée qu'elle influe sur l'une des conclusions de ma *Note* précitée et la modifie, en ce sens que la quantité Δ, qui y figure comme étant le maximum absolu demandé, est seulement le plus grand des trois nombres désignés par les lettres Δ_0, Δ_1, Δ_2 et, par suite, n'est qu'un maximum relatif aux trois valeurs du nombre i d'où ces trois nombres dépendent. Pour que Δ eût, dans les surfaces, le caractère définitif et absolu qu'il possède dans les courbes, il faudrait que i (degré de la surface adjointe) n'y pût être que 0, 1 ou 2. Il en est ainsi dans la théorie des courbes [comme je vais le démontrer ([2])], et j'avais d'abord admis, sans le contrôler, que la même limitation lui était imposée dans la théorie des surfaces. Mais j'ai reconnu qu'il n'en est rien, et que i peut, au contraire, y recevoir toute valeur entière et positive que l'on veut. Il en résulte pour les surfaces l'avantage qu'on y obtient le maximum cherché par une formule très simple, qui dérive immédiatement, sans calculs préalables, des seules données du problème. C'est ce que je vais expliquer, rectifiant ainsi *sur ce seul point* mes conclusions du 2 janvier dernier.

» II. Mes précédentes Communications ont fréquemment fait ressortir la nécessité, pour obtenir la solution de questions très diverses, d'*adjoindre*

([1]) *Comptes rendus*, t. CVI, p. 19. A la page 22, ligne 6 en remontant, *lisez* : $= 4\delta + 3X'$ *au lieu de* $= 4 + 3X'$.

([2]) *Ibid.*, t. CI, p. 972; j'y ai énoncé ce résultat, mais sans le démontrer alors.

à la courbe C_m (ou à la surface cherchée S_m) une courbe C_i (ou une surface auxiliaire S_i), dont le rôle et l'emploi ont été précisés. Les trois conditions essentielles auxquelles ces *adjointes* doivent satisfaire sont : 1° d'être générales dans leur degré; 2° de n'absorber à leur profit aucun des points qui sont donnés pour la détermination de C_m (ou S_m); 3° de former une branche *isolée* de C_{m+i} (ou une nappe de S_{m+i}), de façon qu'il suffise, une fois le résultat obtenu, de faire abstraction de cette auxiliaire, de l'éliminer en quelque sorte, et de ne conserver que la courbe demandée C_m (ou surface S_m), qui se trouve ainsi satisfaire, *par les seules données qui lui sont propres,* aux conditions qui lui sont imposées par l'énoncé du problème. Or, pour que C_{m+i} (ou S_{m+i}) soit décomposable en deux courbes $C_m + C_i$ (ou deux surfaces $S_m + S_i$), il faut que le nombre des points qu'on prend *arbitrairement* [en sus des points donnés pour C_m (ou S_m)], afin de *compléter* sa détermination, soit plus grand d'*une unité* que le nombre des intersections d'une C_i avec une C_{m+i}, ou, s'il s'agit de surfaces, plus grand d'une unité que le nombre des points par lequel se détermine la courbe d'intersection d'une S_i avec une S_{m+i}, le point en excédent étant supposé étranger à cette courbe, ce qui est toujours permis.

» Donc, dans le cas des courbes, il faut que i satisfasse à la relation

$$\frac{(m+i)(m+i+3)}{2} - \frac{m(m+3)}{2} = i(m+i)+1;$$

d'où l'on déduit l'équation de condition

$$i^2 - 3i + 2 = 0$$

et, par suite,

$$i^2 = \frac{3 \pm 1}{2},$$

c'est-à-dire

$$i = 1 \quad \text{et} \quad i = 2.$$

Toute valeur de i, autre que 1 ou 2, donnerait pour C_{m+i} une courbe non décomposable et, par conséquent, ne répondant pas aux exigences de la question.

» Dans le cas des surfaces, il faut que la différence analogue

$$\frac{(m+i+1)(m+i+2)(m+i+3)}{6} - 1 - \left[\frac{(m+1)(m+2)(m+3)}{6} - 1\right]$$

soit précisément égale au nombre par lequel se détermine la courbe d'inter-

section d'une S_i avec une S_{m+i}, augmenté d'une unité. C'est *ce qui a toujours lieu, quel que soit i*; car, ainsi que l'a prouvé Jacobi (*Journal de Crelle*, t. 15, p. 299), ce nombre est égal à la différence écrite ci-dessus, diminuée d'une unité.

» Dans ces conditions, propres aux surfaces exclusivement, rien n'empêche plus le maximum cherché Δ d'atteindre sa limite extrême, qui est évidemment exprimée par le plus grand entier contenu dans le quotient du nombre $\frac{(m+1)(m+2)(m+3)-6}{6}$ divisé par 4, ou plus simplement dans $\frac{D_m}{4}$, d'après la notation que j'ai adoptée. Car i pouvant être un nombre entier quelconque, positif, il arrive nécessairement que, parmi l'infinité des valeurs de i, il en existe pour chacune desquelles une valeur convenable de n (degré d'un des faisceaux générateurs de S_{m+i}) permet de réaliser ce maximum, d'autant plus aisément qu'on a, en outre, la ressource facultative d'admettre dans l'une des bases (concurremment avec des points simples destinés à se superposer à pareil nombre de points simples de l'autre base pour engendrer des points doubles) un certain nombre de points doubles, tout formés, auxquels ne se superposeront par conséquent aucun point de l'autre base. On parvient ainsi sans difficulté, avec un peu d'habitude de ce genre de calcul, à compléter les deux bases (par équivalence ou non) sans recourir (ce qui est interdit) à d'autres points simples qu'aux points inconnus X, et, s'il y a lieu, qu'aux un, deux ou trois points (α) qui, selon les cas, restent *seuls* disponibles parmi les points simples donnés, puisque l'énoncé même du problème a converti et absorbé tous les autres en points doubles (δ).

» Quant à déterminer *a priori*, pour chaque valeur donnée de m, la valeur propice de n, il faudrait savoir résoudre, en nombres entiers, des équations (assez complexes) du troisième degré, ce que l'*Analyse indéterminée* ne donne pas le moyen de faire. Au reste, je le répète, il suffit d'un peu d'exercice pour trouver n, ainsi que la composition des deux bases, sans de longs tâtonnements, lorsque m est donné.

» III. En résumé, si l'on désigne, selon l'usage, par la notation $E\left(\frac{D_m}{4}\right)$ le plus grand nombre entier contenu dans le nombre fractionnaire entre les parenthèses, on a le théorème suivant :

» Théorème I. — *Le nombre maximum des points doubles qu'il est permis d'attribuer* ARBITRAIREMENT *à une surface algébrique de degré m* ($m > 4$),

dont la détermination est complétée par des points simples donnés, est égal à $E\left(\frac{D_m}{4}\right)$ (¹).

» En voici quelques exemples, dont il serait facile de multiplier le nombre à volonté :

» 1° $m = 5$, $D_m = 55 = 4.13 + 3$, d'où

$$E\left(\frac{D_m}{4}\right) = \delta = 13 \quad \text{et} \quad \alpha = 3.$$

Si l'on prend $i = 1$, d'où

$$m + i = 6, \qquad D_{m+i} = 83,$$

on a la solution

$$S_{5+1} = \begin{cases} B_3 = [13(\delta) + 1(\alpha) + 4(x)] = 18, \\ B'_3 = [13(\delta) \qquad\quad + 5(x')] = 18 \end{cases}$$

et

$$D_{m+i} - 4\delta - 1(\alpha) = 30 = 3 + 3.9 = 3 + 3X;$$

solution correcte, notamment en ce qu'il n'a été introduit dans l'une des bases qu'un des trois points simples donnés et disponibles α.

» 2° $m = 8$, $D_m = 164 = 4.41$, d'où

$$E\left(\frac{D_m}{4}\right) = \delta = 41 \quad \text{et} \quad \alpha = 0.$$

Si l'on prend $i = 7$, d'où

$$m + i = 15, \qquad D_{15} = 815,$$

on a la solution

$$S_{8+7} = \begin{cases} B_{10} = [20^2 + 21(\delta) + 183(x)] = 284 \ldots \\ B'_5 = [\qquad\; 21(\delta) + \;\; 33(x')] = \;\;54 \end{cases}$$ (20² signifie ici 20 points doubles, et non pas le carré de 20),

(¹) La limite analogue pour les courbes serait $E\left(\frac{D_m}{3}\right)$, où $D_m = \frac{m(m+3)}{2}$; mais, à cause de la limitation du nombre i aux seules valeurs 1 et 2, cette limite de Δ, dès que $m > 4$, ne peut être atteinte que pour la seule valeur 5 du nombre m. Lorsque $m > 5$, Δ est *toujours* inférieur à $E\left(\frac{D_m}{3}\right)$, comme le montrent les valeurs de Δ_0, Δ_1, Δ_2, dont j'ai donné les formules dans ma Communication du 21 novembre 1887 (*Comptes rendus*, t. CV, p. 975).

et

$$D_{m+i} - 4\delta = 815 - 164 = 651 = 3 + 3(183 + 33) = 3 + 3X.$$

» 3° $m = 17$, $D_m = 1139 = 4.284 + 3$, d'où

$$E\left(\frac{D_m}{4}\right) = \delta = 284 \quad \text{et} \quad \alpha = 3.$$

Si l'on prend $i = 14$, d'où

$$m + i = 31, \qquad D_{31} = 5983,$$

on a la solution

$$S_{17+14} = \begin{cases} B_{21} = [61^2 + 223(\delta) + 2(\alpha) + 1553(x)] = 2022, \\ B_{10} = [\quad 223(\delta) \quad + \quad 61(x')] = \ 284 \end{cases}$$

et

$$\begin{aligned} &D_{m+i} - 4\delta - 2(\alpha) \\ &\quad = 5983 - 1136 - 2(\alpha) = 4845 = 3 + 3(1553 + 61) = 3 + 3X. \end{aligned}$$

» Etc., etc. (¹).

» IV. Les mêmes considérations s'étendent au cas où le maximum demandé concerne, non plus des points doubles, mais des points multiples d'un même ordre quelconque *r*. Si, pour abréger, on désigne par la lettre R le nombre $\frac{r(r+1)(r+2)}{6}$, on a cet autre théorème :

» Théorème II. — *Le nombre maximum des points multiples d'un même ordre quelconque r qu'il est permis d'attribuer* arbitrairement *à une surface algébrique de degré m, dont la détermination est complétée par des points simples donnés, est égal à* $E\left(\frac{D_m}{R}\right)$.

» Soit demandé, par exemple, le nombre maximum des points *quadruples* qu'on peut attribuer arbitrairement à une surface du neuvième

(¹) S'il s'agissait de *construire* les surfaces S_m dont on s'occupe, on pourrait trouver anomal d'y employer, comme surfaces génératrices, des surfaces d'un degré supérieur à celui de la surface demandée. Mais la question est ici fort différente, puisqu'il s'agit simplement de prouver l'*existence* de la surface S_m, en donnant les éléments de sa construction *possible*, qui deviendrait *effective* si l'Algèbre offrait le moyen de résoudre les équations desquelles dépend la détermination des points X, qui sont les seules *inconnues* du problème, après que la Géométrie et l'Arithmétique ont fourni, comme on vient de le dire, sa mise en équations bien déterminées.

degré. On a $D_9 = 219$; donc le théorème II fixe ce nombre à $E\left(\frac{219}{20}\right) = 10$, et il y a 19 points simples (α) pour compléter la détermination de S_9. Prenant $i = 2$, d'où $S_{m+i} = S_{11}$, avec $n = 7$ et $n' = 4$, on réalise la solution du problème de la façon suivante :

$$S_{9+2} = \left\{ \begin{array}{l} B_7 = [5^3 + 5^2 + 4(\alpha) + 44(x)]^2 = 118 \\ B_4 = [5^4 + 5^2 \qquad\qquad + 8(x')] = \ 33 \end{array} \right\},$$

car chaque point triple compte pour 10 points simples, et chaque point double pour 4.

» Ensuite

$$D_{11} - 10\delta^4 - 4(\alpha) = 363 - 10.20 - 4 = 159 = 3 + 3(44 + 8) = 3 + 3X.$$

» Soit demandé, en second lieu, le nombre maximum de points quintuples ($r = 5$, d'où $R = 35$), qu'il est permis d'attribuer arbitrairement à une surface du dix-septième degré. Le théorème fixe ce nombre à $E\left(\frac{1139}{35}\right) = 32$, et il faut, en outre, 19 points simples (α) pour compléter la détermination de S_{17}, car $1139 = 32.35 + 19$. En prenant $i = 12$, on a la solution suivante, avec $n = 19$ et $n' = 10 (= m + i - 19)$, $B_{19} = 1538$ et $B'_{10} = 284$; d'où

$$S_{17+12} = \left\{ \begin{array}{l} B_{19} = [12^4 + 20^3 + 17(\alpha) + 1081(x)] = 1538 \\ B'_{10} = [12^4 + 20^2 \qquad\qquad + \ 192(x')] = \ 284 \end{array} \right\},$$

car chaque point quadruple donné vaut 20 points simples et chaque point triple en vaut 10.

» On a, en effet, le droit d'introduire 17 points simples (α) dans l'une des bases, puisqu'il y en a 19 de disponibles parmi les points donnés. Quant aux 32 points *quintuples* prescrits, 12 s'obtiennent par la superposition de 12 points *simples* de B_{10} à 12 points *quadruples* de B_{19}, et les autres par la superposition de 20 points *doubles* de B_{10} à pareil nombre de points *triples* de B_{19}. X est donc égal à $1081 + 192 = 1273$, et, comme $D_{29} = 4959$, on a, comme cela doit être pour que la solution soit exacte (en tenant compte de ce que $R = 35$),

$$D_{29} - 32\delta^5 - 17\alpha = 4959 - 32.35 - 17 = 3822 = 3 + 3.1273 = 3 + 3X.$$

» Le théorème II comprend, comme cas particulier, celui des points

doubles qui fait l'objet du théorème I, le nombre r étant alors égal à 2, et R à 4.

» Enfin je dirai, sans m'y étendre davantage, que le même énoncé convient au cas où les données qui complètent la détermination de S_m se composent à la fois de points multiples et de points simples, ce qui constitue la plus grande généralisation possible du problème.

» V. De plus amples détails ne sauraient trouver place dans une simple *Communication*. Il suffit que les principes aient été posés, les formules établies et la méthode expliquée, pour qu'on voie avec quelle facilité celle-ci permet de résoudre, par les procédés les plus élémentaires, plusieurs questions générales qui, au premier aperçu, semblaient difficiles à résoudre, et peut-être même à aborder. »

CHRONOMÉTRIE. — *Remarques sur la dernière Note de M.* Wolf. Note de M. **A. Cornu**.

« Je constate avec plaisir que M. Wolf m'accorde :

» 1° Qu'il n'y a pas de synchronisation possible sans amortissement;

» 2° Que dans la synchronisation par le système de Jones ou celui de Vérité il y a *amortissement*.

» Devant ces satisfactions, aussi importantes qu'inattendues, j'aurais mauvaise grâce à rechercher si ces concessions sont complètement d'accord avec les déclarations antérieures de notre Confrère.

» Si M. Wolf voulait admettre, comme conséquence du premier principe, que l'efficacité d'un procédé de synchronisation (mesurée par l'étendue des limites de différence de marche entre lesquelles il fonctionne) est proportionnelle à la grandeur du coefficient d'amortissement ([1]), nous serions absolument d'accord.

» Il en résulterait que toute confirmation de l'efficacité d'un procédé de synchronisation ([2]) serait une confirmation expérimentale de la théorie que j'ai eu l'honneur d'exposer devant l'Académie. »

([1]) C'est la traduction en langage ordinaire des formules (13) et (14) si souvent citées (*Comptes rendus*, t. CIV, p. 1661).

([2]) Une erreur de vingt-quatre heures dans les données relatives à l'expérience involontaire faite récemment sur les horloges de la Ville de Paris (p. 95) a fait dire à M. Wolf que l'avance de la pendule directrice avait été de près de 3^s par heure.

La discussion des chiffres corrects de comparaison montre que cette avance horaire

ASTRONOMIE. — *Sur le Tome III des « Annales de l'observatoire de Rio Janeiro »*; par M. **H. Faye.**

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie, de la part de S. M. l'Empereur du Brésil, ce Volume consacré tout entier aux expéditions brésiliennes du dernier passage de Vénus sur le Soleil.

» On sait que le siècle prochain ne verra pas ce beau phénomène; il était donc important de mettre à profit ceux de notre siècle, surtout le passage de l'année 1882. A cet effet, le Brésil a organisé quatre stations astronomiques échelonnées sur un arc de 73°, 5 de notre globe, depuis l'île Saint-Thomas des Antilles, par 18°21′ de latitude nord, jusqu'à l'extrémité australe du continent, par 53°10′ de latitude sud. L'Empereur a trouvé, parmi les Ingénieurs de son service hydrographique, les officiers de sa flotte de guerre et les astronomes de son observatoire central tout le personnel nécessaire.

» L'Académie aimera à connaître les noms des membres de ces trois Missions ([1]).

A l'île Saint-Thomas.

MM. le baron de Teffé, chef du service hydrographique.
F. Calheiros da Graça, } lieutenants de vaisseau.
A. Indio do Brazil, }

A Pernambuco (Olinda).

J. de Oliveiro Lacaille, astronome.
J. da Cunha Louzada, } astronomes adjoints.
E. Correo dos Santos, }

---

n'a pas dépassé $1^s,45$; ce qui réduit l' « éclatante confirmation » aux proportions des opérations ordinaires de la remise à l'heure. On corrige en effet tous les jours (par des poids placés sur la tige du balancier) la pendule directrice de sa variation diurne : on atteint quelquefois 1^s par heure; mais, lorsqu'on dépasse cette limite, il y a toujours quelque accident; dans le cas précité, on l'a dépassée involontairement et les accidents prévus sont arrivés, puisque deux pendules se sont arrêtées.

([1]) Elles se trouvent par le fait réduites à trois, car à Rio le ciel, constamment couvert, n'a permis aucune observation.

A Punta Arenas.

L. Cruls, directeur de l'Observatoire impérial.
E. Midosi, C. Midosi, } officiers de la *Parnahyba.*
Moreira de Assis, chef des ateliers à l'Observatoire.

» J'ai récemment communiqué à l'Académie (*Comptes rendus,* t. CV, p. 1235, séance du 19 décembre 1887), le résultat définitif des observations faites avec des succès divers dans ces trois stations. Le deuxième contact intérieur a seul été observé à Saint-Thomas et à Olinda. A Punta Arenas les quatre contacts ont été observés. Les calculs de M. Cruls, aboutissant à quatre équations finales, donnent 8",808 pour la parallaxe du Soleil. Tous ceux qui examineront en détail les belles observations qui ont servi de base à ces calculs conviendront, j'en suis convaincu, qu'elles contribueront puissamment à assurer le succès de la grande entreprise internationale qui a eu pour but, en 1882, de fixer définitivement l'échelle des dimensions du système solaire.

» Outre ces résultats, si honorables pour le Brésil et qui font apprécier désormais l'importance de son concours aux grands travaux scientifiques de notre époque, le Volume actuel contient deux Rapports, celui du baron de Teffé sur l'île Saint-Thomas, et celui de M. L.-P. de Saldanha da Gama, commandant la corvette de guerre la *Parnahyba*, qui a conduit l'une des Commissions brésiliennes à l'extrême Sud. Ces deux Rapports, publiés avec une traduction française en regard du texte portugais, méritent d'être recommandés à l'attention de l'Académie.

» Bien que l'île Saint-Thomas soit connue depuis longtemps, M. le baron de Teffé a trouvé moyen d'intéresser le lecteur en entrant dans de curieux détails sur l'histoire de l'île, sa constitution géologique, ses cyclones, ses tremblements de terre. On sera frappé de l'expression des sentiments qui vinrent assaillir le chef de la Mission lorsqu'il vit les nuages lui ravir les deux premiers contacts de la planète avec le disque du Soleil et menacer le troisième. Tout avait été admirablement préparé, tout le monde était à son poste, même Mme de Teffé, qui avait voulu suivre son mari et lui servir de secrétaire.

» Le vent du N.-E., toujours dur, continuel et incommode sur ce haut plateau, avait entièrement cessé ; pas le moindre souffle pour chasser les nuages gros de pluie.... Je crus tout perdu.

» L'angoisse devait s'être bien peinte sur ma figure, car sans que j'eusse poussé la moindre exclamation, sans même avoir cessé de compter les battements de la pendule, j'entendis au milieu de ce morne silence des sanglots étouffés : quelqu'un avait compris ma profonde douleur; ma femme, découragée, avait incliné la tête sur la table et pleurait comme un enfant. »

» Heureusement le Soleil se montra et avec lui la planète Vénus déjà entrée sur son disque. Le second contact intérieur put être observé par les trois observateurs, et les heures décisives de la pendule sidérale de Mouilleron furent enregistrées sur l'appareil chronographique de M. Liais.

» Quant au second Rapport sur un pays infiniment moins connu, bien que le grand naturaliste anglais, embarqué sur le *Beagle*, ait passé par là, il est digne de l'attention de l'Académie par l'abondance et la variété de détails précieux pour la Géologie, l'Histoire naturelle et l'Anthropologie. La lecture en est profondément attachante, et, si je connaissais l'Auteur du texte français, je le signalerais à l'Académie, car il est difficile de manier notre langue avec plus de pureté et de goût.

» Le premier moteur de cette triple expédition, Celui à qui remonte le principal honneur, ne veut pas qu'on parle de lui. Il met en avant les noms des officiers de sa marine et des astronomes de son observatoire. Mais, tout en rendant après lui pleine justice au zèle et à l'habileté de M. Cruls et de ses savants collaborateurs, je croirais répondre au sentiment de l'Académie s'il m'était permis d'adresser, en cette occasion, l'expression de la profonde gratitude des amis de la Science à notre illustre confrère Don Pedro d'Alcantara. »

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Nouvelles recherches sur les phénomènes produits par un agent toxique très puissant qui sort sans cesse des poumons de l'homme et des mammifères, avec l'air expiré.* Note de MM. **Brown-Séquard** et **d'Arsonval**.

« Dans la dernière séance, nous avons eu l'honneur de communiquer à l'Académie (*Comptes rendus*, t. CVI, p. 106) des recherches démontrant que l'air expiré contient un poison extrêmement violent, à en juger par le double critérium des phénomènes produits et de la faiblesse de la dose qui a suffi pour leur donner naissance. Nous avons à rapporter aujourd'hui des faits confirmant les conclusions que nous avons tirées de nos premières expériences et d'autres faits conduisant à de nouvelles conclusions.

» I. Chez sept lapins, pesant de 1850gr à 2100gr, nous avons injecté, sous la peau du thorax et de l'aisselle, des quantités variant de 20cc à 44cc d'eau de condensation des vapeurs exhalées par les poumons de deux chiens. Les effets produits ont été les mêmes que lorsqu'on a introduit ce liquide directement dans le sang. Cinq de ces animaux sont morts très rapidement, quatre en moins de vingt-quatre heures, le cinquième au bout de trente-six à trente-sept heures. Les deux survivants sont très faibles et ne paraissent pas devoir vivre longtemps.

» Chez les sept animaux, le cœur et la chaleur animale ont été modifiés comme lorsque le poison est injecté dans le sang. Le ralentissement de la respiration s'est montré aussi, mais seulement chez quatre des sept lapins. Deux fois, au lieu de se ralentir, la respiration s'est activée, et une fois elle n'a pas changé de fréquence. En tenant compte du fait que l'injection d'un liquide sous la peau a dû nécessairement exciter les nerfs thoraciques et les nerfs brachiaux, on comprend aisément pourquoi l'action dépressive du poison sur le centre respiratoire a été en apparence annulée dans trois cas sur sept.

» La désharmonie, que nous avons signalée entre l'état de la chaleur animale et la rapidité des mouvements du cœur, s'est montrée dans ces expériences nouvelles comme dans celles où une injection de liquide pulmonaire a été faite directement dans le système vasculaire. Le cœur acquiert plus tôt que dans ce dernier cas une grande vitesse; mais celle-ci ne s'est pas élevée au delà de 240 à 280 pulsations par minute. La température rectale reste normale ou à peu près : il n'y a pas de fièvre.

» Chez cinq des sept animaux ayant eu une injection sous-cutanée, la pupille a été modifiée. Quatre d'entre eux ont eu une dilatation pupillaire comme les animaux ayant eu dans le sang l'injection de 4cc à 8cc de liquide pulmonaire, et le cinquième a eu une constriction pupillaire comme les lapins ayant reçu directement dans leur sang de 13cc à 30cc de ce liquide.

» La parésie ne se montre pas immédiatement ou à peu près immédiatement comme après l'injection dans le sang, et elle est aussi plus lente à s'augmenter. Cela se comprend aisément : l'entrée du fluide toxique dans le sang n'étant pas soudaine lorsqu'il a été injecté sous la peau. L'absorption cependant est extrêmement prompte, mais elle n'est pas encore complète au bout d'une heure.

» Tous les animaux morts après l'injection sous-cutanée de liquide pulmonaire ont eu de la diarrhée. Chez l'un d'eux, qui rendait des crottins secs quelques instants avant l'injection, il s'est montré de la diarrhée une

heure après l'introduction du poison sous la peau. Les deux survivants ont seuls échappé à l'action spéciale du poison pulmonaire qui produit la diarrhée. Ils n'en ont pas encore été atteints.

» L'attitude des animaux trouvés morts indique qu'ils n'ont pas eu de convulsions dans les derniers moments de la vie. L'un d'eux est mort sous nos yeux sans agonie, c'est-à-dire sans agitation convulsive et sans raideur spasmodique.

» L'autopsie a montré les mêmes particularités chez les cinq individus de cette série que chez ceux qui ont eu une injection directe dans le sang (1). Nous trouvons que, chez les animaux de la dernière série, il y a un peu moins d'emphysème pulmonaire, mais tout autant de congestion et d'ecchymoses dans les poumons, avec un peu plus de congestion des viscères abdominaux. Chez les cinq individus tués par le poison pulmonaire, après injection sous-cutanée, il y avait toutes les apparences caractéristiques de la mort par syncope cardiaque avec arrêt des échanges entre les tissus et le sang. Le cœur était en diastole, les deux ventricules contenant beaucoup de sang. Il y avait aussi une notable quantité de sang dans l'aorte et les grosses artères, et bien plus encore dans la veine cave, la veine porte et les grosses veines du cou et des membres. Bien que des caillots se trouvassent partout, il y avait aussi du sang liquide dans les quatre cavités cardiaques et dans tous les gros vaisseaux. La veine cave, au-dessous du diaphragme et jusqu'à l'abouchement des veines rénales, était bien plus pleine de sang que pendant la vie. Les sections du foie et des reins laissaient sortir une quantité considérable de sang semi-liquide. Partout, le sang était moins noir que dans les cas ordinaires de mort, et dans le cœur droit et les veines il était rougeâtre et même, dans un des cas, rosé.

» Un liquide jaunâtre remplissait l'intestin grêle et le tiers rectal du gros intestin. La vésicule biliaire était pleine de bile jaunâtre. L'encéphale et ses membranes étaient légèrement congestionnés.

» II. Il était important de démontrer que c'est à un poison organique, chimique, et non à des microbes que sont dus les effets produits par l'injection dans le sang ou sous la peau du liquide pulmonaire obtenu par les divers procédés que nous avons signalés dans notre précédente Communication (2). Pour résoudre cette question, nous avons fait bouillir,

---

(1) Voyez ce que nous en disons (p. 111-112) dans le numéro précédent des *Comptes rendus*.

(2) Voyez *Comptes rendus*, p. 108. — Nous avons, depuis lors, employé un nouveau

en vase clos, une certaine quantité de liquide pulmonaire, provenant de l'homme ou d'un chien, et nous avons ensuite répété nos expériences d'injection sous la peau ou dans le système vasculaire à l'aide de ce liquide nécessairement privé de microbes capables d'agir. Les résultats obtenus ont été les mêmes que ceux que nous avaient donnés les injections de liquide pulmonaire non bouilli. Nous devons dire qu'il nous a même semblé que la toxicité du liquide bouilli était plus grande que celle du liquide n'ayant pas été soumis à la température de 100°. C'est donc bien à un agent délétère chimique que sont dus les phénomènes toxiques et la mort, dans les expériences que nous avons faites.

» III. Nous nous demandions, lors de notre précédente Communication, si le poison d'origine pulmonaire dont nous avons étudié les effets était un alcaloïde semblable aux leucomaïnes et aux ptomaïnes. Nous sommes bientôt arrivés à la conclusion qu'il en doit être effectivement ainsi (1).

---

procédé pour recueillir le poison volatil éliminé constamment par le poumon des mammifères. En voici le dispositif, qui a le mérite de laisser la respiration s'effectuer dans les conditions normales et sans jeter de trouble dans l'organisme. L'appareil destiné à l'homme se compose d'une sorte de masque s'appliquant sur la figure. Ce masque est relié à une trompe aspirante qui fait circuler dans son intérieur un courant d'air pur constamment renouvelé. La personne en expérience respire donc à la manière ordinaire, *par le nez*, et sans la moindre gêne. Au sortir du masque, le courant d'air, qui a entraîné les produits de la respiration, est filtré sur un tampon d'ouate destiné à arrêter tous les corpuscules solides qui pourraient s'y trouver en suspension. De là, il se rend dans un serpentin en verre terminé par un réservoir également en verre. Le tout est plongé dans des morceaux de glace, et la vapeur d'eau provenant du poumon se condense dans le réservoir sous forme d'un liquide parfaitement limpide qui retient en solution le poison pulmonaire. En respirant pendant une heure dans l'appareil, on arrive à condenser de 20^{cc} à 25^{cc} de liquide, lequel, injecté immédiatement, soit sous la peau, soit dans le sang, détermine les effets que nous avons décrits. L'appareil employé pour le chien est disposé exactement de la même manière. L'animal étant attaché sur la gouttière, on introduit sa tête dans une cloche en verre, tubulée, qui fonctionne comme le masque destiné à l'homme. Dans un cas comme dans l'autre, le gaz ou les vapeurs qui arrivent au serpentin ne peuvent entraîner aucun corps liquide ou solide.

(1) Nous avons exposé avant-hier, à la Société de Biologie, les motifs que nous donnons ci-dessus pour établir que le poison pulmonaire est un alcaloïde volatil, sécrété par les poumons. Dans une séance précédente de cette Société, nous avons insisté sur ce fait que la nature organique du poison pulmonaire est clairement établie. En effet, il jaunit l'acide sulfurique concentré, et il réduit le nitrate d'argent ammoniacal ainsi que le chlorure d'or. Nous sommes très heureux qu'un chimiste de profession, M. Wurtz

Nous nous sommes assurés que le liquide pulmonaire est alcalin. La lenteur de son action sur le papier rouge de tournesol est considérable (ce qui nous avait d'abord fait croire à sa neutralité), mais au bout de quelques minutes d'immersion le papier devient parfaitement bleu.

» Il est maintenant presque certain que le poison organique volatil, sortant des poumons d'homme ou de mammifères, est un alcaloïde. Cette opinion se fonde sur les raisons suivantes : 1° l'alcalinité du fluide pulmonaire contenant le poison; 2° la persistance de la toxicité de ce fluide après ébullition en vase clos; 3° l'ensemble des phénomènes, toxiques et autres, causés par l'injection de ce fluide, soit dans le sang, soit sous la peau d'un lapin.

» IV. Si l'on met en présence les faits que nous avons mentionnés l'an dernier à l'Académie (*Comptes rendus*, p. 1056, novembre 1887) et ceux que nous rapportons dans cette Communication et la précédente, on est conduit forcément à la conclusion que l'air confiné, qui cause la phtisie pulmonaire, produit cette affection par une influence lente exercée par le poison volatil dont nous venons de démontrer l'existence dans l'air expiré. Nous avons, du reste, entrepris des expériences qui donneront, avant longtemps croyons-nous, la preuve directe de cette assertion. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Du tétanos spontané.*
Note de M. **Verneuil.**

« Je suis de ceux qui pensent que, pour détruire une erreur, il ne suffit pas d'énoncer en passant la vérité qui la remplace, mais qu'on doit répéter la démonstration autant de fois qu'il le faut et jusqu'à ce que toute opposition soit impossible.

» Je me permettrai donc de revenir sur un sujet dont j'ai eu déjà l'honneur de vous entretenir il y a quelques semaines.

» J'affirmais alors que le tétanos spontané n'existait point, et que si l'on se donnait la peine de faire à propos de chaque cas réputé tel une enquête suffisante, on finirait toujours par trouver la porte d'entrée du virus, cause unique et réelle de la maladie.

---

fils, guidé par le meilleur maître pour des travaux de ce genre, M. Gautier, soit arrivé, par des recherches de pure Chimie, à une conclusion confirmant la nôtre sur le fait de l'existence d'un alcaloïde dans l'air expiré.

» Cette proposition absolue était comme une sorte de défi lancé à mes confrères ou au moins un appel à la contradiction, laquelle, du reste, ne se fit pas attendre.

» Un médecin distingué et fort répandu du département du Nord, M. le Dr Buisson, d'Auberchicourt, qui m'avait précédemment aidé dans mes recherches sur le tétanos, m'écrivait, le 25 novembre 1887, pour me reprocher, en termes d'ailleurs fort courtois, de l'avoir induit en erreur :

» Confiant, me disait-il, dans votre déclaration du 3 octobre, sur la non-existence du tétanos spontané, j'ai méconnu pendant plusieurs jours un cas de ce genre, mais aujourd'hui le doute n'est plus permis : la maladie est nettement caractérisée par le trismus, l'opisthotonos, les contractions douloureuses, etc., et pourtant ni moi, ni deux confrères fort instruits, venus à mon aide, n'avons pu découvrir la moindre blessure.

» M. Buisson, d'ailleurs, m'offrait de prendre l'observation complète et de me l'adresser.

» J'acceptai, bien entendu, la proposition, et, de plus, j'indiquai à mon correspondant toutes les précautions à prendre pour trouver la mystérieuse porte d'entrée. Un mois plus tard, le 25 décembre, M. Buisson m'envoyait l'observation complète et très bien prise, qui me donnait entière satisfaction et faisait docilement rentrer le fait dans la règle commune.

» Cette observation est trop longue pour être ici reproduite intégralement; j'en vais donc donner le résumé :

Tétanos à marche chronique et sans blessure apparente; point de départ dans une lésion profonde et cachée du pharynx; guérison au bout de deux mois; par M. le Dr Buisson, d'Auberchicourt (Nord).

« M. X., négociant, soixante ans, de bonne santé habituelle et exposé seulement à de fréquents maux de gorge, se mit, le 20 octobre, par un temps pluvieux et dans une cour exposée à tous les vents, à décharger une voiture de carreaux à paver arrêtée devant son magasin et dont on avait dételé les chevaux. La besogne finie, il ressentit un vif refroidissement, ce qui ne l'empêcha pas de dîner avec le charretier.

» Le lendemain 21, malaise, mal de gorge, douleurs d'oreilles et surdité à droite. Cet état, auquel on n'opposa du reste aucun remède, alla en s'aggravant peu à peu jusqu'au 13 novembre.

» M. Buisson, appelé ce jour-là, ne découvrit aucune lésion du pharynx ni des amygdales; mais, constatant, outre les douleurs et la surdité notées plus haut, une immobilité complète de la moitié gauche du visage avec déviation de la commissure buccale, diagnostiqua une paralysie du nerf facial *a frigore* et fit une prescription en conséquence.

» Rappelé le 19 novembre, il constata, comme signe nouveau, l'impossibilité d'écarter les mâchoires et la difficulté de respirer dans le décubitus horizontal. Il crut à la formation d'un abcès de la gorge.

» Le 21, au moment où, pour examiner le fond de la bouche, il introduisait une cuiller entre les dents, un violent accès de trismus se produisit avec suffocation et congestion intense de la face. Dès lors M. Buisson, qui avait déjà songé au tétanos, mais en avait rejeté l'idée, n'hésita plus et se prononça catégoriquement pour un tétanos spontané.

» Deux confrères de la région, M. Sockeel, chirurgien de l'hôpital de Douai, et mon ancien élève et ami, M. Delbarre, chirurgien de l'hôpital de Cambrai, furent appelés en consultation le 24 novembre et confirmèrent de tout point le diagnostic.

» Il y eut ce jour-là une amélioration légère; le patient put, en présence de ces messieurs, avaler deux cuillerées de café, mais fut pris à la troisième de trismus violent.

» L'haleine était très fétide et la langue saburrale, à ce point qu'on revint à l'idée d'un abcès de la gorge.

» Les jours suivants, les choses restèrent au même point. Les boissons chaudes pouvaient être dégluties; froides, elles provoquaient instantanément le trismus. Le malade ne s'était point couché depuis le 20 novembre parce que la position horizontale ramenait aussitôt la suffocation et les contractures. L'examen de la gorge produisait le même effet.

» Le 30 novembre, pendant un accès auquel M. Buisson assistait, le patient rendit avec effort un crachat visqueux mélangé de sang. Le même phénomène se reproduisit le lendemain, et l'on remarqua de plus que les injections boriquées que l'on poussait dans la bouche revenaient également teintées de sang. A partir de ce moment, le trismus diminua; en revanche, dans la nuit du 4 décembre, de 2^h à 5^h, vives douleurs dans la poitrine, avec contracture violente des muscles de la paroi thoracique, dyspnée intense. Les symptômes se renouvellent le lendemain, s'accompagnant aussi d'emprosthotonos; on croit la mort prochaine.

» Par bonheur la poitrine se dégage; la paroi abdominale d'abord, puis les cuisses, sont envahies par la contracture; enfin, après plus de trente jours de lutte, pendant lesquels le chloral et la morphine furent administrés libéralement et sans relâche, la thérapeutique reste victorieuse. Le 25 décembre, M. X. pouvait être considéré comme guéri.

» Tel est l'intéressant récit qu'à mon grand regret j'ai dû condenser. M. Buisson avoue de bonne grâce, et comme enseignement capital à tirer de ce fait, qu'il ne faut pas se hâter de nier l'existence d'une lésion servant de porte d'entrée, parce qu'on ne la voit pas d'emblée. En effet, sans les crachats sanglants, expectorés *en sa présence*, il se serait cru en droit d'affirmer qu'il n'y avait aucune plaie; car ni le malade ni les assistants n'auraient songé, sans doute, à signaler ce détail, pas plus que la coloration en rouge des injections boriquées ressortant de la bouche. C'est pourquoi, bien que l'examen direct de la gorge (quand il a été possible, c'est-à-dire

avant et après le resserrement des mâchoires) n'ait pas permis de voir la solution de continuité, celle-ci a certainement existé dans les profondeurs du pharynx.

» J'ajouterai seulement deux courtes remarques : sans le soin minutieux avec lequel M. Buisson a examiné son malade et l'induction judicieuse qu'il a tirée d'un phénomène passager, l'observation précédente, au lieu de servir la bonne cause, aurait contribué à entretenir la vieille erreur.

» L'entrée du tétanos par la voie gutturale, avec lésion pathologique préalable, ne paraît pas être bien rare, car je l'ai signalée déjà deux fois dans la série de vingt-six cas de tétanos soi-disant spontané, que j'ai récemment publiée. La proportion de trois sur vingt-sept est digne d'attention. »

NAVIGATION. — *Sur le percement de l'isthme de Panama.* Note de M. DE LESSEPS.

« A la suite de ma Communication de lundi dernier, on s'est beaucoup occupé dans le public et dans le monde technique des modifications apportées aux travaux de percement de l'isthme de Panama. Une solution nouvelle, projetée avec le concours de M. Eiffel, vient d'être adoptée par la Compagnie : il s'agit de substituer provisoirement au canal à niveau un canal à écluses. Avant d'indiquer en quoi consiste ce projet, nous rappellerons brièvement quelles étaient les bases du projet à niveau. Nous montrerons ensuite comment les travaux considérables déjà exécutés entrent dans le nouveau plan déjà adopté, dont le but est l'ouverture du canal et le commencement de l'exploitation en 1890.

» Le canal de Panama, tel qu'il fut conçu à l'origine, devait avoir une longueur totale de 74^{km}, avec une largeur de 22^{m} au plafond et 44^{m} au plan d'eau.

» Ces données essentielles du projet primitif sont respectées dans le nouveau mode d'exécution. L'emploi des écluses, à l'exécution desquelles M. Eiffel apporte une compétence et une garantie toutes spéciales, n'est qu'une solution intermédiaire, destinée à gagner du temps, tout en réservant le projet complet du canal à niveau pour l'avenir. Les conditions auxquelles la nouvelle solution devra répondre, au point de vue technique et économique, sont les suivantes :

» 1° Utilisation des travaux exécutés jusqu'à ce jour;

» 2° Possibilité de terminer le canal à niveau, tel que l'indiquait le premier projet, tout en permettant le passage des navires du plus fort tonnage au travers de l'isthme.

» Si nous examinons, en partant de l'océan Atlantique, le tracé du canal et les travaux déjà exécutés, nous voyons que, sur un parcours de 45^{km} environ, les nombreux chantiers de l'isthme ont accompli une partie déjà importante de leur tâche respective. Le terrain, après avoir offert dans cette portion de l'entreprise de très grandes difficultés, résultant de son peu de stabilité et des inondations fréquentes qu'amenaient dans la saison des pluies les cours d'eau torrentueux, est aujourd'hui reconnu à fond; les travaux de terrassement s'y exécutent, depuis longtemps déjà, avec une sûreté de vues et une précision désormais mathématique. De plus, l'outillage mécanique dont disposent les chantiers est des plus puissants : il ne comprend pas moins de 17 dragues de 200 à 60 chevaux de force, déversant leur déblai soit dans des bateaux-clapets qui les portent au loin dans l'Océan, soit sur les flancs du canal par l'intermédiaire des transporteurs; 19 excavateurs, placés plus avant dans le tracé du canal, le creusent à sec, enlevant un cube de terrassements de 30000^{mc} par mois; à ces puissants outils se joint un matériel considérable de grands wagons, de locomotives et un réseau de petits chemins de fer du système Decauville entre les mains d'un personnel exercé de 4000 ouvriers.

» Si nous prenons le tracé du canal en sens inverse, en partant de l'océan Pacifique, nous trouvons tout d'abord un développement d'environ 7^{km} de longueur qui n'offre pas non plus de difficultés spéciales à vaincre, et dont les engins mécaniques que nous venons de signaler viendront facilement à bout. Ce chantier dispose à lui seul, en effet, de 8 excavateurs, 352 grands wagons que 16 locomotives se partagent pour porter les remblais au loin, de 7 dragues, 13 bateaux-clapets et un matériel complet de chemins de fer portatifs qui ne comptent pas moins de 900 wagonnets. Plus de 1000 ouvriers mettent en œuvre ce puissant outillage.

» La grande difficulté réside dans la portion comprise entre les deux parties que nous venons d'indiquer; partant du point kilométrique 44, la section de la grande tranchée (Obispo, Emperador et Culebra) s'étend sur une longueur de 9^{km} et présente des reliefs qui atteignent 100^{m} à 115^{m} de hauteur sur l'axe, obstacle redoutable qu'il faut percer ou déblayer. Cette partie du terrain, composée d'argile au sommet, de couches horizontales schisteuses, de roches éruptives, forme en quelque sorte l'épine dorsale de l'Amérique centrale; elle a été, grâce à sa formation solide, le centre de

résistance de ce continent, lors des cataclysmes naturels et des bouleversements successifs auxquels a été soumis le globe terrestre. C'est à ce point précisément que la lutte s'est engagée contre la nature sur les chantiers de Panama, lutte plus tenace et plus acharnée, à chaque défaite infligée aux difficultés du sol par la main de l'homme secondée par les machines, les explosifs et tout ce que les progrès de la Science et l'expérience ont mis à sa disposition.

» Le résultat final d'une lutte de ce genre n'est pas douteux au point de vue de la difficulté proprement dite; mais, en dépit des ressources nombreuses qui s'offrent actuellement à l'art de l'ingénieur, il faut tenir compte dans une entreprise de cet ordre d'un élément primordial : le temps d'exécution. C'est pour triompher de cet élément de résistance si important que la solution d'un canal éclusé, destiné à franchir provisoirement la passe difficile, a été envisagée et finalement adoptée.

» Dans l'hypothèse d'un canal à écluses remplaçant provisoirement le canal à niveau, le tracé primitif se trouve, en quelques points, légèrement dévié de son axe; mais il utilise d'une façon complète les travaux déjà exécutés, et la modification essentielle ne commence qu'au point kilométrique 22,7 à partir de l'Atlantique. Là se trouvera une première écluse du système Eiffel de 8^{m} de hauteur de chute. Une seconde écluse de mêmes dimensions sera établie à $14^{km},5$ de la première; une troisième à $6^{km},5$ plus loin, et enfin, à 3^{km} de celle-ci, en viendra une quatrième. Ces deux dernières auront une hauteur de chute de 11^{m}. Les dimensions de ces grands ouvrages d'art seront les suivantes :

» Largeur des portes, 18^{m};

» Longueur utile de l'écluse, 180^{m}.

» Ils permettront l'éclusage des plus grands navires transatlantiques, tout en conservant le profil normal adopté par la Compagnie pour le canal à niveau. A l'entrée, côté de l'Atlantique, le canal aura 180^{m} de largeur au plafond sur un parcours de 3^{km}; à la sortie, sa largeur sera de 50^{m} au plafond sur une longueur de 6^{km}.

» Arrivé, en partant de l'Atlantique, à l'altitude de 38^{m} dans la grande tranchée de la Culebra, cet immense escalier est à son point culminant; il redescend dès lors, vers le Pacifique, à l'aide de trois écluses de 11^{m} de chute chacune, établies aux kilomètres 57,2, 57,8, 61,8; puis avec une écluse de 8^{m} située au point kilométrique intermédiaire 59,1.

On voit quel est le résultat immédiat du nouveau projet : il permet de racheter une altitude de 38^{m} sur le versant de l'Atlantique et une diffé-

rence de niveau de 41^{m} sur le versant du Pacifique, où le niveau des basses mers de vives eaux est à la cote -3^{m}; cette combinaison permet de réaliser sur le parcours et la section de cette partie du canal une très forte diminution des déblais à exécuter immédiatement. Quant à la hauteur des écluses, elle pourrait paraître à première vue trop considérable pour présenter une application journalière et facile. Il n'en est rien : nos ingénieurs ont actuellement, sur la construction de ces ouvrages d'art, comme sur leur mise en place, des données pratiques qui ne permettent pas d'hésiter à y recourir. Leur fonctionnement est également certain : nous possédons aujourd'hui les moyens mécaniques et hydrauliques d'une puissance telle et d'une précision si grande, qu'en les appliquant à la manœuvre des portes colossales de ces écluses, un seul homme est capable de les ouvrir, de les fermer, d'en exécuter toutes les manœuvres avec une merveilleuse facilité et presque sans dépense de force musculaire.

» Nous dirons quelques mots, en terminant, de l'importante question de l'alimentation du canal éclusé. Nous n'entrerons pas, au cours de ce rapide aperçu d'une œuvre si considérable, dans les détails proprement dits d'aménagement des eaux : ils consistent surtout dans la construction de grands barrages destinés à capter les eaux fournies par les bassins du Chagres et de l'Obispo vers l'Atlantique, et du Rio Grande supérieur, du côté du Pacifique, et à en régulariser le débit.

» Il résulte de calculs précis que le Chagres peut fournir, au minimum, un débit de 10^{mc} à la seconde, suffisant à lui seul pour assurer l'alimentation du canal lorsqu'il livrera passage, toutes les vingt-quatre heures, à 10 navires de 20000 tonnes. C'est un chiffre de transit qui n'a rien d'exagéré et qui sera certainement dépassé; l'alimentation du canal sera, dans ce cas, complétée, en utilisant, en plus du Chagres, l'apport des bassins accessoires. En admettant que ces derniers mêmes deviennent insuffisants, on pourra recourir à l'emploi de machines élévatoires propres à l'alimentation; une force de 3600^{chx} serait suffisante; or les constructions navales nous ont montré récemment l'utilisation de machines motrices de 10000^{chx} et même 12000^{chx}.

» En ce qui concerne le point de vue économique de la solution provisoire adoptée avec le concours de M. Eiffel, pour les travaux d'art, elle se résume par les chiffres suivants : le projet du canal à niveau, tel qu'il a été conçu à l'origine, nécessitait, pour son achèvement complet, l'enlèvement de 105 millions de mètres cubes de terrassements; le creusement du canal à écluses, comme nous venons de le décrire, réduit le chiffre des

terres à enlever à 40 millions de mètres cubes : c'est donc une diminution immédiate de 65 millions de mètres cubes. Or, avec les moyens d'action et le matériel que possède l'entreprise, le cube normal de terrassement enlevé régulièrement en moyenne chaque mois est de 1 200 000 mètres cubes; la date d'ouverture au trafic du canal en 1890, c'est-à-dire dans 36 mois, est donc logiquement assurée.

» L'emploi des écluses n'est que provisoire; il n'arrêtera pas les travaux commencés en vue d'exécuter le canal à niveau; mais il permettra de toucher à la réalité et de donner la confiance en assurant un commencement de trafic dans un délai très rapproché; il permettra aussi de concentrer, à un moment donné, tous les efforts disponibles sur le point offrant la résistance la plus grande. »

M. **Des Cloizeaux** dépose sur le bureau une médaille commémorative du cinquantenaire scientifique de M. *de Kokscharow*, et s'exprime comme il suit :

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie, de la part de la Société impériale minéralogique de Saint-Pétersbourg, un exemplaire d'une médaille commémorative qui a été frappée à l'occasion du cinquantenaire scientifique de notre éminent Correspondant, le général Nicolas de Kokscharow.

» La médaille, offerte à M. de Kokscharow et destinée à rappeler les importants services que ce savant a rendus à la Minéralogie depuis cinquante ans, porte d'un côté son portrait et de l'autre côté les dates 1837-1887, avec le titre de son plus important Ouvrage, intitulé : « Matériaux pour la minéralogie de la Russie ».

» Les neuf Volumes actuellement parus de cet Ouvrage classique et les admirables planches de Cristallographie qui les accompagnent renferment les résultats de toute une vie de travail qui, par leur précision et leur exactitude, forment le modèle le plus parfait de la description des richesses minérales d'un grand pays. »

MÉMOIRES LUS.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur des courbes barométriques enregistrées pendant la troisième campagne scientifique de l'*Hirondelle. Note du prince **Albert de Monaco.**

« L'Académie connaît (¹), dans ses principales lignes, la troisième campagne scientifique de l'*Hirondelle*. Je lui présente aujourd'hui plusieurs courbes barométriques, enregistrées sur un appareil Richard, et dont l'examen soigneux, à l'aide d'un fort grossissement, fait voir certaines particularités intéressantes peut-être.

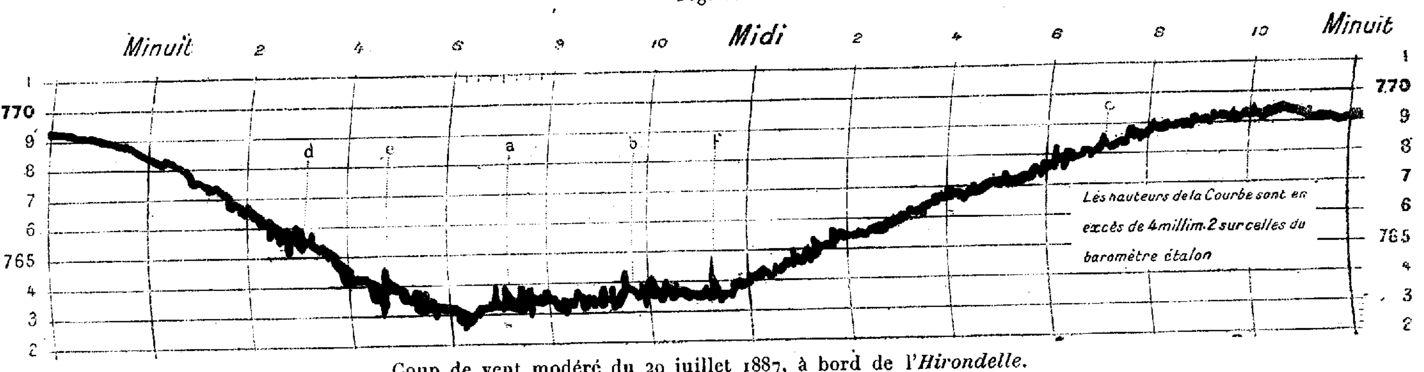
» Il s'agit d'oscillations rapides tracées par la plume suivant une direction qui forme, avec la marche générale de la courbe, un angle plus ou moins grand, souvent même un angle droit. L'amplitude variable de ces oscillations atteint parfois des millimètres; leur tendance est à la hausse ou à la baisse selon les cas.

» On attribuait aux secousses du navire les oscillations analogues précédemment déjà signalées, mais je ne pense pas que cet avis puisse désormais prévaloir, mes observations ayant été faites sur un navire à voiles, exempt de trépidations, et avec un appareil délicatement suspendu. D'ailleurs, l'aiguille d'un baromètre anéroïde plusieurs fois tenu dans la main tandis que la plume de l'enregistreur inscrivait ses oscillations me montrait des oscillations d'une amplitude équivalente et dont la durée excédait une ou deux secondes.

» La courbe du 29 juillet (*fig.* 1), tracée pendant un coup de vent modéré, donne un premier exemple de ces oscillations. Leur plus grand nombre est dirigé vers le haut, formant des angles variés depuis 45° jusqu'à 90° (*a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*). Le plus ou moins d'ouverture des angles et la grosseur du trait indiquent la durée de l'oscillation. D'autre part, les oscillations de 90°, c'est-à-dire rapides, appartenant presque toujours exclusivement soit à la hausse, soit à la baisse, l'hypothèse des grands coups de roulis n'expliquerait pas bien leur origine; car la plume, ainsi dérangée, devrait osciller à peu près également au-dessus et au-dessous de la courbe avant de reprendre son équilibre.

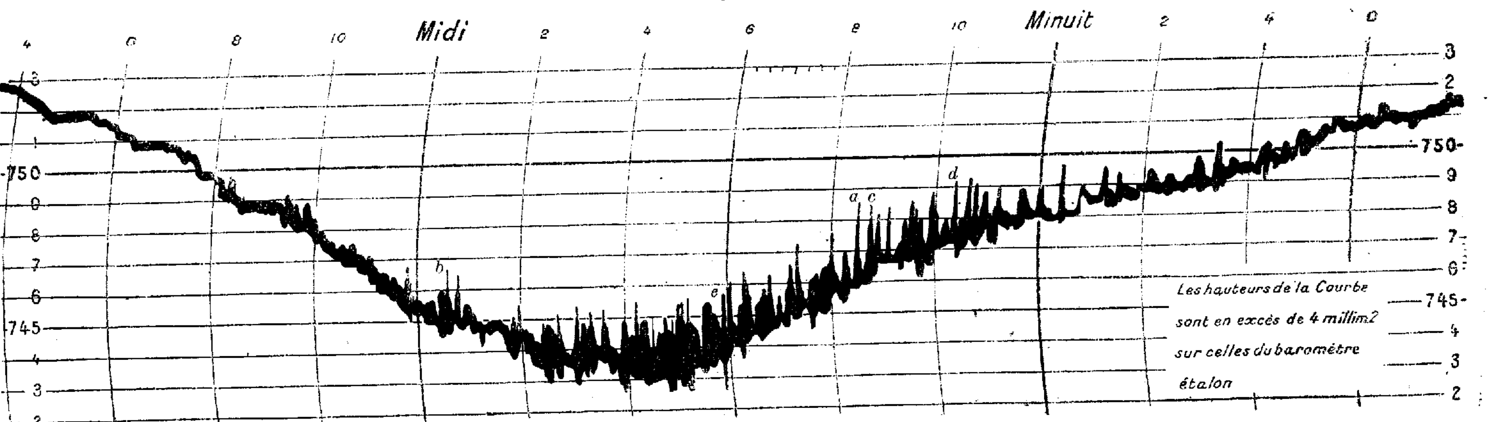
(¹) *Comptes rendus*, 24 octobre 1887.

Fig. 1.



Coup de vent modéré du 29 juillet 1887, à bord de l'*Hirondelle*.

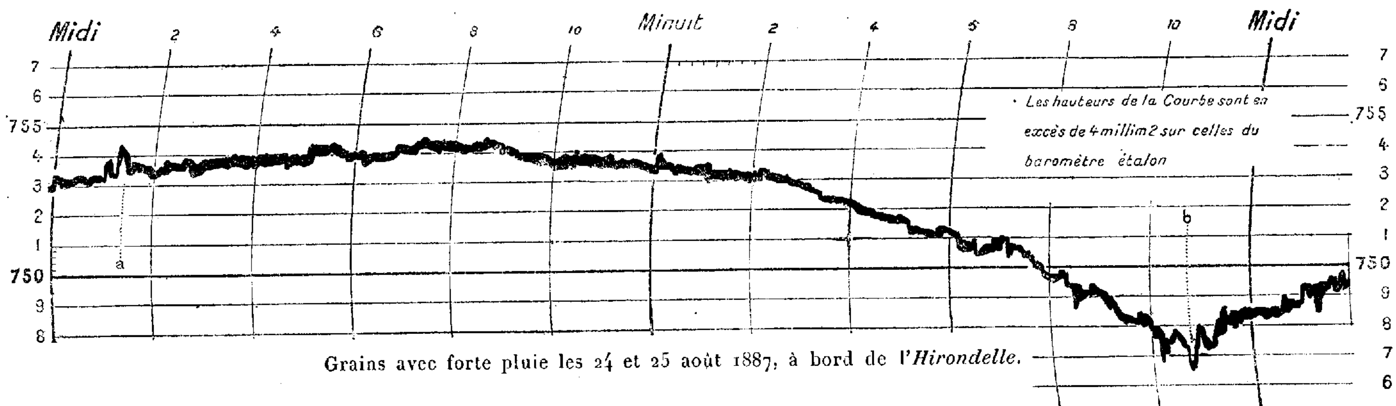
Fig. 2.



Ouragan du 23 août 1887, à bord de l'*Hirondelle*.

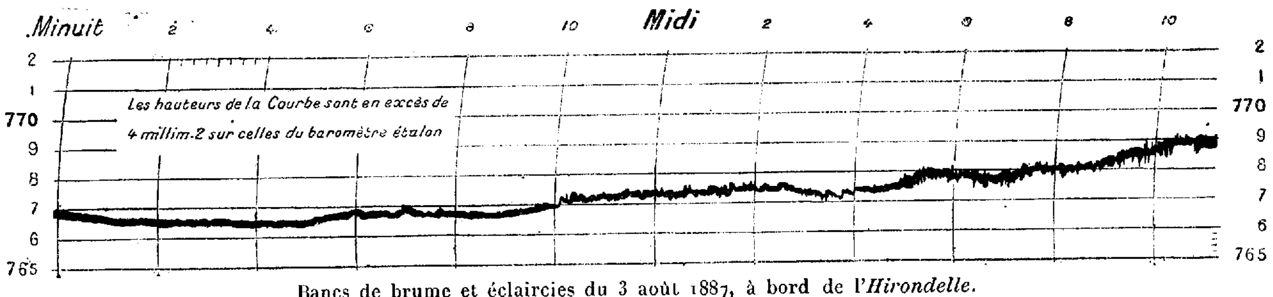
Latitude estimée 49° 9' nord. — Longitude estimée 28° 12' ouest.

Fig. 3.



Grains avec forte pluie les 24 et 25 août 1887, à bord de l'*Hirondelle*.

Fig. 4.



Bancs de brume et éclaircies du 3 août 1887, à bord de l'*Hirondelle*.

» Le 23 août, vers 49° 12′ lat. N. et 28° 9′ long. O., pendant un ouragan dont l'*Hirondelle* a traversé, non loin du centre selon toute probabilité, le demi-cercle dangereux, la courbe reprend cette même allure (*fig.* 2), beaucoup plus prononcée dans tous les détails correspondants. Les oscillations atteignent l'amplitude de 2^{mm},6 (*a*); elles ont une vitesse plus grande, ainsi que le témoigne la finesse du trait (*a*, *b*, *c*, *d*, *e*), surtout vers son extrémité supérieure.

» Les oscillations, progressives depuis le commencement de la baisse, ayant présenté leur maximum durant la reprise de la hausse, elles ne sauraient être considérées comme signe précurseur d'un cyclone, suivant la proposition déjà faite par des observateurs.

» Le Bureau météorologique de Londres a bien voulu, sur ma demande, puiser dans 33 journaux de bord, venant de navires qui avaient traversé, le 23 août également, ce même cyclone, les éléments nécessaires pour reconstituer avec une certaine approximation le météore dans son ensemble à cette même date, et fixer par rapport au centre la région que représente la courbe dont il s'agit.

» Voici d'ailleurs les faits saillants, antérieurs ou parallèles, accessibles à mon observation :

» Dès le 20, après une violente tempête de O.-N.-O., houle de S.-S.-O. persistante et forte. Du 21 au 23, le vent hésite autour du S.-O. Le 22 au soir, éclairs dans le nord, les étoiles scintillent. A 8^h (p. m.) commence la chute du baromètre, déjà très bas depuis plusieurs jours. Le 23, vers 3^h (a. m.), le vent se fixe au S.-S.-E., il fraîchit rondement et souffle grand frais avec grains vers 9^h; en tempête à midi. Les nuages rapides, bas, transparents, jaunes, qui se sont multipliés et rapprochés, cachent le ciel, puis, confondus les uns dans les autres, perdent leurs contours; ils deviennent, vers 3^h (p. m.), une brume cuivrée qui envahit le milieu ambiant. Le vent tourne progressivement vers le sud et vers l'ouest, d'où il ressort que l'*Hirondelle*, manœuvrant d'après la théorie presque partout adoptée aujourd'hui s'éloigne du centre. Toutefois, c'est après 4^h seulement que le vent souffle avec toute sa force, en ouragan, tandis que le baromètre remonte. On ne saurait dire s'il pleut, car une poussière d'eau salée vole dans l'atmosphère, venant des crêtes de lames rasées par le vent, qui est une rafale continue. La période décroissante commence vers 9^h (p. m.) et le vent oscille bientôt du O. $\frac{1}{2}$ S. à O.-S.-O. $\frac{1}{2}$ S.

» La destruction des instruments, jointe aux difficultés de la situation, n'a pas permis d'observer les températures.

» Plusieurs autres fragments de courbes barométriques, comparés avec les indications du journal du bord, montrent :

» Pour les périodes fertiles en grains (¹) : des oscillations d'une amplitude proportionnelle à l'abondance de la pluie (*fig.* 3, *a*, *b*) durant ces grains, et d'une vitesse en rapport avec la force du vent (*fig.* 1 et 2).

» Pour une succession de bancs de brume et d'éclaircies avec brise modérée : des oscillations plus ou moins rapides, très courtes (*fig.* 4).

» Pour la résolution subite d'une brume intense en pluie : une oscillation dont l'amplitude est de $0^{mm},7$ avec vingt-cinq minutes de durée (²).

» Pour une aurore boréale : une oscillation de 1^{mm} (³), qui a duré une heure.

» Les observations qui font l'objet de cette Note semblent établir :

» 1° Que les secousses du navire ne suffisent pas à expliquer les oscillations tracées au cours d'une tempête par la plume d'un enregistreur;

» Que ces oscillations accompagnent certaines perturbations météorologiques sans figurer parmi leurs signes précurseurs. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. Antoine adresse un exemplaire de ses divers travaux relatifs à la Science et à l'Art de l'ingénieur, en demandant à être admis au nombre des concurrents pour le grand prix destiné à récompenser tout progrès de nature à accroître l'efficacité de nos forces navales.

(Renvoi à la future Commission.)

MM. Froment et Valat soumettent au jugement de l'Académie une Note ayant pour titre : « De l'assimilation directe des corps gras par les végétaux et de l'effet insecticide qui en résulte ».

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

(¹) 24, 25, 27 juillet; 25, 26, 27, 28 août.

(²) 1er août, 7^h (p. m.).

(³) 13 août, 9^h (p. m.).

CORRESPONDANCE.

MM. **Kowalevsky** et **Willotte** adressent leurs remercîments à l'Académie pour les récompenses dont leurs travaux ont été l'objet dans la dernière séance publique.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Une brochure ayant pour titre : « Le professeur Vulpian », par M. *G. Hayem*. (Extrait de la *Revue internationale de l'Enseignement*.)

2° Le premier numéro des « Mémoires du Collège littéraire de l'Université impériale du Japon ».

Ce numéro contient un travail intitulé :

The language, mythology, and geographical nomenclature of Japan viewed in the light of aino studies, by *B.-H. Chamberlain*, including an ainu grammar, by *J. Batchelor*.

3° La première année du « Journal du Collège scientifique de l'Université impériale du Japon ».

Les quatre volumes publiés en 1887 renferment les Mémoires suivants :

On the Life-history of *Ugimya Sericaria*, by *C. Sasaki;* Notes on *Distoma endemicum*, by *Isao Ijima;* Comparison of earthquake diagrams, by *Seikei Sekiya;* Ueber die Deformation der Metallplatten durch Schleifen, von *H. Muraoka;* A Note on glaucophane, by *B. Kotô;* Mercury sulphites, and the constitution of oxygenous salts, by *Edward Divers* and *Tetsukichi Shimidzu;* On the reduction of nitrites to hydroxyamine by hydrogen sulphide, by *Edward Divers* and *Tamemasa Haga*.

Beiträge zur Theorie der Bewegung der Erdatmosphäre und der Wirbelstürme, von *Diro Kitao*.

On the formation of the germinal layers in Chelonia, by *K. Mitsukuri;* On the caudal and anal fins of gold-fishes, by *S. Watase;* Some Notes on the giant salamander of Japan, by *C. Sasaki;* A pocket galvanometer, by *A. Tanakadate;* Some occurrences of Piedmontite in Japan, by *B. Kotô;* The severe Japan earthquake of the 15th of january, 1887, by *S. Sekiya;* Notes on the electric properties of nickel and palladium, by *C.-G. Knott;* Note on the constants of a lens, by *A. Tanakadate*.

Ueber einige Tricladen Europa's, by *Isao Ijima;* A model showing the motion of an earth-particle during an earthquake, by *S. Sekiya;* On aluminium in the ashes of flowering plants, by *Hikorokurô Yoshida;* The effects of dilution and the presence

of sodium salts and carbonic acid upon the titration of hydroxyamine by iodine, by *Tamemasa Haga;* Notes on a large crystal sphere, by *C.-G. Knott;* The marine biological station of the Imperial University at Misaki, by *K. Mitsukuri.*

4° Le premier fascicule des « Annales de la Faculté de Médecine de l'Université impériale du Japon ».

Les Mémoires insérés dans ce fascicule ont pour titre :

Das Contagium der Syphilis, von *J. Disse* und *K. Taguchi;* Zur Kenntniss der Chylurie, von *K. Murata;* Lage des inneren Ohres, von *Tsukanu Imada.*

GÉOMÉTRIE. — *Sur les lignes de courbure et les lignes asymptotiques des surfaces.* Note de M. **Lelieuvre**, présentée par M. Darboux.

« M. Fuchs a donné [1] les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une équation différentielle du premier ordre

$$F(y, y', x) = 0,$$

dans laquelle y est une fonction de x et F un polynôme entier en y et y', admette une intégrale générale *n'ayant que des points critiques fixes*.

» M. Poincaré [2] a montré que, si le *genre* de la relation entre y et y' supposée indécomposable est zéro, l'intégration revient à celle d'une équation de Riccati; si le genre est un, à des quadratures; si le genre est plus grand que un, à des opérations purement algébriques.

» Ces résultats peuvent être appliqués à la recherche des lignes asymptotiques et des lignes de courbure des surfaces. Comme on connaît toujours l'une de ces lignes sans intégration, lorsque l'équation différentielle satisfera aux conditions trouvées, on pourra *généralement* obtenir l'intégrale par des quadratures, ou des opérations algébriques.

» D'où les questions suivantes : étant donné un système de coordonnées α, β sur une surface, quelles sont les conditions nécessaires et suffisantes pour que l'équation différentielle des lignes de courbure ou des asymptotiques, dans laquelle β est regardé comme fonction de α, satisfasse aux conditions trouvées? ou, inversement, quelles sont les

---

(1) *Ueber differential Gleichungen* (*Sitzungsberichte de l'Académie de Berlin*, 26 juin 1884).

(2) *Acta mathematica*, t. VII, p. 1; 1885-86.

surfaces sur lesquelles on peut trouver de pareils systèmes de coordonnées?

» Supposons, en particulier, que x, y, z soient des fonctions rationnelles du paramètre β. Les équations différentielles en question peuvent être ramenées à la forme entière par rapport à β et β'. Elles sont du second degré en β'.

» Dans ce cas, elles doivent avoir la forme suivante

$$(1) \qquad \beta'^2 + p_2(\alpha, \beta)\beta' + p_4(\alpha, \beta) = 0,$$

p_2, p_4 étant des polynômes entiers en β, de degrés deux et quatre au plus. Résolvons l'équation par rapport à β'; ou le polynôme en β sous le radical dans les valeurs de β' est un carré parfait, et l'on est ramené à deux équations de Riccati (la relation entre β et β' est décomposable); ou ce polynôme a deux racines égales et les deux autres distinctes (la relation est de genre 0); ou il a ses quatre racines distinctes (la relation est de genre 1). Il faut, dans ces deux cas, que les valeurs de β qui annulent le radical soient des intégrales de l'équation. Toutes ces conditions sont nécessaires et suffisantes.

» Si, inversement, β est fonction rationnelle de x, y, z, ces conditions *s'interprètent géométriquement :* il faut et il suffit que les points de rebroussement des lignes étudiées et leurs points de contact avec des lignes $\alpha =$ const. soient distribués le long de certaines lignes $\alpha =$ const.

» Prenons, comme application simple de ces considérations, le cas des surfaces réglées

$$x = \frac{a_0 + a_1\beta}{d_0 + d_1\beta}, \qquad y = \frac{b_0 + b_1\beta}{d_0 + d_1\beta}, \qquad z = \frac{c_0 + c_1\beta}{d_0 + d_1\beta}.$$

» On supposera ces surfaces non développables. L'équation des lignes asymptotiques (distinctes des génératrices rectilignes) est une équation de Riccati, et celle des lignes de courbure peut être ramenée à la forme (1). Il devait en être ainsi; car, si l'une de ces lignes est tangente à une génératrice, il en est de même en tous les points de cette génératrice, qui est alors une droite parabolique ou isotrope de la surface.

» Appliquons les autres conditions à l'équation des lignes de courbure. Nous supposerons que la surface, non développable, n'est ni à génératrices rectilignes isotropes ni à plan directeur. Le cône des directions asymptotiques le long d'une génératrice est du second degré. Il existe alors sur chaque génératrice quatre points où les lignes de courbure sont tangentes

entre elles, et aussi à l'asymptotique, la tangente commune étant d'ailleurs isotrope. Il faut exprimer, ou que ces points sont deux à deux confondus; ou que deux sont confondus, tandis que les deux autres décrivent chacun une ligne de courbure; ou que les quatre, distincts, décrivent chacun une ligne de courbure : cette ligne sera minima.

» Or, si une ligne de courbure d'une surface est minima, ou elle est une droite isotrope de la surface, ou bien le long de cette ligne les normales à la surface sont isotropes; tous les points vérifient l'équation

$$1 + p^2 + q^2 = 0,$$

et la ligne est orthogonale à toute ligne tracée sur la surface qui la rencontre. Les réciproques sont d'ailleurs vraies.

» Les surfaces réglées cherchées seront donc celles qui satisfont à l'un des groupes de conditions suivants :

» 1° Le cône des tangentes asymptotiques le long des génératrices est de révolution.

» 2° Le cône est tangent au cône isotrope et la surface admet, ou deux directrices rectilignes isotropes, ou bien une directrice isotrope et une trajectoire orthogonale minima de génératrices, ou bien deux de ces trajectoires.

» 3° Elle admet quatre directrices isotropes, ou trois directrices rectilignes isotropes et une trajectoire minima, ou deux droites isotropes et deux trajectoires.

» On exprime aisément ces conditions avec un choix de notations et de variables convenable. On remarque que la ligne $1 + p^2 + q^2 = 0$ coupe chaque génératrice rectiligne en deux points, qui tracent sur la surface deux lignes distinctes, et l'on arrive aux résultats suivants :

» Dans le premier groupe sont comprises les seules surfaces réglées pour lesquelles la ligne de striction est une ligne de courbure, le long de laquelle la courbure de la surface est constante. Si ρ désigne la distance d'un point d'une génératrice au point situé sur la ligne de striction, les lignes $\rho =$ const. forment une première série de lignes de courbure, qui comprend les lignes $1 + p^2 + q^2 = 0$. Celles de la seconde sont données par une équation de Riccati, dont on n'a aucune intégrale. Le cône directeur de ces surfaces est arbitraire. Comme cas particulier, on trouve les surfaces du second degré de révolution.

» Dans le deuxième groupe, les surfaces sont imaginaires, à l'exception des surfaces du second degré.

» Dans le troisième groupe sont les seules surfaces du second degré. On vérifie bien en effet, conformément à la théorie, que, si on les rapporte à leurs deux systèmes de génératrices rectilignes, l'équation différentielle des lignes de courbure est une équation d'Euler.

» Restent les surfaces à plan directeur: le cône des tangentes asymptotiques est remplacé par un plan. Si ce plan est tangent au cône isotrope, les surfaces sont imaginaires, étant excepté le paraboloïde elliptique. Si les lignes à normales isotropes sont minima, on a l'hélicoïde à plan directeur. Dans les autres cas, le paraboloïde est la seule surface réelle. Si la surface est développable ou à génératrices isotropes, on a immédiatement les lignes de courbure. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une formule d'Arithmétique.* Note de M. **Lerch**, présentée par M. Hermite.

« L'équation

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{x^{k\nu}}{(1-x^\nu)(1-x^{a+\nu})} = \frac{1}{1-x^a} \sum_{\nu=1}^{a} \frac{x^\nu}{1-x^\nu} - \sum_{\lambda=1}^{k-1} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{x^{\lambda\nu}}{1-x^{a+\nu}},$$

facile à obtenir, conduit à la formule

$$(1)\quad \begin{cases} \displaystyle\sum_{\sigma=0}^{\left(\frac{m}{a}\right)} [\psi(m-\sigma a, k+\sigma-1) - \chi(m-\sigma a, a)] \\ \displaystyle\quad + \sum_{\lambda=1}^{k-1} [\psi(m+\lambda a, \lambda-1) - \chi(m+\lambda a, a)] = 0, \end{cases}$$

dans laquelle $\psi(p, q)$ représente le nombre des diviseurs de p supérieurs à q et $\chi(p, q)$ celui des diviseurs de p non supérieurs à q et où le symbole $\left(\frac{m}{a}\right)$ représente le plus grand nombre entier inférieur à $\frac{m}{a}$, de sorte que $\left(\frac{m}{a}\right) = \frac{m}{a} - 1$, si m est un multiple de a. On suppose ensuite $k \geqq 2$, $m \geqq k$.

» Posant $a = 1$ et changeant k en $k+1$, cette formule devient

$$(2)\quad \sum_{\sigma=0}^{m-1} \psi(m-\sigma, k+\sigma) + \sum_{\lambda=1}^{k} \psi(m+\lambda, \lambda-1) = k+m, \qquad k \geqq 1,$$

et de cette formule on déduit aisément les deux suivantes

$$(3) \qquad \sum_{\alpha=0}^{m-1} \psi(m-\alpha, \alpha) = m, \qquad \sum_{\alpha=0}^{m} \psi(m+\alpha, \alpha) = 2m.$$

» La première des formules (3) ne diffère que par la forme d'un théorème de M. Catalan qui se trouve établi dans une Note de M. Cesaro (*Mémoires de la Société de Liège*, 2e série, t. X, p. 263).

» Remarquons que les formules (2) et (3) s'obtiennent aisément par une considération purement arithmétique, différente de celle qui a été employée dans la Note citée. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les systèmes d'équations linéaires qui sont identiques à leur adjoint.* Note de M. E. **Goursat**, présentée par M. Darboux.

« Considérons le système d'équations linéaires du premier ordre

$$(1) \qquad \frac{dy_i}{dx} = A_{i1} y_1 + A_{i2} y_2 + \ldots + A_{in} y_n, \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

où les coefficients A_{ik} sont des fonctions quelconques de la variable x, et le système adjoint

$$(2) \qquad \frac{du_i}{dx} = -A_{1i} u_1 - A_{2i} u_2 - \ldots - A_{ni} u_n, \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

» Pour que les systèmes (1) et (2) deviennent identiques quand on remplace y_i par u_i, il faut et il suffit que l'on ait

$$A_{ii} = 0 \qquad \text{et} \qquad A_{ik} + A_{ki} = 0,$$

lorsque i est différent de k. Supposons ces relations vérifiées; le système (1) ainsi obtenu s'est déjà présenté, lorsque n est égal à 3, dans l'étude du mouvement d'un corps solide qui a un point fixe et dans plusieurs autres questions de Géométrie. Ce système jouit de propriétés remarquables qui sont aujourd'hui bien connues (voir Darboux, *Leçons sur la Théorie générale des surfaces*, Chap. II). Les systèmes d'équations de la forme particulière qui vient d'être définie, lorsque n est quelconque, possèdent des propriétés analogues dont la démonstration ne présente pas de difficulté.

» On voit d'abord que, entre deux solutions quelconques du système (1),

$$y_1 = \alpha_1, \quad y_2 = \alpha_2, \quad \ldots, \quad y_n = \alpha_n,$$
$$y_1 = \beta_1, \quad y_2 = \beta_2, \quad \ldots, \quad y_n = \beta_n,$$

on a la relation

$$\alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \beta_2 + \ldots + \alpha_n \beta_n = \text{const.}$$

» En particulier, pour toute solution de ce système, on aura

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \ldots + \alpha_n^2 = \text{const.},$$

et il est aisé de voir que cette propriété caractérise les systèmes dont il s'agit. Il résulte aussi de là que, si l'on connaît $n-1$ solutions linéairement indépendantes, on pourra écrire immédiatement la solution générale.

» Soient

$$(3) \qquad \left\{ \begin{array}{llll} \alpha_1, & \alpha_2, & \ldots, & \alpha_n, \\ \beta_1, & \beta_2, & \ldots, & \beta_n, \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots, \\ \lambda_1, & \lambda_2, & \ldots, & \lambda_n, \end{array} \right.$$

les coefficients, *fonctions de la variable x*, d'une substitution orthogonale à n variables. Si, dans les équations (1), on fait le changement de variables

$$(4) \qquad y_i = \alpha_i z_1 + \beta_i z_2 + \ldots + \lambda_i z_n, \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

on aura, pour déterminer les fonctions z_i, un système d'équations de même forme que le système (1). On le vérifie sans difficulté par le calcul; mais c'est aussi une conséquence de la propriété qui vient d'être signalée. Cela posé, supposons que l'on connaisse une solution du système (1)

$$y_1 = \alpha_1, \quad y_2 = \alpha_2, \quad \ldots, \quad y_n = \alpha_n,$$

telle que la somme $\Sigma \alpha_i^2$ ne soit pas nulle. On peut évidemment supposer que cette somme est égale à l'unité; et l'on pourra toujours trouver, d'une infinité de manières, que $n(n-1)$ quantités $\beta_i, \gamma_i, \ldots, \lambda_i$ forment, avec les α_i, les coefficients d'une substitution orthogonale. Faisons alors la substitution définie par les formules (4); le nouveau système d'équations devra admettre l'intégrale $z_1 = \text{const.}$; et la première équation de ce système se

réduira à $\frac{dz_1}{dx} = 0$. Par conséquent, les $n - 1$ équations restantes ne contiendront plus z_1 et formeront encore un système identique à son adjoint, mais d'ordre inférieur d'une unité.

» Après ces généralités, prenons, en particulier, le cas de $n = 4$; le système (1) devient ici

$$(5)\qquad \begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = A_{12}y_2 + A_{13}y_3 + A_{14}y_4, \\ \frac{dy_2}{dx} = A_{21}y_1 + A_{23}y_3 + A_{24}y_4, \\ \frac{dy_3}{dx} = A_{31}y_1 + A_{32}y_2 + A_{34}y_4, \\ \frac{dy_4}{dx} = A_{41}y_1 + A_{42}y_2 + A_{43}y_3, \end{cases}$$

avec les relations $A_{ik} + A_{ki} = 0$. D'après le théorème général qui précède, si l'on connaît une solution $y_1 = \alpha_1$, $y_2 = \alpha_2$, $y_3 = \alpha_3$, $y_4 = \alpha_4$, telle que $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 + \alpha_4^2$ ne soit pas nul, on sera ramené à l'intégration d'une équation de Riccati. Je dis maintenant que *l'intégration du système* (5) *peut toujours se ramener à l'intégration de deux équations de Riccati.* Cherchons, en effet, les solutions pour lesquelles la somme $y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2$ est nulle. De l'équation $y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2 = 0$ on tire, en désignant par η et ξ deux indéterminées,

$$\frac{y_1 - iy_4}{y_2 - iy_3} = -\frac{y_2 + iy_3}{y_1 + iy_4} = \eta, \qquad \frac{y_2 + iy_3}{y_1 - iy_4} = -\frac{y_1 + iy_4}{y_2 - iy_3} = \xi,$$

et, en introduisant un facteur de proportionnalité ρ,

$$y_1 = \rho(\eta - \xi), \qquad y_2 = \rho(1 + \xi\eta),$$
$$y_3 = \rho i(1 - \xi\eta), \qquad y_4 = \rho i(\eta + \xi).$$

» En portant ces valeurs de y_1, y_2, y_3, y_4 dans les équations (5), on trouve que ces quatre équations se réduisent à trois :

$$2\frac{d\eta}{dx} = (A_{12} + A_{43})(1 + \eta^2) + i(A_{13} + A_{24})(1 - \eta^2) + 2i(A_{32} + A_{14})\eta,$$
$$2\frac{d\xi}{dz} = (A_{21} + A_{43})(1 + \xi^2) + i(A_{31} + A_{24})(1 - \xi^2) + 2i(A_{32} + A_{41})\xi,$$
$$\frac{2}{\rho}\frac{d\rho}{dx} = (A_{21} + A_{43})(\eta - \xi) + 2iA_{23} + (A_{34} + iA_{24})(\eta + \xi).$$

» On voit que η et ξ seront données par deux équations distinctes de Riccati, et ρ par une quadrature. Si donc on connaît une solution des équations (5), pour laquelle la somme $y_1^2+y_2^2+y_3^2+y_4^2$ soit nulle, on achèvera l'intégration par des quadratures seulement.

» Toutes les propriétés s'étendent sans difficulté aux systèmes d'équations linéaires aux différentielles totales. »

ARITHMÉTIQUE. — *Sur la détermination du chiffre qui, dans la suite naturelle des nombres, occupe un rang donné.* Note de M. **M. d'Ocagne**, présentée par M. de Jonquières.

« L'attention de l'Académie vient d'être appelée sur ce problème curieux par deux Notes de M. Émile Barbier (¹). Nous demanderons la permission de faire connaître à notre tour certain résultat que nous avons obtenu sur le même sujet. Ce résultat dérive de l'application d'une formule que nous avons donnée il y a quelque temps, à propos de recherches de même ordre, dans un autre Recueil (²).

» Nous conviendrons d'abord des notations suivantes :

» Un nombre exclusivement composé de chiffres 1, au nombre de n, sera représenté par

$$(n \mid 1).$$

» Ainsi $(4 \mid 1)$ sera le nombre 1111.

» La notation $\mathfrak{N}(p)$ désignera un nombre ainsi formé : écrire le nombre p, immédiatement à sa droite p chiffres 8, enfin à la droite du tout un chiffre 9, en sorte que

$$\mathfrak{N}(1) = 189,$$
$$\mathfrak{N}(2) = 2889,$$
$$\mathfrak{N}(3) = 38889,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Ajoutons que $\mathfrak{N}(p)$ n'est autre que le nombre des chiffres écrits, dans la suite naturelle des nombres, avant le nombre 10^{p+1}.

(¹) *Comptes rendus*, t. CV, p. 795 et 1328.

(²) *Jornal de Sciencias matematicas e astronomicas* de M. Gomes Teixeira, t. VII, 1886, p. 126.

» Cela posé, k étant le rang du chiffre à déterminer dans la suite naturelle des nombres, voici la règle que nous avons obtenue, par application de notre formule :

» *On commence par déterminer, ce qui se fait sans difficulté, le nombre* n *tel que*

$$\mathfrak{N}(n-2) < k \leqq \mathfrak{N}(n-1),$$

puis on effectue la division de $k + (n|1)$ *par* n. *Soient* Q *le quotient entier,* R *le reste de cette division.*

» 1° *Si* R *n'est pas nul* (cas général), *le chiffre demandé est le* $R^{\text{ième}}$, *à partir de la gauche, du nombre* Q. 2° *Si* R *est nul, le chiffre demandé est le premier, à partir de la droite du nombre* $Q-1$.

» Le nombre Q dans le premier cas, $Q-1$ dans le second, est d'ailleurs le nombre auquel, dans la suite naturelle des nombres, appartient, et à la place indiquée, le chiffre cherché.

» *Exemple.* — Dans la suite naturelle des nombres, quel est le millionième chiffre écrit?

» Ici, $k = 1\,000\,000$, et comme

$$\mathfrak{N}(4) = 488\,889,$$
$$\mathfrak{N}(5) = 5\,888\,889,$$

on voit que

$$\mathfrak{N}(4) < k < \mathfrak{N}(5).$$

Donc, $n = 6$. En outre,

$$k + (n|1) = 1000\,000 + 111\,111 = 1\,111\,111.$$

» Divisant 1 111 111 par 6, on trouve pour quotient entier 185185, et pour reste 1. Le millionième chiffre est donc le premier, à gauche, du nombre 185185, c'est-à-dire le chiffre 1. »

GÉODÉSIE. — *Sur la mesure de l'intensité absolue de la pesanteur.* Note de M. G. **Defforges**, présentée par M. F. Perrier.

« Dans une précédente Communication, nous avons fait connaître sur quel principe doivent être établis deux pendules réversibles pour que la

différence des carrés de leurs *durées d'oscillation théoriques* (¹), $\tau_1^2 - \tau_2^2$, soit indépendante à la fois de l'entraînement de leur support et du rayon de courbure de leurs couteaux communs.

» Le Service géographique possède depuis deux ans un appareil construit sur ce principe par MM. Brunner frères, d'après nos indications. Il comprend :

» Deux pendules ayant 1^m et $0^m,50$ entre les arêtes de leurs couteaux communs;

» Un plateau servant de support et destiné à être scellé à deux piliers;

» Un appareil pour mesurer l'étendue de l'entraînement du support par les pendules en mouvement;

» Un appareil destiné à l'observation des coïncidences;

» Un comparateur pour la mesure de la longueur des deux pendules et la détermination de la position de leur centre de gravité.

» *Pendules.* — Ils sont formés de tubes creux en laiton de 30^{mm} de diamètre, de 3^{mm} d'épaisseur, longs de 1^m et de $1^m,42$, terminés par des demi-sphères munies de pointes cylindro-coniques. Les couteaux y sont fixés à des oreilles en saillie, au moyen de brides de pression à vis. Des masses de plomb, fixées à l'intérieur des cylindres, assurent la réversibilité.

» Les pendules, extérieurement symétriques par rapport à leur centre de figure, ont même poids, à 1^{gr} près, et leurs centres de gravité sont semblablement placés par rapport aux arêtes de leurs couteaux communs, à moins de $\frac{1}{10}$ de millimètre.

» Les couteaux sont en agate. Les faces qui forment l'arête, inclinées à 60° l'une sur l'autre, sont terminées par deux biseaux microscopiques qui se coupent sous l'angle de 120°, laissant entre leurs plans une arête de forme arrondie dont la largeur ne dépasse pas deux ou trois microns.

» *Plateau de support.* — Un bloc de bronze massif, percé d'une ouverture pour le passage des pendules, porte, enchâssés dans le bronze, deux plans d'agate parfaitement travaillés. Une fourche mobile reçoit le pendule et, par le mouvement d'une vis de rappel, l'abaisse sans choc, toujours à la même place, sur les agates. Le plateau repose, par trois vis calantes, sur trois crapaudines massives en bronze, noyées en partie et scellées dans

---

(¹) J'appelle *durée d'oscillation théorique* d'un pendule réversible la quantité

$$\tau^2 = \frac{hT^2 - h'T'^2}{h - h'}.$$

deux piliers. Trois fortes vis, engagées dans les crapaudines, permettent d'y lier invariablement le plateau après que le plan des agates a été rendu horizontal à l'aide d'un niveau. Le support fait alors, pour ainsi dire, corps avec les piliers.

» La stabilité (inverse du coefficient de flexion) d'un pareil support est très grande. La flexion mesurée est 40 fois plus petite que celle des anciens supports usités à l'étranger. Néanmoins le pendule l'entraîne encore, quoique très faiblement.

» Cet entraînement est mis en évidence à l'aide de l'appareil bien connu de M. Fizeau, que nous avons adapté au pendule d'après l'excellent conseil de M. Cornu. Deux glaces planes et parallèles, distantes de quelques dixièmes de millimètre, sont fixées, l'une au support, l'autre à un troisième pilier indépendant. La lumière monochromatique de l'alcool salé, réfléchie sur les deux glaces, produit les anneaux de Newton. Ils sont fixes quand les deux glaces conservent la même distance, ils oscillent synchroniquement avec le pendule, lorsque le support et la première glace sont entraînés par lui.

» La sensibilité de l'appareil est extrême. Un déplacement de $\frac{1}{7}$ de frange claire ou obscure correspond à un écart du support en dehors de sa position d'équilibre de *un cent-millième* de millimètre.

» C'est grâce à cette sensibilité que nous avons pu mesurer exactement les deux coefficients statique et dynamique sur des supports divers et montrer que la valeur du premier est d'environ $\frac{1}{8}$ plus grande que celle du second.

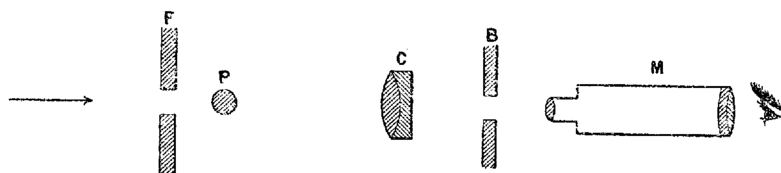
» Avec le support de Brunner, le déplacement des franges, pour des oscillations du pendule de 2° d'amplitude, ne dépasse pas $\frac{1}{5}$ de frange claire ou obscure. Cela donne

$$\varepsilon = 0,00000015, \qquad dL = 0,0000008.$$

» Pour une aussi faible élasticité, le nombre statique et le nombre dynamique, introduits dans la formule de MM. Peirce et Cellérier, donnent des corrections pratiquement équivalentes.

» *Appareil de coïncidences.* — Les observations de la durée sont faites par la méthode des coïncidences, à l'aide d'un dispositif particulier susceptible d'une grande précision. Vogel et, après lui, Bruhns et Oppolzer avaient eu l'idée d'observer le pendule en mouvement à travers deux fentes étroites, l'une fixe, l'autre mobile, entraînée par le balancier de l'horloge de comparaison. Le pendule, visible à travers la fente fixe pendant le temps très court de la superposition des deux fentes, apparaît, par un phénomène de vision bien connu, immobile à la place qu'il occupe réel-

lement. On peut donc noter les instants où il paraît vertical, sa pointe coïncidant avec un repère fixe. Les inconvénients de ce procédé d'observation sont le peu de netteté et l'irisation des images, la nécessité d'éclairer très fortement la pointe du pendule.



» En remplaçant la fente fixe de Vogel par un objectif C donnant, dans le plan de la fente mobile B du balancier de l'horloge de comparaison, une image très petite de la pointe P du pendule et d'une étroite fenêtre F placée derrière lui, on supprime du même coup l'irisation et le défaut de netteté. En définissant le passage du pendule par la verticale à l'aide de l'apparition et de la disparition de minces filets lumineux envoyés par une source quelconque et encadrant la pointe P du pendule entre les bords de la fenêtre F, on peut observer les coïncidences avec une précision qui n'est limitée pratiquement que par la puissance du microscope M employé à noter l'apparition et la disparition des filets lumineux.

» Avec une horloge parfaite et un microscope grossissant 25 fois, en vingt minutes (1200 secondes), on détermine, par ce procédé, le rapport des durées d'oscillation du pendule et du balancier de l'horloge avec une erreur moindre que $\frac{1}{(1200)^2} = \frac{1}{1440000}$ de cette durée.

» *Comparateur*. — Il est semblable à tous les instruments du même genre. Il faut seulement noter ce point.

» L'éclairage des couteaux, pendant la mesure, est obtenu par derrière à l'aide d'un faisceau de lumière parallèle dirigé suivant l'axe des microscopes, condition essentielle pour éviter l'incertitude signalée par Kater en 1818.

» Les pendules de Brunner ont déjà servi à la mesure de la gravité absolue à Paris, à Lyon, à Dunkerque, à Alger, à Laghouat et à Nice. Ils donnent des résultats entièrement satisfaisants. »

ALGÈBRE PHYSIQUE. — *Détermination électrique des racines réelles et imaginaires de la dérivée d'un polynôme quelconque.* Note de M. **Félix Lucas**, présentée par M. Jordan.

« Dans une Note précédente [1], j'ai assimilé les points racines M d'un polynôme $F(z)$, du degré p, à des centres matériels, de masse égale à l'unité, repoussant un point quelconque N, de même masse, en raison inverse de leurs distances à ce point. En posant

$$(1)\qquad F(z) = X + Y\sqrt{-1} = Re^{U\sqrt{-1}},$$

on trouve pour potentiel de l'action totale

$$(2)\qquad \Phi = \log\text{nép}\, R + \text{const}.$$

» Ce potentiel vérifie identiquement l'équation

$$(3)\qquad \frac{d^2\Phi}{dx^2} + \frac{d^2\Phi}{dy^2} = 0.$$

» L'équation générale des courbes de niveau est

$$(4)\qquad X^2 + Y^2 = \text{const.};$$

ces courbes, algébriques et du degré $2p$, sont des *cassinoïdes* ayant pour foyers les points M; en annulant la constante, on obtient ces points eux-mêmes; en faisant croître cette constante indéfiniment, on obtient une immense circonférence décrite autour du centre de gravité des points M.

» Les trajectoires orthogonales des courbes de niveau ont pour équation générale

$$(5)\qquad \frac{X}{Y} = \text{const.},$$

elles sont du degré p, passent par tous les points M et ont p asymptotes formant une rose des vents autour du centre de gravité de ces points; j'ai proposé de leur donner le nom de *stelloïdes* [2].

---

(1) *Généralisation du théorème de Rolle* (*Comptes rendus*, séance du 9 janvier 1887).

(2) *Géométrie des polynômes* (*Journal de l'École Polytechnique*, XLVIe Cahier, 1879).

» *Les points nodaux des cassinoïdes et des stelloïdes ne peuvent se produire que sur les points racines du polynôme dérivé* F′(z).

» Cela posé, cessons d'assimiler les points M à des centres d'action et considérons-les comme des *pointes d'électrodes* déversant toutes la même quantité d'électricité sur le plan, que nous assimilerons à un conducteur à deux dimensions et indéfini. Le potentiel électrique au point quelconque N sera une fonction linéaire du potentiel Φ, qui vérifie l'équation conditionnelle (3) du régime permanent. Les *courbes équipotentielles* ne différeront pas des *cassinoïdes* représentées par l'équation (4); par conséquent :

» *Les points nodaux des courbes équipotentielles se produisent sur les points racines du polynôme dérivé* F′(z).

» Il en serait encore ainsi si on limitait le plan par une *cassinoïde* correspondant à une valeur suffisamment grande de la constante de l'équation (4), pour que cette courbe pût être, sans erreur sensible, remplacée par une grande circonférence. Le bord circulaire de la plaque conductrice constituerait alors l'électrode nécessaire d'un courant de retour. Dans ces conditions, pratiquement réalisables, la méthode d'exploration galvanométrique de Kirchhoff permettra de tracer les lignes équipotentielles et de trouver leurs points nodaux. Le champ d'exploration pourra même être circonscrit par un contour convexe, aussi petit que possible, que l'on pourra tracer autour du groupe des points M, en raison de cette remarque que j'ai indiquée depuis longtemps [1]. *Tout contour fermé entourant les points* M *entoure aussi les points* M′. On pourra donc, étant donnés les points M, déterminer électriquement les points M′.

» Ajoutons qu'il est possible de confier à l'électricité elle-même le soin de tracer les courbes équipotentielles, en recourant à l'ingénieuse méthode électrolytique que le Dr A. Guébhard a décrite en 1881 et dont il a fait beaucoup d'applications heureuses. Une plaque mince, en métal poli, circulaire et d'un grand rayon, étant isolée et immergée dans une solution saline convenablement choisie, on prendra pour électrode positive une surface cylindrique dont le bord circulaire libre viendra presque affleurer le contour de la plaque, et pour électrode positive un faisceau de fils métalliques dont les pointes arriveront tout près des points M. Les anneaux

---

[1] *Application de la Mécanique rationnelle à la théorie des équations* (*Comptes rendus*, séance du 28 juillet 1879).

colorés, bientôt obtenus par suite du dépôt électrolytique, fourniront un diagramme des lignes équipotentielles et indiqueront les positions cherchées des points M'.

» Une circonstance heureuse me permet d'indiquer deux applications réalisées. Je trouve, en effet, dans la dernière édition du *Cours de Physique de l'École Polytechnique* [1] de Jamin toute une série de figures équipotentielles obtenues électro-chimiquement par M. Guébhard, dans des conditions très variées. Or celles de ces figures qui portent les n°s 2 et 4 sont précisément celles que l'on aurait à produire pour déterminer, d'une part, le point racine de la dérivée d'un binôme du second degré et, d'autre part, les trois points racines de la dérivée d'un trinôme du quatrième degré. »

OPTIQUE. — *Sur la polarisation elliptique par transmission à travers les métaux.* Note de M. **Georges Meslin**, présentée par M. Lippmann.

« 1. Je me suis proposé d'étudier les modifications que subit la lumière polarisée, lorsqu'elle traverse les métaux en couches assez minces pour être transparents. Comme dans la réflexion métallique, les deux vibrations polarisées dans le plan d'incidence et dans le plan perpendiculaire subissent l'une par rapport à l'autre un certain retard et la polarisation rectiligne devient elliptique.

» 2. Je me suis proposé d'abord de rechercher comment ce retard varie avec la nature du métal, avec l'incidence et avec l'épaisseur de la couche métallique. On conçoit en effet que, si les phénomènes de la réflexion et de la réfraction se produisent dans une certaine épaisseur ε, ε', ces phénomènes varieront avec l'épaisseur lorsque cette dernière aura des valeurs inférieures à ε et à $2\varepsilon'$; au-dessus de ces valeurs, le phénomène n'en dépend pas : j'ai cherché à déterminer ε et ε'.

» 3. J'ai employé d'abord des feuilles d'or battues, suspendues dans une boîte spéciale, à l'abri des agitations de l'air, puis, pour avoir des épaisseurs plus faibles, des couches d'or déposées sur verre; j'ai également utilisé des couches d'argent déposées sur des lames de verre, enfin des carreaux platinés.

» 4. Pour évaluer les épaisseurs de l'or, j'ai opéré par des pesées, en utilisant une excellente balance qui permet d'atteindre une précision de $\frac{1}{40}$ de

(1) Tome IV, premier Fascicule, p. 170.

milligramme, ce qui, en raison des dimensions de ma plaque, correspond à une épaisseur de $\frac{1}{1000000}$ de millimètre ($1\mu\mu$).

» 5. Pour les couches d'argent, j'ai employé la méthode indiquée par M. Fizeau et employée par M. Quincke : elle consiste à transformer en un point l'argent en iodure et à observer les anneaux de Newton qui se développent dans la mince couche d'iodure. Mais il importe de remarquer que la plage centrale, étant entre le verre et l'air, a une couleur qui correspond à celle des anneaux réfléchis, tandis que les anneaux éloignés, qui sont compris entre l'air et l'argent, correspondent aux anneaux transmis si l'on admet pour l'argent la valeur qui résulte de la théorie de Mac Cullagh et des expériences de Jamin. L'observation minutieuse de la suite des couleurs en lumière blanche confirme cette distinction. Je me propose d'ailleurs de revenir sur ce point.

» J'ai évalué les retards avec un compensateur de Babinet, qui comporte une précision de $\frac{1}{250}$ de demi-longueur d'onde. Il peut également servir, mais avec peu de précision, pour évaluer le rapport des deux vibrations modifiées par la transmission. Pour tenir compte de l'influence de la lame de verre sur laquelle le métal était déposé, j'ai disposé en avant une autre lame du même verre, de telle sorte que les plans d'incidence soient rectangulaires : alors le plan de polarisation de la lumière n'était pas modifié après ces passages à travers ces deux lames, sous la même incidence.

» 6. Pour connaître les incidences, je déplaçais de 5° en 5°, dans un intervalle de 180°, la plate-forme sur laquelle était placée la lame, de façon à passer deux fois par les mêmes incidences pour deux fonctions symétriques de la lame.

» De 5° en 5°, je notais le retard dû à la transmission et, dans l'intervalle de 90°, où cela était possible, celui dû à la réflexion ; puis je construisais une courbe en portant en abscisses les numéros de la graduation et en ordonnées les retards ; on a deux portions de courbes qui doivent être symétriques, et, en prenant des couples de points de même ordonnée, on obtient, par la moyenne des abscisses de ces points, le numéro de la graduation qui correspond à l'incidence normale ou à l'incidence rasante, suivant la disposition de la lame. J'ai d'ailleurs vérifié que, en tournant le verre ou le métal vers la lumière, on obtenait les mêmes résultats.

» 7. Le retard dû à la transmission va en croissant avec l'incidence à partir de l'incidence normale : il est plus faible pour l'argent que pour l'or ; c'est surtout sur ce dernier métal que j'ai étudié l'influence de l'épaisseur.

» Pour les feuilles d'or battues, il semble indépendant de l'épaisseur : les feuilles que j'ai employées m'ont donné à peu près les mêmes résultats et leurs épaisseurs variaient entre 70$\mu\mu$ et 90$\mu\mu$. C'est pourquoi j'ai employé des couches d'or encore moins épaisses. Alors le retard dépendait nettement de l'épaisseur, tant pour la réflexion que pour la transmission.

» Pour la transmission, il croît à partir de l'incidence normale et a toujours des valeurs inférieures à $\frac{\lambda}{4}$.

» Pour une même incidence, le retard croît avec l'épaisseur. Le plus grand retard que j'aie observé était de $\frac{3}{10}\frac{\lambda}{2}$ pour une incidence de 70°.

» Les Tableaux suivants et les courbes qu'on peut construire d'après ces nombres représentent ces retards pour des épaisseurs de 6, 16, 29, 41, 85$\mu\mu$.

» Pour la réflexion, les courbes se déforment au fur et à mesure que l'incidence diminue, de façon à se confondre avec la courbe qui figure la réflexion vitreuse. L'angle pour lequel le retard est $\frac{\lambda}{4}$ prend les valeurs 71°, 67°, 64°, en même temps que l'inflexion supérieure s'accentue de plus en plus.

» Enfin j'ai constaté que, au moment où elle vient d'être dorée, la lame présente des retards légèrement inférieurs à ceux que l'on observe après quelques jours.

RETARDS EN FRACTION DE $\frac{\lambda}{2}$ (LUMIÈRE ROUGE).

Transmission.

	6	16	29	41	85
30°...........	»	»	0,032	0,032	0,032
40...........	0,008	0,016	0,044	0,048	0,073
50...........	0,016	0,024	0,073	0,085	0,125
60...........	0,028	0,069	0,105	0,125	0,186
70...........	0,044	0,093	0,142	0,178	0,288
75...........	0,057	»	0,162	»	»

Réflexion.

	0'	6'	16'	29'
30°...........	0	»	0,041	0,041
40...........	0	0,057	0,089	0,097
50...........	0	0,105	0,178	0,166
60...........	1	0,259	0,324	0,292
70...........	1	0,753	0,551	0,678
80...........	1	0,923	0,834	0,729

MAGNÉTISME. — *Sur l'application du phénomène de l'aimantation transversale à l'étude du coefficient d'aimantation du fer*. Note de M. **Paul Janet**, présentée par M. Mascart.

« Comme je l'ai fait remarquer dans une précédente Communication, il est possible d'appliquer le phénomène de l'aimantation transversale à la détermination du coefficient d'aimantation du fer. Plusieurs méthodes peuvent être employées dans ce but : je me bornerai ici à la suivante, qui est une méthode d'induction mutuelle.

» Imaginons un tube de fer cylindrique, de longueur l, de rayons R et R′ ($R > R'$) : dans l'axe de ce tube passe un fil isolé qui se ferme à l'extérieur et dont le circuit comprend un galvanomètre balistique : ce sera le circuit induit. Lorsqu'on fait passer un courant dans le tube, le fer s'aimante transversalement ; il en résulte dans le fil axial un courant d'induction, et la quantité d'électricité mise en mouvement est proportionnelle au flux d'induction qui traverse le circuit induit lorsque le courant inducteur circule dans le tube : calculons ce flux.

» Si nous considérons le tube comme une portion finie d'un tube infiniment long (et l'on peut y arriver pratiquement en prolongeant la partie utile), la force magnétique en chaque point du fer est normale au plan diamétral qui passe par ce point, et donnée par la formule

$$f = I\left(mx + \frac{m'}{x}\right),$$

dans laquelle

$$m = \frac{2}{R^2 - R'^2}, \qquad m' = -\frac{2R'^2}{R^2 - R'^2},$$

et où x représente la distance du point à l'axe, et I l'intensité du courant en mesure électromagnétique. On le montre facilement par une méthode analogue à celle que j'ai indiquée pour le cas d'un cylindre plein. Le flux d'induction à travers un élément rectangulaire infiniment petit du plan diamétral est donc $\mu f\,dx\,dl$, μ étant le coefficient de perméabilité magnétique relié au coefficient d'aimantation k par la formule connue

$$\mu = 1 + 4\pi k.$$

Le flux total à travers le circuit induit est donc

$$\int_0^l \int_{R'}^{R} \mu f\,dx\,dl = l \int_{R'}^{R} \mu f\,dx,$$

et l'on a, en appelant Q la quantité d'électricité induite, ρ la résistance du circuit induit,

$$(1) \qquad \rho\frac{Q}{l} = \int_{R'}^{R} \mu f\,dx.$$

» ρ et l sont immédiatement mesurables; pour mesurer Q, supposons qu'on ait noté d'avance l'impulsion θ produite dans le galvanomètre par une quantité d'électricité connue Q_1; si la quantité Q produit une impulsion α, on aura

$$(2) \qquad Q = \frac{Q_1\alpha}{\theta}.$$

» α et θ pourront être simplement les divisions lues sur l'échelle; d'ailleurs la correction de l'amortissement disparaît si le décrément logarithmique de l'appareil ne varie pas pendant l'expérience.

» Introduisant dans (1) la valeur de Q, il vient

$$(3) \qquad \int_{R'}^{R} \mu f\,dx = \frac{\rho Q_1}{l\theta}\alpha.$$

μ est une fonction inconnue de f, qu'il s'agit de déterminer. Je la suppose développée en série

$$(4) \qquad \mu = \sum_{n=0}^{n=\infty} A_n f^n.$$

» L'intégrale contenue dans (3) devient

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} A_n \int_{R'}^{R} f^{n+1}\,dx = \sum_{n=0}^{n=\infty} A_n I^{n+1} \int_{R'}^{R} \left(mx + \frac{m'}{x}\right)^{n+1} dx.$$

Or l'intégrale $\int_{R'}^{R} \left(mx + \frac{m'}{x}\right)^{n+1} dx$ peut être calculée. Je la désigne par B_{n+1}. Il vient

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} A_n B_{n+1} I^{n+1} = \frac{\rho Q_1}{l\theta}\alpha.$$

» L'expérience, répétée pour une série de valeurs de I, donne α en fonction de I,

$$\alpha = \sum_{n=1}^{n=\infty} C_n I^n;$$

d'où

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} A_n B_{n+1} I^{n+1} = \frac{\rho Q_1}{l\theta} \sum_{n=1}^{n=\infty} C_n I^n$$

et, en identifiant,

$$A_n = \frac{\rho Q_1}{l\theta} \frac{C_{n+1}}{B_{n+1}}.$$

» Tous les coefficients A_n et par suite μ sont ainsi déterminés

» Je donnerai, seulement à titre d'exemple et pour montrer la légitimité de la méthode, quelques expériences d'essai faites sur un tube dont les dimensions étaient les suivantes :

$$l = 500, \qquad R' = 1, \qquad R = 1,2.$$

» Le galvanomètre était taré en y déchargeant un condensateur d'un microfarad chargé par quatre éléments Daniell, qu'on avait préalablement comparés à un Latimer-Clark. L'intensité I était mesurée en prenant, par la méthode de compensation, la différence de potentiel aux deux extrémités d'une résistance fixe de $0^{\text{ohm}},230$ en maillechort, maintenue à température constante. Pour des valeurs de I comprises entre $I = 0,1124$ et $I = 0,3371$ (C. G. S.), la déviation α est bien représentée par la formule à deux termes

$$\alpha = 352,91 + 461,27\, I^2,$$

ce qui donne, en appliquant la méthode précédente,

$$\mu = 183,8 + 10,48 f,$$
$$k = 14,5 + 0,833 f.$$

» Ces valeurs sont comparables à celles qu'ont obtenues divers expérimentateurs pour de faibles valeurs du champ magnétique : le champ magnétique maximum employé dans les expériences actuelles et correspondant à la périphérie du cylindre est $f = \frac{2I}{R} = 0,562$ pour $I = 0,3371$. Il est certain qu'au delà une formule à deux termes ne suffirait plus pour α et pour μ.

» La méthode précédente a l'avantage de supprimer l'emploi de toute bobine de construction connue pour la production du champ magnétique utilisé. Elle semble devoir s'appliquer avec facilité à l'étude de l'influence du milieu dans les phénomènes d'induction. »

MÉTÉOROLOGIE OPTIQUE. — *Sur la polarisation atmosphérique*. Mémoire de M. **J.-L. Soret**, présenté par M. Cornu. (Extrait.)

« I. La polarisation de la lumière du ciel est principalement due à la diffusion par l'atmosphère des rayons *directs* du Soleil; mais, à côté de cette *première* diffusion, il faut tenir compte des réflexions multiples qui se produisent, et particulièrement de la diffusion de *deuxième ordre*.

» L'effet des diffusions secondaires peut être étudié indépendamment de l'action immédiate des rayons solaires, en observant au polariscope, par un temps serein, des masses d'air qui soient entièrement dans l'ombre. C'est ce que l'on peut faire, soit en plaine, lorsque le Soleil est un peu au-dessous de l'horizon, soit dans les régions montagneuses à diverses heures du jour.

» Pour abréger, j'appellerai *masse ombrée* un espace atmosphérique dans ces conditions; les rayons solaires directs ne l'atteignent pas : il est seulement éclairé par la lumière diffuse du firmament qu'il renvoie et diffuse à son tour.

» Cette lumière de seconde diffusion forme comme une buée interposée entre l'observateur et les objets terrestres éloignés, qui sont eux-mêmes dans l'ombre. Elle présente des phénomènes de polarisation à peu près identiques à ceux que l'on observerait si ces couches d'air étaient directement éclairées par le Soleil. En particulier, on reconnaît que le maximum de polarisation dans la masse ombrée se trouve dans les directions perpendiculaires à celle du Soleil, et que le plan de polarisation passe par la ligne de visée et le Soleil (polarisation positive). Ce fait, qui, sans doute, a dû être fréquemment remarqué, a été de ma part l'objet d'un très grand nombre d'observations, dans des conditions variées : j'en donne le résumé dans le Mémoire.

» On doit donc admettre que l'ensemble des rayons émanant du firmament produisent, sur la masse ombrée, un effet très analogue à celui qu'exercerait un faisceau de lumière *naturelle* provenant directement du Soleil. En d'autres termes, à l'intensité près, la diffusion du second ordre produit, approximativement, le même effet que la diffusion de premier ordre.

» II. Ce fait s'explique sans difficulté si l'on admet que ce sont des particules extrêmement ténues flottant dans l'atmosphère, qui causent, par réflexion ou diffraction, la diffusion de la lumière solaire et la polarisation. C'est la théorie qui a été soutenue par M. Tyndall; elle revient à consi-

dérer la diffusion atmosphérique comme un cas particulier du phénomène de l'illumination des corps transparents.

» D'après les recherches de M. Tyndall, celles de Lallemand et les miennes, les lois de ce dernier phénomène peuvent se résumer en disant que les choses se passent comme si, sous l'influence de la lumière, les particules diffusantes devenaient des centres d'un mouvement vibratoire identique à celui des atomes d'éther dans l'onde incidente. Ce mouvement vibratoire tend à se propager autour de la particule diffusante dans toutes les directions; mais la composante du mouvement, suivant la direction même de la propagation, se trouve annulée, et ce ne sont que les composantes perpendiculaires à la direction du rayon diffusé qui se transmettent. On peut considérer cet énoncé comme une loi limite qui se vérifierait rigoureusement si les particules diffusantes étaient suffisamment ténues, et que l'on peut accepter comme base du calcul, quitte à examiner ensuite l'effet des perturbations.

» Ce calcul est donné dans le Mémoire, dans l'hypothèse d'une atmosphère indéfinie tenant en suspension des particules diffusantes également réparties. Il montre que l'action de l'ensemble des rayons qui ont subi une première diffusion, et qui arrivent sur une de ces particules, est équivalente à celle que produiraient : 1° un rayon de lumière naturelle provenant du Soleil; 2° un rayon de lumière plus faible, contenu et polarisé dans le plan perpendiculaire à la direction du Soleil et passant par la particule considérée. Les intensités de ces deux rayons sont dans le rapport de 9 : 1.

» Le résultat explique d'une manière générale la polarisation de la masse ombrée.

» Il montre encore que, si la masse entière de l'atmosphère est éclairée par le Soleil, la polarisation, en tout cas, ne peut être complète dans aucune direction, parce que la diffusion de second ordre introduit toujours une certaine proportion de lumière naturelle.

» Les points neutres d'Arago, Babinet et Brewster, s'expliquent aussi par la diffusion de second ordre, si l'on tient compte de l'augmentation d'épaisseur de l'atmosphère et par conséquent de l'accroissement de la lumière diffuse suivant des directions rapprochées de l'horizon [1].

---

[1] Cette explication des points neutres se rapproche de celle que Lallemand en avait donnée (*Comptes rendus,* t. LXXV, p. 707); toutefois il considérait comme *naturelle* la lumière envoyée par les masses atmosphériques voisines de l'horizon, tandis que je la suppose partiellement polarisée, ce qui me semble plus conforme aux faits.

» III. Sur les parties du ciel qui sont voilées de nuages clairsemés, la polarisation est généralement plus faible que sur les parties bleues contiguës. Arago a admis que la lumière émanant des nuages mêmes n'est pas polarisée et que la polarisation qui se manifeste est due aux couches d'air interposées entre le nuage et l'observateur. D'après ce que j'ai pu observer, la lumière qui a *traversé* un nuage assez épais pour que tout rayon direct soit intercepté, est en effet toujours *naturelle* : c'est le cas qui se présente le plus fréquemment. Mais il n'en est pas de même de la lumière *réfléchie* à la surface même d'un nuage ; on observe dans ce cas des phénomènes de polarisation assez complexes.

» Les conditions les plus favorables pour les étudier sont celles où l'on se trouve sur une montagne au-dessus des nuages qui remplissent la plaine et les vallées comme une mer horizontale.

» Voici les résultats que j'ai obtenus dans ces conditions (1) :

» Au point antisolaire, où tombe l'ombre de la tête de l'observateur, la polarisation est sensiblement nulle. En s'écartant un peu de ce point, on trouve des signes d'une polarisation *positive*, assez forte, dans un petit cercle de 2° à 3° de rayon qui est ordinairement limité par une auréole brillante. L'auréole elle-même n'est pas polarisée et coïncide approximativement avec un cercle neutre. En dehors de ce cercle, la polarisation reparaît assez fortement, mais elle est *négative* (2).

» A une distance plus grande encore, on remarque un nouvel anneau neutre dont la partie inférieure disparaît en général dans l'ombre; cet anneau n'est pas toujours exactement circulaire; il a de 12° à 20° de rayon. En dehors, la polarisation redevient positive et va en croissant jusqu'à une distance de 40° environ du point antisolaire (position de l'arc-en-ciel blanc); elle diminue ensuite graduellement, elle est encore sensible à 90° du point antisolaire et au delà. Mais on arrive plus loin à une nouvelle région neutre. Enfin on atteint une nouvelle région de polarisation négative qui est très prononcée à 45° environ du Soleil ; en même temps le nuage est notablement plus éclairant et plus blanc. Il semble que l'on voie la portion inférieure d'une sorte d'arc-en-ciel blanc du côté du Soleil.

» Cette étude de la polarisation de la lumière des nuages n'est pas complète et bien des détails seraient intéressants à étudier. Je prends la liberté de recommander ce sujet d'exploration scientifique aux observatoires de montagne, dans lesquels on peut profiter de circonstances météo-

---

(1) J'en ai déjà signalé une partie dans une Note relative aux gloires et couronnes antisolaires (*Archives de Genève*, t. XI, p. 448; 1884).

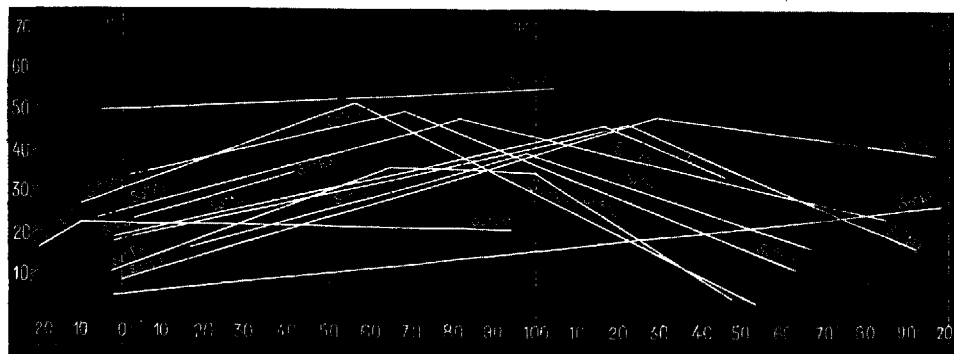
(2) Les couronnes colorées qui se manifestent quelquefois près du point antisolaire participent à la polarisation de la région où elles se trouvent; elles sont donc polarisées négativement ou positivement suivant que leur diamètre est plus ou moins grand.

rologiques fugitives et arriver en particulier à des mesures angulaires précises. »

CHIMIE. — *De la solubilité décroissante des sulfates.* Note de M. **A. Etard**, présentée par M. Cahours.

« I. Dans une précédente Communication relative au sulfate de cuivre (*Comptes rendus*, t. CIV, p. 1614), j'ai montré qu'à partir de 103° et jusqu'à 190° la solubilité de ce sel décroissait proportionnellement à l'augmentation de la température. La plupart des sels que j'ai pu examiner en déterminant la ligne représentative complète de leur solubilité présentent en quelque point de cette ligne une perturbation, en général rapide ou à angle vif, à partir de laquelle, sans cesser de croître, la solubilité prend cependant un accroissement moins rapide ou même reste à peu près stationnaire.

» On admet en général, d'après les courbes et les observations publiées, que les sulfates sont plus solubles à chaud qu'à froid, à l'exception des sulfates de sodium, de lithium (Kremers), de calcium (Marignac, Le Châtelier) et de thorium (Demarçay). Au cours de mes recherches, j'ai pu observer que la diminution de solubilité corrélative à l'accroissement de température, loin d'être l'exception, était la règle pour les sulfates. Si ce fait



n'a pas été observé sur les sulfates que forment les métaux usuels, cela tient à ce que leur ligne de solubilité n'a pas été prise dans un suffisant intervalle de température. La figure ci-dessus représente, d'après mes déterminations, la solubilité des principaux sulfates ([1]). Pour les sels de cadmium,

([1]) C'est par erreur que la figure attribue au sulfate de potassium une ligne continue.

de zinc, de manganèse et de fer, la ligne représentative est décroissante avant 100°. Cette figure est à trop faible échelle pour permettre des relevés numériques. A la suite de ces recherches sur les sulfates, j'ai été amené à réunir les documents qui ont été publiés relativement à la solubilité d'autres sels à acides bibasiques, et j'ai pu remarquer que des faits de solubilité décroissante ont été constatés sur des carbonates, sulfites et succinates. Les sels à acides monobasiques ne donnent pas de résultat semblable, excepté pour quelques acides organiques faibles, par exemple l'acide butyrique saturant la chaux. Dans ce cas, je suis porté à croire que la chaux, base diatomique moins soluble à chaud qu'à froid, comme on sait, conserve une partie de cette propriété dans les sels qu'elle forme. En résumé, les faits connus de solubilité décroissante paraissent être en relation avec la fonction diatomique des acides et des bases.

» II. En vue d'exposer avec plus de précision que ne le comporte une figure de petites dimensions les expériences que j'ai faites, je me propose de décrire séparément les particularités que présente la dissolution de chaque sel.

» *Sulfate de zinc.* — Ce sulfate se dissout dans l'eau à -5° selon le rapport moléculaire arbitraire $SO^4Zn : 24,3H^2O$; à 81° on a $SO^4Zn : 8,9H^2O$. Comme les solubilités des sulfates se représentent par des portions de droites dont la direction n'est constante que dans un certain intervalle de température qu'il faut désigner chaque fois, je me servirai d'une notation abrégée en mettant les limites de température en regard de l'ordonnée de solubilité. Pour le sulfate de zinc, dans les limites indiquées, la solubilité est donnée par la formule $y_{+81^\circ}^{-5^\circ} = 27,6 + 0,2604t$.

» A partir de 81°, la solution ne continue pas à s'enrichir en sel comme les lignes qu'on a publiées le représentent à tort; elle dépose au contraire du sel d'après la formule $y_{175^\circ}^{81^\circ} = 50,0 - 0,2244t$.

» La teneur du liquide en sel repasse par les valeurs précédemment observées et à 180° la solution contient la même quantité de matière qu'à -5°. Cette diminution régulière de la solubilité est due à la formation d'un sel blanc qui se dépose sur les parois du vase en plaques porcelanées d'aspect amorphe, concrétionné, très dures et insolubles dans l'eau, à moins que, ayant été pulvérisées, elles n'aient repris l'état d'hydratation soluble en faisant prise avec ce liquide à la façon du plâtre. Ce sel est $SO^4Zn + 2H^2O$ (trouvé 81,2, calculé 81,7 pour 100 SO^4Zn).

» Pour chaque température, il y a manifestement un état d'équilibre entre la quantité de ce sel qui peut se former et celle des autres hydrates

solubles qui peuvent subsister. On a ainsi un état d'équilibre comparable surtout aux phénomènes d'éthérification et de saponification, en relation eux-mêmes avec les faits de dissociation; du reste, M. Berthelot (*Mécan. chim.*, t. II) a émis cette idée que l'acte de la dissolution, variable avec la température, est dû à des dissociations. Les expériences citées plus haut sont complètement d'accord avec cette manière de voir.

» *Sulfate de manganèse.* — Dans une solution de ce sel à — 8°, le sulfate de manganèse anhydre et l'eau sont dans le rapport moléculaire $SO^4Mn : 19H^2O$; à 57° on a $SO^4Mn : 9H^2O$. Dans cet intervalle la solubilité est représentée par $y_{+57°}^{-8°} = 30,0 + 0,2828t$. A partir de 57° il se dépose un sulfate de manganèse rose porcelané, très dur, presque insoluble, dont la formule est $SO^4Mn + H^2O$ (SO^4Mn dosé = 88,9, calculé 88,7).

» Dès 57°, la solubilité devient $y_{150°}^{57°} = 48,0 - 0,4585t$ qui suppose une solubilité nulle pour $t = 161$. En fait, j'ai vérifié qu'une solution de sulfate de manganèse chauffée à 180° ne contient plus que des quantités négligeables de matière en solution. Ce sel ne se dissout pas à chaud.

» *Sulfate de potassium.* — Entre les limites de 0° et 163°, la solubilité de ce sel est $y_{163°}^{0°} = 7,5 + 0,1070t$. Il semblerait donc, en atteignant cette température élevée, que la droite du sel en question fasse exception à la règle, et soit une droite continue; mais, en poussant plus loin, on constate que la solubilité cesse de croître. Entre 163° et 220°, la liqueur conserve la même teneur en sel, soit 25,0 pour 100, correspondant à un équilibre représenté en rapports moléculaires arbitraires par $SO^4K^2 : 28,0H^2O$. Je n'ai pu, en raison du danger de ces expériences, à pression élevée, en tubes de verre, examiner la ligne de solubilité au delà de 220°.

» La solubilité du sulfate de potassium dans les limites possibles d'observation se représente par deux droites raccordées. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Présence d'un glycol dans les produits de la fermentation alcoolique du sucre.* Note de MM. **Henninger** et **Sanson**, présentée par M. Friedel.

« Dans une Note insérée aux *Comptes rendus* du 10 juillet 1882, M. Henninger annonçait la présence de l'isobutylglycol primaire-tertiaire dans un vin rouge de Bordeaux. Ce résultat indiquait la nécessité de rechercher si ce même produit prenait naissance lors de la fermentation du sucre sous l'influence de la levure de bière.

» M. Henninger avait commencé ce travail, dans lequel je l'aidais, lorsque la mort l'a frappé.

» M. le Professeur Grimaux ayant bien voulu me remettre les produits se rapportant à cette étude, en m'engageant à la terminer, je le prie de recevoir ici mes bien sincères remerciements, et ce sont les résultats obtenus que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie.

» On a opéré de la façon suivante : deux bonbonnes contenant chacune 6^{kg} de sucre et 40^{lit} d'eau ont été mises à l'étuve et chauffées à 20°; on a semé dans chacune 500^{gr} de levure de bière. D'autre part, on a soumis à l'ébullition 500^{gr} de levure et 3^{lit} d'eau pendant une demi-heure, puis, après filtration, la moitié du liquide filtré a été versée dans chaque bonbonne. Au bout de quinze jours, on a ajouté 25^{gr} d'acide tartrique, huit jours après, 10^{lit} d'eau.

» La fermentation terminée, le produit a été distillé en se servant d'un appareil Henninger-Le Bel à 25 plateaux, et les fractionnements faits entre les limites suivantes : 80-90°, 90-95°, 95-100°. Quand le volume du liquide a été réduit à 4^{lit} ou 5^{lit}, on a concentré dans le vide, puis de nouveau distillé à la pression ordinaire. La fraction passant entre 175-182, convenablement rectifiée, a fourni 4^{gr} d'un produit passant à 178°-179° qui a été soumis à l'analyse :

Substance	0,3572
CO^2	0,6940
H^2O	0,3612

soit, en centièmes,

C	52,98
H	11,23
O (par différence)	35,79

» La théorie pour $C^4H^{10}O^2$ exige :

C	53,33
H	11,11
O	35,56

» Ce corps est donc l'isobutylène-glycol, identique à celui que M. Névolé a obtenu par l'action du carbonate de potassium sur le bromure d'isobutylène.

» En quelle proportion ce glycol prend-il naissance dans l'acte de la fermentation? Il serait difficile de donner un nombre rigoureux, mais on

peut néanmoins s'en rendre compte approximativement : 10^{lit} d'eau entraînent par la distillation $3^{gr},4$ de ce composé, soit 34^{gr} pour 100^{lit}, ce qui, avec les 4^{gr} isolés directement, fait un total de 37^{gr} de produit pour 12^{kg} de sucre ou 308^{gr} pour 100^{kg}.

» Le fractionnement des alcools supérieurs obtenus dans cette opération a donné 7^{gr} d'alcool amylique, déjà signalé par M. Le Bel, et une faible quantité d'un liquide possédant franchement l'odeur des éthers supérieurs contenus dans le vin, mais en proportion trop minime pour que l'étude puisse en être abordée.

» A la suite des nombreux composés déjà signalés, il convient donc d'ajouter l'isobutylène-glycol comme produit de la fermentation alcoolique. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'acétylcyanacétate de méthyle.* Note de MM. **Alb. Haller** et **Alf. Held**, présentée par M. Berthelot.

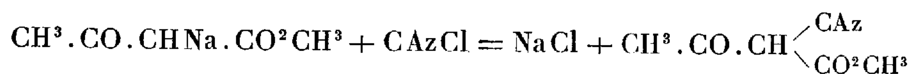
« Nous avons préparé ce corps en suivant deux procédés analogues à ceux qui nous ont permis d'obtenir l'acétylcyanacétate d'éthyle. Dans le cours de ces préparations, nous avons observé un fait intéressant, que nous avons cru devoir signaler plus loin.

» I. On fait dissoudre 23^{gr} de sodium dans 250^{gr} environ d'alcool méthylique anhydre, et l'on ajoute à cette dissolution 116^{gr} (1^{mol}) d'acétylacétate de méthyle. Dans ce mélange on fait passer, jusqu'à saturation, un courant de chlorure de cyanogène. Le liquide se trouble, s'épaissit, et, lorsque l'opération est terminée, le produit a l'aspect d'une masse pâteuse blanche. On traite alors par l'eau distillée jusqu'à dissolution complète, et la liqueur est additionnée d'un excès d'acide sulfurique dilué. Au bout de quelque temps, tout le liquide se prend en une masse cristalline blanche qu'on jette sur filtre et qu'on essore. La solution filtrée est ensuite épuisée à l'éther, qui lui enlève une certaine quantité d'éther cyané resté en dissolution.

» Le produit, cristallisé au sein de l'éther, se présente sous la forme d'aiguilles soyeuses, très solubles dans l'alcool et l'éther, insolubles dans l'eau, fusibles à 46°,5 et se solidifiant vers 43°. L'analyse a donné les résultats suivants :

	Trouvé pour 100.	Calculé pour $C^6H^7AzO^3$.
C	51,14	51,06
H	5,04	4,96
Az	9,98	9,92

» Ce corps est donc bien de l'acétylcyanacétate de méthyle formé suivant l'équation



$$CH^3.CO.CHNa.CO^2CH^3 + CAzCl = NaCl + CH^3.CO.CH\begin{cases}CAz\\CO^2CH^3\end{cases}$$

» Cet éther, comme son homologue supérieur, donne naissance à des combinaisons salines qu'on obtient, soit par saturation directe de l'éther en dissolution alcoolique par un carbonate alcalin ou alcalino-terreux, soit par double décomposition avec le composé barytique.

» Le *dérivé sodique* $C^6H^6NaAzO^3$ se présente sous la forme de houppes soyeuses blanches anhydres, solubles dans l'eau et dans l'alcool. L'analyse a donné le nombre suivant :

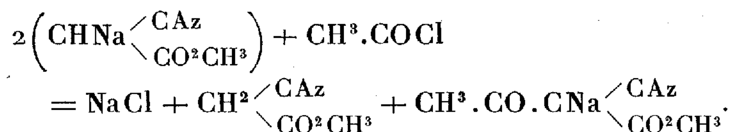
	Trouvé pour 100.	Calculé pour $C^6H^6NaAzO^3$.
Na............	14,02	14,11

» Le *composé calcique*, obtenu par saturation de la solution alcoolique de cet éther par du carbonate de calcium et évaporation, se présente sous forme de beaux cristaux transparents, volumineux, très efflorescents et qui ont donné à l'analyse les résultats suivants :

	Trouvé pour 100.		Calculé pour
	I.	II.	$(C^6H^6AzO^3)^2Ca + 6H^2O$.
Eau de cristallisation........	25,67	25,18	25,23
Calcium....................	12,36	12,39	12,50

» II. Ce même éther cyané a été préparé par un autre procédé découvert par l'un de nous. Nous l'avons obtenu en traitant une solution de cyanacétate de méthyle sodé dans l'alcool méthylique anhydre par du chlorure d'acétyle dans l'éther anhydre. On maintient le mélange à une température de 40° à 50° environ pendant quelques heures, puis on traite par de l'eau acidulée. Le liquide se sépare en deux couches ; on décante la couche supérieure qu'on soumet à la distillation, d'abord à la pression ordinaire, puis dans le vide. Les portions qui distillent dans le vide au-dessus de 90° sont seules recueillies, et, comme elles ne cristallisent pas par le refroidissement, par suite de leur mélange avec des impuretés provenant de réactions secondaires, on les purifie en les traitant en solution alcoolique par du carbonate de calcium jusqu'à saturation. Les cristaux de la combinaison calcique, isolés et traités par de l'acide chlorhydrique

dilué, abandonnent à l'éther un corps qui cristallise par l'évaporation du dissolvant et qui fond à 46°, 5, point de fusion qui est précisément celui de l'acétylcyanacétate de méthyle. La réaction qui lui a donné naissance est la suivante :



$$2\left(CHNa\begin{matrix}\diagup CAz \\ \diagdown CO^2CH^3\end{matrix}\right) + CH^3.COCl$$
$$= NaCl + CH^2\begin{matrix}\diagup CAz \\ \diagdown CO^2CH^3\end{matrix} + CH^3.CO.CNa\begin{matrix}\diagup CAz \\ \diagdown CO^2CH^3\end{matrix}.$$

» III. Avant d'obtenir les résultats mentionnés ci-dessus, nous avons éprouvé des insuccès, soit en suivant le premier procédé de préparation du corps en question, soit en suivant le second, et la raison de ces insuccès est la suivante : Au lieu de préparer du *méthylate* de sodium, pour y ajouter ensuite soit le cyanacétate de méthyle, soit l'acétylacétate de méthyle, nous partions de l'*éthylate* de sodium, en achevant d'ailleurs la préparation ainsi qu'il est dit plus haut. Nous obtenions, dans ces conditions, un corps incristallisable, distillant dans le vide à une température de 108° à 110°, et qui n'était autre chose qu'un mélange d'acétylcyanacétates de méthyle et d'éthyle que des distillations fractionnées ne réussissaient pas à séparer.

» L'analyse de ce composé a en effet donné les résultats suivants :

	Trouvé pour 100.	Calculé pour $C^6H^7AzO^3$.	Calculé pour $C^7H^9AzO^3$.
C	52,31	51,06	54,19
H	5,98	4,96	5,8

» Les mêmes différences s'observaient dans l'analyse de la combinaison calcique :

	Trouvé pour 100.	Calculé pour $(C^6H^6AzO^3)^2Ca$.	Calculé pour $(C^7H^8AzO^3)^2Ca$.
Ca	11,69	12,50	11,49
Az	8,22	8,75	8,04

» Nous nous trouvions donc en présence d'une double décomposition produite entre l'éthylate de sodium et l'éther composé méthylique qu'on faisait agir sur lui, et le résultat de cette double décomposition était la production d'un mélange d'éthers méthylique et éthylique.

» M. Purdie (¹) avait déjà fait l'observation de faits analogues avec les éthers fumarique, cumamique, oxalique, acétique, etc., et, tout récemment, M. Peters (²) vient de constater la même réaction avec les éthers éthylacétylacétique et acétylacétique.

» C'est la publication du travail de M. Peters qui nous a déterminés à ajouter à ses observations celles que nous avons faites nous-mêmes sur la question. »

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la présence de bases volatiles dans le sang et dans l'air expiré.* Note de M. **Robert Wurtz**, présentée par M. Friedel.

« Au cours de recherches que je poursuis depuis longtemps sur les alcaloïdes du sang normal, recherches que je me propose de publier prochainement, j'ai réussi, à l'aide de la méthode de M. Gautier, à isoler des bases, fixes et volatiles, existant normalement dans le sang, et que j'ai recueillies en quantité suffisante pour les caractériser et les étudier. J'ai été conduit, dès lors, à chercher la façon dont elles s'éliminaient. L'élimination des bases fixes par les reins fait en ce moment l'objet d'un travail de M. Gautier. Quant à l'élimination des bases volatiles, la remarquable Communication de MM. Brown-Séquard et d'Arsonval m'oblige à publier, quoique encore incomplets, les résultats que j'ai obtenus.

» Pour recueillir et isoler les bases volatiles qui sont éliminées par la voie pulmonaire, et qui du sang passent dans l'air expiré, je fais barboter cet air dans une solution d'acide oxalique à 1 pour 100, dans un appareil spécial, où les causes d'erreur dues à la projection de salive ou de particules solides sont évitées. Lorsque le nombre de mètres cubes d'air expiré, qui a passé dans l'appareil, est jugé suffisant, on fait subir au liquide oxalique le traitement suivant : on le sature par le carbonate de chaux, récemment précipité, exempt de chlorure et de sulfate, tant que la liqueur est acide. Lorsqu'elle ne présente plus qu'une réaction douteuse, on ajoute une ou deux gouttes d'eau de chaux, qui précipite complètement l'acide oxalique. On filtre, on neutralise exactement par l'acide chlorhydrique faible, sans excès, et l'on évapore dans le vide.

(¹) *Berichte der deutsch. chem. Gesellsch.*, p. 1555; année 1887.

(²) *Ibid.*, p. 3318.

» On obtient ainsi des chlorhydrates, parmi lesquels j'ai isolé et séparé :

» 1° Le chlorhydrate d'ammoniaque, qui semble prédominer;

» 2° Le chlorhydrate d'une base organique que j'ai caractérisée par les réactions suivantes :

» Précipité par le réactif de Bouchardat.

» Précipité par l'iodure double de potassium et de mercure.

» Formation de chloroplatinate soluble, cristallisant en courtes aiguilles. Ce chloroplatinate semble avoir la même forme cristalline que celui d'une des bases que j'ai isolées du sang.

» Formation du chloroaurate soluble.

» La solution du chlorhydrate de cette base, chauffée à 100°, exhale une odeur aromatique *sui generis*.

» La quantité de matière dont je dispose actuellement ne m'a pas permis d'en faire l'analyse, ni d'en expérimenter les effets physiologiques. Je ne publie cette courte Note que pour prendre date. »

GÉOLOGIE. — *Conditions géologiques du gisement phosphaté de Beauval (Somme)*. Note de M. **Stanislas Meunier**.

« En revenant récemment [1] sur l'intéressant gisement phosphaté de Beauval, M. de Mercey a émis, quant à l'origine et au mode de formation du minéral exploité, une manière de voir qui semble ne pas cadrer avec les faits d'observation. Elle consiste à croire que « les couches ont d'abord rempli tout le bassin en se déposant à l'état de craie phosphatée » et que le phosphate y a été apporté par des sources minérales « sous-marines » littorales » qui, dans leur dernière période de fonctionnement, ont creusé de bas en haut des excavations coniques dans la craie.

» Or, dès qu'on a constaté la présence, en pleine masse de craie, de petits granules phosphatés identiques à ceux dont la réunion constitue le sable exploité, il y a évidemment lieu de rechercher comment s'est faite leur accumulation dans les masses crayeuses. A cet égard, M. de Mercey oppose à l'opinion d'après laquelle les amas dont il s'agit résultent d'une dénudation de la roche encaissante une objection dont j'avoue n'avoir pas saisi l'importance : « A Mesvin-Ciply, dit-il, le dépôt recouvrant immé-

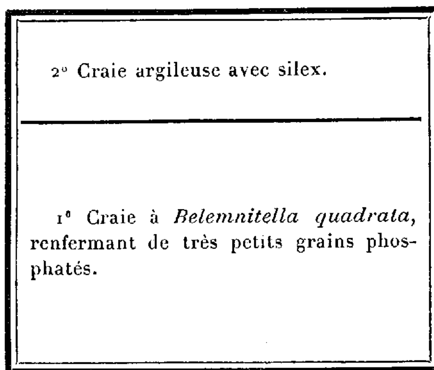
---

(1) *Comptes rendus*, t. CV, p. 1135.

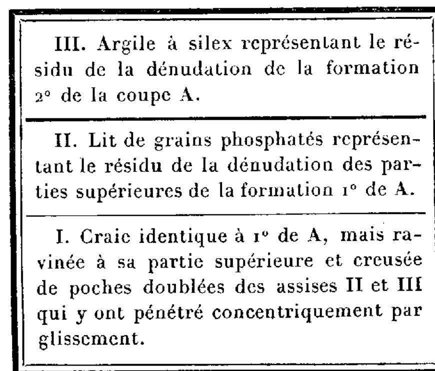
» diatement le phosphate riche était du sable landénien; à Beauval, c'était » du bief à silex oligocène. Il eût fallu attribuer une même action à chacun » de ces dépôts si différents, et il n'était pas possible de faire intervenir » une altération quaternaire. »

» Cependant, une notion qui s'impose, c'est que le sable de phosphate représente un *résidu* de dissolution de la craie : qu'on prenne de la craie de Ciply ou de la craie de Beauval, il sera facile, par l'eau très faiblement acidulée ou même avec de l'eau de Seltz, d'en séparer des grains identiques à ceux que recherchent les exploitants. C'est, comme on voit, un résultat analogue à celui qui permet de fabriquer artificiellement de l'argile à silex avec de la craie de Meudon, et la ressemblance est même si forte qu'on peut voir à Beauval, dans le sable phosphaté, le résultat de l'action même qui, un peu auparavant, aux dépens d'assises supérieures maintenant complètement privées de leurs éléments calcaires, avait déterminé la production du bief lui-même; de sorte que l'on pourrait mettre en face l'une de l'autre deux coupes, A et B, figurant l'état du sol, la première antérieurement à cette dénudation lente et la seconde dans l'état actuel :

Coupe A.



Coupe B.



» On pourrait penser et l'on a dit quelquefois que la dénudation souterraine dont il s'agit, tout à fait distincte de l'apport même du phosphate, résulte d'eau émanant de la profondeur; on a même été jusqu'à donner à ce liquide une allure tourbillonnante. Ici encore l'observation directe et l'expérimentation peuvent être substituées aux suppositions et fournir des données positives. Il y a plusieurs années, en effet, j'ai montré, par des spécimens que je conserve au Muséum, que la forme des excavations qu'on peut creuser verticalement dans le calcaire par un filet d'eau acidulée

varie essentiellement suivant qu'on opère de haut en bas ou dans le sens opposé. Dans les deux cas, c'est une cavité conique qui se produit; mais, si l'eau corrosive est ascendante, la pointe du cône est dirigée en haut; elle est en bas dans l'autre condition : or c'est de cette dernière forme que sont toutes les poches à phosphate de Beauval et de Ciply et par conséquent, dans ces deux localités, la corrosion s'est faite de haut en bas.

» Quant à la différence que peut apporter à l'exercice de la dénudation souterraine de la craie la nature des matériaux qui la recouvrent, sableux à Ciply, argileux à Beauval, elle est beaucoup plus apparente que réelle, et l'expérience m'a montré que les choses se passent de même dans les deux cas, quoique avec une rapidité inégale. Le bief ou argile à silex n'est jamais absolument imperméable et sa surface inférieure, par l'humidité qui l'imprègne, agit sur la craie à peu près comme l'eau elle-même. La corrosion est d'ailleurs un phénomène qui persiste tant que le terrain est au-dessus du bassin des mers; elle n'est pas nécessairement quaternaire, comme on a eu trop souvent tendance à le supposer; dans des localités comme Beauval, elle a vraisemblablement commencé dès l'époque tertiaire et elle se continue aujourd'hui, sans interruption. C'est elle qui détermine dans tant de points l'apparence de deux lœss superposés, et M. Henri Boursault a tout récemment signalé ([1]) les très curieux résultats qu'elle a produits auprès de Chivres (Aisne).

» Un dernier point à considérer dans cet aperçu rapide concerne l'origine première du phosphate de chaux. Ce qui semble tout naturel, parce que c'est l'explication banale mise au service de tous les problèmes de minéralisation, c'est de supposer des sources phosphatées jaillissant dans la mer même où se déposait la craie : cependant elle ne peut résister à l'examen des faits. En effet, voici ce qu'on trouve quand on examine au microscope les roches phosphatées qui nous occupent. Des lames minces taillées dans la craie de Ciply, comme dans celles de Beauval, montrent que le phosphate constitue pour la plus grande partie des grains arrondis parfois sphéroïdaux ou ovoïdes. Les uns sont constitués par le phosphate presque jusqu'à leur centre, les autres n'ont qu'un revêtement phosphaté mince autour d'un fragment crayeux. Dans le premier cas, les grains sont parfois formés de couches concentriques, et c'est dans la roche belge qu'ils sont le plus nombreux : ils donnent alors entre les nicols croisés la croix noire tournante. Dans les deux cas il est manifeste que le phosphate est postérieur au

([1]) *Le Naturaliste* du 15 décembre 1887.

dépôt de la craie qui l'empâte et que les grains résultent d'une concentration, opérée par l'affinité capillaire, d'une substance répartie tout d'abord uniformément dans toute la masse sédimentaire. C'est donc la même histoire que pour la concrétion des rognons siliceux ou silex dans les roches crayeuses et l'analogie est augmentée encore par ce fait que la concentration du phosphate, comme celle de l'acide silicique, s'est fréquemment opérée autour de corps organisés, foraminifères, mollusques, etc.

» Ce résultat écarte en même temps l'intervention de toute cause violente : il n'y a en effet pas place dans ces conditions pour des sources chimiquement actives, déposant le phosphate à la suite de doubles décompositions, car la craie, à part les poches qui sont d'une tout autre origine que les phosphates, comme on l'a vu, ne présente aucune corrosion et les délinéaments les plus délicats des fossiles y sont conservés.

» En résumé, on ne saurait légitimement faire pour le phosphate d'autre hypothèse générale que pour la silice : ces deux substances sont solubles sensiblement dans les mêmes conditions et leur concrétion s'est évidemment opérée d'une façon uniforme sous l'influence des attractions capillaires. »

PHYSIOLOGIE. — *Rôle de la bile dans la digestion des graisses, étudié au moyen de la fistule cholécysto-intestinale.* Note de M. **A. Dastre**, présentée par M. Brown-Séquard.

« I. J'ai montré, il y a quelques années (1880-1883), et j'ai rappelé le 18 juin dernier, devant la Société de Biologie, que la présence de la bile dans l'estomac n'empêchait point la digestion gastrique; qu'elle n'amenait pas la précipitation des peptones, ainsi que cela a lieu dans les expériences *in vitro;* et que c'était enfin une assertion erronée que de prétendre, avec quelques médecins et physiologistes, que la pénétration de ce liquide dans l'estomac peut être cause de vomissements ou de troubles gastriques graves. J'avais constaté ces faits en introduisant de la bile dans l'estomac des chiens, aux différents moments de la digestion, soit au moyen de la sonde œsophagienne, soit par une fistule gastrique. Ils ont été confirmés par les recherches très complètes de R. Oddi et Marcacci (de Sienne).

» II. Le 16 juillet 1887, j'ai présenté à la Société de Biologie deux chiens chez qui j'avais pratiqué une opération que je crois être le premier

à avoir essayée : c'est la fistule cholécysto-intestinale. Cette opération consiste à détourner la bile de sa voie naturelle et à la faire écouler au milieu de l'intestin grêle, au lieu de la laisser déboucher à l'origine de ce canal, dans le duodénum. J'enlève le canal cholédoque sur une longueur de $1^{cm},5$ afin d'éviter qu'il puisse ultérieurement se rétablir; puis j'abouche directement la vésicule biliaire dans l'intestin grêle. L'opération, grâce aux procédés que j'emploie actuellement, ne présente point de difficultés; les suites en sont simples. Je n'ai pas eu d'échec. Il faut choisir des animaux jeunes, recourir à notre procédé d'anesthésie mixte (Dastre et Morat), se servir de l'*étui tuteur* dont j'ai préconisé l'emploi, réaliser enfin l'antisepsie rigoureuse. Mes premières tentatives avaient échoué avant que je fusse en possession de ce manuel opératoire (1881-1883). En 1886, Fr. Colzi, à Florence, a étudié cette opération dans un but chirurgical. Il a ouvert la vésicule biliaire dans le duodénum; un seul animal sur six a survécu au delà de trois semaines.

» J'ai exécuté la fistule cholécysto-intestinale dans un but physiologique, afin d'éclairer le problème de la digestion des graisses. Les digestions artificielles ont fait connaître avec une précision suffisante l'action des sécrétions digestives en dehors de l'organisme; il faut voir maintenant comment les choses se passent en réalité chez l'animal vivant.

» On sait que, depuis les travaux de Claude Bernard, la digestion des graisses est attribuée au suc pancréatique, à l'exclusion de la bile. *In vitro*, le suc pancréatique est capable d'émulsionner et de digérer cette classe d'aliments. *In vivo*, le lapin fournit, dans le même sens, un argument naturel. Chez cet animal, le canal pancréatique s'ouvre à 35^{cm} plus bas que le cholédoque; dans cet intervalle, les aliments sortant de l'estomac sont uniquement exposés à l'action de la bile. Or, si l'on a réussi à mêler de la graisse à ces aliments, on constate, avec Claude Bernard, que, dans tout ce parcours, cette graisse n'est pas émulsionnée, pas digérée; et on le constate, en remarquant que les chylifères ne sont point devenus laiteux. Ils ne le sont que plus bas, après l'intervention du suc pancréatique.

» Or, mon expérience de la fistule cholécysto-intestinale est, chez le chien, la contre-partie de celle que la nature a réalisée chez le lapin. C'est maintenant le canal de la bile qui va déboucher à 50^{cm}, 60^{cm} ou à 1^{m} du duodénum; et sur tout ce parcours les aliments gras seront seulement soumis à l'action du suc du pancréas. Toutefois, cette expérience a sur l'observation naturelle deux avantages notables : le premier, c'est que le

champ d'action est plus étendu (1^m et plus, au lieu de 35^{cm}) ; le second, c'est que les chylifères du chien offrent le type le plus net et le plus évident des vaisseaux lactés.

» J'ai conservé les deux animaux opérés, pendant plus de quatre mois, en parfaite santé, afin d'être assuré que la fonction digestive s'accomplissait normalement. Le premier, opéré le 17 juillet 1887, pesait 7^{kg} au moment de l'opération; il avait maigri un peu après, puis regagné son poids. Le 18 octobre, il pesait $6^{kg},500$. Le second, opéré le 28 juin 1887, pesait à ce moment $7^{kg},400$; sa santé n'avait nullement souffert; il était très actif, très vivace, et le 21 novembre il pesait 10^{kg}.

» On a donné à ces deux animaux un repas copieux de viande, graisse et lait, et on les a sacrifiés en pleine digestion. L'examen a montré avec une netteté remarquable que les chylifères étaient sensiblement transparents entre l'estomac et la fistule, c'est-à-dire que la graisse n'était pas notablement absorbée sur tout le parcours où le suc pancréatique avait agi isolément. Ils étaient, au contraire, tout à fait blancs, opaques, laiteux, à quelques centimètres au-dessous de la fistule, c'est-à-dire après l'intervention de la bile.

» L'interprétation de ces faits positifs ne comporte qu'une seule réserve. On pourrait craindre que l'observation n'eût été faite trop tardivement : la vacuité des premiers réseaux chylifères prouverait alors, non pas qu'il n'y a point eu d'absorption, mais que celle-ci était déjà terminée. Je crois m'être mis à l'abri de cette objection en m'assurant que, chez les deux animaux, l'estomac et les premières portions de l'intestin contenaient encore des matières alimentaires.

» Sous le bénéfice de cette réserve, la conclusion est évidente : si l'observation du lapin nous apprend que la bile seule est en fait, chez le vivant, impuissante à réaliser la digestion et l'absorption complète des graisses; d'autre part, l'expérience précédente nous enseigne que le suc pancréatique seul est également impuissant. Leur mélange est nécessaire. La bile intervient aussi bien que le suc pancréatique dans la digestion des matières grasses.

» III. Les expériences de suppression totale de la bile ou du suc pancréatique permettent de faire la part de chacun de ces liquides : la bile paraît plus particulièrement préposée à l'absorption des graisses en nature, le suc pancréatique à leur dédoublement.

» Les selles des animaux chez qui la bile s'écoule au dehors contiennent 40 pour 100 et plus des matières grasses ingérées, tandis qu'à l'état

normal elles en contiennent à peine 1 pour 100 (Bidder et Schmidt, Voit). Il se produit quelque chose d'analogue dans le cas de suppression du suc pancréatique. L'absorption des graisses n'est pas rendue impossible, mais elle est considérablement entravée. L'expérience suivante rend sensible le caractère particulier de cette absorption.

» Un chien sur lequel on a pratiqué une fistule biliaire complète, trois semaines auparavant, reçoit dans l'estomac une grande quantité de matières grasses. On le sacrifie et on l'examine trois heures après. On voit alors que les chylifères sont blancs, lactescents un peu après l'estomac jusqu'au milieu du gros intestin. Mais cette absorption digestive diffère de l'absorption ordinaire par les trois caractères suivants : 1° la citerne de Riquet est remplie d'une masse blanche, concrète, qui semble formée d'acides gras; 2° les chylifères sont filiformes, durs, cohérents, remplis de la même matière; 3° on aperçoit avec une extrême netteté le spectacle rare de nodosités disposées sur leur trajet, de centimètre en centimètre, correspondant aux valvules de ces vaisseaux, et témoignant par leur distension de la difficulté avec laquelle circule cette matière grasse particulière. »

HYGIÈNE. — *Sur le traitement préventif du* rouge de la morue. Note de M. **Édouard Heckel**, présentée par M. Ad. Chatin.

« Dans un travail inséré au *Bulletin de la Société nationale d'Agriculture* (avril 1887), j'ai fait connaître l'influence rapidement destructive de la solution de *sulfibenzoate de soude* au $\frac{32}{1000}$ dans l'eau sur le *Clathrocystis roseopersina* Cohn, microorganisme qui cause la maladie parasitaire connue sous le nom de *rouge de la morue*. Après avoir indiqué que ce traitement absolument inoffensif a obtenu le suffrage des armateurs et négociants de morue français, j'exprimais l'espérance de voir un jour notre commerce débarrassé de toute préoccupation sur ce sujet, par la découverte du traitement préventif du rouge.

» A titre de simple prévision, je signalais l'influence probablement heureuse du *sulfibenzoate de soude cristallisé*, mêlé à une proportion déterminée de sel marin, contre la formation des *Clathrocystis roseopersina*. Mes recherches de laboratoire me permettaient cette prévision, qui est aujourd'hui devenue une réalité, grâce aux expériences faites, sur mes indications, par M. le Dr Randon, médecin-major de la station navale de Terre-

Neuve pendant la campagne de pêche de 1887. Ce médecin a fait mêler, à Saint-Pierre même, dans la proportion de 5 pour 100, du *sulfibenzoate de soude sec* au sel marin destiné à saler le poisson, puis il a institué dans des magasins (sur l'île aux Chiens), appartenant à M. Anatole Lemoine, armateur français, en pleine chaleur de juin, une série d'expériences portant au total sur 200^{kg} de morue. Cette quantité de poisson frais *au vert* fut partagée en trois lots : deux d'entre eux furent traités au sel marin, sans addition de correctif, et, le troisième, au sel *sulfibenzoaté*. L'ensemble de ces lots avait été placé dans les plus mauvaises conditions possibles de conservation au point de vue de la *chaleur*, de l'*humidité, de l'action de la brume* et du *manque de lumière*, toutes influences qui favorisent le développement du rouge.

» Commencée en juin, l'épreuve s'est continuée, même après le départ des navires de la station navale. Mais, en septembre, c'est-à-dire deux mois après le début de cet essai, les lots soumis à l'examen montrèrent que les poissons normalement salés étaient envahis par le rouge, tandis que le traitement au *sulfibenzoate* avait rendu indemnes de ce vice tous ceux qu'il avait atteints. Il faut remarquer que les lots de morues avaient été placés dans des conditions de milieu rigoureusement exactes. Il convient d'ajouter que, sous l'influence de ce traitement préventif, les morues avaient conservé leurs qualités marchandes, et qu'il n'en fut pas de même sous l'influence d'autres préservatifs. L'*hyposulfite de soude,* notamment, que j'avais antérieurement conseillé, a empêché le développement du rouge, comme mes expériences de laboratoire m'avaient permis de le prédire, mais il a l'inconvénient d'attaquer la fibre musculaire du poisson, et, partant, de faire de la *morue brûlée,* toujours très dépréciée sous cet état.

» On doit conclure de ces faits à la complète efficacité du *sulfibenzoate de soude* contre le développement du rouge, et il suffira, pour qu'il n'arrive plus de morues rouges en France, que les armateurs prennent le soin de mêler le préventif à leur sel marin en se rappelant que le tiers au plus de la morue rouge rougissant en route (et c'est le tiers superficiel), il ne sera pas nécessaire de stériliser plus du tiers de la provision totale du sel destiné à la salaison du poisson. Dans ces conditions, la dépense sera minime par comparaison au gain réalisé; on sait, en effet, que la morue *rougie à l'arête* (fortement) est dépréciée de moitié de sa valeur, soit, actuellement, de 25^{fr} par 100^{kg}; or, comme la dépense en *sulfibenzoate* du prix de 35^{fr} à 40^{fr} les 100^{kg} ne peut dépasser 2^{fr} par 100^{kg}, on voit qu'il reste 23^{fr} de bé-

néfice. D'autre part, l'emploi de ce procédé, aussi simple qu'inoffensif, enlèvera aux pouvoirs constitués toute préoccupation concernant l'influence de ce rouge sur la santé publique. L'État n'aura plus à prévenir par des mesures prohibitives les dangers réels d'intoxication (observation du Dr Béranger-Féraud, à Lorient, 1885; et du Dr Millet, en Corse, en 1886) que la consommation imprudemment permise de certaine morue rouge doit fatalement faire naître au sein de nos populations les plus intéressantes. Il est, en effet, quoi qu'en veuillent dire certains intéressés, quelques états de rouge très difficiles à discerner qui sont réellement dangereux pour l'alimentation publique. Avec un peu de bonne volonté de la part des armateurs, il n'y aura désormais plus rien à redouter de ce côté. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Réponse à M.* Faye *sur la critique qu'il a faite de mes expériences sur les trombes artificielles;* par le P. **Marc Dechevrens.**

« Dans ces expériences, faites dans des vases de moyennes dimensions (45^{cm} en largeur sur 50^{cm} en profondeur), l'influence des parois peut-elle aller jusqu'à renverser le sens des courants qui se produiraient dans de meilleures conditions, dans une masse de fluide, limitée verticalement, mais indéfiniment étendue horizontalement, dans l'atmosphère, en un mot? Est-ce aussi à l'action des parois des vases qu'il faut attribuer la ressemblance frappante que mes tourbillons artificiellement obtenus ont avec les vraies trombes et les tornados? M. Faye dénie toute valeur à mes expériences, parce qu'elles ont été faites dans un vase relativement étroit. Premièrement, est-il admis à faire valoir son objection dans cette question? et, secondement, cette objection a-t-elle quelque valeur dans le cas actuel?

» Voici textuellement ce que nous lisons à la page 812 de la Notice de M. Faye sur *les Trombes aux États-Unis,* insérée dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1886.

» *Vous pouvez reproduire à volonté ces tourbillons* (il s'agit des tornados) *au moyen de la plus simple expérience.* Prenez un large vase en verre de quelques décimètres de profondeur et remplissez-le d'eau. Au moyen d'un petit tourniquet bien facile à construire que vous plongez dans les couches supérieures, vous produisez une giration dans une portion du liquide en laissant le reste de la masse aussi tranquille que possible. Aussitôt vous voyez apparaître un tourbillon de figure exactement semblable à celle des tornados de M. Finley. Quand la giration est assez vive, ce tourbillon descendra peu à peu verticalement dans la masse liquide et finira par atteindre le fond. Si vous y avez déposé quelques petits cailloux, vous verrez le tourbillon les

chasser absolument de la même manière que les tornados chassent les débris des maisons....

» J'imagine que mon vase en verre à expérience, qui avait 45^{cm} en largeur sur 50^{cm} de profondeur, sera accepté par M. Faye pour la reproduction des phénomènes qu'il décrit d'une manière un peu trop vague, à mon avis. Il n'a point mêlé à son eau des poussières fines qui pussent rester en suspension ; de quoi est donc formé le tourbillon qu'on voit se former et descendre *aussitôt* qu'on a donné un léger mouvement de rotation au tourniquet? Ceci soit dit en passant. Pourquoi M. Faye se récrie-t-il contre nos expériences? elles sont en tout semblables aux siennes; les *résultats seuls sont différents!*

» 2. Rassurés de ce côté, venons au fond de la question. Puisque des deux côtés, me dira-t-on, c'est le même mode d'expérimentation, comment se fait-il que les résultats soient opposés? Et ils le sont absolument; car M. Faye, bien qu'il ne le dise pas très clairement, voit ou croit voir dans son tornados artificiel des courants descendre le long de l'axe et affouiller le fond du vase pour en *chasser* les petits cailloux qui y étaient déposés ; tandis que dans l'expérience de la Note combattue par M. Faye les courants axiaux sont ascendants, et, si le fond du vase est affouillé par le tornados artificiel, c'est par une puissante aspiration qui *appelle* et entraîne vers l'axe les corps déposés sur ce fond et les élève ensuite vivement.

» Que l'on se serve d'un tourniquet à quatre, à trois, à deux, à une seule palette, qu'on remplace ces palettes par un disque horizontal de même diamètre, par une sphère, par un anneau même de quelque épaisseur, que ce moteur improvisé soit placé dans les couches supérieures du liquide, qu'il soit descendu près du fond, qu'on le mette en rotation surtout dans le milieu du vase, où est sa vraie place si l'on veut se rapprocher autant que possible des conditions naturelles, toujours, je le répète, toujours on verra se produire dans la masse du liquide *au-dessous* du plan du moteur des courants *ascendants* le long de l'axe sous forme de cône dont la partie sera en bas et le sommet contre le moteur; *en dessus* de ce même plan on reconnaîtra le long de l'axe l'existence de courants descendants et la surface extérieure du liquide sera creusée en entonnoir. Voilà le seul résultat qu'on puisse obtenir avec les dispositions expérimentales que j'ai adoptées et avec celles qui sont décrites dans la Notice de 1886.

» En réalité, dans l'atmosphère tout se passe comme dans notre vase à expérience, à l'intensité près des courants de retour qui se forment contre les parois. On peut le prouver *a priori* et *a posteriori*.

» D'abord *a posteriori*. Il faut bien convenir qu'une trombe ne se laisse *voir* que parce que la vapeur d'eau qu'elle contient se condense et devient elle-même visible, soit qu'elle l'ait puisée dans les couches élevées de l'air si les courants axiaux y sont descendants, soit qu'elle l'ait aspirée d'en bas, où il y en a en bien plus grande abondance, si ces courants sont ascendants. L'air tout seul, pas plus que l'eau transparente dont M. Faye dit s'être servi pour son expérience, quel que soit le degré d'agitation qu'on lui suppose, ne deviendra jamais visible, visible surtout et opaque comme se montrent à nos yeux les trombes et les tornados. Or il me semble que, si l'air humide des couches élevées descendait dans le cône de ces météores, il formerait coin et ne manquerait pas de s'échauffer fortement en s'insérant de vive force, en se vissant pour ainsi dire dans la masse inerte et plus dense des couches inférieures; il ne pourrait y avoir aucune condensation possible : la trombe resterait *invisible*. Puisqu'elle est visible, les courants verticaux qui la constituent sont ascendants et non descendants.

» Je dis ensuite qu'*a priori* les choses doivent avoir lieu dans notre atmosphère, sans limites horizontalement, tout comme dans le vase à expérience, à l'intensité près des courants de retour sur le périmètre extérieur du tourbillon. Sous l'action énergique d'une cause puissante assurément, mais dont nous ignorons l'origine et le mode d'action, un tourbillonnement local s'est établi horizontalement au sein des courants rapides qui ont les couches moyennement élevées de l'air pour lit. La force centrifuge qui saisit nécessairement chaque partie de ces masses tourbillonnantes les écarte de l'axe de la giration et les disperse au loin. Le vide relatif qu'elles laissent derrière elles, l'élasticité de l'air ambiant va se charger de le combler en y poussant d'en haut et d'en bas d'autres masses qui seront à leur tour saisies par la même force et projetées à la suite des premières expulsées; ce remplacement se fera de proche en proche jusqu'à ce que, dans toute la profondeur de l'atmosphère, se soient communiqués aux molécules aériennes disposées le long de l'axe et la giration et le mouvement de descente en dessus du tourbillon générateur et d'ascension en dessous. Est-il besoin de faire remarquer que ces courants, verticaux au centre, sont alimentés par d'autres courants horizontaux venant de l'extérieur, où ils s'alimentent eux-mêmes aux dépens des courants verticaux de retour de sens opposés à ceux de l'axe, mais incomparablement moins rapides et, par le fait même, moins sensibles qu'eux? Ces courants de retour se produisent loin de l'axe de la giration, se développent sur une bien plus grande surface; dans l'atmosphère, cette surface est immense : aussi ne s'aperçoit-

on pas de leur existence cependant réelle, car elle est nécessaire; mais, dans nos vases à expérience, où la surface qu'ils occupent ou envahissent contre les parois toujours peu éloignées de l'axe est relativement très petite et ne diffère pas énormément de celle des courants directs ou axiaux, ces courants de retour sont rapides et pleinement visibles; par conséquent, le seul inconvénient que les parois du vase introduisent dans l'expérience, c'est d'exagérer les résultats, d'accroître les vitesses relatives des divers courants; mais elles ne peuvent, en aucune manière, contribuer à en renverser le sens; en un mot, elles ne vicient pas l'expérience, qui reste acceptable et probante dans tous ses détails, sauf, bien entendu, en ce qui touche au moteur, à la cause première de tous ces mouvements. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Les applications de la Photographie en Météorologie.* Note de M. **Ch.-V. Zenger.** (Extrait.)

« M. Janssen a présenté à l'Académie des photographies prises sur le sommet du pic du Midi, qui ont montré toute l'importance de l'application de la Photographie aux observations météorologiques.

» En me rendant à Mérau, dans le Tyrol méridional, pour l'observation photographique du Soleil, j'ai pu, depuis le mois d'août 1887, obtenir des séries d'épreuves qui n'ont été que peu interrompues par le mauvais temps. J'ai ainsi constaté, pendant les fortes perturbations magnétiques du 25 septembre et de novembre 1887, que l'image du Soleil offrait la même apparence que le 30 et le 31 mars pendant un fort orage magnétique.

» Les jours de passage des essaims périodiques, du 6 au 9 novembre et du 11 au 15, ont été marqués par de grands troubles atmosphériques, magnétiques et sismiques, surtout le 12, jour de la période solaire.

» Le 9, grande tempête sur les côtes de la Picardie. Du 8 au 9, fort tremblement de terre à Venise et à Ferrare. Le 12, terrible inondation par le Hoang-ho, en Chine; grandes chutes de neige dans les Alpes d'Autriche, d'Italie et de Suisse, inondation en Bosnie. Le 7, bolide de deuxième grandeur, à $6^h 37^m$, observé à Vienne entre α et β du Verseau ; depuis le 7, baisse considérable ($737^{mm},23$) du baromètre. Le 9, forte secousse à Forli et à Imola, d'une durée de quinze secondes. Le 11, la baisse barométrique atteint $734^{mm},99$ à Prague; il y a des orages en Istrie. Le 12, baisse barométrique et violentes bourrasques.

» Le 14, tremblement de terre à Florence; en France, violentes secousses sur les rives de la Durance; secousses très fortes à Klagenfurt, à $10^h 26^m$; le même jour, explosion épouvantable de grisou aux houillères de Dortmund. Le 15, ouragan et naufrages dans l'Adriatique. Le 14, perturbation magnétique très forte à Klagenfurt et en Styrie, avec secousses violentes à Bleiberg et dans toute la Styrie.

» Voilà de nouvelles preuves de la simultanéité des perturbations magnétiques, électriques et atmosphériques, des tremblements de terre, des dégagements de gaz et des éruptions des eaux souterraines, ainsi que de la chute de météorites pendant les passages des essaims d'étoiles filantes de novembre.

» Je signalerai encore une observation faite dans les vallées profondes et étroites du Vintschgau, aux environs de Mérau. En hiver le Soleil ne se montre, en certains lieux, qu'à 10^h du matin et, en quelques endroits, il ne paraît qu'entre 11^h et 12^h; j'ai plusieurs fois observé la couronne (halo étroit de 5° à 6°) produite par les rayons solaires en traversant une couche d'aiguilles de glace; cette couche se présente à l'œil nu sous l'aspect de très fins cirrus qui entourent le Soleil. J'ai pu prendre leur image photographique. Quoique le ciel fût pur, à l'exception de ces légères bandes de cirrus, le jour suivant il y avait une pluie abondante avec orages en été, de grandes chutes de neige en hiver, et cela sans une seule exception. On voit que la Photographie peut indiquer, vingt-quatre heures à l'avance, le mauvais temps par la forme des cirrus et la formation des halos.

» Voici un autre phénomène qui se rapporte à la prévision du fœhn dans les Alpes; des observations faites la nuit, en été, m'ont fait reconnaître une lueur spéciale qui apparaissait sur les crêtes des montagnes quand le fœhn éclatait. Chaque nuage, en s'approchant des cimes des environs de Mérau, produisait une lueur phosphorescente momentanée qui se répandait dans les nuages et touchait la cime; il s'agissait apparemment de fortes décharges électriques entre la crête de la montagne et les nuages; il semble ainsi que le fœhn produit une forte tension électrique en descendant le long des pentes des montagnes; ce serait peut-être à ces décharges électriques et au développement de chaleur qui en résulte qu'on devrait attribuer la haute température et la sécheresse de l'air plutôt qu'à l'échauffement qui provient de la haute température des pentes méridionales des Alpes. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Répartition symétrique des centres des quatre principaux continents.* Note de M. **Alexis de Tillo.** (Extrait.)

« J'ai trouvé, par des procédés graphiques, les coordonnées des centres orographiques des continents :

	Latitude.	Longitude de Greenwich.
Centre orographique de l'Asie (avec l'Europe).....	43° N.	85° E.
» » l'Afrique	4 N.	27 E.
» » l'Amérique du Nord	45 N.	102 O.
» » l'Amérique du Sud........	14 S.	56 O.

» Ces quatre centres forment un quadrilatère assez régulier. Le plus grand côté (92°) est celui qui sépare les centres de l'Asie et de l'Amérique du Nord. Le centre de l'Afrique est à 82° de distance du centre de l'Amérique du Sud. Il est remarquable que la distance entre les centres des doubles continents est approximativement la même : le centre de l'Asie se trouvant à 70° de celui de l'Afrique, tandis que les centres du double continent américain sont séparés de 73°.

» D'après les coordonnées géographiques, on aperçoit que les centres de l'Asie et de l'Amérique du Nord sont tous les deux à la latitude de 43°-45° N. et que la différence de leurs longitudes est un peu plus grande que 180° (187°). Quant aux centres de l'Afrique et de l'Amérique du Sud, on voit qu'ils sont disposés entre l'équateur et les tropiques.

» En cherchant le centre géométrique (des quatre centres de l'ancien et du nouveau monde), on trouve que ce centre général est situé dans la région des Açores et des Canaries. Comme le méridien de Ferro passe par ces régions, on peut, sous un certain rapport, considérer le méridien de Delisle, à 20° à l'ouest de Paris, comme un méridien *naturel* du globe terrestre. »

M. **Faurie** adresse, sans y joindre les détails nécessaires à l'intelligence complète de l'expérience, une Note sur une nouvelle préparation du silicium.

M. **Delauney** adresse, de Saïgon, un quatorzième Mémoire intitulé : « Hypothèse atomique; l'air atmosphérique ».

La séance est levée à 4 heures et demie. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 2 janvier 1887.

(*Suite.*)

École d'application du Génie maritime. — Cours de théorie du navire, professé par M. J. Pollard (1886-1887); t. I, texte et annexes; t. II, planches.

Contributions à l'étude du système crétacé de la Belgique; par H. Forir. II : *Études complémentaires sur les Crustacés*. III : *Bibliographie des Thoracostracés crétacés connus en* 1887. Liège, H. Vaillant, Carmanne, 1887; br. in-8°.

Mémoires et Bulletins de la Société de Médecine et de Chirurgie de Bordeaux; 1er et 2e fasc., 1887; 1 vol. in-8°.

Annales de la Société géologique de Belgique; t. XIII, 1 vol. in-8°.

Memorie del reale Istituto veneto di Scienze, Lettere ed Arti; vol. XXII, Parte III, 1887; 1 vol. in-f°.

Atti del reale Istituto veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dal novembre 1886 *all' ottobre* 1887; tomo quinto, serie sesta, disp. 2 à 9; 8 br. in-8°.

Proceedings of the Birmingham philosophical Society; vol. V, Part II, session 1886-87. Birmingham; 1 vol. in-8°.

Bestimmung der Elasticitätsconstanten von Topas und Baryt; von W. Voigt. Göttingen, 1887; br. in-8°.

Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft in Basel; achter Theil, zweites Heft. Mit 6 Tafeln und 16 Holzschnitten. Basel, H. Georg's Verlag, 1887; 1 vol. in-8°.

Ouvrages reçus dans la séance du 9 janvier 1888.

Journal de Mathématiques pures et appliquées, 4e série, t. IV, année 1888; fasc. I. Paris, Gauthier-Villars, 1888; 1 vol. in-4°.

Tableau général des mouvements du cabotage pendant l'année 1886 (*Direction générale des Douanes*). Paris, Imprimerie nationale, 1887; 1 vol. gr. in-4°.

Le budget et les voies de transport; par FRÉDUREAU. Paris, *Annales industrielles;* br. in-8°.

Principes de la fabrication du fer et de l'acier; par sir I. LOWTHIAN BELL, traduit de l'anglais par P.-F.-A. Hallopeau. Paris, Baudry et Cie, 1888; 1 vol. gr. in-8°.

Annales de Chimie et de Physique; 6e série, t. XIII, janvier 1888. Paris, G. Masson, 1888; br. in-8°.

Annales médico-psychologiques; 7e série, t. VII. Paris, G. Masson, 1888; br. in-8°.

L'art médical. — Journal de Médecine générale et de Médecine pratique; t. LXVI, janvier 1888; br. in-8°.

Fossiles caractéristiques des terrains sédimentaires dessinés sous la direction de M. A. de Lapparent; par PAUL FRITEL : *Fossiles secondaires.* Paris, F. Savy, 1888; in-f°.

Observations sur la Grassette à long éperon (Pinguicula caudata *Schlecht*); *par* M. P. DUCHARTRE; br. in-8°. (Extrait du *Journal de la Société nationale d'Horticulture de France*, juillet et août 1887.)

Sur un Begonia phyllomane; *par* M. P. DUCHARTRE; br. in-8°. (Extrait du *Bulletin de la Société botanique de France*, t. XXXIV, 13 mai 1887.)

Annuaire de l'Académie royale de Belgique, 1888. Bruxelles, F. Hayez, 1888; pet. in-8°.

Toulouse. Histoire, Archéologie monumentale, Facultés, Académies, etc., etc. Toulouse, Ed. Privat, 1887; 1 vol. gr. in-8°.

Resultados del observatorio nacional argentino en Cordoba. JUAN M. THOME director. Vol. IX : *Observaciones del año* 1876. Buenos Aires, 1887; 1 vol. in-4°.

La fauna dei calcari con fusulina della valle del fiume Sosio nella provincia di Palermo; per GAETANO GIORGIO GEMMELLARO; fascicolo I. Palermo, Michele Amenta, 1887; br. gr. in-4°.

Taquitelegrafia o sea aplicacion de la taquigrafia a la telegrafia; por el comandante D. RAFAEL PERALTA Y MAROTO. Madrid, imprenta del *Memorial de Ingenieros*, 1887; br. in-18.

Natural history of Victoria. Prodromus of the zoology of Victoria, or figures and descriptions of the living species of all classes of the victorian indigenous

animals; by Frederick Mc Coy; decade I, decade XIV. Melbourne, 1878, 1887; 14 br. gr. in-8°.

Nederlandsch-chineesch Woordenboek met de transcriptie der chineesche karakters in het Tsiang-Tsiu dialekt, bewerkt door Dr G. Schlegel; Deel II, Aflevering III. Leiden, E.-J. Brill, 1887; 1 vol. gr. in-8°.

Ouvrages reçus dans la séance du 16 janvier 1888.

Bulletin des Sciences mathématiques; deuxième série, t. XI, décembre 1887. Paris, Gauthier-Villars, 1887; br. in-8°. (Deux exemplaires.)

Histoire des Sciences mathématiques et physiques; par M. Maximilien Marie; t. XII : *d'Arago à Abel et aux géomètres contemporains*. Paris, Gauthier-Villars, 1888; 1 vol. pet. in-8°.

Association française pour l'avancement des Sciences. Conférences de Paris. Compte rendu de la 16e session; première Partie : *Documents officiels. — Procès-verbaux*. Paris, G. Masson, 1887; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. A. Milne-Edwards.)

Annales de l'Observatoire impérial de Rio-de-Janeiro, publiées par L. Cruls; t. III : *Observation du passage de Vénus en* 1882. Rio-de-Janeiro, H. Lombaerts et Cie, 1887; 1 vol gr. in-4°. (Présenté par M. Faye.)

Sur l'opération de Wladimiroff-Mikulicz (amputation ostéo-plastique du pied); par le Dr J. Chauvel; br. in-8°. (Présentée par M. le baron Larrey.)

Mémoire sur les chanvres de l'Anjou, du Maine et de la Touraine; par M. Ch. Antoine. Angers, Lachèze et Dolbeau, 1881; br. in-8°.

La guerre de Chypre et la bataille de Lépante; par le vice-amiral Jurien de la Gravière. Paris, Plon, Nourrit et Cie, 1888; 2 vol. in-18.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 JANVIER 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE. — *Remarque à l'occasion d'une Communication de M.* J. Bertrand; par M. F. TISSERAND.

« Dans la Note intéressante, relative à la loi de probabilité des erreurs, qu'il a insérée dans le dernier *Compte rendu* (p. 153), M. Bertrand a été amené à indiquer la question suivante :

» *Déterminer la fonction* $\psi(x_1 - x_2, x_1 - x_3, \ldots, x_1 - x_n)$, *dans laquelle* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *désignent n quantités arbitraires indépendantes les unes des autres, de manière que cette fonction soit symétrique par rapport à* $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

» Voici la réponse à cette question :

» Soit φ une fonction symétrique quelconque de $x_1, x_2, \ldots, x_n$; on

aura

$$\psi = \varphi\left(x_1 - \frac{\Sigma x_i}{n}, x_2 - \frac{\Sigma x_i}{n}, \ldots, x_n - \frac{\Sigma x_i}{n}\right).$$

» Dans le cas où la fonction φ est rationnelle, elle peut, comme on sait, s'exprimer au moyen de Σy_1, $\Sigma y_1 y_2$, $\Sigma y_1 y_2 y_3$, $\ldots$, en désignant par y_1, y_2, $\ldots$ les écarts avec la moyenne, $x_1 - \frac{\Sigma x_i}{n}$, $\ldots$ Or on a $\Sigma y_1 = 0$; il en résulte donc

$$\psi = \Phi(\Sigma y_1 y_2, \Sigma y_1 y_2 y_3, \ldots, y_1 y_2 \ldots y_n). \text{ »}$$

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Probabilité du tir à la cible;* par M. **J. Bertrand**.

« On a toujours admis, en étudiant la probabilité du tir à la cible, un principe fort contestable.

» Si par le centre de la cible on fait passer deux axes, l'un horizontal, l'autre vertical, pour y rapporter les coordonnées du point frappé, la probabilité pour que l'abscisse soit comprise entre x et $x + dx$ étant désignée par $\varphi(x)\,dx$, et celle pour que l'ordonnée soit comprise entre y et $y + dy$ par $\psi(y)\,dy$, on représente par $\varphi(x)\,\psi(y)\,dx\,dy$ la probabilité pour que le point frappé se trouve dans le rectangle $dx\,dy$ dont les coordonnées sont x et y. Cette application des principes est incorrecte.

» La probabilité d'un événement composé est le produit de la probabilité du premier événement composant par la probabilité qu'acquiert le second quand on sait que le premier est arrivé.

» La connaissance supposée de la valeur de x change la loi de probabilité de celle de y, et le facteur par lequel il faut multiplier $\varphi(x)\,dx$ est une fonction de x et de y.

» Un grand nombre de causes, en effet, concourent à l'écart de la balle, puisque toutes peuvent se résumer dans l'appréciation du soin plus ou moins grand et plus ou moins habile avec lequel on a préparé le coup. La fabrication de la cartouche, l'orientation de la balle, la manière dont on introduit la charge dans le canon, le temps pris pour viser, les précautions prises pour éviter un ébranlement de l'arme au moment où la gachette est tirée, tout cela varie d'un coup à l'autre et explique les irrégularités du tir. Quand toutes les précautions ont été consciencieusement et habilement prises, le coup a toute chance d'être bon, la probabilité pour qu'il soit

mauvais s'accroît dans le cas contraire. Cette appréciation un peu vague, mais incontestable, des probabilités étudiées, permet d'affirmer qu'en général, si le coup est bon sous un certain point de vue, la chance pour qu'il le soit sous d'autres est augmentée. Si l'on sait, par exemple, qu'un tireur n'a dévié ni à droite ni à gauche, le succès et probablement le soin avec lesquels on a évité l'erreur dans un sens font espérer un écart plus petit que la moyenne dans la seconde direction. Rien n'est certain, bien entendu, mais l'influence d'une probabilité sur l'autre est incontestable.

» Cette objection s'applique à tous les résultats du Mémoire de Poisson sur la probabilité du tir à la cible, et aux formules de Bravais sur les erreurs de situation d'un point.

» Les formules de Poisson, insérées dans le *Mémorial d'Artillerie*, ont été acceptées sans discussion, comme la règle des études sur le tir.

» Sans se borner à rejeter par une objection générale les démonstrations de son Mémoire, il importe de faire appel à l'expérience; car, dans de telles questions, grâce au théorème de Bernoulli, l'expérience, à la longue, prononce avec certitude.

» J'ai cherché, parmi les conséquences des principes admis par Bravais et par Poisson, celles qu'il serait aisé de vérifier.

» Je proposerai les suivantes :

» Si une cible a reçu un grand nombre de balles dont la disposition n'accuse aucune erreur systématique, c'est-à-dire dont le centre de gravité soit au centre de la cible, en traçant par le centre deux axes, OX et OY, l'un horizontal et l'autre vertical, puis deux parallèles à l'axe des X ayant pour ordonnées β et $-\beta$, deux parallèles à l'axe des Y ayant pour abscisses α et $-\alpha$, α et β étant choisis de telle sorte qu'une moitié des balles précisément soit comprise entre les deux parallèles à l'axe des X, et une moitié aussi entre les parallèles à l'axe des Y, les principes de Poisson conduisent aux conséquences suivantes :

» 1° Dans l'intérieur du rectangle, dont les côtés sont 2α et 2β, se trouvera le quart du nombre total des balles.

» 2° Si l'on inscrit dans ce rectangle une ellipse touchant les côtés en leurs milieux, le nombre des balles intérieures à cette ellipse sera le cinquième du nombre total (exactement 0,2035).

» 3° Si l'on décrit une ellipse concentrique à la précédente, semblable et semblablement placée, dont le rapport de similitude soit égal à 1,724, elle contiendra la moitié des balles.

» Si l'expérience ne confirme pas ces théorèmes et que la différence des

nombres observés aux nombres indiqués par les formules soit considérable, il faudra renoncer au principe jusqu'ici accepté sans discussion.

» L'analogie permet d'en proposer un autre :

» La probabilité pour que la balle frappe dans un élément $\rho\, d\omega\, d\rho$, dont les coordonnées sont ρ et ω, serait, en désignant par k une fonction de ω,

$$\frac{k^2}{\pi} e^{-k^2\rho^2} \rho\, d\omega\, d\rho.$$

» Si l'on pose $k\rho = G$, cette expression prend la forme

$$\frac{1}{\pi} e^{-G^2} G\, dG\, d\omega.$$

» On en déduit le théorème suivant :

» *Si l'on trace une série de courbes ayant pour équation*

$$G = \text{const.},$$

ces courbes seront semblables.

» *Le nombre des balles ayant frappé la cible au dehors de l'une de ces courbes décroît en progression géométrique quand la surface augmente en progression arithmétique.*

» Il faudrait, pour vérifier ce théorème, connaître la forme des courbes, variable sans doute d'une arme à l'autre et dépendant aussi des habitudes du tireur. Pour un fusil et pour un tireur désignés, on pourrait les déterminer, après un grand nombre d'épreuves, en portant sur chaque rayon vecteur, à partir du centre de la cible, une longueur proportionnelle à la distance moyenne des balles contenues dans un petit angle, de grandeur convenue, ayant pour sommet le centre de la cible et le rayon vecteur pour côté. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur quelques notions, principes et formules, qui interviennent dans plusieurs questions concernant les courbes et les surfaces algébriques;* par M. DE JONQUIÈRES (¹).

« I. Bien que la plupart de ces notions ou principes (qu'ils soient dus à d'autres géomètres ou à moi-même) n'aient pas le mérite de la nou-

---

(¹) *Errata* de ma dernière *Communication, Comptes rendus,* t. CII : page 157, ligne 9, en remontant, *au lieu de* $i^2 =$, *lisez* $i =$; et, page 158, lignes 7 et 10, en remontant, *au lieu de* n, *lisez* i.

veauté, je ne crois pas inutile d'en faire ici une rapide énumération et de les réunir en les précisant; car j'aurai peut-être encore à en faire usage, et je pourrai alors être plus bref.

» Rappelons d'abord que le *rapport anharmonique de quatre courbes* (ou surfaces) appartenant à un même *faisceau* d'ordre m : 1°, s'il s'agit de courbes, est celui des quatre tangentes menées aux quatre courbes en l'un des m^2 points qu'elles ont en commun; 2°, s'il s'agit de surfaces, est celui des quatre plans tangents menés aux quatre surfaces correspondantes en l'un quelconque des points de la courbe gauche, d'ordre m^2, qui est leur intersection commune; plans dont l'arête commune est la tangente à la courbe gauche au point considéré. Les relations anharmoniques, ou projectives, d'un faisceau de courbes, ou de surfaces, sont ainsi ramenées à celles d'un simple faisceau de droites, puisque celles de plans ayant une arête commune s'y ramènent elles-mêmes, si l'on coupe tous ces plans par un plan arbitraire.

» Deux faisceaux de courbes, ou de surfaces, sont dits *anharmoniques* (ou *projectifs*, ou *univoques*), lorsque le rapport anharmonique de quatre courbes ou surfaces quelconques de l'un des faisceaux est égal à celui des quatre courbes ou surfaces qui leur correspondent, une à une, dans l'autre faisceau; en d'autres termes (car les deux notions sont une conséquence l'une de l'autre), lorsque, à une courbe (ou surface) d'un faisceau, il ne correspond qu'une courbe bien déterminée de l'autre faisceau, et réciproquement.

» II. Actuellement, si deux faisceaux projectifs, d'ordres n, n' respectivement, sont donnés, les courbes (ou surfaces) du premier faisceau coupent celles du second faisceau en des points (ou selon des courbes) appartenant à une même courbe (ou surface), de degré $n + n'$, qui est dite *engendrée* par les deux faisceaux et qui passe par tous les points communs aux courbes (ou surfaces) de chaque faisceau, points dont l'ensemble a conservé le nom de *base* que j'avais proposé en 1856. En outre, tout point multiple, d'ordre r, de l'une des bases, qui se trouve superposé à un point multiple, d'ordre r', de l'autre base, donne lieu, dans la courbe engendrée, à un point d'ordre $r + r'$, situé en ce point même.

» Pour former deux faisceaux projectifs, on peut faire correspondre *arbitrairement* trois éléments (courbes ou surfaces) de l'un à trois éléments de l'autre. Cela fait, à un élément quelconque du premier faisceau il correspond un élément du second, sans indétermination ni ambiguïté. Donc, après qu'on s'est donné les bases de deux faisceaux et trois éléments se

correspondant chacun à chacun, on ne peut plus disposer d'aucune autre quantité arbitrairement.

» III. Comme le nombre des points simples (ou multiples par équivalence) qui détermine les deux bases B_n, $B_{n'}$ de deux faisceaux, augmenté de trois unités, est (sauf lorsque $n + n'$ est égal à 2 pour les courbes générales dans leur degré, ou pour les surfaces réglées du second degré) toujours moindre que celui par lequel se détermine une courbe (ou surface) de degré $n + n'$, il s'ensuit que la génération de celle-ci par deux faisceaux projectifs serait irréalisable, s'il ne devait entrer dans les bases de ces faisceaux que des points *donnés*. Il n'en est plus de même, si l'on y admet des points *inconnus*, que les données restantes serviront à déterminer; car, chacun d'eux exigeant pour sa détermination deux équations sur le plan, ou trois équations dans l'espace, et chacun des points donnés, qui restent en excédent de ceux employés, fournissant une telle équation, on voit que ces points disponibles, dont le trop grand nombre embarrassait d'abord, peuvent être tous épuisés au profit direct de la solution cherchée si, après en avoir réservé trois pour établir la « correspondance anharmo-» nique » ou *projectivité* des deux faisceaux, il en reste juste deux fois autant (s'il s'agit de courbes), ou trois fois autant (s'il s'agit de surfaces), qu'on a dû introduire de points inconnus dans les deux bases ensemble.

» Chasles eut, le premier, l'idée d'admettre comme l'inconnue du problème le point-base du faisceau de droites, dans la construction qu'il donna, en 1853 (*Comptes rendus*, t. XXXVI), de la courbe générale du troisième ordre, et qui eut dans la Science un légitime retentissement. Pour aller plus avant dans cette voie, il fallait ajouter que le point inconnu (car il en faut un, et un seul, dans ce problème particulier) peut tout aussi bien être attribué à la base du faisceau des coniques qu'à celle du faisceau des droites, comme je le fis voir, trois ans plus tard, en donnant plusieurs solutions du problème de la *construction* de la courbe générale du quatrième ordre et de la *génération*, par faisceaux projectifs, des courbes algébriques de tous les degrés, tant générales que particulières. C'est cette même conception, présentée et développée dans l'*Essai sur la génération des courbes géométriques*, qu'après une longue interruption dans cet ordre de recherches, j'ai reprise récemment pour l'étendre aux surfaces algébriques et aux courbes unicursales dont tous les éléments peuvent être pris arbitrairement ([1]). Lorsque le nombre des points inconnus n'excède pas

([1]) Il s'agissait, bien entendu, des courbes unicursales dont les éléments, numéri-

trois, la Géométrie fournit des procédés pour la construction *effective* de la courbe ou de la surface. S'il excède trois, la solution n'est qu'indiquée par elle, c'est-à-dire mise en équation d'une façon précise, et est ainsi démontrée possible, existante, ce qui, dans bien des questions, peut suffire pour qu'on en tire d'utiles conséquences; mes dernières *Communications* ont fourni plusieurs exemples du profit que donne cette *certitude*.

» IV. Il est encore une autre notion, dont j'ai fait continuellement usage dans les recherches précitées, sur laquelle je désire ajouter ici quelques réflexions. Je veux parler des courbes ou surfaces que j'ai appelées *adjointes* (1). Leur admission n'est ni moins nécessaire, ni moins fréquente que celle des *points inconnus;* car la solution de questions importantes serait impossible le plus souvent, sans le secours, artificiel mais efficace, qu'elles y apportent. Mais il est bien entendu que cette adjonction passagère doit avoir lieu dans des conditions telles, que le problème à résoudre n'en soit pas troublé, qu'elle serve seulement à en faciliter la solution, sans en rien retenir à son profit, et qu'ainsi on puisse éliminer cette auxiliaire, une fois l'opération finie, pour ne laisser subsister que le résultat cherché, dépendant de *toutes* les données initiales, et de ces données *seules*. Ces *adjointes* (qu'on me passe la comparaison) sont comme les échafaudages d'une construction architecturale. Tant qu'ils sont utiles, ils dissimulent l'édifice et semblent faire corps avec lui; mais, ne s'appuyant pas sur ses fondations et n'empiétant pas sur son terrain, ils disparaissent tout d'un coup, au moment voulu, laissant briller dans toute leur intégrité les lignes du monument qu'ils ont seulement servi à construire et à protéger.

» Pour qu'il en soit ainsi, elles doivent satisfaire à certaines conditions

---

quement convertis par équivalence en points simples, donnent un nombre au plus égal à celui par lequel se détermine une courbe générale du même degré. Celles qui figurent dans la *Théorie des transformations crémoniennes* sont toutes dans ce cas, et c'est une des raisons qui m'avaient fait choisir mes exemples parmi elles.

(1) M. Halphen, dans son très important et beau Mémoire sur la *classification des courbes gauches algébriques* (*Journal de l'École Polytechnique*, LIIe Cahier, 1882, Chap. III, p. 98 et suiv.), a déjà adopté la même dénomination *adjointes* pour désigner des courbes, subordonnées une à une, qui se rencontrent dans sa théorie. Mais ces adjointes ont, dans l'Ouvrage de notre éminent Confrère, une signification et un caractère très différents de ceux que j'attribue ici aux surfaces de même appellation. Leur liaison mutuelle n'y implique pas, comme dans mon travail, l'idée d'une assistance essentiellement passagère, ayant pour unique objet de rendre possible la solution qu'on a en vue et qui disparaît, sans laisser de vestiges, dès que cette solution a été obtenue. Il n'y a donc que le *nom* seul qui soit commun dans les deux théories.

que j'ai résumées dans ma dernière Communication (*Comptes rendus*, t. CVI, p. 157), dont la première, spécifiant que l'adjointe doit être générale dans son degré, signifie qu'elle doit être déterminée par des points *simples* auxiliaires, à l'exclusion absolue de points doubles ou multiples, et dont les deux autres fixent le nombre et le lieu de ces points auxiliaires.

» V. Enfin, à propos de certaines conclusions (*ibid.*, p. 158, 2e alinéa), j'ai fait allusion à des équations qu'il faudrait savoir résoudre en nombres entiers, positifs, pour obtenir *d'emblée* le résultat cherché. Par exemple, lorsqu'on demande le nombre maximum des points doubles indépendants que peut avoir une surface de degré m, il entre dans ces équations cinq indéterminées, savoir :

» i, degré de la surface qu'il convient d'adjoindre à la surface S_m dont on s'occupe; n, n' degrés des surfaces des deux faisceaux ($n' = m + i - n$);

» δ_2, nombre des points doubles, *tout formés*, qu'il peut être nécessaire d'introduire dans la base B_n (si $n > n'$), d'où résulte le nombre δ_1 des points simples qu'on y admettra en sus pour être superposés à pareil nombre de points simples de la base $B_{n'}$ et donner lieu par cette superposition à de nouveaux points doubles. On a, en effet,

$$\delta_2 + \delta_1 = \Delta = E\left(\frac{D_m}{4}\right),$$

ainsi qu'il a été expliqué;

» X, nombre des points inconnus à introduire dans les deux bases, savoir x dans B_n et x' dans $B_{n'}$;

» y, nombre des points simples, pris parmi les points donnés et disponibles (α), qu'on devra introduire dans l'une des bases. Lorsqu'il s'agit des points *doubles* qu'on peut attribuer arbitrairement à S_m, α est au plus égal à 3 et, par conséquent, y se détermine, immédiatement et sans ambiguïté, par cette considération qu'il sert à rendre le premier membre de l'équation (1) ci-après égal à un multiple de 3 (1).

---

(1) Lorsqu'il s'agit de points multiples, et non plus de points doubles, l'indéterminée y doit aussi remplir le même but, mais ce n'est plus le seul, et comme α, qui est le résidu de la division de D_m par $\frac{r(r+1)(r+2)}{6}$, peut alors être plus grand que 3, cette partie des fonctions de y peut être remplie de plusieurs manières, ce qui s'oppose à ce qu'on en détermine la valeur *a priori*. Quant à la valeur de α, elle est

0, si m est de la forme		$8k$,
1,	»	$8k+2$,
2,	»	$8k+4$,
3,	»	$8k+(1, 3, 5, 6$ ou $7)$.

En outre, les divers modes de superposition des points générateurs qui sont alors

» Ces appellations admises, les équations à résoudre, en nombres entiers et positifs, sont les suivantes :

$$(1)\qquad D_{m+i} - 4 . E\left(\frac{D_m}{4}\right) - y - 3 = 3X,$$

$$(2)\qquad B_n = 4\delta_2 + \delta_1 + y + x,$$

$$(3)\qquad B_{n'} = \delta_1 + x'.$$

En ajoutant ensemble ces deux dernières, on obtient

$$(4)\qquad B_n + B_{n'} = (D_{m+i} - 2) - \frac{(m+i+4)nn'}{2} = 2\Delta + 2\delta_2 + y + X.$$

L'équation (1) donne, comme je l'ai dit plus haut, les valeurs de $y (\overline{\leq} 3)$ et de X. Il n'y a donc plus que trois indéterminées dans l'équation (4), avec la condition que δ_1 satisfasse à l'équation (3), c'est-à-dire qu'on ait $\delta_1 \overline{\leq} B_{n'}$.

» On voit immédiatement, en tenant compte de la valeur de

$$D_{m+i} = \frac{(m+i+1)(m+i+2)(m+i+3)-6}{6},$$

que l'équation (4) est du troisième degré en i, du second en n et du premier en δ_2.

» Il serait donc difficile, sinon impossible, de la résoudre *a priori* d'une façon générale. Mais diverses considérations, nées dans chaque cas du sujet lui-même, indiquent tout d'abord quelles sont les valeurs de i qu'on ne saurait admettre, et quelle est la plus basse de celles qu'il est possible d'essayer avec des chances de succès. On peut donc regarder i comme donné, sauf à essayer ensuite une ou plusieurs autres valeurs de cette indéterminée, si la première n'est pas satisfaisante. Dans ces conditions, l'équation (4) ne contient plus que les seules inconnues n et δ_2, et si, pour abréger l'écriture, on fait $m + i = p$ et

$$2(D_{m+i} - 2) - 4\Delta - 2y - 2X = A,$$

---

possibles pour engendrer les points multiples demandés accroissent le nombre des indéterminées δ_i qui entrent dans les formules (2), (3) et (4).

Les formules du texte s'appliquent aussi aux courbes, en écrivant dans (1) $3E\left(\frac{D_m}{3}\right)$ et $2X$, au lieu de $4E\left(\frac{D_m}{4}\right)$ et $3X$; puis $3\delta_2$, au lieu de $4\delta_2$, dans (2), et enfin $2\Delta + \delta_2$ dans (4), au lieu de $2\Delta + 2\delta_2$.

où tout est donné, ou connu par l'équation (1), on trouve aisément

$$(5)\qquad n=\frac{p\pm\sqrt{p^2-\frac{4(A-4\delta_2)}{p+4}}}{2},$$

d'où l'on voit que la quantité sous le radical doit être le carré parfait d'un nombre entier qui, ajouté à p (ou retranché de p), donne pour somme (ou différence) un nombre pair, ce que l'analyse indéterminée sait faire.

» Soit, comme application, $m=9$, d'où $D_9=219$ et $\Delta=E\left(\frac{219}{4}\right)=54$, avec $\alpha=3$.

» Il s'agit de prouver qu'on peut et de montrer comment on doit engendrer une surface du neuvième degré possédant 54 points doubles désignés arbitrairement.

» On voit promptement que i ne peut être 1, ni 2, ni 3, parce que les bases ne pourraient contenir tous les points nécessaires. Mais rien ne s'oppose à ce que l'on prenne $i=4$. Adoptant donc ce nombre, au moins provisoirement, on a successivement

$$m+i=p=9+4=13;\qquad D_{13}=559$$

et

$$A=D_{13}-4\Delta-3=340.$$

» Pour que 340 devienne un multiple de 3, comme l'exige l'équation (1), il faut le diminuer d'une unité, c'est-à-dire prendre $y=1$, ce qui est permis, puisque α, nombre des points disponibles, est ici égal à 3. On a ensuite $X=113$, par cette même équation.

» Avec ces données, l'équation (5) donne, avec $\delta_2=40$,

$$n=\frac{13\pm\sqrt{169-120}}{2}=\frac{13\pm7}{2}=10 \text{ ou } 3,$$

c'est-à-dire $n=10$ et $n'=3$. On obtient ainsi la solution cherchée (i étant égal à 4) :

$$S_{13}=S_9+S_4\equiv\begin{cases}B_{10}\equiv[40(\delta_2)+14(\delta_1)+1(\alpha)+109(x)]=284,\\ B_3\equiv[\qquad 14(\delta_1)+4(x')\qquad]=\ 18.\end{cases}$$

» En second lieu, supposons que le problème à résoudre concerne le maximum des points quadruples qu'on peut attribuer à S_9. On a dans ce cas, par le théorème II (*Comptes rendus*, p. 160),

$$\Delta=E\left(\tfrac{219}{20}\right)=10,\qquad\text{avec}\qquad \alpha=19.$$

On reconnaît d'abord que i peut être pris égal à 2, d'où

$$m + i = 11, \qquad \text{et} \qquad D_{11} = 363;$$

puis

$$D_{11} - 20\Delta - y - 3 = A = 363 - 200 - 3 - y = 160 - y.$$

» Comme α est ici égal à 19, on peut ramener 160 à être un multiple de 3 par les valeurs suivantes de y : 1, 4, 7, 10, 13, 16 ou 19. Quelques essais montrent que la moindre valeur convenable de cette indéterminée est $y = 4$, d'où

$$A - y = 160 - 4 = 156,$$

et l'on est ensuite conduit promptement à la solution cherchée

$$S_{11} = S_9 + S_2 = \begin{cases} B_7 = [5(\delta^3) + 5(\delta^2) + 4(\alpha) + 44(x)] = 118, \\ B_4 = [5(\delta^1) + 5(\delta^2) + 8(x')] \qquad\qquad = 33, \end{cases}$$

que j'ai donnée dans une précédente Communication.

» Etc., etc. »

ASTRONOMIE. — *Note sur le second Volume des « Annales de l'Observatoire de Bordeaux »*; par M. **M. Lœwy.**

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie le second Volume des *Annales de l'observatoire de Bordeaux*.

» Ce Volume, qui témoigne de la grande activité qui règne dans cet établissement scientifique, se compose de deux Parties. La première comprend plusieurs Mémoires, dont les deux plus importants sont : 1° la détermination de la latitude de l'observatoire de Bordeaux par M. Rayet, où l'on trouve des renseignements utiles sur la grandeur de certaines erreurs accidentelles des observations astronomiques; 2° une étude de M. Flamme sur un point intéressant de l'Astronomie théorique. L'auteur, s'inspirant d'une méthode imaginée par notre Confrère M. Darboux, fournit des procédés nouveaux pour l'appréciation de termes de rang très éloignés dans les développements du mouvement elliptique.

» La seconde Partie est consacrée aux observations astronomiques. Le but principal des observations méridiennes entreprises à l'observatoire de Bordeaux est la revision des positions des étoiles du Catalogue d'Argelander-Œltzen. De grands progrès ont été réalisés dans l'exécution de cette

recherche importante. Grâce au travail persévérant du Directeur, des résultats notables ont été acquis : c'est ainsi que ce Volume contient les coordonnées précises d'environ 3500 étoiles appartenant à la région la plus australe de l'hémisphère boréal. »

RAPPORTS.

COSMOGRAPHIE. — *Sur le cadran solaire portatif de M.* Faivre. Rapport verbal de M. **A. Cornu.**

« Dans la séance du 12 décembre dernier, l'Académie m'a chargé d'examiner un travail de M. Faivre, relatif à la construction d'un cadran solaire portatif affectant la forme d'une montre de poche.

» L'auteur n'a pas la prétention d'avoir fait du nouveau en ce genre : mais je puis dire que le dispositif est ingénieux et que la construction géométrique des lignes horaires est correcte. »

MÉMOIRES LUS.

GÉOLOGIE. — *Contribution à l'histoire des organismes problématiques des anciennes mers.* Note de M. Stanislas Meunier. (Extrait par l'auteur.)

« Tout le monde sait quelle discussion passionnée s'est récemment élevée entre les paléontologistes à l'occasion de certains vestiges renfermés dans des roches d'âge divers et connus sous le nom général de *bilobites*. Leur nature est à ce point douteuse que, les uns croyant y reconnaître des restes de plantes ou de spongiaires, d'autres n'y voient que des traces purement physiques, pistes laissées sur le fond des mers par le passage d'animaux, traces du traînage d'algues ou d'autres corps, etc.

» Dans ce procès si intéressant, tous les témoignages sont bons à recueillir et il y a profit évident à relever toutes les causes capables de déterminer, dans les roches, des apparences organiques. Du nombre sont peut-être celles sur lesquelles je désire appeler l'attention de l'Académie.

» Au cours d'excursions récentes sur le littoral armoricain et spécialement sur les belles plages de sable micacé qui avoisinent Saint-Lunaire (Ille-et-Vilaine), je fus frappé de la production, par le simple ruisselle-

ment des eaux rappelées à la mer par le reflux, de ravinements ayant, à s'y méprendre, les formes les plus caractéristiques des vestiges végétaux. Pour les étudier commodément, mettant en pratique un procédé qu'avait bien voulu m'indiquer M. Bureau et grâce à l'active collaboration de M[lle] Alice Meunier, j'ai versé sur les accidents à conserver du plâtre à mouler, gâché dans une quantité convenable d'eau douce. J'ai obtenu ainsi des contre-empreintes reproduisant fidèlement tous les détails de la surface sableuse.

» De pareils spécimens, dont je conserve une série au Muséum, ont été photographiés par M. H. Boursault avec son habileté ordinaire, et j'ai l'honneur d'en placer des épreuves sous les yeux de l'Académie.

» Pour quiconque n'est pas prévenu, la nature organique de ces singuliers accidents ne saurait être douteuse. Les uns, régulièrement divisés par dichotomies successives, simulent à s'y méprendre des racines et des rameaux, et je puis dire que j'ai à cet égard le précieux témoignage de M. Bureau et de M. Renault. D'autres échantillons présentent non seulement les formes branchues dont il s'agit, mais, en outre, des parties sphéroïdales ayant l'apparence de fruits et qui sont le moulage de petits bassins produits par le remous des eaux courantes. On remarquera une empreinte qui ressemble à une feuille de palmier, analogue, par exemple, à celles du calcaire grossier; on croirait y voir le pétiole et les nervures divergentes qui en partent pour soutenir le limbe.

» Ces diverses apparences sont données par des filets d'eau, d'abord très fins, qui se réunissent successivement en courants de plus en plus volumineux, et finalement dans un seul canal qui se déverse dans la mer. Le cas opposé se présente quelquefois : un courant se divise en descendant et se réduit en filets de plus en plus nombreux et en même temps de plus en plus ténus. J'ai moulé également le résultat correspondant à ces conditions; il offre une ressemblance extérieure frappante avec les chondrites et d'autres algues.

» Je répète que chacun de ces accidents est loin de se présenter exceptionnellement, et se reproduit au contraire indéfiniment là où les conditions sont les mêmes; de telle sorte que, supposés fossilisés, les pseudophytes pourraient paraître offrir dans leur multitude même et dans la répétition de leurs caractères des preuves de leur prétendue authenticité, et c'est évidemment un argument que les paléontologistes prudents devront avoir en grande considération.

» M. Nathorst a déjà noté des faits analogues; mais, si l'on en juge par

la planche jointe à son Mémoire, le savant suédois n'a pas rencontré des exemples aussi nets ni aussi complets que ceux dont on vient d'avoir la description.

» En présence de ces faits, et faute d'y réfléchir assez, on pourrait être surpris que les assises du sol ne nous fournissent pas beaucoup plus souvent encore des empreintes physiques à apparence organique. Mais il faut remarquer que le premier effet des vagues, à la marée montante et même en temps le plus calme, est constamment de niveler la surface arénacée et, par conséquent, d'en effacer toutes les pistes ([1]), toutes les rigoles et même les vastes excavations que les enfants, à chaque marée basse, s'acharnent à recommencer sur le même point. Pour que la fossilisation s'empare, comme elle le fait tant de fois pourtant, de pas d'animaux, de sillons, de traînages d'algues, de gouttes de pluie, de rides de vent ou de craquellements d'argile desséchée, il faut des circonstances que je n'hésite pas à qualifier d'exceptionnelles. Si l'on ajoute, d'ailleurs, que la nature constamment gréseuse des roches à bilobites, quel que soit leur âge, élimine l'hypothèse que ces vestiges résultent de fossilisations opérées loin des courants, dans les abîmes tranquilles où les pistes ne subiraient pas la destruction fatale qui les attend sur le littoral, et si l'on songe que parfois, comme dans les couches à *Crossochorda* d'Equihen (Pas-de-Calais), ils se retrouvent par myriades à des niveaux superposés extrêmement rapprochés les uns des autres, la conclusion sera certainement en faveur de l'opinion que les bilobites ont une existence réelle. Certes, la preuve rigoureuse n'est pas faite encore, mais les présomptions s'accumulent pour la préparer. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

PHYSIQUE. — *Sur la vitesse de propagation du son produit par les armes à feu.* Mémoire de M. **Journée**, présenté par M. Sarrau.

(Commissaires : MM. Cornu, Mascart, Perrier, Sarrau, Lévy.)

« 1. Le procédé employé pour mesurer la vitesse du son dans l'air consiste généralement à observer, à une distance connue, la détonation d'une

---

([1]) *Voir* un Mémoire de M. Lebesconte (*Bulletin de la Société géologique de France*, 3e série, t. XIV, p. 776; 1886).

arme à feu et à mesurer le temps qui s'écoule entre l'instant où l'observateur voit la flamme et celui où il entend la détonation.

» A différentes reprises, les Commissions d'expériences de la Guerre ont constaté que, dans le tir des projectiles, la vitesse de propagation du bruit de la détonation, évaluée de cette manière, était souvent très supérieure à la valeur admise pour la vitesse du son. L'objet de ce Mémoire est de déterminer la cause et les lois de ces variations.

» 2. Voici le fait principal que les expériences faites dans ce but ont mis en évidence.

» Si l'on tire, sur une plaque en fonte, un fusil dont la balle ait une vitesse supérieure à la vitesse normale du son dans l'air, un observateur placé derrière la cible entend *simultanément* le bruit de la détonation et le bruit du choc de la balle contre la cible, tant que la distance de cette cible à l'arme ne dépasse pas une certaine limite.

» A partir de cette limite, le bruit de la détonation précède celui du choc, et l'intervalle de temps qui sépare ces deux bruits augmente avec la distance de la cible à l'arme. On constate, de plus, que la distance à partir de laquelle les deux bruits se séparent est celle où la vitesse de la balle, progressivement diminuée par la résistance de l'air, devient égale à la vitesse du son.

» 3. Ces résultats conduisent à penser que, tant que la balle possède une vitesse supérieure à celle du son, elle est le centre de l'ébranlement sonore perçu par l'observateur, de sorte que l'on doit pouvoir calculer la durée exacte de l'arrivée du son de la détonation à un observateur situé, dans le plan de tir, à une distance donnée de l'arme, en ajoutant à la durée du trajet de la balle jusqu'au point de la trajectoire où sa vitesse devient égale à celle du son la durée du trajet du son de ce point jusqu'à l'observateur.

» Ce calcul est possible, l'étude complète des conditions de tir d'une bouche à feu permettant de déterminer, avec une assez grande précision, la forme de la trajectoire et les pertes successives de vitesse qu'éprouve le projectile, ainsi que les durées correspondantes.

» Il résulte des chiffres consignés dans le Mémoire que les durées ainsi calculées s'accordent très bien avec les durées mesurées ([1]), et que, si

---

([1]) Pour mesurer le temps qui s'écoule entre le départ du coup et l'arrivée du son, l'observateur, muni d'un compteur à pointage, se place derrière la cible; une ligne téléphonique le relie au tireur. Au moment du tir, l'un des téléphones était placé près

l'on calcule la vitesse du son en divisant par ces durées la distance qui sépare l'observateur de l'arme, on trouve une vitesse *apparente* dont la valeur, qui a atteint $411^m,5$, est d'autant plus grande que la vitesse initiale est plus forte et que la portée est plus restreinte.

» 4. Cette explication des anomalies apparentes que présentent les mesures de la vitesse du son par l'observation des durées de transmission des détonations d'armes à feu se trouve confirmée par d'autres expériences. Il en résulte notamment que la durée de transmission observée doit être modifiée lorsque la balle est arrêtée, dans son trajet, par un obstacle, sans que le son qu'elle émettait soit intercepté. C'est, en effet, ce qui se produit et la vitesse apparente du son diffère alors de la vitesse normale d'autant moins que l'obstacle est plus rapproché de l'arme.

» Inversement, on accroît la vitesse apparente du son en observant seulement la partie de la trajectoire sur laquelle le projectile possède une très grande vitesse, très supérieure à celle du son. L'observateur se place alors en dehors du plan de tir, et il est aisé d'établir, dans l'hypothèse admise, que, si l'on calcule le temps que la balle met à atteindre le pied de la perpendiculaire abaissée du point d'observation sur la ligne de tir, et si l'on ajoute à ce temps la durée que doit mettre le son pour parcourir cette perpendiculaire avec sa vitesse normale, on doit trouver une valeur sensiblement égale à la durée de propagation observée ([1]).

» La vérification de ce fait résulte d'une série d'expériences qui ont permis de constater que la valeur de la vitesse apparente du son a dépassé 600^m dans des cas où l'on tirait, à très peu près dans la direction du point d'observation, des balles animées de très grandes vitesses.

» 5. L'ensemble de ces faits conduit à admettre qu'un projectile, animé d'une vitesse supérieure à la vitesse du son dans l'air, produit pendant son trajet un son continu analogue à la détonation de la poudre. »

---

de la bouche du fusil et signalait le moment du départ du coup à l'observateur qui l'enregistrait sur le compteur ainsi que le moment de l'arrivée du son.

([1]) Il faut alors mesurer des durées très petites et les procédés d'observation au compteur à pointage devenant insuffisants, on a dû recourir aux procédés chronographiques. On s'est servi à cet effet, pour signaler l'arrivée du son, d'un résonateur analogue à ceux que Regnault employait dans ses expériences de Satory et l'on a mesuré le temps compris entre la rupture d'un courant électrique provoquée par ce résonateur et une rupture semblable produite par la sortie de la balle. Cette mesure était donnée soit par un chronographe Le Boulengé, soit par un chronographe à cylindre avec diapason électrique et enregistreurs Marcel Deprez.

VITICULTURE. — *Nouvelles expériences relatives à la désinfection antiphylloxérique des plants de vigne*. Note de M. G.-F. **Bisset**, présentée par M. Ranvier.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

« J'ai l'honneur de faire connaître à l'Académie le résultat de mes expériences faites, pendant l'année 1887, sur les plantations en grande culture avec des boutures de vigne ayant subi la désinfection antiphylloxérique, à l'aide du mélange préconisé par M. Balbiani.

» Dans un premier lot de 1500 boutures, les unes ont été trempées dans le mélange et plantées de suite; les autres ont été trempées, puis mises en stratification. Parmi ces dernières, certaines sont restées immergées dans l'eau pendant huit jours avant la plantation pour les débarrasser du badigeonnage, et les autres ont reçu une incision latérale, dans la partie destinée à être mise en terre, de manière à mettre simplement le bois à nu. Partout, même échec : 15 à 20 pour 100 de réussite, ce qui est conforme aux résultats obtenus par Couanon, Henneguy et Salomon [1].

» D'autre part, à la taille, j'ai fait laisser, dans plusieurs vignes, sur les ceps, un certain nombre de sarments destinés à fournir les boutures devant être plantées dans le champ d'expériences. Au moment du badigeonnage, fait en décembre, ces sarments ont été badigeonnés sur souche, en même temps que les grosses branches et le tronc des ceps. Ils ont été détachés en février : ils sont donc restés environ quarante-cinq jours sur souche; ils n'avaient encore perdu qu'une petite quantité de leur badigeon. Ces boutures ont été mises en stratification et n'ont été plantées qu'en avril.

» J'ai planté 3000 de ces boutures badigeonnées sur souche dans vingt-deux lignes, à $0^m,20$ les unes des autres, comme celles du premier lot; entre ces vingt-deux lignes, j'ai intercalé onze lignes de boutures ordinaires non badigeonnées et non trempées dans le mélange, au nombre de 1500 environ, et destinées à servir de témoins.

» Boutures témoins et boutures badigeonnées sur souche ont présenté une réussite identique : environ 90 pour 100 de reprise. Mais les pousses

(1) *Comptes rendus*, séance du 21 novembre 1887.

sur boutures badigeonnées ont été plus vigoureuses : elles ont atteint $0^m,50$ à $0^m,60$.

» Ces essais m'ont fait trouver, je l'espère du moins, les causes des insuccès obtenus généralement en 1886 et du succès que j'avais eu en 1885, lors de la première plantation en boutures trempées dans le mélange Balbiani; mais, devant entreprendre cette année de nouvelles expériences à ce sujet, je me borne aujourd'hui à exposer les faits dont je donnerai plus tard l'explication.

» Je crois pouvoir légitimement conclure des expériences faites en 1887 dans mon vignoble : 1° que la bouture trempée dans le mélange Balbiani ne peut être employée dans la pratique; 2° que la bouture badigeonnée sur souche, dans les conditions indiquées plus haut, n'exige aucun surcroît de préparation ni de frais, et se comporte aussi bien que la bouture ordinaire.

» Le badigeonnage sur souche peut donc être employé pour la désinfection des boutures destinées à être plantées. »

M. G. **Bruel** adresse, par l'entremise de M. Bouchard, un Mémoire intitulé : « Dosage des alcools supérieurs dans les alcools, liqueurs, vins, et recherche qualitative des autres principes toxiques qui peuvent se trouver dans ces alcools ».

(Renvoi à la Commission nommée pour cette question.)

M. **Émile Collin** adresse une Note relative à la direction des ballons.

(Renvoi à la Commission des aérostats.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** transmet à l'Académie le désir exprimé par la famille de Victor Regnault, de lui faire hommage d'une épreuve en marbre d'un nouveau buste de notre illustre Confrère, qu'elle vient de faire exécuter.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Les « Œuvres complètes (Anatomie, Physiologie, Chirurgie) de *Jean Méry*, réunies et publiées par M. *L.-H. Petit* ». (Présentées par M. Verneuil.)

2° Des « Études historiques sur la propriété, l'exploitation et l'établissement des concessions des mines de houille, dans le département de la Loire »; par M. *E. Brossard*. (Présentées par M. Léon Lalanne.)

M. l'**Inspecteur général de la Navigation** transmet à l'Académie les états des crues et diminutions de la Seine, observées chaque jour au Pont-Royal et au pont de la Tournelle pendant l'année 1887.

Les plus hautes eaux ont été observées :
A l'échelle de la Tournelle, le 1er janvier, à la cote de 3m,45;
A l'échelle du Pont-Royal, le 1er janvier, à la cote de — 4m,50.

Les plus basses eaux ont été observées :
A l'échelle de la Tournelle, le 1er septembre, à la cote de 0m,10.
A l'échelle du Pont-Royal, le 1er septembre, à la cote de 1m,57.

ASTRONOMIE. — *Sur les distances moyennes des planètes au Soleil.* Note de M. **Roger**.

« Les distances moyennes des planètes au Soleil satisfont à la relation

$$D_n = D_{-n} a^n,$$

dans laquelle n désigne le numéro d'ordre à attribuer aux différentes planètes, rangées comme il suit :

Nos d'ordre.	Noms des planètes.	Distance moyenne D_n.
....	....	.....
5............	Neptune	30,04
4............	Uranus	19,183
3............	Saturne	9,039
2............	Jupiter	5,203
1............	Cérès, etc.	26
0............	Mars	1,524
— 1............	La Terre	1
— 2............	Vénus	0,723
— 3............	»	»
— 4............	Mercure	0,387
— 5............	»	»
....	....	.....

» La constante a se détermine au moyen de l'un quelconque des trois

groupes $n = \pm 1$, $n = \pm 2$, $n = \pm 4$. On obtient ainsi trois valeurs presque identiques :

$$2,65;\quad 2,68;\quad 2,60.$$

» La relation ci-dessus n'est vérifiée que si l'on admet une lacune ($n = -3$) entre Vénus et Mercure. Sous la même condition, D_n s'exprime en fonction de n par l'équation suivante

$$D_n = D_0 \times 1,623^{n + \frac{\pi}{5} \text{séc} \frac{n\pi}{5}}.$$

» En prenant D_{-1} pour unité de longueur, cette formule reproduit les distances moyennes qui résultent de l'observation, multipliées par les coefficients

1,046, 0,950, 1,013, 0,946, 1,006, 0,996, 1, 1,009, », 1,012.

» Dans ces limites d'approximation, c'est-à-dire sous réserve d'écarts qui ont pour limite $\pm \frac{D_n}{20}$, *les distances moyennes des planètes au Soleil forment une progression géométrique, modifiée par une inégalité périodique.*

» Dans une Communication ultérieure, j'indiquerai le lien qui rattache cette loi aux vues théoriques que j'ai exposées, sur le mode de formation des planètes, dans mes *Recherches sur le système du monde.* »

ASTRONOMIE. — *Résumé des observations solaires, faites à Rome pendant le quatrième trimestre de* 1887; par M. **P. Tacchini.**

« Rome, 20 janvier 1888.

» La saison, peu favorable, a beaucoup limité le nombre des jours d'observations; il a été de 55 pour les taches et les facules, savoir : 19 en octobre, 17 en novembre et 19 en décembre. Voici les résultats :

1887.	Fréquence relative des taches.	Fréquence relative des jours sans taches.	Grandeur relative des taches.	Grandeur relative des facules.	Nombre des groupes de taches par jour.
Octobre........	1,27	0,47	20,21	10,53	0,70
Novembre......	1,70	0,47	6,41	17,30	0,71
Décembre......	6,68	0,16	40,10	16,84	1,21

» En comparant ces nombres avec les résultats relatifs au trimestre précédent, on voit que la diminution des taches, déjà constatée en septembre, a continué en octobre et même en novembre, de sorte que la fré-

quence moyenne des taches et des groupes est encore plus petite pour le quatrième que pour le troisième trimestre.

» Dans la série de nos observations, on doit faire remarquer les périodes du 6 au 17 octobre, du 28 octobre au 4 novembre, du 21 novembre au 1er décembre, qui ont été sans taches.

» Pour les protubérances, nous avons obtenu les données suivantes :

1887.	Nombre des jours d'observations.	Protubérances. Nombre moyen.	Hauteur moyenne.	Extension moyenne.
Octobre	11	6,3	39,0″	2,1°
Novembre	13	11,0	44,0	1,6
Décembre	13	8,3	44,2	1,6

» Les phénomènes de la chromosphère présentent donc, comme les taches, une diminution pendant le quatrième trimestre de 1887; mais les alternatives ne correspondent pas aux périodes de maxima et minima secondaires des taches : c'est ce que nous avons déjà fait remarquer aussi dans la Note précédente. La plus grande hauteur, dans les protubérances, a été observée le 21 décembre; elle a été de 104″. Quelques éruptions ont été observées en novembre et décembre, mais toujours faibles. »

ASTRONOMIE. — *Sur les phases de Jupiter.* Note de Dom **E. Siffert.** (Extrait.)

« Bien que les phases de Jupiter ne soient pas aussi sensibles que celles de Mars, par exemple, j'ai pourtant eu l'occasion de faire un grand nombre d'observations qui les mettent en évidence : c'est ce que montre l'inspection du Tableau ci-dessous, des observations de 1885.

» La majeure partie de ces observations a été faite à l'observatoire de Grignon, à l'aide du petit équatorial de 10cm d'ouverture, dont je me servais pour dessiner les aspects variables de Jupiter. Les dessins montrent le plus souvent, sauf au voisinage de l'apparition, un petit croissant moins lumineux, se présentant constamment du côté réellement opposé au Soleil.

» Ces phases obscures se retrouvent dans les dessins exécutés à Grignon, aux mêmes époques, par trois autres observateurs qui se servaient de l'équatorial de 16cm; elles sont, en général, moins fréquentes, moins

obscures, moins larges et moins constantes comme grandeurs, que celles que j'ai relevées sur mes dessins.

» La cause de cette différence assez systématique doit être attribuée en partie, je crois, à l'ouverture plus petite de l'instrument dont je me servais, le contraste des teintes devenant toujours plus sensible, comme on le sait, lorsque l'ouverture diminue; mais une bonne part de ces différences doit être attribuée à la manière de voir et de dessiner des différents observateurs, comme aussi à la qualité des nuits.

» Toutefois il y a lieu de faire une réserve importante; *l'agitation très variable* de l'atmosphère de Jupiter paraît devoir expliquer principalement l'exagération considérable des largeurs de la phase obscure, comparées à celles que donne le calcul, en supposant que le disque visible de la planète soit formé par un globe obscur, totalement exempt d'atmosphère. Or cette supposition est loin d'être conforme à la réalité, Jupiter étant lumineux par lui-même et entouré d'une atmosphère probablement très étendue et assurément très épaisse. Cela suffit sans doute pour expliquer la largeur dix fois à quarante fois plus considérable de la phase obscure observée.

» Les largeurs ont été déterminées, pour la première et la dernière date des mois d'observation, par la formule $l = 51 \sin^2\alpha$, l étant la largeur en millimètres de la phase obscure visible à l'équateur de Jupiter, dont le diamètre, multiplié par 51, est celui de nos dessins ayant autant de millimètres; α est la demi-différence des longitudes héliocentriques et géocentriques de Jupiter, lesquelles sont prises dans les Tables de la *Connaissance des Temps*.

» La première colonne du Tableau donne les dates d'observation; la seconde, les initiales des observateurs; la troisième, la largeur en millimètres des phases obscures, mesurée sur le diamètre équatorial des dessins; la quatrième, la largeur correspondante, eu égard seulement aux longitudes héliocentriques et géocentriques de la planète.

	Mars.		
19	M. L.	8,00	0,119
23	E. S.	5,00	»
31	F. J.	2,00	0,215
	Avril.		
22	E. S.	4,40	0,375
28	M. L.	5,00	»

	Mai.		
2	E. S.	3,70	0,423
2	E. S.	4,20	»
8	E. S.	4,57	»
8	M. L.	5,50	»
9	E. S.	3,53	»
9	E. S.	3,30	»
10	E. S.	4,10	»

Mai.			
11...........	E. S.	3,10	0,423
11...........	E. S.	3,50	»
17...........			0,459
19...........	E. S.	4,20	»
23...........	F. J.	2,56	»
24...........	F. J	2,56	»
26...........	E. S.	5,00	»
26...........	M. L.	4,80	»
26...........	F. J.	3,00	»
27...........	M. L.	4,00	»
27...........	E. S.	4,00	»
28...........	E. S.	4,00	»
31...........	E. S.	4,50	»
31...........	F. J.	2,20	0,431
Juin.			
5...........	P. D.	4,21	0,417
6...........	E. S.	6,90	»
7...........	M. L.	5,00	»
9...........	P. D.	6,65	»
9...........	E. S.	4,00	0,417
12...........	P. D.	2,72	»
12...........	E. S.	2,50	»
13...........	E. S.	6,30	»
19...........	E. S.	4,00	»
22...........	M. L.	5,80	0,338
Novembre.			
12...........	E. S.	4,00	0,255
13...........	F. J.	4,50	»
16...........	E. S.	3,50	»
18...........	E. S.	3,50	»
23...........	E. S.	6,00	0,320
Décembre.			
3...........	E. S.	5,37	0,366
4...........	E. S.	4,00	»
6...........	E. S.	3,00	»
19...........	E. S.	3,00	»
23...........	E. S.	3,00	»
23...........	E. S.	2,50	0,428

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la durée du jeu.* Note de M. E. Rouché.

« Pierre et Paul jouent l'un contre l'autre avec des probabilités égales. Ils possèdent chacun n francs avant d'entrer au jeu; à chaque partie le perdant donne 1 franc au gagnant, et le jeu ne cesse que lorsque l'un quelconque des deux joueurs est ruiné. Quelle est la probabilité P pour que le jeu se termine juste à la fin d'une partie de rang assigné ?

» Si, après μ parties, le jeu doit encore se continuer, c'est que l'état des fortunes est alors l'un des suivants :

$$(1, 2n-1), \quad (2, 2n-2), \quad \ldots, \quad (n, n),$$

la notation $(i, 2n-i)$ indiquant que l'un quelconque des deux joueurs possède i francs et, par suite, l'autre $2n-i$ francs.

» Désignons par $\varphi_i(\mu)$ la probabilité pour que, après μ parties, le jeu ne soit pas encore terminé et que l'état des fortunes soit $(i, 2n-i)$. On aura, par le principe de la probabilité totale,

$$(1) \qquad \varphi_i(\mu+1) = p_1^i\,\varphi_1(\mu) + p_2^i\,\varphi_2(\mu) + \ldots + p_n^i\,\varphi_n(\mu),$$

p_k^i désignant la probabilité de passer en une partie de l'état $(k, 2n - k)$ à l'état $(i, 2n - i)$.

» Or on voit avec un peu d'attention que p_n^{n-1} est égal à 1, et que pour les autres valeurs des indices p_k^i est égal à $\frac{1}{2}$ ou à zéro suivant que la valeur absolue de $i - k$ est égale à 1 ou diffère de 1. D'après cela, la formule (1) donne les n relations

$$(3)\quad \begin{cases} 2\varphi_n\,(\mu + 1) = \varphi_{n-1}(\mu), \\ 2\varphi_{n-1}(\mu + 1) = \varphi_{n-2}(\mu) + 2\varphi_n(\mu), \\ 2\varphi_{n-2}(\mu + 1) = \varphi_{n-3}(\mu) + \varphi_{n-1}(\mu), \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ 2\varphi_2(\mu + 1) = \varphi_1(\mu) + \varphi_3(\mu), \\ 2\varphi_1(\mu + 1) = \varphi_2(\mu); \end{cases}$$

d'où il faut tirer $\varphi_1(\mu)$; car, cette quantité étant connue, on aura, pour la probabilité cherchée, $P = \frac{1}{2}\varphi_1(\mu - 1)$.

» Or, si l'on adjoignait aux équations (3) celles qu'on obtient en changeant μ en $\mu + 1$ dans la seconde, μ en $\mu + 1$, $\mu + 2$ dans la troisième, ..., μ en $\mu + 1$, $\mu + 2$, ..., $\mu + n - 1$ dans la dernière, on aurait $\frac{1}{2}n(n + 1)$ relations qui, par l'élimination des $\frac{1}{2}n(n + 1) - 1$ quantités φ dont l'indice diffère de 1, conduiraient à une équation de la forme

$$(4)\qquad \varphi_1(\mu + n) + A_1\varphi_1(\mu + n - 1) + \ldots + A_n\varphi_1(\mu) = 0.$$

D'ailleurs, si $a_1, a_2, \ldots, a_n$ désignent les racines de l'équation caractéristique que l'on obtient en faisant dans (4) $\varphi_1(\mu) = a^\mu$, l'expression générale de $\varphi_1(\mu)$ sera $\Sigma c_k a_k^\mu$, et par suite la valeur de P sera $\frac{1}{2}\Sigma c_k a_k^{\mu-1}$, les constantes $c_1, c_2, \ldots, c_n$ étant déterminées par les conditions initiales du problème.

» Cette détermination se fait élégamment de la façon suivante : d'abord, ni Pierre ni Paul ne peuvent être ruinés avant la fin de la $n^{\text{ième}}$ partie; d'autre part, la probabilité pour que le jeu cesse juste après la $n^{\text{ième}}$ partie, c'est-à-dire la probabilité pour que Pierre ou Paul perde n fois de suite est $\frac{1}{2^n} + \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^{n-1}}$. La somme $\sum 2^{n-2} c_k a_k^i$ est donc nulle pour $i = 0, 1, 2, \ldots, n - 2$, et égale à l'unité pour $i = n - 1$. Mais on sait par la théorie des fractions rationnelles que, si l'on désigne par Δ_k le produit

$$(a_k - a_1)\ldots(a_k - a_{k-1})(a_k - a_{k+1})\ldots(a_k - a_n),$$

la somme $\sum \frac{a_k}{\Delta_k}$ jouit de ces mêmes propriétés; on a donc

$$\tfrac{1}{2}c_k = \frac{1}{2^{n-1}\Delta_k},$$

et par suite

$$(5) \qquad P = \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{k=1}^{k=n} \frac{a_k^{\mu-1}}{\Delta_k}.$$

» Quant à l'équation caractéristique, au lieu de la chercher par le procédé laborieux ci-dessus indiqué, nous l'obtiendrons rapidement comme il suit : les relations (3) montrent que, si l'on pose $\varphi_1(\mu) = a^\mu$, on a

$$\varphi_k(\mu) = a^\mu \psi_k(a), \qquad \varphi_k(\mu+1) = a^{\mu+1}\psi_k(a);$$

de là résultent les équations

$$\begin{aligned} x\psi_n + \psi_{n-1} &= 0,\\ 2\psi_n + x\psi_{n-1} + \psi_{n-2} &= 0,\\ \psi_{n-1} + x\psi_{n-2} + \psi_{n-3} &= 0,\\ \dots\dots\dots\dots &\dots,\\ \psi_3 + x\psi_2 + \psi_1 &= 0,\\ \psi_2 + x\psi_1 &= 0, \end{aligned}$$

où x désigne la quantité $-2a$; et l'élimination des ψ donne immédiatement

$$V_n = \begin{vmatrix} x & 1 & 0 & & & & 0 \\ 2 & x & 1 & & & & 0 \\ 0 & 1 & x & 1 & & & 0 \\ \cdot\cdot & \cdot\cdot & \cdot\cdot & \cdot\cdot & & & \cdot\cdot \\ 0 & & & & 1 & x & 1 \\ 0 & & & & 0 & 1 & x \end{vmatrix} = 0.$$

» L'échelle de relation

$$V_n = xV_{n-1} - V_{n-2}$$

que le déterminant met en évidence, ainsi que les valeurs initiales

$$V_1 = x, \qquad V_2 = x^2 - 2,$$

prouvent que la fonction V_n est celle que l'on rencontre dans la théorie de la division du cercle en parties égales. On sait que la racine de cette équa-

tion $V_n = 0$ sont les valeurs de $2\cos\frac{(2k-1)\pi}{2n}$ pour $k = 1, 2, \ldots, n$; on a donc

$$a_k = -\cos\frac{(2k-1)\pi}{n}$$

et la substitution de cette valeur dans (5) achève la solution du problème.

» Toutefois la formule ainsi obtenue est susceptible de simplifications notables. En transformant dans le produit Δ_k les différences de cosinus en produits de sinus et en tenant compte de l'égalité bien connue

$$\left(2\sin\frac{\pi}{2n}\right)^2 \left(2\sin\frac{2\pi}{2n}\right)^2 \cdots \left[2\sin\frac{(n-1)\pi}{2n}\right]^2 = n,$$

on trouve

$$P = \frac{(-1)^{\mu-n}}{n} \sum_{k=1}^{k=n} (-1)^{k-1} \sin\frac{(2k-1)\pi}{2n} \cos^{\mu}\frac{(2k-1)\pi}{2n}$$

et enfin, en groupant deux à deux les termes équidistants des extrêmes,

$$P = \frac{1+(-1)^{\mu-n}}{2n} \left[\sin\frac{\pi}{n}\cos^{\mu-2}\frac{\pi}{2n} - \sin\frac{3\pi}{n}\cos^{\mu-2}\frac{3\pi}{2n} + \ldots + (-1)^{r-1}\sin\frac{(2r-1)\pi}{n}\cos^{\mu-2}\frac{(2r-1)\pi}{2n}\right],$$

où r désigne le plus grand nombre entier contenu dans $\frac{1}{2}n$. »

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur un problème du Calcul des probabilités.* Note de M. **Voyer.**

« Problèmes. — *Une urne contient a boules blanches, m — a boules noires. Un joueur tire ces boules, une à une, jusqu'à ce qu'il ait amené p boules blanches. Il reçoit* 1^fr *par boule tirée; quelle est son espérance mathématique?*

» Ce problème comprend deux cas bien distincts :

» *Premier cas.* — Après chaque tirage, le joueur remet la boule dans l'urne.

» La solution est évidente : l'espérance mathématique du joueur est $p\frac{m}{a}$.

» *Deuxième cas.* — Le joueur ne remet pas les boules tirées dans l'urne.

» Son espérance mathématique s'en trouve diminuée. On arrive à ce résultat très simple, qu'elle a, dans ce cas, pour expression $p\frac{m+1}{a+1}$.

» Ainsi l'espérance mathématique du joueur demeure proportionnelle au nombre de boules blanches à amener, et elle est égale à celle qu'il aurait, dans le premier cas, avec une urne contenant simplement une boule blanche de plus, et le même nombre de boules noires. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les lignes de courbure des cyclides.* Note de M. G. **Humbert**, présentée par M. Darboux.

« Dans son Ouvrage *Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces algébriques*, M. Darboux a montré qu'on peut déterminer les lignes de courbure de toute surface du quatrième degré à conique double quand on prend pour *absolu*, suivant l'expression de M. Cayley, une quelconque des quadriques inscrites dans cette surface.

» Le but de cette Note est de montrer que les lignes de courbure considérées restent les mêmes quelle que soit la quadrique inscrite prise pour absolu; en particulier, les lignes de courbure d'une cyclide par rapport à une quadrique inscrite quelconque coïncideront avec les lignes de courbure ordinaires.

» La démonstration de ce théorème repose sur le lemme suivant :

» *Si une cyclique plane du quatrième ordre a un point double à distance finie, les bissectrices de l'angle des deux tangentes en ce point sont conjuguées par rapport à toutes les coniques du système singulier inscrites dans la cyclique.*

» Soit, en effet, en coordonnées rectangulaires,

$$(x^2+y^2)^2+2(\lambda x+\mu y)(x^2+y^2)=Ax^2+Cy^2$$

l'équation de la courbe; on peut l'écrire

$$[x^2+y^2+\lambda x+\mu y]^2=Ax^2+Cy^2+(\lambda x+\mu y)^2,$$

et les coniques inscrites du système singulier ont pour équation générale, θ étant un paramètre,

$$Ax^2+Cy^2+(\lambda x+\mu y)^2+2\theta[x^2+y^2+\lambda x+\mu y]+\theta^2=0.$$

» Le pôle de la droite $y=0$ par rapport à une de ces coniques vérifie les équations

$$\begin{aligned} Ax+\lambda(\lambda x+\mu y)+\theta(2x+\lambda)&=0,\\ \theta(\lambda x+\mu y)+\theta^2 &=0; \end{aligned}$$

d'où l'on déduit $x=0$. Le pôle de la droite $y=0$ est donc sur la droite $x=0$, quelle que soit la conique considérée, et le lemme est établi.

» Cela posé, observons que, si l'on coupe une cyclide par un plan, les coniques du système singulier inscrites dans la cyclique obtenue sont les sections faites par le plan dans les quadriques inscrites à la cyclide; en appliquant le lemme précédent à la courbe commune à la cyclide et à l'un de ses plans tangents, on voit immédiatement que, *en un point d'une cyclide, les directions des lignes de courbure ordinaires sont conjuguées par rapport à toutes les quadriques inscrites.*

» Par suite, puisque, d'après une proposition de M. Darboux, les lignes de courbure d'une surface par rapport à une quadrique sont les lignes passant par un point de la surface et dont les deux tangentes sont conjuguées à la fois dans l'indicatrice et dans la quadrique, il est établi que :

» *Les lignes de courbure ordinaires d'une cyclide sont aussi les lignes de courbure de la surface, quand on prend pour absolu une quadrique inscrite quelconque.*

» Le théorème s'applique également aux surfaces du troisième ordre; les quadriques inscrites sont alors remplacées par les coniques de l'un des vingt-sept systèmes situées sur la surface. *Les lignes de courbure d'une surface du troisième ordre ne changent pas quand on prend successivement pour absolu chacune des coniques d'un même système situées sur la surface.*

» Cette proposition, qui se déduirait d'un théorème que nous avons fait connaître ailleurs, met en évidence l'existence, sur toute surface du troisième ordre, de vingt-sept systèmes conjugués algébriques, qui jouissent de propriétés importantes.

» On peut donner des résultats analogues relativement à la surface de quatrième classe corrélative de la surface du quatrième degré à conique double.

» On sait en effet que, pour obtenir les lignes de courbure ordinaires d'une cyclide, il suffit de faire rouler un plan sur la surface et sur une quadrique inscrite quelconque : le point de contact sur la cyclide décrit une ligne de courbure.

» Transformons ce résultat par polaires réciproques, en prenant pour surface directrice une des quadriques inscrites dans la cyclide; nous voyons, puisque les lignes de courbure par rapport à la quadrique directrice se conservent dans la transformation, ainsi que l'a montré M. Darboux, que les lignes de courbure de la surface de quatrième classe, corrélative de la

cyclide, quand on prend pour absolu une quadrique inscrite dans cette surface, sont à l'intersection de la surface et des quadriques qui lui sont inscrites. Ces lignes restent donc les mêmes, quelle que soit la quadrique inscrite prise pour absolu. On peut donc énoncer le théorème suivant :

» *La surface de quatrième classe et du douzième ordre, doublement inscrite dans un cône du second degré, est coupée par toute quadrique inscrite suivant la courbe de contact, qui est du quatrième ordre, et suivant une autre courbe du seizième ordre. Ces courbes du seizième ordre constituent le système des lignes de courbure de la surface quand on prend pour absolu une quadrique inscrite quelconque.*

» En particulier, si la surface de quatrième classe admet le cercle à l'infini comme ligne double, les lignes précédentes deviennent les lignes de courbure ordinaires, dont on a ainsi une détermination géométrique très simple, paraissant compléter les beaux résultats donnés à ce sujet par MM. Laguerre et Darboux. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le rayon de convergence des séries ordonnées suivant les puissances d'une variable.* Note de M. **Hadamard**, présentée par M. Darboux.

« Étant donnée une série

$$a_0 + a_1 x + \ldots + a_m x^m + \ldots, \tag{1}$$

on peut se proposer de déterminer, s'il y a lieu, son cercle de convergence.

» Cette question a été traitée par M. Lecornu (*Comptes rendus*, 7 février 1887) dans le cas où le module de $\frac{a_{m+1}}{a_m}$ ou celui de $\sqrt[m]{a_m}$ a une limite. Cette limite est alors l'inverse du rayon de convergence.

» L'objet de la présente Note est de résoudre le problème dans tous les cas.

» Pour cela, je rappellerai quelques principes relatifs aux suites infinies.

» Soit une suite infinie de nombres positifs

$$u_0, \quad u_1, \quad \ldots, \quad u_m, \quad \ldots. \tag{2}$$

» Il peut arriver, comme premier cas, que cette suite contienne des termes supérieurs à tout nombre donné A.

» S'il n'en est pas ainsi, il y a lieu de distinguer deux classes de nombres. Dans la première, on mettra tout nombre A tel qu'il existe dans la suite (2) des termes d'un rang aussi élevé qu'on le veut supérieurs à A; dans la seconde, tout nombre B, tel que tous les termes de la suite (2), à partir d'un certain rang, soient moindres que B. Il est clair que, si un nombre A appartient à la première classe, il en est de même de tous les nombres inférieurs et que, si un nombre B est de la seconde classe, il en est de même de tous les nombres supérieurs. La supposition que nous avons faite au commencement de cet alinéa consiste dans l'existence de nombres de la seconde classe.

» Il est alors facile de définir, par des procédés bien connus, un nombre α, tel que la première classe soit composée des nombres plus petits que α, et la seconde, des nombres plus grands que α; en sorte que $\alpha - \varepsilon (\varepsilon > 0)$ appartiendra à la première classe, et $\alpha + \varepsilon$ à la seconde. Pour abréger, nous appellerons ce nombre α la limite supérieure de la suite (2).

» Cette limite est nulle dans le cas où la suite (2) tend vers 0, et dans ce cas seulement.

» Cela posé, pour rechercher le cercle de convergence de la série donnée (1), il suffira de considérer la suite

$$(3) \qquad |a_1|, \quad |\sqrt[2]{a_2}|, \quad \ldots, \quad |\sqrt[m]{a_m}|, \quad \ldots.$$

» 1° Si la suite (3) contient des termes supérieurs à toute quantité donnée, la série (1) n'est jamais convergente;

» 2° Si la suite (3) ne renferme pas de termes augmentant indéfiniment, elle admet une limite supérieure α.

» Le rayon de convergence de la série (1) est alors $\rho = \frac{1}{\alpha}$.

» 3° La condition nécessaire et suffisante pour que la série (1) soit convergente dans tout le plan et représente une fonction entière est que $\sqrt[m]{a_m}$ tende vers zéro.

» Je me contenterai de démontrer la seconde partie, les mêmes considérations s'appliquant à la première et à la troisième.

» Supposons d'abord que le module de la variable x soit inférieur à ρ, qu'il soit égal par exemple à $\frac{1}{\alpha + \varepsilon}$, $\varepsilon > 0$.

» Une règle bien connue conduit à considérer

$$(4) \qquad \left|\sqrt[m]{a_m x^m}\right| = \frac{1}{\alpha+\varepsilon}\left|\sqrt[m]{a_m}\right|$$

et à rechercher si cette quantité reste inférieure à un nombre fixe plus petit que 1. Or, pour m suffisamment grand,

$$\frac{1}{\alpha+\varepsilon}\left|\sqrt[m]{a_m}\right| < \frac{\alpha+\frac{\varepsilon}{2}}{\alpha+\varepsilon}.$$

La série est donc convergente.

» Supposons au contraire $|x| = \frac{1}{\alpha-\varepsilon}$. Alors le terme général aura pour module $\frac{|a_m|}{(\alpha-\varepsilon)^m}$, et, comme on peut trouver de très grandes valeurs de m pour lesquelles $\left|\sqrt[m]{a_m}\right| > \alpha-\varepsilon$, la série (1) contient une infinité de termes plus grands que 1 et ne peut être convergente.

» Dans le cas où $\frac{a_m}{a_{m+1}}$ a une limite x_0, M. Lecornu ajoute que cette limite est l'affixe même du point singulier de la fonction $\varphi(x)$ représentée par la série (1). Malheureusement sa démonstration est sujette à objection. J'ai démontré la proposition de M. Lecornu, en faisant toutefois une hypothèse sur la manière dont $\frac{a_m}{a_{m+1}}$ tend vers sa limite.

» Soit $\frac{a_m}{a_{m+1}} = x_0 + \varepsilon_m$. J'admettrai, non seulement que ε_m tend vers zéro, mais que $\left|\sqrt[m]{\varepsilon_m}\right|$ reste inférieur à un nombre fixe γ plus petit que 1.

» Soit alors $x' = -x_0 t$, t étant réel et positif. Le rayon de convergence de la série $\varphi(x+x')$ est la limite de $\frac{(n+1)\varphi^{(n)}(x')}{\varphi^{(n+1)}(x')}$, si cette limite existe.

» Or on a

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{(n+1)\varphi^{(n)}(x')}{\varphi^{(n+1)}(x')} + x' - x_0 \\ &= \frac{(n+1)!\,a_{n+1}\varepsilon_n + \ldots + (p+n+1)\ldots(p+1)a_{n+p+1}\varepsilon_{n+p}x'^p + \ldots}{(n+1)!\,a_{n+1} + \ldots + (p+n+1)(p+n)\ldots(p+1)a_{n+p+1}x'^p + \ldots}, \end{aligned} \right.$$

et, pour n assez grand,

$$|\varepsilon_{n+p}| < \gamma^{n+p} \qquad \text{et} \qquad \frac{a_{n+p+1}}{a_{n+1}} = \frac{1}{(x_0+\varepsilon_{n+1})\ldots(x_0+\varepsilon_{n+p})} = \frac{1+\lambda_{n,p}\gamma^n}{x_0^p},$$

où $|\lambda_{n,p}|$ reste fini.

» Si alors, dans le second membre de la formule (5), on divise haut et bas par $(n+1)!\,a_{n+1}$, en remarquant que

$$\frac{1}{(n+1)!}[(n+1)! \pm (n+2)\ldots 3.2.t + \ldots$$
$$+ (\pm 1)p(p+n+1)\ldots(p+1)t^p + \ldots] = \frac{1}{(1 \mp t)^{n+2}},$$

on trouvera

$$\frac{\mu_n \dfrac{\gamma^n}{(1-t)^{n+2}}}{\dfrac{1}{(1+t)^{n+2}} + \nu_n \dfrac{\gamma^n}{(1-t)^{n+2}}},$$

$|\mu_n|$ et $|\nu_n|$ restant finis. Cette expression tend vers zéro si $\frac{\gamma(1+t)}{1-t} < 1$, d'où

$$t < \frac{1-\gamma}{1+\gamma}.$$

» Dans ces conditions, la fonction φ sera régulière dans le cercle décrit du point x' comme centre et passant par x_0, cercle qui comprend entièrement le premier, à l'exception du point x_0. La fonction ne peut donc admettre sur le cercle de convergence primitif que le seul point singulier x_0. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'application des substitutions quadratiques crémoniennes à l'intégration de l'équation différentielle du premier ordre.* (Suite.) Note de M. **Léon Autonne**.

« Je me propose, dans la présente Note, de développer pour l'intégration de l'équation différentielle du premier ordre la méthode fondée sur l'emploi des substitutions quadratiques crémoniennes (*voir* mes Communications des 7 et 14 novembre 1887) et d'appliquer la méthode à quelques cas particuliers, choisis parmi les plus simples et les plus étendus.

» Conservons toutes les notations et conventions précédentes; désignons par $(ij) = a_i b_j - a_j b_i$ les six coordonnées homogènes de la droite

$$\sum_i a_i z_i = \sum b_i z_i = 0 \qquad (i, j = 1, 2, 3, 4).$$

» Appelons Ψ le complexe $(12) - (34) = 0$. La méthode se résume dans les propositions suivantes :

» Théorème I. — *Les courbes intégrantes tracées sur la surface* S *sont celles qui ont leurs tangentes situées sur le complexe* Ψ.

» Théorème II. — *La substitution linéaire quaternaire* σ, *directrice d'une quadratique crémonienne, n'altère pas le complexe* Ψ; *cette condition est suffisante.*

» Il résulte de là que σ est de la forme

$$\sigma = \mathrm{K}p \qquad \text{ou} \qquad \sigma = \mathrm{K}p\varpi',$$

où

$$\mathrm{K} = \begin{vmatrix} z_1 & kz_1 + az_3 + bz_4 \\ z_2 & kz_2 + cz_3 + dz_4 \\ z_3 & kz_3 + dz_1 - bz_2 \\ z_4 & kz_4 - cz_1 + az_2 \end{vmatrix},$$

$$p = \begin{vmatrix} z_1 & p_{11}z_1 + p_{12}z_2 \\ z_2 & p_{21}z_1 + p_{22}z_2 \\ z_3 & p_{33}z_3 + p_{34}z_4 \\ z_4 & p_{43}z_3 + p_{44}z_4 \end{vmatrix}, \qquad \varpi' = \begin{vmatrix} z_1 & z_4 \\ z_2 & z_3 \\ z_3 & z_2 \\ z_4 & z_1 \end{vmatrix},$$

$$k, a, b, c, d, p_{ij} = \text{const.},$$
$$p_{11}p_{22} - p_{21}p_{12} = p_{33}p_{44} - p_{34}p_{43} \neq 0,$$
$$k^2 - (ad - bc) \neq 0.$$

» Cela exprime, au point de vue géométrique, que σ permet de faire coïncider, par un choix convenable de coefficients, le tétraèdre de référence avec tout tétraèdre muni de deux arêtes opposées, conjuguées par rapport au complexe Ψ.

» Théorème II. — *Si une équation différentielle du premier ordre* H, *qu'on sait intégrer, a pour surface représentative* $\mathrm{F}(z_1, z_2, z_3, z_4) = 0$, *on saura intégrer aussi toutes les équations différentielles du premier ordre ayant pour surfaces représentatives*

$$\begin{aligned}\mathrm{F}[&k(p_{11}z_1 + p_{12}z_2) + a(p_{33}z_3 + p_{34}z_4) + b(p_{43}z_3 + p_{44}z_4),\\ &k(p_{21}z_1 + p_{22}z_2) + c(p_{33}z_3 + p_{34}z_4) + d(p_{43}z_3 + p_{44}z_4),\\ &k(p_{33}z_3 + p_{34}z_4) + d(p_{11}z_1 + p_{12}z_2) - b(p_{21}z_1 + p_{22}z_2),\\ &k(p_{43}z_3 + p_{44}z_4) - c(p_{11}z_1 + p_{12}z_2) + a(p_{21}z_1 + p_{22}z_2)] = 0,\end{aligned}$$

ou les surfaces obtenues en échangeant dans l'expression précédente z_1 *avec* z_4 *et* z_2 *avec* z_3.

» Voici maintenant des applications.

» Si H a pour surface représentative

$$A(z_1, z_2)D(z_3, z_4) - B(z_1, z_2)C(z_3, z_4) = 0, \tag{1}$$

A, B, C, D = formes binaires d'ordres α, β, γ, δ, $(\alpha + \delta = \beta + \gamma = \Lambda)$, posons

$$z_1 = r\cos\theta, \qquad z_2 = r\sin\theta, \qquad z_3 = \rho\cos\psi, \qquad z_4 = \rho\sin\psi;$$

les courbes intégrantes ont pour équation avec nos nouvelles coordonnées θ et ψ

$$\int d\theta \left[\frac{B(\cos\theta, \sin\theta)}{A(\cos\theta, \sin\theta)}\right]^{\frac{2}{\alpha-\beta}} = \int d\psi \left[\frac{D(\cos\psi, \sin\psi)}{C(\cos\psi, \sin\psi)}\right]^{\frac{2}{\gamma-\delta}} + \theta_0,$$

$$\theta_0 = \text{const. arbitraire};$$

l'intégration de H se ramène aux quadratures, qu'on saura même effectuer, si $\alpha - \beta = \gamma - \delta = 1$ ou 2, par des procédés élémentaires. Or le théorème III permet, en choisissant convenablement σ, de ramener au type (1) beaucoup de surfaces, dont voici les plus simples :

» 1° *Toutes* les quadriques; H est intégrable, car $\alpha - \beta = \gamma - \delta = 1$ ou 2;

» 2° Toutes les surfaces cubiques réglées, pourvu que les deux droites singulières de la surface soient conjuguées par rapport au complexe Ψ. Les courbes intégrantes sont les génératrices, et H est intégrable complètement;

» 3° Toutes les surfaces cubiques (étudiées par Laguerre), qui contiennent les six arêtes d'un tétraèdre, pourvu que deux arêtes opposées soient conjuguées par rapport au complexe Ψ. Les quadratures peuvent s'effectuer et H est intégrable complètement.

» Voici une autre application :

» Supposons la surface S réglée et à deux directrices rectilignes. Si les deux directrices sont conjuguées par rapport au complexe Ψ, les courbes intégrantes sont les génératrices et H est intégrée complètement. Si les deux directrices sont situées sur le complexe Ψ, le théorème III et un choix convenable de la substitution quaternaire linéaire σ permettent toujours de mettre S sous la forme

$$z = x\varphi(y),$$

en coordonnées non homogènes. Les courbes intégrantes se projettent sur

le plan des xy suivant les courbes

$$Cx = e^{\int \frac{(1-\varphi')\,dy}{\varphi+y}},$$

$$C = \text{const. arbitraire}, \qquad \varphi' = \frac{\partial \varphi}{\partial y}.$$

L'intégration de H est ramenée à des quadratures.

» On voit, par ces quelques exemples, que la méthode permet de former ou de découvrir un nombre considérable d'équations différentielles du premier ordre, que l'on saura intégrer ou ramener à des quadratures. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une généralisation des fonctions eulériennes*. Note de M. S. **Pincherle**, présentée par M. Poincaré.

« 1. Soit

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_n}{x^{n+1}}$$

une série de puissances négatives de la variable x, convergente hors d'un cercle de centre o et de rayon ρ. La fonction entière

$$\chi^{(t)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_n t^n}{n!}$$

vérifie les égalités

$$\int_0^\infty \chi(t) e^{-xt} dt = f(x), \qquad \int_0^\infty \chi(t) t^z e^{-xt} dt = (-1)^z f^{(z)}(x)$$

pour toutes les valeurs de x dont la partie réelle est plus grande que ρ.

» 2. Je représente par $\alpha_\nu (\nu = 1, 2, \ldots, m)$ m constantes ayant la partie réelle positive. L'expression

$$(1) \qquad \int_0^\infty \frac{\chi(t)\, t^z e^{-xt}\, dt}{\prod_{\nu=1}^{m} (1 - e^{-\alpha_\nu t})}$$

a un sens pour toute valeur de z dont la partie réelle est $\geqq m$ et pour toute valeur de x dont la partie réelle est plus grande que ρ. Je me bornerai aux valeurs entières de $z \geqq m$; pour ces valeurs, l'expression (1) nous donne une fonction analytique que j'indiquerai par $(-1)^z \varphi^{(z)}(x)$.

» 3. Pour les valeurs indiquées de z et de x, la fonction $\varphi^{(z)}(x)$ est représentée aussi par la série

$$(2) \qquad \sum f^{(z)}(x+w), \quad w = \lambda_1\alpha_1 + \lambda_2\alpha_2 + \ldots \lambda_m\alpha_m,$$

où la sommation est étendue à toutes les valeurs de $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m$ entières et positives ou nulles. Cette série est convergente absolument et uniformément pour les valeurs de x dont la partie réelle est plus grande que ρ.

» Il est facile de vérifier, soit sur l'intégrale, soit sur la série, que la fonction $\varphi^{(z)}(x)$ satisfait à l'équation fonctionnelle

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} &\varphi^{(z)}(x) - \sum_{\nu} \varphi^{(z)}(x+\alpha_\nu) + \sum_{\mu,\nu} \varphi^{(z)}(x+\alpha_\mu+\alpha_\nu) - \ldots \\ &\qquad + (-1)^m \varphi^{(z)}(x+\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m) = f^{(z)}(x). \end{aligned} \right.$$

» 4. En particulier, si l'on fait $\chi(t) = 1$, il vient $f = (x) \frac{1}{x}$, et l'on obtient une fonction analytique $\psi^{(z)}(x; \alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_m)$ représentée par l'intégrale

$$(4) \qquad (-1)^{(z)} \int_0^\infty \frac{t^z e^{-xt}\, dt}{\pi(1-e^{-\alpha_\nu t})},$$

et par la série

$$(5) \qquad (-1)^{(z)} z! \sum \frac{1}{(x+w)^{z+1}};$$

mais, comme on peut démontrer que cette dernière série est convergente dans tout le plan x, excepté les points $-w$, il en résulte que la fonction $\psi^{(z)}(x)$ est une fonction uniforme ayant une infinité de pôles et un point singulier essentiel à l'infini. Le champ de validité de l'intégrale se limite aux valeurs de x dont la partie réelle est positive, et, par conséquent, est plus restreint que celui de la série. La fonction $\psi^{(z)}(x)$, outre l'équation (3), vérifie encore les équations

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} &\psi^{(z)}(x+\alpha_\nu; \alpha_1, \ldots, \alpha_{\nu-1}, \alpha_\nu, \alpha_{\nu+1}, \ldots, \alpha_m) \\ &\quad = \psi^{(z)}(x; \alpha_1, \ldots, \alpha_{\nu-1}, \alpha_\nu, \alpha_{\nu+1}, \ldots, \alpha_m) - \psi^{(z)}(x; \alpha_1, \ldots, \alpha_{\nu-1}, \alpha_{\nu+1}, \ldots, \alpha_m) \\ &\qquad\qquad (\nu = 1, 2, 3, \ldots, m) \end{aligned} \right.$$

et admet le théorème de multiplication exprimé par

$$(7) \qquad \psi^{(z)}(nx) = \frac{1}{n^{z+1}} \sum \psi^{(z)}\left(x + \frac{\lambda_1\alpha_1}{n} + \frac{\lambda_2\alpha_2}{n} + \ldots + \frac{\lambda_m\alpha_m}{n}\right),$$

où la sommation est étendue à toutes les valeurs entières de $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m$, de zéro à $n - 1$. Ce théorème s'établit très facilement en substituant l'identité

$$1 - e^{-\alpha_\nu t} = \left(1 - e^{-\frac{\alpha_\nu t}{n}}\right)\left(1 + e^{-\frac{\alpha_\nu t}{n}} + e^{-2\frac{\alpha_\nu t}{n}} + \ldots + e^{-(n-1)\frac{\alpha_\nu t}{n}}\right)$$

dans l'intégrale (4).

» 5. Les fonctions générales $\varphi^{(x)}$ considérées ci-dessus peuvent se développer en séries ordonnées selon les dérivées successives de la fonction $\psi^{(z)}(x)$.

» 6. On peut appliquer à la série qui représente la fonction $\psi^{(m)}(x)$ la dérivation terme à terme, et l'on obtient ainsi la fonction $\psi^{(m+1)}(x)$. Au contraire, si l'on intègre terme à terme la série (5) pour $z = m$, on obtient une série divergente.

» Mais, en appliquant le théorème de M. Mittag-Leffler, c'est-à-dire en retranchant du terme général de la série intégrale la constante $\frac{1}{w}$, on trouve une série convergente douée des mêmes propriétés de la fonction $\psi^{(z)}(x)$. Si l'on réitère l'intégration et si l'on applique chaque fois le théorème de M. Mittag-Leffler, on aura, après m intégrations, une fonction de la forme

$$\psi(x; \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m) = \mathrm{R}(x) + \sum \left[\frac{1}{x + w} - r_w(x)\right],$$

où $\mathrm{R}(x)$, $r_w(x)$ sont des polynômes entiers de degré m_{-1}, et qui vérifie les équations fonctionnelles (3), (6) et (7). Cette fonction est la généralisation de la fonction $\psi(x)$ de Gauss, et la méthode que je viens d'indiquer est une extension de celle suivie par M. Hermite dans son *Cours de la Faculté des Sciences* (3e éd., p. 114).

» 7. La fonction $\gamma(x; \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m)$, dont $\psi(x)$ est la dérivée logarithmique, est représentée par le produit d'un nombre infini de facteurs

$$\gamma(x; \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m) = e^{\int \mathrm{R}(x)dx} \prod \left(1 + \frac{x}{w}\right) e^{-\int r_w(x)dx}$$

et jouit de propriétés qu'on déduit facilement des équations (3), (6) et (7).

» Cette fonction a la plus grande analogie avec la fonction O qu'a étudiée M. Appell dans son Mémoire : *Sur une classe de fonctions analogues aux fonctions eulériennes* (*Math. Annalen*, t. XIX), et qui contient un nombre de facteurs doubles, pour ainsi dire, de ceux de la fonction γ.

» *Remarque.* — La fonction $\psi^{(x)}(x; \alpha_1, \alpha_2)$ entre dans la formation de la fonction elliptique $\wp'(x)$, selon la notation de M. Weierstrass. »

ALGÈBRE PHYSIQUE. — *Résolution électrique des équations algébriques.* Note de M. **Félix Lucas**, présentée par M. Jordan.

« Je vais indiquer comment l'emploi de l'électricité permet de *ramener la résolution des équations d'un degré quelconque p, dont les coefficients réels ou imaginaires sont donnés numériquement, à celle d'équations de degrés inférieurs à p.* Soit

$$F(z) = 0 \tag{1}$$

l'équation donnée.

» *Première méthode.* — Je prends la fonction primitive $\mathcal{F}(z)$ du premier membre, sans ajouter à cette fonction un terme constant, et je sépare les termes de degrés pairs des termes de degrés impairs, en posant

$$\mathcal{F}(z) = \varphi(z^2) + z\psi(z^2). \tag{2}$$

» Ce polynôme est du degré $(p+1)$. L'équation

$$\psi(z^2) = 0, \tag{3}$$

dans laquelle z^2 est l'inconnue, est du degré $\frac{p-1}{2}$ ou du degré $\frac{p}{2}$, suivant que p est impair ou pair; soit λ^2 une de ses racines. Je considère alors l'équation nouvelle

$$\mathcal{F}(z) - \varphi(\lambda^2) = 0; \tag{4}$$

elle est du degré $(p+1)$; mais, connaissant déjà les deux racines $+\lambda$ et $-\lambda$, nous n'avons à résoudre qu'une équation du degré $(p-1)$ pour obtenir les autres. Soit $(\mathfrak{M})$ le groupe des $(p+1)$ points-racines de cette équation (4); comme la dérivée de son premier membre est égale à $F(z)$, *les points-racines* (M) *de l'équation* (1) *seront les points nodaux des courbes équipotentielles du système* $(\mathfrak{M})$; on pourra donc les obtenir, ainsi que je l'ai indiqué dans ma Communication précédente [1], soit par la méthode

---

[1] *Détermination électrique des racines réelles et imaginaires de la dérivée d'un polynôme quelconque* (*Comptes rendus*, séance du 16 janvier 1888).

d'exploration galvanométrique de Kirchhoff, soit par la méthode électrochimique de M. Guébhard.

» *Seconde méthode.* — Substituons successivement à z, dans le polynôme $F(z)$, deux valeurs z' et z'' choisies de manière à rendre facile le calcul de $F(z')$ et de $F(z'')$; telles sont, par exemple, les valeurs 0, 1, -1, $\sqrt{-1}$, $-\sqrt{-1}$. Écrivons ensuite les deux équations

$$F(z) - F(z') = 0, \tag{5}$$

$$F(z) - F(z'') = 0. \tag{6}$$

» Chacune d'elles est du degré p; mais, comme on connaît d'avance une de ses racines, nous n'avons à résoudre qu'une équation du degré $(p-1)$ pour trouver les autres. Désignons par (A) et (B) les groupes des points-racines des deux équations (5) et (6); représentons, d'ailleurs, par R' et R'' les modules variables de leurs premiers membres, par H' et H'' les modules constants de $F(z')$ et $F(z'')$; posons enfin

$$R'^2 = H'^2, \tag{7}$$

$$R''^2 = H''^2. \tag{8}$$

» *Ces équations représentent respectivement une ligne équipotentielle du groupe* (A) *et une ligne équipotentielle du groupe* (B); *les points-racines* (M) *de l'équation proposée* (1) *sont compris dans les points d'intersection de ces deux cassinoïdes.*

» Nous pourrons tracer ces deux courbes par la méthode galvanométrique de Kirchhoff, si nous déterminons préalablement un point de chacune d'elles. Considérons, par exemple, la première; le potentiel électrique en un point quelconque du plan conducteur est

$$\Psi = \lambda \log \text{nép.}\, R' + \text{const.}, \tag{9}$$

λ étant un paramètre à déterminer. Pour obtenir la valeur de ce paramètre, prenons arbitrairement deux points N_1 et N_2, en choisissant leurs coordonnées z_1 et z_2 de manière à rendre facile le calcul des modules correspondants R'_1 et R'_2 du premier membre de l'équation (5); le galvanomètre nous fera connaître la différence $\Psi_1 - \Psi_2$ des potentiels électriques correspondant à ces deux points, et nous aurons

$$\lambda = \frac{\Psi_1 - \Psi_2}{\log \text{nép.}\, \frac{R'_1}{R'_2}}. \tag{10}$$

» Pour obtenir un point de la cassinoïde cherchée, il nous suffira de déterminer, par une exploration galvanométrique, un point N_3 tel que son potentiel électrique Ψ_3 satisfasse à la relation

$$(11) \qquad \Psi_3 - \Psi_1 = \lambda \log \text{nép.} \frac{H'}{R'_1},$$

dont le second membre est connu. Nous procéderions de la même manière pour trouver un point de la cassinoïde (8).

» *Comparaison des deux méthodes.* — La première méthode détermine chacun des points M par le croisement orthogonal de deux arcs d'une même courbe équipotentielle; elle n'adjoint pas aux points (M) des points étrangers ou *parasites.* La seconde méthode repose sur les intersections de deux lignes équipotentielles distinctes qui ne se coupent pas orthogonalement; elle adjoint aux points (M) des points parasites et oblige, par conséquent, à faire un triage. D'autre part, le nombre des applications successives à faire de la solution électrique pour résoudre une équation du degré p, en prenant pour bases de départ des équations du second degré, que l'on résout analytiquement, est beaucoup plus considérable avec la seconde méthode qu'avec la première. Si, par exemple, $p = 7$, la première méthode ne devra jamais être employée plus de six fois, tandis que la seconde pourrait exiger 31 applications. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'acide vanadique sur les fluorures alcalins.* Note de M. A. **Ditte**, présentée par M. Debray.

« *Fluorure de sodium.* — 1° Le fluorure de sodium, chauffé dans un creuset fermé avec un excès d'acide vanadique, laisse après refroidissement une masse cristalline rouge qui se désagrège lentement quand on la traite par l'eau tiède, et donne une liqueur rouge orangé; celle-ci dépose, quand on l'évapore, des cristaux rouge orangé contenant $3VO^5, 2NaFl, 18HO$; l'eau mère donne, après avoir été concentrée, des cristaux jaune citron qui renferment $VO^5, 2NaFl$.

» 2° Si le fluorure est en excès, la masse refroidie est jaune clair, et, à cause de la faible solubilité du fluorure de sodium, l'eau froide ne l'attaque qu'avec lenteur; à chaud, la dissolution est plus facile, et l'on obtient une liqueur presque incolore qui devient jaune orangé en refroidissant; on épuise la matière par l'eau chaude et l'on réunit toutes les liqueurs qu'on

évapore ensemble dans le vide; on obtient, de cette façon, d'abord des cristaux rouge orangé transparents, dérivant d'un rhomboèdre ou d'un prisme rhomboïdal, et qui renferment $3VO^5, 2NaFl, 18HO$; puis de petits cristaux blancs, légèrement jaunâtres, des composés $VO^5, 4NaFl, 3HO$.

» 3° Une solution bouillante, saturée de fluorure de sodium, traitée par un excès d'acide vanadique soluble, puis filtrée, donne une belle liqueur rouge qui, concentrée à l'ébullition, dépose au bout de quelques heures de beaux cristaux rouges transparents chargés de nombreuses facettes brillantes; ils renferment $2VO^5, NaFl, 10HO$: l'eau mère est jaune; elle donne d'abord, quand on la concentre, des cristaux identiques aux précédents; puis un mélange de ceux-ci avec d'autres transparents et brillants comme eux, mais colorés en jaune citron; la composition de ces derniers est exprimée par la formule $VO^5, 3NaFl, 5HO$.

» Nous obtenons ainsi, par ces divers procédés et avec le fluorure de sodium, les composés

$$2VO^5, NaFl, \quad 3VO^5, 2NaFl, \quad VO^5, 2NaFl, \quad VO^5, 3NaFl, \quad VO^5, 4NaFl,$$

tout à fait analogues à ceux qui nous ont été fournis par le fluorure de potassium.

» *Fluorure d'ammonium.* — Ce fluorure se décompose quand on le chauffe : on ne peut donc songer à faire agir l'acide vanadique sur lui à température élevée, et nous n'avons à examiner que l'action de cet acide sur le fluorure en dissolution.

» 2° Une solution concentrée et chaude de fluorhydrate d'ammoniaque dissout instantanément de grandes quantités d'acide vanadique soluble; en cessant d'ajouter de cet acide lorsque, le fluorure étant encore en excès, il commence à se former des cristaux dans la liqueur chaude, on obtient par refroidissement un dépôt abondant de petits cristaux jaune clair; ils sont très solubles dans l'eau qu'ils colorent en jaune verdâtre et renferment $VO^5, 2AzH^4Fl, 4HO$; quand on les chauffe doucement, ils perdent de l'eau et des vapeurs fluorées laissant une matière vert foncé dont la composition répond à la formule VO^5, AzH^4Fl; celle-ci se décompose à son tour à la température plus élevée.

» L'eau mère qui a déposé les cristaux précédents, étant traitée à l'ébullition par un excès d'acide vanadique soluble, donne, après filtration, une liqueur jaune clair, concentrée, puis refroidie; elle dépose de belles aiguilles fines d'un blanc un peu jaune, nacrées et brillantes; elles sont groupées en houppes et, comme les cristaux déposés à chaud, se dissol-

vent facilement dans l'eau froide qu'elles colorent en jaune clair; elles contiennent comme ces cristaux $VO^5, 2AzH^4Fl, 4HO$.

2° Lorsqu'on traite une solution concentrée et froide de fluorhydrate d'ammoniaque par un excès d'acide vanadique, la liqueur filtrée est rouge, mais elle se décompose quand on veut la faire bouillir, de l'acide vanadique se dépose, puis la liqueur refroidie donne d'abord des cristaux jaunes fort peu nets qui grimpent le long des parois du vase et contiennent $VO^5, 4AzHFl, 4HO$; on obtient ensuite de beaux cristaux transparents brillants, jaune citron, qui renferment $VO^5, 2AzH^4Fl, 4HO$.

» Ce dernier composé est donc celui qui prend naissance avec la plus grande facilité dans l'action du fluorure d'ammonium sur l'acide vanadique; il correspond à des combinaisons analogues formées par les fluorures de potassium et de sodium.

» L'acide vanadique attaque également les *fluorures métalliques*. Nous avons vu (*Comptes rendus*, t. XCIX, p. 967) que les apatites fluorées renfermant du vanadium peuvent être obtenues par la méthode générale, en chauffant, par exemple, un mélange en proportions convenables d'acide vanadique, de chlorure de potassium et d'un fluorure; mais nous avons constaté que dans ce cas le rendement est toujours bien inférieur à celui qu'indiquerait la réaction exprimée par la formule théorique; l'étude que nous venons de faire fournit l'explication de ce qui se passe : l'acide vanadique réagit bien sur le fluorure à la façon habituelle pour donner des apatites; mais, à côté de cette réaction, il s'en passe une autre non moins importante : l'acide vanadique se combine aux fluorures pour donner les combinaisons particulières solubles dans l'eau, que nous venons d'étudier. Il s'établit donc suivant les proportions des matières, mises en présence, et selon la température à laquelle l'opération a lieu, un état particulier d'équilibre entre les deux actions qui donnent l'une une apatite, l'autre les combinaisons de l'acide vanadique avec le fluorure considéré; cette dernière n'est jamais nulle : elle fait disparaître une certaine quantité d'acide vanadique à l'état de combinaison soluble, et l'on comprend que le rendement en apatite se trouve de ce fait notablement diminué. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'acide chlorhydrique sur le chlorure cuivrique : chlorhydrate de chlorure cuivrique.* Note de M. **Engel**, présentée par M. Friedel.

« L'acide chlorhydrique précipite le chlorure de cuivre de sa dissolution aqueuse, conformément à la loi approchée que j'ai formulée (*Comptes rendus*, t. CII, p. 619), c'est-à-dire que $1^{éq}$ d'acide chlorhydrique précipite sensiblement $1^{éq}$ de chlorure de cuivre. La somme des équivalents de l'acide et du chlorure diminue d'abord légèrement, comme cela a lieu pour la plupart des chlorures. Lorsque 10^{cc} de la solution arrivent à renfermer environ $70^{éq}$ d'acide chlorhydrique, la somme des équivalents est de nouveau sensiblement égale au nombre d'équivalents de chlorure de cuivre que contient la solution saturée de ce sel. Si l'on continue à augmenter la proportion d'acide chlorhydrique, on constate qu'il arrive un moment où la quantité de chlorure de cuivre cesse de s'abaisser, puis s'élève sensiblement.

Le Tableau suivant résume cette série d'expériences :

		Milli-équivalents		
Expériences.	Densités de la solution.	d'HCl en solution dans 10^{cc} à 0°.	de $CuCl^2$ en solution dans 10^{cc} à 0°.	Somme des équivalents.
I...........	1,490	0	91,75	91,75
II..........	1,474	4,5	86,8	91,3
III.........	1,457	7,8	83,2	91
IV.........	1,435	10,5	79,3	89,8
V..........	1,389	20,25	68,4	88,65
VI.........	1,319	37,5	50	87,5
VII........	1,231	70,25	22,8	93,05
VIII........	1,288	102,5	23,5	126
IX.........	1,323	128	26,7	154,7

» J'ai déjà fait observer que les chlorhydrates de chlorure paraissent être, en général, plus solubles que les chlorures correspondants, et que, lorsque l'acide chlorhydrique détermine une augmentation de la solubilité d'un chlorure, ce phénomène, qui constitue une exception à la loi générale qui régit l'action de l'acide chlorhydrique sur la solubilité des chlorures, paraît devoir être attribué à la formation, au sein de la solution, d'une combinaison définie du chlorure avec l'acide chlorhydrique.

» Cette observation m'a conduit à admettre, dans le cas particulier du

chlorure de cuivre, l'existence d'un chlorhydrate de chlorure que j'ai pu, en effet, isoler sous la forme de belles aiguilles d'un rouge grenat foncé. Il suffit de saturer d'acide chlorhydrique, jusqu'à refus, à la température de 20° à 25°, une solution de chlorure de cuivre renfermant, pour 10^{cc} de la solution, 30 à 35 milli-équivalents de chlorure de cuivre, pour obtenir par le refroidissement à 0° une magnifique cristallisation de chlorhydrate de chlorure. Lorsque le refroidissement est lent, les cristaux ont souvent plusieurs centimètres de longueur. Le plus ordinairement, ce corps est en fines aiguilles.

» Exposé à l'air sec, ce sel perd immédiatement de l'acide chlorhydrique et devient vert. Quelques secondes suffisent pour que cette transformation soit complète, lorsque le corps est en couche mince et que l'acide chlorhydrique est entraîné par un courant d'air.

» Le chlorhydrate de chlorure de cuivre se dissocie donc à la température ordinaire, dans l'air sec. Si l'on ne favorise pas le départ de l'acide chlorhydrique, la décomposition ne tarde pas à s'arrêter. La tension de dissociation du composé est donc inférieure à 760^{mm}. Aussi ce corps se conserve-t-il très bien dans l'acide chlorhydrique, et, s'il a subi un commencement de décomposition, il suffit de faire passer dans le flacon qui le renferme un courant d'acide chlorhydrique pour ramener à la couleur rouge grenat les cristaux verts résultant de la dissociation.

» L'obtention de chlorhydrate de chlorure de cuivre suffisamment sec pour être soumis à l'analyse, et non partiellement décomposé, présente quelques difficultés. Le moyen qui m'a paru le plus simple consiste à essorer rapidement, dans une petite essoreuse faisant 3000 tours à la minute, une quantité assez considérable du sel. On obtient ainsi une masse suffisamment sèche qui extérieurement est verte par suite de la dissociation, mais dont l'intérieur est resté inaltéré. Il est dès lors facile de prélever des prises de la portion inaltérée du produit, à l'aide de petits tubes tarés à l'avance, dont on se sert à la manière d'un emporte-pièce, et qu'on bouche instantanément.

» L'analyse conduit à la formule $CuCl^2 + 3H^2O + HCl$.

	Trouvé.		Calculé.
	I.	II.	
$CuCl^2$ pour 100	60	59,8	59,7
HCl pour 100	15,9	15,8	16,2
H^2O (par diff.) pour 100	24,1	24,4	24
	100,0	100,0	99,9

» Le chlorure de cuivre $CuCl^2 + 3H^2O$ n'a pu être isolé. Il est évident, d'après ce qui précède, qu'un semblable corps fixerait directement l'acide chlorhydrique sec.

» A défaut du chlorure à 3^{mol} d'eau, j'ai essayé l'action de l'acide chlorhydrique gazeux sur le chlorure de cuivre cristallisé $CuCl^2 + 2H^2O$ et j'ai constaté que ce sel absorbe facilement l'acide chlorhydrique, en devenant rouge grenat. Lorsque le sel est contenu dans un tube en U, la portion qui se trouve la première en contact avec l'acide chlorhydrique perd de l'eau. C'est sans doute aux dépens de l'eau perdue par une partie du sel que se forme le chlorhydrate de chlorure dans les conditions ci-dessus.

» La couleur rouge grenat du chlorhydrate de chlorure de cuivre mérite de fixer l'attention. Cette couleur se rapproche, en effet, de celle du chlorure de cuivre anhydre. Les sels de cuivre hydratés sont, en général, bleus et le composé que je viens de décrire contient 3^{mol} d'eau. Il semble donc que, dans le chlorhydrate de chlorure de cuivre, le chlorure de cuivre se trouve à l'état anhydre et que toute l'eau se trouve combinée, d'une manière plus immédiate, avec l'acide chlorhydrique.

» Cette hypothèse se trouve corroborée par le fait que l'acide chlorhydrique enlève de l'eau au chlorure $CuCl^2 + 2H^2O$. On ne comprendrait donc pas comment l'acide chlorhydrique permettrait au chlorure de cuivre de fixer plus d'eau que n'en renferme ce dernier hydrate. On ne conçoit pas davantage que l'acide chlorhydrique puisse changer la couleur de l'hydrate de chlorure de cuivre et lui donner précisément celle du chlorure anhydre.

» Je rappellerai à ce sujet que j'ai observé un fait du même ordre dans l'étude des chlorhydrates de chlorure de zinc. L'un de ces chlorures $(ZnCl^2)^2 + HCl + 2H^2O$ se décompose dans certaines conditions, en présence d'une solution concentrée de chlorure de zinc par exemple, en chlorure de zinc *anhydre* et acide chlorhydrique qui reste combiné avec le chlorure de zinc en solution (*Annales de Chimie*, t. X).

» Enfin, il y a lieu de remarquer encore que tous les chlorhydrates de chlorures isolés jusqu'à présent renferment de l'eau de cristallisation.

» La coloration brune que possède le chlorure de cuivre en solution chlorhydrique concentrée est due à la présence, au sein de la liqueur, de quantités plus ou moins grandes de chlorhydrate de chlorure de cuivre. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Note sur des combinaisons des dérivés métalliques des phénols avec les chlorures mercureux et cuivreux.* Note de M. **A.-Gabriel Pouchet**, présentée par M. Friedel.

« On sait que le phénol est susceptible de fournir des combinaisons dans lesquelles l'hydrogène phénolique est remplacé par des métaux : ces combinaisons ont reçu la dénomination de *phénates* et se produisent, par exemple, lorsqu'on traite le phénol par une solution alcaline ou, mieux encore, par un métal alcalin. Ces combinaisons avec les métaux alcalins étant solubles dans l'eau permettent d'obtenir, par double décomposition, les composés correspondants des divers sels métalliques.

» J'ai repris dernièrement l'étude du produit que l'on obtient en traitant le phénol sodé ou bien une solution de phénol dans la soude caustique par le chlorure mercurique, et j'ai reconnu qu'il se forme une combinaison beaucoup plus complexe que celle qui correspondrait aux produits appelés *phénate* ou *oxyphénate de mercure*. Le précipité qui prend naissance dans de semblables conditions présente une composition *constante* qui est représentée par la formule



$$(C^6H^5O)^2Hg, Hg^2Cl^2, 4H^2O,$$

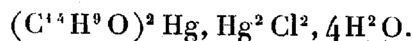
ainsi que j'ai pu en acquérir la certitude à la suite d'un certain nombre d'analyses.

» Le phénol β de la naphtaline et le phénol α de l'anthracène donnent aussi des combinaisons du même genre dont les formules sont



$$(C^{10}H^7O)^2Hg, Hg^2Cl^2, 4H^2O$$

et



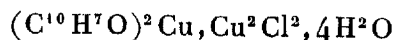
$$(C^{14}H^9O)^2Hg, Hg^2Cl^2, 4H^2O.$$

» Afin d'établir avec la plus entière certitude la constitution de ces intéressants composés, j'ai préparé, avec le chlorure cuivrique, les combinaisons correspondantes dont la composition est représentée par les formules



$$(C^6H^5O)^2Cu, Cu^2Cl^2, 4H^2O$$

pour le phénol et



$$(C^{10}H^7O)^2Cu, Cu^2Cl^2, 4H^2O$$

pour le β-naphtol.

» Les conditions dans lesquelles ces combinaisons ont été obtenues sont les suivantes :

» Pour le phénol : 2^{vol} de phénol liquéfié par la chaleur ont été additionnés de 1^{vol} de soude caustique à 40° Baumé, le mélange a été étendu de 10^{vol} d'eau; puis on y a versé, goutte à goutte et en agitant constamment, une solution saturée de sublimé corrosif jusqu'à ce que le mélange en renfermât un excès. Au premier abord, le précipité produit se redissout dans la solution phénolique, puis il se forme, à la fin de la réaction, un précipité blanc très légèrement nuancé de rose, qui fut filtré, lavé soigneusement et séché dans le vide. Lorsque la solution de sublimé est ajoutée trop brusquement, il se produit un précipité jaune d'or qui se décolore peu à peu et se transforme dans le corps blanc décrit précédemment. Il faut alors abandonner le mélange à une macération prolongée. Le *même composé* prend naissance lorsqu'on traite une solution de phénol sodé par une solution de sublimé.

» La substitution au sublimé d'une solution étendue de chlorure cuivrique permet d'obtenir le composé correspondant de cuivre.

» Pour le β-naphtol et l'α-anthrol, on a dissous à saturation ces phénols dans une lessive de soude à 1,10 de densité, et le reste de la préparation a été effectué comme il vient d'être dit.

» J'étudie en ce moment les propriétés thérapeutiques de ces composés, auxquels je donnerai la dénomination de *mercure-phénol calomel*, *mercure-naphtol calomel* et *mercure-anthrol calomel;* soit qu'on les emploie en injections intra-musculaires pour remplacer le calomel ou l'oxyde jaune dans la méthode de Scarenzio, soit qu'on les utilise à titre d'antiseptiques, notamment pour réaliser l'antisepsie intestinale suivant la méthode de M. Bouchard. Je me suis assuré déjà que ces composés peuvent être injectés à des animaux en quantités massives sans produire d'accidents d'intoxication. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les francéines*. Note de M. C. **Istrati**, présentée par M. Friedel.

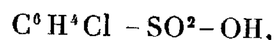
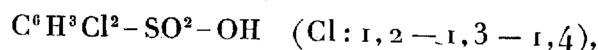
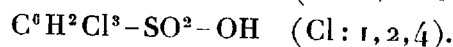
« La réaction par laquelle Mitscherlich obtint, dès 1834, le dérivé monosulfonique de la benzine, est devenue une réaction générale; elle est employée aujourd'hui pour obtenir les dérivés mono ou polysulfoniques de la benzine et de ses homologues, ainsi que de leurs dérivés halogénés, nitrés, etc.; elle sert également pour préparer les dérivés des autres noyaux de la série aromatique (naphtaline, anthracène, etc.).

» En général, elle est très facile. On croyait que le seul corps qui pût se former pendant la réaction était le dérivé sulfonique.

» Pour la benzine, on connaît les dérivés sulfoniques jusqu'au suivant inclusivement : $C^6H^3(SO^2OH)^3$.

» Pour les benzines bromées, on connaît un représentant pour chaque degré de bromuration jusqu'au dernier : $C^6Br^5-SO^2-OH$.

» Quant aux benzines chlorées, on ne connaissait que les suivants :


$$C^6H^4Cl-SO^2-OH,$$

$$C^6H^3Cl^2-SO^2-OH \quad (Cl: 1,2-1,3-1,4),$$

$$C^6H^2Cl^3-SO^2-OH \quad (Cl: 1,2,4).$$

» C'est pendant l'étude que j'ai entreprise, pour obtenir les dérivés sulfoniques de la benzine plus riches en chlore que ceux que je viens de citer, que j'ai observé la production d'une série des corps nouveaux très intéressants, possédant presque tous des propriétés colorantes; je leur ai donné le nom générique de *francéines* (¹).

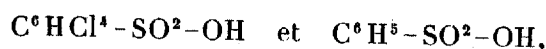
» Dans le cours de cette étude, que je poursuis actuellement encore, j'ai observé les faits suivants :

1. Sous l'influence de l'acide sulfurique concentré (D = 1,84 à 14° R.) à chaud (dans un appareil à reflux, et la température ne dépassant jamais celle du point d'ébullition du corps employé), il se forme toujours, outre une certaine quantité d'eau, du bioxyde de soufre et de l'acide chlorhydrique, ce dernier dans le cas où le corps est chloré.

» Voici les corps que j'ai étudiés :

1. C^6H^6,
2. C^6H^5Cl,
3. $C^6H^4Cl^2$ (ortho et para),
4. $C^6H^3Cl^3$ (1,2,4),
5. $C^6H^2Cl^4$ (1,2,4,5),
6. C^6HCl^5,
7. $C^6H^5CH^3$,
8. $C^6H^3Cl^2C^2H^5$ (1,4,2),
9. $C^6H^5AzO^2$,
10. C^6H^5-OH,
11. $C^6H^5-AzH^2$,
12. $C^6H^3-CH^3-C^3H^7-OH$ (1,4,3),
13. $C^6H^3-Cl^2SO^2-OH$ (1,4,2),
14. $C^6H^5-SO^2-C^6H^5$,
15. $C^{10}H^8$,
16. $C^{14}H^{10}$,
17. C^4H^4S (thiophène),
18. C^7H^5Az (pyrrol).

2. Le dérivé sulfonique s'obtient avec tous ces corps; il faut cependant noter que, avec les composés suivants


$$C^6HCl^4-SO^2-OH \quad \text{et} \quad C^6H^5-SO^2-OH,$$

on ne l'obtient qu'en quantités insignifiantes.

» Pour les dérivés sulfoniques des benzines chlorées, on observe que la quantité du dérivé sulfonique est en rapport inverse avec la teneur en

(¹) *Action de l'acide sulfurique sur les benzines chlorées supérieures* (*Bulletin de la Société chimique*, p. 35-41; 5 juillet 1887).

chlore de ces corps. Le corps sulfonique s'obtient facilement et en grande quantité avec le chlorure de phényle et assez difficilement, et surtout en petite quantité, avec la benzine trichlorée (1, 2, 4). Avec les deux benzines plus chlorées encore, on n'en obtient que des traces.

» 3. Dans la même réaction, on obtient souvent des sulfobenzides.

» Ainsi l'on obtient la sulfobenzide $C^6H^5-SO^2-C^6H^5$ facilement et en assez grande quantité dans la réaction de l'acide sulfurique sur la benzine. Je pense même que c'est le meilleur procédé pour obtenir ce corps.

» Des sulfobenzides s'obtiennent dans la réaction de l'acide sulfurique sur le chlorure de phényle, l'ortho ou la paradichlorobenzine, et surtout sur le corps $C^6H^3Cl^2-C^2H^5$.

» 4. La production du bioxyde de soufre et de l'acide chlorhydrique ne peut pas être mise sur le compte d'une décomposition du corps, car *la seule fois* qu'on ait observé la production du charbon, c'est seulement pendant la réaction sur le corps $C^6H^3Cl^2-C^2H^5$. La francéine qui se produit paraissant être identique à celle qu'on obtient avec la benzine paradichlorée, j'attribue la formation du charbon à l'élimination du groupe éthyle.

» 5. Dans toutes ces réactions, on obtient une francéine. Toutes sont solubles dans l'acide sulfurique concentré, et quelques-unes tellement solubles dans l'eau, qu'on a beaucoup de peine à les isoler.

» Je décrirai succinctement seulement les francéines qu'on obtient avec les premiers neuf corps parmi ceux énoncés plus haut, en exceptant pour le moment le septième.

» On obtient en effet une francéine avec la benzine et avec tous ses dérivés chlorés.

» La quantité qu'on obtient est en raison inverse de la quantité du dérivé sulfonique, ou en raison directe de la teneur en chlore du corps employé, à tel point qu'avec les benzines tétra- et pentachlorées, si l'on n'obtient pas le dérivé sulfonique, on obtient d'une manière presque exclusive et en assez grande quantité la francéine correspondante.

» Toutes, sauf deux exceptions, sont solubles dans les alcalis et peuvent donner des sels neutres très solubles dans l'eau. Toutes sont plus ou moins solubles dans l'alcool et donnent assez souvent de magnifiques solutions colorées du plus intense dichroïsme. Soit en solution alcoolique, soit en solution alcaline et dans ce cas à l'aide d'un mordant, elles peuvent colorer le coton, le fil de lin, la laine et surtout la soie, en donnant des teintes qui varient depuis le *vieux rose* jusqu'au marron ou même au *café au lait foncé*.

» La vivacité de la coloration des francéines et leur tendance vers le rouge est en raison directe de leur teneur en chlore.

» On obtient des francéines noires, à l'état sec ou en solution acide, alcaline, alcoolique ou aqueuse, avec les corps n°s 1, 2, 3 et 7.

» A mesure que la teneur en chlore augmente, on voit s'accroître en même temps la tendance vers le rouge, et les corps solides ont une cassure conchoïdale et un aspect métallique à reflet vert noirâtre, surtout pour la francéine qu'on obtient avec le corps C^6HCl^5.

» Cette dernière a été la mieux étudiée jusqu'à présent. Il faut ajouter que dans cette réaction, de même qu'en partant du corps C^6Cl^5-AzO^2, on obtient deux francéines.

Francéines en Cl^5.

A.	B.
Aspect métallique.	Masse rougeâtre.
Reflet vert noirâtre.	Peu foncé.
S'obtient en grande quantité.	Le quart de la première.
Facilement soluble dans la potasse.	Presque insoluble.
Insoluble dans l'eau à chaud.	Soluble, surtout à chaud.
Soluble dans l'alcool méthylique, éthylique, amylique et la glycérine.	Moins solubles dans les mêmes réactifs.
Solution d'un dichroïsme intense, rouge verdâtre très foncé.	Solution dichroïque, rose jaune d'or, très claire.
Teint la soie en vieux rose, des nuances les plus claires jusqu'aux plus foncées.	Teint la soie en rose très clair couleur de pêche.

» C'est avec le corps A que j'ai obtenu de nombreux sels qui diffèrent non seulement par leur solubilité dans l'eau et dans l'alcool, mais aussi par leur dichroïsme en solutions alcooliques.

» La composition de ce corps répond à la formule $C^{18}HCl^5O^5$.

» Cette francéine chlorée paraît être un phénol et une double quinone en même temps.

» Dans une prochaine Note, j'espère montrer la relation qui existe entre la production des francéines et les sulfobenzides, de même que les dérivés sulfoniques. »

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Sur le dosage des bases dans les flegmes industriels.* Note de M. L. **Lindet**, présentée par M. Debray.

« Les hygiénistes se sont, depuis quelque temps, préoccupés de la présence, dans les alcools commerciaux, de bases organiques, auxquelles ils

ont attribué une action toxique. La constitution de ces bases, découvertes en 1869, par Krœmer et Pinner, et que plusieurs auteurs ont considérées depuis comme des bases pyridiques, est encore mal connue. Pour éclaircir cette question, M. Ed.-Ch. Morin a entrepris un travail dont les résultats ne sont pas encore publiés.

» Sans attendre ces résultats et laissant à M. Morin le soin de fixer la composition de ces bases, j'ai entrepris de rechercher une méthode qui permît de les doser même sur de faibles quantités d'alcool et sans recourir à la distillation fractionnée.

» M. Ordonneau a conseillé, pour reconnaître ces bases, de distiller l'alcool suspect en présence de quelques gouttes d'acide sulfurique, d'évaporer à sec et de chauffer le résidu avec un peu de potasse; les bases se dégagent et se perçoivent nettement à leur odeur caractéristique. Il m'a semblé qu'une méthode reposant sur la transformation de ces bases en ammoniaque et sur le dosage alcalimétrique de l'ammoniaque permettrait d'évaluer la quantité de bases contenues dans un alcool.

» Le procédé imaginé par M. Kjeldahl pour le dosage de l'azote dans les engrais se prête parfaitement à cette transformation, et il suffit, pour l'appliquer dans ce cas spécial, d'opérer de la façon suivante :

» L'alcool ou le flegme ($0^{lit},5$ ou 1^{lit}) est d'abord ramené à 50° Gay-Lussac environ, additionné de 20^{gr} d'acide sulfurique, agité pendant quelque temps, et distillé doucement jusqu'à ce que tout l'alcool et toute l'eau aient disparu. L'acide sulfurique, qui, tout d'abord, charbonne les matières que la distillation n'a pas enlevées, puis les brûle en dégageant de l'acide sulfureux, ne tarde pas à s'éclaircir. On ajoute alors $0^{gr},5$ de mercure et l'on continue pendant une heure ou deux à chauffer le liquide un peu au-dessous de son point d'ébullition. Il ne reste plus alors qu'à traiter la liqueur par l'eau, à la verser dans le ballon de l'appareil de M. Schlœsing, à l'additionner de sulfure de potassium et de potasse caustique pour chasser l'ammoniaque, que l'on recueille dans une liqueur titrée d'acide sulfurique.

» La méthode est d'une grande sensibilité; elle permet aisément de doser dans un flegme $\frac{1}{1000000}$ de base. Je me suis en outre assuré de son exactitude : des essais synthétiques faits avec de l'alcool pur et une certaine quantité de base pure, que M. Morin avait bien voulu me remettre, m'ont permis de contrôler le procédé; j'ai vérifié également qu'en reprenant par l'acide sulfurique les produits distillés, on n'y retrouvait aucune trace de bases.

» J'ai appliqué d'abord cette méthode à la recherche des bases contenues dans les boissons alcooliques d'usage courant (eaux-de-vie, rhums, genièvre); à ces boissons, j'ai comparé ensuite les flegmes qui, provenant de nos distilleries industrielles, sont destinés à être rectifiés avant d'intervenir à la fabrication des liqueurs; tous les produits sur lesquels j'ai opéré étaient d'ailleurs d'origine certaine.

» Le Tableau suivant indique en milligrammes, d'un côté, la dose d'ammoniaque que l'analyse m'a fournie par litre d'alcool contenu dans chacun de ces produits; d'un autre, la proportion de base, correspondant à cette quantité, calculée d'après la composition de l'échantillon de base (178°-180°) que j'ai eu entre les mains, et qui donnait à l'analyse 23,5 pour 100 d'ammoniaque :

	Ammoniaque.	Base.
	mmg	
Eau-de-vie vieille (Vibrac, Charentes), 45°	1,29	5,48
» (faite au laboratoire), 49°	0,95	4,04
Eau-de-vie de cidre (Clères, Seine-Inférieure), 69°	1,35	5,74
Eau-de-vie de marc de raisin (Barletta, Italie), 53°	1,40	5,95
Rhum de mélasses (Réunion), 60°	3,07	13,05
» (Guadeloupe), 63°	2,54	10,79
» (Martinique), 55°	5,30	22,52
Flegme de grains saccharifiés par l'acide, 59°	0,52	2,21
» » 60°	0,66	2,80
Flegme de grains saccharifiés par le malt, 50°	0,40	1,70
» (Genièvre d'Anvers), 49°	0,86	3,65
Flegme de betteraves, 74°	0,84	3,57
» » 54°	1,04	4,42
» » 58°	2,86	12,15
Flegme de topinambours, 58°	0,93	3,95
Flegme de mélasses de betteraves, 85°	16,23	68,98
» » » 79°	18,09	76,88
» » » 79°	19,24	81,77
» » » 71°	23,05	97,96

» Je me hâte d'ajouter que les nombres inscrits à ce Tableau ne doivent pas être considérés comme exprimant la quantité totale de bases produites par la fermentation dans les différents milieux, les vins étant toujours acides, au moment de leur distillation, et une partie des bases pouvant, par suite, être retenue par les vinasses; mais, comme l'acidité adoptée pour la fermentation des moûts est sensiblement la même dans toutes les distilleries, ces nombres peuvent être regardés comme comparables entre eux.

» En les examinant, diverses conclusions se présentent, sur lesquelles, cependant, il convient de ne s'exprimer qu'avec réserve.

» La faible quantité de base que l'on rencontre dans les flegmes de grains semble devoir être attribuée, d'une part, à ce que, dans les distilleries de grains, le moût est saccharifié à 120°-130° si l'on opère au moyen des acides, à 65°-70° si l'on travaille au moyen du malt, et que, dans ces conditions, l'action des germes, auxquels on attribue généralement la formation de ces bases, se trouve annulée dans le premier cas, suffisamment atténuée dans le second; d'autre part, à ce que, dans ces distilleries, les moûts sont ensemencés de levures soigneusement cultivées.

» La quantité de bases paraît augmenter sensiblement lorsque la fermentation est conduite sans addition de levain, comme dans le cas de la fabrication du vin ou du cidre, ou lorsque les levures sont rarement renouvelées, comme dans les distilleries agricoles de betteraves.

» Enfin, leur grande proportion dans les rhums de mélasses de cannes et dans les flegmes de mélasses de betteraves semble confirmer cette opinion que des produits de cette nature prennent naissance sous l'influence d'êtres microscopiques au sein même de la mélasse, et avant sa fermentation.

» Si les expériences physiologiques démontrent que ces bases possèdent bien les propriétés toxiques qu'on leur attribue, on sera frappé de ce fait, qu'à l'exception des flegmes de mélasses les bases se rencontrent en plus grande quantité dans les boissons usuelles, considérées jusqu'ici comme inoffensives, que dans certains flegmes d'industrie. Il ne faut pas oublier en outre que ces flegmes sont destinés à être rectifiés, que les bases constituent les impuretés les plus faciles à éliminer par la rectification bien conduite, soit du flegme pur, soit du flegme additionné d'acide sulfurique, et que l'on peut, au point de vue de la teneur en bases, rendre aisément les alcools d'industrie plus inoffensifs que les meilleures eaux-de-vie. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la fermentation alcoolique du galactose.* Note de M. **Em. Bourquelot**, présentée par M. Berthelot.

« Les différents chimistes qui ont étudié l'action de la levure de bière sur le galactose sont en désaccord sur la question de savoir si ce sucre éprouve ou non la fermentation alcoolique. Les uns affirment qu'il fer-

mente facilement, d'autres qu'il fermente très lentement, d'autres enfin qu'il ne fermente pas.

» A la suite de mes recherches sur cette matière sucrée ([1]), j'ai été amené à reprendre cette étude. Ayant tout d'abord constaté qu'une solution de galactose pur, additionnée de levure de bière, n'entrait pas en fermentation, j'aurais dû me ranger à l'opinion des savants (Kiliani, F. Koch), qui nient que le galactose puisse fermenter; mais, si l'on réfléchit qu'il s'agit ici d'un fait particulièrement facile à constater, on comprendra qu'il n'y a pas lieu de supposer un instant que les chimistes, qui ont soutenu l'opinion contraire, aient fait une erreur d'observation. Aussi ai-je pensé que la cause des divergences d'opinions, que j'ai signalées, devait plutôt être recherchée dans les circonstances de l'expérience, circonstances qui ont pu être différentes sans qu'on l'ait soupçonné.

» Ce qu'on pouvait tout d'abord admettre, c'est qu'on s'était servi de levures différentes. J'ai essayé la levure de bière haute et la levure basse (température 15° à 16°), et l'une et l'autre m'ont donné les mêmes résultats négatifs.

» On se trouvait ainsi conduit à se demander si la fermentescibilité du galactose, qui a été constatée par Pasteur et par Lippmann, ne s'était pas produite par suite de la présence, comme impureté du galactose, d'une petite proportion de glucose. Bien que je ne connusse pas d'observation analogue dans la Science, j'étais pourtant poussé à faire des essais dans ce sens, par cette raison que M. Pasteur a donné pour le galactose un pouvoir rotatoire un peu faible, qui ne s'explique que par la présence de glucose.

» En conséquence, j'ai fait une solution renfermant parties égales de galactose et de glucose, et, pour me rapprocher le plus possible des conditions présumées des expériences de Pasteur et de Lippmann, j'ai employé comme glucose le glucose tiré du sucre de lait, que j'ai réussi à isoler à l'état cristallisé. Au reste, voici le détail de cette opération :

» Galactose, 8^{gr}; galactoglucose, 8^{gr}; eau distillée, 250^{cc}; levure basse, 4^{gr}; température, 15°-16°.

» La fermentation s'établit immédiatement, et, au bout de cinq jours, elle est terminée. Galactose et glucose ont subi la fermentation alcoolique.

» Afin d'analyser le fait de plus près, j'ai institué une série de fermentations, dans lesquelles la proportion de glucose ajoutée était de plus en plus faible, la somme des

([1]) Association française pour l'avancement des Sciences, 1887.

deux sucres représentant toujours 8gr pour 100cc, et le poids de levure ajoutée 1gr,50 pour 100cc. Les résultats sont consignés dans le Tableau suivant (température 15°-16°).

	Rapport du glucose au galactose.	Durée de la fermentation totale.	Titre alcoométrique en vol.
A	$\frac{1}{1}$	8 jours	4,5
B	$\frac{3}{5}$	8	4,5
C	$\frac{1}{3}$	9	4,6
D	$\frac{1}{7}$	12	4,6
E	$\frac{1}{31}$	21	4,4
F	galactose seul		

On voit que la présence de proportions variées de glucose active à un degré variable, mais considérable, la fermentation du galactose. D'autre part, la quantité d'alcool produit répond sensiblement à celle qu'on obtient dans une fermentation alcoolique normale. C'est donc à celle-ci qu'on a affaire.

» Quant à l'expérience F, pour laquelle la solution ne renfermait que du galactose, c'est seulement vers le sixième jour que sont apparus quelques symptômes de fermentation. Celle-ci se continue lentement, et, le trentième jour, elle ne paraît pas encore avoir atteint la moitié du sucre présent.

» Ce dernier fait laissait supposer que du galactose absolument pur, additionné de levure exempte de produit fermentescible, ne fermenterait pas. Pour en juger, on fait cristalliser de nouveau plusieurs fois du galactose pour le purifier. D'autre part, on met 3gr de levure basse dans deux ballons de 250cc, on ajoute dans chacun de ces ballons 200cc d'eau distillée, on agite et on laisse reposer.

» La levure se tasse au fond du ballon. Au bout de trente-six heures, on peut décanter la totalité du liquide. On ajoute alors dans le ballon n° **1** 200cc d'une solution de galactose purifié (8gr pour 100cc) et dans le ballon n° 2 200cc de solution de glucose (8gr pour 100cc).

» Dans le ballon n° **2**, la fermentation s'établit régulièrement, elle est terminée le septième jour. Dans le ballon n° **1** au contraire, il ne s'est pas dégagé une seule bulle de gaz en huit jours, et la rotation du liquide n'a pas changé.

» Le rôle du glucose dans la fermentation du galactose était donc évident. Ce premier sucre détermine une sorte de mise en train qui est nécessaire pour que la levure agisse sur le deuxième. Mais pouvait-on, remplaçant le glucose par un autre sucre fermentescible, provoquer également la fermentation du galactose?

» Pour résoudre cette question, j'ai disposé deux nouvelles séries de fermentations dans lesquelles le lévulose (1) pour l'une, le maltose pour l'autre, étaient les sucres fermentescibles ajoutés au galactose. Dans tous

(1) J'ai employé du lévulose cristallisé qui m'a été donné par M. Jungfleisch.

les cas la somme des deux sucres représentait 8^{gr} pour 100^{cc} et le poids de levure basse ajoutée, $1^{gr},50$ pour 100^{cc}. Les résultats principaux sont résumés dans les deux Tableaux suivants :

	Rapport du lévulose au galactose.	Durée de la fermentation totale.	Titre alcoométrique en volume.
		Première série.	
A	$\frac{1}{2}$	8 à 9 jours	$4^{\circ},2$
B	$\frac{1}{15}$	19 jours	$4^{\circ},4$
		Deuxième série.	
A	$\frac{1}{2}$	17 jours	$4^{\circ},2$
B	$\frac{1}{15}$	25 jours	4°

» Comme on le voit, le lévulose et le maltose peuvent, de même que le glucose, effectuer la mise en train de la fermentation du galactose. En résumé, je crois donc pouvoir conclure que le galactose pur ne fermente pas en présence de la levure de bière à 15°-16°, mais qu'il subit la fermentation alcoolique lorsqu'il se trouve additionné de glucose, ou de lévulose ou de maltose. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'acide galactose-carbonique.* Note de M. **Maquenne**, présentée par M. Dehérain.

« M. Schützenberger a fait voir le premier, en partant du sucre interverti, que les glucoses, sous l'influence de l'acide cyanhydrique et de l'eau, peuvent donner naissance à des acides-alcools en C^7 que l'on peut considérer comme des acides hexaoxyheptyliques, sans rien préjuger d'ailleurs sur la structure de leur chaîne. J'ai moi-même montré, il y a quelque temps, que cette réaction a lieu avec le dextrose ou le lévulose pris isolément, et que les acides qui en dérivent ont un pouvoir rotatoire inverse à celui des sucres générateurs; enfin, plus récemment, Kiliani, par une étude complète de ces dérivés, a réussi à établir leur constitution et, par suite, celles du dextrose et du lévulose.

» J'ai reconnu que le galactose, non encore étudié à ce point de vue, peut aussi fixer les éléments de l'acide cyanhydrique et de l'eau, et donner un acide hexaoxyheptylique isomère des précédents : j'indiquerai seule-

ment, dans cette Note, les conditions dans lesquelles se forme ce corps, ainsi que ses principaux caractères.

» Lorsqu'on ajoute un excès de nitrile formique à une solution de galactose et qu'on abandonne le mélange à lui-même, à la température ordinaire, on voit, de jour en jour, le pouvoir rotatoire du liquide, d'abord fortement dextrogyre, diminuer régulièrement jusqu'à devenir presque nul; puis tout à coup, dans l'espace de quelques heures, le liquide se colore en brun par suite de la décomposition de l'acide cyanhydrique en excès. Si la solution de galactose est concentrée, il se forme, un peu avant que la coloration brune apparaisse, un précipité cristallin, jaunâtre, peu soluble, dont on favorise la production en chassant l'excès de nitrile formique par un courant d'air. On peut facilement recueillir ce corps par filtration à la trompe; on le purifie par dissolution et cristallisation dans l'acide acétique bouillant.

» Le composé qui se forme ainsi est l'*amide galactose-carbonique*, ainsi qu'il résulte de l'analyse suivante :

	Trouvé.	Calculé pour $C^7H^{15}AzO^7$.
Carbone	36,92	37,33
Hydrogène	6,65	6,67
Azote	5,81	6,22

» L'amide galactose-carbonique cristallise en aiguilles microscopiques très fines, un peu jaunâtres, peu solubles dans l'eau, à peu près insolubles dans l'alcool, solubles dans l'acide acétique bouillant, qui paraît être le milieu le plus convenable à leur cristallisation.

» Facilement saponifiable par simple ébullition avec l'eau, ce composé donne immédiatement, au contact des alcalis, un dégagement d'ammoniaque et un sel de l'acide correspondant.

» L'amide galactose-carbonique fond vers 194°, en brunissant et en dégageant des gaz.

» La production d'une amide dans les circonstances qui viennent d'être exposées montre que la réaction de l'acide cyanhydrique sur le galactose n'est pas absolument semblable à celle qu'on obtient avec le lévulose. Ce dernier, en effet, donne seulement le nitrile de l'acide lévulose-carbonique, et les alcalis séparent de ce corps de l'acide cyanhydrique au lieu d'ammoniaque. Dans le cas du galactose, il y a donc hydratation en même temps que fixation d'acide cyanhydrique.

» *Acide galactose-carbonique* $C^7H^{14}O^8$. — Pour préparer ce corps,

il suffit de décomposer son sel de baryum, en solution chaude, par la quantité strictement nécessaire d'acide sulfurique. La dissolution acide ainsi obtenue doit être évaporée à froid, dans le vide et en présence d'acide sulfurique. L'acide galactose-carbonique se dépose alors peu à peu en fines aiguilles, très solubles dans l'eau, insolubles dans l'alcool absolu; il fond à 145° et se décompose à une température plus élevée, en se colorant en brun. Sa saveur et ses réactions sont franchement acides; examiné au polarimètre, en solution à 5 pour 100 et sous une épaisseur de 20^{cm}, il n'a pas présenté de pouvoir rotatoire appréciable; enfin, l'analyse a donné les résultats suivants :

	Trouvé.	Calculé pour $C^7H^{14}O^8$.
Carbone	36,92	37,17
Hydrogène	6,13	6,19

» *Galactose-carbonate de baryum* $(C^7H^{13}O^8)^2Ba$. — On obtient ce sel en décomposant l'amide précédemment décrite par l'eau de baryte en excès; on fait bouillir, en remplaçant l'eau qui s'évapore, jusqu'à ce qu'il ne se dégage plus d'ammoniaque, puis on précipite l'excès de baryte par l'acide carbonique et l'on concentre au bain-marie jusqu'à cristallisation.

» Le rendement est sensiblement théorique; on a trouvé à l'analyse les nombres suivants :

	Trouvé.	Calculé pour $C^{14}H^{26}O^{16}Ba$.
Carbone	28,25	28,62
Hydrogène	4,27	4,43
Baryum	23,63	23,34

» Le galactose-carbonate de baryum cristallise en longues et fines aiguilles microscopiques, denses, lentement solubles dans l'eau, insolubles dans l'alcool. Légèrement dextrogyre, une solution de ce sel à 12,01 pour 100 a donné au polarimètre, dans un tube de $0^m,20$, une déviation de 1° 20′, ce qui correspond à un pouvoir rotatoire $[\alpha]_D = 5°30'$ environ.

» La production de composés hexaoxyheptyliques avec le galactose et l'acide cyanhydrique établit définitivement la présence d'une fonction aldéhydique ou acétonique dans la molécule du galactose, mais elle ne nous donne encore aucun renseignement sur la constitution de celui-ci; il est à présumer qu'une étude plus approfondie des corps que je viens de faire connaître permettra de résoudre cette question. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Sur les accidents produits par l'oxyde de carbone.* Note de M. **N. Gréhant**, présentée par M. Larrey. (Extrait.)

« ... J'ai étudié les conditions de l'absorption, par l'organisme vivant, de l'oxyde de carbone introduit en proportions déterminées dans l'atmosphère (*Comptes rendus*, 1878). En mesurant les capacités respiratoires du sang normal et du sang partiellement intoxiqué, j'ai reconnu que le sang absorbe déjà de l'oxyde de carbone dans une atmosphère qui renferme $\frac{1}{5000}$ de ce gaz; dans une atmosphère qui en renferme $\frac{1}{1000}$, la moitié de l'hémoglobine est combinée avec le gaz toxique....

» J'ai répété récemment une expérience faite d'une manière un peu différente, en comparant les gaz extraits du sang artériel normal avec ceux que l'on extrait du sang partiellement empoisonné par un mélange à $\frac{1}{1000}$, respiré par un chien pendant une heure à l'aide d'une muselière de caoutchouc et de soupapes à eau. Voici les résultats fournis par 100^{cc} de sang :

	Sang normal.	Sang intoxiqué.
Acide carbonique...............	47	50
Oxygène.......................	27	14,2
Azote.........................	1,5	1,5

» Ainsi, le second échantillon de sang artériel contenait 14,2 d'oxygène au lieu de 27, c'est-à-dire 12^{cc},8 d'oxygène en moins. En le traitant par l'acide acétique et à 100°, on obtint 14,4 d'oxyde de carbone qui étaient combinés avec l'hémoglobine; le sang était à moitié oxycarboné.

» C'est par cette méthode physiologique, par l'extraction des gaz du sang d'un animal respirant dans une atmosphère confinée, chauffée par les poêles de divers systèmes, que l'on pourrait se rendre exactement compte des accidents qu'ils produisent lorsque les gaz de la combustion, au lieu de se dégager complètement au dehors, refluent par le bas de la cheminée dans un appartement.

» Mais, à défaut de moyens d'expérimentation que l'on ne peut trouver que dans un laboratoire de Physiologie, on pourrait, dans cette recherche, employer des animaux, et particulièrement des oiseaux [1]. »

---

[1] En mesurant la dose toxique de l'oxyde de carbone chez divers animaux, j'ai trouvé qu'elle est environ $\frac{1}{450}$ pour les moineaux, $\frac{1}{250}$ pour les chiens, $\frac{1}{70}$ pour les la-

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur l'anesthésie prolongée et continue par le mélange de protoxyde d'azote et d'oxygène sous pression (méthode Paul Bert).* Note de M. **Claude Martin**, présentée par M. Bouchard.

« On sait que l'inhalation prolongée ou répétée des vapeurs anesthésiques, employées communément en clinique chirurgicale, détermine au bout d'un temps variable des accidents graves ([1]). Paul Bert, d'autre part ([2]), a démontré qu'on pouvait produire la mort par l'inhalation continue de mélanges de chloroforme et d'éther avec l'air, alors même que le titre de ces mélanges était insuffisant à déterminer l'état anesthésique, mais à la condition de prolonger l'action de ce mélange pendant un certain nombre d'heures.

» En est-il de même pour le protoxyde d'azote mélangé à l'oxygène et administré sous pression d'après la méthode Paul Bert? Les faits cliniques consignés dans le travail de M. Raphaël Blanchard ([3]) et ceux qui nous appartiennent personnellement ([4]) ne permettent pas d'affirmer qu'il soit possible ou impossible de respirer pendant un grand nombre d'heures consécutivement, sans interruption, et sans accidents graves, le mélange de Paul Bert (protoxyde d'azote, 85; oxygène, 15). C'était à l'expérimentation qu'il convenait de s'adresser pour combler cette lacune.

» A cet effet, nous avons fait construire une cloche munie de hublots, de 250^{lit} de capacité, pouvant supporter une pression de $1^{\text{atm}},5$ et disposée de manière à recevoir un chien.

» L'animal est introduit dans la cloche à 5^{h} du soir; celle-ci est remplie avec le mélange anesthésique de Paul Bert (protoxyde d'azote, 85 oxygène, 15 parties). On élève

---

pins, de sorte que, si l'on place un oiseau dans une cage, au milieu d'une chambre chauffée par un poêle, et si l'animal meurt, on peut être sûr que l'atmosphère confinée contient au moins $\frac{1}{450}$ d'oxyde de carbone et qu'elle pourrait être dangereuse pour l'homme.

(1) Raphael Dubois, *Empoisonnement chronique par le chloroforme* (*Comptes rendus de la Société de Biologie,* 1885.)

(2) Paul Bert, *Comptes rendus de la Société de Biologie;* 1884 et 1885.

(3) Raphael Blanchard, *De l'anesthésie par le protoxyde d'azote*. Paris; 1881.

(4) C. Martin, *De l'anesthésie par le protoxyde d'azote avec ou sans tension.* Lyon; 1883.

progressivement la pression à 110, 115, 120. Le sommeil se produit au bout d'une heure et demie. On établit alors un débit d'environ 15^{lit} de mélange à l'heure.

» Le lendemain matin à 6^h le sujet est bien anesthésié, mais on constate de la dyspnée ; on fait alors passer en quelques minutes 350^{lit} de mélange gazeux. La respiration se régularise ; à partir de ce moment, le débit est réglé à 25^{lit} à l'heure.

» Douze heures plus tard, la respiration est toujours calme et se maintient ainsi jusqu'à la fin de l'expérience, dont la durée totale est de soixante-douze heures.

» L'animal ayant été retiré de la cloche, l'on observe, au bout de quinze minutes, des mouvements des pattes antérieures, les yeux s'ouvrent, le regard est inquiet; trente-cinq minutes après sa sortie de l'appareil, il fait des efforts pour se relever, il tremble comme s'il avait froid. En effet, on constate un notable abaissement de température; le poil est mouillé; le train de derrière n'obéit pas, malgré les efforts de l'animal pour se relever complètement; cependant si on pique les pattes, quelques mouvements se produisent après cinquante-cinq minutes de séjour à l'air libre; il marche et obéit au commandement. Il refuse le lait qu'on lui présente. L'intelligence ne paraît nullement altérée.

» On le laisse en repos, et le lendemain matin à 7^h on le trouve debout; il est très gai, et mange avec appétit; rien d'anormal.

» Il convient de faire remarquer que, si l'anesthésie n'a été produite qu'au bout d'une heure et demie, c'est qu'il a fallu éliminer progressivement l'air contenu dans la cloche. L'anesthésie une fois obtenue, la pression a été ramenée à 110 et maintenue à ce degré jusqu'à la fin de l'expérience.

» Une bouillie de chaux avait été placée dans la cloche pour absorber l'acide carbonique, lequel était d'ailleurs enlevé en majeure partie par le débit gazeux, qui a été de 2500^{lit} pour la durée totale de l'expérience.

» Il est donc démontré que, sous l'anesthésie prolongée et continue par le mélange de protoxyde d'azote et d'oxygène sous pression, aucun produit toxique ne s'accumule dans l'organisme de manière à déterminer des accidents graves, même après un temps fort long.

» Nous nous proposons, malgré les difficultés de l'expérimentation dans les conditions indiquées, de poursuivre nos expériences sur l'anesthésie prolongée et continue par le mélange Paul Bert [1]. »

---

(1) Nous avons employé le mélange de Paul Bert (85 protoxyde d'azote et 15 d'oxygène) parce qu'il n'était pas indispensable de produire une anesthésie très rapide.

Dans notre pratique courante, nous nous servons d'un mélange de 88 parties de protoxyde d'azote pour 12 parties d'oxygène, dont les effets sont plus rapides, mais seulement pour des opérations de courte durée.

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Sur la zymase de l'air expiré par l'homme sain.* Note de M. A. **Béchamp**. (Extrait par l'auteur.)

« En 1842, dans la première Partie d'un Mémoire sur l'air confiné, Félix Le Blanc, sur les indications de Dumas, admettait dans cet air la présence de matières animales auxquelles il attribuait une action nuisible. MM. Brown-Séquard et d'Arsonval (*Comptes rendus*, t. CVI, p. 106) viennent de démontrer que, en injections intravasculaires, le liquide condensé de la respiration produit des désordres qui peuvent amener la mort. L'agent toxique serait un produit volatil de nature alcaloïdique.

» Il y a quelques années, à l'occasion de mes recherches sur les zymases (*Recueil des Savants étrangers*, t. XXVIII, n° 3), je m'étais occupé de rechercher de quelle nature était la matière animale de l'air expiré. J'avais trouvé que c'était un produit fixe, une zymase capable de fluidifier l'empois de fécule avec production de fécule soluble. Des circonstances indépendantes de ma volonté m'ont obligé de les interrompre, mais avec l'intention de les reprendre. C'est pour me procurer ce droit que je publie cette Note. Je viens de répéter et de confirmer le résultat de mon expérience dans le laboratoire de M. Lescœur, à la Faculté de Médecine de Lille.

» Après la description de l'appareil qui permet de se procurer le liquide condensé de l'air expiré absolument exempt de salive en nature, je démontre que ce liquide fluidifie l'empois de fécule et que 100^{gr} contiennent environ $0^{gr},01$ de matière organique fixe, séchée à 60°.

» En me fondant sur les expériences de MM. J. Béchamp et E. Baltus, J. Béchamp et A. Dujardin, qui prouvent que la pancréazymase, la jéquirityzymase et les microzymas pancréatiques, en injections intraveineuses, sont d'une toxicité énorme, j'ai conclu par analogie que la zymase du liquide condensé de l'air expiré peut contribuer à expliquer la toxicité constatée par les recherches de MM. Brown-Séquard et d'Arsonval, me réservant de prouver directement que la sialozymase possède elle-même cette toxicité.

» Après avoir montré que dans l'air confiné se trouvent non seulement les produits de l'air expiré, mais ceux de la perspiration cutanée, des voies alimentaires et digestives, j'expose le programme des expériences que je me propose de continuer. »

MORPHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le cycle évolutif et les variations morphologiques d'une nouvelle Bactériacée marine,* Bacterium Laminariæ. Note de **M. A. Billet**, présentée par M. Duchartre.

« Pendant le mois d'octobre 1887, j'ai observé, à Wimereux, une nouvelle Bactériacée, dans de l'eau de mer où macéraient des Laminaires; aussi je dénomme cette espèce *Bacterium Laminariæ*, parce que c'est dans ce milieu de culture que je l'ai obtenue d'une manière constante et qu'elle semble parcourir le plus facilement toutes les phases de son existence. Dans ces conditions, en effet, le *Bacterium Laminariæ* pullule à tel point qu'à une température de + 15° à + 20° C., et en moins de trente-six heures, il forme à la surface du liquide de culture une pellicule assez épaisse, où il est aisé de le suivre dans toutes les périodes de son cycle évolutif. Or, ce cycle évolutif présente quatre états morphologiques bien distincts : l'*état filamenteux*, l'*état dissocié*, l'*état enchevêtré* et l'*état zoogléique*.

» L'*état filamenteux* est l'état initial. Il se manifeste dès les premières heures de la mise en culture, sous forme de filaments incolores et immobiles, dont les plus courts n'ont que quelques millièmes de millimètre ou μ, et les plus grands de 115 à 120 μ et davantage. Leur largeur est presque toujours constante : elle ne dépasse guère 1 μ. Les plus jeunes sont plus ou moins rectilignes; mais, à mesure qu'ils s'accroissent, ces filaments, rectilignes au début, deviennent ensuite de plus en plus ondulés et finalement se tordent complètement en spirales plus ou moins longues, ayant de 10 à 15 tours de spire en moyenne. D'ailleurs, il n'est pas rare de rencontrer des filaments dont une partie est encore rectiligne et dont l'autre est déjà ondulée ou spiralée.

» Quant à la constitution même des filaments, elle varie également avec l'âge de la culture. Au début, le protoplasme semble homogène et ininterrompu d'une extrémité à l'autre des filaments. On distingue toutefois de fines stries transversales, toutes à peu près également espacées de 1 μ environ, ayant l'apparence de cloisons. Mais, à mesure que la culture vieillit, le protoplasme commence à se segmenter en articles ou *éléments bactériens,* séparés les uns des autres par des intervalles de plus en plus prononcés, qui permettent de distinguer la gaine filamenteuse. Or, cette segmentation se fait assez inégalement, bien qu'elle soit peut-être plus ac-

tive aux extrémités des filaments qu'à leur centre. Aussi trouve-t-on, sur un même filament, des éléments de toute longueur et aussi de toute forme, suivant la forme elle-même de la partie du filament où s'opère la segmentation. Bientôt, à la place des filaments indivis des premières heures de la culture, on ne trouve plus que des chaînes d'éléments rectilignes, courbes et spiralés, dans l'intervalle desquels la gaine filamenteuse est devenue presque imperceptible, et qui, dans un moment, quitteront cette gaine pour constituer l'état suivant ou *état dissocié*.

» L'*état dissocié*, qui dérive insensiblement de l'état filamenteux, est caractérisé par la mise en liberté des différents éléments bactériens que je viens de décrire. Aussi, à un moment donné, observe-t-on, dans la même culture, des éléments de toute longueur et de toute forme. Les uns, rectilignes, correspondent, suivant leurs dimensions, aux descriptions que tous les auteurs donnent des formes *Leptothrix*, *Bacillus* et *Bacterium;* d'autres, simplement courbes, en parenthèse, en croissant ou en virgule, sont des *Vibrio;* d'autres enfin, nettement spiralés, sont des *Spirillum* à un, deux, trois, quatre, cinq tours de spire et davantage. Ces éléments variés ont pour caractère principal d'être essentiellement mobiles. La segmentation se continue chez eux très activement. Elle a pourtant une limite. Tôt ou tard, ces éléments de forme différente, en se segmentant toujours davantage, finissent par se décomposer en petits bâtonnets ou *Bacterium* très courts, un peu plus longs que larges; cette dernière forme d'élément, à laquelle aboutissent toutes les autres, est aussi la plus agile, et doit, par suite, jouer un rôle des plus importants dans la dissémination de la plante. Comme, en outre, cette forme en court *Bacterium* est la plus constante, j'en ai fait le terme générique de l'espèce que je décris actuellement, sans toutefois me dissimuler que ce terme n'est que provisoire et devra disparaître quand les caractères des Bactériacées seront mieux connus et non plus basés uniquement sur la forme si variable de leurs éléments constitutifs.

» L'état dissocié peut se manifester de très bonne heure. Il est en rapport direct avec l'activité des phénomènes de putréfaction. Si, par un procédé quelconque, en ajoutant de l'eau de mer par exemple, ou en abaissant la température, on retarde ces phénomènes, l'état filamenteux persiste plus longtemps, il est vrai, mais à un moment donné la dissociation se produit fatalement.

» L'*état enchevêtré* est caractérisé par une disposition particulière qu'affectent les filaments de l'état initial, en s'entrelaçant les uns les autres, en

tous sens, de façon à former des essaims d'étendue variable qui, en s'unissant, finissent par s'étendre comme un voile à la surface du liquide de culture. Les conditions dans lesquelles cet état se manifeste sont assez difficiles à préciser. En tout cas, il peut aboutir, soit à l'état dissocié, en donnant essor aux différents éléments dont sont formés ces filaments, soit, plus fréquemment, à l'*état zoogléique*.

» L'*état zoogléique* est constitué par la formation de *zooglées*, agrégats d'éléments bactériens, dont le principal caractère est d'être enveloppés dans une gangue commune gélatiniforme. Le plus souvent, cet état dérive de l'état enchevêtré. Plusieurs filaments, entrelacés et déjà segmentés en un grand nombre d'articles, s'accolent par leurs gaines qui bientôt semblent se fondre en une seule, à l'intérieur de laquelle la segmentation s'achève. L'état dissocié, de son côté, peut aboutir à l'état zoogléique. En effet, lorsque, pour une cause ou pour une autre, les phénomènes de putréfaction semblent s'arrêter, les différents éléments bactériens qui vivent à l'état de liberté viennent se disposer par petits groupes à la surface du liquide, perdent peu à peu leurs mouvements et s'entourent d'une même enveloppe gélatiniforme. La forme de ces îlots zoogléiques est caractéristique : elle est très nettement étoilée, par suite de la disposition rayonnée que prennent les éléments eux-mêmes autour de ces sortes de centres d'attraction. Cette forme particulière de zooglée, qui n'a pas encore été décrite, semble spéciale à cette espèce, et suffirait à elle seule pour la différencier des autres Bactériacées.

» Je n'ai pu étudier qu'imparfaitement la formation des spores. J'ai pourtant observé, sur le trajet de quelques filaments, certains corpuscules arrondis, à membrane épaisse, qui m'ont paru provenir de la condensation du protoplasme des éléments bactériens et qui, à mon avis, seraient des endospores. Mais de nouvelles recherches sont nécessaires pour élucider ce dernier point.

» Cette observation est un nouvel appui donné à la théorie de l'inconstance et de la variabilité des formes des éléments bactériens. Elle fait en outre pressentir que quelques espèces bactériennes peuvent, dans un même milieu, parcourir un certain nombre de phases évolutives qui font des Bactériacées un des groupes végétaux dont la morphologie est le plus complexe. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *L'épidémie des porcs à Marseille en* 1887. Note de MM. **Rietsch**, **Jobert** et **Martinand**, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« Depuis le mois de juillet dernier, les porcheries de Marseille et des environs sont ravagées par une épidémie que les vétérinaires ne semblent pas encore avoir observée ici. D'après nos renseignements, elle a été importée par des porcs venant d'Oran et débarqués à Marseille le 25 juin; les premiers cas se sont déclarés parmi ces porcs africains le 10 juillet, mais nos recherches n'ont pu être commencées que dans les premiers jours d'août.

» Dans la grande majorité des cas observés pendant l'été, il s'agissait essentiellement d'une affection intestinale. La durée est le plus souvent de dix à douze jours après les premiers symptômes de la maladie, rarement de quelques semaines, quelquefois de trois à quatre jours seulement; elle se termine presque toujours par la mort. Tantôt les animaux ont la diarrhée, tantôt ils sont constipés; la fièvre n'est point constante; la toux est encore moins fréquente. On observe de la faiblesse des membres postérieurs, d'où une marche incertaine et chancelante. L'appétit persiste souvent presque jusqu'à la fin. La peau peut être rouge par places, surtout aux pattes et aux oreilles. Les porcs âgés de plus d'un an présentent une réceptivité beaucoup moindre; la race africaine offre une résistance plus grande.

» A l'autopsie, il n'est point rare de trouver les reins, le foie, la rate et même les poumons d'apparence tout à fait saine, mais souvent on observe sur le foie des taches et sur les reins un piqueté hémorragique caractéristique; quand l'affection a été de longue durée, le tube digestif est le siège de lésions caractéristiques et sérieuses. L'estomac a ses parois ulcérées, l'intestin grêle est piqueté; à $0^m,20$ ou $0^m,25$ de la valvule iléo-cæcale, on observe des ulcérations s'étendant dans tout ou partie des plaques de Peyer, qui en sont le point de départ.

» La valvule est le plus souvent elle-même ulcérée. L'appendice iléo-cæcal, le cæcum, le côlon, présentent des ulcérations, soit circulaires quand elles sont déjà anciennes, soit sous forme acuminée ou furonculeuse comme dans l'entérocolite des pays chauds.

» Ces ulcérations atteignent jusqu'à 7^{cm} et 8^{cm} de diamètre, et même plus; elles forment de véritables bagues d'aspect grisâtre, friables, et rétrécissent notablement le calibre soit du gros intestin, soit de l'intestin grêle.

» Au niveau de ces ulcérations, quand elles ont envahi tout l'intestin, les cryptes muqueuses ont disparu, les follicules clos sont ouverts ou détruits, soit en partie, soit en totalité.

» Dans le rectum, il est facile de suivre le développement des ulcérations. Dans certains points visibles à l'œil nu, on voit à l'état normal une dépression de la muqueuse, véritable fossette, au fond de laquelle l'examen microscopique fait reconnaître la présence de un ou de plusieurs follicules clos.

» Cette fossette a été prise jadis par Bohm pour l'ouverture des conduits des follicules clos, qu'il considérait comme des glandes utriculaires munies d'une ouverture; il n'en est rien : dans cette fossette viennent s'ouvrir des glandes utriculaires, situées au-dessus des follicules clos et plus grandes que les glandes de Lieberkühn. Chez les porcs morts que nous avons examinés, on ne trouvait plus en ces points trace de glandes ni de follicules clos, et la cavité qui les renfermait autrefois contenait une matière blanchâtre caséeuse, formée de bacilles et de débris d'épithélium et des parois des glandes et des follicules.

» La tunique musculaire elle-même n'est point indemne; de plus, on pouvait voir que cette cavité était devenue le point de départ d'ulcérations plus ou moins étendues. Chez des porcs qui ont été malades longtemps, nous avons observé des ulcérations de la face inférieure de la langue, du pourtour et de la face interne des lèvres.

» *La réaction de l'estomac dans ces cas, ainsi que celle de l'intestin, est franchement alcaline.*

» Les ensemencements en gélatine faits avec les reins, rate et foie, n'ont souvent donné lieu à aucune végétation : la pulpe de ces organes, introduite sous la peau des souris et des lapins, ne produisait aucun effet : avec les poumons, les résultats négatifs ont été un peu moins fréquents; d'autres fois les animaux mouraient (avec les poumons) au bout de sept à dix jours. Avec les selles, avec la muqueuse intestinale, avec les ulcérations, nous avons constamment obtenu des colonies d'un même bacille, souvent pur ou presque pur; un résultat analogue a été donné aussi plusieurs fois par le poumon, rarement par la rate. Ce bacille n'est point immobile; ses cultures pures, inoculées sous la peau, à des souris, avec la

tige de platine, ne tuaient ordinairement ces animaux qu'après une dizaine de jours; pas d'œdème au point d'inoculation, pas plus qu'avec la pulpe des organes. Les lapins ne se sont pas montrès très sensibles. Sur dix souris adultes inoculées *per os*, deux seulement moururent après une quinzaine de jours. Dix souris jeunes traitées de la même manière succombèrent toutes, la première après trente heures, les autres du cinquième au trente-troisième jour. *Un jeune cochon reçut à plusieurs reprises de la culture pure dans sa mangeoire; il mourut cinquante-quatre jours après la première, vingt-deux jours après la dernière addition de culture; son intestin montra les ulcérations caractéristiques.*

» Les caractères des cultures, un peu variables d'ailleurs, correspondent peut-être aux indications fournies à ce sujet par Löffler et Schütz pour la *Schweinereuche*, autant qu'on peut en juger d'après la description de ces auteurs; mais, sous d'autres rapports, il existe de notables divergences. Nous fûmes frappés, par contre, de la concordance des lésions avec celles décrites par Salmon pour le *hog-cholera* américain. Grâce à la grande obligeance de M. Salmon, nous avons pu comparer les deux microbes; l'observation en goutte suspendue et les cultures en gélatine et sur pomme de terre ne permettent point de les identifier.

» MM. Cornil et Chantemesse ont étudié récemment (*Comptes rendus*, 19 décembre 1887) une pneumonie contagieuse des porcs aux environs de Paris; ils se sont aussi occupés de l'épidémie de Marseille (*Société de Biologie*, 24 décembre 1887); ils ont identifié ces deux maladies entre elles et avec celle de Löffler et Schütz, attribuant la différence des symptômes aux divers modes d'introduction du virus. Nous avons, dans ces dernières semaines, observé à Marseille un certain nombre de cas dans lesquels prédominaient les lésions pulmonaires, ce qui était très exceptionnel pendant la saison chaude. L'opinion de MM. Cornil et Chantemesse serait donc confirmée, s'il est démontré que le microbe de l'épidémie actuelle est bien identique à celui de Löffler-Schütz.

» Nous avons essayé de traiter les porcs malades; après diverses expériences infructueuses, nous avons obtenu d'assez bons résultats avec le sous-nitrate de bismuth, mais seulement dans les cas où les poumons n'étaient point affectés [1]. »

---

[1] Ce travail a été fait au laboratoire de Bactériologie de l'École de Médecine et de Pharmacie de Marseille.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Sur la double forme de spermatozoïdes chez les* Murex brandaris *et* trunculus *et le développement de ces spermatozoïdes*. Note de M. **R. Kœhler**, présentée par M. Alph. Milne-Edwards.

« L'existence, chez les Prosobranches, de deux sortes de spermatozoïdes, filiformes et vermiformes, qu'on avait considérée autrefois comme une particularité remarquable de la Paludine, constitue un fait assez général chez les Prosobranches. Brünn a indiqué la présence des deux formes chez un certain nombre d'espèces de la Méditerranée, entre autres chez les *Murex*, et Brock (*Zool. Jahrb.*) les a rencontrées chez quelques types exotiques. Les spermatozoïdes de la seconde forme sont très allongés, en forme de petits vers, doués de vifs mouvements chez *M. trunculus*, tandis qu'ils constituent de petits corps fusiformes, presque immobiles, chez *M. brandaris*. Dans les deux espèces, ces spermatozoïdes ne présentent ni bouquet terminal de cils ni filament central distinct, comme chez la Paludine; mais ces deux formations se rencontrent dans les phases du développement, et, chez *M. brandaris*, un système de fines fibrilles longitudinales indique que ce filament n'a pas complètement disparu au stade définitif. Le protoplasma est rempli de granulations qui sont surtout abondantes chez *M. brandaris*, où elles sont continuellement en mouvement.

» Je suis arrivé, en étudiant le développement de ces spermatozoïdes, à des résultats différents de ceux obtenus par Brünn chez la Paludine, mais conformes aux observations que j'avais faites sur l'origine des éléments séminaux chez les Pulmonés. Ici, les spermatogonies tirent leur origine de nombreux noyaux disséminés dans une couche de protoplasma qui tapisse la face interne des tubes testiculaires : l'ensemble des noyaux et du protoplasma correspond à des cellules sexuelles primordiales. Les noyaux grossissent, sortent de la couche de protoplasma et constituent des cellules ou jeunes spermatogonies, qui se divisent indirectement un grand nombre de fois en même temps qu'elles grossissent, puis subissent leur évolution ordinaire en spermatocytes, spermaties, etc. Chez les *Murex*, il existe également dans une couche de protoplasma pariétal de nombreux noyaux qui sont les origines de tous les éléments séminaux ; mais ici les noyaux, en sortant de la couche protoplasmique et en s'organisant en cellules, forment deux sortes d'éléments bien distincts : les uns sont de grandes cellules renfermant un grand noyau, un protoplasma granuleux et une

membrane d'enveloppe : ce sont les cellules mères des spermatozoïdes vermiformes; les autres sont des cellules beaucoup plus petites, sans membrane, formées d'un noyau entouré d'une couche de protoplasma offrant des prolongements qui le relient aux cellules voisines : ce sont les cellules mères des spermatozoïdes filiformes ou spermatogonies qui subissent les transformations ordinaires en spermatocytes, spermaties et spermatozoïdes.

» Les grandes cellules présentent une série de modifications qui intéressent d'abord le noyau. Celui-ci, qui renfermait de grosses granulations chromatiques, devient homogène, se contracte un peu, en même temps qu'il prend des contours moins réguliers; il se colore très fortement; le protoplasma devient ainsi plus homogène et susceptible de se colorer faiblement. Ces modifications sont accompagnées d'une fragmentation du noyau et d'un accroissement de la cellule. On obtient ainsi de grandes cellules renfermant de nombreux noyaux, de trois à six, qui tombent dans la lumière des tubes.

» Je ne puis décrire ici en détail la transformation de ces cellules en spermatozoïdes vermiformes. Je dirai seulement qu'un des noyaux produit un faisceau de fibrilles dont l'une des extrémités deviendra le bouquet de cils caractéristiques, tandis que l'autre se développera en un filament central. Celui-ci, en s'allongeant, rencontre la paroi de la cellule au point diamétralement opposé, la refoule pour s'en coiffer, formant ainsi une proéminence qui s'accroît rapidement et deviendra la tête du spermatozoïde vermiforme. Les phénomènes ultérieurs consistent dans le morcellement des noyaux en morceaux dont les uns disparaîtront, tandis que les autres constitueront les nombreuses granulations qu'on observe dans les spermatozoïdes adultes et dans la disparition du filament central et du bouquet terminal de cils. L'histoire complète du développement de ces spermatozoïdes, qui en plusieurs points s'écarte de ce que l'on connaît chez la Paludine, sera donnée dans un Mémoire accompagné de planches qui paraîtra prochainement.

» Je développerai dans ce travail les raisons qui me font considérer les spermatozoïdes vermiformes comme se formant aux lieu et place d'ovules. Brünn avait supposé que ces spermatozoïdes représenteraient, chez les Prosobranches dioïques, les ovules des formes hermaphrodites telles que les Pulmonés, dont les premiers descendent. L'hypothèse de Brünn a été combattue par Brock, qui fait remarquer que le développement des spermatozoïdes vermiformes admis par cet auteur ne rappelle pas du tout celui

des ovules, mais bien celui des spermatozoïdes, et que les types hermaphrodites n'ont pas donné naissance aux formes dioïques, mais proviennent, au contraire, de ces dernières. Brünn indique, en effet, dans le développement des cellules mères des spermatozoïdes vermiformes, de nombreuses phases préliminaires, bourgeonnement, divisions directes, divisions indirectes, qui rappellent beaucoup plus la spermatogénèse que l'ovogénèse. Chez les *Murex* j'observe, au contraire, que ces cellules mères proviennent immédiatement des cellules sexuelles primordiales, comme les ovules dans un ovaire, dans cette longue série de divisions préparatoires, et que la différenciation en deux sortes d'éléments s'effectue de fort bonne heure. Aussi, considérant que les Prosobranches sont plus anciens que les Pulmonés, il me semble préférable d'admettre que l'existence d'une double forme de spermatozoïdes indique dans le testicule une tendance à l'hermaphroditisme, une séparation en deux sortes d'éléments dont les uns, très constants, sont les spermatozoïdes ordinaires, et les autres, à formes essentiellement variables, sont des produits inutiles qui n'acquerront les propriétés physiologiques d'ovules, dont ils ont la valeur morphologique, que quand l'hermaphroditisme sera définitivement constitué [1].

ANATOMIE ANIMALE. — *Recherches sur la structure de l'œil chez un Branchiomma.* Note de M. **Camille Brunotte**, présentée par M. Alph. Milne-Edwards.

« Les Branchiomma portent, comme on sait, au sommet de chacun des filaments branchiaux, des points oculaires de taille variable. Leur structure est la même dans les deux grands yeux portés sur les filaments toujours rigides, et atteignant jusqu'à un demi-millimètre de diamètre, et les petits yeux des filaments recourbés pour former l'entonnoir branchial.

» La masse oculaire n'entoure point complètement l'axe cartilagineux de la branchie, mais laisse vers le côté interne une zone non pigmentée, recouverte par des cellules épithéliales identiques à celles qui se trouvent sur les autres régions branchiales. Sauf ce sillon incolore, le point ocu-

---

[1] Ce travail a été fait au laboratoire de Zoologie de la Faculté des Sciences de Nancy, grâce à l'envoi d'échantillons vivants qui m'a été fait de Marseille par M. le professeur Marion.

laire a presque la forme d'une sphère légèrement allongée vers la base de l'axe branchial auquel il est fixé.

» L'examen dans l'eau de mer, par compression, fait reconnaître l'existence de facettes juxtaposées correspondant à un grand nombre d'yeux élémentaires placés les uns à côté des autres et séparés par des traînées de pigment très abondant. Ces yeux élémentaires ont, en coupe optique, la forme de secteurs disposés en rayonnant autour de l'axe cartilagineux comme centre.

» La cuticule s'étend sur cette région sans aucun épaississement. Elle possède les mêmes caractères que la cuticule générale. Nous pouvons distinguer dans chaque œil une région superficielle et une région profonde; en effet, sur des coupes, on reconnaît que chaque œil élémentaire a la forme d'un triangle allongé, dont le sommet serait tourné vers le centre et la base vers la périphérie.

» Immédiatement en dessous de la cuticule se trouve une lentille sphérique qui, sur certaines préparations à l'acide osmique, paraît homogène, et qui, sur des préparations fixées avec d'autres réactifs, présente une structure finement réticulée. Cette lentille prend une coloration intense sous l'influence des réactifs colorants. Sous cette lentille, un noyau assez volumineux est situé dans une sorte de cavité arrondie, nettement séparée de la région postérieure de l'œil élémentaire qui est très granuleuse.

» L'ensemble de la lentille et de ce corps cellulaire, avec son gros noyau, peut être comparé aux formations cristalliniennes des Arthropodes. Cette cellule est enchâssée dans une masse granuleuse protoplasmique, véritable cellule visuelle, dans laquelle on distingue plusieurs portions : une antérieure, granuleuse, protoplasmique, dans laquelle se trouve un nouveau noyau, et une postérieure renfermant un corps allongé, d'apparence lamellaire, et réfringent. Ce corps, peu visible dans les préparations montées au baume de Canada, apparaît nettement dans d'autres milieux : eau, naphtaline; il est formé par des lamelles alternativement claires et obscures. Je considère ce corps comme le bâtonnet optique de la cellule visuelle. L'extrémité effilée de la cellule vient se mettre en continuation avec des filaments nerveux noyés au milieu d'une trame conjonctive et résultant de l'épanouissement du nerf branchial. Aucune trace de pigment n'existe ni dans la cellule visuelle ni dans la cellule supérieure. Des cellules pigmentaires spéciales entourent chacun de ces yeux élémentaires. Elles sont disposées en cercles à différentes

hauteurs et leurs noyaux, très visibles sur des préparations dépigmentées à l'acide nitrique pur, sont ovales et présentent deux extrémités effilées, allongées dans le sens radial.

» Il résulte des dispositions que je viens de décrire que l'œil du Branchiomma doit être considéré comme un véritable œil composé qui diffère de l'œil décrit jusqu'alors chez les autres Annélides. Certains points de sa structure me paraissent présenter quelque importance. En effet, dans leurs travaux sur les yeux des Invertébrés, Grenacher et Carrière ont toujours donné le nom de *cellules visuelles* à des cellules chargées de pigment, considérant les cellules non pigmentées comme étrangères à la vision (cellules isolantes, glandulaires, etc.). Les travaux récents de Patten semblent montrer au contraire que chez les Annélides, Arthropodes et Mollusques, la cellule visuelle ne renferme jamais de pigment, lequel se trouve toujours distribué dans des cellules accessoires; mais, de plus, pour cet auteur, une cellule visuelle est toujours caractérisée par la présence d'un filament nerveux axial. Je n'ai jamais rencontré une semblable fibre axiale dans les cellules visuelles du Branchiomma, et d'ailleurs, s'il est exact que le corps formé de lames superposées correspond bien réellement à un bâtonnet, cette fibre axiale ne saurait exister, étant donnée la position de ce corps dans la moitié postérieure de la cellule. Dans la manière de voir de Patten, la lentille sous-cuticulaire devrait être considérée comme un bâtonnet. Je ne saurais me ranger à cette opinion, car la lentille paraît être formée par une cellule bien distincte de la cellule visuelle sous-jacente, et, ensuite, parce qu'il deviendrait fort embarrassant d'expliquer la présence du corps réfringent qui présente cette structure lamellaire connue, non seulement dans le rhabdome des Arthropodes, mais même dans les bâtonnets optiques d'un grand nombre d'animaux.

» L'œil du Branchiomma paraît donc être un œil à deux couches dont la plus superficielle formerait l'appareil dioptrique, tandis que la couche profonde donnerait naissance aux éléments sensibles.

» Les Branchiomma sur lesquels ont porté ces recherches proviennent de l'étang de Thau et diffèrent par certains caractères des autres Branchiomma de la Méditerranée. J'en donnerai la description détaillée dans une étude monographique qui paraîtra prochainement [1]. »

---

[1] Cette étude a été commencée à la station zoologique de Cette, et continuée au laboratoire de Zoologie de la Faculté des Sciences de Nancy.

ZOOLOGIE. — *Sur deux nouveaux genres d'Épicarides* (Probopyrus *et* Palegyge). Note de MM. **A. Giard** et **J. Bonnier.**

« Grâce à la bienveillance de la Direction du Musée royal d'Histoire naturelle de Bruxelles, nous avons pu étudier la collection des Bopyriens de cet important établissement. Nous y avons rencontré deux formes intéressantes d'Épicarides, parasites de Palæmons, habitant les eaux douces de la Malaisie néerlandaise et probablement de l'île d'Amboine. Ces deux espèces nous paraissent devoir être considérées comme les types de deux genres nouveaux : *Probopyrus* et *Palegyge*, d'où sont dérivés d'une part les *Bopyrus*, d'autre part les *Gyge*, antérieurement décrits. Nous les nommons *Probopyrus ascendens* Semper et *Palegyge Borrei* G. et B.

» Le *Probopyrus ascendens* (*Bopyrus ascendens* Semper) a été signalé déjà par Semper ([1]) comme parasite de la cavité branchiale des *Palæmon ornatus* Olivier qui, aux îles Philippines, vivent dans des ruisseaux jusqu'à 4000 pieds au-dessus du niveau de la mer. C'est dans le même hôte que nous l'avons observé. Le genre *Probopyrus* se distingue des *Bopyrus* par les caractères du pléon dans les deux sexes. Chez la femelle, du côté dorsal, les anneaux de l'abdomen, quoique soudés entre eux, sont séparés par des lignes de démarcation très nettes et visibles même sur le milieu du corps. A la partie ventrale, les pléopodes, au lieu d'être réduits à une simple lame rudimentaire de chaque côté de l'abdomen, sont formés par des paires d'appendices homologues de ceux que nous avons désignés par les lettres *b* et *c* chez les *Cepon* et les Ioniens ([2]). Cet important caractère paraît avoir échappé à Semper qui figure (*loc. cit., fig.* 38) des lames abdominales simples comme celles des Bopyres types. Chez le mâle, le pléon porte des traces d'appendices latéraux qui font absolument défaut chez les *Bopyrus*. Le *Bopyrus palæmoneticola* Packard (*Bopyrus manhattensis* Gissler) ([3]), parasite de *Palæmonetes vulgaris* Stimpson, de la côte atlantique de l'Amérique du Nord, doit également rentrer dans notre genre *Probopyrus*, si nous nous en rapportons aux figures données par Gissler.

([1]) Semper, *Die Existenzbedingungen der Thiere;* 1880. T. I, p. 181, *fig.* 38.

([2]) Giard et Bonnier, *Contributions à l'étude des Bopyriens. Monographie du genre* Cepon; 1887, Pl. I.

([3]) Gissler, *A singular parasitic Isopod, etc.* (*American Naturalist*, janv. 1882. Vol. XVI, p. 6, Pl. I et II).

» Le *Probopyrus ascendens* diffère de *Probopyrus palæmoneticola* par sa taille plus considérable, la forme du pygidium de la femelle, celle des lames pléales, etc. La présence de *P. ascendens* dans la Malaisie néerlandaise étend considérablement l'habitat de ce Crustacé.

» La deuxième espèce que nous avons étudiée a reçu le nom de *Palegyge Borrei*. Nous nous faisons un plaisir de la dédier au savant conservateur du Muséum de Bruxelles, M. Preudhomme de Borre, bien connu par ses beaux travaux sur les Arthropodes. Nous l'avons rencontrée dans la cavité branchiale du *Palæmon dispar* E. von Martens ([1]). Une dizaine d'individus de cette espèce se trouvaient mélangés avec les *Pal. ornatus* du Musée de Bruxelles. Un seul portait un parasite ou plutôt un couple de parasites.

» Les *Palegyge* sont exactement, vis-à-vis des *Gyge*, dans le même rapport que les *Probopyrus* vis-à-vis des *Bopyrus*. Ils représentent une forme ancestrale moins dégradée et qui a gardé dans la structure du pléon l'organisation typique des Ioniens. Par les caractères de la patte-mâchoire, par les replis ventraux des deux derniers segments thoraciques et de certains anneaux de l'abdomen chez la femelle, par la séparation des anneaux du pléon chez le mâle, le *Palegyge Borrei* se rapproche beaucoup du genre *Gyge;* mais il en diffère en ce que les lames pléales (branchies des anciens auteurs), au lieu d'être simples, sont doubles (*b* et *c*), comme cela existe chez les femelles jeunes seulement, chez *Gyge branchialis*. Les franges ventrales n'existent que sur les deux derniers segments du thorax et sur le premier de l'abdomen. Chez le mâle, on trouve des traces de pléopodes sur les trois premiers segments abdominaux. Nous avons recueilli, dans l'alcool qui contenait les Palæmons infestés, un mâle cryptoniscien qu'il nous est impossible pour le moment de rapporter à l'un des genres examinés plutôt qu'à l'autre.

» Il est intéressant de constater que les types archaïques d'Épicarides *Probopyrus* et *Palegyge* se trouvent sur des genres de Palæmons habitant les eaux douces. A la vérité, *Palæmonetes vulgaris*, l'hôte de *Probopyrus palæmoneticola* est une espèce littorale. Mais la plupart des *Palæmonetes,* et notamment le vulgaire *Palæmonetes varians*, vivent dans les eaux douces ou saumâtres. Il en est de même pour la section des *Macrobrachium* Spence Bate, à laquelle appartiennent *Palæmon ornatus* et *Palæmon dispar*. Les

---

([1]) M. le professeur de Man, de Middelbourg, a bien voulu nous prêter son concours pour la détermination de ce *Palæmon*.

Bopyres typiques paraissent vivre exclusivement sur les Palæmons de la section des *Leander* Desmarest, telle que l'a délimitée Stimpson. De ce groupe absolument marin font partie la plupart de nos espèces d'Europe, *Pal. serratus*, *P. squilla*, *P. rectirostris*, etc., qui portent chacune un parasite du genre *Bopyrus* proprement dit.

» Nous ne savons rien de l'embryogénie des *Macrobrachium*, mais la disposition des épines latérales de la carapace présente chez ces Palæmons un caractère qui n'est que transitoire chez les *Leander*. Le développement de *Palæmonetes varians*, admirablement élucidé par P. Mayer, nous apprend que, chez ces Crustacés, les pattes abdominales naissent d'avant en arrière, comme chez les ancêtres des Carides, et non par un processus abrégé, comme chez les *Leander*. Bien que, à ce point de vue comme sous le rapport de l'éthologie, *Palæmonetes vulgaris* fasse le passage aux Palæmons marins, nous pensons qu'il convient d'attribuer à ce caractère une importance phylogénique plus grande qu'à celui de l'absence du palpe mandibulaire, sur lequel s'appuie P. Mayer pour faire dériver les *Palæmonetes* des *Palæmon*.

» Nous considérerons donc les *Palæmonetes* et les *Macrobrachium* comme des formes plus anciennes que les *Leander*, formes qui se sont maintenues grâce à leur habitat dans les eaux douces. L'existence sur ces types ancestraux de genres archaïques d'Épicarides (*Probopyrus* et *Palegyge*) est, pensons-nous, une nouvelle confirmation de la loi du parallélisme entre le phylum des parasites et celui de leurs hôtes. »

ANATOMIE ANIMALE. — *Sur la structure microscopique des muscles des Mollusques*. Note de M. **Hermann Fol**, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Dans le champ si mal exploré de l'histologie des Invertébrés, il y a peu de points aussi obscurs que la structure des muscles dans le grand embranchement des Mollusques. Les données les plus contradictoires ont cours sans que personne se soit imposé la tâche de les vérifier par un travail d'ensemble.

» La forme prédominante est celle du muscle lisse, composé de fibres unicellulaires tantôt courtes et fusiformes, tantôt longues, cylindriques et atténuées en pointe à leurs deux extrémités. La substance contractile constitue une gaine épaisse et réfringente autour d'un axe sarcodique granuleux, riche en glycogène et dans le milieu duquel se trouve logé le

noyau. La gaine contractile se compose de fibrilles qu'il n'est pas difficile de distinguer après macération et dilacération. Une membrane cellulaire ou sarcolemme apparaît avec évidence sur toutes les préparations par dissociation. Il est rare que la substance fibrillaire ne soit développée que d'un côté, et que la fibre porte la partie sarcodique et le noyau dans une situation latérale (filaments buccaux du Dentale).

» On a fait beaucoup de bruit autour de la prétendue découverte de G. Schwalbe, d'après laquelle divers muscles des Mollusques, et en particulier les muscles d'occlusion des Lamellibranches, seraient composés de fibres striées d'un type tout particulier, que l'auteur nommait les fibres à « double striation oblique ». A l'en croire, la substance contractile aurait présenté, dans ces cas, un dessin en losanges qui n'aurait été qu'un cas particulier de la striation transversale des muscles dits striés.

» Déjà avant Schwalbe, Mettenheimer, Wagener et Margo avaient vu les images en question, mais en avaient donné une interprétation bien plus juste en les désignant du nom de *striation spirale*. Il s'agit, en effet, d'un enroulement de la couche corticale fibrillaire autour de l'axe granuleux, et l'aspect de losanges provient simplement du croisement des deux moitiés du tour de spire, celui qui est le plus voisin de l'observateur avec celui qui se trouve au-dessous de l'axe granuleux. Th.-W. Engelmann a donné le coup de grâce à la théorie de Schwalbe en démontrant que le dessin en losanges ne répond point à une alternance de parties monoréfringentes et de parties biréfringentes, comme c'est le cas dans le muscle strié, mais que la fibre tout entière est biréfringente dans le sens de sa longueur, comme dans les muscles lisses.

» Néanmoins certains auteurs ont continué à décrire des muscles striés chez les Mollusques sans tenir compte des discussions que nous venons de résumer. Les données déjà anciennes de H. Müller et de Keferstein sur la présence d'une véritable striation dans les muscles du cœur des Céphalopodes et dans ceux du pharynx des Céphalophores ont été simplement rééditées; R. Blanchard a cru trouver le même fait dans une portion des muscles d'occlusion du Pecten et, plus récemment, Paneth a décrit une striation transversale dans les muscles de la nageoire des Ptéropodes et des Hétéropodes, traités par un mélange de glycérine et d'acide nitrique.

» J'ai soumis toutes ces données à un contrôle comparatif, ne négligeant aucune des méthodes employées par mes prédécesseurs, et je suis arrivé aux résultats suivants :

» *La véritable striation transversale n'existe chez aucun Mollusque.* Tous

les exemples de cette structure que l'on a cru rencontrer dans cet embranchement se rapportent en réalité à des *fibres à « double striation oblique »* ou, pour employer un terme plus juste, à des *fibres lisses à fibrilles enroulées en spirale*. Les muscles du cœur des Céphalopodes, ceux de la masse buccale des Céphalophores, ceux des nageoires des Ptéropodes et des Hétéropodes, ceux du siphon des Céphalopodes peuvent être cités, à côté du muscle rétracteur des Acéphales en général et du Pecten en particulier, comme de jolis exemples de l'enroulement spiral des fibrilles.

» Le tour de spire est plus ou moins long suivant le nombre des fibrilles qui constituent le faisceau enroulé et aussi suivant l'état de contraction ou de relâchement de la fibre. Dans le mélange de glycérine et d'acide nitrique employé par Paneth, la fibre se contracte si fort et la spire s'abaisse au point que les lignes deviennent presque transversales. Ainsi s'explique l'erreur commise par cet auteur.

» En réalité, il n'y a donc chez les Mollusques qu'un seul type de muscles, les muscles lisses. C'est même dans cet embranchement et surtout parmi les Céphalopodes que l'on rencontre les plus belles fibres unicellulaires à axe granuleux. Seulement ces fibres lisses présentent deux variétés, celles à fibrilles droites et celles à fibrilles spirales. Ces dernières sont au moins aussi fréquentes que les premières. Elles prédominent chez les Céphalopodes; elles sont très répandues dans les organes les plus mobiles des Gastéropodes, des Ptéropodes et des Hétéropodes, ainsi que dans les muscles d'occlusion des Lamellibranches; elles se trouvent en outre dans d'autres embranchements, chez l'Arénicole et les Hirudinées, par exemple.

» A en juger par la distribution du tissu à fibrilles spirales, nous serions tentés de croire que cette disposition est favorable à la contraction rapide du muscle lisse. »

ANATOMIE ANIMALE. — *Sur la structure histologique d'un Oligochæte marin appartenant à un genre nouveau.* Note de M. **Louis Roule**, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Cet Oligochæte a un habitat très spécialisé : il vit sur les rochers à fleur d'eau qui entourent le fort Saint-Jean, dans la passe du Vieux-Port de Marseille. Il y a été trouvé par M. le professeur Marion, qui l'a signalé, sans lui donner aucun nom, dans plusieurs de ses Mémoires; il a été décrit par M. R. Saint-Loup, qui l'a placé dans le genre *Pachydrilus* (*P. en-*

chytrœoides, Comptes rendus, 1885). En réalité, cet Oligochæte, bien que très voisin des Pachydriles, en diffère par un système circulatoire moins complexe et par des testicules à lobes rassemblés en masses irrégulières ; à ce dernier point de vue, ainsi que M. Saint-Loup l'a fait remarquer, il se rapproche des *Enchytrœus*. Aussi, en conservant le nom spécifique qui a l'avantage de préciser les affinités de cet Annélide, je propose de l'appeler *Enchytrœoides Marioni*.

» Parmi les particularités histologiques importantes, je signalerai dès l'abord celles du système nerveux. Ce dernier se compose d'une masse unique sus-œsophagienne, reliée par un collier à une bande ventrale médiane. Le cerveau, entouré par une membrane d'enveloppe, est situé dans le lobe céphalique, où il est maintenu par plusieurs faisceaux musculaires ; il est constitué en majeure partie par de la substance ponctuée, et contient quelques cellules, assez distantes les unes des autres, vers sa face dorsale et vers son extrémité postérieure. La bande ventrale possède des cellules nerveuses dans toute sa largeur ; ces cellules, placées dans la région inférieure de la bande, le reste étant occupé par de la substance ponctuée, sont réparties avec uniformité, et ne sont pas rassemblées en plus grand nombre dans certaines régions qui acquerraient ainsi le caractère d'îlots ganglionnaires. De même, en examinant l'animal par transparence, on ne voit, sur le parcours de cette bande nerveuse, aucun épaississement qui pût être considéré comme un ganglion. En outre, cette bande est intimement liée à l'ectoderme, avec les cellules duquel elle se confond en partie, non point sur tout son trajet, mais en certaines régions, assez nombreuses, qui me paraissent se succéder avec régularité, autant que l'on peut en juger d'après l'examen de séries de coupes. Le cordose nerveux ventral des *Enchytrœoides* montre donc une simplicité de structure évidente, une infériorité rappelant celle qui a été signalée par divers observateurs chez les Archiannélides.

» Les organes segmentaires, répartis par paires dans les segments qui font suite au clitellum, ont l'aspect de corps ovalaires épais, animés vers leur extrémité antérieure pour percer le dissépiment et s'ouvrir dans la cavité du segment précédent par un large pavillon vibratile ; leur intérieur est creusé d'un canal flexueux, qui se replie un certain nombre de fois sur lui-même, et débouche au dehors par un très petit pore ouvert sur les côtés de la face ventrale, en une étroite région où l'organe adhère à la paroi du corps. Ce canal, vibratile, est creusé dans la substance cellulaire même ; sur les coupes on distingue à peine les parois des cellules ; le pro-

toplasma de ces dernières paraît fusionné en une masse plasmique, où l'on distingue seulement les noyaux, et dans l'intérieur de laquelle le canal est percé. Dès l'embryon, ce caractère intracellulaire, particulier aux organes segmentaires des Annélides, se manifeste nettement. Les trois paires de glandes septales ont une structure identique à celle des organes segmentaires.

» Ce sont là les faits les plus importants qu'il m'a été donné de recueillir dans mon étude histologique. Celle-ci, du reste, est une introduction à une deuxième étude embryogénique, pour laquelle j'ai pu rassembler des documents suffisants, grâce aux abondants matériaux de recherches que je dois à la bienveillance de M. le Professeur Marion (¹). »

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Sur les tiges souterraines de l'* Utricularia montana. Note de M. **Maurice Hovelacque**, présentée par M. Duchartre.

« Les tiges souterraines de l'*Utricularia montana* sont produites par le développement de bourgeons adventifs, nés à la face supérieure des cordons foliaires souterrains, principalement aux points où ceux-ci émettent une paire de fortes nervures secondaires. Ces tiges souterraines, courtes, dressées verticalement, très grêles dans leur partie inférieure, un peu renflées vers leur milieu, se terminent soit par un bourgeon, soit par une ou plusieurs hampes florifères. Dans ce dernier cas, l'une d'elles continue l'axe souterrain; les autres sont des hampes adventives. Les tiges souterraines ont des entrenœuds très courts et portent de nombreuses feuilles, les unes souterraines, les autres aériennes; les premières se montrent en plus grand nombre à la partie inférieure; les secondes sont en majorité ou existent seules dans la région supérieure.

» Au moment où le bourgeon terminal d'une tige souterraine émet la hampe florifère, les deux premières feuilles sont ordinairement flétries et brisées. Leurs cordons libéro-ligneux, très grêles, s'insèrent directement sur le système libéro-ligneux de la feuille support. Les entre-nœuds I et II restent toujours nuls. Les surfaces de symétrie de ces feuilles I et II font, entre elles et avec celles des feuilles III et IV, des angles quelconques, variables d'un échantillon à l'autre. De même que les feuilles I et II, les feuilles III et IV sont des cordons souterrains; elles sont presque diamé-

(¹) Laboratoire de Zoologie de la Faculté des Sciences de Toulouse.

tralement opposées l'une à l'autre et placées sensiblement dans le plan de symétrie de la feuille support.

» Une section transversale de la tige souterraine, pratiquée au point où elle s'élève librement au-dessus de la feuille support, passe par le troisième entrenœud. Cette section a la forme d'un croissant, dont les extrémités, peu courbées, sont formées par les bases des feuilles III et IV. Elle montre : une assise épidermique pourvue de poils digités; un parenchyme cortical différencié en trois zones, dont la moyenne, mécanique, est composée d'éléments légèrement épaissis; enfin, un système libéro-ligneux formé de deux masses sortantes, grêles, opposées, et d'un système de faisceaux réparateurs. Les masses sortantes se rendent respectivement dans les feuilles III et IV; elles sont formées de cinq massifs ligneux triangulaires, auxquels correspondent, extérieurement, cinq groupes de cellules grillagées; il n'y a pas d'îlots grillagés à leur face antérieure. Le système réparateur, très réduit, forme deux petits groupes contigus à la masse libéro-ligneuse de la feuille IV. Chacun de ces groupes se compose de trachées globuleuses, accompagnées extérieurement de deux à trois îlots de cellules grillagées. Le système réparateur et les cordons foliaires III et IV s'insèrent sur les masses libéro-ligneuses de la feuille support par l'intermédiaire de diaphragmes aquifères. Les tissus superficiels de la tige souterraine, se continuant avec les tissus de même nom de la feuille support, nous indiquent que le bourgeon adventif apparaît de très bonne heure peu après que le cordon principal a fourni les nervures latérales. L'observation directe de la formation des bourgeons des tiges souterraines confirme d'ailleurs ce résultat. Le cordon libéro-ligneux de la feuille III sort dans celle-ci en pénétrant dans le nœud III. Celui de la feuille IV devient indépendant du système réparateur et celui-ci s'élargit sensiblement. Au-dessus du nœud IV, le système libéro-ligneux de la tige forme une couronne, ouverte en regard des sorties, dans laquelle on distingue une vingtaine de groupes, imparfaitement délimités et orientés normalement autour d'une moelle centrale. Dans chaque groupe, les éléments ligneux, un peu allongés, sont plus nombreux et plus serrés; ils forment des pointements plus nets. Les îlots grillagés, correspondant à chaque pointement trachéen, augmentent de nombre. Parfois, on voit, entre le bois et le liber, l'indication d'une zone cambiale et, devant certains pointements ligneux, la trace de quelques îlots grillagés. Les feuilles V, VI et VII se séparent de la tige souterraine; elles font entre elles des angles de 144°. Vers la partie supérieure de cette région, les masses libériennes intérieures des faisceaux

réparateurs sont reliées par de petits filets, horizontaux ou obliques, de cellules recloisonnées.

» Au-dessus du nœud VII, la couronne libéro-ligneuse s'élargit rapidement; on pénètre alors dans la partie renflée de la tige souterraine. Les insertions foliaires deviennent très nombreuses et se font, sans ordre, dans toutes les directions. Les feuilles souterraines sont mêlées aux feuilles aériennes. Les arcs, sortant dans ces dernières, ne se distinguent que par leur taille un peu plus grande. Dans cette partie renflée de la tige, de très nombreuses anastomoses, traversant la moelle, relient entre elles les masses réparatrices. Celles-ci, réduites à des groupes de trachées courtes, reçoivent les insertions des faisceaux foliaires. Cette structure se conserve sur une longueur qui varie, suivant les échantillons, de six à quatorze entre-nœuds. Vers la partie supérieure de la tige souterraine, les anastomoses horizontales deviennent moins nombreuses; les cordons libéro-ligneux se disposent sur deux rangs, dont l'externe est normalement orienté, tandis que l'interne présente ses trachées tournées vers l'extérieur. Dès la base de la hampe, les trachées des masses internes viennent se placer à côté des groupes trachéens du cercle extérieur. Les îlots grillagés du cercle intérieur ne suivent pas ce mouvement et restent, entre la moelle et les faisceaux externes, comme trace du réseau médullaire de la tige souterraine. On pénètre alors insensiblement dans la hampe florifère.

» Dans sa région inférieure, la hampe florifère montre un parenchyme cortical homogène, sans zone mécanique, dont la couche cellulaire interne est différenciée en gaine protectrice. Les faisceaux, sortants et réparateurs, mal délimités, forment une couronne continue dont la partie périphérique du liber primaire constitue une gaine mécanique due à l'épaississement des éléments parenchymateux. La nature libérienne de ce tissu mécanique est bien établie par les îlots grillagés qu'on y trouve disséminés jusqu'au contact de la gaine protectrice. Les trachées forment rarement des pointements bien nets vers le centre de la hampe. Plus à l'intérieur, on trouve de gros îlots grillagés séparés par des fibres primitives hypertrophiées. Le centre même de la section est occupé par du parenchyme médullaire.

» Aux nœuds, tout un arc du système libéro-ligneux de la hampe se rend dans l'appendice où il forme, dès la base, la nervure médiane et les deux nervures secondaires marginales. Ces sorties se font dans des plans différents, distants les uns des autres de 144°. »

BOTANIQUE FORESTIÈRE. — *Des causes qui produisent l'excentricité de la moelle dans les Sapins.* Note de M. **Émile Mer**, présentée par M. Duchartre.

« Les sections transversales pratiquées dans le tronc des arbres sont loin d'être toujours circulaires, surtout à la base. La moelle est souvent excentrique, parce que les couches annuelles d'accroissement n'ont pas une épaisseur constante. Les motifs de cette irrégularité du fonctionnement de la zone cambiale sont peu connues. A la suite de recherches entreprises sur les Sapins des Vosges, j'ai constaté que l'excentricité de la moelle résulte de causes multiples que je vais rapidement passer en revue.

» 1° *Influence de la rampe.* — Sur les versants rapides, les couches d'accroissement des Sapins sont plus développées vers la rampe que vers la pente. La différence augmente avec l'inclinaison. Elle atteint son maximum à la base du tronc, diminue plus haut, puis disparaît dans les régions supérieures de l'arbre. Elle est plus sensible et plus constante dans le Sapin que dans l'Épicéa et surtout dans le Hêtre.

» 2° *Influence de la lisière.* — Sur les arbres qui bordent les lisières et les vides, les couches d'accroissement sont plus larges du côté libre que du côté tourné vers le massif. Ce fait a été signalé depuis longtemps. C'est même principalement à cette cause qu'on attribuait les inégalités d'épaisseur des couches ligneuses. On verra plus bas que, sous l'antagonisme d'autres influences, elle est loin de produire tous les effets qu'on lui attribue.

» 3° *Influence de l'exposition.* — Non seulement les Sapins se développent plus en hauteur et en diamètre sur les versants exposés au nord et à l'est que sur ceux exposés au sud ou à l'ouest; mais, pour un même arbre, les zones d'accroissement sont moins larges sur la face tournée vers ces dernières expositions que sur celle dirigée vers les premières.

» 4° *Influence du voisinage.* — Quand un Sapin se trouve trop rapproché d'un autre arbre, sa croissance diamétrale est entravée du côté de ce dernier. Cette influence du voisinage diminue avec la distance et pour des sujets d'âge moyen (cinquante à soixante ans), elle n'est plus guère appréciable au delà de $1^m,50$. Elle est d'autant plus accentuée que le voisin a une végétation plus active, de sorte que si deux Sapins de l'âge précité, inégalement vigoureux, sont rapprochés à moins de 1^m, la moelle du plus faible est sensiblement excentrique du côté de l'autre, tandis que la moelle de celui-ci l'est moins et peut même être centrale. L'influence du voisinage n'est donc pas réciproque.

» 5° *Influence des courbures.* — Lorsqu'un tronc se recourbe pour une cause quelconque, les couches d'accroissement sont plus développées sur la face convexe que sur la face concave.

» 6° *Influence des lésions.* — Le tronc des Sapins est fréquemment le siège de lésions

causées soit par l'homme (amputations, résinage, décortications), soit par les agents météoriques (gélivures), soit par des parasites (chaudrons). Dans tous ces cas, on remarque qu'au niveau des blessures ou des tumeurs, les couches d'accroissement sont plus larges dans la région avoisinant celles-ci que dans la région opposée. C'est le contraire qui a lieu au-dessus ou au-dessous des lésions. Ce résultat est la conséquence du balancement nutritif [1].

» Telles sont les causes d'excentricité de la moelle qu'il m'a été possible jusqu'ici de mettre en évidence. On comprend que deux ou plusieurs d'entre elles puissent agir simultanément tantôt sur les faces différentes d'un arbre, tantôt sur une même face et alors leurs effets se juxtaposent ou bien se combinent soit pour s'ajouter, soit pour se retrancher. C'est ainsi qu'un Sapin peut être chaudronné sur l'une de ses faces qui ne soit ni celle tournée vers la rampe, ni celle tournée vers la pente. Dans ce cas, sur une section pratiquée au-dessus ou au-dessous de la tumeur, le diamètre transversal (perpendiculaire à l'inclinaison) sera composé de deux rayons inégaux, par suite de l'influence de la lésion, comme l'est, par suite de l'influence de la rampe, le diamètre longitudinal (parallèle à l'inclinaison).

» Quand plusieurs causes agissent sur une même face, mais en sens opposé, il est souvent difficile de prévoir quelle est celle qui l'emporte. Les résultats peuvent être très différents de ce qu'on aurait d'abord supposé. Ainsi j'ai fait remarquer qu'en général, sur les arbres de bordure, les accroissements de la face libre sont plus considérables que ceux de la face tournée vers le massif. Mais, si ces arbres se trouvent sur la limite inférieure d'un versant boisé exposé au sud ou à l'ouest, trois influences sont en présence : celle de la rampe, celle de la lisière et celle de l'exposition : la première et la troisième tendant à augmenter le rayon tourné vers le bois, la deuxième tendant à accroître le rayon opposé. Or l'observation montre que presque toujours les deux premières l'emportent et que les

---

[1] Si les arbres mutilés sur une face sont fréquemment aplatis sur la face opposée, c'est non seulement parce que les tissus de cicatrisation très développés sur les flancs de la plaie tendent à épaissir le tronc à ce niveau, mais encore parce que, les substances plastiques étant énergiquement appelées dans cette région, la région opposée se trouve moins nourrie qu'auparavant. Si, dans les Sapins gélivés ou chaudronnés, les accroissements, au-dessus ou au-dessous de la gélivure ou du chaudron, sont plus minces sur la face lésée que sur la face intacte, c'est parce que la première, plus rapprochée de la zone malade où se porte la matière nutritive, se trouve moins alimentée que la deuxième.

accroissements sont plus développés du côté du massif que du côté libre.

» Lorsque l'influence de la rampe n'intervient pas, s'il s'agit, par exemple, d'un massif situé sur un plateau ou un versant peu incliné, les influences de l'exposition et de la lisière se trouvent seules en présence. C'est la première qui domine presque toujours. Ainsi des Sapins situés sur une bordure exposée à l'ouest, n'étant garnis de branches que de ce côté, ont néanmoins leurs couches d'accroissement moins développées sur la face éclairée que sur la face ombragée. C'est là un fait inattendu tout à fait contraire à l'opinion courante. Aux expositions nord et est, il en est souvent autrement, sans que ce soit toutefois une règle invariable.

» La connaissance des faits précédents, outre qu'elle permet de se rendre compte, avant l'abatage, de la configuration intérieure d'un Sapin, présente un grand intérêt pour la sylviculture.

» Les arbres, dont les couches d'accroissement sont très irrégulières, ont généralement un bois peu homogène, parce que, suivant les points, les éléments n'ont ni la même répartition, ni la même structure. Il en résulte que les qualités techniques de ce bois sont modifiées, et qu'il a une valeur industrielle plus faible. Mais, en outre, ces arbres fabriquent moins de matériel ligneux, d'abord parce qu'un développement inégal des couches d'accroissement coïncide presque toujours avec une irrégularité dans la ramure, et, par conséquent, avec une production moindre d'amidon, ensuite parce que la zone cambiale, entravée dans son fonctionnement, utilise mal les matériaux qui lui arrivent, les mettant en œuvre pour épaissir sans profit les parois des éléments qu'elle élabore, au lieu de les employer à en former de nouveaux.

» C'est ainsi que dans les Épicéas à moelle excentrique, la partie la plus large de chaque zone d'accroissement est formée d'un tissu dur et compact, et que dans les Sapins qui ont vécu sous le couvert de leurs voisins, de même que dans ceux qui sont atteints de gélivure ou de chaudron, la région centrale est transformée en duramen, par suite d'un dépôt précoce de tannin dans les parois trachéidiennes.

» Le forestier doit donc chercher à placer les arbres dans les conditions les plus favorables pour que leur croissance diamétrale s'effectue avec régularité. Si, parmi les influences précédemment décrites, plusieurs échappent à son action, d'autres, en revanche, peuvent être modifiées par lui. Ainsi, pour n'en citer qu'une seule, mais des plus importantes, il peut veiller à ce que les arbres soient toujours convenablement répartis. C'est là, d'après mes diverses recherches, la principale condition à réaliser pour

obtenir à la fois la plus grande production ligneuse et la meilleure qualité de bois. Malheureusement, c'est celle qui est la plus négligée. »

M. Rey de Morande adresse une Note sur les niveaux de la mer aux diverses époques géologiques.

M. Ch.-V. Zenger adresse une Note intitulée : « La loi générale du mouvement planétaire, appliquée aux planètes entre Mars et Jupiter ».

Dom Lamey adresse une Note relative aux doctrines scientifiques des anciens et à la valeur scientifique de l'*hylémorphisme*.

M. E. Delaurier adresse une Note intitulée : « Recherches expérimentales sur la pondérabilité de l'éther ».

M. Aristide Dumont adresse une Note sur l'état actuel de la question des eaux de Lyon, et sur un projet complémentaire qui est proposé.

La séance est levée à 5 heures. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 16 janvier 1888.

(*Suite.*)

Des lames de haute mer. — Notes relatives aux observations faites par les bâtiments en cours de campagne; par Ch. Antoine. 1876, br. in-4°.

Des lames de haute mer; par Ch. Antoine. Paris, Berger-Levrault et Cie, 1879; br. in-8°.

Du roulis par calme. — Amplitudes des oscillations successives; par Ch. Antoine. Brest, 1873; br. in-f°.

Du roulis par calme. — Équation du mouvement complet d'oscillation d'un bâtiment quelconque; par Ch. Antoine. Brest, 1874; br. in-f°.

Nombre d'oscillations par calme des bâtiments de notre Marine; par Ch. Antoine. Brest, 1871; br. in-f°.

Rivetage des carènes en fer. — Fatigues d'un solide infléchi; par Ch. Antoine. Brest, 1882; br. in-folio.

(Les six brochures qui précèdent sont renvoyées au concours du Prix extraordinaire de six mille francs.)

Remarques théoriques sur les mouvements giratoires de l'atmosphère (2e article); *par* M. Henri Lasne; br. in-8°. (Extrait de l'*Annuaire de la Société météorologique de France*, 1887.)

Les variations du niveau des eaux souterraines dans leurs rapports avec la pression atmosphérique, les pluies et les maladies infectieuses; par le Dr Pedro N. Arata. Buenos-Ayres, Paul-Émile Coni et fils, 1887; br. in-8°.

Atti della reale Accademia di Scienze, Lettere e Belle Arti di Palermo (nuova serie); vol. IX. Palermo, 1887; 1 vol. in-f.

Geology of the vegetable creek tin-mining field, New England district, New South Wales, with maps and sections; by Edgeworth David. Sydney, Charles Potter, 1887; 1 vol. gr. in-4°.

Annual Report of the department of mines, New South Wales, for the year 1886. Sydney, Charles Potter; 1887; 1 vol. in-f°.

The Journal of the Franklin Institute; january 1888, vol. XCV, n° 1. Philadelphia; br. in-8°.

Transactions of the seismological Society of Japan; vol. XI, 1887. Yokohama; 1 vol. in-12.

Journal of the College of Science, imperial University of Japan; vol. I, Part I-IV, published by the University. Tôkyô, Japan, 1886-87; 4 vol. in-4°.

Memoirs of the Literature College, imperial University of Japan; n° 1. Published by the University. Tôkyô, 1887; 1 vol. gr. in-4°.

Mittheilungen aus der medicinischen Facultät der kaiserlich-japanischen Universität. Band I, n° 1. Tokio, 1887; 1 vol. in-4°.

Ouvrages reçus dans la séance du 23 janvier 1888.

Annales de l'observatoire de Bordeaux, publiées par G. Rayet; t. II. Paris, Gauthier-Villars, 1887; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. Lœwy.)

Nouvelles Annales de Mathématiques; par MM. Ch. Brisse et E. Rouché; 3e série, janvier 1888. Paris, Gauthier-Villars et Fils, 1888; br. in-8°.

Bulletin de la Société philomathique de Paris; septième série, t. XI, n° 4, 1886-1887; br. in-8°.

Matériaux pour servir à l'histoire primitive de l'homme; par CARTAILHAC et CHANTRE; vingt-unième volume, 3e série, t. IV, 1887. Paris, Ch. Reinwald, 1887; br. in-8°.

Montpellier médical; 2e série, 16 janvier 1888, t. X, n° 2. Montpellier, Ch. Boehm; br. in-8°.

Bulletin général de Thérapeutique; 2e livraison, 15 janvier 1888. Paris, Doin; br. in-8°.

Bulletin de l'Académie de Médecine; n° 3, séance du 17 janvier 1888. Paris, G. Masson; br. in-8°.

Recueil de Médecine vétérinaire publié à l'École d'Alfort; 7e série, t. V, n° 1, 15 janvier 1888. Paris, Asselin et Houzeau; br. in-8°.

Nos marins; par ÉTIENNE TRÉFEU. Paris, Berger-Levrault et Cie, 1888; 1 vol. in-8°.

Revue maritime et coloniale; t. XCVI, 316e livraison, janvier 1888. Paris, L. Baudoin et Cie; br. in-8°.

Traité de Chimie minérale et organique; par MM. ED. WILLM et HANRIOT. T. I : *Chimie minérale*. Paris, G. Masson, 1888; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Friedel.)

Études historiques sur la propriété, l'exploitation et l'établissement des concessions des mines de houille dans le département de la Loire; par M. E. BROSSARD. Saint-Étienne, Urbain Balay, 1887; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Léon Lalanne.)

Contribution à l'étude de la flore et de la matière médicale de la Sénégambie; par CAMILLE SAMBUC. Montpellier, 1887; br. in-8°. (Renvoi au concours du prix Barbier.)

Œuvres complètes de Jean Méry, réunies et publiées par le Dr L.-H. PETIT. Paris, Félix Alcan, 1888; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. Verneuil.)



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 30 JANVIER 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président**, à l'ouverture de la séance, s'exprime comme il suit :

« Messieurs,

» Notre Confrère, M. l'amiral Jurien de la Gravière, a été élu jeudi dernier membre de l'Académie française. Je suis bien sûr d'être l'interprète des sentiments de l'Académie en lui adressant mes félicitations.

» Cette élection, cher Confrère, nous a rendus très heureux, mais elle ne nous a pas surpris : nous trouvions depuis longtemps que votre place était marquée à l'Académie française.

» Vos Ouvrages, dont le cadre embrasse maintenant les temps anciens et modernes, joignent au mérite de vos savantes recherches historiques et à votre haute compétence dans les choses militaires l'avantage d'un style attachant, élégant et facile. Ils ont instruit et charmé *notre époque :* je me rap-

pelle encore tout le plaisir que j'ai éprouvé en lisant un de vos Ouvrages dont vous aviez eu la gracieuse attention de me munir au moment de mon départ pour le Pacifique. Ce fut un charmant viatique pendant les longs jours de ma traversée et qui depuis a fait de moi un de vos lecteurs les plus fidèles.

» L'Académie française a donc bien fait en vous ouvrant ses rangs.

» Je me persuade aussi que les grands commandements que vous avez exercés et les souvenirs que vous avez laissés dans la flotte, souvenirs dont j'ai recueilli moi-même les échos, dans mes voyages, n'ont pas été sans influer sur votre élection.

» Il est de tradition, en effet, que nos Académies ouvrent leurs rangs aux grands chefs de nos armées. C'est une tradition que je trouve excellente. Nous ne saurions trop honorer notre armée. Aujourd'hui surtout où les événements peuvent nous conduire à lui demander les efforts les plus héroïques et les derniers sacrifices. L'honneur et le patriotisme sont l'âme même de l'armée. C'est par l'honneur surtout que nous devons exciter ses efforts et lui témoigner notre reconnaissance.

» Recevez donc, cher Confrère, toutes nos félicitations, pour une élection si méritée et dont nous nous honorons. »

M. **Jurien de la Gravière**, en réponse aux paroles prononcées par M. le Président, exprime sa vive reconnaissance pour les sentiments affectueux qu'il a toujours rencontrés à l'Académie des Sciences et qui, dans cette circonstance, lui sont particulièrement précieux.

MICROBIOLOGIE. — *Sur le premier Volume des* Annales de l'Institut Pasteur, *et en particulier sur un Mémoire de MM.* Roux *et* Chamberland, *intitulé « Immunité contre la septicémie, conférée par des substances solubles »*. Note de M. **L. Pasteur**.

« J'ai l'honneur d'offrir à l'Académie, de la part de M. *Duclaux*, professeur à la Sorbonne, les douze premiers fascicules d'un Recueil mensuel fondé et dirigé par lui, sous ce titre : *Annales de l'Institut Pasteur*. Ce Recueil est tout entier consacré aux progrès de la *microbie*. C'est à dessein que j'emploie, de préférence au mot *bactériologie*, dont l'étymologie me semble trop restreinte, l'expression de *microbie*, ou *microbiologie*, pour dé-

signer cette Science nouvelle qui, à peine née, s'impose aux méditations et aux travaux de la Physiologie et de la Médecine dans le monde entier.

» Chacun des douze fascicules, dont M. Duclaux fait hommage à l'Académie, renferme des Mémoires originaux d'une grande importance. Il en est un pourtant qui a droit à une attention toute particulière. Son titre est: *Immunité contre la septicémie, conférée par des substances solubles*, par MM. Roux et Chamberland.

» La septicémie, dont il est question dans ce Mémoire, est bien connue de tous, depuis la Communication que nous avons faite autrefois à l'Académie, MM. Joubert, Chamberland et moi.

» Un ferment vivant, analogue au vibrion butyrique, le vibrion septique, ferment anaérobie, provoque cette maladie. Les cobayes sont particulièrement sensibles à l'influence de ce bacille animé dont les germes résistent à la température de plus de 70°, mais qui sont tués à 100°. La mort pour cette espèce animale arrive souvent douze et dix-huit heures après l'inoculation du bacille [1].

» Le beau Mémoire de MM. Roux et Chamberland, contenu dans le numéro de décembre 1887 des *Annales* de M. Duclaux, démontre avec une rigueur parfaite que la vie du vibrion septique développe des produits chimiques solubles qui agissent peu à peu sur lui comme ferait un antiseptique. Introduits en quantité suffisante dans le corps des cobayes, ces produits confèrent à ces derniers l'immunité pour la maladie mortelle que provoque ce vibrion.

» La preuve est faite, dès lors, que l'immunité, contre une maladie si grave et si rapidement mortelle, peut être obtenue par l'injection de substances chimiques dosables, et que ces substances résultent elles-mêmes de la vie des microbes mortels.

» Ce fait est d'une importance capitale. Il jette une nouvelle lumière sur les études microbiennes dans leurs relations avec les maladies virulentes. Il est rare que de tels résultats, joints aux preuves expérimentales qui les établissent, se présentent d'emblée aux recherches d'un observateur, quelle que soit sa sagacité. Et, en effet, l'idée de cette découverte faisait, depuis longtemps déjà, l'objet des préoccupations de plusieurs laboratoires. M. Chauveau l'a adoptée et soutenue. De jeunes docteurs, MM. Charrin,

---

[1] La septicémie aiguë a été étudiée après nous par MM. Kock et Gaffky sous le nom d'*œdème malin* et par MM. Chauveau et Arloing sous le nom de *gangrène gazeuse*. Ces travaux ont agrandi l'importance de l'étude de cette terrible affection.

Chantemesse et Vidal se sont efforcés de la suivre expérimentalement. Dans mon laboratoire nous en parlions souvent, toujours émus à la pensée que les preuves d'une telle découverte constitueraient un progrès de premier ordre et donneraient à la Microbiologie les plus fécondes applications thérapeutiques.

» Dès le commencement de 1885, mes expériences sur la prophylaxie de la rage m'avaient persuadé que le virus rabique devait être accompagné de la présence de matières chimiques, non vivantes, pouvant déterminer l'immunité contre la rage. J'ai exposé avec quelques détails les faits qui militent en faveur de cette assertion dans ma lettre à M. Duclaux insérée dans le premier fascicule de ses *Annales* (janvier 1887).

» N'en serait-il pas ainsi pour d'autres maladies virulentes?

» Le premier, parmi les observateurs qui se sont occupés de ce sujet, j'avais cherché à produire l'immunité dans les poules au moyen des produits solubles formés dans un bouillon de culture par la vie du microbe du choléra des poules. Je vis apparaître les symptômes de la maladie, mais non l'immunité; ce qui n'était peut-être, ainsi que l'ont fait remarquer MM. Roux et Chamberland, qu'une question de quantité de produits solubles employés dans mon expérience. Quoi qu'il en soit, je crus que l'immunité, en général, devait résider dans la disparition de quelque substance consommée dans la vie du microbe. Mais mes études ultérieures sur la prophylaxie de la rage me firent bientôt revenir à l'opinion qui avait motivé le travail que je rappelle, relatif à la cause de l'immunité dans le choléra des poules. Je fus surtout frappé de ce fait, que les plus grandes quantités de virus rabique, et de la nature de ce virus la plus active, inoculées à un chien, non seulement ne le rendent pas enragé, mais, tout au contraire, lui donnent fréquemment et d'emblée l'immunité contre la rage.

» Je m'empressai donc d'appliquer la recherche de substances solubles vaccinales dans la maladie charbonneuse, tant étudiée autrefois dans mon laboratoire.

» Avec l'aide de M. Perdrix, attaché à mon laboratoire en qualité d'agrégé préparateur de l'École Normale, nous fîmes les expériences suivantes, que je donne ici tout à fait brutes, sans y rien ajouter, sans y rien retrancher et sans en omettre aucune. Leur lecture attentive ne saurait laisser aucun doute que le parasite du charbon, lui aussi, est associé, dans le sang charbonneux, à une matière chimique vaccinale.

» *Première expérience.* — Le 1er mars 1886, deux lapins reçoivent chacun $0^{cc},5$ de sang charbonneux chauffé pendant deux jours à $44^{\circ},50$. Le 3 mars, on renouvelle

l'injection de $0^{cc},5$ de sang charbonneux frais, après chauffage pendant quatre jours à cette même température. On s'assure, par l'ensemencement de $0^{cc},5$ de ce sang chauffé, qu'il ne donne lieu à la production d'aucune culture bactéridienne.

» Le 8 mars, un de ces lapins est inoculé avec le deuxième vaccin, en même temps qu'un autre lapin témoin. Le premier meurt le sixième jour, le témoin meurt le quatrième.

» Le second lapin du 1er mars est inoculé également le 8 mars avec du charbon virulent, en même temps qu'un lapin témoin. Il n'a pas été malade et a continué de se bien porter. Plusieurs fois ensuite il a été inoculé avec du charbon virulent sans en souffrir. Le témoin est mort le deuxième jour.

» *Deuxième expérience.* — Deux lapins ont reçu, le 4 mars 1886, chacun une demi-seringue de sang charbonneux frais, chauffé pendant quatre jours à 44°,5. Une demi-seringue de ce même sang chauffé n'a donné lieu à aucune culture. Le 13 mars, ces deux lapins sont inoculés avec le charbon virulent. Tous deux meurent; le premier, le cinquième jour; le second, le huitième. Les deux témoins sont morts le quatrième jour.

» *Troisième expérience.* — Deux lapins reçoivent trois inoculations chacun, les 5, 8 et 12 avril 1886, par $0^{cc},5$ de sang chauffé pendant neuf jours à 45°. $0^{cc},5$ de ce sang, ensemencé dans du bouillon, n'a donné aucune culture.

» Le 22 avril, un des lapins qui ont reçu le sang chauffé est inoculé par du deuxième vaccin, en même temps qu'un lapin témoin. Le premier n'est pas malade, le témoin meurt le cinquième jour.

» Le 15 avril, le second lapin au sang chauffé est inoculé directement par du charbon virulent. Il meurt le cinquième jour. Son témoin meurt le troisième jour.

» *Quatrième expérience.* — Quatre lapins reçoivent quatre inoculations chacun, les 11, 13, 15 et 17 mai, chaque fois $0^{cc},5$ de sang chauffé trois jours et demi, à 45°.

» On vérifie, par l'ensemencement de $0^{cc},5$ de sang chauffé, que la bactéridie y est morte, parce qu'il ne donne aucune culture de ce microbe.

» Les quatre lapins sont inoculés avec le deuxième vaccin en même temps que quatre témoins. Trois de ces lapins sur quatre ont résisté. Les quatre témoins sont morts du quatrième au sixième jour.

» *Cinquième expérience.* — Deux lapins reçoivent trois inoculations à 1^{cc} les 1er, 5 et 8 avril, de sang chauffé cinq jours à 41°-42°.

» Comme tous les autres sangs chauffés, celui-ci ne renfermait plus de bactéridies vivantes, pouvant se cultiver.

» Le 21 avril, un des deux lapins est inoculé avec le deuxième vaccin en même temps qu'un lapin témoin. Il est très malade, avec un fort œdème au point d'inoculation. Mais peu à peu l'œdème se résorbe et le dixième jour sa santé semble parfaite.

» Un mois après, il résiste au charbon virulent. Le lapin témoin est mort le quatrième jour.

» Le 15 avril, le second lapin, inoculé avec le sang chauffé, reçoit du charbon virulent et il meurt le quatrième jour, tandis que son témoin meurt le deuxième jour.

» A la fin de l'année 1886, je dus interrompre ces expériences et celles

que je me proposais de faire ultérieurement, dans le même ordre d'idées. Mon état de santé m'obligea d'aller passer l'hiver dans le Midi.

» Malgré de tels faits, si inductifs en ce qui concerne le charbon, malgré les résultats des expériences de ma lettre à M. Duclaux sur la rage, il restait à donner la preuve sans réplique d'une immunité complète produite par des substances privées de vie, incapables de se reproduire et nées de la présence des microbes mortels. Ce fut une inspiration des plus heureuses de rechercher cette preuve dans une maladie autre que le charbon et la rage et de s'adresser à la maladie septicémique du cobaye, maladie qui, par toutes les conditions de sa nature, devait conduire cette fois à la preuve indiscutable que nous cherchions.

» Ma joie est grande d'avoir pu être témoin de ce nouveau progrès réalisé dans mon laboratoire. »

M. **Pasteur** fait hommage à l'Académie d'un Opuscule qu'il vient de publier « Sur la destruction des lapins en Australie et dans la Nouvelle-Zélande ».

M. **J. Bertrand** présente, de la part de Mme *Belgrand*, la seconde partie d'un Ouvrage posthume de M. Belgrand « Sur les travaux souterrains de Paris ».

« Ce nouveau volume, rédigé sur les notes de notre regretté Confrère, et en grande partie écrit par lui-même, présente un très grand intérêt non seulement pour les ingénieurs, mais pour tous les esprits curieux de l'histoire de la ville de Paris.

» La description des beaux ouvrages auxquels Belgrand a attaché son nom est précédée d'une histoire très intéressante des travaux antérieurs, à partir du règne de Louis XII. C'est à cette époque qu'on a commencé à consigner dans les registres les actes de l'Administration municipale.

» Belgrand raconte et apprécie successivement l'état de Paris avant le XIIIe siècle, la construction des premiers égouts, le rôle de deux ruisseaux tristement célèbres, dont l'un, se dirigeant vers l'est, débouchait dans les fossés de la Bastille, l'autre coulait vers l'ouest et tombait en Seine vers le ponceau de Chaillot.

» Le sol sur lequel repose Paris était jadis absolument plat. Belgrand

raconte, en citant les pièces authentiques, les causes des changements de relief produits au moyen âge par l'accumulation des détritus.

» Le développement des égouts, les travaux, fort admirés jadis, entrepris pour les assainir font le sujet d'un Chapitre plein d'intérêt.

» Le développement des égouts sur une longueur de 26 000^m paraissait, à la fin du XVIIIe siècle, une œuvre merveilleuse et un témoignage de persévérance et d'habileté. Telle est, s'écriait un écrivain qui est presque notre contemporain, Parent-Duchâtelet, l'histoire des éminents ouvrages qui ont été entrepris pour l'embellissement et l'agrandissement de Paris, et qui n'ont pu être exécutés que dans l'espace de quatre cents ans.

» Aujourd'hui, ajoute Belgrand, l'Administration municipale exécute dans le cours d'une année ce qui coûtait autrefois de si pénibles efforts.

» Les travaux, depuis le commencement du XIXe siècle, ne se sont jamais ralentis; mais les ingénieurs marchaient sans parti pris, à peu près au hasard; ils faisaient d'excellents ouvrages sans regarder au prix. L'égout Rivoli, construit vers 1803 entre les rues des Pyramides et Saint-Florentin, a coûté 1200^{fr} le mètre. Une galerie de même section, malgré le renchérissement des matériaux et de la main-d'œuvre, coûte à peine, aujourd'hui, 120^{fr}.

» Après avoir rendu hommage à ses prédécesseurs Duleau et Emmery, Belgrand raconte avec détail les principes adoptés par lui et les immenses travaux exécutés sous sa direction.

» Ses éminents successeurs, MM. Buffet et Humblot, et leur camarade Couche, si tristement et si prématurément enlevé à d'admirables et utiles travaux, ont mis en ordre et complété la rédaction de Belgrand; ils ont négligé seulement, ce que n'aurait certainement pas fait leur illustre chef, de rappeler l'importance de leur concours et la part que Belgrand leur a toujours faite dans le mérite de l'œuvre commune. »

ASTRONOMIE. — *Note sur l'éclipse totale de Lune du 28 janvier dernier;* par M. J. JANSSEN.

« Les grands progrès de la Spectroscopie et de la Photographie donnent aujourd'hui aux éclipses de Lune un intérêt nouveau. Aussi, à Meudon, avions-nous pris les dispositions nécessaires pour observer l'éclipse totale de Lune de samedi dernier, et aborder, à cette occasion, certaines études sur l'atmosphère terrestre.

» En premier lieu, j'avais disposé des appareils pour obtenir la comparaison du pouvoir lumineux photographique de la Lune pendant la totalité avec celui de la pleine Lune, ce qui aurait conduit à d'intéressantes données sur la quantité de lumière que notre atmosphère envoie dans le cône d'ombre au point où la Lune le traverse. Mais ces expériences exigent un ciel très pur, ce qui n'a eu lieu à aucun moment de la totalité à Paris.

» En second lieu, je voulais faire une observation relative à un point de Spectroscopie tellurique qui se rapporte aux bandes d'absorption de l'oxygène.

» J'ai déjà eu l'occasion de dire à l'Académie que, si les raies de ce gaz se montraient toujours dans le spectre solaire, il en était tout autrement des bandes dont j'ai annoncé la découverte. Celles-ci sont absentes du spectre solaire tant que le Soleil a une hauteur notable au-dessus de l'horizon et ne se montrent que quand l'astre en est très rapproché. Pour la bande située un peu au delà de F, on éprouve même beaucoup de difficulté à la constater dans ces conditions. C'est que cette bande exige pour sa manifestation bien sensible que les rayons lumineux aient traversé une énorme épaisseur de l'atmosphère terrestre.

» Or, au moment d'une éclipse totale de Lune, c'est précisément ce qui arrive aux rayons solaires qui, après avoir pénétré dans l'atmosphère de la Terre, rasent la surface de celle-ci et sortent ensuite pour pénétrer dans le cône d'ombre. Ces rayons ont alors passé à travers une épaisseur de notre atmosphère double de celle qui est traversée par ceux que nous recevons au soleil couchant.

» L'analyse de la lumière qui nous est renvoyée par la surface lunaire, quand notre satellite est plongé dans les rayons en question et dans ceux qui en approchent, sera donc très favorable à la manifestation de ces bandes de difficile production.

» Il est vrai que quand la Lune est ainsi éclairée par la lumière solaire qui a subi une absorption aussi considérable, elle n'a plus qu'un pouvoir lumineux bien faible, et qu'il faut, en conséquence, des instruments possédant une bien grande puissance de concentration pour que l'analyse de la lumière puisse se réaliser avec succès.

» C'est ainsi que j'en avais jugé, et l'expérience que j'ai instituée samedi dernier pendant la totalité avait surtout pour but une étude préliminaire des dispositifs. Cette expérience sera reprise aux prochaines éclipses totales de Lune, aussitôt que les grands instruments de l'Observatoire seront terminés, et notamment le grand télescope de 1^{m} de diamètre et

de très court foyer, qui sera particulièrement propre à ce genre d'études.

» N'est-il pas remarquable de voir que, dans certaines circonstances qui peuvent être réalisées pendant les éclipses, nous puissions constater à la surface de la Lune des propriétés de l'atmosphère terrestre que l'observation directe de celle-ci serait presque impuissante à nous révéler? »

ASTRONOMIE. — *Observation de l'éclipse de Lune du 28 janvier, à l'observatoire de Marseille.* Lettre de M. **Stephan** à M. Tisserand.

« Marseille, 29 janvier 1888.

» L'observation de l'éclipse totale de Lune de la nuit dernière a été favorisée, à Marseille, par un temps très clair.

» De même qu'à l'occasion de l'éclipse totale du 4 octobre 1884, M. Otto Struve, directeur de l'observatoire de Pulkowa, avait bien voulu nous communiquer à l'avance une liste dressée par les soins de M. Renz, sous la direction de M. Döllen, et comprenant toutes les étoiles, jusqu'à la 11e grandeur inclusivement, dont les occultations devaient être visibles à Marseille pendant une période commençant quelques minutes après la fin de cette phase. Nous avons pu noter la moitié environ des 74 immersions ou émersions indiquées sur la liste.

» Les observations ont été faites :

» Par M. Coggia, assisté de M. Moitre, élève-astronome, avec l'équatorial;

» Par M. Esmiol, avec le chercheur de comètes;

» Par M. Borrelly, avec un petit équatorial portatif de la Faculté des Sciences;

» Par M. Stephan, assisté de M. Lubrano, élève-astronome, avec le grand télescope Foucault.

» Le Tableau des heures trouvées par ces divers observateurs sera publié dans un des prochains numéros du *Bulletin astronomique*.

» En 1884, l'ombre nous avait paru d'un noir si intense que, pendant la totalité, le disque de la Lune était devenu presque invisible à l'œil nu.

» Cette fois, la teinte a été beaucoup moins foncée et, même à l'œil nu, la Lune est demeurée très distinctement visible, avec une couleur rougeâtre bien accentuée. »

CHIMIE. — *Recherches sur le ruthénium : acide hyperruthénique* (¹).
Note de MM. **H. Debray** et **A. Joly**.

« Le procédé de préparation de l'acide hyperruthénique, employé par Claus qui l'a découvert, et appliqué ultérieurement par MM. Deville et H. Debray à la séparation du ruthénium des autres métaux de la mine de platine, consiste à chauffer le métal divisé, tel qu'on l'obtient en réduisant un de ses oxydes par l'hydrogène ou par le gaz de l'éclairage à basse température, avec un mélange de nitre et de potasse, au creuset d'argent. En reprenant par l'eau et saturant de chlore la liqueur rouge orangé de ruthéniate de potasse, on distille finalement l'acide hyperruthénique qu vient se condenser dans un récipient refroidi, en même temps qu'une certaine quantité d'eau, sous la forme d'une masse solide jaune orangé. Pour conserver l'acide hyperruthénique, on le fondait alors sous l'eau, puis décantant, on introduisait l'acide dans un tube scellé en même temps que des fragments de chlorure de calcium ; au bout de quelques jours, on le transvasait après fusion dans un nouveau tube. L'acide ainsi préparé ne pouvait se conserver longtemps sans altération ; bien qu'on prît soin de le maintenir à l'abri de la lumière, il ne tardait pas à noircir, ou plutôt les parois du tube se recouvraient d'un enduit noir, au travers duquel on avait peine à distinguer les beaux cristaux si réfringents de l'acide sublimé. L'altération de la matière était d'ailleurs limitée.

I. *Purification de l'acide hyperruthénique.* — L'acide hyperruthénique étant le point de départ de tous les composés du ruthénium que nous nous proposions d'étudier, nous devions nous préoccuper tout d'abord de rechercher la cause de cette altération et de tenter d'y remédier. Nous avons reconnu que la présence d'une petite quantité d'eau non absorbée par le chlorure de calcium ou abandonnée par celui-ci lorsqu'on fondait la matière, réagissant sur la vapeur de l'acide hyperruthénique, donnait un enduit noir d'un oxyde inférieur dont nous fixerons tout à l'heure la composition. Il suffisait, en effet, d'introduire l'acide humide dans un tube scellé

(¹) *Errata* à notre dernière Communication (*Comptes rendus*, t. CVI, p. 100) : Les poids d'oxygène donnés à la page 102 sont rapportés à 100 de métal ; la transformation complète du ruthénium en bioxyde exigerait une absorption de 30,77, au lieu de 23,53 indiquée par erreur à la première ligne de la page 103.

pour obtenir, au bout d'un temps très court, même à l'abri de la lumière, une couche continue de l'oxyde noir et amener ainsi la destruction complète du peroxyde. Une dissolution d'acide hyperruthénique se conserve pendant quelque temps à l'abri de la lumière avec sa belle couleur jaune d'or; mais elle ne tarde pas à noircir, plus rapidement lorsqu'on l'expose à la lumière, et laisse déposer sur les parois du flacon une couche noire continue du même oxyde.

» En desséchant complètement l'acide hyperruthénique, nous sommes parvenus, en effet, à obtenir des échantillons inaltérables. Sans entrer dans le détail de cette opération longue et délicate, nous en indiquerons seulement la marche. L'oxyde est abandonné dans un tube vide d'air, étranglé en son milieu et renfermant dans un de ses compartiments du chlorure de calcium fondu. L'acide se sublime lentement et, au bout de quelque temps, il suffit de séparer les deux tubes pour isoler la matière bien desséchée. On soumet l'acide à une nouvelle distillation dans le vide. Les tubes destinés à contenir l'acide hyperruthénique doivent être soigneusement desséchés et débarrassés de matières organiques. Ils sont lavés à l'acide sulfurique chaud, à l'eau distillée, à l'alcool, puis chauffés au rouge sombre dans un courant d'hydrogène. Moyennant que l'on prenne toutes ces précautions, l'acide ne subit plus alors d'altération; tout au plus observe-t-on une légère attaque du verre, qui prend une teinte mordorée et un éclat métallique, lorsqu'on abandonne le tube à la lumière diffuse.

» II. *Propriétés physiques.* — Les propriétés physiques de l'acide hyperruthénique ont pu dès lors être précisées.

» Il suffit de tenir pendant quelques instants dans la main un tube à acide hyperruthénique pour liquéfier celui-ci; il fond, en effet, à 25°,5. Le liquide, rouge orangé foncé, ne se solidifie que très lentement, même au contact d'un cristal, et le produit solide peut conserver pendant fort longtemps l'état vitreux. Il ne cristallise bien que par sublimation. Si la pression laissée dans les tubes n'est que de 3^{mm} à 4^{mm}, l'acide se déplace obéissant aux moindres variations des températures des parois et vient bientôt former de gros cristaux d'une limpidité parfaite, jaunes par transparence, d'un beau jaune orangé par réflexion.

» A des températures comprises entre 100° et 106° et sous la pression de l'atmosphère, l'acide hyperruthénique n'entre pas encore en ébullition, alors même qu'on le chauffe dans des tubes non lavés à l'acide sulfurique, et que l'on a soin de maintenir à l'intérieur du liquide une petite cloche à air; nous verrons d'ailleurs que, entre 106° et 107°, il se détruit

brusquement. Pour préciser les conditions dans lesquelles nous devions nous placer pour prendre sa densité de vapeurs, nous avons voulu déterminer ses tensions. Malheureusement, ces vapeurs attaquent le mercure, et nous avons dû nous borner à chercher sous quelles pressions bout l'acide hyperruthénique à des températures inférieures à 100°. Ici encore nous avons éprouvé des difficultés tenant à ce que les tubes avaient été trop bien nettoyés. Nous n'avons jamais pu observer le phénomène proprement dit de l'ébullition ; l'acide, maintenu à des températures constantes, distillait rapidement dès que la pression avait atteint une valeur convenable, sans qu'on vît à aucun moment se former de bulles de vapeur au sein du liquide. Ainsi, à 100°,8, la pression correspondant à cette distillation brusque était de 183^{mm}; elle était de 20^{mm} environ à 42°. Dans des tubes scellés et renfermant l'acide maintenu à sa température de fusion en présence d'un excès du corps solide, nous avons cependant observé le phénomène de l'ébullition, lorsque la pression n'était que de 3^{mm} à 4^{mm} et dès qu'on refroidissait fortement une partie du tube. Au voisinage de 0°, l'acide hyperruthénique n'a pas de tension de vapeurs sensibles. Ces tensions sont relativement faibles et nous portent à croire que les vapeurs d'acide hyperruthénique n'atteindraient la tension normale de 760^{mm} qu'à une température bien supérieure à celle de sa décomposition explosive.

» Mais on peut distiller l'acide en présence de l'eau à 100°, pourvu, toutefois, que le liquide renferme du chlore ou des hypochlorites. Dès que ceux-ci ont disparu, la vaporisation ne peut se faire sans décomposition partielle.

» La densité de vapeur, prise par la méthode de Dumas à 100° et sous la pression de 106^{mm}, a été trouvée égale à 5,77; pour $RuO^4 = 2^{vol}$ et le poids équivalent $Ru = 52$, que nous adoptons provisoirement d'après Claus, on calcule $D = 5,81$.

» III. *Action de l'eau sur l'acide hyperruthénique.* — L'acide hyperruthénique se dissout lentement dans l'eau, à laquelle il communique une couleur jaune d'or. Il ne nous paraît pas que cet acide forme un hydrate défini. Lorsqu'on le distille, en effet, avec de l'eau, il se condense parfois en formant des arborescences d'un jaune beaucoup plus clair que l'acide anhydre; mais, en examinant ces pseudo-cristaux à la loupe, on voit qu'ils sont formés par la juxtaposition de gouttelettes fondues et qui ont conservé l'état vitreux, séparées les unes des autres par une mince couche d'eau : c'est donc là une véritable émulsion.

» La dissolution d'acide hyperruthénique, lorsqu'elle ne contient ni

chlore, ni hypochlorites, se conserve pendant quelque temps à l'obscurité et même à la lumière diffuse. Mais elle finit par se troubler et par laisser déposer sur les parois du vase un enduit noir, et le liquide, à partir de ce moment, se décolore rapidement, perdant toute odeur caractéristique, et, si le vase est fermé, une pression d'oxygène s'établit à l'intérieur. Une solution d'acide pur se trouble au bout de quelques instants.

» Le précipité noir, amorphe, ou les écailles brillantes déposées sur les parois du verre, constituent un nouveau composé oxygéné du ruthénium, Ru^2O^5, Aq. Séché à l'étuve, un peu au-dessous de 100°, il retient $2^{éq}$ d'eau.

	Calculé.		Trouvé.
Ru^2	104	64,20	64,30
O^5	40	24,69	24,63
2HO	18	11,11	11,04
	162	100,00	99,97

» Certains échantillons cependant renferment une quantité d'eau un peu différente, suivant les conditions dans lesquelles s'est produite la dessiccation. Si l'on porte seulement l'attention sur la matière anhydre, on a :

	Calculé.	Trouvé.				Moyenne.
Ru^2	72,22	72,20	72,28	71,87	72,55	72,225
O^5	27,78	»	»	»	»	»
	100,00					

» La décomposition de l'acide hyperruthénique par l'eau devient plus rapide lorsqu'on élève la température. Si on le chauffe avec de l'eau dans un ballon à très long col, fonctionnant comme un appareil à reflux, on voit se déposer sur les parois, dès qu'on a atteint 100°, des écailles brillantes, noires, d'un oxyde inférieur, et la décomposition devient complète en quelques minutes. Cet oxyde est moins oxygéné que le précédent; desséché dans le vide, à 100°, il a pour composition Ru^4O^9, 2HO. Chauffé à 360°, il se déshydrate sans perdre d'oxygène, et donne à l'analyse :

		Trouvé			
	Calculé.	1.	2.	3.	4.
Ru^4	74,28	74,33	74,32	74,62	74,65
O^9	25,72	»	»	»	»
	100,00				

» On obtient encore ce composé anhydre lorsque l'on chauffe l'oxyde

$Ru^2O^5, 2HO$ dans le vide sec au-dessous de 360° : celui-ci perd de l'eau et de l'oxygène et le dégagement de gaz s'arrête lorsqu'on a atteint la composition Ru^4O^9; les analyses 3 et 4 ont été faites sur des matières ainsi obtenues.

» A la température d'ébullition du soufre (440°), l'oxyde Ru^4O^9 perd de nouveau de l'oxygène et se transforme en un oxyde bleu violacé amorphe dont la composition est rigoureusement celle du bioxyde. Ces deux oxydes Ru^2O^5 et Ru^4O^9 forment le passage entre l'acide ruthénique inconnu RuO^3 et le bioxyde; on peut en effet écrire les formules RuO^2, RuO^3 et $3RuO^2, RuO^3$. C'est à la formation de l'hydrate Ru^2O^5, Aq, formation qui présente tous les caractères d'une réaction exothermique, que l'acide hyperruthénique doit son instabilité en présence de l'eau, et la facilité avec laquelle le pentoxyde prend naissance est un obstacle à la préparation de l'acide ruthénique et de l'acide hyperruthénique libres.

IV. *Action de la chaleur sur l'acide hyperruthénique.* — L'acide hyperruthénique peut être maintenu sans décomposition à des températures inférieures à 106°. Dans une expérience où quelques grammes d'acide hyperruthénique, contenus dans un tube de $0^m,30$ de long et librement ouvert, avaient été portés rapidement à des températures un peu supérieures à 100°, dans un bain de paraffine, on a pu le maintenir inaltéré à 105°, puis à 106°. Mais, à peine le thermomètre qui montait très lentement avait-il atteint 107°, qu'une brusque décomposition se produisit; une flamme fuligineuse s'éleva de la surface du liquide, et en même temps que les parois du tube se recouvraient d'un oxyde pulvérulent, la masse entière du liquide se trouvait transformée en oxyde. L'oxyde provenant de la vapeur était du bioxyde amorphe, l'oxyde résultant de la transformation du liquide était cristallisé; l'analyse a montré que c'était du bioxyde. La réaction fut complète en un temps très court, car l'odeur si caractéristique de l'acide hyperruthénique disparut totalement; elle ne fut accompagnée d'ailleurs d'aucune explosion.

» Nous rappellerons que MM. Deville et Debray, en essayant il y a quelques années de volatiliser une centaine de grammes d'acide hyperruthénique dans un appareil distillatoire en verre chauffé dans un bain de chlorure de calcium, ont observé une décomposition brusque explosive, dès que le thermomètre plongé dans le bain eut atteint 108°. Notre expérience vérifie donc cette observation et la précise, puisqu'elle établit que la décomposition s'est produite complètement en oxygène et bioxyde de ruthénium, tant aux dépens de la vapeur que de l'acide fondu. Dans notre

précédente Communication (*Comptes rendus*, t. CVI, p. 100), nous avions montré comment l'acide hyperruthénique pouvait prendre naissance au-dessus de 1000°, par l'oxydation du bioxyde. La réaction inverse, que nous rapportons ci-dessus, explosive à une température relativement basse, montre qu'il existe, entre le bioxyde de ruthénium et l'acide hyperruthénique, les mêmes relations qu'entre l'eau et l'eau oxygénée. »

PHYSIQUE. — *Appareil pour des expériences à haute température, au sein d'un gaz sous pression élevée.* Note de M. **L. Cailletet.**

« On sait combien il est difficile, dans les laboratoires, de chauffer un corps à une température élevée, au milieu d'un gaz comprimé.

» L'appareil que j'ai construit, il y a plusieurs années déjà, permet de porter les corps à des températures voisines de la fusion du platine, tout en les maintenant dans une atmosphère gazeuse, dont on peut faire varier à volonté la nature et la pression.

» Cet appareil se compose d'une masse d'acier dans laquelle on a creusé un vide cylindrique d'environ un quart de litre de capacité; cette sorte d'éprouvette peut être fermée au moyen d'un obturateur métallique muni de vis. Deux tiges en cuivre sont fixées à cette pièce mobile : l'une est isolée, tandis que l'autre fait corps avec le métal. C'est aux extrémités de ces deux tiges qu'on fixe, suivant les besoins des expériences, soit une lame de platine emboutie en forme de creuset, soit un fil de platine roulé en hélice, sorte de moufle qui reçoit les corps en expérience et que l'on porte à une température élevée au moyen d'un courant électrique, généralement fourni par des accumulateurs; un fragment d'or placé dans la spirale y fond en quelques instants. Lorsqu'on veut maintenir la température pendant une longue durée, on remplace les accumulateurs épuisés par d'autres en charge, et cela par le simple déplacement d'un commutateur. On peut aussi mettre à profit la haute température développée par l'arc électrique; dans ce cas, on dispose deux tiges de charbon, dont l'une, mobile, est fixée à l'extrémité d'une vis, qu'on fait mouvoir de l'extérieur de façon à la mettre en communication avec l'autre charbon, isolé et taillé en forme de creuset. Le bloc d'acier est percé d'un orifice, relié par un tube de cuivre capillaire au réservoir qui contient le gaz comprimé. Une fenêtre munie d'une glace épaisse permet de suivre les phases de l'expérience en regardant dans un miroir incliné de façon à se mettre à l'abri

de tout danger pouvant résulter de la rupture de la glace. Enfin, on peut recueillir, au moyen d'un robinet à vis, les gaz contenus dans l'appareil, dans le cas où il est utile de les analyser.

» Le gaz qui doit servir aux expériences est comprimé d'avance dans un réservoir approprié, au moyen de la pompe à piston de mercure, que j'ai déjà fait connaître ; il est facile aussi d'employer l'acide carbonique ou l'acide sulfureux que fournit le commerce.

» Un manomètre métallique fixé à l'appareil permet de constater que la pression du gaz exerce un refroidissement énergique sur les corps que l'on chauffe au moyen du courant électrique : ainsi le courant qui amène la fusion du fil ou de la lame de platine ne produit plus qu'une température rouge sombre, lorsque la pression est suffisamment élevée. J'ai pu atténuer cette cause de refroidissement en enveloppant le corps en expérience avec une petite éprouvette en verre, qui s'oppose au mouvement des gaz. J'ai répété avec cet appareil l'expérience classique de Hall sur le carbonate de chaux. Un fragment de craie chauffé dans l'hélice de platine diminue sensiblement de volume, en se transformant en un corps dur, jaune brun, qui se dissout lentement dans les acides en dégageant de l'acide carbonique. Ainsi que notre confrère M. Debray l'a démontré depuis longtemps déjà, le spath d'Islande peut être porté à une haute température dans l'acide carbonique comprimé sans être altéré et sans perdre sa transparence. J'ai reconnu aussi qu'un cristal de spath, transformé en chaux à la surface par l'action de la chaleur à la pression ordinaire, reprend l'acide carbonique perdu, mais non sa transparence primitive. Je n'ai pu obtenir la fusion du spath dans les conditions de mes expériences.

» En résumé, l'appareil que j'ai l'honneur de faire connaître à l'Académie et qui m'a servi, il y a plusieurs années déjà, à des expériences sur la lumière électrique sous pression, recherches que j'ai entreprises avec M. Violle, dans son laboratoire à l'École Normale, pourra rendre, je l'espère, de nombreux services aux chimistes ainsi qu'aux minéralogistes. »

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur la statistique solaire de l'année* 1887. Note de M. **Rud. Wolf**, transmise par M. Faye.

« Des observations solaires faites à l'observatoire fédéral de Zurich et des observations magnétiques faites à l'observatoire de Milan, je viens de déduire pour l'année dernière, en employant la méthode établie par moi,

il y a une vingtaine d'années, les valeurs suivantes, pour les moyennes mensuelles des nombres relatifs r, pour les variations en déclinaison v, et pour les accroissements Δr et Δv que ces quantités ont reçus depuis les époques correspondantes de l'année 1886 :

	Zurich		Milan	
1887.	r.	Δr.	v.	Δv.
Janvier	13,1	— 15,3	3',71	— 0',36
Février	15,7	— 7,9	3,69	— 1,22
Mars	2,7	— 59,1	6,99	— 1,62
Avril	7,5	— 38,4	9,33	— 0,56
Mai	17,2	— 11,8	9,30	0,24
Juin	16,3	— 9,4	9,55	1,18
Juillet	26,2	— 6,7	10,25	0,67
Août	21,1	2,1	9,07	0,90
Septembre	6,9	— 10,2	6,08	— 1,53
Octobre	5,5	— 4,0	6,03	— 0,30
Novembre	4,5	4,5	3,07	0,59
Décembre	20,5	5,4	2,23	0,62
Moyenne	13,1	— 12,6	6,61	— 0,12

» Il résulte de ce Tableau, non seulement que le nombre relatif et la variation magnétique ont tous les deux encore diminué considérablement depuis l'année 1886, mais encore que la marche de ces diminutions a continué à être à peu près la même : il n'y a une différence de signe que pour trois des douze mois, et les observations des autres stations magnétiques décideront s'il y a là une différence systématique ou seulement une influence de quelques perturbations locales.

» En introduisant dans la formule

$$v = 5',62 + 0,045 r,$$

que j'ai établie autrefois pour Milan, la moyenne annuelle $r = 13,1$, on obtient $v = 6',21$. L'accord entre cette valeur et la valeur conclue des observations n'est donc pas si surprenant que l'année passée, mais c'est la suite nécessaire de l'anomalie mentionnée ci-dessus.

» Il est très probable que nous sommes à présent près d'une époque de minimum, mais je ne saurais pas encore la préciser : mon Rapport sur l'année 1888 y suppléera probablement. »

M. DE LESSEPS informe l'Académie que le vapeur allemand *Bayerne*, parti de Hong-Kong à 4^h du soir, le 26 décembre dernier, est arrivé à Suez le matin du 15 janvier, après avoir fait escale à Singapour, à Colombo et Aden et traversé la mer Rouge en quatre jours. Le voyage a donc été accompli, y compris les escales, en moins de vingt jours.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

MÉCANIQUE. — *Sur la distribution dans les machines à quatre tiroirs.* Mémoire de M. **H. Léauté**, présenté par M. Marcel Deprez. (Extrait par l'auteur.)

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

« La théorie de la distribution de la vapeur à l'aide d'un tiroir unique a été l'objet de nombreux travaux. Les études de Zeuner et de M. Marcel Deprez, en particulier, ont fourni des solutions très simples du problème à résoudre pour établir une semblable distribution remplissant des conditions données. Mais il n'en est pas de même de la distribution dans les machines à quatre tiroirs dont l'emploi se répand de plus en plus.

» L'indépendance de l'admission et de l'échappement conduit, il est vrai, à une simplification, mais le problème se trouve compliqué par le mode de liaison des tiroirs avec l'excentrique. Cette liaison a lieu, en général, par l'intermédiaire d'un plateau central oscillant et la position respective des points d'attache ainsi que la longueur relative des bielles introduisent un nombre d'éléments variables assez considérable, dont il est à peu près impossible d'apercevoir, *a priori*, nettement l'effet.

» Prise dans toute sa généralité, la théorie d'un pareil mode de transmission de mouvement présenterait un grand degré de complication et exigerait, puisqu'il s'agit en somme de quadrilatères articulés, pour être traitée rigoureusement, l'emploi des fonctions elliptiques (¹).

» Mais on peut néanmoins, en se bornant au premier degré d'approximation, arriver à se rendre un compte suffisamment exact de l'influence

(¹) M. DARBOUX, *De l'emploi des fonctions elliptiques dans la théorie du quadrilatère plan* (*Bulletin des Sciences mathématiques*, 2e série, t. III, p. 109; 1879).

des divers éléments dont nous venons de parler et résoudre ainsi le problème suivant : *Trouver les valeurs de ces éléments qui permettent de donner au tiroir que l'on considère un mouvement déterminé.*

» D'une façon plus précise, la question revient à faire en sorte que le diagramme qui représente les mouvements respectifs du tiroir et du piston ait pratiquement une forme générale donnée.

» C'est la recherche de la solution de ce problème qui fait l'objet du présent Mémoire; elle présente un intérêt pratique, en raison de l'extension chaque jour plus grande que prennent dans l'Industrie les machines Corliss.

» Le tracé graphique auquel nous sommes conduit est simple; il fournit immédiatement les longueurs des bielles qui agissent sur les tiroirs d'admission et d'échappement, définit leurs positions initiales et donne l'angle de calage de l'excentrique de commande. »

M. **E. Fontaneau** adresse une Note intitulée : « Intégration des équations aux dérivées partielles de l'élasticité, pour un corps homogène et isotrope ».

(Commissaires : MM. Maurice Lévy, Cornu, Sarrau.)

M. **P.-M. Dechaux** adresse, de Montluçon, une Note concernant le rôle physiologique qu'il attribue à la glaire utérine.

(Renvoi à la Section de Médecine.)

M. **Haro** adresse, de Montpellier, une Note portant pour titre : « Sur une nouvelle méthode de télégraphie des trains en marche, permettant : 1° de connaître à tout instant la position et la vitesse d'un ou plusieurs trains en marche entre deux stations; 2° de pouvoir être averti immédiatement de ce qui se passe dans les trains ou sur la voie ».

(Renvoi à la Commission nommée pour les questions relatives aux Chemins de fer.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale à l'Académie divers documents recueillis par M. *Alf. Prost*, concernant le marquis de Jouffroy et la part qui doit lui être attribuée, soit dans l'invention de la machine à vapeur à double effet, soit dans les premières applications pratiques de l'Hydrodynamique.

(Commissaires : MM. Phillips, Maurice Lévy, Sarrau.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Un Volume de M. *Henri Fayol*, intitulé : « Études sur le terrain houiller de Commentry ; Ire Partie : Lithologie et Stratigraphie ». (Présenté par M. Daubrée.)

2° Deux Volumes adressés par M. *Folie* et présentés par M. Faye, savoir l' « Annuaire de l'observatoire de Bruxelles pour 1888 » et le premier Fascicule d'un « Traité des réductions stellaires ». Dans ce dernier Ouvrage, M. Folie donne un résumé de sa théorie du mouvement de rotation de l'écorce solide du globe.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la durée du jeu;* par M. E. **Rouché**.

« La formule que j'ai donnée dans ma dernière Communication (*Comptes rendus*, p. 253) (¹) ne se prête pas aisément au calcul numérique ; mais on peut la remplacer par une autre équivalente et beaucoup plus simple.

» Au lieu d'introduire dans la fonction symétrique

$$P = \frac{1}{2^{n-1}} \sum \frac{a_k^{\mu-1}}{\Delta_k}$$

les expressions trigonométriques des racines $a_1, a_2, \ldots, a_k, \ldots, a_n$ de l'équation $V_n(-2z) = 0$, on peut y faire apparaître les coefficients de cette équation.

(¹) Page 256, ligne 10, l'exposant du cosinus est $\mu - 1$ au lieu de μ.

» On sait, en effet, que si l'on pose

$$\theta(z) = (z - a_1)(z - a_2)\ldots(z - a_n),$$

le coefficient de $\frac{1}{z}$, dans le développement de

$$\frac{F(z)\,\theta'(z)}{\theta(z)},$$

donne la valeur de la fonction symétrique $\Sigma F(a_k)$.

» Comme on a ici

$$\Delta_k = \theta'(a_k), \qquad \theta(z) = \frac{V_n(-2z)}{(-2)^n}, \qquad F(z) = \frac{z^{\mu-1}}{\theta'(z)},$$

on voit que P est le coefficient de $\frac{1}{z}$ dans le développement de

$$\frac{(-1)^n . 2z^{\mu-1}}{V_n(-2z)};$$

ou, ce qui revient au même, en posant

$$-2z = \frac{1}{y},$$

P est le coefficient de $y^{\mu-n}$ dans le développement de

$$\frac{(-1)^{\mu-n}}{2^{\mu-1}} \frac{1}{y^n V_n\left(\frac{1}{y}\right)}.$$

» Or, en effectuant la division et observant que

$$y^n V_n\left(\frac{1}{y}\right) = 1 - \frac{n}{1}y^2 + \frac{n(n-3)}{1.2}y^4 + \frac{n(n-4)(n-5)}{1.2.3}y^6 + \ldots$$
$$+ (-1)^r \frac{n(n-r-1)\ldots(n-2r+1)}{1.2\ldots r}y^{2r},$$

où r désigne le plus grand entier contenu dans $\frac{1}{2}n$, on trouve pour ce développement

$$\frac{(-1)^{\mu-n}}{2^{\mu-1}}\Big[1 + \frac{n}{1}y^2 + \frac{n(n+3)}{1.2}y^4 + \frac{n(n+4)(n+5)}{1.2.3}y^6 + \ldots$$
$$+ (-1)^s \frac{n(n+s+1)\ldots(n+2s-1)}{1.2\ldots s}y^{2s} + \ldots\Big].$$

» Donc P est nul toutes les fois que $\mu - n$ est impair, ce que montrait, d'ailleurs, la formule trigonométrique; et, lorsque $\mu - n$ est un nombre pair $2s$, P est égal à

$$\frac{(-1)^s}{2^{\mu-1}} \frac{n(n+s+1)\ldots(n+2s-1)}{1.2\ldots s}.$$

On a donc, dans tous les cas,

$$P = \frac{1+(-1)^{\mu-n}}{2^\mu} \frac{n\Gamma(\mu)}{\Gamma\left(\frac{\mu-n}{2}+1\right)\Gamma\left(\frac{\mu+n}{2}+1\right)},$$

expression qui, à l'aide de la formule de Stirling, pourrait aisément être remplacée par une formule approximative dans le cas où n est un grand nombre. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur la surface engendrée par une conique doublement sécante à une conique fixe.* Note de M. **Demartres**, présentée par M. Darboux.

« I. Les propriétés projectives des surfaces cerclées s'étendent immédiatement aux surfaces engendrées par une conique doublement sécante à une conique fixe. Parmi ces propriétés, il y a lieu de distinguer celles qui se rapportent, soit aux lignes conjuguées des génératrices, soit aux lignes asymptotiques.

» Considérons d'abord, sur une surface cerclée, les lignes conjuguées des génératrices circulaires. En désignant par α l'inclinaison d'une pareille ligne sur la génératrice, par V l'angle du plan tangent à la surface avec le plan du cercle, on a [*Mémoire sur les surfaces à génératrice circulaire* (*Annales de l'École Normale*, 1885, p. 135)],

$$\cot\alpha = \frac{1}{\sin V}\frac{\partial V}{\partial \varphi} = \frac{1}{QH}\left(M\frac{\partial Q}{\partial \varphi} - Q\frac{\partial M}{\partial \varphi}\right)$$

ou

$$H\cot\alpha = \frac{(pRR' - wv)\cos\varphi + wu\sin\varphi + pRu}{w + pR\sin\varphi}.$$

» La condition nécessaire et suffisante pour que les génératrices soient divisées homographiquement par leurs lignes conjuguées est que $H\cot\alpha$ se réduise à une fonction linéaire de $\sin\varphi$, $\cos\varphi$ (*Comptes rendus*, 2 jan-

vier 1888). On voit immédiatement que cela a lieu dans trois cas seulement :

» 1° Le numérateur de l'expression ci-dessus est identiquement nul : la surface est une enveloppe de sphères ;

» 2° $p = 0$. Le plan du cercle se déplace parallèlement à lui-même ;

» 3° $R' = v$, $w = pR$. La surface est alors de seconde classe ; le cercle reste tangent à une courbe fixe et son plan coïncide avec le plan osculateur de cette courbe. De là le théorème suivant :

» Théorème. — *Il existe trois sortes de surfaces dont les génératrices coniques sont divisées homographiquement* (¹) *par les lignes conjuguées. Ce sont :*

» 1° *L'enveloppe d'une quadrique passant par une conique et assujettie à trois conditions complémentaires ;*

» 2° *Les surfaces pour lesquelles la conique fixe se réduit à deux points ;*

» 3° *Celles dont la génératrice reste tangente à une courbe fixe dans le plan osculateur de cette courbe.*

» Dans le premier cas, la détermination des lignes conjuguées se réduit à une quadrature ; dans le second cas, ces lignes s'obtiennent sans aucune intégration ; le double système considéré est alors un de ceux que fournit le théorème de M. Kœnigs.

» II. Passons aux lignes asymptotiques. Les inclinaisons i', i'' de ces lignes sur la génératrice sont évidemment liées par la relation harmonique $2\cot\alpha = \cot i' + \cot i''$. Si donc deux des fonctions $H\cot i'$, $H\cot i''$, $H\cot\alpha$ sont linéaires en $\sin\varphi$, $\cos\varphi$, il en est de même de la troisième. En d'autres termes, *si deux de ces trois systèmes de lignes divisent homographiquement les génératrices coniques ou circulaires, il en sera de même du troisième.* On voit, en particulier, que les trois classes de surfaces indiquées plus haut doivent comprendre toutes celles pour lesquelles les deux séries de lignes asymptotiques présenteront la propriété en question. La solution s'achève sans difficulté dans les trois cas, mais donne lieu à une discussion assez longue. Je me contenterai ici de résoudre le problème dans le second cas, celui où l'on a $p = 0$. L'équation des lignes asymptotiques (*loc. cit.*, p. 130) se simplifie alors, en observant qu'on peut faire en même temps $r = 0$, et peut

---

(¹) Il est clair que, par rapport anharmonique de quatre points d'une conique, on doit entendre le rapport anharmonique des droites qui joignent ces quatre points à un point seulement de la courbe. L'expression « diviser homographiquement » s'explique alors d'elle-même.

alors s'écrire

$$w(\mathrm{H}\cot\iota + u\sin\varphi - v\cos\varphi)^2 + \mathrm{R}\left(\mathrm{M}\frac{\partial \mathrm{Q}}{\partial l} - \mathrm{Q}\frac{\partial \mathrm{M}}{\partial l}\right) = 0.$$

Pour que les deux séries de lignes asymptotiques divisent homographiquement les génératrices, il faut et il suffit que l'expression

$$\mathrm{M}\frac{\partial \mathrm{Q}}{\partial l} - \mathrm{Q}\frac{\partial \mathrm{M}}{\partial l} = (uw' - wu')\cos\varphi + (vw' - wv')\sin\varphi + (\mathrm{R}'w' - \mathrm{R}''w)$$

se réduise au carré d'une fonction linéaire en $\sin\varphi$, $\cos\varphi$. On voit immédiatement que cette circonstance se traduit par les deux conditions

$$uw' - wu' = 0, \qquad vw' - wv' = 0;$$

elles expriment évidemment que le lieu du centre se réduit à une droite.

» Transformons homographiquement cette propriété : au cercle générateur correspondra une conique passant par deux points fixes A, B; le pôle de AB par rapport à cette conique devra décrire une droite fixe dans l'espace. Il suffit, pour cela, que A et B soient des points non singuliers de la surface considérée, car les deux plans tangents se couperont alors suivant une droite fixe, lieu du pôle de AB par rapport à la conique génératrice. De là le théorème suivant :

» Théorème. — *Lorsqu'une surface est le lieu d'une conique passant par deux points fixes, si ces deux points sont des points ordinaires de la surface, les coniques génératrices sont divisées homographiquement et par leurs lignes conjuguées, et par chaque série de lignes asymptotiques.*

» *Remarque.* — Ce théorème donne, comme cas particulier, une propriété importante des surfaces du second ordre, et plus généralement de toute surface engendrée par une conique qui se déplace en restant homothétique à elle-même, le centre décrivant une droite. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur quelques propriétés géométriques des stelloïdes.* Note de M. G. **Fouret**, présentée par M. Darboux.

« Une Note récente de M. Félix Lucas ([1]), dans laquelle il est question d'une classe remarquable de courbes planes algébriques, que l'auteur a

([1]) *Comptes rendus*, t. CVI, p. 195.

proposé d'appeler *stelloïdes*, a ramené mon attention sur une étude géométrique que j'avais entreprise de ces mêmes courbes, il y a une vingtaine d'années, et m'a suggéré l'idée de la compléter. Je demande la permission à l'Académie de lui faire connaître les principaux résultats auxquels je suis arrivé, en en réservant le développement pour un travail plus étendu.

» Je désigne, pour abréger, par S_n une stelloïde du $n^{\text{ième}}$ ordre, et par R_n une rose des vents de n rayons, qui en est un cas particulier et en quelque sorte limite. Les S_2 sont des hyperboles équilatères, et les S_1 sont des droites. Je considère, d'après Laguerre, comme ayant même *orientation*, deux systèmes de n droites tels que la somme des angles formés par les droites de l'un avec un axe arbitraire soit égale, à un multiple de π près, à la somme des angles formés par les droites de l'autre avec le même axe. On peut alors énoncer, comme il suit, un certain nombre de propriétés des stelloïdes.

» I. *Une* S_n *quelconque est le lieu d'un point tel que les droites qui le joignent à n points fixes forment un faisceau d'orientation constante.*

» Je dirai que ces n points fixes constituent un groupe de n *pivots associés. Ces pivots sont sur la courbe.*

» II. *Il existe sur une* S_n *une infinité simple de groupes de pivots associés. L'un des pivots d'un groupe étant choisi arbitrairement, on en déduit les autres, en remarquant que les deux faisceaux de droites isotropes passant par les pivots d'un même groupe ont tous leurs points d'intersection sur la courbe.*

» *Le faisceau générateur d'une stelloïde a une orientation invariable, quel que soit le groupe de pivots associés par lesquels on assujettisse à passer les droites de ce faisceau.*

» On peut appeler cette orientation invariable l'*orientation de la stelloïde.*

» III. *Le lieu des centres harmoniques d'un point quelconque, par rapport aux divers groupes de pivots associés d'une stelloïde, est une droite passant par ce point.*

» IV. *Les n asymptotes d'une stelloïde sont réelles et forment une rose des vents* (¹). *Leur point de concours est le centre de moyenne distance commun de*

(¹) Cette particularité, qui a fait donner à ces courbes le nom de *stelloïdes*, a été signalée par M. F. Lucas dans un Mémoire sur la *Géométrie des polynômes*, paru en 1879 (*Journal de l'École Polytechnique*, XLVIe cahier, p. 6). Je l'avais remarquée

tous les groupes de pivots. D'après deux théorèmes bien connus, dus, l'un à Chasles, l'autre à Liouville, *ce point est aussi le centre de moyenne distance des points de la courbe, en lesquels les tangentes sont parallèles à une même direction, d'ailleurs quelconque.*

» Je donnerai à ce point remarquable le nom de *centre de rayonnement* de la stelloïde.

» V. *Les* $n(n-2)$ *points d'intersection d'une* S_n *avec ses asymptotes sont sur une* S_{n-2}.

» VI. *Pour qu'une courbe du* $n^{ième}$ *ordre soit une* S_n, *il faut et il suffit que ses asymptotes forment une* R_n, *et en outre, si* n *dépasse* 3, *que les points de rencontre de la courbe avec ses asymptotes soient sur une* S_{n-2}.

» VII. *Par les* $n(n-2)$ *points communs à une* R_n *et à une* S_{n-2}, *on peut faire passer une infinité de* S_n, *ayant pour asymptotes les rayons de la* R_n. *L'ensemble de ces* S_n *forme un faisceau.*

» VIII. *Si l'on coupe une* S_n *par un angle égal à* $\frac{\pi}{n}$, *ou à l'un de ses multiples, le produit des distances du sommet de l'angle aux points de rencontre de l'un de ses côtés avec la courbe est égal, au signe près, au produit analogue pour le deuxième côté. Les signes des deux produits sont identiques ou différents, suivant que l'angle est un multiple pair ou impair de* $\frac{\pi}{n}$.

» IX. *Les polaires des divers ordres d'une stelloïde sont des stelloïdes.*

» Les groupes de pivots de ces stelloïdes se déduisent très simplement de ceux de la première.

» X. *Les polaires des divers ordres d'une stelloïde relatives aux points à l'infini ont pour centre de rayonnement commun celui de la stelloïde primitive.*

» XI. *La première polaire du centre de rayonnement d'une* S_n *se compose de la droite de l'infini, comptée comme double, et d'une* S_{n-2}.

» XII. *En désignant par* R_a *le rayon de courbure en un point* a *d'une stelloïde, et par* $N_b, N_c, \ldots, N_l$ *les longueurs comprises sur la normale en* a, *entre ce point et les droites menées par les pivots* $b, c, \ldots, l$, *associés à* a *perpendiculairement à* $ab, ac, \ldots, al$, *on a la relation*

$$\frac{1}{2R_a} + \frac{1}{N_b} + \frac{1}{N_c} + \ldots + \frac{1}{N_l} = 0.$$

également depuis longtemps. Il en est de même de la propriété remarquable que j'énonce plus loin sous le n° IX, et que M. F. Lucas a donnée à la page 8 du même Recueil.

» On déduit de là une construction élégante des centres de courbure d'une stelloïde.

» XIII. *Les* S_n *qui ont un groupe de n pivots associés communs, et par suite un même centre de rayonnement, forment un faisceau. Deux quelconques d'entre elles se coupent en tous leurs points communs sous des angles égaux. Le lieu des centres de courbure des diverses courbes du faisceau, relativement à l'un quelconque des pivots, est une droite.*

» XIV. *Les trajectoires orthogonales des* S_n *ayant n points communs sont les courbes (cassinoïdes) engendrées par un point dont les distances à ces n points ont un produit constant. Ces deux séries de courbes forment ensemble un réseau orthogonal et isotherme* [1].

» XV. *Par* $2n$ *points indépendants d'un même plan passe une* S_n *et une seule.*

» XVI. *Les* S_n *qui passent par* $2n - 1$ *points indépendants donnés ont* $(n - 1)^2$ *autres points communs et forment un faisceau.*

» XVII. *Par les* n^2 *points communs à deux* R_n *ou* S_n *il passe une infinité de* S_n, *qui forment un faisceau.*

» XVIII. *Le lieu des centres de rayonnement des* S_n *d'un même faisceau est un cercle.*

» On remarquera sans peine que la plupart des théorèmes, énoncés dans cette Note, sont des généralisations de propriétés bien connues de l'hyperbole équilatère; les stelloïdes, dont l'ordre dépasse deux, peuvent donc être considérées, en quelque sorte, comme des hyperboles équilatères d'ordre supérieur. »

---

[1] Ce réseau orthogonal et isotherme, également rencontré par M. F. Lucas, n'est qu'un cas particulier de celui auquel Lamé a été conduit dans ses recherches sur le potentiel cylindrique (*Journal de Liouville*, t. I, p. 77, et *Leçons sur les coordonnées curvilignes*, p. 171), et dont M. Haton de la Goupillière a fait une étude approfondie (*Journal de l'École Polytechnique*, XXXVIIIe cahier). M. Darboux, dans son Ouvrage *Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces algébriques*, a également fait connaître plusieurs propriétés intéressantes de certaines courbes qui se rattachent à la même catégorie.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Formules d'interpolation*. Note de M. **Carvallo**, présentée par M. Bouquet de la Grye.

« 1. Soit à déterminer les coefficients a, b, c, ... de la formule

$$y = au + bv + cw + \ldots,$$

dans laquelle des systèmes de valeurs simultanées des variables y, u, v, w, ... peuvent être déterminés expérimentalement. A chaque observation correspond une équation telle que la précédente, de sorte que l'observation de rang i donne

$$y_i = au_i + bv_i + cw_i + \ldots.$$

» Deux méthodes principales sont usitées pour traiter ces équations en nombre supérieur à celui des inconnues, celle de Cauchy et celle de Legendre (méthode des moindres carrés). La deuxième seule est conforme au Calcul des probabilités; néanmoins, la première lui est souvent préférée à cause des avantages pratiques qu'on lui attribue. Je vais montrer comment on peut conserver tous ces avantages en appliquant la même marche de calcul à la méthode des moindres carrés.

» 2. X_i et u_i étant les valeurs simultanées des deux variables X et u, je désigne par X_a la somme $\Sigma X_i u_i$, que j'appelle (pour me servir d'une expression empruntée à la Mécanique) *résultante* des valeurs X_i affectées de poids u_i. D'après cela, la méthode des moindres carrés donne, pour déterminer les inconnues, les équations en nombre égal

$$\begin{aligned} y_a &= au_a + bv_a + cw_a + \ldots, \\ y_b &= au_b + bv_b + cw_b + \ldots, \\ y_c &= au_c + bv_c + cw_c + \ldots, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

» Je tire a de la première et je porte la valeur obtenue dans les suivantes; je tire b de la première de ces nouvelles équations, et je porte sa valeur dans les suivantes, et ainsi de suite. Pour écrire les résultats obtenus par ce calcul, j'emploie la notation de Cauchy un peu modifiée, en posant

$$X - \frac{X_a}{u_a} u = \Delta X, \qquad \Delta X - \frac{[\Delta X]_b}{[\Delta v]_b} \Delta v = \Delta^2 X, \qquad \ldots.$$

» Enfin, j'écris ΔX_b au lieu de $[\Delta X]_b$, ce qui ne risque pas d'apporter de confusion. J'obtiens alors les formules suivantes.

» 3. 1° *Calcul des différences.*

Première approximation... $\Delta y = y - \frac{y_a}{u_a} u,$

Deuxième approximation... $\Delta v = v - \frac{v_a}{u_a} u, \quad \Delta^2 y = \Delta y - \frac{\Delta y_b}{\Delta v_b} \Delta v,$

Troisième approximation... $\Delta w = w - \frac{w_a}{u_a} u, \quad \Delta^2 w = \Delta w - \frac{\Delta w_b}{\Delta v_b} \Delta v, \quad \Delta^3 y = \Delta^2 y - \frac{\Delta^2 y_c}{\Delta^2 w_c} \Delta^2 w,$

...., ..., ...

» 2° *Vérifications.* — X représentant une quelconque des variables y, $u, v, w, \ldots$, on a

$$\left[\frac{X_a}{u_a} u\right]_a = X_a, \quad \Delta X_a = 0, \quad \left[\frac{\Delta X_b}{\Delta v_b} \Delta v\right]_a = 0, \quad \Delta^2 X_a = 0, \quad \left[\frac{\Delta^2 X_c}{\Delta^2 w_c} \Delta^2 w\right]_a = 0, \quad \Delta^3 X_a = 0, \quad \ldots,$$

$$\left[\frac{\Delta X_b}{\Delta v_b} \Delta v\right]_b = \Delta X_b, \quad \Delta^2 X_b = 0, \quad \left[\frac{\Delta^2 X_c}{\Delta^2 w_c} \Delta^2 w\right]_b = 0, \quad \Delta^3 X_b = 0, \quad \ldots,$$

$$\left[\frac{\Delta^2 X_c}{\Delta^2 w_c} \Delta^2 w\right]_c = \Delta^2 X_c, \quad \Delta^3 X_c = 0, \quad \ldots,$$

....................., ..., ...

» 3° *Calcul des coefficients.* — On fera le calcul en remontant les formules de gauche suivantes :

$a = \frac{y_a}{u_a} - b\,\frac{v_a}{u_a} - c\,\frac{w_a}{u_a} - \ldots$	$\alpha^2 = \frac{\varepsilon^2}{u_a} + \beta^2 \left(\frac{v_a}{u_a}\right)^2 + \gamma^2 \left(\frac{w_a}{u_a}\right)^2 + \ldots$
$b = \frac{\Delta y_b}{\Delta v_b} - c\,\frac{\Delta w_b}{\Delta v_b} - \ldots$	$\beta^2 = \frac{\varepsilon^2}{\Delta v_b} + \gamma^2 \left(\frac{\Delta w_b}{\Delta v_b}\right)^2 + \ldots$
$c = \frac{\Delta^2 y_c}{\Delta^2 w_c} - \ldots$	$\gamma^2 = \frac{\varepsilon^2}{\Delta^2 w_c} + \ldots$
....	....

» 4° *Erreurs moyennes.* — Les erreurs sur les observations de y sont données par les dernières différences formées. L'erreur sur v_i étant η_i, l'erreur moyenne pour m équations à p inconnues est, comme on sait,

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\Sigma \eta_i^2}{m - p}}.$$

» Les erreurs moyennes, qui en résultent pour les valeurs des inconnues $a, b, c, \ldots$, sont données par les formules de droite du dernier Tableau écrit; chaque lettre grecque y représente l'erreur de la lettre

romaine correspondante. Le calcul se fera aussi en remontant ces formules.

» 4. Les formules qui précèdent sont celles de Cauchy : la marche des calculs sera donc la même. Il n'y aura de différence que dans la manière d'évaluer les valeurs résultantes, mais cette différence est essentielle; car les poids donnés par la méthode des moindres carrés sont seuls conformes au Calcul des probabilités, tandis que les poids ± 1, adoptés exclusivement par Cauchy, ne le sont pas. Enfin le calcul de ces valeurs résultantes ne sera guère plus compliqué que dans la méthode de Cauchy, si l'on observe que les poids, étant de simples coefficients de confiance, ne comportent pas la précision assignée par la méthode des moindres carrés; que, par suite, il est naturel de les remplacer par des valeurs grossièrement approchées. Ainsi, le poids 5274 sera remplacé par 5000, de façon à éviter l'usage des Tables de logarithmes.

» 5. Traitant, comme application, un exemple de M. Faye [1], je détermine les coefficients a et b de l'équation $y = a + bv$ au moyen de neuf observations qui ont fourni pour y et v les valeurs inscrites dans le Tableau suivant (on a ici $u = 1$) :

y.	Δy.	Δy_b.	$-\frac{\Delta y_b}{\Delta v_b}\Delta v$.	$\Delta^2 y$.	η^2.	v.	Δv.	Δv_b.	
5,13	+2,64	+2,640	−2,62	+0,02	0,0004	0,969	+0,503	+0,5030	
3,97	+1,48	+1,036	−1,47	+ 1	1	0,749	+0,283	+0,1981	
2,24	−0,25	−0,100	+0,21	− 4	16	0,426	−0,040	−0,0160	
0,56	−1,93	−0,193	+1,93	0	0	0,095	−0,371	−0,0371	
0,19	−2,30	−0,000	+2,42	+ 12	144	0,000	−0,466	0,0000	
0,77	−1,72	−0,258	+1,63	− 9	81	0,152	−0,314	−0,0471	
1,70	−0,79	−0,237	+0,72	− 7	49	0,327	−0,139	−0,0417	
3,62	+1,13	+0,791	−1,40	− 1	1	0,685	+0,219	+0,1533	
4,23	+1,74	+1,384	−1,70	+ 4	16	0,793	+0,327	+0,2616	
$y_a = 22,41$		$\Delta y_b = 5,063$			$\Sigma\eta^2 = 0,0312$	$v_a = 4,196$		$\Delta v_b = 0,9741$	
$\frac{y_a}{u_a} = 2,490$		$\frac{\Delta y_b}{\Delta v_b} = 5,198$				$\frac{v_a}{u_a} = 0,4662$		$\frac{\varepsilon^2}{u_a} = 0,0005$	$\frac{\varepsilon^2}{\Delta v_b} = 0,0046$
$b\frac{v_a}{u_a} = 2,424$								$\beta^2\left(\frac{v_a}{u_a}\right)^2 = 10$	
$a = 0,066$		$b = 5,198$			$\varepsilon^2 = 0,0045$			$\alpha^2 = 0,0015$	$\beta^2 = 0,0046$
					$\varepsilon = 0,067$			$\alpha = 0,039$	$\beta = 0,068$

» *Remarques*. — 1° Bien que j'aie remplacé les poids v_i par leurs valeurs approchées, savoir : 1,0; 0,7; 0,4; 0,1; 0,0; 0,15; 0,3; 0,7; 0,8, je

---

[1] *Cours d'Astronomie de l'École Polytechnique* : application de la méthode des moindres carrés aux mesures de la longueur du pendule.

trouve identiquement les mêmes résultats que M. Faye avec les poids exacts.

» 2° La méthode de Cauchy, sans présenter des calculs sensiblement plus simples, donne

$$a = 0,040, \qquad b = 5,25, \qquad \varepsilon = 0,069,$$

résultats qui diffèrent sensiblement des précédents. »

PHYSIQUE. — *Sur la double réfraction diélectrique; simultanéité des phénomènes électrique et optique.* Note de M. R. **Blondlot**, présentée par M. Lippmann.

« Je me suis proposé de rechercher si la double réfraction du diélectrique d'un condensateur se produit et cesse en même temps que la charge, ou bien s'il existe un intervalle de temps appréciable, soit entre la production du phénomène électrique et celle du phénomène lumineux, soit entre les époques de cessation des deux phénomènes.

» A cet effet, j'ai construit un condensateur constitué par deux plaques rectangulaires A, A', en laiton (*fig.* 1), ayant $0^m,16$ de longueur et $0^m,02$ de largeur, maintenues à un écartement de 2^{mm}; ce condensateur est disposé

Fig. 1.

horizontalement dans l'intérieur d'un gros tube de verre, fermé aux deux bouts par des lamelles de verre et rempli de sulfure de carbone; des fils

de platine α et α′ servaient à établir les communications avec les armatures d'une batterie.

» Un faisceau de lumière parallèle, polarisée, provenant d'une fente horizontale F, traverse le diélectrique; le plan de polarisation fait un angle de 45° avec le plan horizontal. Un nicol Q reçoit la lumière qui sort du condensateur et l'éteint.

» Si l'on charge la batterie et, par conséquent, le condensateur, la lumière reparaît; la différence de marche qui prend naissance entre les composantes horizontale et verticale du rayon est, comme l'ont montré MM. Kerr et Quincke, proportionnelle au carré de la différence de potentiel V entre les deux lames du condensateur; d'après cela, l'intensité de la lumière qui sort de l'analyseur est représentée par $A \sin^2 KV^2$, A et K étant des constantes. Qu'arrivera-t-il si l'on effectue la décharge de la batterie à travers une bobine, de façon à la rendre oscillatoire? Il est clair que, si la double réfraction accompagne, sans retard aucun, le phénomène électrique, l'intensité lumineuse suivra les variations de $A \sin KV^2$; il y aura donc une succession d'apparitions de lumière, séparées par des éclipses.

» Pour rechercher s'il en est ainsi, j'ai fait tomber le faisceau de lumière sortant de l'analyseur sur un miroir M mobile autour d'un axe horizontal, disposé de façon à exécuter une révolution unique ([1]), pendant laquelle se faisait la décharge de la batterie; en plaçant l'œil dans une position convenable, on voyait l'image de la fente au moment de la décharge.

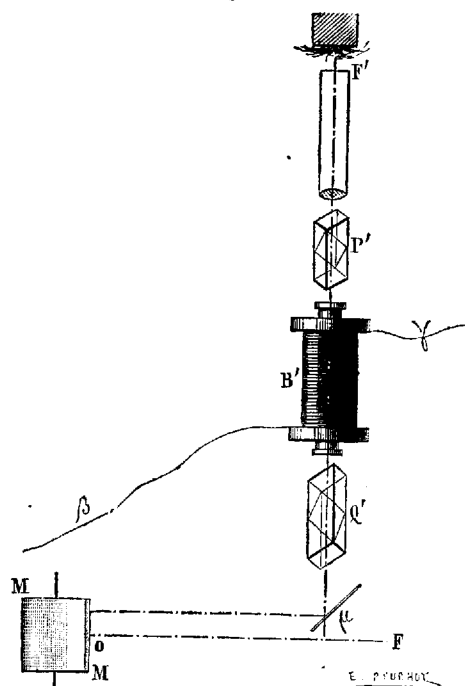
» L'expérience ainsi faite m'a montré que cette image est composée d'une série de bandes lumineuses séparées par des bandes obscures : on peut en apercevoir cinq ou six bien nettes. Donc le phénomène optique accompagne les oscillations électriques, et, par suite, la modification du diélectrique qui le rend biréfringent se produit avec une extrême rapidité : la durée d'une oscillation était, dans mon appareil, de l'ordre du $\frac{1}{20000}$ de seconde.

» Voici une seconde expérience, encore plus concluante. A l'appareil précédent j'ajoute les dispositions suivantes : je place la bobine B, par l'intermédiaire de laquelle la décharge de la batterie a lieu, de manière que son axe soit horizontal et rencontre normalement le faisceau lumineux FO (*fig.* 2); dans la bobine est disposé un tube rempli de sulfure de car-

([1]) Afin d'éviter d'envoyer dans l'œil l'image intense qui existe avant la décharge et dont la persistance empêcherait de voir le phénomène.

bone. Un second faisceau de lumière polarisée, provenant d'une fente horizontale F', traverse le sulfure de carbone et est éteint par un nicol Q'. Lors de la décharge, le plan de polarisation de ce faisceau oscille, et cette oscillation se manifeste à la sortie de l'analyseur par des éclairements successifs, séparés par des éclipses; ces alternatives lumineuses sont, comme M. Bichat et moi l'avons constaté antérieurement, exactement concomitantes des phases de la décharge. Un miroir vertical μ, faisant un angle de

Fig. 2.



45° avec chacun des faisceaux lumineux, est disposé de manière à réfléchir le faisceau lumineux provenant de F' parallèlement à celui qui provient de F, et sans intercepter ce dernier : de cette façon, le miroir mobile M donne une image horizontale de chacune des deux fentes F et F'; on règle l'appareil de manière que ces images soient, au repos, exactement en prolongement l'une de l'autre.

» Comment doivent varier les intensités de ces deux images pendant la décharge de la batterie, dans l'hypothèse de la simultanéité absolue des phénomènes électriques et lumineux? L'intensité de l'image de F suivra, comme nous l'avons vu, les variations de A sin KV^2. Celle de l'image de

F′ suivra les variations de l'intensité du courant de décharge de la batterie, c'est-à-dire de $-C\frac{dV}{dt}$, C étant la capacité de la batterie. Aux époques où $\frac{dV}{dt}$ est nul, le courant est nul, et, par suite, l'intensité de l'image de F est nulle aussi ; or ces époques correspondent aux maxima et minima de V et, par suite, comme on le voit aisément, aux maxima de $A\sin^2 KV^2$, intensité de l'image de F.

» Donc, s'il n'y a aucun retard, les éclipses de l'image de F′ doivent se produire aux époques des maxima de l'image de F ; par conséquent, en examinant les deux images dans le miroir tournant M, on doit obtenir pour chacune d'elles une série de bandes lumineuses séparées par des bandes noires, et *les bandes noires de l'image de* F′ *doivent former les prolongements des maxima d'éclat des bandes lumineuses de l'image de* F.

» J'ai constaté qu'il en est en réalité ainsi : quoique les sensations visuelles n'aient pas une précision suffisante pour que l'on puisse affirmer que les bandes noires de l'image de F′ correspondent exactement aux maxima de l'image de F, on doit cependant conclure de cette expérience que le retard, s'il existe, ne peut être qu'une fraction de la durée d'une demi-oscillation, c'est-à-dire une fraction de $\frac{1}{40000}$ de seconde. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'emploi des électrodynamomètres pour la mesure des intensités moyennes des courants alternatifs.* Note de MM. **G. Maneuvrier** et **P. Ledeboer**, présentée par M. Lippmann.

« Trois méthodes ont été appliquées jusqu'ici aux mesures d'intensité des courants alternatifs. Elles sont fondées sur l'emploi de trois appareils différents : le calorimètre, l'électromètre à quadrants et l'électrodynamomètre. Elles donnent toutes le carré de l'intensité moyenne I_m. La mesure par l'électrodynamomètre est à la fois la plus directe et la plus commode : aussi cet instrument est-il le plus couramment employé dans les laboratoires d'électricité. Mais on peut lui objecter l'inconvénient d'introduire une perturbation dans l'allure et dans l'intensité moyenne des courants alternatifs, par suite de la *self-induction* des deux bobines qui le constituent ([1]). Il nous a donc paru intéressant de rechercher l'ordre

([1]) Voir J. Joubert, *Études sur les machines magnéto-électriques* (*Annales de l'École Normale supérieure*, 1881).

de grandeur des erreurs qu'on peut commettre et le degré d'approximation qu'on peut atteindre, dans les mesures électrodynamométriques.

» Nos recherches ont porté sur deux types d'électrodynamomètres, genre Weber : l'un, de Siemens, a ses deux bobines *réunies en tension*, comme d'ordinaire; l'autre, de Carpentier, les a, au contraire, *couplées en quantité*. Dans l'un et l'autre, d'ailleurs, l'effet d'induction mutuelle est annulé et l'effet de self-induction est réduit à une valeur constante, parce que les deux bobines sont maintenues invariablement orientées à angle droit.

» Nous avons procédé de deux manières, soit par le calcul, soit par l'expérience, suivant que nous connaissions ou que nous ne connaissions pas la fonction du temps qui représente l'intensité i du courant variable à l'instant t.

» La fonction i a été déterminée par M. Joubert pour la machine de Siemens. C'est le cas le plus simple des courants alternatifs, car l'*induit* de cette machine est dépourvu de fer doux et son coefficient de self-induction peut être considéré comme constant. L'intensité i satisfait alors à l'équation différentielle

$$(2) \qquad Ri + L\frac{di}{dt} = E_0 \sin 2\pi\frac{t}{T},$$

dans laquelle R, L, E_0 et T sont des constantes, à savoir la résistance, le coefficient de self-induction et la valeur maximum de la force électromotrice du circuit total et T la durée de la période entière. On en déduit, par les procédés ordinaires de Calcul intégral,

$$(3) \qquad I_m = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{2}T}\int_0^{\frac{T}{2}} i^2\,dt} = \frac{E_0}{R\sqrt{2}}\,\frac{1}{\sqrt{1+\frac{4\pi^2}{T^2}\frac{L^2}{R^2}}}.$$

» Or, lorsqu'on introduit un électrodynamomètre Siemens *dans le circuit principal*, l'instrument n'intervient que par une modification, plus ou moins légère, de la résistance totale R et du coefficient L. Si l'on appelle ρ et λ les constantes de l'instrument, on a les nouvelles équations

$$(2\ bis)\ (R+\rho)i + (L+\lambda)\frac{di}{dt} = E_0 \sin 2\pi\frac{t}{T} \quad \text{et} \quad (3\ bis)\ I'_m = \frac{E_0}{(R+\rho)\sqrt{2}}\,\frac{1}{\sqrt{1+\frac{4\pi^2}{T^2}\frac{(L+\lambda)^2}{(R+\rho)^2}}}.$$

» En prenant le rapport de I'_m à I_m, on a la fraction

(4) $$\frac{I'_m}{I_m} = \frac{R}{R+\rho}\sqrt{\frac{1+\frac{4\pi^2}{T^2}\frac{L^2}{R^2}}{1+\frac{4\pi^2}{T^2}\frac{(L+\lambda)^2}{(R+\rho)^2}}},$$

dont le deuxième terme, qui est fonction de la période T du courant, constitue le *facteur de perturbation* de l'instrument.

» Cette formule ne s'applique pas au cas de l'électrodynamomètre Carpentier, car celui-ci mesure, non pas i^2, mais $i'i''$, produit des deux courants qui se dérivent dans les deux bobines. Le calcul donne, dans ce cas,

(5) $$\frac{I'_m}{I_m} = \frac{\sqrt{rr'}}{r+r'}\sqrt{\frac{1+\frac{4\pi^2}{T^2}\frac{l'}{r'}\frac{l''}{r''}}{1+\frac{4\pi^2}{T^2}\frac{(l'+l'')^2}{(r'+r'')^2}}},$$

dont le deuxième terme, qui est fonction de la période T, ainsi que des résistances r', r'' et des coefficients de self-induction l', l'' des bobines, constitue le *facteur de perturbation* de l'instrument.

» En substituant les valeurs numériques de la machine Siemens dans ces deux formules ($L = 0{,}104 \times 10^{9\,\mathrm{cm}}$, $R = 20^{\mathrm{ohms}}$), nous avons trouvé :

Vitesses par minute.	T.	Électr. Siemens.	Électr. Carpentier.
500^t...........	$0^s{,}03$	1,0003	1,0010
1500^t...........	$0^s{,}01$	1,0005	1,0077

» Mais, pour les machines à courants alternatifs dont l'induit est armé de fer doux, telle que la machine dite *auto-excitatrice*, de Gramme, on ne peut pas admettre *a priori* que leur force électromotrice soit représentée par la simple fonction du sinus. Nous avons dû renoncer au calcul dans ce cas et recourir à l'expérience.

» Nous graduons d'abord l'électrodynamomètre, à l'aide d'un courant continu, c'est-à-dire que nous déterminons les degrés n, n_1, n_2, ... qui correspondent à des intensités i, i_1, i_2, ... Il n'y a pas d'objection à faire à cette opération, puisque la self-induction n'intervient pas ([1]). Nous soumettons ensuite l'instrument à des courants alternatifs auxquels on donne successivement les mêmes intensités moyennes i, i_1, i_2, ... et nous déterminons les degrés n', n'_1, n'_2, ... qui sont alors indiqués. Il ne reste plus

([1]) Nous évaluons les intensités i, i_1, i_2, ... en prenant les différences de potentiels e, e_1, e_2, ... aux extrémités de résistances bien connues et invariables r, r_1, r_2, ..., à l'aide d'un électromètre à quadrants et par la méthode homostatique de M. Joubert.

qu'à former la série des fractions $\frac{n'-n}{n}$, $\frac{n'_1-n_1}{n_1}$, $\frac{n'_2-n_2}{n_2}$, ... pour avoir les valeurs relatives des divergences et fixer la limite des perturbations.

» L'expérience nous a conduits aux mêmes résultats que le calcul. Un électrodynamomètre, placé dans le *circuit principal* d'une machine à courants alternatifs, exerce réellement, sur l'intensité moyenne, une perturbation qui dépend de la période T et qui grandit à mesure que celle-ci décroît. Cette perturbation est notablement plus grande pour les électrodynamomètres *à bobines en dérivation*, comme celui de Carpentier, que pour les électrodynamomètres ordinaires. Mais, pour les uns comme pour les autres, on peut affirmer qu'elle ne dépasse pas $\frac{1}{100}$ de l'intensité moyenne du courant, du moins dans les limites de vitesse de rotation où nous sommes restés. Et quant aux courants alternatifs qui auraient une période plus brève, on pourra toujours en mesurer l'intensité moyenne, à l'électrodynamomètre, *avec le même degré d'approximation*, à la condition de *diminuer le coefficient de self-induction de l'instrument* dans la proportion où s'accroîtra la vitesse de rotation des électromoteurs.

» Or, si l'on considère que la constance des courants de machines électriques est étroitement liée à la constance de la vitesse de rotation, et que celle-ci, dans les meilleures conditions industrielles, dépasse rarement une régularité de $\frac{1}{100}$, on pourra conclure qu'il serait illusoire de demander aux instruments de mesure une précision supérieure à la régularité de débit des sources. »

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur les lois de l'équilibre chimique.* Note de M. **H. Le Chatelier**, présentée par M. Daubrée.

« Les lois numériques de l'équilibre chimique, telles qu'elles découlent des deux principes de la Thermodynamique, peuvent être exprimées d'une façon très simple au moyen de la fonction caractéristique H' de M. Massieu.

» J'ai établi antérieurement que la condition nécessaire et suffisante pour qu'un système actuellement à l'état d'équilibre conserve le même état sans éprouver aucune transformation chimique est que les variations simultanées de pression et de température soient liées par la relation

$$\alpha \frac{dT}{T} + \beta \frac{dP}{P} = 0,$$

α et β étant les quantités d'énergie gagnées par le système sous forme de chaleur et de travail du fait d'une déformation chimique virtuelle.

» Cette relation est de même forme que celle du travail virtuel en Mécanique, dans l'hypothèse d'une déformation nulle du système. On a, en effet,

$$\sum n\,\mathrm{F}\,\frac{d\mathrm{F}}{\mathrm{F}} = 0,$$

n étant le déplacement virtuel du point d'application de la force F.

» Dans le cas d'un mélange gazeux, on peut établir une formule plus générale en admettant, avec M. van t'Hoff, que l'élimination individuelle de chaque gaz du mélange peut être effectuée d'une façon réversible, hypothèse qui se trouve vérifiée dans toutes ses conséquences. Il vient alors, pour l'équation d'équilibre,

$$\alpha\,\frac{d\mathrm{T}}{\mathrm{T}} + \sum \beta\,\frac{dp}{p} = 0,$$

dont la précédente se déduit comme cas particulier.

» Remplaçons les termes α et β par leur valeur exprimée en fonction de U et V, énergie interne et volume moléculaires dans les conditions actuelles de pression et de température; de n, n', ..., $-n''$, .., nombre de molécules de chaque corps qui paraissent et disparaissent simultanément du fait de la réaction chimique d'équilibre. On aura

$$\sum n\mathrm{U} + \sum n\,\mathrm{APV}\left(\frac{d\mathrm{P}}{\mathrm{P}} - \frac{d\mathrm{T}}{\mathrm{T}}\right) = 0.$$

» Exprimant U et V en fonction de H' et divisant par T,

$$\sum n\left(-\,\mathrm{H}'\,\frac{d\mathrm{T}}{\mathrm{T}^2} + \frac{d\mathrm{H}'}{d\mathrm{T}}\,\frac{d\mathrm{T}}{\mathrm{T}} + \frac{d\mathrm{H}'}{d\mathrm{P}}\,\frac{d\mathrm{P}}{\mathrm{T}}\right) = 0$$

et, après intégration,

$$\sum n\,\frac{\mathrm{H}'}{\mathrm{T}} = \mathrm{K};$$

mais il résulte du principe d'équivalence dans les équilibres chimiques, énoncé antérieurement, que la constante d'intégration K peut être divisée en une série de constantes individuelles conservant pour chaque corps la même valeur, quelles que soient les réactions chimiques dans lesquelles ils interviennent. La valeur de ces constantes individuelles dépend d'ailleurs de la valeur arbitraire attribuée à la constante que renferme déjà

l'expression $\frac{H'}{T}$. On peut disposer de cette seconde constante de façon à annuler K.

L'équation générale d'équilibre prend alors, après division par T, la forme très simple

$$\Sigma n H' = 0.$$

» Je dois ajouter immédiatement qu'au point de vue des applications cette nouvelle forme de la loi d'équilibre ne présente aucun intérêt. La fonction H' renferme, en effet, deux grandeurs : l'énergie et l'entropie, dont nous ne pouvons connaître que les variations et pas la valeur absolue.

Cette formule doit être rapprochée de l'équation du travail virtuel

$$\Sigma n F = 0.$$

» Dans les deux cas, n exprime la grandeur des déformations virtuelles, dépend seulement des liaisons inhérentes au système d'équilibre considéré et est indépendant de la grandeur des facteurs de l'équilibre, des forces qui se font mutuellement équilibre; F et H', au contraire, ne dépendent que de l'état individuel de chacun des corps en présence et nullement du phénomène particulier d'équilibre où ils se trouvent intervenir. Ce rapprochement conduit à considérer H', qui représente une quantité d'énergie, comme donnant la véritable mesure de la force chimique; de même qu'en Mécanique on peut prendre comme mesure d'une force le travail correspondant à un déplacement de son point d'application égal à l'unité de longueur. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la cinchonigine.* Note de MM. **E. Jungfleisch** et **E. Léger**, présentée par M. Berthelot.

« I. *Préparation.* — Le chlorhydrate de cinchonigine (*Comptes rendus*, t. CV, p. 1255, et t. CVI, p. 68) fournit la base libre quand on le traite par la soude diluée. On extrait la base par agitation avec l'éther. Ce dernier laisse, après distillation, un résidu huileux qui, maintenu dans une atmosphère desséchée, se change peu à peu en une masse cristalline et incolore de cinchonigine. Dissoute à saturation dans l'éther pur, sec et légèrement chauffé, celle-ci se dépose par refroidissement en cristaux très nets.

On obtient des cristaux plus beaux encore par l'évaporation spontanée et lente de la solution éthérée sèche.

» II. *Composition*, $C^{38}H^{22}Az^{2}O^{2}$. — L'isomérie de la nouvelle base avec la cinchonine est établie par ses analyses (¹) et confirmée par la composition de ses combinaisons. Les cristaux, lorsqu'ils ont été obtenus comme il vient d'être dit, sont anhydres.

» III. *Propriétés*. — La cinchonigine forme des prismes incolores, volumineux, courts, extrêmement réfringents, paraissant appartenir au système irrégulier. Fusible à 128° (corr.), elle est volatile; sous pression réduite, elle distille régulièrement et cristallise lentement après condensation. Elle est lévogyre; en dissolution dans l'alcool à 97°, $\alpha_D = -60°,1$ (concentration, 1 pour 100, $t = 17°$), $\alpha_D = -61°,16$ (concentration 0,5 pour 100, $t = 16°$); en dissolution au centième dans l'eau chargée d'acide chlorhydrique, $\alpha_D = -40°,70$ avec 2 HCl, $\alpha_D = -38°,21$ avec 4 HCl.

» Elle est fort peu soluble dans l'eau; cependant sa dissolution, inactive sur la phtaléine du phénol, bleuit fortement le tournesol. Très soluble dans l'alcool éthylique, méthylique ou amylique, dans le chloroforme, la benzine ou l'acétone, elle est moins soluble dans l'éther sec. Ses solutions acides ne sont pas fluorescentes.

» Les produits de ses destructions diverses ne paraissent pas différer de ceux fournis par la cinchonine dans les mêmes circonstances.

» IV. *Sels*. — La cinchonigine, base diacide, forme des sels basiques, faiblement alcalins au tournesol, et des sels neutres à réaction acide. Ces composés sont pour la plupart cristallisés, stables et solubles dans l'eau.

» Le *chlorhydrate basique*, $C^{38}H^{22}Az^{2}O^{2}, HCl + 2HO$, constitue de grandes aiguilles prismatiques, incolores et très réfringentes (²); sec, il fond à 213° (corr.). La chaleur le décompose avant de le volatiliser. Peu soluble dans l'eau froide (2,2 dans 100 d'eau à 17°), il l'est beaucoup plus vers 100°. Il est lévogyre : $\alpha_D = -65°,41$ à 15°, en solution aqueuse au centième.

» Un *chloroplatinate*, $C^{38}H^{22}Az^{2}O^{2}, 2HCl, PtCl^{4} + 2HO$ (³), se sépare en petits prismes denses, d'un jaune orangé vif, un peu solubles à chaud, quand on ajoute un

---

(¹) Analyses : C = 77,18, 77,12; théorie, 77,55; H = 7,48, 7,46; théorie, 7,48; Az = 9,88; théorie, 9,52.

(²) Analyses du sel sec : C = 68,27, 68,21; théorie, 68,98; H = 7,60, 6,91; théorie, 6,96; Az = 8,73; théorie, 8,47; Cl = 10,59, 10,53; théorie, 10,74. Eau de cristallisation (sel un peu effleuri) : $H^{2}O^{2}$ = 3,90, 3,40, 4,23; théorie, 5,16.

(³) Analyses du sel sec : Pt = 27,30, 27,41, 27,77; théorie, 28,00; Cl = 29,02, théorie, 30,25. Eau de cristallisation : $H^{2}O^{2}$ = 2,44, 2,56, 2,67; théorie, 2,49.

excès de chlorure de platine à la solution chaude et acide de chlorhydrate de cinchonigine. Ce corps résulte aussi de la transformation spontanée d'un précipité jaune clair, amorphe et volumineux, que fournissent à froid les mêmes réactifs.

» Le *bromhydrate basique,* $C^{38}H^{22}Az^{2}O^{2}$, $HBr + 2HO$, se dépose de l'eau bouillante en prismes courts ([1]), peu solubles à froid, légèrement efflorescents, fusibles à 218°,5 (corr.) après dessiccation.

» L'*iodhydrate basique,* $C^{38}H^{22}Az^{2}O^{2}$, $HI + 2HO$ ([2]), forme de belles et longues aiguilles prismatiques, incolores, non efflorescentes, fusibles à 223° (corr.) après dessiccation.

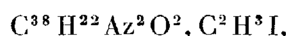
» L'*iodhydrate neutre,* $C^{38}H^{22}Az^{2}O^{2}$, $2HI + 2HO$, s'obtient par le refroidissement d'une solution du sel précédent additionnée d'un excès d'acide. Il constitue des cristaux d'un jaune vif ([3]), peu solubles, altérables par la lumière, l'iode rendu libre donnant ensuite des sels de bases iodurées qui restent à examiner.

» Le *tartre droit neutre,* $C^{38}H^{22}Az^{2}O^{2}$, $C^{8}H^{6}O^{12} + 7HO$, se dépose de sa solution chaude en longues aiguilles prismatiques qui solidifient la liqueur ([4]). Le *tartrate basique* est beaucoup plus soluble.

» L'*oxalate basique,* $(C^{38}H^{22}Az^{2}O^{2})^{2}$, $C^{4}H^{2}O^{8}$, se sépare en aiguilles pendant le refroidissement de sa solution sirupeuse; dans leur eau mère, ces cristaux se changent peu à peu en grandes tables, très nettes, efflorescentes, très solubles, contenant 10HO de cristallisation ([5]). Les mêmes tables se forment par évaporation spontanée de la solution.

» Le *chromate basique* est cristallisé. Le *sulfate basique* constitue des aiguilles fasciculées, extrêmement solubles. Le *sulfocyanate* est cristallisé et peu soluble; il s'unit à celui de zinc en une combinaison insoluble, volumineuse, amorphe et incolore. Le *chloro-aurate* est amorphe et jaune clair.

» V. *Dérivés méthylés.* — L'*iodhydrate de méthylcinchonigine,*



$$C^{38}H^{22}Az^{2}O^{2}, C^{2}H^{3}I,$$

se précipite quand on combine, au sein de l'éther sec, la cinchonigine et l'éther méthyliodhydrique. Il cristallise dans l'alcool en aiguilles incolores

---

([1]) Analyses du sel sec : $C = 60,11$; théorie, 60,80; $H = 6,23$; théorie, 6,13; $HBr = 21,52$, 21,62; théorie, 21,33. Eau de cristallisation (sel un peu effleuri) : $H^{2}O^{2} = 3,40$, 3,51; théorie, 4,58.

([2]) Analyses du sel sec : $I = 29,95$, 30,04; théorie, 30,09. Eau de cristallisation : $H^{2}O^{2} = 3,89$, 4,05; théorie, 4,10.

([3]) Analyses du sel sec : $HI = 46,56$, 46,41; théorie, 46,54. Eau de cristallisation : $H^{2}O^{2} = 3,33$, 4,00; théorie, 3,16.

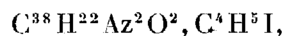
([4]) Analyse du sel sec : $C = 61,86$, 62,18; théorie, 62,16; $H = 6,14$, 6,16; théorie, 6,30; $C^{8}H^{6}O^{12} = 33,42$, 33,40; théorie, 33,78. Eau de cristallisation : $H^{2}O^{2} = 12,32$, 12,47, 12,39, 12,58; théorie, 12,42.

([5]) Analyse du sel sec : $C^{4}H^{2}O^{8} = 13,12$; théorie, 13,27. Eau de cristallisation : $H^{2}O^{2} = 11,53$, 11,19; théorie, 11,72.

et anhydres (¹), fusibles vers 253° en s'altérant. Peu soluble dans l'eau et l'alcool froids, très soluble dans le chloroforme, l'acétone et l'alcool amylique, ce sel est insoluble dans l'éther et la benzine.

» Un corps analogue se produit de même avec l'éther méthylchlorhydrique.

» VI. *Dérivés éthylés.* — *L'iodhydrate d'éthylcinchonigine*,



$$C^{38}H^{22}Az^2O^2, C^4H^5I,$$

se forme avec dégagement de chaleur, puis se dépose en cristaux jaunes, quand on dissout la base dans un excès d'éther iodhydrique. Il cristallise dans l'alcool en gros prismes d'un jaune citron, contenant 2HO de cristallisation (²). Sec, il fond vers 232° en s'altérant un peu. Il est plus soluble dans l'alcool et dans l'eau que le dérivé méthylique correspondant.

» Le *bromhydrate d'éthylcinchonigine*, $C^{38}H^{22}Az^2O^2, C^4H^5Br$, s'obtient en prismes retenant 2HO de cristallisation (³), quand on ajoute de l'éther à sa solution alcoolique. Extrêmement soluble dans l'eau, le chloroforme. l'alcool et l'acétone, il est insoluble dans l'éther et la benzine. Sec, il fond à 217° (corr.) en s'altérant.

» VII. La base que MM. Caventou et Girard ont isolée récemment dans leur intéressante tentative de fixation de C^2O^2 sur la cinchonine nous paraît identique avec la cinchonigine. Toutefois cette identité, que rend d'ailleurs probable la grande stabilité de la cinchonigine à l'égard de l'acide sulfurique, ne pourrait être affirmée qu'après comparaison des analyses de quelques dérivés. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les bases extraites des liquides ayant subi la fermentation alcoolique.* Note de M. **Ed.-Charles Morin**, présentée par M. Friedel.

« La présence de produits azotés dans les liquides ayant subi la fermentation alcoolique a déjà été signalée à plusieurs reprises. Kræmer et

---

(¹) Analyse du sel sec : I = 29,09; théorie, 29,13.

(²) Analyse du sel sec : I=28,08; théorie, 28,22. Eau de cristallisation : H^2O^2 = 3,90, 3,84; théorie, 3,81.

(³) Analyse du sel sec : Br = 19,18; théorie, 19,85. Eau de cristallisation : H^2O^2 = 4,31; théorie, 4,27.

Pinner (¹) avaient rencontré, parmi les produits contenus dans les fuseloels, une très faible quantité d'une base qu'ils crurent pouvoir identifier avec une collidine. Plus tard, en 1884, nous retrouvâmes, M. Ed. Claudon et moi, une quantité assez considérable de ces bases dans un fractionnement opéré sur 175^{lit} de fuseloels lavés, provenant de la fermentation des mélasses. M. Ordonneau (²) a reconnu également la présence de bases dans les produits de la fermentation alcoolique, et les a envisagées comme de la pyridine et de la collidine. Dans l'étude (³) que j'ai faite d'une eau-de-vie de Surgères, j'ai pu constater dans ce liquide la présence d'un produit fournissant les réactions des bases que l'on rencontre dans les fuseloels.

» Quoique l'étude de ces bases ne soit pas encore terminée, j'ai cru devoir consigner dans cette Note les résultats que j'ai obtenus jusqu'ici (⁴).

» Pour isoler les bases des alcools supérieurs qui les accompagnent, je me suis servi du procédé suivant :

» Les portions résiduaires de la distillation des fuseloels bruts non lavés, portions bouillant au-dessus de 130°,5, sont additionnées d'acide chlorhydrique faible et agitées avec cet acide qui est remplacé à plusieurs reprises par de nouvel acide. La liqueur brunit et s'échauffe; après décantation du liquide acide celui-ci est distillé pour séparer les dernières traces d'alcools dissous. Dès qu'il ne passe plus d'alcools à la distillation, on ajoute peu à peu au liquide acide un alcali, potasse, soude ou chaux, jusqu'à ce que le liquide ait pris une réaction très nettement alcaline; les bases sont ainsi mises en liberté et viennent surnager avec l'aspect d'une couche huileuse fortement colorée en rouge brun. Par distillation du liquide alcalin, les bases sont entraînées facilement par la vapeur d'eau et passent dans les premières portions de liquide distillé.

» Il ne reste plus qu'à séparer les bases de l'eau qui les accompagne, séparation qui se fait au moyen de la potasse ou de la soude et enfin à sécher ces bases sur la potasse fraîchement fondue.

» Soumises à la distillation fractionnée, ces bases, après cinq tours de fractionnement effectués avec une colonne Le Bel-Henninger à 6 boules, ont fourni des produits bouillant depuis 155° jusqu'à 220°.

» Parmi ces produits, trois paraissent se trouver en quantité plus considérable, et il a été possible d'isoler par fractionnement :

» 1° Une base bouillant de 155° à 160°,

» 2° Une base bouillant de 171° à 172°,

» 3° Une base bouillant de 185° à 190°.

(¹) *Deutsch. chem. Gesell.*, t. II, p. 401, 1869; et t. III, p. 75, 1870.

(²) *Bulletin de la Société chimique*, t. XLV, p. 333, 1886.

(³) *Comptes rendus* du 21 novembre 1887.

(⁴) Je dois remercier ici M. Ed. Claudon qui a bien voulu me faire distiller dans une usine du Nord une grande quantité de fuseloels.

» Le fractionnement opéré séparément sur les bases provenant des fuseloels lavés et sur celles extraites des fuseloels non lavés a conduit au même résultat (ces huiles provenaient toutes deux de fermentations de mélasses); mais la proportion de base est plus faible dans les portions lavées à l'eau, ce qui s'explique par suite de la grande solubilité de ces bases dans l'eau, solubilité tempérée par leur solubilité dans les alcools supérieurs.

» Je n'ai pu, jusqu'à présent, qu'étudier la portion 171°-172°, qui, étant la plus considérable, a été choisie de préférence pour les essais.

» A l'analyse, cette base fournit les chiffres suivants :

	Trouvé.					Calculé pour $C^7H^{10}Az^2$.
	I.	II.	III.	IV.	V.	
C pour 100...........	68,81	69,07	68,76	»	»	68,85
H »	7,90	8,24	8,29	»	»	8,197
Az »	»	»	»	22,4	23,2	22,95

» La densité de vapeur prise avec l'appareil de Meyer dans la vapeur de naphtaline a donné :

	Trouvé.	Calculé pour $C^7H^{10}Az^2$.
I........................	4,10	4,22
II.......................	4,22	»

» La densité de vapeur conduisant à un poids moléculaire de 122 concordant avec les chiffres de l'analyse, la formule de ce corps est donc



$$C^7H^{10}Az^2.$$

» Chauffée avec de l'acide chlorhydrique saturé à 0°, la base n'a pas subi de modification permettant de lui assigner une formule de constitution. Une partie est détruite, et il y a formation d'ammoniaque.

» Elle s'unit à l'iodure d'éthyle en donnant un composé jaune cristallisé en aiguilles, solubles dans l'eau et dans l'alcool, insolubles dans l'éther anhydre.

» La solution de la base dans l'éther anhydre saturé à 0° par un courant d'acide chlorhydrique sec laisse déposer un chlorhydrate cristallisé en fines aiguilles blanches, solubles dans l'eau et dans l'alcool, très peu solubles dans l'éther anhydre.

» La base $C^7H^{10}Az^2$ bout à 171°-172° sous la pression de 754^{mm}; elle est excessivement soluble dans l'eau, l'alcool, l'éther, etc.; pure, elle se présente sous l'aspect d'un liquide très mobile, incolore, très réfringent, doué d'une odeur nauséabonde caractéristique, qui ne rappelle que de loin l'odeur des bases pyridiques; elle est presque sans action sur le papier de tournesol; sa densité est de 0,9826 à 12°.

» Le chlorure de platine donne avec le chlorhydrate de la base un chloroplatinate bien cristallisé qui est très soluble dans l'eau et dans l'alcool, peu soluble dans l'éther,

mais soluble dans l'alcool éthéré, ce qui en rend la purification difficile. En solution aqueuse ou alcoolique évaporée dans le vide sec, il s'altère spontanément.

» J'ai essayé néanmoins d'y doser le platine, mais sans pouvoir affirmer la pureté du chloroplatinate :

	Pt pour 100.	
	Trouvé.	Calculé pour $(C^7H^{10}Az^2, 2HCl)PtCl^4$.
I.	35,92	36,5
II.	36,04	»

Réactions caractéristiques de ces bases, pouvant servir à leur recherche qualitative ou quantitative.

« *Iodomercurate de potassium.* — La solution d'iodure mercurique dans l'iodure de potassium ne produit pas de précipité dans la solution aqueuse de la base; l'addition d'une goutte d'acide chlorhydrique détermine la formation immédiate d'un précipité jaune, d'abord floconneux, qui ne tarde pas à se résoudre en un corps cristallisé en grandes aiguilles jaunes, brillantes, très caractéristiques.

» Cette réaction peut servir à déceler moins de $\frac{1}{1000}$ de la base. Avec la solution au $\frac{1}{10000}$, elle ne se produit qu'au bout de quelques heures. Cette réaction n'a pas lieu avec les bases pyridiques et quinoléiques.

» *Chlorure mercurique.* — Précipité blanc floconneux, immédiat dans les solutions de la base au $\frac{1}{1000}$, plus long à se produire dans les solutions au $\frac{1}{10000}$.

» *Acide phosphotungstique.* — Précipité blanc immédiat, même dans les solutions au $\frac{1}{10000}$.

» *Acide phosphomolybdique.* — Précipité jaune se formant tout de suite dans les solutions au $\frac{1}{10000}$.

» Ces réactions peuvent être appliquées aisément à la recherche des bases dans les alcools. »

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur la toxicité des bases provenant de la fermentation alcoolique.* Note de M. **Robert Wurtz**, présentée par M. Friedel.

« La petite quantité de la base bouillant de 171° à 172° que M. Morin a bien voulu mettre à ma disposition n'a pas permis de pousser les expériences physiologiques aussi loin qu'on eût pu le désirer; ces expériences,

qui tendent à prouver que ces bases jouissent d'une toxicité modérée, ont été faites sur des grenouilles, des cobayes et des lapins.

» Les grenouilles, du poids moyen de 10^{gr}, sont tuées en deux ou trois minutes par une injection sous-cutanée de 1^{gr},005 de base en solution aqueuse au $\frac{1}{10}$, soit $\frac{1}{2000}$ du poids de l'animal.

» Pour le cobaye, la dose nécessaire pour amener la mort varie, avec l'âge et la taille, de $\frac{1}{800}$ à $\frac{1}{1200}$ du poids de l'animal. Aussitôt après l'injection, l'animal semble stupéfié; il reste immobile ou manifeste une légère excitation; au bout d'un quart d'heure environ, il y a parésie du train postérieur; l'animal titube et flageole en marchant. Bientôt la parésie fait des progrès; il y a des mictions fréquentes, la sensibilité est diminuée, la pupille est dilatée et insensible à la lumière; les battements du cœur sont fortement ralentis et la température rectale tombe à 35°; bientôt la mort survient, après un coma plus ou moins prolongé. A l'autopsie, on n'observe qu'une légère congestion de tous les organes : ils exhalent l'odeur vireuse de la base.

» Pour les lapins, les expériences ont été faites, soit en portant la base directement dans l'estomac à l'aide d'une sonde flexible en gomme, soit en injectant la base avec une seringue de Pravaz dans la veine auriculaire marginale. Dans le premier procédé, les lapins n'ont éprouvé, avec une dose variant de 0^{gr},08 à 0^{gr},12, que des effets de stupeur assez marqués qui se sont dissipés au bout d'une heure; à dose plus forte, mais non mortelle, ces phénomènes sont beaucoup plus longs à disparaître. Par la méthode sous-cutanée, les effets physiologiques sont comparables à ceux qu'on a observés chez le cobaye; la dose nécessaire pour amener la mort est d'environ 1^{gr} par kilogramme d'animal.

» L'acétate de la base a donné des résultats presque identiques; les phénomènes morbides se produisent un peu plus rapidement. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Persistance de la virulence rabique dans les cadavres enfouis*. Note de M. V. **Galtier**, présentée par M. Chauveau.

« Le virus rabique conserve son activité dans les cadavres enfouis, en sorte que, quand des doutes surgissent après coup sur la nature de la maladie qui a déterminé la mort, l'exhumation et l'inoculation du bulbe sont tout naturellement indiquées.

» Le 25 novembre dernier, on m'apporta le cadavre d'un chien mort depuis seize jours, qui était resté enfoui durant quinze jours. Ce chien avait quitté la maison de son maître après avoir présenté des signes de rage et avoir mordu un autre chien et une poule. A l'autopsie, je trouvai la bouche souillée de corps étrangers : l'estomac était plein de corps disparates (paille, feuilles d'arbre, bois, terre, etc.) ; il y en avait jusque dans les parties postérieures de l'intestin ; une bouillie noirâtre existait en abondance dans tout l'intestin. Le propriétaire demandait à être fixé sur la nature de la maladie qui avait fait périr son animal : il ne croyait pas à la rage, parce qu'une personne compétente, qu'il avait consultée avant la fuite du chien, lui avait affirmé qu'il ne suffisait pas de cette maladie, que la diarrhée (l'animal avait la diarrhée en outre des symptômes de la rage, qu'il présentait depuis quelques jours) devait faire exclure toute idée de rage. Il y avait eu là une grave méprise ; le chien était bien réellement enragé ; les renseignements fournis sur son compte le montraient bien tel qu'est le plus souvent l'animal rabique ; brusquement et sans cause appréciable, il avait changé d'habitudes, était devenu inquiet et agité ; son appétit avait diminué d'abord, puis était devenu capricieux ; l'animal ne s'était jamais attaqué aux personnes, mais il avait mordillé la paille et les objets qui étaient à sa portée ; puis il avait mordu aux lèvres son compagnon de niche et s'était attaqué à une poule dans la basse-cour ; peu à peu la paralysie avait fait des progrès et bientôt le malade en était arrivé à ne pouvoir rapprocher qu'incomplètement les mâchoires : c'est à ce moment qu'il avait pris la clef des champs pour aller mourir le lendemain dans une commune voisine.

» D'après les renseignements obtenus et d'après les constatations faites à l'autopsie, la rage n'était point douteuse. Le cerveau fut extrait le jour même et une portion du bulbe fut employée le lendemain, 26 novembre, pour faire une inoculation par trépanation à un chien, qui est devenu rabique furieux le 7 décembre et est mort paralysé le 10. A l'autopsie, on a trouvé l'estomac vide d'aliments, mais rempli d'un amas de paille tassée et exhalant une odeur de fumier ; l'œsophage contenait aussi de la paille dans sa partie thoracique ; une matière brunâtre, sorte de bouillie foncée, existait dans l'intestin ; le larynx était vivement injecté ; le cerveau était congestionné, mais sans lésions consécutives à la trépanation. La rage de ce premier inoculé a été ensuite transmise avec succès à d'autres animaux.

» En résumé, le bulbe d'un chien mort de la rage depuis dix-sept jours

et resté enfoui pendant quinze jours a conservé toute sa virulence, puisque son inoculation a fait naître la rage en douze jours et tué le chien le quinzième jour après la trépanation.

» Désormais donc, quand, dans les questions de prophylaxie à instituer, quand, dans les questions de médecine légale et dans les procès en responsabilité intentés aux propriétaires, on aura des doutes sur la nature de la maladie, il sera indiqué de demander l'exhumation du cadavre, non seulement pour faire l'autopsie, qui, souvent, aura été déjà pratiquée, mais surtout pour procéder à l'inoculation du bulbe.

» Je donnerai prochainement des renseignements nouveaux sur la durée de persistance de la virulence dans les cadavres. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Des propriétés antiseptiques du naphtol-α.* Note de M. **J. Maximovitch**, présentée par M. Bouchard.

« J'ai l'honneur de communiquer à l'Académie les résultats d'expériences que j'ai poursuivies au laboratoire de M. le professeur Bouchard.

» Le naphtol-α est insoluble dans l'eau froide; il se dissout dans l'eau chaude à 70° à la dose de 0,4 pour 1000. La solution de naphtol dans l'eau chaude se colore en violet. On peut en dissoudre 10^{gr} dans 1^{lit} d'eau alcoolisée contenant 400^{cc} d'alcool absolu. J'ai étudié sa valeur antiseptique en cultivant quatorze microbes différents, comparativement, dans des milieux nutritifs additionnés de naphtol-α en proportions variées, et en déterminant la proportion de naphtol qui retarde, entrave ou empêche le développement de chaque microbe.

» Les doses de naphtol-α varient un peu suivant les substances nutritives employées. Pour les liquides, comme les bouillons ordinaires, le naphtol-α à la dose de $0^{gr},10$ pour 1000 empêche complètement le développement des microbes de la morve, de la mammite des brebis, du choléra des poules, du charbon bactéridien, du microcoque de la pneumonie, de deux organismes de la suppuration, le *Staphylococcus albus* et le *Staphylococcus aureus*, du microbe du clou de Biskra, du *Tetragenus*, des bacilles de la fièvre typhoïde et de la diphtérie des pigeons.

» A la dose de 0,06 à 0,08 pour 1000 le naphtol-α retarde beaucoup (3 à 8 jours) le développement des mêmes microbes et, dans quelques cas, l'empêche complètement; c'est au moins ce qui se passe pour le charbon bactéridien, la fièvre typhoïde et les deux *Staphylococcus* de la suppuration.

» Pour les substances nutritives solides, il existe une différence entre la gélatine et l'agar. Tandis que, pour empêcher complètement le développement des microbes dans la gélatine, les doses de naphtol-α sont presque les mêmes que pour le bouillon, il faut dans l'agar 0,12 à 0,15 pour 1000 pour l'organisme de la fièvre typhoïde, 0,16 à 0,20 pour 1000 pour ceux de la mammite des brebis et du clou de Biskra. Pour les autres microbes, les doses sont semblables à celles que j'ai indiquées pour le bouillon.

» A la dose de 0,20 à 0,25 pour 1000, le naphtol-α empêche complètement la germination du bacille de la tuberculose; à la dose de 0,10, il l'entrave. A la dose de 0,20 pour le bouillon et de 0,35 à 0,40 pour les milieux solides, le naphtol-α empêche complètement le développement du bacille de la pyocyanine et du bacille chromogène que MM. Charrin et Roger ont trouvé dans l'intestin du lapin.

» L'urine agitée avec le naphtol-α, en solution alcoolique ou en poudre, ne fermente pas. La matière fécale humaine ne fait apparaître qu'un léger louche dans les bouillons additionnés de 0,10 à 0,12 pour 1000.

» Le naphtol-α introduit dans l'organisme est moins toxique que le naphtol-β. Pour provoquer la mort, il faut faire ingérer à un lapin 9^{gr} par kilogramme, c'est-à-dire qu'il est près de 3 fois moins toxique que le naphtol-β et près de 700 fois moins toxique que le biiodure de mercure.

» D'après ce qui précède, la dose de naphtol-α nécessaire pour intoxiquer un homme de 65^{kg} serait de 585^{gr}.

» Introduits sous la peau en solution alcoolique saturée, 2^{gr} à $2^{gr},5$ de naphtol-α produisent quelquefois l'albuminurie; la mort résulte de l'injection de $3^{gr},5$ à 4^{gr} par kilogramme d'animal.

» Pour introduire le naphtol-α par les veines, je l'ai dissous dans de l'eau alcoolisée dans les proportions suivantes : 1^{gr} de naphtol-α pour 35^{cc} d'alcool à 96° et de l'eau en quantité suffisante pour faire 100^{cc}. Cette solution, injectée dans la veine marginale de l'oreille du lapin, a été mortelle à la dose de $0^{gr},13$ par kilogramme; les secousses musculaires ont commencé à apparaître à 0,07 et 0,08. On ne peut pas attribuer la mort de l'animal à l'alcool, car le mélange d'eau et d'alcool qui m'a servi d'excipient n'est toxique qu'à la dose de 25^{cc} à 26^{cc} par kilogramme, et j'en avais injecté seulement 13^{cc} dans l'expérience où le naphtol s'était montré toxique.

» Une solution saturée de naphtol-α dans l'alcool à 96°, en telles proportions que l'action toxique ne puisse être imputable à l'alcool, introduite

dans l'estomac à l'aide d'une sonde, produit la mort chez les lapins à la dose de 3gr,5 par kilogramme.

» Contrairement à ce qui a lieu pour le naphtol-β, j'ai constaté que la toxicité du naphtol-α ne varie pas lorsqu'on introduit cette substance par le système porte.

» Si l'on compare les résultats que j'ai indiqués à ceux qu'a obtenus M. Bouchard pour le naphtol-β, on voit que ce dernier corps, par sa toxicité plus grande et ses propriétés antiseptiques plus faibles, est inférieur au naphtol-α ([1]). »

ZOOLOGIE. — *Sur le* Tænia nana, *parasite de l'homme, et sur son Cysticerque supposé* (Cysticercus tenebrionis). Note de M. **R. Moniez.**

« Le *Tænia nana,* découvert en 1851, au Caire, par Bilharz, n'avait pas été rencontré depuis, quand, en 1885, le professeur R. Blanchard en fit connaître un second cas, observé en Serbie.

» Grande fut la surprise des helminthologistes quand Grassi fit connaître, l'année dernière, dans une série de Mémoires, que le *Tænia nana* était, en Sicile, le plus commun des Ténias de l'homme et qu'on l'avait trouvé également en plusieurs autres parties de l'Italie.

» Grassi affirma, de plus, que le *Tænia nana* de l'homme était, tout au plus, une variété du *Tænia murina* du surmulot; il fut porté à admettre que l'espèce unique formée par ces deux variétés présentait parfois un développement direct, en d'autres termes que l'embryon ingéré par le rat se développait en animal parfait sans passer par la forme cysticerque, et que, dans d'autres cas, il évoluait en passant par la forme cysticerque; il supposa que la forme larvaire de ce parasite était le Cysticerque découvert par Stein chez le Ténébrion, revu par nous à Lille il y a quelques années et trouvé une fois par lui-même en Sicile.

» Certaines observations du professeur de Catane ne paraissent pas devoir être acceptées sans de nouvelles recherches et d'autres nous semblent controuvées.

» Et d'abord, on ne peut appeler *évolution directe* le cas du *Tænia murina* se développant chez le rat après l'ingestion des embryons. Comme

---

([1]) Bouchard, *Sur le naphtol comme médicament antiseptique* (*Comptes rendus,* t. CV, p. 702).

l'a déjà fait remarquer Leuckart, d'après les descriptions de Grassi, il y a au préalable, et dans l'intestin du rat, formation d'un véritable Cysticerque qui, à la vérité, évolue dans le même intestin en animal parfait. C'est là certainement un fait du plus haut intérêt, que l'on doit au savant italien.

» En second lieu, on ne peut admettre que le Cysticerque du Ténébrion appartienne au *Tœnia nana;* ce Cysticerque possède une couronne de 30 crochets longs de 12^{μ}, tandis que le *T. nana*, aussi bien que le *T. murina*, ne présente que 24 crochets longs de 15^{μ} à 18^{μ} (¹). Par ces deux caractères, au contraire, le Cysticerque du Ténébrion concorde avec le *Tœnia microstoma* de la souris, auquel Villot l'a déjà rapporté; von Linstow (*in litt.*) est du même avis, et nous ne pouvons que soutenir cette opinion, après avoir examiné attentivement la tête du Cysticerque et celle de l'animal parfait.

» Le *Tœnia murina*, enfin, n'est-il qu'une variété du *T. nana?* Contrairement à l'opinion de Grassi, et jusqu'à preuve contraire, nous tenons qu'il s'agit là de deux espèces distinctes.

» En effet, il y a entre ces animaux des différences importantes, comme, par exemple, les dimensions du corps : le *Tœnia nana* mesure de 15^{mm} à 20^{mm} de longueur alors que, d'après Grassi lui-même, le *T. murina* atteint de 30^{mm} à 40^{mm}, soit une longueur double; fait beaucoup plus important, l'embryon du *T. nana* a 18^{μ} de diamètre et est arrondi; celui du *T. murina* est ovale et son grand diamètre (tubercules exclus) mesure 27^{μ} sur 21^{μ} de large; deux tubercules saillants, qu'on n'observe pas sur les embryons du premier, se remarquent aux deux extrémités du grand axe chez le second; les crochets de l'embryon hexacanthe ont à peu près les mêmes dimensions (1^{μ} en plus pour le *T. murina*), mais ils sont très difficiles à voir chez le *T. nana*, à cause des nombreuses granulations vitellines : leur netteté, au contraire, est remarquable chez le *T. murina*.

» Les expériences tentées par Grassi au sujet de ces deux espèces, malgré les conclusions de l'auteur, ne nous paraissent pas confirmer ses idées. Il est démontré que le *T. murina* se développe chez les rats sans hôte intermédiaire, mais il est encore très douteux qu'il donne un Ténia chez l'homme : sur six personnes mises en expérience et qui avalèrent des

(¹) Ce chiffre de 24 crochets est donné par Leuckart et par Blanchard; Grassi dit n'en avoir jamais observé moins de 27; sur huit exemplaires qui sont en notre possession et qui proviennent du cas de Belgrade, sept ont de 24 à 26 crochets, le huitième en présente 30.

anneaux de *T. murina*, une seule a été infestée; mais une seule expérience est fort insuffisante, surtout quand elle est faite dans un pays où le *T. nana* est commun. Il eût été plus concluant d'infester les rats avec des anneaux de *T. nana*, mais c'est ce qui ne paraît pas avoir été fait.

» Quoi qu'il en soit, on peut encore faire remarquer que le *T. murina*, découvert à Rennes chez plusieurs Rongeurs par Dujardin, très commun à Catane et à Heidelberg, rencontré à Göttingue par von Linstow, est également très fréquent à Lille, bien que le *Tænia nana* n'ait été signalé, sauf à Catane, dans aucune de ces localités; il est probable d'ailleurs que ce Ténia du surmulot se retrouvera partout où on voudra le chercher. »

ANATOMIE COMPARÉE. — *Sur l'anatomie et les affinités zoologiques des Ampullaires*. Note de M. **E.-L. Bouvier**, présentée par M. de Quatrefages.

« Les Gastéropodes qui se sont adaptés à l'existence terrestre ou à la vie dans les eaux douces présentent généralement des particularités anatomiques très curieuses; on doit s'attendre, par conséquent, à trouver des particularités plus nombreuses encore chez ceux qui, adaptés à la fois aux deux modes d'existences, sont de vrais amphibies et respirent successivement par des branchies et par des poumons. C'est, en effet, ce qu'on observe chez l'Ampullaire (*Ampullaria polita* Desh.).

» J'ai déjà relevé ici les traits essentiels du système nerveux de l'Ampullaire et j'ai montré qu'il est chiastoneure en même temps que zygoneure à droite et zygoneure à gauche. La zygoneurie à gauche est extrêmement rare chez les Prosobranches; on l'observe notamment chez les Cyprées et chez les Natices; la zygoneurie droite est très fréquente et caractérise les Prosobranches les plus élevés en organisation; enfin les deux zygoneuries se rencontrent aussi bien chez les Lamellaires que chez les Ampullaires. La chiastoneurie des Ampullaires a été contestée tout récemment par Jhering [1] qui s'est fondé sur ces observations pour maintenir la division des Prosobranches en Orthoneures et en Chiastoneures; mais, Jhering ayant négligé d'observer, dans ses dissections, la branche surintestinale de la commissure viscérale, ses observations se trouvent inexactes, et l'on doit rejeter les conclusions qu'il en a tirées.

---

(1) *Giebt es Orthoneuren?* (*Zeitschrift für Win. Zool.*, 1887.)

» L'Ampullaire présente à la fois une branchie monopectinée comme tous les Monotocardes, et une fausse branchie bipectinée comme les Monotocardes les plus élevés en organisation. La fausse branchie est à gauche du poumon, la branchie est à droite; toutes deux sont innervées par la branche surintestinale gauche de la commissure viscérale, et correspondent, par conséquent, aux mêmes organes situés à gauche chez les autres Monotocardes. D'ailleurs la veine branchio-cardiaque est située à gauche de la branchie, ce qui vient justifier ces conclusions, contestées par Jhering.

» Les Ampullaires ont deux reins : le rein gauche est une vaste chambre dont le plafond seul est glandulaire. La portion spiralée de l'intestin, l'ovaire et la glande de l'albumine chez la femelle, le réservoir séminal chez le mâle, font saillie sur le plancher de cette chambre et paraissent logés dans sa cavité. La cavité du rein gauche communique en avant et à droite avec la cavité du rein droit; celle-ci est tapissée par des lamelles disposées autour d'une veine dorsale et d'une veine ventrale. Les produits urinaires sont rejetés au dehors par une fente percée dans les parois du rein droit; ils passent dans un canal conique qui aboutit dans une gouttière comprise entre la masse recto-génitale et un bourrelet dorsal lamellaire. Le canal excréteur conique doit être considéré comme un prolongement de la gouttière au-dessous du rein droit; on le rencontre encore chez les Cyclophores où il est très large et s'ouvre par une longue fente très loin en arrière de l'anus, au fond de la chambre palléale; chez les Paludines, il est démesurément allongé et s'ouvre par une petite fente au-dessous de l'anus. D'ailleurs, chez les Ampullaires, comme chez les Paludines et les Cyclophores, l'orifice rénal, percé dans les parois du rein, se trouve au fond du canal. Comme chez l'Haliotide, le sang veineux qui traverse le rein gauche se rend directement au cœur, tandis que le sang veineux du rein droit se rend d'abord aux branchies.

» Contrairement à ce qu'on observe chez les autres Prosobranches, l'ovaire et la glande de l'albumine font saillie dans la chambre rénale gauche et sont placés, par conséquent, très loin de l'extrémité du tortillon. L'ovaire est une glande rougeâtre qui fait saillie sur la glande de l'albumine; cette dernière est énorme, blanche, irrégulièrement arrondie, et souvent chargée de calcaire comme les parois glandulaires du très large canal qui lui fait suite; l'orifice génital, médiocrement grand, est situé au-dessous et un peu en arrière de l'anus. Le testicule occupe l'extrémité du tortillon et une partie de sa face columellaire; le canal déférent, très grêle, est visible par transparence au-dessous de lui jusqu'au point où il

atteint le rein gauche ; là, il se jette dans le gros réservoir séminal, assez saillant dans la cavité du rein à l'époque de la reproduction. Le réservoir se continue en avant dans un conduit vecteur relativement étroit ; ce conduit s'ouvre par un orifice fort petit sur une papille qui occupe la place de l'orifice génital femelle ; comme le réservoir, il présente à son intérieur des plis glandulaires chargés très probablement de sécréter le liquide prostatique. Le pénis, innervé par le nerf palléal droit, est une formation palléale indépendante du conduit génital et située au-dessus de l'anus ; il est creusé d'une gouttière et protégé par une gaine en forme de capuchon.

» La partie antérieure du tube digestif, par ses rapports avec le système nerveux et avec les glandes salivaires, rappelle les Prosobranches diotocardes ; la partie postérieure est caractérisée par un estomac en forme de cornemuse, par un cœcum stomacal et par un intestin enroulé en spirale dans la cavité du rein gauche. Le foie s'ouvre dans l'estomac par deux orifices.

» L'appareil circulatoire offre une anomalie remarquable depuis longtemps signalée : la présence d'une ampoule artérielle logée dans le péricarde et située à la base de l'aorte antérieure.

» L'aorte postérieure est remplacée par cinq artères ; une de ces artères se ramifie sur les parois de l'intestin spiral. L'aorte antérieure envoie d'abord une branche récurrente au rein droit, ainsi qu'aux parties des glandes génitales qui sont logées dans le rein gauche ; plus loin elle envoie une artère aux parois gauches du corps ; elle présente ensuite les connexions qu'on observe chez les autres Monotocardes : elle passe sous la branche gauche ou susintestinale de la commissure viscérale, puis sur l'œsophage ; après avoir atteint le côté droit de ce dernier, elle envoie une branche à la partie droite du manteau, passe sous la masse buccale, irrigue les glandes salivaires et le sac de la radule ; passe au-dessus des ganglions pédieux et se divise en deux artères pédieuses en arrière de la commissure labiale.

» Malgré certaines analogies anatomiques avec les Naticidés et les Prosobranches diotocardes, les Ampullaires se rapprochent assez étroitement des Paludines et surtout des Cyclophores ; elles tiennent à la fois de ces deux Gastéropodes, mais elles se rapprochent un peu plus des Prosobranches supérieurs (¹) ».

(¹) Laboratoire de Malacologie du Muséum.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur le* Thagastea, *nouveau genre d'Échinide éocène d'Algérie, et observations sur le groupe des Fibulariens*. Note de M. A. **Pomel**, présentée par M. Hébert.

« MM. Wetterlé et Goujon, dans leurs recherches qui ont amené la découverte de phosphates de chaux dans le terrain suessonien du Dekma, près de Souk-Arras, ont recueilli quelques fossiles intéressants, qu'ils ont bien voulu me communiquer. Je me bornerai ici à appeler l'attention sur trois Échinides nouveaux, dont un, le *Thagastea*, appartient à un type rare et fortement disjoint dans le temps et dans l'espace, la seule espèce fossile connue se trouvant dans la craie supérieure de Maestricht et les vivantes habitant le Pacifique. Voici ses caractères génériques :

» Petit Oursin ovalaire, convexe dessus, un peu concave dessous, à faciès d'*Echinocyamus*. Madréporide en bouton, contigu à quatre pores génitaux peu distants. Pores ocellaires invisibles. Ambulacres à fleur de test, subpétaloïdes; pétales ouverts, à zones porifères étroites, parallèles, formées de pores ponctiformes, non conjugués, assez rapprochés, sauf les trois dernières paires, qui, sur les flancs, s'écartent et se disposent obliquement. L'ambulacre est invisible au delà. Péristome central, pentagonal avec les angles devant les interambulacres et les côtés portant un petit bourrelet percé de deux pores tentaculifères représentant un floscèle rudimentaire ou les tubes buccaux des scutelles. Cinq petites auricules; mâchoires inconnues; pas de sillons ambulacraires, ni d'autres pores visibles à la face inférieure. Périprocte ponctiforme entre la bouche et le bord du test. Pas de cloisons, ni de crêtes intérieures; test épais; aires ambulacraires non élargies au pourtour, régulièrement atténuées vers les deux pôles, un peu plus étroites que les interambulacraires.

» *Thagastea Wetterlei*, espèce typique, est de petite taille (15^{mm} de long, 13^{mm} de large et 10^{mm} de haut), de forme conoïde, un peu atténuée en avant, avec le sommet un peu antérieur, la face inférieure un peu pulvinée. Des exemplaires moins élevés, plus allongés et semi-ovoïdes, ne paraissent pas devoir être distingués spécifiquement. Elle est assez fréquente dans des marnes à phosphorites, inférieures à des calcaires nummulitiques suessoniens des environs de Souk-Arras, ancienne Thagaste.

» La description qui précède marque bien la place de ce fossile dans la famille des Clypéastroïdes et dans la tribu des Fibulariens. La présence des mâchoires, l'imperfection des pétales ne laissent aucun doute. Cependant les aires ambulacraires ne sont pas élargies au pourtour pour resserrer les interambulacraires, ainsi que le montrent les Clypéastres, les Laganes, les Scutelles et les Scutellines, y compris les Echinocyames, sauf dans le plus jeune état. Cette structure est si constante qu'on a pu la con-

sidérer comme caractéristique de tout le groupe des Clypéastroïdes. La découverte d'un appareil dentaire chez le Conoclypus, qui le fait introduire dans le même groupe, marque une première exception; les rapports de développement des deux aires dans ce fossile étant les mêmes que chez les Cassidulides. Les Fibulaires et *Thagastea* en montrent une autre qui n'avait pas encore suffisamment attiré l'attention des échinologistes. Cette structure les éloigne, en effet, des Échinocyames, beaucoup plus que l'absence des cloisons internes; elle ne laisse de commun entre les deux types que l'imperfection des pétales, et ce lien ne me paraît pas suffisant pour les relier indissolublement entre eux.

» On est ainsi conduit à renvoyer aux Scutelliniens les Échinocyames, dont les pétales ne sont guère plus imparfaits que ceux des Porpételles, et de ne laisser dans les Fibulariens que les types à aires parallèles (à la manière du méridien), régulières, les Ambulacraires étant plus étroites que les autres. Trois genres entrent dans cette tribu : *Fibularia* Lamk, comprenant l'espèce de la craie bien différente de ses congénères par sa surface non bosselée en côte de melon; *Mortonia* Gray, qui se distingue du précédent par ses pétales moins imparfaits et les deux crêtes internes rayonnantes qui bordent le périprocte, largement ouvert; *Thagastea* différant des deux autres par sa forme tronquée en dessous et par son petit périprocte, mais plus voisin du second par ses pétales moins rudimentaires. *Haimea* Desor sera peut-être un jour rattaché à ce groupe, mais il est encore imparfaitement connu.

» Les deux autres Échinides du Dekma sont :

» *Echinolampas Goujoni*, ayant le faciès de *E. florescens* Pom.; mais en différant par ses pétales égaux, plus régulièrement lancéolées, à zones égales. Il rappelle également *E. Crameri* Loriol, et a, comme lui, une zone lisse entre la buccale et l'anus; mais son péristome est pentagonal et nettement floscélé.

» *Opissaster Thagastensis*, à faciès de *Schizaster globulus* Laube, mais dépourvu de fasciole latéral, plus oblong, moins atténué à l'avant, plus tronqué à l'arrière, plus échancré par le sillon impair. *Schizaster Meslei* Gauthier est plus gros, plus large; ses pétales antérieurs sont plus étalés et il a quatre pores génitaux au lieu de deux.

» Il est singulier qu'aucune de ces trois espèces n'ait été rencontrée dans les gisements analogues de l'Afrique du nord, tels que le Kef, le Dir, le Doukan, Zioui, Boghari, etc., et qu'aucune des espèces de ces derniers gisements n'ait été trouvée à Souk-Arras : c'est un des exemples les plus remarquables de cantonnement de faunules. »

GÉOLOGIE. — *Sur la présence de la faune primordiale (Paradoxidien) dans les environs de Ferrals-les-Montagnes (Hérault).* I. *Étude stratigraphique,* par M. **Jules Bergeron**. II. *Étude paléontologique,* par MM. **Munier-Chalmas** et **J. Bergeron**, présentée par M. Hébert.

« En étudiant la partie de la montagne Noire située entre Caunes (Aude) et Saint-Pons, l'un de nous observa des phyllades dits *cambriens* situés dans le voisinage de schistes renfermant une faune caractéristique du silurien moyen (faune seconde). Guidé par les faits observés en Angleterre, il rechercha, entre ces deux horizons géologiques, le représentant de la faune primordiale et il reconnut à la métairie de Faillières, près du village de Boisset, la présence de schistes argileux très différents de ceux qui renferment la faune seconde. Les premiers débris de trilobites trouvés en ce point étaient cependant trop mal conservés, pour qu'il fût possible de déterminer les genres auxquels ils appartenaient. Mais aujourd'hui, après plusieurs excursions dans cette région, les matériaux réunis sont suffisants pour que nous puissions démontrer l'existence de la faune primordiale sur le versant méridional de la montagne Noire. Nous avons recueilli douze trilobites, dont trois appartiennent à la famille des *Agnostidæ*. Cette faune présente quelques espèces semblables à celles de la Bohême, ou bien des formes représentatives extrêmement voisines. Il est d'ailleurs à remarquer que la faune primordiale, si homogène dans ses traits généraux, offre cependant, dans toutes les régions où on a pu l'observer, des variations provenant soit d'une distribution différente des genres, soit surtout de la présence de formes spéciales à chaque région.

» A l'est du village de Ferrals-les-Montagnes (Hérault), entre le hameau de Favayroles et celui de Cousses, se rencontre une série de schistes argileux dont les plus inférieurs, d'une coloration rouge lie de vin, sont visibles sur une épaisseur de 4^{m}. Le genre *Paradoxides* y est déjà représenté par des fragments de plèvres. Le *Conocephalites coronatus* de Bohême ou une forme représentative extrêmement voisine y est très commune; elle est accompagnée d'une seconde espèce ou d'une variété à tête très granuleuse présentant une pointe basilaire sur la partie médiane de l'anneau céphalo-thoracique. Nous y avons trouvé aussi quelques individus rappelant le genre *Sao* et enfin une espèce se rapprochant par sa forme générale des *Arionellus* et en particulier d'*Ar. longicephalus* du cambrien d'An-

gleterre, mais s'en éloignant par ses trois rangées longitudinales de pointes disposées sur la partie médiane de l'axe et des plèvres.

» A cette première zone fossilifère succède une seconde assise constituée par des schistes jaunes d'une épaisseur de 5^{m}, très riches en *Agnostus*, dont une espèce nouvelle, *Agnostus Sallesi*. On y trouve des plèvres de grands *Paradoxides*, une espèce rappelant par la disposition de ses yeux le *Paradoxides rugulosus* Corda, de Bohême. Le genre *Conocephalites* y est représenté par la même forme de *Conocephalites coronatus*, que nous avons déjà signalée dans les schistes rouges.

» Enfin le troisième horizon, qui est le plus fossilifère, est constitué par des schistes de couleur verdâtre, d'une épaisseur d'environ 3^{m}. Nous y avons reconnu des fragments de *Paradoxides* et de *Conocephalites* comparables par leurs dimensions aux formes les plus grandes de la Bohême et de l'Angleterre. Parmi les *Paradoxides*, une espèce présentait des plèvres qui semblent correspondre à un thorax ayant une largeur d'au moins 0^{m},18. Certains *Paradoxides* de plus petites dimensions sont conservés en entier; c'est ainsi que nous avons reconnu deux jeunes individus et de nombreuses têtes appartenant à une forme très voisine du *Paradoxides rugulosus* de Bohême et de *P. Pradoanus* du cambrien d'Espagne. Les *Agnostus* sont rares à ce niveau, tandis que c'est le genre *Conocephalites* qui est le plus abondamment représenté. Nous avons reconnu deux espèces : le *Conocephalites Heberti* nov. sp. présente un thorax épineux et se rapproche, par les granulations qui ornent son céphalothorax, de la forme signalée en Espagne par M. Barrande, et rapportée au *Conocephalites Sulzeri*, bien qu'elle diffère sensiblement du type de Bohême; l'autre espèce a le céphalothorax lisse. La largeur du plus grand individu appartenant à ce genre pouvait atteindre 0^{m},08.

» Dans les trois niveaux, on trouve des embryons de trilobites; par des recherches ultérieures, on pourra établir et reconnaître les différents stades de développement des espèces dont nous venons de parler.

» L'étude stratigraphique montre que, au-dessus de cet ensemble de couches à *Paradoxides*, il y a tout un système très important de grès alternant avec des schistes qui se trouvent en parfaite concordance avec toute la série cambrienne. Il est permis de supposer, puisqu'il n'y a aucune solution de continuité entre ces différentes assises, qu'on rencontrera dans cette série supérieure les couches à *Olenus*, si bien caractérisées en Suède et en Angleterre; ces grès, en effet, supportent également, en parfaite concordance, des schistes noirs, avec nodules calcaires, appartenant à la base

du silurien moyen (¹). Ils sont caractérisés par de petites espèces d'*Ogygia*, très voisines de celles que l'on trouve, en Angleterre, dans le groupe de l'*arenig inférieur*, par le *Megalaspis Filacovi* nov. sp., présentant un pygidium terminé par une très longue pointe, par l'*Agnostus Ferralsensis* n. sp. voisin de l'*Ag. pisiformis* de Suède, par le *Calymene Filacovi* n. sp., dont la glabelle rappelle *Calymene incerta* de Bohême, enfin par un genre nouveau rappelant les *Asaphus* et les *Dikelocephalus*, comme l'a fait très justement remarquer M. Barrois (²), et que nous désignerons sous le nom d'*Asaphelina Barroisi*. »

GÉOLOGIE. — *Remarques sur la découverte, faite par M.* Bergeron, *de la faune primordiale en France;* par M. **Hébert**.

« J'appelle toute l'attention de l'Académie sur la découverte que M. Bergeron vient de faire, dans la montagne Noire, de la faune dite *primordiale*. C'est un des faits les plus intéressants, pour la géologie de la France, qui aient été signalés depuis longtemps.

» Murchison, vers 1835, avait établi le plus ancien groupe fossilifère, le groupe silurien, mais il n'avait pas mis en lumière la première faune de ce groupe; c'est un Français, feu Barrande, bien connu de l'Académie par ses publications si considérables et d'une si haute valeur, qui, en 1846, a eu l'honneur de bien établir la succession des faunes siluriennes. A celles que les Anglais avaient distinguées, ses études du sol de la Bohême lui permirent d'en ajouter une plus ancienne, remarquable par sa richesse en trilobites spéciaux, et qu'il nomma *faune primordiale*.

» Cette création ne fut pas d'abord admise en Angleterre; mais Barrande, dans un séjour à Londres, ayant examiné avec soin tous les fossiles recueillis dans les couches les plus anciennes du pays de Galles, reconnut quelques fragments de ses types primordiaux.

» Après plusieurs années de discussions entre les géologues, ce ne fut qu' en 1853 que M. Salter se décida à faire des fouilles dans les localités d'où provenaient ces fragments; il ne tarda pas à recueillir une série

---

(¹) J. Bergeron, *Société géologique de France,* séance du 5 décembre 1887.

(²) Ch. Barrois, in *Monographie géologique de la commune de Cabrières,* par M. de Rouville, p. 26.

de fossiles entièrement conforme à la faune primordiale de Bohême. Dès lors, l'opinion de Barrande triompha.

» Pendant ce temps-là, l'existence de cette même faune à la base du silurien était établie ailleurs : en Suède d'abord, en 1851, puis dans l'Amérique du Nord en 1853, dans la chaîne cantabrique d'Espagne en 1860, toujours sous l'impulsion et avec la collaboration de Barrande, qui s'attacha à montrer combien sont constants sur la surface du globe, même pour les points les plus éloignés les uns des autres, les caractères propres aux êtres de cette première période.

» Toutefois, en France, aucun vestige de cette faune n'avait été trouvé jusqu'à ce jour.

» Depuis quatre ans, M. Bergeron étudiait d'une manière approfondie les terrains de la montagne Noire, dont il a contribué à faire mieux connaître la constitution; il soupçonnait qu'il pourrait rencontrer la faune primordiale dans les assises inférieures, et dirigeait souvent ses recherches de ce côté. Mais ce n'est que dans sa dernière campagne qu'il rapporta des fragments de roches dans lesquelles, tout récemment, il a reconnu, avec le concours de notre habile paléontologiste M. Munier-Chalmas, des indices de Paradoxides et de Conocoryphe.

» Impatient de vérifier, d'après de meilleurs exemplaires, l'exactitude de sa découverte, M. Bergeron, malgré la mauvaise saison, n'a pas hésité à se rendre immédiatement dans la montagne Noire et à exploiter plus en grand le gisement qui lui avait procuré ces premiers indices. Après quatre jours de travail, le plus souvent sous une pluie battante, les fouilles mirent à découvert de magnifiques exemplaires de *Conocoryphe* d'une taille exceptionnelle, de Paradoxides, etc., dont j'ai l'honneur de présenter des spécimens à l'Académie.

» Ce sont les premiers Trilobites français de la faune primordiale.

» Nous devons nous féliciter que ce soit un de nos géologues qui ait complété, pour la France, l'œuvre de Barrande, car il aurait pu en être autrement. La petite contrée qui renferme ces gisements est, en effet, depuis longtemps, en raison de la richesse en fossiles de plusieurs assises siluriennes, dévoniennes et carbonifères, l'objet d'actives recherches de la part, non seulement de géologues français, mais aussi des étrangers qui, avec une ardeur scientifique très louable d'ailleurs, n'épargnent ni les voyages, ni les sacrifices pécuniaires, pour enrichir leurs Musées des séries fossilifères que recèle le sol français.

» Grâce à M. Bergeron [1], les collections de la Sorbonne renfermeront un très bel ensemble des fossiles des diverses assises de cette intéressante région; auparavant, il en existait seulement quelques beaux spécimens, recueillis par notre regretté Confrère de Verneuil, et conservés dans les collections de l'École des Mines ou du Muséum; mais la faune primordiale avait échappé à tous.

» La succession des couches était, en raison des dislocations subies par le sol, difficile à établir; aussi les géologues étaient-ils loin d'être d'accord sur ce point. Le succès obtenu par M. Bergeron confirme d'une façon éclatante la manière de voir qu'il avait exprimée. C'est bien dans les couches que ses études stratigraphiques lui faisaient considérer comme les plus anciennes que la faune primordiale s'est rencontrée. Les découvertes importantes sont souvent dues au hasard: celle-ci est due à la sagacité de l'observateur.

» Il est juste de ne pas oublier la part importante qui revient à M. Munier-Chalmas, qui a su reconnaître, sur des débris à peine perceptibles et indéterminables pour tout autre, le caractère de la faune tant cherchée. »

GÉOLOGIE. — *Sur les gisements de phosphate de chaux de l'Algérie.* Note de M. **Philippe Thomas**, présentée par M. Albert Gaudry.

« L'étonnante fécondité en céréales du sol algérien et tunisien, qui a valu à ces pays, il y a dix-huit siècles, le qualificatif de « greniers de Rome », trouve aujourd'hui son explication dans la richesse exceptionnelle de ce sol en acide phosphorique combiné avec la chaux.

» Des recherches sommaires exécutées jusqu'à ce jour en Tunisie, par les membres de la Mission géologique organisée par le Ministère de l'Instruction publique, il est permis de conclure à l'existence d'immenses gisements de phosphate de chaux dans les formations suessonienne et albienne de cette contrée, et à leur extension probable dans les formations similaires de l'Algérie. C'est ce que la présente Communication a pour but de montrer.

» Il résulte de recherches personnelles, faites en 1885 et 1886 dans le sud et l'ouest de la Tunisie, que, sur des points nombreux du vaste terri-

---

[1] Aidé dans ses fouilles par un intelligent habitant du pays, M. Escot.

toire compris entre les latitudes de Kairouan et des Chotts, ainsi que tout le long de la frontière algérienne, depuis le Kef jusqu'à Gafsa, il existe un grand nombre de gisements phosphatés tertiaires et secondaires, dont quelques-uns contiennent jusqu'à 32 pour 100 d'acide phosphorique (¹). En même temps, notre Collègue de Mission, M. G. Rolland, ingénieur des Mines, constatait la présence de l'acide phosphorique dans les calcaires éocènes inférieurs du puissant massif qui sépare Kairouan de la Medjerda (²). Enfin, tout récemment, notre autre Collègue de Mission, M. G. Le Mesle, constatait l'extension de ces mêmes couches phosphatées au nord de la Medjerda, sur la limite orientale de la Kroumirie.

» En Algérie, on ne connaissait, jusqu'à présent, que quelques gisements de phosphate de chaux fort éloignés les uns des autres et ne paraissant reliés les uns aux autres par aucun intermédiaire. M. G. Le Mesle notamment avait, depuis longtemps, découvert dans le djebel Bou-Thaleb (département de Constantine), un affleurement marneux de l'étage du gault, contenant jusqu'à 50 pour 100 de phosphate de chaux (³). De son côté, l'ingénieur en chef des Mines Tissot signalait, dans sa *Notice minéralogique sur le département de Constantine* (⁴), des indices de phosphate de chaux dans les terrains tertiaires des Sellaouas et des environs de Duvivier, faisant fort justement remarquer que « la relation constante du terrain » suessonien avec les régions fertiles en céréales permet de penser que le » phosphate de chaux y existe... ».

» Enfin, le *Journal officiel* du 27 décembre dernier nous révélait l'existence, à Nédroma, dans le nord-ouest du département d'Oran, d'un gisement déjà en exploitation et consistant en « une veine principale de 100ᵐ » en direction, située dans l'étage tithonique et contenant environ » 1200 tonnes de phosphate tribasique à 38,51 pour 100 d'acide phospho- » rique... », gisement qu'une récente Communication à la Société climatologique d'Alger étend jusque dans le territoire des Beni-Ouarsous, à l'est de Nédroma (⁵).

» Mais voici qu'une nouvelle découverte nous apprend qu'il existe, dans

---

(¹) *Comptes rendus* du 7 décembre 1885 et du 9 mai 1887.

(²) *Comptes rendus* du 7 juin 1886.

(³) A. Péron, *Description géologique de l'Algérie*, 1883, p. 71.

(⁴) *Paris, Exposition universelle de* 1878, p. 35.

(⁵) Dʳ Gaucher, *Bull.*, séance du 30 novembre 1887.

les terrains nummulitique et suessonien des environs de Souk-Ahras (département de Constantine), de très importants gisements de phosphate de chaux. Cette découverte est due à un très actif et très intelligent négociant de Souk-Ahras, M. G. Wetterlé. Les gisements dont il s'agit paraissent s'étendre, sur la rive droite de la Medjerda, depuis les environs de Souk-Ahras jusqu'à la frontière tunisienne; ils rappellent, à beaucoup d'égards, nos gisements tunisiens du Kef et du Guelaat-es-Senam, et ils paraissent tout aussi riches que ce dernier en acide phosphorique. On y retrouve les mêmes marnes calcaires phosphatées, régulièrement stratifiées, à faciès de Ciply; de plus, de puissants dépôts tufacés et concrétionnés y forment d'épais placages sur les coupes verticales des roches nummulitiques, et remplissent les fissures profondes de ces roches, à la façon de ces tufs zonés et concrétionnés que déposent les eaux geysériennes. L'étendue et la puissance de ces gisements seraient considérables, d'après M. Wetterlé, qui a bien voulu nous donner ces premiers renseignements.

» Là ne se borne pas ce que nous savons sur les phosphates algériens. Nous sommes à même, d'après des recherches personnelles déjà anciennes, d'indiquer quelques gisements dans le département d'Alger. Le plus important se trouve dans le massif des M'fatah, au sud de Boghar, sur la rive droite du Chélif; il consiste en une longue bande de calcaires marneux gris, pétris de grains phosphatés et ayant une teneur moyenne de 27 pour 100 en acide phosphorique ([1]). Ces calcaires à faciès de Ciply sont en relation directe avec des marnes suessoniennes à *Ostrea multicostata*, surmontées elles-mêmes, à l'est, par le système nummulitique de Saneg et de Birin, et par celui du Kef Iroud à l'ouest.

» Plus au nord, dans le même département, nous pouvons citer aux environs d'Aumale, de Berrouaghia et de Médéah, des affleurements marneux de l'étage du gault, à fossiles fortement phosphatés. Quelques fossiles des environs d'Aumale, recueillis par M. Péron, ont donné 10 pour 100 d'acide phosphorique.

» De ce qui précède, il nous semble permis de conclure que le sol de l'Algérie est tout aussi riche en phosphates naturels que celui de la Tunisie. L'agriculture de ces deux pays pourra, quand elle le voudra, y trouver une ressource précieuse pour augmenter sa production en céréales, dont le rendement, sur beaucoup de points, faiblit chaque année.

([1]) Analyse de M. Klobb, de l'École supérieure de Pharmacie de Nancy.

» M. Quantin, de l'École de Grignon, a montré ici même que, en Tunisie, certains sols épuisés ne produisant plus de céréales ne doivent leur infécondité actuelle qu'à la perte de leur acide phosphorique (¹). Il doit en être de même sur bien des points de l'Algérie. Il n'est donc pas inutile de montrer que le remède, ici comme là, est à côté du mal. »

M. **Léon Jaubert** adresse une Note relative à l'observation de l'éclipse totale de Lune, du 28 janvier, à l'observatoire populaire du Trocadéro :

« ..... Ce n'est que vers $10^h 50^m$ que nous avons pu faire, à travers une éclaircie un peu étendue, une première observation satisfaisante.

» La Lune était presque déjà entrée dans le cône d'ombre. La partie entrée avait pris une teinte rougeâtre, et la partie parallèle à la ligne de l'orbite de la Lune nous est apparue beaucoup plus sombre.

» Vers $11^h 15^m$, la Lune, complètement dans le cône d'ombre, a pris une teinte rouge sombre, encore plus prononcée, et nous avons pu bien observer, ainsi que toutes les personnes présentes, un ovale sombre, dont le grand axe pouvait être considéré comme parallèle au plan de l'orbite de la Lune, recouvrant tout le diamètre lunaire, et les bords de cet ovale paraissant se confondre avec les bords de la Lune. Les parties polaires de la Lune, débordant le petit axe d'un sixième, étaient lavées de jaune..... »

M. **Chapel** adresse une Note relative à la cause de la teinte lumineuse que conserve le disque lunaire, dans certaines éclipses, au moment de la totalité.

M. **Ch.-V. Zenger** adresse une Note intitulée : « Les orages à neige, en décembre 1886 et 1887, et la période solaire ».

M. **L. Mirinny** adresse une Note sur les météorites.

(Renvoi à l'examen de M. Tisserand.)

(¹) *Comptes rendus*, séance du 31 mai 1887.

M. **Fréd. Fournier** adresse, de Saint-Étienne, une Note portant pour titre : « Méthode pouvant servir à établir des relations mathématiques entre les propriétés physiques et les propriétés chimiques des corps simples ou composés. Loi dynamo-électrique des réactions chimiques ».

M. **Maurice Lévy** fait hommage à l'Académie, de la part de Mme *E. Brune*, de la Ire Partie du Cours de construction professé à l'École des Beaux-Arts par son mari, et fait l'éloge de l'enseignement du savant et regretté maître.

La séance est levée à 5 heures un quart. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 23 janvier 1888.

(*Suite.*)

Bulletin de la Société impériale des Naturalistes de Moscou, publié sous la rédaction du Professeur D^r^ Ch. Lindeman; année 1887, n° 3. Moscou, 1887; 1 vol. in-8°.

Prodromus of the zoology of Victoria; decade XV; *by* Frederick Mc Coy. Melbourne, 1887; br. in-4°.

Index-Catalogue of the library of the Surgeon-General's office, United States Army. — Authors and subjects. Vol. VII: *Legier-Medicine (naval).* Washington, Government printing Office, 1887; 1 vol. gr. in-4°.

The american Ephemeris and Nautical Almanac for the year 1890. Washington, Bureau of Navigation, 1887; 1 vol. pet. in-4°.

United States Commission of fish and fisheries; Part XIII. *Report of the Commissioner for* 1885. Washington, Government printing Office, 1887; 1 fort vol. in-8°.

Trabajos del laboratorio nacional de Quimica en Cochabamba, durante los

meses de marzo 1884 *a septembre* 1886; *por* el Doctor Sacc. Cochabamba, 1887; 2 br. pet. in-8°.

Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche (Società reale di Napoli); serie 2ª, vol. I, fasc. 11° e 12°, novembre e dicembre 1887, Napoli, 1887; br. in-4°.

Osservazioni meteorologiche orarie ottenute da strumenti registratori durante l'anno 1882, *rilevate e calcolate da* Celso Fornioni. Milano, Ulrico Hoepli, 1885; br. gr. in-4°.

Descrizione di un nuovo sistema di costruzione delle camere salubri applicable specialmente alle case dei poveri; per il Dott. Luigi Venturi. Bologna, Nicola Zanichelli, 1885; br. in-12.

Bibliothèque géologique de la Russie, 1886, composée sous la rédaction de S. Nikitin, 1887; 1 vol. pet. in-4°. *Mémoires du Comité géologique de Russie;* vol. IV, n° 1. Saint-Pétersbourg, 1887; br. in-f°.

Bulletins du Comité géologique de Russie; 1887, VI, nos 6 et 7. Saint-Pétersbourg; 2 br. pet. in-4°.

Repertorium für Meteorologie, herausgegeben von der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, redigirt von Dr Heinrich Wild. Band X, 1887; 1 vol. in-f°.

Annalen des physikalischen Central-Observatoriums, herausgegeben von H. Wild. 1886; Theil I. 1887; 1 vol. in-f°.

Zur Sonnenphysik; von J.-F.-Hermann Schulz. Kiel, 1887; br. in-4°.

Ouvrages reçus dans la séance du 30 janvier 1888.

Traité des réductions stellaires (fragment d'Astronomie théorique); par F. Folie; premier fascicule : *Théorie.* Bruxelles, F. Hayez, 1888; br. in-8°. (Présenté par M. Faye.)

Annuaire de l'observatoire royal de Bruxelles; par F. Folie; 1888, 55e année. Bruxelles, F. Hayez, 1887; 1 vol. in-18. (Présenté par M. Faye.)

Mémorial de l'Artillerie de la Marine; tome XV, 3e livraison; texte et planches. Paris, L. Baudoin et Cie, 1887; 1 vol. in-8° et un atlas in-f°.

Cours de construction professé à l'École des Beaux-Arts; par E. Brune. Première Partie : *Résistance des matériaux,* publiée avec le concours de M. A. Flamant. Paris, Librairie des Imprimeries réunies, 1888; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. Maurice Lévy.)

Note sur les mouvements de terrain provoqués par l'exploitation des mines;

par M. Fayol. Saint-Étienne, Théolier et Cie, 1885; br. in-8°. (Présenté par M. Daubrée.)

Études sur l'altération et la combustion spontanée de la houille exposée à l'air; par M. Henri Fayol. Paris, Dunod; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Daubrée.)

Études sur le terrain houiller de Commentry; par MM. Ch. Brongniart, H. Fayol, de Launay, S. Meunier, Renault, Sauvage et Zeiller. — Première Partie : *Lithologie et Stratigraphie*, par M. Henri Fayol. Saint-Étienne, Théolier et Cie, 1887; 1 vol. gr. in-8° et un atlas in-f°. (Présenté par M. Daubrée.)

Le terrain carbonifère dans la région des Vosges; par Charles Vélain. Lagny, Émile Colin, 1887; br. in-8°. (Présenté par M. Hébert.)

Archives des Sciences physiques et naturelles. Troisième période, tome XIX, n°s 1-15, janvier 1888. Genève, 1888; br. in-8°.

Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse; novembre-décembre 1887. Paris, Berger-Levrault et Cie, 1887; 1 vol. gr. in-8°.

Annales de l'Institut Pasteur; publiées par M. Duclaux. G. Masson, 1887; 12 brochures in-8°. (Présenté par M. Pasteur.)

Leçons cliniques sur les tœnias de l'homme; par L.-J.-B. Bérenger-Féraud. Paris, Octave Doin, 1888; 1 vol. in-8°. [Présenté par M. le baron Larrey. — Renvoyé au concours Montyon (Médecine et Chirurgie).]

Contributions à l'étude et au traitement de l'éléphantiasis du scrotum; par Émile Le Siner. Paris, Ollier-Henry, 1887; br. in-8°. (Présenté par M. le baron Larrey.)

Société d'Histoire naturelle d'Autun; premier bulletin. Autun, Dejussieu père et fils, 1888; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. A. Gaudry.)

Exploration internationale des régions polaires, 1882-1883 et 1883-1884. *Expédition polaire finlandaise;* 1 vol gr. in-4°.

Annuario publicado pelo imperial observatorio do Rio de Janeiro, 1885, 1886, 1887; 3 vol. pet. in-4°.

Bouquet de Mélastomacées brésiliennes dédiées à Sa Majesté Dom Pedro II; par J. de Saldanha da Gama et Alfred Cogniaux. (Extrait du *Flora brasiliensis.*) Verviers, E. Remacle, 1887; br. gr. in-4°.

Tableau résumé des richesses de l'Empire du Brésil; par J. de Saldanha da Gama. Bruxelles, 1887; br. in-4°. (Deux exemplaires.)

Astronomical observations and researches made at Dunsink, the observatory of Trinity College, Dublin. Dublin, 1887; gr. in-4°.

Observations made during the year 1883 *at the United States naval observatory*. Rear-admiral R.-W. Shufeldt. Washington, Government printing Office. 1887; gr. in-4°.

Bidrag till Kännedom af Finlands natur och Folk. Utgifna af Finska Vetenskaps-Societetem. Fyrationdefjerde Häftet. Helsingfors, 1887; 1 vol. in-8°.



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 6 FÉVRIER 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Seconde Note sur la probabilité du tir à la cible;* par M. **J. Bertrand**.

« Le savant général Putz, en me communiquant un Mémoire inséré par lui dans la *Revue d'Artillerie,* m'a fait connaître les objections opposées déjà aux principes admis par Poisson et la loi de probabilité aujourd'hui adoptée dans les écoles de tir.

» Cette loi est un cas particulier de la formule conjecturale proposée dans l'une de nos dernières séances.

» Le major Siacci, de l'armée italienne, dans un Mémoire fort intéressant, reproduit en septembre 1883 par la *Revue d'Artillerie,* a signalé déjà l'impossibilité d'accepter l'indépendance des écarts horizontaux et verti-

caux. Il s'attache à prouver que deux axes dépendants des conditions du tir permettent seuls, si on les adopte, de regarder les probabilités comme indépendantes dans les directions qui leur sont parallèles.

» La formule qu'il déduit de ce théorème, M. Schulz, professeur à l'École polytechnique de Delft, l'a fait remarquer dans le numéro de février 1884, avait été déjà proposée par Bravais, dans son Mémoire sur la probabilité des erreurs de situation.

» M. Siacci s'est empressé de reconnaître l'identité des résultats. Les démonstrations sont très différentes.

» Ni l'une ni l'autre ne me semble concluante.

» Bravais suppose, en effet, que les coordonnées du point frappé dépendent de variables indépendantes en nombre quelconque, et que ces variables sont soumises aux lois de probabilité des mesures directement prises.

» Les conditions du tir ne présentent rien de pareil.

» M. Siacci substitue à cette hypothèse celle de *causes* indépendantes agissant chacune dans une direction déterminée. Les deux suppositions sont fort éloignées de l'évidence. L'indépendance des causes n'est pas admissible, elles tendent toutes à agir plus ou moins efficacement suivant le soin plus ou moins grand apporté à préparer le coup; les précautions prises pour écarter ou affaiblir l'une d'elles doivent faire supposer un soin égal dans la lutte contre les autres.

» La plupart des causes d'écart, d'ailleurs, ne tendent pas à agir dans une direction déterminée. Si la température inégale ou le mouvement des couches d'air a rendu le pointage imparfait, si la balle manque d'homogénéité, si son axe de figure n'a pas dans la cartouche la direction régulière et normale, toutes ces circonstances écartent la balle du but; peut-on dire dans quelle direction? Si le tireur, à chaque coup, cherche à corriger l'écart du coup précédent, il en résulte une cause d'écart négative, si l'on peut s'exprimer ainsi, mais de direction variable.

» Le général Putz, dans le numéro de la même *Revue* du mois d'avril 1884, se borne à démontrer l'existence nécessaire des axes de groupement, sans rattacher ce théorème de Géométrie à la théorie des probabilités dont il est, en effet, complètement indépendant.

» Le théorème, que j'appellerai *théorème de Bravais,* quoique la démonstration de Bravais n'y soit pas applicable, peut se déduire, comme celui de Gauss sur la loi de probabilité des erreurs d'observation, d'une hypo-

thèse implicitement acceptée dans toutes les études sur le tir et proposée, en 1722 déjà, par le célèbre géomètre Cotes :

» *Si l'on connaît un nombre quelconque de points où la cible a été frappée, la position la plus probable du point visé est le centre de gravité du système des points atteints.*

» Si l'on admet cette règle, aussi plausible précisément que celle des moyennes, en nommant $F(x, y)\,dx\,dy$ la probabilité pour que la balle frappe un élément $dx\,dy$, x_1, y_1, x_2, y_2, ..., x_n, y_n les coordonnées des points frappés, X et Y celles du but, le produit

$$F(X - x_1, Y - y_1)\,F(X - x_2, Y - y_2)\ldots F(X - x_n, Y - y_n)$$

devra être maximum lorsque X et Y considérés comme variables auront pour valeurs

$$X = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n},$$
$$Y = \frac{y_1 + y_2 + \ldots + y_n}{n}.$$

» Si donc on pose

$$\frac{d\,l.F(x, y)}{dx} = \varphi(x, y),$$
$$\frac{d\,l.F(x, y)}{dy} = \varpi(x, y),$$

les fonctions φ et ϖ sont telles que les équations

$$\varphi(\alpha_1, \beta_1) + \varphi(\alpha_2, \beta_2) + \ldots + \varphi(\alpha_n, \beta_n) = 0,$$
$$\varpi(\alpha_1, \beta_1) + \varpi(\alpha_2, \beta_2) + \ldots + \varpi(\alpha_n, \beta_n) = 0$$

sont les conséquences nécessaires de

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n = 0,$$
$$\beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_n = 0.$$

On en conclut aisément

$$\varphi(x, y) = ax + by,$$
$$\varpi(x, y) = a'x + b'y;$$

φ et ϖ étant les dérivées d'une même fonction, on doit avoir $b = a'$. On

en déduit

$$l.\,F(x,y) = \frac{ax^2}{2} + bxy + \frac{b'y^2}{2} + C$$

par conséquent, $F(x, y)$ est de la forme

$$G\,e^{-k^2x^2-2\lambda xy-k'^2y^2}.$$

C'est le théorème de Bravais.

» La condition nécessaire

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F(x,y)\,dx\,dy = 1$$

donne

$$G = \frac{\sqrt{k^2k'^2-\lambda^2}}{\pi}.$$

Les courbes d'égale probabilité sont les ellipses dont l'équation générale est

$$k^2x^2 + 2\lambda xy + k'^2y^2 = H.$$

Les trois constantes caractéristiques d'une série d'épreuves k, k' et λ peuvent se déduire des coordonnées des points atteints par rapport à deux axes arbitrairement choisis, l'un horizontal si l'on veut, l'autre vertical. Si l'on nomme $x_1, y_1, x_2, y_2, \ldots, x_n, y_n$ ces coordonnées, on pourra poser, lorsque n sera suffisamment grand,

$$\frac{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2}{n} = \frac{k'^2}{2(k^2k'^2-\lambda^2)} = A,$$

$$\frac{y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_n^2}{n} = \frac{k^2}{2(k^2k'^2-\lambda^2)} = B,$$

$$\frac{x_1y_1 + x_2y_2 + \ldots + x_ny_n}{n} = \frac{\lambda}{2(k^2k'^2-\lambda^2)} = C;$$

on en conclut

$$AB - C^2 = \frac{1}{4(k^2k'^2-\lambda^2)}.$$

$\frac{1}{k^2k'^2-\lambda^2}$ est proportionnel au carré de la surface de l'ellipse à l'intérieur de laquelle il y a probabilité donnée pour que la balle vienne se placer, et la différence $\sqrt{AB - C^2}$, très aisée à calculer, peut servir de mesure à la précision d'une arme supposée sans défaut.

» Quand l'arme est imparfaite, et elles le sont toutes, le centre de gravité des points frappés par le projectile n'est pas situé au centre de la cible, il faut, avant de calculer A, B et C, retrancher de chacune des coordonnées qui y figurent la coordonnée correspondante du centre de gravité.

» Les constantes étant déterminées, entre deux coups quel sera le meilleur?

» Il serait conforme à la théorie de désigner ainsi celui pour lequel la somme

$$k^2x^2 + 2\lambda xy + k'^2y^2$$

aurait la plus petite valeur. Les ellipses de même probabilité étant connues, les balles sont d'autant meilleures qu'elles se trouvent sur une ellipse plus petite. »

M. le général **Menabrea**, à la suite de la Communication de M. *Bertrand*, demande la parole pour signaler les remarquables travaux sur la Balistique de M. Siacci, qui est un des officiers d'artillerie les plus distingués de l'armée italienne.

« On sait que, par suite de la précision qu'on obtient actuellement avec les nouvelles armes et vu la nature des projectiles employés dont quelques-uns doivent faire explosion dans un point déterminé de la trajectoire, il est important d'avoir des Tables de tir propres à donner, non seulement la portée des pièces et la forme de la trajectoire des projectiles, mais encore la vitesse de celui-ci, l'inclinaison de la tangente à la trajectoire et le temps de parcours correspondant à chaque point de la courbe parcourue. La solution de ce problème, qui est fort simple lorsque la trajectoire a lieu dans le vide, devient au contraire fort compliquée lorsqu'on doit tenir compte de la résistance de l'air, d'abord parce que la loi de cette résistance est imparfaitement connue, ensuite parce que, dans une des hypothèses les plus simples et que jusqu'ici on a cru se rapprocher davantage de la vérité, celle de la résistance proportionnelle au carré de la vitesse, on se heurte à des difficultés analytiques qu'on n'est pas parvenu, jusqu'à présent, à surmonter d'une *manière pratique*.

» C'est pourquoi M. Siacci a abordé le problème d'une autre manière. D'abord il a étudié les lois de la résistance de l'air, et, par suite d'observations précises, il a pu reconnaître que cette résistance variait avec la vitesse. Partant de cette donnée, il a divisé la trajectoire en divers segments

se raccordant successivement les uns les autres et, pour chacun de ces segments, il a donné des formules qui lui ont permis de calculer des Tables au moyen desquelles on peut obtenir avec une suffisante approximation les éléments qui se réfèrent au mouvement du projectile et servent à constituer, d'une manière très prompte, ce qu'on appelle les *Tables de tir* dont se servent les artilleurs; cette méthode est devenue usuelle dans l'artillerie italienne, et les résultats qu'on en obtient correspondent à l'expérience.

» Cette même méthode n'est pas inconnue en France : elle a été adoptée par plusieurs écoles d'artillerie étrangères et spécialement par celle des États-Unis d'Amérique, où elle sert de base à l'enseignement de la Balistique. »

M. Bertrand ayant exprimé le désir de posséder, pour la Bibliothèque de l'Institut, les écrits de M. Siacci sur ce sujet, M. le général Menabrea prend l'engagement d'en écrire à l'auteur, qui sans doute s'empressera d'en faire hommage à la docte assemblée.

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Sur le mécanisme de l'immunité;* par M. A. Chauveau.

« Dans la dernière séance de l'Académie, notre illustre Confrère, M. Pasteur, a présenté le premier Volume des *Annales de l'Institut Pasteur* en appelant particulièrement l'attention sur l'un des Mémoires qu'il contient : c'est celui que MM. Roux et Chamberland ont consacré à l'*immunité, contre la septicémie, conférée par des substances solubles*.

» Je m'associe d'autant plus volontiers aux éloges donnés par M. Pasteur à ce travail, qu'il concourt à la démonstration des principes établis par mes recherches sur le mécanisme de l'immunité que crée, à l'organisme animal, une première atteinte de maladie infectieuse. Toutefois, je suis obligé de faire remarquer que les auteurs des nouvelles expériences méconnaissent le véritable caractère de mes propres travaux. Je tiens à restituer leur signification aux démonstrations expérimentales, par lesquelles j'ai prouvé que l'immunité doit être attribuée à l'influence d'une substance soluble laissée dans le corps par la culture du microbe pathogène.

» J'ai montré que, dans les maladies virulentes, le microbe pathogène

fabrique un *poison soluble*, cause principale de la mort des sujets malades. La première indication de l'existence de ce *poison soluble* se trouve dans un article de la *Revue de Médecine et de Chirurgie* de 1879. Quatre moutons devenus ultra-réfractaires au charbon, à la suite de trois inoculations charbonneuses, avaient reçu dans les veines chacun 1^{cc} de sang charbonneux et ils en avaient éprouvé un malaise très grave, en même temps que très fugitif.

» A quoi attribuer ce malaise passager? J'ai l'intention de soutenir, dans un autre travail, que l'agent infectieux lui-même n'y est que pour peu de chose, et que les troubles physiologiques observés sont dus surtout à la petite quantité du *poison soluble* contenu dans le sang charbonneux injecté ([1]).

» C'est en 1880 que j'expose les faits qui donnent la preuve de l'existence de ce *poison soluble*. Ils étaient contenus dans deux études traitant, l'une, de l'*action que l'agent infectieux du charbon exerce sur l'organisme des moutons réfractaires et des causes de la mort que ces agents entraînent quelquefois;* l'autre, de l'*action exercée sur l'agent infectieux par l'organisme des moutons réfractaires*. Cette dernière étude a été seule publiée ([2]); mais les faits qui y sont relatés suffisent amplement à la démonstration de l'action vénéneuse du sang charbonneux, dont il est parlé couramment dans les conclusions de cette étude. Je renvoie à cette étude et à mes publications ultérieures, particulièrement à une Communication faite, en 1885, à Grenoble, devant le Congrès de l'Association pour l'avancement des Sciences ([3]), ainsi qu'à ma Notice de mars 1886 sur mes *Travaux scientifiques* (p. 37).

» En même temps que je démontrais la présence d'un poison soluble dans le milieu de culture naturelle du *bacillus anthracis*, je recueillais les faits et j'instituais les expériences qui me permettaient d'attribuer la création de l'immunité à l'action de ce poison ou de toute autre matière soluble fabriquée dans le sang par le microbe infectieux.

» L'expérience m'avait appris ([4]) que :

» La grande quantité des agents infectants dans les inoculations de sang de rate aux moutons algériens est une des conditions qui permettent de vaincre la résistance que ces animaux opposent en général au virus charbonneux. »

([1]) *Revue de Médecine et de Chirurgie*, t. III, p. 868 et 869; 1879.

([2]) *Comptes rendus*, 1880.

([3]) *Revue scientifique*, t. II, p. 354; 1885.

([4]) Voir *Comptes rendus*, t. XC, 28 janvier 1880.

» C'était en contradiction avec la théorie générale de l'immunité que venait de publier M. Pasteur. Je l'ai fait remarquer dans les termes suivants :

» Les faits que je viens de faire connaître démontrent que la bactéridie charbonneuse se comporte dans l'organisme des moutons algériens, non pas comme s'il était privé de principes nécessaires à la vie bactéridienne, mais bien plutôt comme si c'était un milieu rendu impropre à cette dernière par la présence de *substances nuisibles*. En très petit nombre, les bactéridies sont arrêtées dans leur développement par l'influence inhibitive de ces substances. Très nombreux, au contraire, elles peuvent surmonter bien plus facilement cet obstacle à leur prolifération.

» Cette manière de voir comportait une extension toute naturelle à l'explication de l'immunité acquise ou renforcée.

» Quand un microbe infectieux s'est une première fois multiplié dans son milieu naturel de culture, et qu'il l'a ainsi rendu rebelle à toute culture ultérieure, ce n'est pas qu'il l'a épuisé en le privant de toutes les substances nécessaires au développement du microbe, mais bien parce que celui-ci a fabriqué des substances qui, en imprégnant ce milieu de culture, l'ont plus ou moins stérilisé. Mais ce n'est là qu'une déduction. Quoique j'aie prouvé (1) que l'influence du nombre des bactéridies dans les inoculations charbonneuses se manifeste également sur les sujets dont l'immunité a été créée ou considérablement renforcée par des inoculations préventives, il n'y a pas, dans les faits qui viennent d'être rappelés, la démonstration directe de l'influence stérilisante d'une matière laissée dans le corps animal par les microbes pathogènes. Les choses se passent *comme si* cette influence stérilisante est réellement exercée, soit par le poison soluble, dont l'existence m'avait été prouvée par les expériences rappelées plus haut, soit par toute autre substance à déterminer : voilà tout ce que je pouvais dire au moment où je faisais connaître mes premières expériences sur l'influence du nombre des microbes infectieux, et je n'ai pas, en effet, dit autre chose. C'est alors que MM. Roux et Chamberland auraient été autorisés à écrire que, si je rejetais la théorie de l'épuisement et si j'adoptais l'autre, c'est seulement parce que cette dernière « rend mieux compte des faits ».

» Mais aux premières indications que je viens de faire connaître il n'a pas tardé à se joindre une démonstration directe, absolument probante en faveur de l'opinion qui attribue l'immunité à l'imprégnation de l'orga-

---

(1) *Comptes rendus*, t. XCI; 18 octobre 1880.

nisme par les produits solubles résultant de l'activité, de la vie, de la multiplication du microbe pathogène.

» Dans les faits précédents, l'organisme qui devient de plus en plus réfractaire, à la suite d'inoculations préventives, a été soumis à l'action simultanée des microbes pathogènes et des produits solubles que ceux-ci engendrent. Je me suis dit que, s'il était possible de conférer l'immunité contre le sang de rate à un organisme dans lequel il ne pourrait pénétrer que ces produits solubles, la démonstration du mécanisme de l'acquisition de l'immunité ne laisserait plus rien à désirer. Or cette démonstration a été donnée par les expériences que j'ai racontées, le 19 juillet 1880, dans la Note intitulée : *Du renforcement de l'immunité des moutons algériens, à l'égard du sang de rate, par les inoculations préventives. Influence de l'inoculation de la mère sur la réceptivité du fœtus* (¹). Dans ces expériences, il est démontré que les agneaux nés de mère inoculée du sang de rate pendant la gestation deviennent tous réfractaires à l'action du virus charbonneux. Or, d'après les recherches de Brauell, chez les brebis pleines qui meurent du charbon, les bacilles fourmillant dans le sang de la mère ne passent point dans le sang du fœtus. Le placenta les arrête comme le ferait un filtre. Il n'y a que les matières solubles du sang qui puissent traverser le placenta. Si les tissus du fœtus deviennent inaptes à la prolifération du bacille charbonneux, il faut bien admettre que la résistance qu'ils acquièrent est due à leur imprégnation par les matières solubles qui, du sang de la mère, sont passées dans celui du jeune sujet.

» Je sais bien que la signification de cette expérience a été contestée. MM. Strauss et Chamberland, d'un côté (²), M. Perroncito, d'un autre côté (³), puis M. Koubassoff (⁴) ont démontré que Brauell et Davaine étaient allés beaucoup trop loin en avançant que les bacilles ne passent jamais de la mère au fœtus. Ce serait seulement dans une petite minorité de cas que le fait se produirait. Le plus souvent le passage s'effectue, en très petite quantité il est vrai, car ce n'est qu'en employant des procédés délicats de recherches qu'on peut démontrer l'existence des bacilles dans le sang ou les organes du fœtus. S'il en est ainsi, on n'est plus autorisé à considérer l'immunité du nouveau-né produite seulement par les matières

---

(¹) *Comptes rendus*, t. XCI, 19 juillet 1880.
(²) *Ibid.*, t. XCV, p. 1290; 1882.
(³) *Accademia dei Lincei*, 1883.
(⁴) *Comptes rendus*, t. CI, p. 101; 1885.

solubles qu'il a puisées dans le sang de la mère. Voilà l'objection qui m'a été faite. Je ne l'atténue pas. Qu'en doit-on penser?

» Je dirai nettement qu'elle ne peut rien enlever à la valeur de ma démonstration. Je ne conteste nullement la parfaite exactitude des faits mis en lumière pour la première fois par MM. Strauss et Chamberland; mais ils ne s'appliquent point à mon cas, et j'ai toujours protesté dans toutes mes publications ([1]) contre une telle application. Mes expériences n'ont été faites ni sur les femelles de cobayes, qui ont servi dans presque toutes les expériences des autres physiologistes, ni même sur des lapines. Elles ont porté toutes sur des brebis pleines; j'ajoute *sur des brebis arrivées aux dernières semaines de la gestation*. Or, quand une brebis, dans ces conditions, succombe aux suites d'une inoculation charbonneuse, ce n'est qu'exceptionnellement que le sang fœtal contient des bacilles, et encore en quantité si petite qu'il est impossible d'en constater la présence par la recherche microscopique.

» J'ai à fournir de nombreux exemples; en ne retenant que les cas qui ont été recueillis avec des détails précis, j'en puis citer *onze*, sur lesquels *deux* seulement ont été positifs. Et cependant l'essai du sang du fœtus a été fait dans les conditions les plus favorables à la rencontre du bacille. Cet essai a consisté dans l'injection sous-cutanée de 1^{cc} de sang cardiaque, sur des moutons sains appartenant à des races éminemment impressionnables au charbon, procédé plus sûr que celui de l'ensemencement de *quelques gouttes* de sang dans un certain nombre de ballons de culture.

» Ainsi, *deux* succès seulement sur *onze* cas! Et encore ai-je quelques doutes sur la signification d'un des cas positifs, parce que toutes les précautions indiquées pour éviter la contamination accidentelle par le sang de la mère n'avaient pas été prises.

» Veut-on savoir maintenant combien de fois il est arrivé qu'un agneau, né d'une mère inoculée du charbon *dans les dernières semaines de la gestation*, ait échappé à l'immunité? *Pas une fois!* Je ne compte plus mes expériences. Elles ont été poursuivies pendant sept ans, tant sur des brebis algériennes inoculées avec du virus fort, que sur des brebis du pays inoculées avec du virus atténué, ces dernières de beaucoup les plus nombreuses. Chaque fois qu'un agneau naissait d'une de ces brebis, il était soumis à l'épreuve de l'inoculation avec du virus fort, dans les premières semaines

---

([1]) Voir, en particulier, *Revue scientifique*, t. II, p. 358 (1884), et *Revue de Médecine*, t. VII, p. 186 (1887).

de son existence. Or *aucun* n'a succombé, et ceux qui provenaient de mères algériennes n'ont même pas présenté les signes d'infection plus ou moins grave qu'on ne manque jamais de provoquer sur les sujets issus de mères non inoculées pendant la gestation.

» Je ne saurais donner le chiffre exact de mes expériences, car on avait fini par ne plus les enregistrer. Il dépasse certainement quarante.

» Ainsi *tous* les agneaux, au nombre de *quarante* au moins, nés dans mon laboratoire, de mères inoculées du charbon pendant les dernières semaines de la gestation, ont acquis l'immunité. Combien sur ce nombre ont été exposés à être pénétrés (on sait en quelle quantité presque inappréciable) par les bacilles du sang de la mère? Sept au plus, c'est-à-dire moins du cinquième, d'après le résultat des expériences que j'ai citées plus haut. En quoi cette infime minorité peut-elle infirmer la signification des autres cas, comme démonstration de la création de l'immunité au moyen d'une matière soluble que le fœtus puise par osmose dans le sang de la mère?

» Mais j'irai plus loin et je dirai qu'il est probable, sinon absolument certain, que l'immunité a été créée chez *tous* mes agneaux sans qu'un bacille de la mère ait pénétré dans le sang d'aucun d'eux. Et, en effet, quand l'évolution du virus charbonneux, fort ou atténué, sur les brebis pleines, n'entraîne ni la mort, ni l'avortement ([1]), il y a les plus grandes chances pour que le bacille, si rare, parfois même tout à fait absent, dans le sang de la mère, ne se trouve *en aucun cas* dans celui du fœtus. Je n'ai *jamais* réussi à en déceler l'existence sur les fœtus de brebis inoculées du charbon dans des conditions assurant la survie et tuées au moment où elles arrivaient à la fin de la période aiguë de l'infection.

» Donc l'immunité acquise par le fœtus de la brebis inoculée du charbon reste une preuve démonstrative de la création de cette propriété par l'action d'une matière soluble, produit de la vie microbienne.

» J'ai raconté ailleurs ([2]) mes tentatives pour donner une nouvelle démonstration de ce mécanisme de l'immunité, en injectant, sur des animaux sains, du sang charbonneux dans lequel les germes avaient été tués par l'action d'une température élevée. Ces tentatives ont été infructueuses; j'ai expliqué pourquoi. Peut-être aurai-je l'occasion de revenir sur ce sujet. En attendant, j'applaudis au succès de ceux qui ont été plus heureux que moi,

---

([1]) Pendant le long cours de mes expériences, il n'a été constaté que *deux* cas d'avortement.

([2]) *Revue scientifique*, t. II, p. 358 (1884), et *Revue de Médecine*, t. VII, p. 187 (1887).

à tous les résultats expérimentaux nouveaux montrant qu'une matière soluble, provenant d'une culture microbienne effectuée en dehors de l'organisme d'un animal, peut créer ou concourir à créer l'immunité dans cet organisme : ceux obtenus par M. Pasteur dans la pratique des vaccinations antirabiques; ceux de M. Charrin, portant sur le liquide des cultures du bacille pyocyanogène; ceux enfin que MM. Roux et Chamberland viennent d'obtenir avec le liquide des cultures de vibrion septique.

» Ces derniers résultats sont particulièrement intéressants pour moi. M. Pasteur, en les faisant connaître, a rappelé que j'avais étudié (¹), avec M. Arloing, la maladie causée par ce vibrion septique. J'ai été très étonné de ne pas voir notre travail signalé dans le Mémoire de MM. Roux et Chamberland. C'est en effet dans ce travail que se trouve démontrée, pour la première fois, la création de l'immunité contre la maladie du vibrion septique.

» Quelques gouttes du liquide virulent introduites sous la peau tuent les chevaux et les ânes en quatre ou six jours, en produisant d'énormes œdèmes qui rendent parfois les animaux difformes.

» Mais les mêmes animaux résistent à l'injection intra-veineuse de plusieurs centilitres du même liquide virulent; et, si l'injection est réitérée plusieurs fois, on rend ces animaux absolument réfractaires à l'injection sous-cutanée des virus les plus forts.

» Les moutons et les chiens ont été vaccinés de la même manière.

» C'est aussi dans ce travail qu'on a démontré, pour la première fois, que les liquides virulents, débarrassés par la filtration du vibrion septique, perdent toute leur virulence et peuvent être introduits en quantité notable dans le tissu conjonctif sous-cutané sans causer d'infection. Il ne nous a manqué que de chercher si les sujets ainsi inoculés étaient devenus réfractaires à l'action du vibrion lui-même.

» C'est ce qu'ont fait MM. Roux et Chamberland et je leur en suis très reconnaissant; ils ont enlevé ainsi tout appui à la vive opposition qu'avaient rencontrées, dans leur entourage même, les démonstrations sur lesquelles j'avais fondé la théorie de la création de l'immunité par l'action des produits solubles de la vie microbienne. »

(¹) *Bulletin de l'Académie de Médecine*, p. 604 et 1129 (1884).

ASTRONOMIE. — *Remarques sur une objection de M.* Khandrikoff *à la théorie des taches et des protubérances solaires.* Note de M. **H. Faye.**

« M. Henry Gauthier-Villars a donné, dans le dernier numéro du journal *l'Astronomie* de M. Flammarion, un compte rendu très intéressant de la récente éclipse totale de Soleil observée, sur un sommet de l'Oural, par M. Khandrikoff, professeur d'Astronomie à l'Université de Kew. J'y trouve une objection que le savant observateur oppose à ma théorie des taches et des protubérances. M. Khandrikoff constate d'abord, comme l'a fait dernièrement notre savant Correspondant M. R. Wolf, de Zurich, que l'année 1887 coïncide presque avec le minimum des taches; il ajoute que, pendant les onze jours qui ont précédé l'éclipse, c'est à peine si les observations les plus minutieuses ont permis d'en noter deux de peu d'importance. Il semble donc, dit-il, qu'il aurait fallu, d'après la théorie de M. Faye, inférer de cette absence de taches que, pendant l'éclipse, on apercevrait peu ou point de protubérances. Quelques astronomes l'avaient annoncé. On sait, ajoute-t-il, que ces prévisions ne se réalisèrent pas. M. Khandrikoff a noté en effet quelques protubérances pendant cette éclipse, une de 4′ de hauteur sur le bord oriental avec trois autres insignifiantes, et quelques protubérances basses sur le bord opposé.

» Cela est bien loin du grand déploiement de protubérances qui apparurent dans les éclipses voisines de l'époque du maximum; mais, sans m'arrêter à cet argument, je dirai que la difficulté dont M. Khandrikoff a été frappé, à savoir l'apparition de quelques protubérances à une époque où il n'y avait que deux petites taches sur le disque du Soleil, tient à ce qu'il n'a pas assez remarqué que, dans ma théorie, les taches n'engendrent pas seules des protubérances. Mais je n'ai pas dit cela : si ma théorie attribuait les protubérances aux taches seules, elle ne serait pas soutenable, car on voit des protubérances autour du Soleil dans des régions où les taches n'apparaissent jamais. Dans toutes mes publications, et en particulier dans l'exposé que j'ai fait de cette théorie pour l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* pour 1887, j'ai insisté sur ce point que les très petites taches, connues sous le nom de *pores*, concourent à la production de ce phénomène aussi bien que les taches ordinaires, les seules que l'on note ordinairement. Ces pores, qui ne figurent pas dans la statistique des taches (sauf en Italie où quelques observateurs font entrer en ligne de compte les plus

visibles sous le nom de *pori*) agissent exactement comme les taches, à l'intensité près. Or ces pores se produisent partout et ne disparaissent pas entièrement à l'époque des minima.

» Les grandes taches débutent à l'état de pores et grandissent rapidement; mais cette transformation de pores en taches ne s'opère que dans une double zone, variant d'étendue périodiquement de part et d'autre de l'équateur, zone qui ne dépasse guère 45° de latitude héliocentrique dans ses plus grandes excursions. Cela tient, sans aucun doute, à ce que les courants parallèles de la photosphère présentent plus de régularité dans cette région. Il en résulte que les mouvements giratoires qui produisent les pores, une fois établis, peuvent durer longtemps et parcourir les phases ordinaires de leur développement normal.

» D'après cela, les protubérances, bien que dues à un seul et même mécanisme, doivent présenter des différences suivant qu'elles proviennent des taches proprement dites ou des pores.

» L'analyse spectrale nous a permis de distinguer certains phénomènes caractéristiques dans les protubérances lumineuses; or il est assez remarquable que ces notions nouvelles soient venues compléter ma théorie au lieu de la contredire.

» On sait en effet aujourd'hui qu'il y a deux sortes de protubérances, les unes dites *éruptives*, bien qu'il n'y ait absolument rien d'éruptif sur le Soleil, les autres dites *nuageuses* ou *quiescentes*. Les premières sont beaucoup plus élevées en général que les secondes; elles affectent la forme de jets brillants, de langues de feu plus ou moins compliqués, changeant avec beaucoup de rapidité, tandis que les autres, bien plus basses, de forme nuageuse, occupent parfois d'assez grands arcs sur le disque du Soleil et sont bien moins tourmentées. Les premières entraînent avec elles, audessus de la chromosphère, des vapeurs métalliques qu'on ne retrouve pas dans les secondes. Enfin les premières ne sortent pas des limites des taches : on n'en voit jamais dans les régions polaires, tandis que les secondes se produisent partout.

» Évidemment les premières sont dues aux taches, les secondes aux simples pores qu'on observe si souvent dans les facules isolées recouvertes de protubérances. Si donc on veut comparer la statistique des taches à celle des protubérances, il ne faut compter parmi ces dernières que les *éruptives* et non les *nuageuses*. Alors disparaîtront les quelques anomalies qu'on m'oppose, uniquement parce qu'on a oublié de noter, en lisant l'exposé de mes idées, la distinction que j'ai posée tout d'abord, il y a quinze

ans, entre les pores qu'on voit partout et les taches qui sont confinées entre des limites périodiquement variables. Par exemple, dans l'éclipse observée par M. Khandrikoff, une seule protubérance paraît être de nature éruptive : les autres sont probablement dues à de simples pores.

» Ma théorie est basée sur ce double fait que, d'une part, les protubérances des deux catégories, éruptives ou quiescentes, entraînent en haut des masses d'hydrogène qui retombent continuellement dans le réservoir commun de la chromosphère (couche d'hydrogène qui enveloppe le Soleil sur une épaisseur d'environ 1800 lieues), et, d'autre part, que la chromosphère, malgré cet apport continuel d'hydrogène, n'a pas augmenté d'épaisseur depuis près de deux siècles qu'on l'a entrevue pour la première fois. Il s'agit donc là d'une circulation verticale de l'hydrogène de la chromosphère. L'hydrogène, pris dans cette couche, doit être entraîné en bas dans les couches placées au-dessous de la photosphère, puisqu'il ne saurait ailleurs rencontrer les vapeurs métalliques qu'il entraîne avec lui dans les protubérances éruptives; puis, abandonné par la force qui l'a fait descendre, il doit remonter, en vertu de sa légèreté spécifique et de sa surchauffe, bien au-dessus du point de départ pour retomber finalement dans la chromosphère. Impossible de comprendre autrement cette circulation.

» Étant donné le mode d'alimentation que j'ai assigné à la photosphère [1], cette circulation ne peut s'expliquer que de deux façons, par une action chimique très particulière, ou par une action mécanique non moins particulière.

» On conçoit la première en admettant un peu gratuitement que, parmi les matériaux refroidis et condensés qui constituent les nuages de la photosphère, quelques-uns ont, à cette température, une affinité spéciale pour l'hydrogène [2], et qu'ils l'abandonnent à une température plus élevée, celle de la volatilisation. A ce compte, l'hydrogène de la chromosphère serait absorbé par les particules nuageuses de la surface brillante, et tomberaient avec elles en pluie vers l'intérieur. Parvenu à une certaine profondeur, dans des couches plus chaudes, cet hydrogène redeviendrait libre; il remonterait donc, en vertu de sa légèreté spécifique, jusqu'au réservoir commun de la chromosphère et même un peu au delà.

» Mais le seul aspect des protubérances dément cette explication. Si elle était vraie, l'absorption de l'hydrogène par les nuages de la photo-

---

(1) *Annuaire du Bureau des Longitudes* pour 1873.

(2) Le fer, par exemple, toujours présent dans la photosphère, pourrait jouer ce rôle.

sphère s'opérerait uniformément sur toute la surface du Soleil, et il en serait de même de son retour ascendant. D'ailleurs, les relations évidentes qui existent entre les taches et les protubérances éruptives seraient incompréhensibles.

» La seconde explication nous conduit à considérer les taches et les pores comme l'agent mécanique de cette circulation. Il est certain, par l'aspect même des taches, c'est-à-dire par le refroidissement qu'implique l'existence de ces trous obscurs, que des matériaux froids, bien plus froids que ceux de la photosphère, s'y engloutissent incessamment. Or ces matériaux froids n'existent que dans la chromosphère. C'est donc l'hydrogène de cette couche qui est entraîné dans les profondeurs des taches et qui doit, dès lors, remonter à la surface tout autour des taches, après avoir été abandonné dans les couches profondes à haute température. Cet hydrogène ainsi surchauffé remontera tumultueusement autour des taches ou des pores; il rejaillira à une hauteur qui dépendra de sa légèreté spécifique et de son degré de surchauffe. La circulation sera dès lors complète et la chromosphère n'éprouvera jamais d'augmentation, puisque cet hydrogène qui lui arrive sans cesse n'est autre que l'hydrogène qui lui est sans cesse enlevé par les pores et les taches.

» Il restait à expliquer ce mécanisme des taches et à indiquer la source de leur énergie. C'est ce que j'ai tâché de faire, en les assimilant à des tourbillons descendants dans les cours d'eau. Les astronomes savent, depuis Laugier et surtout depuis Carrington, que les parallèles du Soleil n'ont pas la même vitesse de rotation. Celle-ci diminue de l'équateur aux pôles. Or ces inégalités de vitesse dans des courants parallèles à l'équateur doivent donner naissance, comme dans nos cours d'eau, à des tourbillons descendants, à axe vertical, capables d'engloutir des matériaux légers et de les entraîner à une certaine profondeur. Ces tourbillons existent certainement sur le Soleil (1); on les voit à l'œuvre avec les mêmes caractères mécaniques que les tourbillons de nos fleuves. L'explication est donc complète, car elle comprend à la fois la formation des taches, celle des protubérances, et la circulation incessante de l'hydrogène solaire, en rattachant tous ces phénomènes (les facules comprises) à une cause mécanique réellement existante, à savoir la différence de vitesse de rotation des

(1) C'est à tort qu'on a cherché des indices de leur giration violente dans l'espèce de photosphère qui se forme au-dessous de leur embouchure, à distance, par suite du refroidissement qu'ils propagent autour d'eux.

zones de la photosphère. Cette différence même me paraît résulter du mode de refroidissement du Soleil, dont la masse se compose de gaz permanents et de vapeurs métalliques facilement condensables à la superficie. Je ne crois pas que l'analyse spectrale, avec sa richesse d'informations nouvelles, ait apporté une seule notion qui contredise cette théorie.

» Les seules difficultés qu'on lui ait opposées tiennent, comme on l'a vu au commencement de cette Note, à ce qu'on oublie que les grandes taches ne sont pas le seul agent de cette circulation, et que les très petites taches, c'est-à-dire les pores, y contribuent aussi à leur façon. »

ARITHMÉTIQUE. — *Sur les nombres parfaits*. Note de M. **Sylvester**.

« Existe-t-il des nombres parfaits impairs? C'est une question qui reste indécise.

» Dans un article intéressant de M. Servais, paru dans le journal *Mathesis* en octobre 1887, on trouve cette proposition qu'*un nombre parfait (s'il y en a) qui ne contient que trois facteurs premiers distincts est nécessairement divisible par* 3 *et* 5. Je vais démontrer ici qu'un tel nombre n'existe pas, au moyen d'un genre de raisonnement qui m'a fourni aussi une démonstration de ce théorème qu'*il n'existe pas de nombre parfait qui contienne moins de six facteurs premiers distincts*.

» On voit facilement que la somme de la série géométrique

$$1 + c + c^2 + \ldots + c^i,$$

où c est impair, sera elle-même paire quand i est impair; de plus, quand i est pair, cette somme sera toujours paire, mais impairement paire seulement dans le cas où $c \equiv i \equiv 1 \pmod 4$.

» Donc, si un nombre parfait impair est de la forme $p^i q^j r^k \ldots$, (p, q, r, ... étant des nombres premiers distincts), tous les indices $i, j, k, \ldots$ doivent être pairs à l'exception d'un seul, soit i, lequel, de même que sa base p, sera congru à 1 par rapport au module 4; car on doit avoir

$$\int p^i \int q^j \int r^k \ldots = 2 p^i q^j r^k \ldots,$$

$\int x^i$ représentant $1 + x + \ldots + x^i$, c'est-à-dire $\frac{x^{i+1} - 1}{x - 1}$.

» Ainsi, on voit qu'un nombre parfait impair (si un tel nombre existe)

sera de la forme

$$M^2(4q+1)^{4k+1},$$

$4q+1$ étant un nombre premier qui ne divise pas M.

» Comme corollaire, on peut déduire qu'aucun nombre parfait impair ne peut être divisible par 105; en effet, soit un tel nombre

$$3^{2i}5^x7^{2k}\ldots,$$

on aura

$$\frac{\int 3^{2i}\int 5^x\int 7^{2k}}{3^{2i}5^x7^{2k+1}} \overset{=}{>} \left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}\right)\left(1+\frac{1}{5}\right)\left(1+\frac{1}{7}+\frac{1}{7^2}\right);$$

c'est-à-dire $\overset{=}{>} \frac{2.13.19}{5.49}$; c'est-à-dire $\frac{494}{245}$ qui est plus grand que 2.

» Remarquons qu'en général, si $p^i q^j r^k\ldots$ est un nombre parfait, il faut que $\frac{p^{i+1}}{p^i(p-1)}\,\frac{q^{i+1}}{q^i(q-1)}\cdots$, c'est-à-dire $\frac{p}{p-1}\,\frac{q}{q-1}\,\frac{r}{r-1}\cdots$, soit plus grand que 2.

» Ainsi, à moins que le plus petit des éléments $p, q, r, \ldots$ ne soit plus grand que 3, on doit avoir

$$\frac{5}{4}\,\frac{7}{6}\,\frac{11}{10}\,\frac{13}{12}\,\frac{17}{16}\,\frac{19}{18}\cdots > 2,$$

mais en ne dépassant pas 19; ce produit est moindre que 1,94963. Conséquemment le nombre des éléments, dans ce cas, doit être 7, au moins. Puisque $1{,}95\times\left(1+\frac{1}{40}\right) < 2$, on voit immédiatement que, si un nombre parfait à 7 éléments parmi lesquels 3 ne figurent pas existe, le septième élément ne pourrait pas dépasser 37.

» Passons au cas de 3 éléments 3, q, r d'un nombre parfait impair. Puisque $\frac{3}{2}\,\frac{7}{6}\,\frac{11}{10} = \frac{231}{120} < 2$, on voit que $3^i 7^j 11^k$, et à plus forte raison $3^i p^j q^k$, où p, q sont des nombres quelconques autres que 3 ou 5, ne peut être un nombre parfait.

» Supposons donc que 3, 5, q sont les éléments d'un nombre parfait : puisque $\frac{3}{2}\,\frac{5}{4}\,\frac{17}{16} = \frac{255}{128} < 2$, on voit que q ne peut être ni 17, ni un nombre quelconque plus grand que 17. Donc $q=11$ ou $q=13$; car nous avons vu que 3, 5, 7 ne peuvent jamais se trouver réunis comme éléments d'un nombre parfait quelconque.

» 1° Soient 3, 5, 13 les éléments. L'indice de 13 ne peut pas être im-

pair, car alors le nombre $\int 13^{2i+1} = \frac{13^{2i+2}-1}{13-1}$ contiendrait le facteur 7, et 7 devrait être un des éléments. Il s'ensuit que $(3^{2i+1}-1)(13^{2j+1}-1)$ devrait contenir 5; mais, par rapport au module 5, une puissance impaire quelconque de 3 ou 13 est congrue à 3 ou à 2. Donc la combinaison 3, 5, 13 est inadmissible.

» 2° Soient 3, 5, 11 les éléments.

» L'indice de 5 doit être de la forme $4j+1$; mais, si $j>0$,

$$\int 5^{4j+1} = \frac{5^{4j+2}-1}{5-1}$$

contiendra les trois nombres impairs premiers entre eux $\frac{5^{2j+1}-1}{5-1}$, $\frac{5^{2j+1}+1}{5+1}$, $\frac{5+1}{2}$. Conséquemment, il y aura au moins trois autres éléments en plus de 5, ce qui est inadmissible : donc le nombre sera de la forme $3^{2i}5\ 11^{2k}$.

» Donc $(1+5)(11^{2k+1}-1)$ doit contenir 9, ce qui est impossible; car $11^{2k+1} \equiv 2 \pmod{3}$.

» Ainsi, on voit qu'un nombre impair avec 3 éléments seulement ne peut exister.

» Quant aux nombres parfaits pairs, Euclide a démontré que $2^n \int 2^n$, c'est-à-dire $2^n(2^{n+1}-1)$, est un nombre parfait pourvu que $2^{n+1}-1$ soit un nombre premier. Mais on doit à Euler la seule preuve que je connaisse de la proposition réciproque qu'*il n'existe pas de nombres pairs parfaits autres que ceux d'Euclide.* »

M. Albert Gaudry fait hommage à l'Académie d'un Mémoire intitulé : *L'Actinodon* et montre une planche in-folio qui représente un squelette entier de cet animal, dans sa grandeur naturelle. M. Bayle, directeur de la Société lyonnaise des schistes bitumineux d'Autun, a découvert ce curieux échantillon dans le schiste permien des Télots, auprès d'Autun, et l'a donné au Muséum de Paris. M. Albert Gaudry est heureux de rendre hommage au zèle scientifique des ingénieurs d'Autun, et à leur générosité; grâce à eux, il a été possible d'entreprendre dans le Muséum des études qui jettent quelque lumière sur l'histoire des plus anciens Quadrupèdes terrestres de notre pays.

M. le général **Menabrea**, en présentant à l'Académie le prospectus d'une nouvelle édition des OEuvres de Galilée, s'exprime comme il suit :

« Dans une des séances de l'année dernière, j'ai eu l'honneur d'annoncer à l'Académie des Sciences (Institut de France) que l'Italie venait d'entreprendre, sous les auspices de S. M. le Roi Humbert Ier, une nouvelle édition des OEuvres de Galilée, et qu'elle ferait appel à tous les savants et particulièrement à l'Académie, pour que cette édition soit aussi complète que possible.

» La publication de cette édition, qui se fait aux frais de l'État, est confiée à M. le professeur Favaro, de l'Université de Padoue, qui me charge d'en présenter à l'Académie le prospectus ci-joint ; il m'informe que l'Ouvrage se composera d'environ vingt-cinq Volumes, qui ne seront pas mis dans le commerce ; mais, au fur et à mesure qu'ils paraîtront, ils seront offerts à l'Académie ainsi qu'aux bibliothèques publiques les plus importantes. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de Commissions de prix, chargées de juger les concours de l'année 1888.

Le dépouillement donne les résultats suivants :

Grand prix des Sciences mathématiques (Perfectionner la théorie des fonctions algébriques de deux variables indépendantes). — MM. Hermite, Jordan, Darboux, Halphen, Poincaré réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Bonnet et Bertrand.

Prix Bordin (Perfectionner en un point important la théorie du mouvement d'un corps solide). — MM. Lévy, Phillips, Resal, Darboux, Sarrau réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Hermite et Boussinesq.

Prix Francœur. — MM. Bertrand, Hermite, Darboux, Phillips, Poincaré réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Jordan et Halphen.

Prix Poncelet. — MM. Darboux, Hermite, Phillips, Jordan, Bertrand

réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Resal et Halphen.

Prix extraordinaire de six mille francs. — MM. Jurien de la Gravière, Pâris, Bouquet de la Grye, de Jonquières, Mouchez réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix, sont MM. Sarrau et Perrier.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

J. Molas adresse un Mémoire relatif à un appareil automatique destiné à prévenir les explosions du grisou.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

M. **Rigou** adresse une Note relative au Phylloxera.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

M. **J. Giraud** adresse, par l'entremise du Ministère de l'Instruction publique, une Note relative au système solaire.

(Renvoi à l'examen de M. Tisserand.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, le Tome V des « Mémoires d'Anthropologie de *Paul Broca*, avec une introduction et des Notes de M. S. Pozzi ». (Présenté par M. Verneuil.)

M. le **Secrétaire perpétuel** communique à l'Académie une Lettre de M. *Monestier*, ingénieur des Ponts et Chaussées, relative à divers travaux qui doivent être exécutés sur le terrain où s'élève la pyramide géodésique de Villejuif.

La question sera soumise à l'examen d'une Commission composée de MM. Faye, Wolf, Perrier, Tisserand.

ASTRONOMIE. — *Observations faites à l'observatoire d'Alger pendant l'éclipse totale de Lune du 28 janvier 1888.* Note de M. **Ch. Trépied**, présentée par M. Mouchez.

« Les observations faites à l'observatoire d'Alger pendant l'éclipse totale de Lune du 28 janvier dernier comprennent :

» 1° La détermination des instants des phases;

» 2° L'étude des colorations du disque de la Lune;

» 3° L'examen spectroscopique de la partie éclipsée du disque;

» 4° Les occultations des étoiles contenues dans la liste préparée par l'observatoire de Poulkova dans le but d'obtenir une détermination précise du diamètre apparent de la Lune.

» A $9^h 42^m$, temps moyen d'Alger, l'ombre se voit nettement sur le bord du disque.

» A $9^h 56^m$, l'ombre est grisâtre dans ses parties intérieures, plus brune à son bord. Le bord de la Lune couvert par l'ombre est beaucoup plus brillant que les autres parties éclipsées du disque.

» A $10^h 21^m$, le bord éclipsé a pris une teinte rouge, qui a son maximum d'intensité dans l'angle pôle 45°.

» A $10^h 43^m 58^s$, commencement de la totalité. A l'œil nu, la teinte rouge cuivre est très belle; dans le télescope de $0^m,50$ le disque paraît jaune.

» A $13^h 23^m 20^s$, sortie de l'ombre.

» Au point de vue physique, le fait caractéristique de cette éclipse me paraît être la teinte rouge cuivre du disque. Il convient de remarquer que cette teinte n'a pas été observée dans toutes les éclipses antérieures. Ainsi, pour ne citer qu'un exemple, pendant l'éclipse totale du 4 octobre 1884, la teinte du disque m'avait paru nettement bleue. Dans cette circonstance d'ailleurs, les apparences signalées par les différents observateurs ont présenté des divergences considérables. Il sera intéressant de comparer entre elles les observations faites sous ce rapport dans la présente éclipse.

» M. Thomas, professeur de Physique à l'École des Sciences d'Alger, avait bien voulu se charger de l'examen spectroscopique de la partie éclipsée du disque, et voici les faits qu'il a observés avec un spectroscope à un seul prisme de flint ordinaire de 60°. Immédiatement au bord de l'ombre, le violet du spectre est très affaibli, l'affaiblissement relatif du rouge est beaucoup moindre. Un peu plus avant dans l'ombre, la teinte,

vue à l'œil nu, est bleu verdâtre, le spectre se réduit à une bande commençant au voisinage de D, finissant près de F et au delà, avec un maximum très marqué vers la raie E. C'est un fait qui ne semble pas avoir été signalé dans les observations d'éclipses antérieures. D'ailleurs aucune absorption élective n'a paru digne d'être notée.

» Je donne maintenant les instants des occultations que j'ai observées au télescope de $0^m,50$ d'ouverture. Il y a, en tout, 19 phénomènes : 13 émersions et 6 immersions.

	Temps moyen d'Alger.	Étoiles.
I..........	$10^h.58^m.25^s,7$	Même angle de position que le n° **161**; gr. 9.5.
E.........	11.13.47,7	**180**
I..........	11.19.35,0	**176**
I..........	11.21.13,7	**192**
I..........	11.23.44,7	**193**
I..........	11.25.20,7	**194**
E.........	11.30.22,8	**267**
E.........	11.32.15,3	**149**
E.........	11.32.55,8	**136**
E.........	11.35. 7,3	**152**
E.........	11.39.11,3	**161**
E.........	11.43. 5,8	**144**
E.........	11.47.34,3	**170**
E.........	11.51.45,8	**148**
I..........	11.52.39,8	**210**
E.........	11.58.31,3	**207**
E.........	12. 0.49,8	**156**
E.........	12. 6.52,1	**175**
E.........	12.27. 9,8	**186** (Observ. douteuse.)

» Les numéros des étoiles se rapportent à la liste préparée par l'observatoire de Poulkova. »

ASTRONOMIE. — *Observations d'immersions et d'émersions d'étoiles, faites à l'observatoire de Bordeaux, pendant l'éclipse totale de Lune du 28 janvier* 1888. Note de M. **G. Rayet**, présentée par M. Mouchez.

« L'éclipse totale de Lune du 28 janvier a été observée à Bordeaux par un temps relativement favorable. L'absence de nuages a été complète, mais le ciel est toujours resté très légèrement brumeux et, avant comme

après l'éclipse, on pouvait voir autour de notre satellite un très léger halo.

» La coloration rouge cuivre, bien connue, de la Lune a été très sensible. L'astre n'a d'ailleurs jamais complètement disparu, soit à l'œil nu, soit dans les lunettes, ce qui s'explique facilement par les conditions géométriques de l'éclipse, et même les bords est et ouest de la Lune sont toujours restés inégalement éclairés.

» Adoptant le plan d'observation proposé par M. O. Struve, nous nous sommes appliqués, mes aides et moi, à observer les immersions et les émersions des étoiles du Catalogue spécial préparé à Poulkova.

» Au grand équatorial de 14 pouces, les observations ont été faites par M. G. Rayet, assisté de M. Courty, élève-astronome, et les résultats obtenus sont les suivants :

Observations à l'équatorial de 14 *pouces* (*observateur M.* G. Rayet, *grossissement* 140).

Étoile du Catalogue spécial de Poulkova.	Grandeur.	Temps moyen de Bordeaux. Immersion.	Emersion.
		h m s	h m s
112.........	11	»	10.38.25,9
150.........	10	10.42.18,1	11.20.40,0
152.........	11	»	11.34. 6,8
153.........	10	10.43.53,9	11.26. 1,1
157.........	9,4	»	11.38.46,5
163.........	11	10.35.42,2	»
164.........	8,0	10.40.52,6	11.47.25,7
165.........	9,4	10.43.53,9	11.46.25,1
166.........	9,5	10.33.15,1	11.51.33,5
180.........	9,5	10.46.17,3	12. 5.35,2
181.........	10	10.49.46,8	»
186.........	10	11.13.30,6	»
192.........	11	11. 9.11,8	»
193.........	11	11.22.35,6	»
210.........	9,5	11.23.49,9	»

» Le phénomène de l'immersion m'a paru net, mais il est composé de deux phases : lorsque l'étoile approche beaucoup du bord de la Lune, la clarté de celle-ci fait d'abord disparaître les anneaux et les rayons de diffraction qui enveloppent toujours l'image de l'étoile et cette dernière se réduit alors à un disque lumineux (il semble que l'image de l'étoile s'amé-

liore) qui, deux ou trois minutes après, disparaît brusquement. C'est ce dernier instant que j'ai pris pour l'immersion.

» L'émersion est brusque, mais elle doit être observée avec un très léger retard, parce que l'observateur ne sait pas avec une exactitude parfaite en quel point précis de la Lune l'étoile doit apparaître et qu'il est toujours un peu surpris.

» La puissance optique de l'équatorial de 14 pouces m'a permis d'observer les occultations des étoiles de 11e grandeur. Cependant les observations ont été pénibles au commencement et à la fin de la totalité et elles ont été impossibles en dehors de cette phase.

» A l'équatorial de 8 pouces, les observations faites alternativement par M. Flamme, astronome adjoint, et M. Doublet, aide-astronome, ont donné les résultats suivants :

Observations à l'équatorial de 8 pouces, grossissement 73.

Étoile du Catalogue spécial de Poulkova.	Grandeur.	Temps moyen de Bordeaux. Immersion.	Observateur.	Émersion.	Observateur.
		h m s		h m s	
153....	10	»	»	11.26.37,3?	Doublet.
157....	9,4	»	»	11.38.49,3	Doublet.
164....	8,0	10.40.52,7	Flamme.	»	»
165....	9,4	10.43.54,2	Flamme.	11.46.26,1	Doublet.
166....	9,5	10.33.14,9	Flamme.	11.51.33,7	Doublet.
180....	9,5	10.46.17,6	Flamme.	12. 5.34,9	Doublet.
181....	10	10.49.48,3?	Flamme.	»	»

» Dans l'équatorial de 8 pouces, les observations des étoiles de 10e ou 11e grandeur ont été particulièrement difficiles ou même impossibles. La difficulté de ces observations explique, sans aucun doute, les différences qui existent pour l'immersion de 181 et l'émersion de 153 entre les résultats obtenus aux deux instruments; ces deux observations ont été notées comme douteuses par MM. Flamme et Doublet. »

ASTRONOMIE. — *Observation de l'éclipse de Lune du 28 janvier 1888, faite à l'observatoire de Nice (équatorial de* 0^m,38 *d'ouverture).* Note de M. **Perrotin**, présentée par M. H. Faye.

« Cette éclipse a eu lieu à Nice par un très beau temps, et il m'a été possible d'observer les occultations ci-après d'étoiles appartenant, sauf

deux, au Catalogue préparé par l'observatoire de Poulkova. Huit de ces étoiles ont pu être observées à la fois à l'immersion et à l'émersion :

Numéros du Catalogue.	Temps moyen de l'observatoire. Immersion.	Émersion.
	h m s	h m s
144	10.53.51,1	12.13.38,7
148	10.56.51,8	12.17.10,8
Anonyme	10.59.52,6	»
138	11. 1.48,1	»
157	11. 5.37,8	12.24.28,5
156	11. 6.19,6	12.26.56,3
152	11.10.15,3	12.20. 9,0
Anonyme	11.11.57,1	»
166	11.18. 9,2	12.37.41,9
164	11.26.16,8	12.34. 3,4
165	11.29.29,7	12.33. 7,8
180	11.31.19,7	»
181	11.34.36,5	»
201	12. 0.59,0	»
126	»	11.37.31,7
128	»	11.45.25,7

» A l'exception des immersions des nos 144 et 138 qui présentent une plus grande incertitude, les temps estimés doivent être généralement exacts à $0^s,2$ ou $0^s,3$.

» La Lune n'a cessé d'être visible pendant toute la durée de l'éclipse; au moment de la totalité on voyait nettement le bord et les principaux cratères. Le bord était coloré en jaune clair, le centre était de couleur rougeâtre. »

ASTRONOMIE. — *Éphéméride de la planète* (252) *pour l'opposition de* 1888. Note de M. **Charlois**, présentée par M. H. Faye.

Positions vraies. Pour douze heures, temps moyen de Paris.

Dates 1888.	Ascension droite.	Déclinaison.	log Δ.	T. de l'aberr.
	h m	° ′ ″		m s
Mars 5	11.28.13,68	— 4.35.39,8	0,38687	20.15
6	11.27.32,75	29.40,1	0,38646	20.14
7	11.26.51,66	23.35,3	0,38610	20.13
8	11.26.10,41	17.25,8	0,38579	20.12

Dates 1888.	Ascension droite. h m s	Déclinaison. ° ′ ″	log Δ.	T. de l'aberr. m s
Mars 9..........	11.25.29,07	11.12,0	0,38554	20.11
10..........	11.24.47,67	— 4. 4.54,0	0,38534	20.11
11..........	11.24. 6,26	— 3.58.32,2	0,38520	20.11
12..........	11.23.24,88	52. 7,0	0,38511	20.10
13..........	11.22.43,58	45.38,6	0,38507	20.10
14..........	11.22. 2,39	39. 7,3	0,38509	20.10
15..........	11.21.21,36	32.33,6	0,38516	20.11
16..........	11.20.40,54	25.57,8	0,38529	20.11
17..........	11.19.59,96	19.20,1	0,38547	20.11
18..........	11.19.19,68	12.41,0	0,38570	20.12
19..........	11.18.39,76	— 3. 6. 0,8	0,38598	20.13

Opposition, le 12 mars. Grandeur 13,4.

» La correction de notre éphéméride, le 17 janvier 1888, était :

$$\Delta\alpha = +1^s,40, \qquad \Delta\delta = -4'',6.$$

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Distribution de l'électricité induite par des charges fixes sur une surface fermée convexe.* Note de M. **G. Robin**, présentée par M. Darboux.

« 1. Dans une Communication antérieure ([1]), j'ai montré que, si sur une surface fermée convexe (dépourvue de toute singularité) on répartit une couche simple de densité finie *quelconque* f, les intégrales

$$(1) \qquad f_1 = \frac{1}{2\pi}\int_\sigma \frac{f\cos\varphi}{r^2}\,d\sigma, \qquad f_2 = \frac{1}{2\pi}\int_\sigma \frac{f_1\cos\varphi}{r^2}\,d\sigma, \qquad \ldots,$$

où r désigne le rayon vecteur qui va d'un point de la surface aux divers éléments $d\sigma$, et φ l'angle de ce rayon vecteur avec la normale intérieure en ce point, tendent vers la valeur de la densité de la couche électrique en équilibre d'elle-même sur σ.

» La charge du conducteur peut s'obtenir par une seule quadrature; car, en multipliant par $d\sigma$ les deux membres de la relation qui définit f_1 et en intégrant sur toute la surface, on aura

$$\int_\sigma f_1\,d\sigma = \frac{1}{2\pi}\int_\sigma f\,d\sigma\int_\sigma \frac{\cos\varphi}{r^2}\,d\sigma.$$

([1]) *Comptes rendus*, t. CIV, 1887, p. 1834.

Or $\frac{\cos\varphi}{r^2}d\sigma$ est ici l'angle solide sous lequel d'un point de la surface on voit l'élément $d\sigma$; donc $\int_\sigma \frac{\cos\varphi}{r^2}d\sigma = 2\pi$. Il en résulte

$$(2) \qquad \int_\sigma f\,d\sigma = \int_\sigma f_1\,d\sigma = \ldots = \int_\sigma f_n\,d\sigma = \mathrm{M}\int_\sigma e\,d\sigma,$$

e désignant la densité électrique correspondant à la charge 1 et M une constante. On conclut de là que

$$(3) \qquad \mathrm{M} = \int_\sigma f\,d\sigma$$

représente la charge cherchée.

» 2. Supposons que le conducteur convexe σ soit soumis à l'influence de charges fixes *extérieures*. Soit f la composante normale (comptée positivement dans le sens de la normale extérieure) des actions connues que ces charges exercent en un point de la surface. La densité ε en ce point est donnée par l'équation fonctionnelle ([1])

$$(4) \qquad 2\pi\varepsilon = f + \int_\sigma \frac{\varepsilon\cos\varphi}{r^2}d\sigma.$$

» On satisfait à cette équation par la série

$$(5) \qquad \varepsilon = \frac{1}{2\pi}(f + f_1 + f_2 + \ldots),$$

comme on le voit tout de suite en se reportant à la définition (1) de f_1, f_2, ... Cette série est convergente; car la condition nécessaire $\int_\sigma f\,d\sigma = 0$ entraîne, à cause des équations (2), $\int_\sigma f_n\,d\sigma = 0$; et, comme $\lim f_n$ doit avoir le même signe en tous les points de σ, il faut que f_n tende vers zéro. De là et des principes établis dans la Note précédente, il résulte immédiatement que la série (5) a ses termes inférieurs à ceux d'une progression géométrique décroissante. Quant à la charge induite $\int_\sigma \varepsilon\,d\sigma$, on voit qu'elle est nulle.

» Si les charges inductrices sont *intérieures* à la surface conductrice σ, la

---

([1]) *Annales de l'École Normale* (Supplément), 1886.

densité électrique est fournie par l'équation

$$(6) \qquad 2\pi\varepsilon = f - \int_\sigma \frac{\varepsilon \cos\varphi}{r^2}\, d\sigma,$$

où f, action normale des charges fixes, est comptée positivement vers l'intérieur.

» On constate aisément qu'on satisfait à cette équation par la série convergente

$$(7) \qquad \varepsilon = \lim_{n=\infty} \frac{1}{2\pi}(f - f_1 + f_2 - f_3 + \ldots \pm f_n \mp \tfrac{1}{2} f_{n+1}).$$

» Pour calculer la charge induite $\int_\sigma \varepsilon\, d\sigma$, nous remarquerons que, en vertu des relations (2), son expression se réduit, suivant la parité de n, à

$$\lim \frac{1}{2\pi}\left(\int_\sigma f_n\, d\sigma - \frac{1}{2}\int_\sigma f_{n+1}\, d\sigma\right)$$

ou à

$$\lim \frac{1}{4\pi}\int f_{n+1}\, d\sigma,$$

c'est-à-dire, en vertu des mêmes relations, à $\frac{1}{4\pi}\int_\sigma f\, d\sigma$, quantité qui, d'après une propriété connue, est égale et de signe contraire à la somme des charges inductrices.

» 3. Ce qui précède nous donne la solution immédiate de ce problème : *Déterminer une fonction* V *continue, ainsi que ses dérivées premières, dans l'espace intérieur à une surface fermée convexe* σ, *satisfaisant dans cet espace à l'équation* $\Delta V = 0$, *et dont la dérivée suivant la normale intérieure est assujettie à prendre en chaque point de* σ *une valeur donnée* f.

» A une constante additive près, cette fonction V est identique au potentiel, changé de signe, d'une couche simple de densité ε, répartie sur σ, qui exercerait aux points intérieurs infiniment voisins de σ une action normale égale à f (action comptée positivement suivant la normale intérieure). On aura donc

$$(8) \qquad V = -\int_\sigma \frac{\varepsilon}{r}\, d\sigma + \text{const.},$$

ε ayant la valeur (5).

» Le problème *extérieur* corrélatif se résout par la même formule, ε

ayant alors la valeur (7) et f désignant la dérivée suivant la normale extérieure.

» La solution précédente prouve l'existence d'une fonction V réalisant les conditions énoncées, pourvu seulement qu'on admette la possibilité d'un équilibre électrique *spontané*, possibilité rigoureusement démontrée par divers géomètres.

» On pourra rapprocher cette solution de celle que Carl Neumann a donnée pour le cas où la fonction V est déterminée par ses valeurs à la surface (*Untersuchungen über das logarithmische und Newton'sche Potential*). »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Déformations permanentes et Thermodynamique*. Note de M. **Marcel Brillouin**, présentée par M. Mascart.

« On n'a étudié jusqu'à présent, en Thermodynamique, que les corps qui, soumis après une série de transformations à la même température et aux mêmes forces qu'au début, reprennent complètement leur forme initiale. Dans le cas simple où il n'y a qu'une seule variable géométrique x, définissant par exemple la longueur d'une tige, et une variable mécanique X, tension appliquée à la tige, on suppose qu'il existe une relation finie, $f(x, X, t) = 0$, entre ces deux éléments et la température. Cette hypothèse, que l'expérience justifie quand il s'agit du volume et de la pression des fluides, n'est pas absolument conforme à l'observation dans le cas que je viens de rappeler. On sait que les solides soumis à des actions quelconques mécaniques ou physiques ne reprennent presque jamais rigoureusement leurs propriétés initiales, et présentent ce qu'on appelle des altérations permanentes de ces propriétés, déformation permanente, aimantation permanente, électrisation permanente, etc. Le classement et l'interprétation des très nombreux documents expérimentaux accumulés sur ces sujets ont présenté jusqu'ici des difficultés telles qu'on se borne à énumérer les résultats, sans en tirer aucune relation générale. Je me propose de montrer pourquoi on ne peut tirer aucun parti de la plupart des expériences faites jusqu'ici; comment il faut faire ces expériences; comment les principes de la Thermodynamique peuvent être appliqués à toutes les transformations lentes de la plupart de ces corps, pourvu que chacun des états intermédiaires soit un état d'équilibre possible. Je laisse de côté tous les corps qui cèdent indéfiniment à l'action d'une force, et pour les

autres je ne m'occupe pas des déformations rapides dans lesquelles interviennent des frottements internes, fonctions de la vitesse.

» 1. *Pour la plupart des solides élastiques, il n'existe pas de relation finie entre la température t, la variable mécanique* X *et la variable géométrique x.*

» Toutes les valeurs de x comprises entre deux limites peuvent correspondre au même système de valeurs t, X; cela dépend des charges auxquelles on a soumis le corps dans l'intervalle, ou, plus exactement, de tous les états intermédiaires du corps. En conséquence, *toute série d'expériences dans laquelle on n'a noté que l'état initial et l'état final, sans prendre aucune précaution pour les états intermédiaires, ne fournit que des données incomplètes.*

» *Ex. I.* — Dans toutes les recherches expérimentales sur les déformations isothermes et sur l'aimantation isotherme, on s'est borné à mettre le corps dans une enceinte à température constante, ce qui assure seulement une température finale égale à la température initiale, mais nullement une température du corps *invariable* pendant toute la durée de l'expérience. Dans les expériences relatives à l'allongement d'une tige, par exemple, l'application d'une charge sans choc, mais en un temps très court, produit d'abord une déformation adiabatique. La température du corps s'écarte brusquement de quelques dixièmes de degré de la température de l'enceinte et n'y revient qu'avec une extrême lenteur. C'est seulement à la fin de cette période, dont la durée dépend de la construction de l'appareil, que la déformation est complète. La série des transformations se compose d'une déformation adiabatique suivie d'une dilatation sous charge constante, et n'équivaut pas à une déformation isotherme. La suppression de la charge se fait ordinairement de la même manière; dans le retour à la température t sous la charge initiale, la nouvelle série de transformations diffère dans la première. La représentation dans un plan X, t ne se compose pas de la même ligne parcourue d'abord en un sens, puis en sens contraire, mais d'un quadrilatère curviligne fermé enveloppant une surface finie. Aussi la longueur finale de la tige diffère-t-elle de la longueur initiale. Il y a une *déformation résiduelle*.

» *Ex. II.* — Les métaux homogènes et le *verre* lui-même, soumis, sous forme de barres non chargées, à des variations de température extrêmement étendues, reviennent rigoureusement à leur longueur initiale. La série des transformations est la même pendant l'échauffement et le refroidissement. Dès que cette condition n'est plus remplie, il y a une déformation résiduelle; c'est ce qui arrive pour le thermomètre à mercure par

suite du faible retard de température du mercure sur le verre dû à la conductibilité insuffisante du verre. Je reviendrai plus tard sur ce déplacement du zéro et sur le mode de correction à apporter aux lectures thermométriques eu égard à cette déformation.

» 2. *Pour la plupart des corps solides, il existe une équation linéaire aux différentielles totales entre la température t, la variable mécanique* X *et la variable géométrique x; plus exactement, il existe autant d'équations de ce genre qu'il y a de variables géométriques indépendantes.* Deux variables indépendantes ne suffisent plus à définir l'état du corps; les trois t, X, x, ou les $2n+1$, t, $X_1, \ldots, X_n$, $x_1, \ldots, x_n$, sont *nécessaires,* et je *suppose* que pour la plupart des solides elles sont *suffisantes.*

» *Quelles que soient les déformations qu'ait subies le solide sans cesser d'être homogène, ses coefficients de dilatation thermique et d'élasticité reprennent la même valeur quand le solide revient au même état défini par les $2n+1$ variables t, $X_1, \ldots, X_n$, $x_1, \ldots, x_n$.*

» Cette hypothèse est, je crois, d'accord avec ce que nous savons des solides élastiques non pâteux; il n'est pas douteux qu'elle s'applique exactement à un assez grand nombre de corps; elle est accessible à l'expérience; elle est la plus simple que l'on puisse faire pour ce genre de corps. Il me paraît donc important, avant de recourir à d'autres plus compliquées, d'examiner toutes ses conséquences théoriques et de la soumettre à un contrôle expérimental rigoureux.

» Je me propose d'indiquer prochainement les résultats théoriques de cette étude. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une des bases extraites par M.* Morin *des liquides ayant subi la fermentation alcoolique.* Note de M. **Tanret**, présentée par M. Berthelot.

« Parmi les bases dont M. Morin a constaté la présence dans les produits de la fermentation alcoolique, il en est une qu'il vient d'étudier et à laquelle il assigne la formule $C^7H^{10}Az^2$ [1]. A ce propos, je demande à l'Académie la permission de rappeler que, au mois de juin 1885 [2], j'ai fait connaître que, par l'action sur le glucose de l'ammoniaque libre ou des

---

[1] $C = 12$.

[2] *Comptes rendus,* t. C, p. 1540.

sels ammoniacaux à acides organiques, il se forme des bases volatiles que j'ai appelées *glucosines*. Or la base de M. Morin, par sa formule et ses principales propriétés, répond précisément à la glucosine β $C^{14}H^{10}Az^{2}$ (¹).

» J'ajouterai que M. Dujardin-Beaumetz, qui étudia alors les propriétés physiologiques des glucosines, ne les avait trouvées que faiblement toxiques. »

PHYSIOLOGIE. — *Influence de l'alimentation, chez l'homme, sur la fixation et l'élimination du carbone*. Note de MM. **M. Hanriot** et **Ch. Richet**, présentée par M. A. Richet.

« Nous avons étudié par notre méthode décrite précédemment (²) l'influence de l'alimentation sur les échanges gazeux respiratoires chez l'homme. Le même individu a été soumis à un régime alimentaire régulier. Du 15 mars au 1er avril, deux fois par jour, un repas ainsi composé :

Aliments.	Poids de l'aliment.	Poids du carbone contenu.	Poids de l'azote contenu.
	gr	gr	gr
Pain	250	27,10	2,7
Pommes de terre	250	25	0,7
Viande de bœuf	200	25,40	6,0
Fromage	25	11,20	0,7
Beurre	25	18,75	»
Sucre	25	10,50	»
Vin	330	16,50	»
Café	250	»	»
Eau	660	»	»
Total	2015	134,45	10,1

» L'individu soumis à ce régime a augmenté, en ces quinze jours, de $4^{kg},500$, soit de 300^{gr} par jour (de $47^{kg},500$ à 52^{kg}).

» Les quantités de CO^2 produites à jeun pendant toute cette période ont été assez régulièrement de 762^{gr} de CO^2 par vingt-quatre heures, ré-

(¹) C = 6.

(²) Voir *Comptes rendus*, 1887, t. CIV, p. 435, 1327 et 1865, et t. CV, p. 76.

pondant à une expiration de 208gr de carbone à l'état d'acide carbonique. Or, comme il ingérait 268gr,9 de carbone, cela équivaut à une fixation de 60gr,9 de carbone. Mais il faut déduire de ces 60gr,9 le carbone éliminé à l'état d'urée, qui a été dosée et qui était en moyenne de 6gr, et le carbone éliminé par les matières fécales (qui n'a pas été dosé). Nous pouvons évaluer à 30gr le carbone des matières fécales. Cela fait donc un excès de 25gr de carbone, excès qui répond bien à l'augmentation de poids constatée, puisque, d'après les données classiques, sur 300gr de nos tissus, il y a à peu près 25gr de carbone (pour 250gr d'eau) (1).

» Dans une période suivante, l'alimentation, moins abondante, se composait d'aliments contenant 230gr de carbone. Dans ce cas, le carbone éliminé par la respiration à l'état d'acide carbonique était de 190gr. L'individu n'a pas augmenté de poids; et nous retrouvons le même déficit de 36gr à 40gr de carbone éliminé par les matières fécales et par l'urine.

» Quand on analyse les gaz de la respiration chez un individu à jeun et immobile, on trouve à peu près constamment la même proportion centésimale de O absorbé et de CO^2 expiré. Ce fait, très régulier, indique bien que la ventilation se règle automatiquement par l'innervation bulbaire, selon la teneur du sang en gaz acide carbonique à éliminer ou oxygène à absorber.

» L'exemple suivant donnera à peu près l'état normal moyen, chez un homme de 50kg, immobile et à jeun, à une température moyenne de 13° :

Heures.	Ventilation (en litres) par heure.	O^2 (en litres) par heure.	CO^2 (en litres) par heure.	Rapport de $\frac{CO^2}{O^2}$.	Proportion centésimale de CO^2.	de O^2.
h m 2. 0......	»	»	»	»	»	»
2.30......	401	17,0	13,1	0,77	3,2	4,2
3. 0......	407	16,0	13,3	0,83	3,2	3,9
4. 0......	427	18,2	13,55	0,75	3,2	4,2
Total...	415	17,5	13,25	0,76	3,2	4,2

» Mais ces chiffres changent par le fait de la digestion. A l'état de jeûne,

(1) La quantité d'azote total éliminé par l'urine, dosée directement, a été de 12gr,5 en moyenne, par vingt-quatre heures. En supposant que les fèces ne contenaient pas d'azote, cela fait une fixation, par vingt-quatre heures, de 7gr d'azote, ce qui répond à peu près à une fixation de 25gr de carbone; le rapport de l'azote au carbone dans les tissus étant sensiblement de 25gr d'azote pour 100gr de carbone.

le rapport entre l'acide carbonique et l'oxygène est de 0,70 à 0,85 environ, tandis que, pendant la digestion, ce rapport s'élève. Autrement dit, l'oxygène absorbé augmente, l'acide carbonique éliminé augmente un peu plus que l'oxygène, et la ventilation augmente aussi, mais un peu moins; de manière que les proportions centésimales ne varient que peu.

» Pour onze expériences, faites de 1^h à 5^h après le repas, nous eûmes :

Ventilation.	O^2.	CO^2.	Rapport.	CO^2 %.	O %.
480	18,9	16,8	0,89	3,50	3,95

» Voici le détail d'une expérience concluante :

Heures.	Ventilation.	O^2.		CO^2.	CO^2 %.	O %.	Rapport.
De $12^h 30^m$ à 2^h ...	409	17,4		15,3	3,7	4,2	0,87
Déjeuner de $2^h 30^m$ à $3^h 10^m$.							
$3^h 20^m$	»	»		»	»	»	»
3.26	435	22,5 (1)		15,5	3,5		
3.32	480	18,75		16	3,3		
3.38	470	22,5	19,0	16,5	3,5	3,9	0,85
3.44	500	14,25		16,75	3,3		
3.59	492	18,10		15,40	3,2		
4. 5	520	16,75		17,25	3,3		
4.11	520	19,25		18,25	3,5		
4.17	530	19,25	20,5	16,55	3,1	3,9	0,86
4.23	530	22,50		18,25	3,4		
4.29	510	19		18	3,6		
4.35	510	17,50	20,5	18,50	3,6	3,9	0,92
4.47	540	22,25		20,75	3,8		
5. 2	544	25,60	21,8	20,60	3,8	3,9	0,96
5.14	600	18		21,20	3,5		

» Telle est l'influence des repas mixtes, où il y a des aliments azotés,

(1) Nous donnons ici les chiffres relatifs à l'oxygène, quoique notre méthode ne se prête pas au dosage de l'oxygène pour des périodes de quelques minutes. En effet, pour que le chiffre fût absolument exact, il serait nécessaire que les expirations et les inspirations eussent une régularité qu'elles ne peuvent pas avoir. En faisant les mesures au début de l'inspiration, on arrive cependant à une certaine régularité ; mais on voit que, si l'oxygène dosé de six minutes en six minutes est assez irrégulier, il n'en va pas de même pour l'acide carbonique, dont l'accroissement est parfaitement régulier.

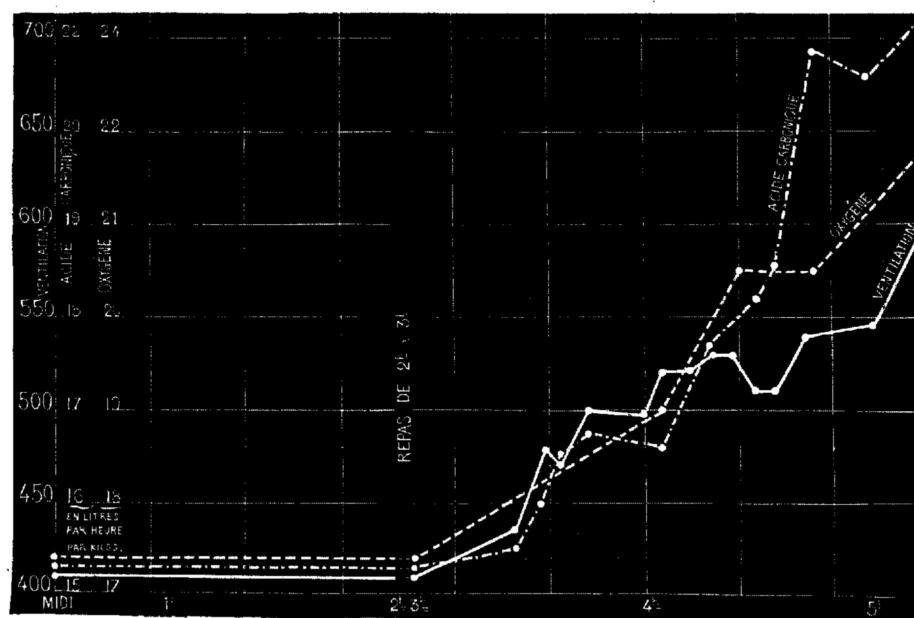
gras et féculents ([1]). Nous donnerons bientôt les expériences, où nous avons pu dissocier cette influence des divers aliments ([2]).

ZOOLOGIE. — *Sur la spermatogénèse chez les Aplysies*. Note de M. **Édouard Robert**, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« Les Aplysies (*A. depilans* et *A. fasciata*) sont extrêmement abondantes à Cette. Au cours de travaux entrepris et poursuivis depuis plus de

---

([1]) Le graphique ci-joint montre bien cette influence des repas mixtes. On voit croître en même temps la ventilation, l'acide carbonique produit et l'oxygène absorbé, de sorte que les proportions centésimales des gaz contenus dans l'air expiré ne se mo-



difient que peu. Il est intéressant de suivre la marche de ce phénomène et de constater que cette activité maximum des échanges chimiques a lieu de trois à quatre heures après l'ingestion des aliments.

([2]) On doit tenir compte de l'état d'activité ou de repos musculaire. Les chiffres que nous donnons n'ont trait qu'à l'état de veille et sur l'individu assis, et sont, par conséquent, toujours un peu forts, quand on les rapporte à la totalité des vingt-quatre heures. En outre, il semble qu'en hiver les échanges sont plus actifs qu'en été.

deux ans, à la station zoologique du professeur Armand Sabatier, sur la reproduction et le développement de ces animaux, j'ai eu l'occasion d'examiner souvent, et de fort près, la genèse de leurs éléments reproducteurs.

» Ces observations m'ont permis de suivre deux processus différents de spermatogénèse. Quelques auteurs ayant déjà signalé des faits analogues chez des Gastéropodes pulmonés ou prosobranches, je crois bien faire en ajoutant aux leurs mes constatations chez des Opistobranches. Les deux processus débutent de la même façon.

» Les acini de la glande hermaphrodite renferment à la fois des ovules femelles parfaitement caractérisés et des spermatoblastes très nombreux et de taille bien plus petite. Ces derniers se présentent sous forme de cellules sphériques, plus ou moins étroitement accolées les unes aux autres. Le noyau est volumineux, sphérique, très dense et d'une affinité remarquable pour les réactifs chromatiques; le protoplasma, au contraire, est clair, presque homogène, et se colore à peine. Avec les colorants nucléaires généralement employés, on peut obtenir des élections remarquables.

» Ces spermatoblastes se multiplient par division; on trouve parfois des figures karyokinétiques très belles.

» Tous ces spermatoblastes ne se comportent pas de la même façon.

» Dans le premier processus, qui semble être le plus fréquent et le plus normal, le noyau de ces cellules, se fragmentant en un certain nombre de parties, prend une apparence mamelonnée et framboisée. Ces fragments de chromatine s'étirent, s'amincissent et s'allongent tout en s'enroulant en forme de filaments spiralés. Le noyau grandit en même temps de plus en plus, et ces filaments spiralés, qui ne sont autre chose que des têtes de spermatozoïdes, s'écartent les uns des autres. Avec de bons objectifs à immersion et un éclairage aussi favorable que possible, on finit par voir très distinctement ces filaments de chromatine enroulés dans le noyau. Ils sont colorés, et cela d'une façon intense dans les bonnes préparations, au milieu du protoplasma nucléaire presque incolore. Le noyau conserve toujours ses contours très nets et, à mesure qu'il grandit, il semble absorber le protoplasma qui l'entoure et qui se réduit ainsi à une zone de plus en plus mince.

» Au terme de sa maturité, le spermatoblaste est donc réduit à son noyau; son protoplasma a été résorbé par celui-ci. La nucléine s'est partagée en un nombre assez grand de filaments enroulés en spirales dont chacun est une tête de spermatozoïde. Ce noyau spermatoblastique semble

alors se rompre, les têtes de spermatozoïdes sortent et sont mises en liberté ; elles ont exactement l'apparence de gros vibrions. On rencontre à l'état de liberté, dans la cavité des acini et des canaux excréteurs, tout à la fois des spermatoblastes non encore rompus et des spermatozoïdes libres.

» Toutes les observations que j'ai faites me portent à croire que la queue des spermatozoïdes se forme par l'allongement en filament caudal d'une portion du protoplasma spermatoblastique emporté par le filament céphalique de chromatine.

» Dans le second processus que j'ai observé, la cellule spermatoblastique, au lieu de donner un certain nombre de spermatozoïdes, n'en produit qu'un seul. Le noyau, au lieu de se partager en masses distinctes, s'allonge d'abord par une de ses extrémités et prend la forme d'une virgule fortement incurvée, puis par l'autre, et présente alors une apparence fusiforme contournée ; enfin le milieu s'amincit et s'allonge à son tour et le noyau prend une forme de plus en plus fine, longue et effilée. Cet allongement ne se fait pas en ligne droite, mais en spirale, de façon que la tête de spermatozoïde résultant de ce processus a aussi, comme dans l'autre cas, une figure vibrionienne.

» La queue du spermatozoïde se forme ici, plus visiblement encore que plus haut, aux dépens du protoplasma spermatoblastique ; il me semble même que ce protoplasma, bien souvent, sinon toujours, commence par s'allonger et entraîne, pour ainsi dire, le noyau dans sa déformation. Les prétendus pseudopodes amœboïdes des spermatoblastes ne seraient que les premiers stades de cet allongement du protoplasma en queue de spermatozoïde.

» Il ne m'est pas encore possible d'affirmer que dans le sperme se trouvent deux variétés distinctes de spermatozoïdes correspondant à ces deux processus de spermatogénèse. En tous cas, si des différences existent, elles sont bien peu considérables chez les spermatozoïdes adultes. Ces deux modes de spermatogénèse, qui ont même point de départ et même point d'arrivée, peuvent se ramener d'ailleurs facilement l'un à l'autre. Dans l'un comme dans l'autre, la tête du spermatozoïde est formée par la nucléine, la queue par le protoplasma du spermatoblaste ; seulement, dans le premier cas, la tête du spermatozoïde ne représente qu'une partie du noyau, dans le second le noyau tout entier. Il y a pour ainsi dire dans le spermatoblaste deux tendances simultanées : l'une qui provoque la division du noyau, l'autre qui provoque son organisation en spermatozoïdes. Dans

le premier cas, l'organisation de la chromatine en têtes de spermatozoïdes s'opère après que la division du noyau en parties distinctes s'est produite; dans le second cas, au contraire, cette organisation commence avant que le noyau ait eu le temps de se fragmenter et, par conséquent, elle l'intéresse tout entier.

» Il résulterait de ce qui précède que tous les spermatozoïdes n'auraient pas la même valeur morphologique : les uns correspondraient à une portion de noyau, les autres à un noyau tout entier. Cela n'a, à mon avis, qu'une très mince importance, puisque les spermatoblastes sont susceptibles de se diviser un nombre indéterminé de fois avant de s'organiser en spermatozoïdes. Il m'a d'ailleurs semblé que cette division était poussée plus loin dans le second cas que dans le premier. Il y aurait alors division du noyau, tantôt directement en têtes de spermatozoïdes, tantôt en nouveaux noyaux qui, s'entourant de protoplasma, s'individualiseraient en cellules distinctes avant de subir leur transformation en spermatozoïdes.

» Les faits précédents seront prochainement exposés en détail, avec planches à l'appui, dans un Mémoire qui est en préparation ([1]). »

ANATOMIE ANIMALE. — *De la présence des muscles striés chez les Mollusques.* Note de M. **Raphael Blanchard**, présentée par M. Ranvier.

« Dans la Note que M. Hermann Fol a consacrée à l'étude des muscles des Mollusques, cet auteur assure s'être convaincu, en « ne négligeant aucune des méthodes employées par ses prédécesseurs », que « la véritable striation transversale (de la fibre musculaire) n'existe chez aucun Mollusque ». Ou je me trompe fort, ou M. Fol n'a pas suivi fidèlement les méthodes, d'ailleurs très simples, que j'ai indiquées dans la Note à

([1]) Cette Note était déjà rédigée quand j'ai pu prendre connaissance de la Communication faite la semaine dernière à l'Académie par M. Kœhler, de Nancy. Les faits qu'il annonce sont de même nature que ceux qui font l'objet de cette Note, mais il m'est impossible de ne pas faire toutes mes réserves sur l'hypothèse qu'il propose pour expliquer l'existence de deux formes spéciales de spermatozoïdes chez les Mollusques. Je me propose, d'ailleurs, de la discuter dans une prochaine Communication.

laquelle il fait allusion [1]; sans cela, il n'eût pas manqué d'observer ce que j'ai décrit et il fût sans doute arrivé à d'autres conclusions. J'ajoute qu'à l'époque où ma Note a été publiée M. le professeur Ranvier a bien voulu examiner mes préparations et a facilement reconnu la justesse de mon interprétation.

» Voici ce que j'écrivais alors :

» Le muscle adducteur d'un *Pecten,* spécialement du *Pecten jacobæus*, qui a surtout fixé notre attention, est composé de deux parties bien distinctes, séparées l'une de l'autre par une cloison conjonctive dépendant de la gaine du muscle. Ces deux parties sont de grosseur inégale; la plus petite, blanche, nacrée, resplendissante, est uniquement composée de fibres musculaires lisses; la plus grosse, terne et grisâtre, est formée de fibres musculaires striées.

» En plaçant un bouchon entre les valves d'un Pecten vivant, il sera très facile de fixer dans l'extension son muscle adducteur. Un fragment de muscle strié, dissocié et coloré au carmin ou à l'hématoxyline, montrera d'intéressants détails de structure.

» Ce muscle, de même que celui de l'aile de l'Hydrophile, est constitué par la juxtaposition d'un nombre considérable de fibrilles très délicates, parallèles entre elles, et qui ne sont point réunies en faisceaux entourés de sarcolemme. On ne trouve point toutefois, entre les différentes fibrilles, de la matière granuleuse, comme il y en a dans les muscles de l'aile des Insectes et dans le muscle vibrant du Homard.

» Chaque fibrille va d'une valve à l'autre et est, par conséquent, aussi longue que le muscle lui-même. A un faible grossissement, la fibrille se montre déjà très nettement striée en travers; mais, si on l'examine à un grossissement de 500 à 600 diamètres, on distingue alors la striation transversale avec la dernière netteté. On constate qu'elle ne diffère pas essentiellement, quant à sa structure, de celle qui s'observe sur le muscle de l'aile de l'Hydrophile. On retrouve là l'alternance bien connue des « disques épais » avec les « espaces clairs » que traverse en leur milieu le « disque mince ».

» Sur certaines fibrilles provenant de muscles fixés par l'acide chromique, on voit déjà le disque épais divisé en deux par un espace clair central, absolument comme chez l'Hydrophile; ce dernier détail de structure s'observe bien plus facilement et d'une façon plus constante sur des muscles fixés par l'alcool dilué.

» Ici encore, les espaces clairs ne se colorent pas, tandis que les disques épais et les disques minces se colorent fortement par le carmin et fixent surtout énergiquement l'hématoxyline.

» Si l'on examine à la lumière polarisée ce muscle frais et non encore coloré, on observe les phénomènes décrits par Brücke pour les muscles des Vertébrés : les

---

[1] R. Blanchard, *Note sur la présence des muscles striés chez les Mollusques acéphales monomyaires* (*Revue internationale des Sciences biologiques,* t. V, p. 356; 1880).

disques épais et les disques minces sont biréfringents, tandis que les espaces clairs sont monoréfringents : il y a donc lieu d'établir ici encore une distinction entre une substance isotrope et une substance anisotrope, et ce caractère rapproche encore davantage le muscle strié du Pecten de celui de l'Hydrophile.

» Mais un caractère qui, en revanche, distingue l'une de l'autre ces deux sortes de muscles, c'est la présence, sur chaque fibrille musculaire du *Pecten*, d'un gros noyau allongé, ovoïde, qui saille fortement à sa surface. Ce noyau se colore par le carmin et par l'hématoxyline et renferme un protoplasma granuleux. Il est placé en un point variable de la longueur de la fibrille. Je n'ai jamais vu une même fibrille posséder deux noyaux, mais je n'ai jamais vu non plus aucune fibrille en être dépourvue.

» Pour achever de décrire rapidement la fibrille qui est l'élément constitutif du muscle strié du Pecten, il me reste à indiquer quelles sont les dimensions de cette fibrille et de son noyau. La longueur de la fibrille, je l'ai déjà dit, est la longueur du muscle lui-même. La largeur, très variable, est en général plus considérable que celle de la fibrille de l'Hydrophile : elle est en moyenne de 10 μ, mais elle peut être beaucoup plus considérable, et il n'est pas rare de la voir atteindre jusqu'à 20 μ. Les dimensions du noyau sont également assez variables; sa longueur moyenne est de 10 à 12 μ, sa largeur de 4 à 5 μ.

» J'avais, moi aussi, reconnu l'erreur commise par Reichert, Schwalbe et Margo, et j'en avais fait la critique. J'étais ainsi autorisé à écrire encore cette phrase :

» Si donc, pour les motifs que j'ai exposés au début de cette Note, on fait table rase des opinions émises jusqu'à ce jour sur la situation des muscles des Mollusques, on se trouve ici en face de la première observation indiscutable de muscle strié chez les Mollusques acéphales.

» J'ajoutais encore :

» Le muscle strié du *Pecten* devra désormais être préféré à celui de l'aile de l'Hydrophile, par quiconque voudra étudier la striation. A cela plusieurs avantages : d'abord, on est toujours sûr de fixer à volonté le muscle soit étendu, soit contracté; en second lieu, les fibrilles sont plus grosses et plus facilement isolables que chez l'Insecte; enfin, on ne trouve point entre elles cette substance granuleuse si abondante chez l'Hydrophile et qui, en raison même de son abondance, rend la préparation malpropre.

» Aujourd'hui, je n'ai rien à modifier à cette description, faite il y a huit ans; je revendique la responsabilité de l'observation dont M. Fol conteste l'exactitude. J'ai l'espoir que, modifiant ses conclusions, il voudra conclure que *la véritable striation transversale existe chez quelques Mollusques* (1). »

---

(1) Outre une portion du muscle adducteur du *Pecten jacobæus*, on en trouvera un autre exemple dans le muscle rétracteur de la masse buccale de l'Haliotide.

GÉOLOGIE. — *Sur les modifications endomorphes des massifs granulitiques du Morbihan.* Note de M. **Charles Barrois**, présentée par M. Fouqué.

« Les grands massifs granulitiques qui traversent le département du Morbihan, dans toute sa longueur, sur des centaines de kilomètres carrés, fournissent de remarquables exemples de *modifications endomorphiques* et de *transformations mécaniques* des granulites, qui méritent de fixer l'attention. Ces massifs, dont nous avons fait une étude détaillée, sont au nombre de trois principaux : celui de Guéméné, celui de Saint-Jean Brevelay, et celui de Grandchamp. Nous indiquerons d'abord la composition de la roche qui forme la partie centrale de ces massifs, et nous décrirons ensuite celles qui se sont développées vers leurs salbandes.

» La roche qui constitue essentiellement ces massifs est une granulite massive (granite proprement dit des auteurs), à grains de 1^{cm} à $0^{cm},5$. Elle présente la composition typique suivante :

» I. Zircon, apatite, mica noir, oligoclase, orthose, quartz.

» II. Orthose, microcline, quartz, tourmaline, mica blanc.

» Cette granulite conserve des caractères d'une grande uniformité dans les divers massifs considérés, mais présente, vers leurs limites, des variations assez étendues pour qu'il soit intéressant de les envisager successivement.

» Le *massif de Guéméné*, qui s'étend de Pontivy à Scaër et Baud, avec une superficie approximative de 1000^{kmq}, est entouré d'une série d'îlots, de granulite à grains très fins, riche en oligoclase, quartz et en mica blanc (aplite). Ces îlots sont tantôt isolés au bord du massif, ou passent graduellement à la granulite grenue du massif, dont ils forment la bordure. Leur ensemble dessine une couronne, que l'on peut suivre sur trois côtés du massif, sur ses flancs *ouest*, *nord* et *est;* elle fait défaut sur le flanc *sud*, où l'aplite est remplacée par une roche feuilletée, glanduleuse, gneissique, désignée sur nos Cartes de Bretagne sous le nom de *granulite schisteuse*. Son épaisseur dépasse 1000^{m}.

» Le *massif de Saint-Jean Brevelay* s'étend de Locminé à la Villeder, avec une superficie approximative de 200^{kmq}. La roche qui constitue le centre du massif est la même que celle du massif précédent; sur les flancs *ouest*, *nord* et *est*, on observe de même des *aplites;* sur son flanc *sud*, affleurent des *granulites schisteuses*. La ceinture aplitique de ce massif est peu épaisse,

en forme de chapelet à grains irréguliers; la granulite schisteuse du sud présente de grandes variétés, étant fine ou grossière, blanche ou grise, feuilletée ou fibreuse, rubanée ou glanduleuse; son épaisseur atteint 1000^{m}.

» Le *massif de Grandchamp* traverse le département dans sa longueur, du Blavet à la Vilaine, et est ainsi beaucoup plus allongé que les précédents relativement à sa largeur : sa superficie approximative est de 300^{kmq}. La roche qui constitue le centre du massif ne diffère pas de celles des massifs précédents; mais sa bordure est formée par une large ceinture de *granulite porphyroïde,* à cristaux alignés fluidalement, qui paraît tenir lieu de l'auréole aplitique ordinaire des flancs *ouest, nord* et *est*. Le flanc *sud* est formé dans les massifs précédents par une *granulite schisteuse,* toujours glanduleuse cependant, et où l'on reconnaît les grosses macles de la granulite porphyroïde : son épaisseur varie de 100^{m} à 200^{m}.

Outre les auréoles précédentes que nous rapportons à l'endomorphisme, on observe encore, autour de ces trois massifs, une série de filons très variés, d'aplites, pegmatites, hyalomictes, luxulianites; ce ne sont plus toutefois des formations de contact à proprement parler : on doit y voir le produit du remplissage de fissures, lors du refroidissement de la masse granitique principale. Ces aplites en filons minces sont plus acides, moins riches en feldspath triclinique que celles des îlots décrits plus haut.

Les observations que nous venons de résumer nous permettent de conclure que les grands massifs de granulite de plusieurs centaines de kilomètres carrés présentent des modifications, suivant qu'on les étudie au centre ou sur les bords, modifications qui peuvent affecter à la fois la composition et la structure de la roche.

» Les petits massifs de granulite, d'une dizaine de kilomètres carrés, ne présentent pas de modifications analogues : il ne faut y voir que des apophyses de massifs plus importants, restés en profondeur.

» Les modifications de la granulite au contact ne sont pas dues, dans le Morbihan, à des échanges moléculaires entre le magma éruptif et la roche encaissante, mais seulement à l'influence du refroidissement, qui agit sur l'orientation des éléments de la roche, leur mode de groupement et l'ordre de leur cristallisation.

» Deux cas principaux se dégagent de notre étude, suivant que le contact observé se fait parallèlement ou perpendiculairement à la direction des strates encaissantes : dans les *contacts parallèles,* la modification favorite est le passage de la granulite grenue à une *granulite porphyroïde,* à grands éléments, alignés fluidalement; dans les *contacts perpendiculaires,* on ob-

serve habituellement le développement d'*aplites,* roches fines, grenues, massives, dont les éléments cristallins présentent des contours géométriques réguliers.

» La considération de ces deux cas montre que les modifications endomorphes de granite dépendent de l'encaissement comme d'un agent chimiquement inactif, mais diversement conducteur de la chaleur et de la pression.

» Malgré la différence considérable, à première vue, des granulites porphyroïdes et des aplites, il est facile d'y reconnaître des formations *homologues,* également caractérisées par leur structure idiomorphe. La structure de ces roches de contact, comparée à celle des roches massives, grenues du centre des massifs étudiés, montre que la cristallisation des éléments du granite s'est opérée progressivement, et que, commencée au voisinage des salbandes, dans une masse encore en mouvement, elle s'est avancée vers l'intérieur du massif, à travers un magma en repos, ne montrant plus traces d'écoulement.

» Les *granulites schisteuses* du Morbihan, roches à structure gneissique, fines ou glandulaires, et limitées comme les précédentes à la périphérie des massifs granulitiques, ne sont autre chose que les roches précédentes elles-mêmes, aphitiques, grenues ou porphyroïdes, métamorphisées mécaniquement. Les lamelles de mica, déchirées et étirées, les cristaux de feldspath déformés, brisés et émoussés, attestent des actions mécaniques puissantes éprouvées par la roche; ces minéraux furent ensuite recimentés par des membranes et des fibres de mica blanc séricitique, parfois de mica noir, et par des nappes de quartz granuleux secondaire, formées aux dépens des débris triturés des éléments anciens.

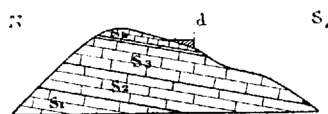
» Enfin, le passage graduel des *granulites schisteuses* aux *granulites grenues,* quand on les suit dans chaque massif, du sud vers le nord, ainsi que, d'autre part, le fait général, reconnu par nous, de la localisation des *granulites schisteuses,* au flanc sud de tous les massifs de granulite grenue du Morbihan, permettent de rapporter le laminage qui a déterminé leur formation à une puissante pression latérale agissant du sud vers le nord. »

GÉOLOGIE. — *Note sur le sénonien et le danien du sud-est de l'Espagne* (¹).
Note de M. **René Nicklès**, présentée par M. Hébert.

« Les étages sénonien et danien ont déjà été, en Espagne, l'objet de travaux remarquables : les recherches de M. Vidal et, en dernier lieu, de M. Carez ont fait connaître, outre la composition du sénonien dans le nord de la péninsule, l'existence de couches à *Otostoma ponticum*, surmontées par des calcaires à *Hemipneustes* eux-mêmes subordonnés à une assise de marnes à *Lychnus, Cyrena laletana, Hippurites Castroi*, renfermant des couches de combustible.

» Dans le sud-est de l'Espagne, où j'ai eu occasion de les observer, ces étages n'avaient été jusqu'à ces derniers temps l'objet d'aucune étude. J'ai pu constater à quelques lieues au nord d'Alcoy (province d'Alicante) le sénonien supérieur ($S_1S_2S_3S_4$) et le danien (d) superposés et en discordance, ainsi que l'indique la coupe (*fig.* 1).

Fig. 1.



Échelle $\frac{1}{10000}$.

» Les calcaires blancs, que je rattache au sénonien, comprennent :

» D'abord des couches (S_1) à *Inoceramus regularis*, très abondant, avec *Micraster aturicus* Héb.; puis des bancs (S_2) où l'on rencontre des Ananchytes se rapprochant de *Ananchytes semiglobus*, variété de grande taille, et de *Ananchytes gibba*, avec *Ammonites Jacquoti* Seunes, de Gan.

» Au-dessus, viennent des couches (S_3) avec *Hamites recticostatus* Seunes, que l'on rencontre aussi à Gan ; à leur partie supérieure se trouve un lit renfermant constamment et en abondance un *Isopneustes*, voisin de *Isopneustes amygdala* Klein, trouvé par M. Hébert à Stevensklint (Seeland), à la partie supérieure de la zone à *Belemnitella mucronata*. Cet *Isopneustes* diffère toutefois de *Isopneustes amygdala* par ses aires ambulacraires plus déprimées.

» Puis, quelques mètres de calcaires (S_4) avec Ananchytes.

(¹) Ce travail a été exécuté au laboratoire de Géologie de la Sorbonne. La partie paléontologique a été faite sous la bienveillante direction de M. Munier-Chalmas.

» Au-dessus de cet ensemble, qui, par la présence de *Inoceramus regularis, Ammonites Jacquoti,* de *Hamites recticostatus* et des Ananchytes voisines de *A. semiglobus* et *gibba,* présente de grandes affinités avec le sénonien supérieur des Pyrénées, viennent des calcaires avec *Ostræa ungulata* et *Orbitoides media,* et des Foraminifères du genre *Lituola,* reposant sous forme de lambeaux sur S_3 et S_4, et en stratification discordante avec eux : on est donc en présence de couches daniennes (*d*).

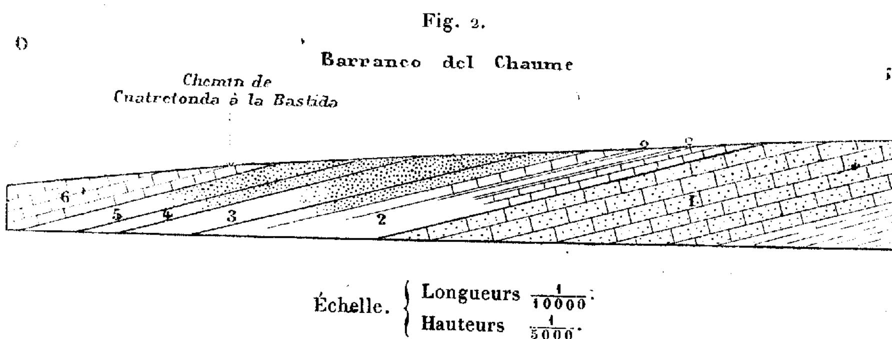
» Le danien se rencontre donc aux environs d'Alcoy, superposé au sénonien supérieur et en discordance avec lui.

» Dans le sud de la province de Valence, cet étage, composé de formations marines, se présente avec une puissance considérable, notamment aux environs de Cuatretonda, où ont été relevées les deux coupes 2 et 3, (Barranco del Chaume).

» Il ne m'a pas été possible toutefois d'observer la base du danien comme je l'avais fait aux environs d'Alcoy. Je n'ai pu qu'y constater l'existence de couches à *Heteroceras polyplocum*, caractéristique du sénonien supérieur de Haldem (Westphalie).

» Cette restriction faite, la constitution du danien dans cette région peut se résumer ainsi (*fig.* 2 et 3) :

Fig. 2.



Échelle. { Longueurs $\frac{1}{10000}$. Hauteurs $\frac{1}{5000}$.

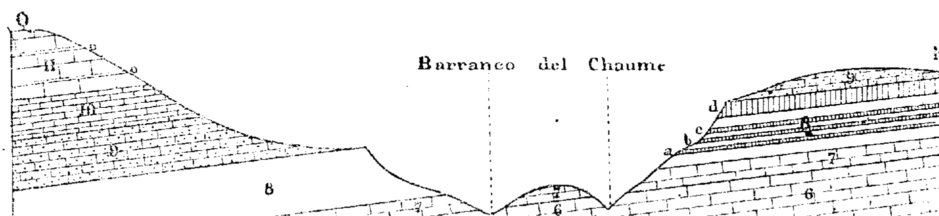
» 1° Des calcaires jaunes (1) avec *Clypeolampas Leskei, Ostræa vesicularis, Hemipneustes Leymeriei* Héb., *Hemipneustes pyrenaicus* Héb. Cet horizon est intéressant en ce que les *Hemipneustes* et *Clypeolampas* qu'il renferme ont été recueillis en grande abondance par M. Hébert dans le danien inférieur des Pyrénées, à Gensac et à Royan.

» 2° Une série de calcaires gréseux (2 et 3) avec *Ostræa* voisine de *Ostræa frons, Rhynchonella toillieziana* de Ciply (Belgique) et Exogyres nombreuses. Dans ces couches, sont intercalés plusieurs bancs de *Orbitoides media.*

» 3° Des calcaires gréseux et compacts (4, 5, 6) renfermant à leur base le *Cyclaster coloniæ* Cott., que l'on trouve à Tuco dans le danien supérieur des Pyrénées, des Nérinées, puis au-dessus plusieurs bancs compacts d'Exogyres formant un véritable conglomérat. On y rencontre, en outre : *Ostræa vesicularis,* présentant à la fois des

individus de grande taille se rapprochant des formes du danien de Scanie, et d'autres ayant de grandes analogies avec les formes sénoniennes; *Ostræa matheroniana*, offrant à la fois la variété que l'on rencontre à Royan et des formes analogues à celles du sénonien inférieur; *Janira quadricostata*, variété semblable à celle de Maëstricht; *Ostræa* voisine de *Ostræa frons*, mais un peu différente de l'*Ostræa* rencontrée plus bas et se rapprochant beaucoup d'une espèce rapportée de Meschers par M. Hébert.

Fig. 3.



Échelle $\frac{1}{10000}$

» Au-dessus (*fig.* 3) viennent des couches composées de calcaires compacts (7, 8) où l'on observe d'abord plusieurs espèces d'Orbitoïdes parmi lesquelles *O. media;* avec ces Foraminifères, apparaissent quelques Hippurites de petite taille. Puis on voit quatre bancs de Rudistes présentant un développement considérable. Dans le premier banc (*a*) on trouve le genre *Pironea* Meneghini, et dans les trois bancs supérieurs (*b*, *c*, *d*) le genre *Hippurites*.

» Le dernier banc d'Hippurites est recouvert par des grès grossiers (9) renfermant des grains de quartz roulés : il y a donc là un changement lithologique important. Ces grès sont surmontés par des calcaires (10, 11) vers la partie supérieure desquels on observe plusieurs lits d'Orbitoïdes de plusieurs espèces, parmi lesquels *Orbitoïdes cf. media*, renfermant aussi d'autres Foraminifères très probablement du genre *Calcarina*, enfin des algues calcaires, *Lithothalmium*. Ces calcaires constituent un des sommets les plus élevés dominant le barranco del Chaume. La présence de *Orbitoides cf. media* ne me paraissant pas suffisante pour classer ces couches (9, 10, 11) d'une façon définitive dans le Crétacé ou le Tertiaire, je crois devoir momentanément m'abstenir de toute interprétation à ce sujet.

» En résumé, sans indiquer avec certitude les limites du danien dans cette région, je puis néanmoins signaler l'existence de formations marines puissantes renfermant des calcaires à *Hemipneustes*, subordonnés à des bancs importants d'*Hippurites* et de *Pironea*. »

GÉOLOGIE. — *Conditions favorables à la fossilisation des pistes d'animaux et des autres empreintes physiques.* Note de M. **Stanislas Meunier.** (Extrait.)

« A la fin de ma récente Communication sur les pseudophytes auxquels donne lieu sur le littoral le ruissellement des eaux qui retournent à la mer, durant le reflux ([1]), je disais qu'à mon sens il faut des circonstances exceptionnelles pour que la fossilisation s'empare des pistes d'animaux, des gouttes de pluie, des rides de vents, des craquellements d'argile et d'autres traces purement physiques.

» Parfois on peut, sur le bord de la mer ou même ailleurs, rencontrer quelques-unes des circonstances favorables à la conservation qui nous occupe. Je rappellerai d'abord ce fait que, parmi les vestiges physiques dont la nature n'est pas contestée, on ne connaît rien qui ne soit terrestre, c'est-à-dire étranger au bassin des mers. Ce sont des pistes d'animaux aériens comme le *Cheirotherium* d'Hildburghausen ou de Lodève, les oiseaux du Connecticut, les êtres si variés du gypse de Montmorency étudiés par J. Desnoyers; ce sont des gouttes de pluie ou des craquellements d'argile; etc.

» Parmi les combinaisons fort diverses de conditions qui ont pu être réalisées, en voici une qu'on voit à l'œuvre sur plusieurs points de nos côtes : une flaque d'eau existant au-dessus de la zone accessible à la haute mer, un animal imprime sa trace sur son fond; si le vent vient ensuite à souffler avec une force suffisante, le sable charrié pourra tomber dans la flaque : il viendra former une couche sur l'empreinte, qui ne subira pendant ce temps aucune action tendant à l'effacer.

» On arrive donc ainsi, et c'est la première fois, je pense, que cette conclusion est proposée, à admettre, pour le grès à *Cheirotherium,* une origine éolienne. La flaque d'eau n'est d'ailleurs pas indispensable; le sable apporté par le vent sur une argile qui a reçu l'empreinte donnera le résultat désiré.... »

([1]) *Comptes rendus*, t. CVI, p. 242. — Depuis la lecture de mon travail, j'ai eu communication, grâce à l'obligeance de M. Bureau, d'une Note de M. Williamson insérée en 1885 dans les *Memoirs of the Manchester Society,* 2e série, t. X, p. 19, et relative à des accidents en partie identiques à ceux que j'ai décrits : je m'empresse de reconnaître sur ce point la priorité du savant anglais.

M. **Monmeja** adresse, de Monclar (Lot-et-Garonne), une Note relative à l'éclipse de Lune du 28 janvier.

La séance est levée à 4 heures trois quarts. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 6 février 1888.

Annales des Ponts et Chaussées; novembre et décembre 1887. Paris, Vve Dunod; 2 vol. in-8°.

L'Actinodon; par Albert Gaudry. (Mémoire extrait des *Nouvelles Archives du Muséum d'Histoire naturelle.*) Paris, G. Masson, 1887; br. gr. in-4°.

Les temps préhistoriques en Quercy; par Félix Bergougnoux. Paris, Félix Alcan, 1887; br. gr. in-4°. (Deux exemplaires.)

Ministère de l'Agriculture. Bulletin (Documents officiels. — Statistiques. — Rapports. — Comptes rendus de Missions en France et à l'Étranger); sixième année, n° 8. Paris, Imprimerie Nationale, décembre 1887; br. gr. in-8°.

Ministère de la Guerre. — Statistique médicale de l'armée pendant l'année 1884. Paris, Imprimerie Nationale, 1887; 1 vol. gr. in-4°. (Deux exemplaires.)

Bibliothèque universelle et Revue suisse; 93e année, troisième période, tome XXXVII, n° 109, janvier 1888. Lausanne, Bureaux de la *Bibliothèque universelle,* 1888; br. in-8°.

La laiterie. — Art de traiter le lait, de fabriquer le beurre, etc.; *par* A.-F. Pouriau. Paris, Audot, Lebroc et Cie, 1888; 1 vol. in-18. (Présenté par M. Dehérain.)

Du traitement des fractures du maxillaire inférieur par un nouvel appareil; par M. Claude Martin. Paris, Félix Alcan, 1887; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Verneuil, pour le Concours Montyon).

Annales agronomiques (Ministère de l'Agriculture), publiées par M. P.-P. Dehérain; tome XIV, n° 1. Paris, G. Masson, 1888; br. in-8°.

Journal de Pharmacie et de Chimie; 9e année, 5e série, tome XVII, n° 3, 1er février 1888. Paris, G. Masson, 1888; br. in-8°.

Annales de la Société d'Hydrologie médicale de Paris. Comptes rendus des séances; tome trente-deuxième, 9e livraison. Paris, Félix Alcan, 1887; br. in-8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine de Belgique; IVe série, tome I, n° 11, année 1887. Bruxelles, F. Hayez, 1887; br. in-8°.

Institution of mechanical engineers. — Proceedings, september 1887, n° 4. London, 1887; 1 vol. in-8°.

American chemical Journal, edited by IRA REMSEN. Vol. 10, n° 1, january 1888. Baltimore; br. in-8°.

A positive specific for hydrocele, boils, rheumatism and lumbago; by JOHN ELLIS SCOTT. London, 1887; br. in-8°.

Records of the geological Survey of India. Vol, XX, Part. 4, 1887; br. gr. in-8°.

American Journal of Mathematics, published under the auspice of the Johns Hopkins University; volume X, number 2. Baltimore, januany 1888; br. gr. in-4°.

Journal and Proceedings of the royal Society of New South Wales, for 1886; vol. XX, edited by A. LIVERSIDGE. Sydney, Ch. Potter, 1887; 1 vol. in-8°.

The Proceedings of the Linnean Society of New South Wales. Second series, vol. II, Part first and Part 2. Sydney, F. Cunninghame and C°, 1887; 2 vol. in-8°.

Monthly summaries and Monthly means for the year 1886, *with* 41 *maps. — Imperial meteorological observatory, Tokio, Japan;* br. in-4°.

Communicações da Commissão dos trabalhos geologicos de Portugal; tome I, fasc. II, 1885-1887. Lisboa, Typographia da Academia real das Sciencias, 1887; 1 vol gr. in-8°.

Anales de la Sociedad cientifica argentina; tomo XXIV. Buenos Aires, 1887; 5 br. in-8°.

Beobachtungen der Russischen Polarstation an der Lenamündung. II. Theil: *Meteorologische Beobachtungen,* bearbeitet von A. EIGNER. — II. Lieferung: *Beobachtungen vom Jahre* 1883-1884, herausgegeben unter Redaction von R. Lenz, 1887; 1 vol. gr. in-4°.

Ueber die Gebissentwicklung der Schweine, insbesondere über Verfrühungen und Verspätungen derselben, nebst Bemerkungen über die Schädelform frühreisen und spätreisen Schweine; von Prof. Dr ALFRED NEHRING. Berlin, Verlag von Paul Parey, 1888; br. gr. in-8°.

ERRATA.

(Séance du 23 janvier 1888.)

Note de M. *de Jonquières*, Sur quelques notions concernant les courbes et surfaces algébriques.

Page 234, première ligne de la note, *au lieu de* CII, *lisez* CVI.
Page 240, ligne 17, *au lieu de* A, *lisez* A'.
Page 241, ligne 4, *supprimez* $z'' = A''$.
Page 241, ligne 9, *au lieu de* $A - y$, *lisez* $A' - y$.

(Séance du 30 janvier 1888.)

Note de M. *Stéphan*, Sur l'éclipse totale de la Lune du 28 janvier 1888.

1° Page 327, ligne 17, *au lieu de* pendant une période commençant quelques minutes après la fin de cette phase, *lisez* pendant une période commençant quelques minutes avant la totalité et se terminant quelques minutes après la fin de cette phase.
2° Page 327, ligne 21, *au lieu de* M. Moitre, *lisez* M. Maitre.

Note de MM. *Bergeron* et *Munier-Chalmas*, Sur la découverte de la faune primordiale en France :

Page 375, ligne 4 (titre), *au lieu de* Bergeron, présentée par M. Hébert, *lisez* Bergeron. Note présentée par M. Hébert.
Page 377, ligne 6 en remontant, *au lieu de* M. Salter, *lisez* Salter.
Page 378, ligne 19, *après* Conocoryphe, *lisez* (*Conocephalites*).



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 FÉVRIER 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le Bureau de l'Académie, au nom de M. *Alfred Arago,* les pièces manuscrites suivantes, qui étaient restées dans les papiers de son père et qui appartiennent à l'Académie des Sciences :

État des dessins pour l'histoire naturelle, dessinés par *Aubriet*, peintre ordinaire du Roy, en miniature, pour l'Académie royale des Sciences. Ouvrage fait en l'année mil-sept-cent-trente-trois.

Sur la double réfraction du spath calcaire transparent, par M. *Hauy*. Mémoire manuscrit.

Mémoire ms. sur différents objets relatifs à l'Optique, par *Flaugergues* (Commissaires : *Lagrange* et *Legendre*), le 21 floréal an six.

Lettre de M. *Jomard,* Membre de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, à Monsieur le Président de l'Académie des Sciences (31 décembre 1820). Cette lettre est relative à l'instrument dont on fait usage à Londres sous le nom de *fliding rule.*

Rapport à l'Académie des Sciences (22 août 1831) sur un nouvel instrument d'arpentage que l'auteur, M. *Pericquekem*, désigne sous le nom de *géodésimètre*. Signé : *Mathieu* et *Puissant*. Le Rapport est de la main de *Puissant*.

Rapport sur un Mémoire de M. *Coriolis,* ayant pour titre : « Mémoire sur le principe des forces vives dans les mouvements relatifs des machines ». (Commissaires : MM. *Prony* et *Poisson*). 31 octobre 1881. Le Rapport, signé *Poisson* et *de Prony*, est de la main de *Poisson.*

Lettre de M. *Walferdin* (Paris, le 6 juin 1836) à M. le Président de l'Académie des Sciences.

Lettre de *H. de Ruolz* à M. le Secrétaire perpétuel (Paris, 11 avril 1842). (Envoi d'un paquet cacheté.)

M. Bertrand y joint un Cahier contenant des formules et des calculs astronomiques, et dont la couverture porte, écrit de la main d'Arago : « Ces formules ont été écrites par M. le Président de Saron pendant qu'il était en prison. »

M. Alfred Arago avait bien voulu offrir ce Cahier à M. Bertrand qui, après lui avoir adressé ses remerciements, a cru mieux faire, pour en assurer la conservation, de le déposer dans les Archives de l'Académie.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la détermination de la précision d'un système de mesures;* par M. **J. Bertrand.**

« Lorsqu'une même grandeur a été mesurée un grand nombre de fois, l'accord plus ou moins parfait des résultats permet d'apprécier la perfection de l'instrument et l'habileté de l'observateur. Si l'on accepte la formule si souvent justifiée qui suppose la probabilité d'une erreur z proportionnelle à $e^{-k^2z^2}$, la constante k mesure la précision. Toute fonction symétrique des erreurs commises a pour valeur probable une fonction de k, vers laquelle elle converge quand le nombre des épreuves augmente. En égalant, lorsque les erreurs sont connues, la valeur calculée à celle que donne le hasard, on obtient une équation qui détermine k. Ces équations sont en nombre infini. L'accord numérique de leurs racines est la confirmation la plus concluante des principes.

» On peut pour chaque formule déterminer l'erreur à craindre, c'est-à-dire la valeur probable du carré de la différence entre les deux membres de l'équation.

» Ce moyen de comparaison appliqué par Gauss aux formules proposées

jusqu'ici donne l'avantage à l'équation

$$\frac{1}{2k^2} = \frac{S_2}{n},$$

S_2 étant la somme des carrés des erreurs et n le nombre des mesures prises.

» Au lieu de choisir entre les formules directement obtenues celle qui laisse craindre la plus petite erreur, il semble préférable de déterminer la formule elle-même par la condition de rendre cette erreur minima.

» J'ai résolu les deux problèmes suivants : Déterminer les constantes α et β de manière à rendre minima les valeurs probables des expressions

$$\left(\frac{1}{k\sqrt{\pi}} - \frac{\alpha S_1}{n}\right)^2,$$
$$\left(\frac{1}{2k^2} - \frac{\beta S_2}{n}\right)^2,$$

S_1 désignant la somme des erreurs et S_2 celle de leurs carrés. On trouve

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{1}{n}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)},$$
$$\beta = \frac{n}{n+2}.$$

» Il y aurait donc avantage à substituer aux formules classiques

$$\frac{1}{k\sqrt{\pi}} = \frac{S_1}{n},$$
$$\frac{1}{2k^2} = \frac{S_2}{n}$$

les formules nouvelles

$$\frac{1}{k\sqrt{\pi}} = \frac{S_1}{n + \frac{\pi}{2} - 1},$$
$$\frac{1}{2k^2} = \frac{S_2}{n+2}.$$

» Les formules précédentes sont obtenues en supposant les observations encore inconnues; on choisit les coefficients de telle sorte que les observations qui vont être faites laissent craindre, pour la valeur de $\frac{1}{k^2}$ ou celle de $\frac{1}{k}$ qu'elles donneront, la plus petite erreur possible.

» On peut poser la question d'une manière très différente.

» Les observations sont faites. On connaît les erreurs commises. Quelle est la valeur la plus probable de k?

» Cette valeur est donnée par l'équation

$$\frac{1}{2k^2} = \frac{S_2}{n}.$$

Il n'en résulte pas que ce soit la meilleure à adopter.

» La valeur la plus plausible d'une grandeur inconnue n'est pas toujours celle dont la probabilité est la plus grande. Si cette valeur, plus probable que les autres, laisse craindre, quand elle n'est pas exacte, des erreurs plus grandes, ce n'est pas elle qu'on doit conseiller. Il faut adopter la valeur moyenne égale à l'espérance mathématique de celui qui aurait la promesse de recevoir une somme mesurée par la grandeur inconnue.

» Si une grandeur, pour prendre un cas extrême, avait cent valeurs possibles, l'une égale à 10 000 et ayant pour probabilité $\frac{2}{100}$, toutes les autres inférieures à 10 et ayant des probabilités égales plus petites que $\frac{1}{100}$, la valeur la plus probable est 10 000. Il serait absurde cependant de déclarer vraisemblablement égale à 10 000 cette grandeur, qui a 98 chances sur 100 d'être plus petite que 10.

» J'ai cherché, les mesures étant supposées prises et les erreurs commises exactement connues, la valeur moyenne de k et celle de k^2.

» On trouve

$$k = \frac{1}{\sqrt{S_2}} \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2} + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right)},$$

$$k^2 = \frac{1}{S_2} \frac{n+1}{2}.$$

Les valeurs trouvées pour k sont différentes. Il n'en faut rien conclure contre la théorie. On cherche des valeurs probables d'une grandeur dont la valeur exacte reste inconnue; pourvu que ces valeurs, quand le nombre des épreuves augmente, convergent vers une même limite, elles ne se contredisent nullement.

» Les trois formules

$$\frac{1}{2k^2} = \frac{S_2}{n},$$

$$\frac{1}{2k^2} = \frac{S_2}{n+2},$$

$$\frac{1}{2k^2} = \frac{S_2}{n+1}$$

s'accordent évidemment lorsque n est grand; elles s'accordent aussi, on le vérifie aisément, avec la formule nouvelle

$$k = \frac{1}{\sqrt{S_2}} \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}+1\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}+\frac{1}{2}\right)}.$$

» Leur accord avec

$$\frac{1}{k\sqrt{\pi}} = \frac{S_1}{n},$$

$$\frac{1}{k\sqrt{\pi}} = \frac{S_1}{n+\frac{\pi}{2}-1}$$

exige que, pour un grand nombre d'épreuves, on ait

$$\frac{\left(\frac{S_2}{n}\right)}{\left(\frac{S_1}{n}\right)^2} = \frac{\pi}{2},$$

l'égalité approchée des deux membres de cette formule après une longue série d'épreuves est une confirmation de la théorie. »

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Sur un procédé antique pour rendre les pierres précieuses et les vitrifications phosphorescentes;* par M. **Berthelot**.

« La collection des alchimistes grecs, transcrite dans certains manuscrits du XIIIe siècle (n° 2325 de la Bibliothèque nationale) et du XVe siècle (n° 2327), renferme un petit Traité exposant les procédés pour « colorer les pierres précieuses artificielles, les émeraudes, les escarboucles, les hyacinthes, d'après le livre tiré du sanctuaire du temple ».

» Ce Traité renferme une série de recettes purement techniques, analogues à celle du papyrus de Leide, et dont quelques-unes remontent probablement à une haute antiquité.

» On y trouve cités plusieurs auteurs alchimistes égyptiens, tels que Marie, Agathodémon, le pseudo-Moïse, Ostanès, Démocrite, ces trois derniers également nommés dans Pline [1]. Les citations de notre Démocrite, en

(1) Comme magiciens, *H. N.*, XXX, 2.

particulier, s'en réfèrent à son Traité sur l'art de colorer les verres, lequel ressemble singulièrement à ceux dont parlent Sénèque (1) et Diogène Laërce; ce qui ferait remonter l'alchimiste qui a pris le nom de Démocrite vers les origines de l'ère chrétienne (2).

» Il m'a paru intéressant d'extraire de nos manuscrits certains procédés de teinture superficielle ou vernis, destinés à rendre les pierres précieuses et les objets de verre phosphorescents dans l'obscurité : sujet devenu fort intéressant de notre temps pour les parures des femmes et divers autres usages, mais dont on ne trouve, à ma connaissance, aucune trace ni dans Pline, ni dans les auteurs déjà publiés. On sait que ces auteurs traitent longuement des pierres précieuses, auxquelles les anciens attribuaient des propriétés mystérieuses. Mais l'éclat de l'escarboucle, si célèbre au moyen âge, et celui des autres pierres lumineuses citées autrefois, étaient dus simplement à la réflexion, à la réfraction et à la dispersion de la lumière; aucun fait ne permet d'attribuer avec certitude aux pierres décrites par les anciens la propriété d'émettre de la lumière dans l'obscurité, ainsi que M. E. Becquerel l'a établi. C'est ce qui donnera, je crois, quelque intérêt au fragment que je vais traduire (3).

» *Quelles espèces produisent la coloration des pierres précieuses et par quel traitement?* — Nous savons que l'agent commun dans les œuvres de cet art est la comaris (talc) et nous allons dire quelles espèces sont susceptibles de colorer les pierres; comment, unies à la comaris, elles colorent les verres et augmentent la teinte des pierres naturelles; quels sont les vases et les moyens du traitement.

» En ce qui touche la fabrication des émeraudes, suivant l'opinion d'Ostanès, ce compilateur universel des anciens, les espèces employées sont la rouille de cuivre, les biles de toutes sortes d'animaux, et matières similaires. Pour les hyacinthes (améthystes), on emploie la plante de ce même nom (jacinthe) et la racine d'isatis, mise en décoction avec elle. Pour l'escarboucle, c'est l'orcanète et le sangdragon.

» Pour l'escarboucle qui brille la nuit, et est appelée couleur de pourpre marine, ce sont les biles d'animaux marins, de poissons ou de cétacés, à cause de leur propriété de briller la nuit, et surtout de leur couleur plus ou moins glauque. C'est ce que manifestent leurs entrailles, leurs écailles et leurs os phosphorescents. En effet, Marie s'exprime ainsi : « Si tu veux teindre en vert, mélange la rouille de cuivre avec la bile de tortue : pour faire plus beau, c'est avec la bile de tortue d'Inde. Mets-y les objets, et la » teinture sera de première qualité. Si tu n'as pas de la bile de tortue, emploie du » poumon marin (Méduse) bleu, et tu feras une teinture plus belle. Lorsqu'elle est » complètement développée, les objets émettent une lueur. ».

(1) *Epist.* CX.
(2) Voir mes *Origines de l'Alchimie*, p. 71 et 149.
(3) Ms. 2327, f° 147, verso.

» Ainsi Ostanès, pour les émeraudes, a pris les biles des animaux et la rouille de cuivre, mais sans y ajouter la couleur marine; pour l'hyacinthe, il a pris la plante du même nom, le noir indien et la racine d'isatis; pour le rubis, l'orcanète et le sangdragon. Marie a pris, de son côté, la rouille de cuivre et la bile des animaux marins. Quant à la pierre qui brille la nuit, c'est celle que les savants en matière de pierre appellent hyacinthe. C'est pourquoi il continue en ces termes : « Lorsque la teinture est com-
» plètement développée, les objets teints projettent une lueur pareille aux rayons du
» Soleil. »

» ... Ostanès a parlé d'abord de la teinture de la pierre en rouge couleur de feu, qui ne brille pas la nuit. Mais, dans ce passage, l'opérateur expose que la pierre la plus précieuse qu'il convienne de préparer et de teindre est celle qui émet des rayons lumineux la nuit : de telle sorte que ceux qui la possèdent puissent lire et écrire, et faire n'importe quoi comme en plein jour. En effet, chaque escarboucle (teinte) peut être vue séparément de nuit, avec sa grosseur propre et sa pureté, que la pierre soit naturelle ou artificielle. On peut se diriger à l'aide de la lumière ainsi émise, en vertu de la propriété de ces pierres de briller la nuit. Car le mot employé ici ne s'applique pas seulement à la pierre qui brille le jour, mais à celle qui brille la nuit.

» Les biles des animaux, perdant leur partie aqueuse, sont desséchées à l'ombre. Dans cet état, on les incorpore à la rouille de notre cuivre, ainsi qu'à la comaris; on fait cuire le tout ensemble, selon les règles de l'art. Colorées par l'eau divine [1], elles prennent une teinte stable. Cette eau étant écartée, les pierres sont chauffées et, encore chaudes, trempées dans la teinture, suivant les préceptes des Hébreux.

» Si, toutefois, la couleur tirée des biles ne donne pas à la pierre un vert suffisamment intense, on met celle-ci dans notre rouille, en ajoutant de la rouille de plomb commun, un peu de couperose et toutes les matières susceptibles de servir aux pierres que l'on veut surteindre, ou qui contiennent des figures : cela se fait surtout pour les émeraudes.

» Il faut savoir que les biles des animaux marins ajoutent la phosphorescence à la coloration propre de chaque pierre, lorsqu'on les introduit en proportion convenable dans les matières tinctoriales propres à chaque couleur, ou avec certaines autres espèces.

» D'après les noms d'Ostanès, de Marie, de Démocrite [2], les textes précédents se rattachent aux plus vieilles traditions de l'Égypte hellénisée; si même ils ne remontent aux pratiques beaucoup plus anciennes des prêtres égyptiens et du culte de leurs divinités. La mise en œuvre de couleurs superficielles pour rehausser l'éclat des pierres précieuses est encore usitée de nos jours : on sait à quelles fraudes elle a donné lieu dans le commerce des diamants jaunes; mais j'ignore si l'on s'en sert aujourd'hui pour communiquer à ces pierres la phosphorescence. Quoi qu'il en soit, j'ai

---

(1) Polysulfure alcalin? ou autre liqueur active.

(2) *Origines de l'Alchimie*, p. 70.

donné les textes, et ils ne laissent aucun doute sur l'emploi antique des pierres précieuses rendues phosphorescentes dans l'obscurité, par l'usage de teintures superficielles, provenant de matières dont nous connaissons les propriétés analogues. Cette phosphorescence, due à l'application de matières organiques oxydables, ne devait pas être durable; mais elle pouvait se prolonger pendant plusieurs heures, peut-être plusieurs jours, et elle pouvait être rétablie ensuite par de nouvelles applications des mêmes agents. C'est un chapitre curieux à ajouter aux connaissances pratiques des anciens. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe spéciale des diviseurs de la somme d'une série géométrique;* par M. **Sylvester**.

« En l'honneur du grand et surprenant Fermat, dont j'ai vu avec une émotion indicible gravés sur le buste au musée de Toulouse les mots qui lui étaient adressés par Blaise Pascal : « Au plus grand homme de l'Europe », je me propose de nommer la fonction fondamentale de la haute Arithmétique $\theta^M - 1$ le *fermatien* à la *base* θ et à l'*indice* M.

De plus, je nommerai la fonction $\frac{\theta^M - 1}{\theta - 1}$, qui n'est autre chose que la somme d'une série géométrique dont la raison est un entier, le *fermatien réduit*. M (bien entendu) est un entier positif quelconque, mais θ un entier positif ou *négatif*.

» Les nombres premiers qui divisent un nombre quelconque, je les nomme ses *éléments*.

» On sait, d'après Euler, que tout diviseur d'un fermatien sera de la forme $x\mu + 1$, où μ est M ou bien un diviseur quelconque de M. Parmi ces diviseurs, il y a une classe toute spéciale qui correspond aux cas de $\mu = 1$ et de $\mu = -1$. Le caractère spécial de ces diviseurs du fermatien, c'est qu'ils doivent nécessairement être (comme on verra immédiatement) en même temps diviseurs de son indice. Je remarque préalablement que, $\theta^{p^\alpha} - 1$ (où p est un nombre premier) étant, par rapport au module p, congru à $\theta - 1$, afin que ce fermatien contienne p, il faut que $\theta - 1$ le contienne.

» 1° Soit $M = p$ un nombre premier *impair:* je dis que le fermatien réduit $\frac{\theta^p - 1}{\theta - 1}$ contiendra p, mais non pas p^2. Car, en mettant $\theta = kp + 1$, on voit que le fermatien réduit $\frac{\theta^p - 1}{\theta - 1}$, envisagé comme la somme d'une série

géométrique, sera congru par rapport au module p^2 à $p + k\frac{p^2-p}{2}p$, c'est-à-dire à p.

» 2° Soit M la puissance d'un nombre premier impair p^α. En supposant toujours que $\theta - 1$ contient p, $\theta^x - 1$ le contiendra.

» Conséquemment, puisque $\frac{\theta^{p^\alpha}-1}{\theta-1} = \frac{\theta^{p^\alpha}-1}{\theta^{p^{\alpha-1}}-1}\,\frac{\theta^{p^{\alpha-1}}-1}{\theta^{p^{\alpha-2}}-1}\cdots\frac{\theta^p-1}{\theta-1}$, il suit comme conséquence de ce qui précède que $\frac{\theta^{p^\alpha}-1}{\theta-1}$ sera divisible par p^α, mais non pas par $p^{\alpha+1}$.

» 3° Soit $M = Np^\alpha$, où N est premier à p; on a

$$\frac{\theta^{Np^\alpha}-1}{\theta-1} = \frac{\theta^{Np^\alpha}-1}{\theta^N-1}\,\frac{\theta^N-1}{\theta-1};$$

le premier facteur peut être envisagé comme fonction de θ^N et par le cas précédent sera divisible par p^α, mais non pas par $p^{\alpha+1}$. Le second facteur, envisagé comme la somme d'une série géométrique, sera congru à N par rapport à p (quel que soit N pair ou impair) et conséquemment ne contiendra pas p. Donc $\frac{\theta^{Np^\alpha}-1}{\theta-1}$ sera divisible par p^α, mais non par $p^{\alpha+1}$.

» Ainsi, si p est un élément quelconque impair de $\theta - 1$ et p^α la plus haute puissance de p contenu dans M, le fermatien réduit $\frac{\theta^M-1}{\theta-1}$ contiendra p^α, mais ne contiendra pas $p^{\alpha+1}$ et, comme conséquence particulière, ne contiendra nul élément de $\theta - 1$ qui n'est pas un diviseur de M.

» On peut aussi supposer que $\theta - 1$ contient chaque élément de M, et l'on obtient le théorème suivant :

» *Un fermatien réduit à indice impair, dont le dénominateur est divisible par chaque élément de son indice, sera lui-même divisible par cet indice, et de plus le quotient qui résulte de la division de l'une de ces quantités par l'autre sera premier relatif à l'indice.*

» C'est dans les recherches sur la possibilité de l'existence de nombres parfaits autres que ceux d'Euclide que se rencontre cette théorie des fermatiens réduits qui y joue un rôle indispensable. Comme exemple de son utilité, je vais faire voir qu'un nombre de la forme $3N \pm 1$ à 7 éléments ne peut pas être un nombre parfait.

» Remarquons que, si g est un des nombres gaussiens 3, 5, 17, 257, ..., c'est-à-dire un nombre premier de la forme $2^n + 1$, g ne peut pas diviser

un fermatien réduit à indice impair s'il ne divise pas le dénominateur; car, afin que cela eût lieu, $g - 1$ par le théorème déjà cité d'Euler devrait contenir un facteur impair.

» Donc un tel fermatien réduit sera de la forme $\frac{(gx+1)^{\mu g} - 1}{(gx+1) - 1}$.

» Or nous avons vu, dans la Note précédente (p. 405 de ce Volume), qu'un nombre $3N \pm 1$ à 6 éléments ne peut pas être un nombre parfait, et que, si un tel nombre à 7 éléments est un nombre parfait, le plus grand d'entre eux ne peut pas excéder 37.

» Il est facile de voir que ce nombre doit contenir 5, parce que

$$\frac{7}{6} \cdot \frac{11}{10} \cdot \frac{13}{12} \cdot \frac{17}{16} \cdot \frac{19}{18} \cdot \frac{23}{22} \cdot \frac{29}{28} < 2;$$

en effet, ce produit est moindre que 1,69.

» Soit donc, s'il est possible, $3N \pm 1$ un nombre parfait à 7 éléments.

» Les nombres premiers de la forme $4x + 1$ pas plus grands que 37 sont 13, 17, 29, 37. Mais 17 ne peut pas être l'élément exceptionnel de $3N \pm 1$ parce que la somme des diviseurs du component [1] qui répond à 17 sera la somme d'un nombre pair de termes de la série $1 + 17 + 17^2 + 17^3 + \ldots$, laquelle nécessairement contient 3. La même chose est évidemment vraie pour un nombre quelconque, comme $2q$, qui est de la forme $12x + 5$.

» Donc le component exceptionnel aura pour élément ou 13 ou 37; mais ni $13^2 - 1$ ni $37^2 - 1$ ne contient 5. Il faut donc que la somme des diviseurs du component ou à l'élément 11 ou sinon à l'élément 31 soit respectivement de la forme $\frac{11^{5\mu} - 1}{11 - 1}$ ou $\frac{31^{5\nu} - 1}{31 - 1}$, car 11 et 31 sont les seuls nombres pas plus grands que 37 de la forme $5x + 1$. Conséquemment tous les diviseurs d'une au moins des deux quantités $\frac{11^5 - 1}{11 - 1}$ ou $\frac{31^5 - 1}{31 - 1}$ seront compris parmi les éléments de $3N \pm 1$.

» Selon notre théorème, les diviseurs ni de l'un ni de l'autre de ces deux fonctions ne peuvent contenir 5 et conséquemment par le théorème d'Euler seront de la forme $10x + 1$.

» Or, puisque 11 n'est pas un résidu quadratique de 31, $11^5 - 1$ ne peut pas contenir 31; donc les diviseurs de $\frac{11^5 - 1}{11 - 1}$ sont compris parmi les nombres 41, 61, 71, 101, ...

---

(1) La plus haute puissance d'un élément d'un nombre qu'il contient se nomme un *component* de ce nombre.

» $\frac{31^5 - 1}{31 - 1}$ contiendra 11, mais ne peut pas être une puissance de 11, car au module 11^2

$$4^5(31^5 - 1) \equiv 3^5 - 4^5 \equiv 1 - 4^3 \equiv - 1023,$$

c'est-à-dire

$$- 11.93,$$

de sorte que $31^5 - 1$ n'est pas divisible même par 11^2.

» Donc les diviseurs de $\frac{31^5 - 1}{31 - 1}$ sont aussi compris parmi les nombres 41, 61, 71, 101, ...

» Conséquemment il y aura au moins un élément du nombre parfait $3N \pm 1$ qui n'est pas moindre que 41; cette conclusion est contradictoire à l'existence de la limite supérieure 37 à la grandeur des éléments. Donc on peut affirmer en toute sûreté qu'un nombre non divisible par 3 qui contient moins que 8 facteurs premiers distincts ne peut pas être un nombre parfait.

» Il y a une méthode un peu plus expéditive pour parvenir au résultat dernièrement acquis; mais, tout de même, supprimer la première méthode serait un procédé mal avisé, puisque son principe est applicable à d'autres cas où celui dont je vais faire usage se trouverait en défaut; par exemple en combinant les deux méthodes, c'est-à-dire en tenant compte en même temps des conséquences de la présence de 17 quand il figure comme élément, et de la présence de l'élément 5 dans le cas où 17 manque. Je crois avoir démontré qu'un entier $3N \pm 1$ à 8 éléments ne peut pas être un nombre parfait.

» Remarquons que, puisque le produit suivant à 7 termes où 17 manque dans les numérateurs $\frac{5}{4}\,\frac{7}{6}\,\frac{11}{10}\,\frac{13}{12}\,\frac{19}{18}\,\frac{23}{22}\,\frac{29}{28}$ est moindre que 1,988, un nombre parfait à 7 éléments non divisible par 3 ne peut pas exister sans l'élément 17. Supposons qu'un tel nombre existe. Soit η un de ses éléments (autre que 17). La somme des diviseurs du *component* qui y correspond sera de la forme $\frac{\eta^{2i+2} - 1}{\eta - 1}$ si η est un élément ordinaire et de la forme $\frac{(\eta^2)^{2j+1} - 1}{\eta^2 - 1}(\eta + 1)$ si η est l'élément exceptionnel.

» Dans l'un et dans l'autre cas, cette somme ne peut contenir 17 que sous la condition que $\eta^2 - 1$ soit divisible par 17.

» Donc, puisque le produit des sommes des diviseurs des components d'un nombre parfait doit contenir tous ses éléments, il existe au moins

un élément η tel que $\eta^2 - 1$ contient 17, c'est-à-dire il y a un élément qui est un nombre premier compris dans l'une ou l'autre des formules $17x+1$, $17x-1$; mais le plus petit nombre premier contenu dans ces formules est 67 [1]. Ainsi, puisque

$$\frac{5}{4}\,\frac{7}{6}\,\frac{11}{10}\,\frac{13}{12}\,\frac{17}{16}\,\frac{19}{18}\,\frac{67}{66} < (1,95)\left(1+\frac{1}{66}\right) < 1,98,$$

l'existence d'un nombre parfait $3N \pm 1$ à 7 éléments est impossible. »

HYDRAULIQUE. — *Sur les propriétés d'une nouvelle machine hydraulique, employée à faire des irrigations.* Note de M. **A. de Caligny.**

« Dans le second Volume de mon Ouvrage intitulé : *Recherches théoriques et expérimentales sur les oscillations de l'eau et les machines hydrauliques à colonnes liquides oscillantes,* je me suis spécialement occupé des conditions qui conduisent au maximum de rendement pour les appareils de mon invention. Je ne m'y suis peut-être pas assez étendu sur les circonstances où le rendement n'est pas ce qu'il y a de plus essentiel et où il s'agit principalement de la simplicité et de l'économie dans les frais de premier établissemet.

» Dans ma Note du 19 décembre dernier, j'ai présenté à l'Académie une disposition ayant précisément pour objet ce dernier genre de considérations. Une des choses qui en font le mieux voir l'utilité pratique est l'importance, même abstraction faite des irrigations, de pouvoir alimenter un abreuvoir avec de l'eau de rivière. On sait combien cela est apprécié pour les bestiaux. Or, cela n'exige qu'une assez petite quantité d'eau. Il est intéressant de pouvoir se la procurer à très peu de frais.

» Dans les circonstances dont il s'agit, le tube qui amène l'eau, n'étant pas d'une longueur même double de la hauteur à laquelle l'eau est élevée, en partant alternativement du repos dans un tuyau latéral, il résulte de l'inertie de celle qui est dans ce dernier que l'air comprimé, détendu à chaque période, atteint alternativement une pression plus grande que le

[1] On pourrait facilement prouver (s'il était nécessaire pour les besoins de la démonstration du théorème) que η doit être un nombre premier de la forme $17x+1$ ou un nombre premier en même temps de la forme $17x-1$ et $12y+1$, c'est-à-dire de la forme $204x+169$, et ainsi il y aurait au moins un élément plus grand que 103.

poids de la colonne qu'il a à soulever, ce qui n'empêche pas qu'il n'y a *aucun changement brusque de vitesse*. Le cas serait tout différent si le tuyau précité, qui amène l'eau à la tête de la machine, avait une beaucoup plus grande longueur parce que l'inertie de la colonne à élever serait bien moindre relativement à celle de la colonne dont la force vive est employée à comprimer l'air.

» Tel aurait été le cas qui se serait présenté si, comme on en a eu la pensée à l'époque où l'on a disposé le grand tuyau de conduite qui amène l'eau de l'aqueduc de ceinture aux bassins Racine, on avait employé un des appareils de mon invention à élever une partie de l'eau à la place de l'Estrapade. Je désirais alors éviter l'emploi de l'air comprimé, et la hauteur à laquelle l'eau devait être élevée était tellement considérable, que j'insistai peu sur la possibilité de cette application.

» Je suis revenu sur ce sujet depuis mes dernières expériences précitées. Mais, d'après les renseignements que j'ai pris, les conditions ne sont plus les mêmes, et l'on a d'ailleurs d'autres moyens de se procurer l'eau à la place de l'Estrapade. Il n'est pas cependant sans quelque utilité de rappeler l'attention sur ce sujet, parce que, dans des circonstances semblables, on pourrait à très peu de frais profiter d'une chute motrice, entièrement perdue quand on remplit des bassins, surtout de telles dimensions.

» Il y a même une considération intéressante quant à la manière d'apprécier le rendement de cet appareil, qui a d'ailleurs l'avantage de pouvoir fonctionner sous des chutes très variables.

» Quel que fût le système employé à une si grande distance du bief supérieur, il faudrait tenir compte du travail en frottement qu'il serait nécessaire de vaincre, si l'on amenait d'abord l'eau par un mouvement permanent sur une autre machine, telle qu'une roue. *Il ne faut donc mettre sur le compte de l'appareil qu'une partie seulement du travail en frottement qu'il a dépensé.*

» L'emploi des tubes mobiles ou soupapes du Cornwall, qui, ne bouchant jamais les sections transversales, permet d'éviter des coups de bélier, est très important non seulement pour les machines de ce genre, mais quand on veut faire fonctionner facilement des orifices de dimensions très considérables pour le service de la navigation. Lorsqu'on ne les employait pas, il pouvait en résulter des dangers, comme on en a eu un exemple en Belgique.

» Une vanne tournante, ayant un axe qui n'était pas assez sûrement assujetti, s'est fermée d'elle-même, et *une partie de l'aqueduc a sauté*. A la

suite de cet accident, on a laissé derrière cette vanne une partie de l'aqueduc à *ciel ouvert*. Cela remplace les tuyaux de sûreté que j'avais prescrits pour des circonstances semblables, notamment en 1844. Mais aujourd'hui on applique pour les canaux, en Belgique et dans divers pays, les tubes mobiles, *toujours ouverts à leurs deux extrémités*, que j'avais proposés, en 1837, dans un Mémoire couronné en 1839 par l'Académie des Sciences. Ces tubes, depuis longtemps exécutés sur une très grande échelle à l'écluse de l'Aubois, dans les conditions dont il s'agit, sont employés à cinq écluses du canal de Mons à la Louvière, depuis l'Exposition internationale universelle d'Anvers, qui m'avait décerné une médaille d'or. »

CHIMIE. — *A quels degrés d'oxydation se trouvent le chrome et le manganèse dans leurs composés fluorescents?* Note de M. **Lecoq de Boisbaudran**.

« Désirant faire de nouveaux essais sur les fluorescences de la chaux, j'avais modifié le texte de ma précédente Communication [1]; mais une partie de l'article *Chaux et chrome*, que je voulais supprimer, a été intercalée par erreur dans l'article *Galline et chrome*. Il faut donc tenir pour nulles les lignes 19 à 33 de la page 1231 et les lignes 1 à 4 de la page 1232. En outre, les quantités de Cr^2O^3, indiquées dans la seconde note de la page 1229, sont toutes quatre fois trop grandes. Ces rectifications sont indispensables pour le cas où quelqu'un répéterait mes expériences.

» *Chaux seule* [2]. — Avant de parler de l'action du chrome sur la chaux, je vais indiquer ce que donne cette dernière substance quand elle est seule.

» La purification absolue de la chaux n'est pas très facile [3]; aussi obtient-on avec les diverses préparations des fluorescences un peu différentes, mais pouvant se rapporter à quelques types qui coexistent généralement, tout en variant d'intensités relatives.

---

(1) *Comptes rendus*, 19 décembre 1887, p. 1228 et suiv.

(2) Le carbonate de chaux presque pur ne fluoresce pas sensiblement dans le vide.

(3) Du carbonate de chaux, déjà presque purifié par les moyens ordinaires, est dissous dans HCl; on ajoute à la solution concentrée (ou alcoolisée) une petite quantité d'acide sulfurique ou de sulfate d'ammoniaque et l'on filtre. La liqueur, très étendue d'eau, est alors presque complètement précipitée par les mêmes réactifs, ce qui fournit du sulfate de chaux cristallisé qu'on transforme en carbonate par digestion avec du carbonate d'ammoniaque. Au besoin, on répète ces opérations.

» La première fluorescence s'observe au moment de l'établissement du courant électrique et ne dure qu'un temps très court [1]; elle a un éclat remarquable et une teinte blanc vert ou blanc bleu. Ce premier éclat est plus brillant quand la teinte tire sur le vert. Je n'ai pas vu de raies spectrales. Un échauffement modéré du tube empêche cette vive phosphorescence [2], qui ne se produit avec toute son intensité qu'après calcination du $CaOCO^2$ dans un courant d'air. Si l'on a calciné dans l'hydrogène, le premier éclat est très inférieur, quoique parfois encore assez beau ; il n'est plus blanc vert, mais d'un rose plus ou moins violacé.

» La deuxième fluorescence est celle de la chaux manganésifère ; il est assez rare qu'on n'en observe pas une faible trace, reconnaissable à sa bande spectrale orangé jaune. La réaction fluorescente du manganèse est encore plus sensible après calcination dans l'hydrogène [3].

» La troisième fluorescence se manifeste lorsqu'on laisse passer le courant induit pendant quelques instants ; il naît en face de l'électrode négative une tache rose qui s'élargit et dont le centre devient bientôt bleu violet (quatrième fluorescence). Le rose ne se développe pas dans les parties du tube qui sont froides et trop éloignées des électrodes. Je n'ai pas vu de raies.

» Enfin, la quatrième fluorescence prend naissance en face de l'électrode négative et gagne au chauffage modéré du tube ; elle est d'un bleu violet assez beau ; je n'y ai pas constaté de raies.

» Si la calcination de la chaux a eu lieu dans l'hydrogène, la fluorescence bleue est bien plus faible. La fluorescence rose se maintient, mais tire, cependant, sur le violet quand le courant induit est énergique. Ces deux fluorescences sont donc assez analogues et semblent dépendre d'une même cause. La fluorescence rose me paraît se comporter comme si elle résultait de la compensation complémentaire du bleu de la fluorescence bleu violet par l'orangé $CaO + Mn$; le rose, contenu dans le bleu violet, persistant seul.

» D'après ces observations, il est donc permis de supposer que la plupart des fluorescences de la chaux sont dues à des traces de corps étran-

(1) Elle s'affaiblit du moins très rapidement quand on prolonge le passage du courant électrique.

(2) La fluorescence blanc vert (ou blanc bleu) persiste un peu dans les parties du tube qui sont froides et éloignées des électrodes.

(3) *Comptes rendus*, 19 décembre 1887, p. 1232.

gers. Tel paraît bien être le cas pour le premier éclat blanc vert, car cette teinte ne se produit pas après calcination dans l'hydrogène, tandis qu'elle est augmentée (ainsi qu'on le verra dans une prochaine Communication) lorsque la chaux, calcinée à l'air, a été additionnée d'un peu de chrome ou de cuivre.

» Un de mes échantillons de $CaOCO^2$ [1] a été dissous dans HCl et la solution fractionnée par le carbonate d'ammoniaque. On a ainsi obtenu cinq carbonates de chaux qui furent examinés au vide, après calcination en présence de l'air et dans un creuset de platine [2].

» La chaux du premier précipité donne, avec un vide et une puissance électrique convenables [3], un premier éclat blanc jaunâtre. La fluorescence devient ensuite jaune rosé, puis plus rose; enfin, du bleu violet se développe en face de l'électrode et s'augmente si l'on chauffe un peu le tube. On voit la bande spectrale $CaO + Mn$, ce qui explique la fluorescence jaunâtre.

» La chaux du deuxième précipité donne des effets voisins de ceux du premier précipité, mais le premier éclat passe déjà nettement au vert; il y a moins de fluorescence jaune et plus de bleu violet.

» La chaux du troisième précipité donne encore moins de jaune et plus de bleu violet. On aperçoit, mais faiblement, la bande $CaO + Mn$.

» La chaux du quatrième précipité, calciné à l'air, possède un premier éclat assez vif, d'un vert bleuâtre. La fluorescence bleu violet est très marquée. En chauffant légèrement le tube, on augmente de beaucoup le bleu violet, qui est ici plus beau qu'avec aucune autre de mes préparations calciques. On ne distingue pas avec certitude la bande $CaO + Mn$.

» La strontiane, presque pure, donnant une magnifique fluorescence bleu-indigo, il y avait lieu de chercher cette terre dans la quatrième chaux; celle-ci fut donc dissoute dans HCl, et l'on examina la solution au moyen

---

(1) La chaux du $CaOCO^2$ primitif (non fractionné) donne, après calcination dans l'air, un premier éclat vert bleu, plus bleu que celui de certaines autres chaux. Les fluorescences rose et bleue sont bien développées; ce qui m'a engagé à choisir ce $CaOCO^2$ pour l'essai de fractionnement, bien qu'il ne fût pas particulièrement pur, surtout au point de vue du manganèse.

(2) Le platine retient parfois des traces de cuivre, malgré le lavage au bisulfate de potasse en fusion.

(3) Le degré de perfection du vide et l'intensité électrique ayant une influence notable sur l'éclat relatif des diverses fluorescences, il faut avoir soin de comparer les substances dans des vides et avec des courants d'induction à peu près semblables.

de l'étincelle d'une bobine à long fil, suivant mon ancien procédé. On ne put apercevoir aucune trace de la raie bleue du Sr : $\lambda = 460,7$. Avec la bobine à court fil de M. Demarçay, à peine une *très faible* raie se montre-t-elle au voisinage de la position 460,7 ; mais, faute d'intensité lumineuse, toute mesure exacte fut impossible. Si donc la quatrième chaux contient de la strontiane, ce ne peut être qu'en proportion extraordinairement minime.

» Après calcination dans l'hydrogène, la quatrième chaux donne un premier éclat relativement modéré et rose. La fluorescence subséquente est assez peu brillante et d'un rose plus ou moins violet. Du jaune rosé se développe en face de l'électrode active et une teinte analogue se maintient sur les parties du tube qui sont froides et éloignées des électrodes. La bande $CaO + Mn$ est bien visible. En chauffant suffisamment le tube, on fait disparaître le rose plus ou moins violet ; il reste partout un faible jaune ($CaO + Mn$).

» La chaux du cinquième précipité donne un premier éclat plus faible : la fluorescence bleu violet est légèrement moins vive et le rose notablement moins développé qu'avec la quatrième chaux. On ne voit pas la bande $CaO + Mn$.

» Quelque opinion qu'on se fasse sur les causes des fluorescences de la chaux, celles-ci étant connues, on peut examiner l'effet de l'addition à la chaux d'autres substances, telles que chrome, cuivre, etc.; ce sera l'objet d'une prochaine Communication. »

M. **Maurice Lévy** fait hommage à l'Académie d'une Note sur le « Principe de l'énergie », extraite des Leçons professées par lui au Collège de France, en 1880.

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de Commissions de prix, chargées de juger les concours de l'année 1888.

Le dépouillement donne les résultats suivants :

Prix Montyon (Mécanique). — MM. Phillips, Lévy, Sarrau, Resal, Boussinesq réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Deprez et Bertrand.

Prix Plumey. — MM. Phillips, Pâris, Resal, Jurien de la Gravière, Bou-

quet de la Grye réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Sarrau et Lévy.

Prix Dalmont. — MM. Lévy, Phillips, Haton de la Goupillière, Resal, Lalanne réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Jordan et Sarrau.

Prix Lalande. — MM. Faye, Tisserand, Janssen, Lœwy, Mouchez réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Wolf et Bertrand.

Prix Valz. — MM. Faye, Tisserand, Wolf, Mouchez, Janssen réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix, sont MM. Lœwy et Bouquet de la Grye.

Prix Janssen. — MM. Janssen, Faye, Wolf, Tisserand, Lœwy réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix, sont MM. Mouchez et Cornu.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les propriétés communes à toutes les courbes qui remplissent une certaine condition de minimum ou de maximum.* Note de M. E. **Vicaire**, présentée par M. Haton de la Goupillière. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires : MM. Jordan, Darboux, Halphen, Haton de la Goupillière.)

« Lorsqu'on cherche à déterminer la trajectoire d'un rayon lumineux dans un milieu hétérogène par la condition de rendre minimum la durée du trajet, c'est-à-dire l'intégrale $\int \frac{ds}{v} = \int f(x, y, z)\, ds$, la fonction f représentant, à un facteur constant près, l'indice de réfraction au point (x, y, z), on est conduit, par les procédés ordinaires du calcul des variations, à trois équations, telles que la suivante :

$$(1) \qquad f_x\, ds - \frac{dx}{ds}\, df - f\, d\frac{dx}{ds} = 0.$$

» De ces trois équations, dont l'une est la conséquence des deux autres,

on tire aisément les suivantes :

$$(2)\qquad \begin{vmatrix} f'_x & \frac{dx}{ds} & d\frac{dx}{ds} \\ f'_y & \frac{dy}{ds} & d\frac{dy}{ds} \\ f'_z & \frac{dz}{ds} & d\frac{dz}{ds} \end{vmatrix} = 0.$$

$$(3)\qquad \lambda f'_x + \mu f'_y + \nu f'_z = \frac{f}{\rho},$$

ρ, λ, μ, ν désignant le rayon de courbure et ses cosinus directeurs.

» Si nous représentons par p le paramètre différentiel $\sqrt{f'^2_x + f'^2_y + f'^2_z}$ de la fonction f et par α le cosinus de l'angle qu'il forme avec ρ, l'équation (3) nous donne

$$(4)\qquad \rho \cos\alpha = \frac{f}{p}.$$

» Les équations (2) et (4), équivalentes au système des équations (1), signifient que :

» 1° Le plan osculateur de la courbe contient la normale aux surfaces de niveau de la fonction f;

» 2° La projection du rayon de courbure sur cette normale est la même pour toutes les courbes qui passent par un même point; ou, en d'autres termes, et eu égard à la propriété précédente, la courbure est proportionnelle au sinus de l'angle d'incidence sur la surface de niveau qui passe par ce point.

» Ces équations et ces propriétés conviennent évidemment à toute courbe qui rend minimum ou maximum une intégrale de la forme $\int f(x, y, z)\,ds$.

» De semblables courbes se rencontrent dans un grand nombre de questions; telles sont :

» En Géométrie, la courbe qui engendre la surface de révolution minimum, celles dont le centre de gravité est le plus haut ou le plus bas possible parmi les isopérimètres; celles dont le moment quadratique par rapport à un plan, un axe ou un point est minimum; pour ces dernières, en vertu de l'équation (4), la projection du rayon de courbure sur la distance au plan, à l'axe ou au point, est la moitié de cette distance.

» En Statique, la figure d'équilibre d'un fil homogène sous l'action d'une fonction des forces quelconque, ce fil pouvant être immergé dans

un fluide sollicité par une force de même nature ou de nature différente, ou en équilibre relatif dans un vase tournant.

» En Dynamique, la trajectoire d'un point libre, ou généralement la courbe propre à rendre minimum une intégrale $\int \chi(v) ds$ sous l'action d'une fonction des forces.

» Pour le cas de $\chi(v) = v^m$, l'équation (4) donne

$$\rho \cos\alpha = \frac{v^2}{mq},$$

q désignant la force motrice. Pour $m = 1$, la courbe est la trajectoire du point libre, pour $m = -1$, la brachistochrone. D'où ce théorème :

» *Toute brachistochrone a en chaque point son rayon de courbure égal et directement opposé à celui de la trajectoire que le point décrirait s'il devenait libre à partir de ce point.*

» On conclut de là que, si cette brachistochrone est à son tour la trajectoire correspondant à une autre fonction ayant les mêmes surfaces de niveau (et, en effet, une pareille fonction existe toujours), cette nouvelle fonction donnera pour brachistochrone la trajectoire de la première.

» Une courbe quelconque étant donnée, on peut se proposer de chercher une fonction f telle que $\int f ds$ soit minimum ou maximum le long de cette courbe.

» Les surfaces de niveau

$$\varphi(x, y, z) = a$$

de cette fonction doivent satisfaire à la condition (2), c'est-à-dire être tangentes aux binormales de la courbe donnée, ce qui comporte une extrême indétermination.

» φ étant supposée connue et q étant son paramètre différentiel, le produit $q\rho\cos\alpha$ a, en chaque point de la courbe, une valeur déterminée que l'on peut exprimer en fonction de φ. Soit

$$q\rho\cos\alpha = \frac{1}{\psi(\varphi)},$$

on aura

$$f(x, y, z) = Ce^{\int \psi(\varphi) d\varphi}.$$

» Ainsi, pour chaque système de surfaces de niveau, il existe une fonction et une seule qui répond à la question.

» En prenant cette fonction pour représenter la vitesse, et par consé-

quent son carré pour fonction des forces (abstraction faite du facteur $\frac{1}{2}$ comme de tout autre facteur constant), la courbe sera la trajectoire d'un point libre; avec $v = \frac{1}{f}$, la courbe sera brachistochrone; avec $\chi(v) = f$, elle rendra minimum l'intégrale $\int \chi(v)\, ds$. En prenant f elle-même comme fonction des forces, la courbe sera la figure d'équilibre d'un fil homogène; si l'on pose

$$\mu \mathrm{U} - \mathrm{P} = f(x, y, z),$$

elle sera la figure d'un fil de masse μ par unité de longueur, soumis à la fonction des forces U et plongé dans un fluide où la pression est P.

» Avec des forces centrales, la condition (2) exige que la courbe soit plane. La théorie qui précède conduit immédiatement, dans ce cas, à la solution trouvée par M. Haton de la Goupillière pour le problème inverse des brachistochrones.

» Les équations (1) transformées en coordonnées polaires conduisent, par une première intégration facile, à l'expression

$$d\theta = \frac{\pm dr}{r\sqrt{\mathrm{C} r^2 f^2 - 1}}.$$

» Ainsi le problème se ramène toujours à une quadrature lorsque f ne dépend que de la distance à un point fixe. En prenant f^2 pour la fonction des forces, on retrouve la solution connue du problème des trajectoires; d'après ce qui précède, elle devait effectivement s'étendre à tous les autres problèmes envisagés ici par un simple changement dans la signification de la fonction f. »

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur le rôle du pouvoir absorbant des terres dans la formation des carbonates de soude naturels.* Mémoire de M. **Paul de Mondesir**, présenté par M. Schlœsing. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires : MM. Fremy, Peligot, Schlœsing, Dehérain.)

« Lorsque Berthollet eut donné pour la formation du natron d'Égypte la théorie que tous les chimistes connaissent, on fit, pour reproduire le phénomène, des tentatives qui ne paraissent avoir obtenu que des réussites douteuses. Cette apparente contradiction m'a fait penser que l'expli-

cation de Berthollet, tout en étant vraie, avait laissé de côté quelque point essentiel.

» La question est restée longtemps abandonnée. A ma connaissance, un seul fait nouveau, et confirmant d'ailleurs la théorie de Berthollet, a été signalé par M. Schlœsing comme résultat de l'examen des échantillons de deux parties d'un même sol que je lui avais rapportés du nord du département de la Manche. Une de ces parties, en bois de temps immémorial, ne contenait que des traces de chaux; l'autre partie avait été défrichée en 1817 et chaulée constamment depuis cette époque. M. Schlœsing reconnut que la dissolution de la terre du bois ne contenait que des chlorures parmi lesquels dominait le sel marin apporté par les vents de mer. Dans la dissolution de la terre chaulée, le chlore avait changé de base : c'était le chlorure de calcium qui représentait plus des quatre cinquièmes du total. Voici en quels termes M. Schlœsing appréciait ce résultat :

» Je ne vois qu'une explication (de l'abondance du chlorure de calcium), c'est la transformation du sel marin en chlorure de calcium dans le sol. On a souvent parlé de cette transformation depuis Berthollet, mais je ne crois pas qu'on l'ait encore démontrée, par l'analyse, dans les terres arables. Est-elle due uniquement au calcaire ou bien les racines des végétaux, prenant les minéraux dissous qui leur conviennent, laissent-elles un résidu de chlorure calcique? Les deux causes concourent-elles ensemble? Ce sont des questions que je n'examine pas, je me borne à constater un fait. » (*Comptes rendus*, t. LXXIII.)

» M. Schlœsing se prononçait donc sur la transformation du chlorure de sodium en chlorure de calcium; mais sur le mode de cette transformation et sur ce qu'était devenue la soude, il se bornait à poser la question. C'est à ce point que je l'ai reprise.

» L'absorption de la soude par les plantes était possible en principe, mais la quantité de 335^{kg} de chlorure de calcium trouvée par hectare correspond à près de 190^{kg} de soude dont les faibles récoltes de blé et de sarrasin des deux années précédentes ne pouvaient avoir pris qu'une partie. Il aurait donc fallu admettre l'accumulation du chlorure de calcium pendant un assez grand nombre d'années. Or, j'ai reconnu que les premières grandes pluies d'automne emportent tous les sels solubles de ces terrains jusque dans le sous-sol composé de schistes fragmentaires, d'où ils ne peuvent remonter.

» L'action des plantes étant donc tout à fait insuffisante, il ne restait plus qu'à admettre que, au moment où M. Schlœsing trouvait le chlorure de calcium dans la dissolution de la terre, la soude était encore dans cette

terre, mais masquée, retenue par le pouvoir absorbant. Cette hypothèse donne une explication facile; car, lorsque les premières grandes pluies d'automne ont balayé le chlorure de calcium avec tous les autres sels, l'eau pure qui baigne le sol se charge de bicarbonate de chaux. Au contact de cette dissolution exclusivement calcaire la terre reprend de la chaux et abandonne de la soude qui, à l'état de bicarbonate, est emportée par les pluies ultérieures. Les actions se renouvelant pendant tout l'hiver, la terre, au commencement du printemps, a perdu toute la soude absorbée dans l'été précédent et regagné la chaux correspondante. Elle se retrouve donc dans le même état qu'un an auparavant. L'évaporation devenant ensuite plus forte que les pluies, le sel marin, que l'atmosphère apporte sans cesse, se concentre dans la dissolution et réagit pour se transformer en chlorure de calcium.

» J'ai vérifié dans le laboratoire la possibilité de ces alternatives sur une terre de la vallée du Loing, très riche en humus, très calcaire et qui m'offrait en outre le grand avantage de n'avoir reçu, de temps immémorial, aucun engrais. Elle était donc à l'état de nature.

» 1^{kg} de cette terre, délayé dans 4^{lit} d'une dissolution à 1 pour 100 de sel marin, a transformé en chlorure de calcium environ 15 pour 100 du chlorure de sodium. Après des lavages qui ont enlevé la presque totalité des sels, la terre, remise dans de l'eau pure, a été traitée par l'acide carbonique et ce traitement a été répété quatre fois. Les dissolutions ont donné par évaporation, après dépôt de carbonate de chaux, une quantité de carbonate de soude correspondante à la transformation du chlorure de sodium.

» En répétant ces traitements successifs une vingtaine de fois, j'ai obtenu avec le même kilogramme de terre plus de 100^{gr} de carbonate de soude que je présente à l'Académie sous la forme de trona (carbonate $\frac{4}{3}$).

» En remplaçant dans une opération le sel marin par le chlorure de potassium, et dans une autre le bicarbonate de chaux par du sulfate de chaux, j'ai obtenu, toujours avec le même kilogramme de terre, d'une part 12^{gr} de bicarbonate de potasse et de l'autre 13^{gr} de sulfate de soude, pesé anhydre.

» La terre a produit, en carbonate de soude seulement, ce qu'il aurait fallu plus d'un millier d'années pour donner sous les actions naturelles, en calculant d'après la quantité de chlorure de calcium trouvée par M. Schlœsing.

» Je me suis assuré qu'il n'y avait pas de magnésie dans les dissolutions

et que la matière organique dissoute ne jouait aucun rôle sensible dans la production du carbonate de soude.

» Mon Mémoire contient des indications sur les points suivants :

» Actions des dissolutions calcaires successives. Mode de déperdition de la matière organique. Égalité approximative des absorptions de la potasse et de la soude par la terre et des actions du bicarbonate de chaux et du sulfate de chaux. Alimentation des lacs de natron en Égypte. Causes probables du peu de succès des expériences faites selon la théorie de Berthollet. La formation du chlorure de calcium est une cause importante de déperdition de calcaire pour les terrains des côtes maritimes. Dessalement des sols.

» En résumé, l'explication de Berthollet sur la formation du natron est vraie, en ce sens que le sel marin fournit la soude et le carbonate de chaux, l'acide carbonique ; mais la réaction n'est ni directe ni continue, elle se produit en deux phases : dans la première, la terre réagit sur le sel marin, le transforme en chlorure de calcium en cédant de la chaux et en absorbant de la soude. Dans la seconde phase, qui ne peut se produire qu'après l'éloignement du chlorure de calcium, le bicarbonate de chaux et l'acide carbonique font ressortir la soude de la terre en cédant à celle-ci de la chaux. Cette modification, qui laisse intacte la base de la théorie de Berthollet, suffit néanmoins à changer l'aspect du phénomène qui, de particulier et restreint, devient très général. Le carbonate de soude se produit en effet dans toutes les terres calcaires perméables, selon la quantité de sel marin qu'elles reçoivent. En ne comptant que les bordures des mers, et en leur appliquant le chiffre trouvé par M. Schlœsing pour le chlorure de calcium, on arrive aisément à calculer une production annuelle d'au moins cent millions de tonnes de carbonate de soude. Mais la presque totalité va dans les mers se transformer en sulfate de soude ou régénérer le sel marin. Une très petite fraction, qui n'atteint peut-être pas un dix-millième, échappe à la destruction, lorsque les eaux, qui, en lavant les terrains, emportent le chlorure de calcium et celles qui plus tard dissolvent le carbonate de soude, suivent des chemins différents, et que les dernières arrivent dans des dépressions de terrains étanches où elles peuvent se concentrer, sans avoir rencontré assez de sulfate de chaux pour les décomposer. La difficulté de ces conditions explique suffisamment pourquoi les gisements ne sont ni très multipliés ni très abondants. »

M. **Durand de Gros** adresse un Mémoire intitulé : « De quelques erreurs en Zootaxie ».

(Commissaires : MM. de Quatrefages, Blanchard, A. Milne-Edwards.)

Mme **Clémence Royer** soumet au jugement de l'Académie un Mémoire relatif aux relations qui existent entre les chaleurs spécifiques des corps simples et leurs volumes moléculaires.

(Renvoi aux Sections de Physique et de Chimie.)

CORRESPONDANCE.

ASTRONOMIE. — *Observations de la nouvelle planète* (272), *découverte le 4 février, à l'observatoire de Nice;* par M. **Charlois**.

Dates. 1888.	Étoiles de comparaison.	Grandeurs.	Planète — Étoile. Ascension droite.	Planète — Étoile. Distance polaire.
			m s	′ ″
Févr. 4......	a Weisse$_2$, 1292, H. IX.	8	−0.55,25	−1.45,8
6......	b Weisse$_2$, 1191, H. IX.	8	+1.45,20	+0. 8,2
7......	b Weisse$_2$, 1191, H. IX.	8	+0.52,36	−4.28,8
8......	c Weisse$_2$, 1156, H. IX.	8	+1.20,86	+1.30,8
9......	c Weisse$_2$, 1156, H. IX.	8	+0.38,26	−2. 4,0

Positions des étoiles de comparaison.

Dates. 1888.		Ascension droite moyenne pour 1888,0.	Réduction au jour.	Distance polaire moyenne pour 1888,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
Fév. 4......	a	10. 2. 5,32	+0,72	70.41.16,1	+7,7	½ (W$_2$ 1292 + B.B., t. IV + 19°, 2305).
6......	b	9.57.44,50	+0,76	70.30.20,8	+7,8	Armagh, Cat$_2$, n° 1163.
7......	b	»	+0,77	»	+7,8	Id.
8......	c	9.56.13,83	+0,78	70.19. 3,3	+7,8	Id. (1)
9......	c	»	+0,79	»	+7,8	Id.

(1) Rapportée, avec l'équatorial, à l'étoile b.

Positions apparentes de la planète.

Dates. 1888.	Temps moyen de Nice.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire apparente.	Log. fact. parallaxe.	Nombre de comp.
	h m s	h m s		° ′ ″		
Févr. 4...	12. 1.33	10. 1.10,79	$\bar{1}$,080$_n$	70.39.38,1	0,572$_n$	5
6...	10.15.19	9.59.30,46	$\bar{1}$,464$_n$	70.30.36,8	0,617$_n$	6
7...	10. 6.29	9.58.37,63	$\bar{1}$,473$_n$	70.25.59,8	0,618$_n$	6
8...	13.45.49	9.57.35,47	$\bar{1}$,090	70.20.41,9	0,549$_n$	8
9...	8.48. 7	9.56.52,88	$\bar{1}$,588$_n$	70.17. 7,1	0,665$_n$	6

» *Remarque.* — Le 4 février, au moment de la découverte, la planète est de grandeur 13,5. »

ASTRONOMIE. — *Nouvelles observations sur la variabilité des anneaux de Saturne.* Note de M. **E.-L. Trouvelot.**

« Dans une Communication que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie en avril 1884 ([1]), ainsi que dans un Mémoire publié en novembre de la même année ([2]), j'ai attiré l'attention des astronomes sur les phénomènes de variabilité que j'avais observés sur les anneaux de Saturne. Déjà mes observations de cette planète, publiées en 1875 ([3]), indiquaient des phénomènes de variabilité que je formulais plus clairement en 1882 ([4]). Enfin, en mai 1885, je présentais de nouvelles observations à l'Académie ([5]) qui confirmaient celles que j'avais publiées antérieurement.

» En mars 1885, M. W.-S. Franks présentait à la *Liverpool Astronomical Society* ([6]) un résumé d'observations sur Saturne, faites par le Rév. T. Perkins; par MM. J.-M. Offord, G.-T. Davis, S.-M.-B. Gemmill, J. Ellis et E. Miller. En février 1887, des observations sur la même planète étaient publiées par M. A. Stanley Williams ([7]). En mars de la même année,

---

([1]) *Comptes rendus*, t. XCVIII, p. 968.
([2]) *Bulletin astronomique*, Vol. I, p. 527.
([3]) *Proceed. amer. Acad. of Arts and Scienc.*, Vol. III, p. 174.
([4]) *Astr. Draw. Manual*, New-York, Ch. Scribner's Sons, p. 83; 1882.
([5]) *Comptes rendus*, t. C, p. 1287.
([6]) *Journal of the Liverpool Astr. Soc.*, Vol. III, p. 95.
([7]) *The Observatory*, Vol. X, p. 105.

paraissaient celles de M. Nath. E. Green ([1]); en avril ([2]) et juin ([3]), celles de M. Tho. Gwyn Elger; également en avril ([4]) et juin ([5]), les observations du Dr Terby, et en juin celles de M. Stuyvaert ([6]). Enfin, dernièrement nous recevions les observations de M. Paul Stroobant, de l'observatoire de Bruxelles ([7]).

» Toutes ces observations, qui sont du plus haut intérêt au point de vue de la constitution physique des anneaux de Saturne et qui toutes concourent dans la même direction, confirment pleinement et pour ainsi dire de point en point les observations de Saturne que j'ai publiées antérieurement, et établissent définitivement ce que j'écrivais en 1884, à savoir : « que les anneaux de cette planète, loin d'être stables, sont, au contraire, » essentiellement variables et subissent des changements continuels ([8]).

» Mes observations de 1886 et 1887, dont j'ai l'honneur de présenter un résumé à l'Académie, viennent ajouter leur poids et confirmer à nouveau les observations citées plus haut. Comme précédemment, ces observations ont été faites à l'aide de la lunette de $0^m,22$ de l'observatoire de Meudon.

» *Anneau* A. — Le 20 novembre 1885, la zone étroite et brillante de cet anneau qui avoisine la division de Cassini était plus brillante sur l'anse occidentale. Le 18 février 1886, cette même zone était beaucoup plus large sur l'anse orientale.

» *Division d'Encke*. — Cette division qui ressemble ordinairement beaucoup plus à une légère dépression, à une rainure superficielle, qu'à une division proprement dite, était invisible sur l'anse occidentale le 20 novembre 1885. Sur l'anse opposée, elle était visible seulement par places et avait l'apparence d'une ligne irrégulièrement ponctuée. Les 1er et 6 février 1886, elle était très faible, mais visible sur les deux anses; tandis que, les 9 et 18 du même mois, elle n'était visible que sur l'anse orientale, où elle apparaissait comme un mince trait grisâtre estompé sur ses bords. Le 30 décembre 1886 et 26 janvier 1887, bien qu'assez faible, elle était

---

([1]) *The Observatory*, Vol. X, p. 139.
([2]) *The Observatory*, Vol. X, p. 161.
([3]) *Monthly Notices R. A. S.*, Vol. XLVII, p. 511.
([4]) *The Observatory*, Vol. X, p. 163.
([5]) *L'Astronomie*, 6e année, p. 203 et 208.
([6]) *L'Astronomie*, 6e année, p. 207.
([7]) *Bull. de l'Acad. Roy. de Belgique*, 3e série, t. XIV, no 11; 1887.
([8]) *Comptes rendus*, t. XCVIII, p. 968.

reconnaissable sur les deux anses, où elle occupait une position plus rapprochée de la division de Cassini que du bord extérieur de l'anneau A.

» *Anneau* B. — Les variations observées sur cet anneau portent principalement sur la zone intérieure voisine de l'anneau C. Durant les observations, cette zone paraissait beaucoup plus sombre vers son bord extérieur, qui était assez bien défini, et diminuait graduellement d'intensité en s'approchant de l'anneau obscur. Le 20 novembre 1885, ainsi que les 1er, 6 et 9 avril 1886, cette zone, bien reconnaissable sur chaque anse, était beaucoup plus accentuée à l'ouest que du côté opposé. Le 18 février, la zone interne était à peu près d'égale intensité sur les deux anses. Les 11 mars et 30 décembre de la même année, l'anneau B se montrait à peu près sous le même aspect que je lui reconnaissais en 1884; sa zone extérieure était étroite et très brillante, et sa zone intérieure, bien accentuée, était d'intensité égale sur les anses opposées. Le 26 janvier 1887, cette dernière zone était changée et paraissait beaucoup plus foncée sur l'anse orientale que sur le côté opposé.

» *Anneau* C. — Les variations subies par cet anneau sont non moins caractéristiques. Le 20 novembre 1885, il était beaucoup plus visible sur l'anse orientale; cela sautait aux yeux. Sur cette anse, sa couleur était gris ardoisé, tandis que sur l'anse opposée elle était rouge sombre. Le 21 novembre, elle était encore plus visible à l'est, bien qu'elle eût déjà un peu perdu de son éclat. Sur l'anse occidentale, la bordure intérieure de cet anneau, qui était invisible la veille, se reconnaissait facilement, bien que les conditions atmosphériques fussent beaucoup moins favorables. Les 1er et 30 décembre, l'anneau nébuleux présentait une différence très marquée sur les anses opposées. A l'est, où sa couleur était bleuâtre, il se distinguait plus facilement qu'à l'ouest où elle était décidément rougeâtre; au contraire, les 1er, 6 et 9 février 1886, c'est sur son anse occidentale qu'on le distinguait le mieux. Le 30 décembre, l'anneau C semblait séparé de l'anneau B par une bande sombre qui paraissait être la division de Struve. Cependant, cette apparence de croissant sombre, que j'ai souvent remarquée sur les anses, ne m'a jamais paru une division réelle quand j'ai eu l'occasion de l'observer dans de grands instruments. Alors, j'inclinais à attribuer cette apparence à un effet de contraste.

» *Ombre du globe sur l'anneau* B. — Le petit angle sortant formé par la bordure de l'ombre sur l'anneau B, que j'ai signalé en 1884 et 1885, a aussi été observé en 1886. Ce petit angle qui, vers le milieu d'avril 1885, s'était

rapproché de la division de Cassini, nous le retrouvons les 20 et 21 novembre de la même année, bien qu'il soit peut-être un peu moins accentué; sa position n'est pas indiquée dans notre journal. Le 1[er] février, il est constaté que cet angle a rétrogradé vers la planète, et qu'il occupe la position qu'il avait au commencement de 1885, entre les zones médiane et intérieure. Cet angle est peut-être un peu moins accentué qu'auparavant, mais ceci peut être dû à ce que l'ombre est moins échancrée qu'auparavant, entre cet angle et le bord extérieur de l'anneau C, où elle paraît presque rectiligne. Cependant cette forme est encore assez accentuée pour être reconnue par des personnes inexpérimentées, comme j'ai pu m'en convaincre. En effet, sans que j'eusse dit un mot de ce dont il s'agissait, j'invitai le garde Guillot, qui m'assistait le 18 février, à examiner avec soin l'ombre portée sur l'anneau B, et de m'en faire un croquis. Je ne fus pas médiocrement surpris en voyant reproduite, à sa place approximative, la forme angulaire en question. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les racines des matrices zéroïdales.* Note de M. G. **Brunel**, présentée par M. Darboux.

« Nous représentons la matrice

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \ldots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \ldots & a_{2,n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \ldots & a_{n,n} \end{pmatrix}$$

par le symbole ${}_{1}(\mathrm{M})_{n}$, qui devient la matrice zéroïdale ${}_{1}(\mathrm{o})_{n}$ lorsque tous les éléments a sont égaux à o.

» On sait que la matrice ${}_{1}(\mathrm{M})_{n}$ satisfait à l'équation identique

$$ {}_{1}(\mathrm{M})_{n}^{n} - {}_{1}(\mathrm{M})_{n}^{n-1} \sum a_{1,1} + {}_{1}(\mathrm{M})_{n}^{n-2} \sum \begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{vmatrix} - \ldots + (-1)^{n} \begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \ldots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \ldots & a_{2,n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \ldots & a_{n,n} \end{vmatrix} = {}_{1}(\mathrm{o})_{n}, $$

et l'on voit que, si l'on appelle racine $n^{\text{ième}}$ de la matrice zéroïdale la ma-

trice qui satisfait à l'équation

$$\underset{|\;\;|n}{(\mathrm{M})}^{n} = \underset{|\;|n}{(\mathrm{o})},$$

les éléments a de cette matrice doivent seulement remplir les n conditions obtenues en égalant à zéro les coefficients des puissances $n-1$, $n-2$, ..., 0 de $\underset{|\;\;|n}{(\mathrm{M})}$ dans l'équation identique [1].

» On peut exprimer les n^2 quantités a, assujetties aux conditions prescrites, au moyen de $n(n-1)$ quantités c par les formules suivantes

$$\begin{array}{lllllll}
a_{i,n} & = c_{1,1}\,a_{i,1} & + c_{1,2}\,a_{i,2} & + \ldots + c_{1,n-3}\,a_{i,n-3} & + c_{1,n-2}\,a_{i,n-2} & + c_{1,n-1}\,a_{i,n-1} & (i=1,\ldots,n); \\
a_{i,n-1} & = c_{2,1}\,a_{i,1} & + c_{2,2}\,a_{i,2} & + \ldots + c_{2,n-3}\,a_{i,n-3} & + c_{2,n-2}\,a_{i,n-2} & - c_{2,n-1}\,c_{1,i} & (i=1,\ldots,n-1), \\
a_{n,n-1} & = c_{2,1}\,a_{n,1} & + c_{2,2}\,a_{n,2} & + \ldots + c_{2,n-3}\,a_{n,n-3} & + c_{2,n-2}\,a_{n,n-2} & + c_{2,n-1}; & \\
a_{i,n-2} & = c_{3,1}\,a_{i,1} & + c_{3,2}\,a_{i,2} & + \ldots + c_{3,n-3}\,a_{i,n-3} & - c_{3,n-2}\,c_{2,i} & - c_{3,n-1}\,c_{1,i} & (i=1,\ldots,n-2), \\
a_{n-1,n-2} & = c_{3,1}\,a_{n-1,1} & + c_{3,2}\,a_{n-1,2} & + \ldots + c_{3,n-3}\,a_{n-1,n-3} & + c_{3,n-2} & - c_{3,n-1}\,c_{1,n-1} & \\
a_{n-1,n-2} & = c_{3,1}\,a_{n,1} & + c_{3,2}\,a_{n,2} & + \ldots + c_{3,n-3}\,a_{n,n-3} & & + c_{3,n-1}; & \\
\multicolumn{7}{l}{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots;} \\
a_{1,1} & = c_{n,1}\,c_{n-1,1} & - c_{n,2}\,c_{n-2,1} & + \ldots - c_{n,n-3}\,c_{3,1} & - c_{n,n-2}\,c_{2,1} & - c_{n,n-1}\,c_{1,1}, & \\
a_{k,1} & = & & c_{n,k-1} - c_{n,k}c_{n-k,k} & - \ldots\ldots & - c_{n,n-1}\,c_{1,k} & (k=2,\ldots,n-1); \\
a_{n,1} & = & & & & c_{n,n-1}. &
\end{array}$$

» La substitution dans la matrice cherchée des valeurs des éléments a ainsi déterminés conduit à une expression qui peut être mise sous la forme

$$\underset{|\;\;|n}{(\mathrm{M})} = \sum_{k=1}^{k=n-1} \sum_{p=1}^{p=n-k} c_{n-k+1,n-p}\,\underset{|\qquad\quad|n}{(k-1\,|\,p-1)},$$

en posant

$$(k-1\,|\,p-1) = \left(\begin{array}{ccccccccc}
\overbrace{0 \;\; . \;\; . \;\; . \;\; 0}^{k-1.} & -c_{p,1} & -c'_{p,1} & . & . & . & -c^{(n-k)}_{p,1} \\
0 \;\; . \;\; . \;\; . \;\; 0 & -c_{p,2} & -c'_{p,2} & . & . & . & -c^{(n-k)}_{p,2} \\
\vdots \qquad\quad \vdots & \vdots & \vdots & & & & \vdots \\
0 \;\; . \;\; . \;\; . \;\; 0 & -c_{p,n-p} & -c'_{p,n-p} & . & . & . & -c^{(n-k)}_{p,n-p} \\
0 \;\; . \;\; . \;\; . \;\; 0 & 1 & 1'_{p,n-p+1} & . & . & . & 1^{(n-k)}_{p,n-p+1} \\
0 \;\; . \;\; . \;\; . \;\; 0 & 0 & 0 & . & . & . & 0 \\
\vdots \qquad\quad \vdots & \vdots & \vdots & & & & \\
0 \;\; . \;\; . \;\; . \;\; 0 & 0 & 0 & . & . & . & 0
\end{array}\right), \quad \text{(les } p-1 \text{ dernières lignes)}$$

[1] M. Sylvester a donné (*Comptes rendus*, t. XCIV, p. 396) la matrice, telle que $\underset{|\;|2}{(\mathrm{M})}^2 = \underset{|\;|2}{(\mathrm{o})}$, mais l'expression qu'il présente comme cas particulier relatif à l'équation $\underset{|\;|3}{(\mathrm{M})}^3 = \underset{|\;|3}{(\mathrm{o})}$ est inexacte, et l'erreur provient très probablement d'une faute de signe commise dans les calculs de vérification.

où l'on a écrit, pour simplifier,

$$\begin{aligned} c'_p &= c_{n-k,k}c_p, \\ c''_p &= c_{n-k-1,k}c_p + c_{n-k-1,k+1}c'_p \\ &\vdots \\ c_p^{(n-k)} &= c_{1,k}c_p + c_{1,k+1}c'_p + c_{1,k+2}c''_p + \ldots + c_{1,n-1}c_p^{(n-k-1)}. \end{aligned}$$

» La racine $n^{\text{ième}}$ de la matrice zéroïdale peut donc être considérée comme fonction linéaire de $\frac{n(n-1)}{2}$ matrices dont les éléments contiennent $\frac{n(n-1)}{2}$ quantités c que nous appelons *constantes intérieures;* les $\frac{n(n-1)}{2}$ autres quantités c, auxquelles nous donnons le nom de *constantes extérieures,* se présentent comme coefficients de la fonction linéaire.

» Les matrices constituantes jouissent de propriétés remarquables.

» Ces $\frac{n(n-1)}{2}$ matrices sont linéairement indépendantes. Cela résulte immédiatement de la présence du nombre 1 comme élément de la $k^{\text{ième}}$ colonne et de la $p^{\text{ième}}$ ligne dans la matrice $(k-1\,|\,p-1)_n$.

» Les relations entre les quantités $c, c', c'', \ldots$ servent à établir simplement que le produit de deux matrices constituantes formées avec les mêmes constantes intérieures

$$(k-1\,|\,p-1)_n\,(k'-1\,|\,p'-1)_n$$

n'est différent de la matrice zéroïdale que si k est plus grand que k', et, en supposant cette condition satisfaite, si l'on a, en outre,

$$k+p'=n-1.$$

» Il vient alors

$$(k-1\,|\,p-1)_n\,(k'-1\,|\,n-k)_n = (k'-1\,|\,p-1)_n.$$

» On voit donc que, des $\frac{n^2(n-1)^2}{4}$ produits deux à deux des $\frac{n(n-1)}{2}$ matrices constituantes, il n'y en a que $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ qui sont différents de la matrice zéroïdale, et qui sont alors égaux aux $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ matrices pour lesquelles on a

$$k+p \leq n-1.$$

» Ceci une fois établi, il est facile de déterminer les conditions que doivent remplir les constantes extérieures pour que ce soit une puissance de $\underset{1\ \ 1}{(\mathrm{M})}$ inférieure à n qui produise la matrice zéroïdale.

» C'est ainsi que la racine carrée de $\underset{1\ \ n}{(0)}$ est fournie par l'expression générale donnée précédemment où l'on assujettit les constantes extérieures à satisfaire aux $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ relations

$$
\begin{aligned}
0 &= c_{2,n-1}\,c_{3,n-2},\\
0 &= c_{2,n-1}\,c_{4,n-2} + c_{3,n-1}\,c_{4,n-3},\\
&\vdots\\
0 &= c_{2,n-1}\,c_{n,n-2} + c_{3,n-1}\,c_{n,n-3} + \ldots + c_{n-1,n-1}\,c_{n,1},\\
0 &= c_{3,n-2}\,c_{4,n-3},\\
0 &= c_{3,n-2}\,c_{5,n-3} + c_{4,n-2}\,c_{5,n-4},\\
&\vdots\\
0 &= c_{3,n-2}\,c_{n,n-3} + c_{4,n-2}\,c_{n,n-4} + \ldots + c_{n-1,n-2}\,c_{n,1},\\
&\vdots\\
0 &= c_{n-1,2}\,c_{n,1};
\end{aligned}
$$

et ainsi de suite, pour les racines d'ordre supérieur. Les constantes extérieures doivent remplir, dans le cas de la racine $p^{\text{ième}}$, $\frac{(n-p+1)(n-p)}{2}$ conditions; mais il est à remarquer que ces relations peuvent être satisfaites de différentes façons.

» Dans le cas de la racine $(n-1)^{\text{ième}}$, il n'y a, par exemple, qu'une condition, obtenue en égalant à zéro le produit des constantes extérieures où la somme des indices est égale à $n+1$, condition qui est satisfaite si l'une quelconque de ces $n-1$ constantes est égale à zéro. »

ALGÈBRE. — *Théorèmes sur les équations algébriques et les fonctions quadratiques de Campbell.* Note du P. **Aug. Poulain**, présentée par M. de Jonquières.

« 1. Newton, ou plutôt Campbell, a donné une règle très simple pour reconnaître l'existence des racines imaginaires dans les équations. Nous

nous proposons ici d'énoncer ([1]) quelques théorèmes qui augmentent le *rendement* de cette règle ou simplifient les calculs.

» Rappelons d'abord l'énoncé de la règle de Newton, en laissant de côté certains cas ambigus :

» *Étant donnée l'équation algébrique numérique*

$$(1) \qquad A_0 x^m + A_1 x^{m-1} + A_2 x^{m-2} + \ldots + A_r x^{m-r} + \ldots + A_m = 0,$$

si l'on pose

$$r' = m - r,$$

$$(2) \qquad \lambda_r = \frac{rr'}{(r+1)(r'+1)},$$

$$(3) \qquad B_r = \lambda_r A_r^2 - A_{r-1} A_{r+1},$$

puis qu'on écrive la suite des signes que prend la fonction quadratique B_r *pour* $r = 0, 1, 2, \ldots, m$, *l'équation a au moins autant de racines imaginaires qu'il y a de variations dans cette suite.*

» r' n'est autre chose que le nombre de termes qui suivent A_r dans l'équation complète, de même que r est le nombre des termes qui précèdent. Pour les valeurs extrêmes $r = 0$ ou m, λ, au lieu d'être donné par la formule (2), est égal à 1.

» 2. La règle a été complétée par Newton de manière à dire si les racines imaginaires qu'elle révèle existent aux dépens des racines positives ou des négatives; en un mot, elle donne le moyen d'abaisser la limite de Descartes. Pour cela, écrivons la suite des coefficients, et, au-dessous, la suite des fonctions quadratiques correspondantes. Nous dirons, avec M. Sylvester, que ces lignes présentent une *variation double,* lorsque deux variations se correspondent dans les deux lignes. Cela posé, *en formant la limite de Descartes, on ne doit pas compter les variations doubles.*

» 3. Pour les cinq premiers degrés, nous avons trouvé une démonstration très simple, fondée sur le théorème de Rolle et sur l'identité suivante, relative au polynôme général du quatrième degré. Si l'on suppose les coefficients binomiaux mis en évidence, auquel cas

$$f(x) = a_0 x^4 + 4 a_1 x^3 + 6 a_2 x^2 + a_3 x + a_4,$$

([1]) On en trouvera la démonstration dans le *Journal de Mathématiques spéciales* (Delagrave).

on a identiquement

$$a_2 f(x) = (a_1 x^2 + 2a_2 x + a_3)^2 \\ - (a_1^2 - a_0 a_2)x^4 + 2(a_2^2 - a_1 a_3)x^2 - (a_3^2 - a_2 a_4),$$

le trinôme entre parenthèses n'étant autre que $\frac{1}{4.3} f''_{xy}$.

» 4. Voici maintenant nos nouveaux théorèmes. Les trois derniers seulement visent la règle de Newton.

» Théorème I. — *Étant donnée une équation algébrique* $f(x) = 0$, *si on multiplie respectivement les coefficients par* 1; $\frac{p}{q}$, $\frac{p(p+1)}{q(q+1)}$, $\ldots$ (*p et q étant des entiers et $p > q$*), *le nombre des racines positives ne diminue pas; c'est-à-dire qu'on a* $P' \geqq P$. *Il en est de même du nombre des racines négatives.*

» *Il en est de même si l'on multiplie par* 1, $\frac{p}{q}$, $\frac{p(p-1)}{q(q-1)}$, $\ldots$ (*qui ne contiennent aucun facteur nul*), *pourvu qu'on ait* $p < q$.

» 5. Théorème II. — *Étant donnée une équation algébrique de degré m,* $f(x) = 0$, *si l'on divise respectivement ses termes par les coefficients binomiaux,* 1, $\frac{m}{1}$, $\frac{m(m-1)}{1.2}$, $\ldots$, *le nombre des racines positives n'augmente pas; à moins toutefois que certaines imaginaires ne prennent la valeur limite de racines égales. En un mot, on a* $P \geqq P'$. *Il en est de même pour le nombre des racines négatives.*

» *Plus généralement, le théorème subsiste si l'on divise par* 1, $\frac{m}{q}$, $\frac{m(m-1)}{q(q+1)}$, $\ldots$ (*avec* $m > q$).

» 6. Théorème III. — *La règle de Newton subsiste : 1° si, dans les fonctions quadratiques, on supprime les* λ; *2° plus généralement, si l'on divise chaque* λ *par* λ^n.

» 7. Pour énoncer le théorème IV, posons $\mu_q = \frac{q+1}{q}$ ou $1 + \frac{1}{q}$. Si nous faisons successivement $q = 1, 2, 3, \ldots$, nous obtenons une suite de nombres $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \ldots$. En les faisant précéder de μ_0 qui désignera l'unité, ces nombres sont

$$1, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \ldots,$$

et jouissent de la propriété suivante :

» 8. Théorème IV. — *La règle de Newton reste exacte, si, avant de l'ap-*

pliquer, on multiplie les λ *successifs par les nombres* μ_q, μ_{q+1}, ... *ou par une puissance n de ces nombres.*

» On peut réitérer plusieurs fois l'opération.

» 9. Les théorèmes III et IV sont utiles quand les critériums de Newton renferment plusieurs signes — consécutifs. Il s'agit (s'il se peut) de les remplacer par des variations et d'obtenir que celles-ci soient nombreuses. On pourrait formuler à ce sujet une règle pratique, indiquant dans quel ordre on doit appliquer les théorèmes ci-dessus. Nous nous contenterons de signaler un exemple. Soit l'équation

$$x^4 - x^3 + 2x^2 - 5x + 20 = 0;$$

si l'on applique les critériums de Newton, les fonctions quadratiques présentent les signes

$$+ \quad - \quad - \quad - \quad +$$

et ne révèlent ainsi que deux racines imaginaires. Mais, divisant par les λ et multipliant par μ_q, μ_{q+1}, ..., pour $q = 2$, nous obtenons les signes

$$+ \quad - \quad + \quad - \quad +$$

qui manifestent les quatre racines imaginaires de l'équation proposée.

» 10. Le théorème suivant a le même but que les deux précédents; mais il emploie un multiplicateur unique pour tous les λ. Suivant les cas, ce sera l'un ou l'autre de ces théorèmes qui sera le plus avantageux. Ils peuvent, du reste, être appliqués indépendamment les uns des autres et autant de fois qu'on veut.

» 11. Théorème V. — *La règle de Newton subsiste si l'on multiplie tous les* λ *par un même facteur arbitraire* K, *pourvu qu'il soit positif et plus grand que* 1.

» 12. Dans ce qui précède, nous avons supposé que les critériums renfermaient plusieurs signes — consécutifs. Si c'étaient des signes +, il faudrait suivre une autre voie, qu'il serait trop long d'indiquer ici. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la représentation conforme des polygones.* Note de M. **P. Painlevé**, présentée par M. Darboux.

« Soit $X + iY = Z = \varphi(x + iy) = \varphi(z)$ une fonction qui représente d'une manière conforme, sur le demi-plan des $z : y > 0$, un polygone P

du plan des Z dont les côtés sont des segments de droites ou des arcs de cercles. On sait que $Z(z)$ vérifie une équation différentielle de la forme

$$(1)\qquad \{Z, z\} = \frac{Z'''}{Z'} - \frac{3}{2}\left(\frac{Z''}{Z'}\right)^2 = F(z),$$

où F est une fonction rationnelle *dont les coefficients et les infinis sont réels.* D'après un théorème dû à M. Klein, si l'intégrale d'une équation telle que (1) est algébrique, elle peut se mettre sous la forme

$$(2)\qquad E\left(\frac{aZ+b}{cZ+d}\right) = R(z);$$

$R(z)$ désigne une fraction rationnelle, $E(Z)$ la fonction canonique invariante qui correspond à l'un des groupes finis G de substitutions linéaires à une variable. Les coefficients de $E(Z)$ sont réels. Je dis que *ceux de* $R(z)$ *sont aussi réels.* En effet, donnons à z des valeurs réelles x : si $X + iY(x)$ vérifie l'équation (1), $X - iY(x)$ est une seconde intégrale de (1). Or, la relation

$$E(Z) = R(x)$$

définit une intégrale Z de (1), qui est imaginaire si $R(x)$ est imaginaire; quand x varie, $X + iY$ décrit une courbe C dans le plan Z et, $X - iY$ vérifiant l'équation (1), on doit avoir, pour tout point de C,

$$X - iY = \frac{\alpha(X+iY)+\beta}{\gamma(X+iY)+\delta},$$

ce qui montre que C est un cercle ou une droite et que la fonction $Z(z)$, dont tous les points critiques sont sur Ox, est une fonction uniforme de z. D'ailleurs, en effectuant sur Z une substitution linéaire, on peut faire coïncider C avec OX, et l'intégrale de (1) s'écrit

$$\frac{aZ+b}{cZ+d} = R(z),$$

les coefficients de R étant réels.

» Ce point établi, cherchons *tous les polygones* P *pour lesquels la fonction* $Z(z)$ *est algébrique;* Z vérifie dans ce cas une égalité de la forme (2), où R est réel. Si P_1 désigne le polygone que la substitution

$$Z_1 = \frac{aZ+b}{cZ+d}$$

fait correspondre à P, la fonction $Z_1(z)$ relative à P_i satisfait à l'équation

$$E(Z_1) = R(z).$$

» Représentons la variable Z non plus sur le plan, mais sur la sphère.

» Quand z décrit Ox, Z_1 décrit un contour fermé en restant constamment sur les arcs de grands cercles définis par l'égalité

$$E(Z_1) = R(x).$$

Soit donc S_i une des faces (sur la sphère Z) du polyèdre régulier qui correspond au groupe G, et T_i, $T_{i'}$ les deux triangles symétriques qui composent S_i; P_1 est un des polygones Π obtenus en combinant d'une manière quelconque les triangles T. Inversement, pour tout polygone Π, la fonction $Z(z)$ est algébrique; car, en la prolongeant d'après le principe de symétrie, on voit que toutes les valeurs Z_i de Z, pour une valeur donnée de Z, s'obtiennent en effectuant sur l'une d'elles Z des substitutions du groupe G; la fonction Z, qui, pour tout point z, est déterminée et ne prend qu'un nombre fini de valeurs, est algébrique. Le degré de la fraction $R(z)$ est égal au nombre des triangles T qui composent Π. En définitive, *tous les polygones* P *dont la représentation conforme sur le demi-plan s'effectue algébriquement se déduisent par une substitution linéaire des polygones obtenus en associant d'une manière quelconque les demi-faces (sphériques) des polyèdres réguliers inscrits dans la sphère.* Il est aisé de former tous ces polygones et les fonctions R correspondantes. Inversement, étant donné un polygone P, on reconnaît sans peine s'il rentre dans la classe précédente. Le nombre des polygones Π est fini pour chaque groupe G, sauf pour les groupes du dièdre et les groupes cycliques. Aux groupes cycliques correspondent les fuseaux sphériques dont l'angle est commensurable avec π; aux groupes du dièdre correspondent des hexagones, formés de deux demi-fuseaux ayant pour pôles les extrémités de l'axe de la sphère, arrêtés à l'équateur et dont les angles sont commensurables avec π, ainsi que les longueurs des côtés situés sur l'équateur. Le nombre des côtés peut se réduire à 5, 4 ou 3. La fonction $Z_1(z)$ relative à ces hexagones vérifie une équation de la forme

$$(3) \qquad \frac{Z'_1}{Z_1} = \frac{\alpha}{(z-a)(z-b)}\sqrt{\frac{(z-c)(z-d)}{(z-e)(z-f)}}.$$

On voit qu'il sera facile de former toutes les équations (1) qui correspondent à un polygone Π. Inversement, on peut toujours reconnaître si une

équation (1) donnée correspond à un tel polygone, ou ramener l'équation à une quadrature de la forme (3). Il convient d'ajouter qu'on n'embrasse pas ainsi tous les cas où une équation telle que (1) a son intégrale algébrique; une intégrale algébrique $Z(z)$ représente toujours sur le demi-plan une aire limitée par des arcs de cercles, mais cette aire A est plus ou moins complexe. On peut déterminer toutes les aires A dont aucune partie n'est recouverte plus de n fois et dont la représentation conforme s'effectue algébriquement, et, d'une manière générale, résoudre pour ces aires les mêmes problèmes que pour les polygones.

» Le théorème précédent permet notamment d'énumérer tous les quadrilatères pour lesquels $Z(z)$ est algébrique. Si l'on forme les équations (1) correspondantes, on obtient toutes les équations de la forme

$$(1)' \qquad \{Z, z\} = \sum_1^4 \frac{1}{2} \frac{(1-\alpha_i^2)}{(z-a_i)^2} + \frac{h_i}{z-a_i},$$

dont l'intégrale est algébrique : les α_i sont des quantités quelconques *de module inférieur à* 2, les a_i et les h_i des quantités réelles, liées ensemble par les trois relations qui expriment que $z = \infty$ est un point ordinaire de (1)'. Plus généralement, on peut former toutes les équations (1)' dont l'intégrale est algébrique et pour lesquelles $|\alpha_i|$ est inférieur à un nombre donné. La question analogue se trouve, par suite, résolue pour l'équation

$$(2)' \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{\theta} \frac{d^2\theta}{du^2} &= \left(\alpha_1^2 - \frac{1}{4}\right) \frac{1}{\operatorname{sn}^2 u} + \left(\alpha_2^2 - \frac{1}{4}\right) \frac{d_n^2 u}{c_n^2 u} \\ &\quad + \left(\alpha_3^2 - \frac{1}{4}\right) \frac{k^2 c_n^2 u}{d_n^2 u} + \left(\alpha_4^2 - \frac{1}{4}\right) k^2 \operatorname{sn}^2 u + l, \end{aligned} \right.$$

qu'on peut substituer à l'équation (1)', comme l'a montré M. Darboux; dans cette équation, k et l sont des nombres réels.

» J'ajoute qu'aux polygones P considérés correspondent des surfaces minima pour lesquelles $\mathfrak{F}(u)$ est algébrique et qui jouissent de la symétrie particulière étudiée par M. Goursat. Ces divers points seront d'ailleurs développés dans un Mémoire étendu. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur quelques propriétés des aires sphériques.*
Note de M. G. **Humbert**, présentée par M. Jordan.

« Dans une Note précédente (¹), nous avons fait connaître une formule simple, donnant la différence des deux aires découpées sur une sphère de rayon R par un cône dont toutes les génératrices réelles rencontrent la sphère : cette différence est égale à $2\rho R d$, ρ désignant un coefficient que nous avons appelé *module* du cône, et d la distance du centre de la sphère à un plan, passant par le sommet du cône et lié invariablement à ce cône, que nous avons nommé *plan d'orientation*.

» On peut compléter ce résultat par la remarque suivante, qui nous a été communiquée par M. Darboux :

» *Le plan d'orientation d'un cône est le plan mené par le sommet normalement à la droite qui joint les centres de gravité des deux aires découpées par le cône sur une sphère concentrique de rayon égal à l'unité; le module du cône est égal au produit de la distance de ces deux centres de gravité par la valeur de l'angle conique.*

» Nous avons fait également observer que la formule générale s'étend à un angle polyèdre quelconque. Pour un trièdre, en particulier, on a, pour le plan d'orientation et le module, une construction simple.

» *Par le sommet d'un trièdre, élevons sur chacune des faces une normale dirigée vers l'extérieur du trièdre par rapport à la face, et portons sur cette normale une longueur égale à l'angle de la face : si l'on compose comme des forces les trois longueurs ainsi obtenues, la résultante est égale au module du trièdre, et perpendiculaire à son plan d'orientation.*

» De là résulte la valeur suivante, pour le module d'un trièdre, dont les faces sont α_1, α_2, α_3 et les angles dièdres A_{12}, A_{13}, A_{23} :

$$\rho^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 - 2\alpha_1\alpha_2 \cos A_{12} - 2\alpha_2\alpha_3 \cos A_{13} - 2\alpha_2\alpha_3 \cos A_{23}.$$

» Si l'on appelle axe d'un trièdre dont les trois faces sont égales la droite commune aux plans bissecteurs des trois dièdres, on déduit de là, par exemple, que :

(¹) *Comptes rendus*, 24 octobre 1887.

» *Un trièdre trirectangle dont le sommet est une sphère de rayon* R *et dont l'axe passe par le centre de la sphère découpe sur cette surface une aire égale à* $\pi R^2\sqrt{3}$.

» *Un trièdre dont les faces sont de* 60°, *placé dans les mêmes conditions, découpe sur la sphère une aire égale au sixième de l'aire totale de cette surface.*

» Les formules relatives au trièdre déterminent très simplement l'aire d'une lunule sphérique, limitée par deux arcs de petits cercles, ce qui permet de calculer l'aire d'une figure quelconque tracée sur la sphère et limitée par des arcs de cercle.

» Si une *surface du second ordre* coupe une sphère suivant deux courbes fermées, un des cônes qui passent par cette intersection a son sommet à l'intérieur de la sphère, et la formule générale fait connaître la différence des deux aires interceptées sur la sphère par ce cône, c'est-à-dire par la quadrique considérée. On arrive ainsi à des résultats simples.

Soit $Mx^2 + Ny^2 + Pz^2 = 1$ l'équation d'une quadrique rapportée à son centre et à ses axes; appelons module correspondant au plan principal $z = 0$ la valeur absolue de la quantité $\frac{2\pi P}{\sqrt{(M-P)(N-P)}}$, et modules correspondant aux autres plans principaux les quantités analogues : deux de ces modules sont réels, le troisième est imaginaire.

Cela posé, admettons que la quadrique coupe une sphère de rayon R suivant deux courbes fermées; le cône du second ordre qui passe par cette intersection, et dont le sommet est intérieur à la sphère, a son axe intérieur normal à l'un des plans principaux de la quadrique; soit Π ce plan.

» *La différence des deux aires découpées par la quadrique sur la sphère est égale à* $2\rho R d$, ρ *désignant le module correspondant au plan* Π, *et* d *la distance du centre de la sphère à ce plan.*

» Cette formule, qui n'introduit jamais celui des trois modules qui est imaginaire, montre que :

» *La différence des deux aires que découpe une quadrique sur une sphère ne varie pas quand on fait tourner la quadrique autour d'*UN *de ses axes, ou de toute droite parallèle à cet axe.*

» L'axe en question est celui qui est normal au plan Π. De même :

» *Les deux aires annulaires découpées sur une sphère par le solide compris entre deux quadriques homothétiques et concentriques sont égales.*

» Si la quadrique est de révolution, le plan Π est nécessairement le plan principal normal à l'axe de révolution.

» Dans le cas du paraboloïde de révolution, on a une proposition particulièrement intéressante :

» *La différence des deux aires que découpe sur une sphère un paraboloïde de révolution reste constante quand le paraboloïde se déplace d'une manière quelconque dans l'espace. Elle est égale à* $4\pi Rp$, *p étant le paramètre de la parabole méridienne.*

» Ce théorème est également vrai pour le paraboloïde elliptique, si le plan Π défini plus haut est normal à l'axe de la surface.

» On a ainsi un exemple curieux d'une surface découpant sur une sphère deux aires dont la différence ne dépend pas des positions respectives des deux surfaces; c'est une généralisation directe de la propriété de l'angle plan et de la circonférence.

» Il est aisé de voir que *les conoïdes et, en général, les surfaces réglées à plan directeur, jouissent de la même propriété* par rapport à une sphère que rencontrent toutes leurs génératrices réelles; seulement, au lieu de la différence des aires découpées, on doit introduire la somme algébrique de ces aires.

» On peut montrer enfin qu'une surface réglée possède à ce point de vue la même propriété que le cône; elle a un module égal à celui du cône directeur et un plan d'orientation parallèle à celui de ce cône, et la somme algébrique des aires qu'elle découpe sur une sphère, que rencontrent toutes ses génératrices réelles, est encore égale à $2\rho Rd$, ρ, R et d ayant la même signification que dans ce qui précède. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la vérification expérimentale des formules de Lamé et la valeur du coefficient de Poisson.* Note de M. **E.-H. Amagat.**

« Concevons deux cylindres parfaits, formés de la même matière isotrope : supposons qu'ils aient rigoureusement la même longueur et le même rayon intérieur R_0, mais des rayons extérieurs R et R_1 différents; supposons-les, enfin, terminés par des bases planes extrêmement résistantes.

» Écartons la complication due à une perturbation probablement peu considérable à chaque extrémité, et que, du reste, je me propose de déter-

miner expérimentalement; si l'on vient à comprimer les deux cylindres d'un même nombre d'atmosphères par l'intérieur, par l'extérieur et par les deux simultanément, nous devrons vérifier que :

» 1° Dans le cas des deux pressions simultanées, la variation de volume intérieur, et par suite la compressibilité apparente d'un même liquide, de l'eau par exemple, dans les deux cylindres, est la même;

» 2° Le rapport des variations de volume intérieur des deux cylindres par pression extérieure est égal à $\frac{R^2(R_1^2 - R_0^2)}{R_1^2(R^2 - R_0^2)}$;

» 3° Ce rapport est aussi celui des variations de volume extérieur par pression intérieure;

» 4° Pour un même cylindre, la variation de volume intérieur par pression extérieure est égale à la variation de volume extérieur par pression intérieure.

» Les expériences ont été faites avec une paire de cylindres de bronze et deux paires de cylindres d'acier dont les épaisseurs variaient du simple au quadruple. Ces pièces ont été percées et travaillées au tour, de manière à obtenir des cylindres aussi parfaits que possible; ceux d'acier en particulier ont été travaillés dans des barreaux que M. Grobot, directeur des aciéries de la marine d'Assailly, a bien voulu faire préparer tout spécialement, afin de les obtenir aussi homogènes et aussi identiques que cela peut se faire.

» Après avoir été transformés en piézomètres, les cylindres ont été placés par paire dans un appareil différentiel, où ils recevaient simultanément la pression d'un réservoir d'air comprimé.

» Une des principales difficultés de ce genre d'expériences est la variabilité de la colonne liquide dans la tige divisée, le piézomètre étant, en réalité, un thermomètre d'une très grande sensibilité; j'ai tourné la difficulté en opérant à des températures extrêmement voisines de celle du maximum de densité de l'eau. Dans ces conditions, les variations de pression (dans les limites de ces essais) ne font subir à l'eau aucune variation de température, et comme, d'autre part, le coefficient de dilatation de l'eau est nul, les expériences se font avec une régularité et une coïncidence remarquables.

» Le résultat de ces essais a été la vérification des quatre points énumérés ci-dessus, à un centième près de la variation de volume des cylindres. Cette différence peut largement être attribuée aux perturbations des extrémités, au défaut d'homogénéité et aux erreurs inévitables d'expérimentation.

» Il est à propos de placer ici une remarque dont on verra plus loin l'utilité : les formules supposent la matière isotrope ; le coefficient d'élasticité doit être le même longitudinalement et transversalement. Si cette condition n'est pas remplie, les formules appliquées à chaque cylindre séparément seront inexactes ; cependant on conçoit que, dans ce cas, elles puissent encore satisfaire à une vérification comparative comme celle dont il s'agit ici, les deux cylindres ayant même élasticité dans le sens longitudinal et même élasticité dans le sens transversal ; mais il est facile de voir que les formules n'en restent pas moins vérifiées comme devant s'appliquer à des cylindres à élasticité constante.

» Ceci étant, je reprends les *mêmes* cylindres et je les dispose de manière à subir des expériences de traction suivant la méthode adoptée par Wertheim, sur les indications de Regnault.

» La détermination simultanée de l'allongement et de la variation de volume conduit à la valeur du coefficient μ de Poisson ; mais, si le corps est isotrope, j'obtiens une seconde détermination du même coefficient au moyen de la variation de volume dans le cas actuel et dans le cas où le cylindre était comprimé par l'extérieur seulement ; on a, en effet, les deux relations suivantes :

$$(1) \qquad dV = VP\alpha(1 - 2\mu)$$

et

$$(2) \qquad dV_1 = VP_1\alpha \frac{R^2(5 - 4\mu)}{R^2 - R_0^2},$$

qui permettent de calculer α et μ.

» En suivant cette méthode et en prenant, entre autres précautions que je ne décris pas ici, celle de maintenir les cylindres étirés dans un bain d'eau à 4°, comme dans les premières expériences, j'arrive aux deux cylindres d'acier à :

$$\mu = 0,2609 \text{ pour l'un} \quad \text{et} \quad \mu = 0,2620 \text{ pour l'autre;}$$

avec les deux cylindres de bronze, je trouve

$$\mu = 0,3190 \quad \text{et} \quad \mu = 0,3204.$$

Ces valeurs ne sont exactes que si la formule (2) est applicable.

» Je remarque d'abord que pour l'acier, qui a beaucoup plus de chance que le bronze d'être à élasticité constante, la valeur de μ se rapproche

beaucoup de 0,25 qui, d'après de Saint-Venant et les expériences de M. Cornu, serait la valeur commune à tous les corps parfaitement isotropes.

» Les cylindres de bronze qui ont été coulés verticalement ont pu prendre, en se refroidissant dans cette position, une structure de laquelle résulte une différence d'élasticité dans le sens vertical ou longitudinal et dans le sens transversal, et l'on doit se trouver dans des conditions toutes semblables lorsqu'on opère, comme paraît l'avoir fait Wertheim, avec des cylindres obtenus par étirage à la filière; dans ces conditions, il est naturel qu'on obtienne pour μ des valeurs variables et différentes de celle qu'on suppose caractériser les corps isotropes.

» Je me propose actuellement de chercher à éclaircir cette question si délicate en suivant la marche que voici : je déterminerai, pour un certain nombre de cylindres, de substances diverses, les deux valeurs de μ que fourniront les deux méthodes dont il vient d'être question.

» Si les deux résultats sont identiques, le corps pourra être considéré comme isotrope; dans le cas contraire, le nombre trouvé par la seconde méthode sera inexact, par suite de l'emploi illégitime de la formule (2). La discussion des résultats fournis par les deux méthodes permettra donc de reconnaître si, pour des corps se rapprochant de plus en plus de l'isotropie parfaite, les valeurs correspondantes de μ se rapprochent de plus en plus d'une valeur commune et égale à 0,25. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Déformations permanentes et Thermodynamique.* Note de M. **Marcel Brillouin**, présentée par M. Mascart.

« L'hypothèse fondamentale, énoncée dans une précédente Communication ([1]), se traduit immédiatement, dans le cas où il n'y a qu'une variable géométrique x et une variable mécanique X, par l'équation

$$dx = a\,dX + b\,dT, \qquad (1)$$

a, b étant deux fonctions des trois variables x, X, T, que l'expérience fera connaître et qui définissent les lois de dilatation et d'élasticité du corps étudié. Pour les fluides, cette relation est intégrable; elle ne l'est pas pour les solides ordinaires; les deux fonctions a, b sont alors complètement indépendantes l'une de l'autre.

([1]) *Comptes rendus* du 6 février 1888.

» 3. Plusieurs conséquences de l'équation (1) méritent l'attention :

» *Toute déformation est réversible.* La valeur de dx change de signe sans changer de grandeur quand on change seulement le signe de $d\mathrm{X}$ et $d\mathrm{T}$. Ceci résulte de la forme linéaire de l'équation (1), en dx, $d\mathrm{X}$, $d\mathrm{T}$, qui n'est point d'ailleurs une conséquence nécessaire de l'existence des coefficients d'élasticité et de dilatation thermique dans chaque état. *Quelle que soit la série de transformations qu'on a fait subir au corps, en les parcourant en sens inverse, on le ramène entièrement à son état initial.*

» Pour les autres propriétés, un exemple rendra plus clairs les énoncés généraux ; le plus simple de tous suffit déjà lorsque les déformations permanentes restent très petites par rapport aux déformations temporaires :

$$\begin{aligned} dx &= (a_0 + 2a_1\mathrm{X} + 2a_2\mathrm{T})\,d\mathrm{X} + (b_0 + 2b_1\mathrm{X} + 2b_2\mathrm{T})\,d\mathrm{T} \\ &= d[a_0\mathrm{X} + a_1\mathrm{X}^2 + (a_2 + b_1)\mathrm{XT} + b_2\mathrm{T}^2] + (b_1 - a_2)(\mathrm{X}\,d\mathrm{T} - \mathrm{T}\,d\mathrm{X}) \\ &= d[a_0\mathrm{X} + a_1\mathrm{X}^2 + 2a_2\mathrm{XT} + b_2\mathrm{T}^2] + 2(b_1 - a_2)\mathrm{X}\,d\mathrm{T} \\ &= d[a_0\mathrm{X} + a_1\mathrm{X}^2 + 2b_1\mathrm{XT} + b_2\mathrm{T}^2] - 2(b_1 - a_2)\mathrm{T}\,d\mathrm{X}. \end{aligned}$$

» Sous ces diverses formes, l'intégrale du second terme est l'aire enveloppée par la ligne représentative de la série de transformations dans le plan XT et deux droites partant des extrémités de cette ligne. Ces deux droites peuvent être choisies d'une infinité de manières différentes. Je me suis contenté de mettre en évidence les rayons vecteurs émanés de l'origine, les ordonnées et les abscisses, pour aboutir à la remarque suivante : la partie non intégrable du second membre ne prend une valeur déterminée que pour une série de transformations fermée, ramenant X, T à leurs valeurs initiales. Dans ce cas seulement, les lignes auxiliaires disparaissent et l'aire enveloppée ne dépend plus que du cycle de transformations parcouru. Au point de vue expérimental : *Pour une série de transformations non fermée, le partage de la déformation totale observée en une partie temporaire et une partie permanente n'est pas déterminé.* Il n'y a pas lieu d'en parler; il n'y a aucun intérêt, au point de vue de la signification des résultats, à soustraire de la déformation totale observée la déformation permanente obtenue en fermant le cycle d'une certaine manière, pour obtenir ce que de nombreux auteurs appellent la déformation temporaire, puisque la déformation permanente dépend de la manière de fermer le cycle. Cette remarque s'applique également aux phénomènes magnétiques.

» *Quelle que soit la série de transformations effectuée, il y a une infinité de manières de fermer le cycle sans déformation permanente.* Dans l'exemple

choisi, il suffit que la représentation dans le plan XT forme une courbe en 8 dont l'aire otale est nulle.

» *De même, quelle que soit la série de transformations effectuée, on peut toujours la fermer de manière à avoir une déformation permanente donnée en grandeur et en signe, dans les limites de ténacité de la matière.* Dans l'exemple choisi, cela revient à se donner l'aire du cycle.

» Ces résultats sont conformes aux expériences sur la flexion des ressorts, la torsion des fils, l'aimantation uniforme des longs cylindres, etc.

» 4. L'exemple choisi nous donne, en outre, des résultats exacts comme première approximation :

» *Pour de petits cycles semblables, répétés seulement un petit nombre de fois, la déformation permanente produite par chaque cycle est proportionnelle au carré de la plus grande variation de la variable indépendante.*

» Exemples : *Torsion.* — Je prends dans les expériences de Wiedemann (1879) les accroissements de torsion permanente suivants produits par l'application et la suppression de couples statiques croissants :

X_n	30	40	50	60	70	80	90	...
$x_{n+1} - x_n$	0,6	0,7	1,0	1,5	2,0	4,0	6,2	...
$10^4 \dfrac{x_{n+1} - x_n}{X_n^2}$	6,6	4,4	4,0	4,1	4,1	6,2	7,7	...

» Les torsions temporaires étaient plus de cent fois plus grandes.

» *Déplacement du zéro des thermomètres.* — Le thermomètre est d'abord échauffé très lentement jusqu'à une température T; la pression interne croît proportionnellement à la température. Le réservoir est ensuite refroidi brusquement à zéro sans changement de pression, puis, le refroidissement gagnant le mercure, la pression baisse lentement, la température du réservoir restant constante. C'est un résultat connu, établi, je crois, par M. Pernet (*Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures*, t. I), que dans ces conditions l'abaissement du zéro est proportionnel au carré de la température à laquelle le thermomètre a été porté.

» *Aimantation.* — Il en est de même des débuts de l'aimantation permanente sous l'influence d'un champ magnétique faible.

» *La déformation permanente totale due à la répétition d'un même cycle suffisamment petit croît d'abord comme le nombre des cycles.*

» 5. Prenons pour exemple une tige. Les fonctions a et b peuvent être facilement déduites de l'expérience. La première, a, est le produit de la

longueur actuelle par le module d'élasticité à température constante; la seconde, b, est le produit de la longueur actuelle par le coefficient de dilatation sous charge constante X. La série d'expériences nécessaires est la suivante.

» *Détermination du coefficient a.* — Étude de l'allongement isotherme de la tige en fonction de la charge X. — Description d'un cycle quelconque capable de produire une petite déformation permanente; nouvelle étude de l'allongement isotherme, etc. — On constituera ainsi un Tableau à double entrée contenant, en regard de chaque valeur de la charge X, une série de valeurs de x différentes et la série des valeurs de $\frac{\delta x}{\delta X}$, ou a, correspondantes. Il faudra recommencer cette double série d'expériences à toutes les températures.

» *Détermination du coefficient b.* — Pour les fluides, la condition d'intégrabilité de l'équation (1) permettrait de réduire considérablement la nouvelle série d'expériences; mais, pour les solides qui nous occupent, la fonction b est indépendante de a. Il faudra former séparément sous chaque charge X le Tableau des valeurs du coefficient b ou $\frac{\delta x}{\delta T}$, en fonction de toutes les longueurs qui correspondent à une même température.

» Je n'ai pas besoin d'ajouter que jamais, jusqu'à ce jour, la série complète des expériences nécessaires n'a été faite pour aucun corps. Il y a cependant assez de résultats généraux connus pour fournir d'utiles indications sur la forme des coefficients a, b. »

THERMOCHIMIE. — *Sur les équilibres chimiques.* Note de M. **P. Duhem**, présentée par M. Debray.

« Dans une Note présentée à l'Académie le 30 janvier 1888, M. H. Le Chatelier (¹) annonce que « les lois numériques de l'équilibre chimique, » telles qu'elles découlent des deux principes de la Thermodynamique, » peuvent être exprimées d'une manière très simple au moyen de la fonc» tion caractéristique H' de M. Massieu ».

» La règle à laquelle arrive M. Le Chatelier peut s'énoncer ainsi : La va-

(¹) H. Le Chatelier, *Sur les lois de l'équilibre chimique* (*Comptes rendus*, t. CVI, p. 355).

riation imposée à la fonction H′ de M. Massieu par une modification virtuelle isothermique du système est égale à zéro. Il est facile de se convaincre que cette règle ne fait que traduire en langage ordinaire les formules données par M. Le Chatelier.

» Je demande à l'Académie la permission de rapprocher les résultats obtenus par M. Le Chatelier de ceux que j'ai obtenus depuis plusieurs années sur le même sujet. Dans une Note, présentée à l'Académie le 22 décembre 1884 (¹), j'ai montré que les conditions de l'équilibre d'un système de corps s'obtenaient en égalant à zéro la variation imposée au potentiel thermodynamique de ce système de corps par une modification virtuelle isothermique. Dans un Ouvrage ultérieur (²), j'ai développé les conséquences de ce principe.

» Si l'on observe que ce que je nomme *potentiel thermodynamique sous pression constante* ne diffère, comme je l'ai fait remarquer dans l'Ouvrage cité, que par un facteur constant de la fonction H′ de M. Massieu, on voit qu'il y a identité entre la proposition que j'ai communiquée il y a trois ans à l'Académie et celle que vient de communiquer M. H. Le Chatelier.

» M. H. Le Chatelier signale en outre l'analogie qui existe entre le principe qu'il vient de communiquer et le principe des vitesses virtuelles en Mécanique; il regarde la variation de la fonction de M. Massieu comme analogue au travail mécanique: cette variation n'est autre chose que l'équivalent calorifique de ce que j'ai nommé le *travail non compensé*. Dans la Note que je rappelais tout à l'heure, j'écrivais :

» Pour qu'un système soit en état d'équilibre stable, il suffit que toute modification virtuelle de ce système entraîne un travail non compensé nul ou négatif. Ce théorème rappelle le principe des vitesses virtuelles qu'il renferme comme cas particulier.

» Dans mon Ouvrage sur le potentiel thermodynamique, je disais (p. 7) :

» Ces théorèmes rappellent par leur forme et leur objet le principe des vitesses virtuelles. En Thermodynamique le travail non compensé joue, à certains points de vue, le même rôle que le travail en Mécanique.

» Je suis heureux de constater le parfait accord qui existe entre les résultats obtenus par M. Le Chatelier et ceux auxquels je suis parvenu il y a

---

(¹) *Sur le potentiel thermodynamique et la théorie de la pile voltaïque* (*Comptes rendus*, t. XCIX, p. 1113).

(²) *Le potentiel thermodynamique et ses applications à la Mécanique chimique et à la théorie des phénomènes électriques.*

plusieurs années, en m'inspirant, je le reconnais hautement, des travaux antérieurs de MM. Clausius, Massieu, Gibbs et H. von Helmholtz. »

MINÉRALOGIE. — *Sur l'action minéralisatrice des sulfures alcalins. Reproduction de la cymophane.* Note de MM. **P. Hautefeuille** et **A. Perrey**, présentée par M. Debray.

« I. L'alumine se dissout et cristallise dans les sulfures alcalins fondus. Gaudin, dès 1857, avait obtenu le corindon en chauffant au feu de forge un mélange d'alun et de charbon.

» Nous avons repris l'étude de l'action minéralisatrice des sulfures, action qui, dans des conditions expérimentales variées, nous a permis d'obtenir la cristallisation de la glucine, la séparation de l'alumine et de la glucine, ou inversement la reproduction de l'aluminate de glucine, combinaison qui se rencontre dans la nature et qui est connue sous le nom de *cymophane*.

» Cette action minéralisatrice se manifeste déjà, d'une manière remarquable, sur l'alumine à une température qui ne dépasse pas celle du rouge naissant, à laquelle par conséquent le dissolvant ne possède pas encore une tension de vapeur sensible. Elle ne donne toutefois des cristaux mesurables de corindon qu'à haute température.

» Le poids des cristaux obtenus est toujours inférieur à celui de l'alumine employée. Une partie de celle-ci forme en effet des composés sulfurés et alcalins qui se volatilisent, ou s'infiltrent dans les creusets de charbon, les seuls à employer dans ces expériences, ou se dissolvent lorsque l'on dégage les cristaux de leur gangue. La perte varie avec les conditions de l'expérience, notamment avec le dosage du sulfure alcalin, avec la conduite du feu.

» Par l'addition d'un carbonate alcalin au sulfure, l'action minéralisatrice de celui-ci est retardée, et la proportion d'alumine qui passe dans les composés solubles est augmentée.

» II. Comme l'alumine, la glucine se dissout et cristallise dans les sulfures alcalins à une température qui ne dépasse pas celle du rouge naissant. On ne peut récupérer sous forme de cristaux la totalité de la glucine amorphe, mais la perte est moins considérable que celle qui, toutes circonstances semblables d'ailleurs, affecte l'alumine. L'addition d'un carbonate

alcalin au sulfure ne retarde pas sensiblement l'action minéralisatrice de ce dernier.

» Les cristaux de glucine, incolores et transparents, sont uniaxes et à compensation positive. Leur forme est très ordinairement celle d'un prisme hexagonal modifié par la substitution de facettes aux arêtes de l'une de ses bases. Cette antihémiédrie peut servir à caractériser la glucine.

» Sous l'influence d'une température élevée, favorable au développement des faces hémiédriques, les cristaux qui prennent naissance dans le sulfure de sodium possèdent, comme forme dominante, celle d'un tronc de pyramide aiguë; ceux qui prennent naissance dans le sulfure de potassium ont la forme d'un prisme à six pans, terminé par une pyramide à six faces isoscèles, striées parallèlement à la base.

» Lorsque la cristallisation se fait dans un mélange de sulfure et de carbonate alcalin, elle donne des piles de tables ou de prismes allongés placés bout à bout, dont la base hexagonale va successivement et régulièrement décroissant. Ce groupement caractérise les cristaux de glucine aussi bien que la véritable antihémiédrie.

» III. Un mélange d'alumine et de glucine chauffé avec un sulfure alcalin donne naissance à une combinaison cristallisée qui possède la composition chimique et les caractères cristallographiques de la cymophane.

» Cette combinaison se présente sous forme de lames orthorhombiques incolores, hyalines ou légèrement opalines, douées d'un vif éclat adamantin ou de beaux reflets nacrés.

» Les lames à éclat adamantin, obtenues à la température de la fusion de l'acier, portent de fines stries croisées dans deux directions rectangulaires; les lamelles à reflets nacrés, obtenues à la température de la fusion du cuivre, portent des stries très apparentes, toutes dirigées parallèlement à la petite diagonale de la base du prisme primitif.

» Pour préparer la cymophane, il convient de chauffer à la température de la fusion du cuivre, pendant quatre heures, le mélange de 100 parties d'alumine et de 40 parties de glucine avec 650 parties de sulfate de potasse et 150 parties de charbon. On retrouve dans le creuset un culot que l'on peut détacher facilement et que l'on désagrège dans l'eau acidulée. La masse est lavée, débarrassée de glucine par digestion à chaud dans l'acide sulfurique et de charbon par calcination. On obtient 80 parties de cymophane en cristaux incolores, exempte de corindon.

» Il se produit toujours de la cymophane quand on chauffe au contact des sulfures alcalins un mélange de glucine avec un excès d'alumine. Plus est faible la proportion de la glucine, plus sont rares les cristaux de cymophane disséminés parmi les cristaux de corindon. Toutefois l'examen au microscope, dans la lumière polarisée, des produits cristallisés permet encore d'y retrouver la cymophane lors même que la proportion de la glucine dans le mélange alumineux ne dépassait pas 0,001 : placés entre les nicols croisés, en effet, les cristaux orthorhombiques de la cymophane se colorent vivement, tandis que les cristaux uniaxes du corindon ne dépolarisent pas le faisceau lumineux.

» L'action des sulfures alcalins sur un mélange d'alumine, avec un excès notable de glucine, donne naissance à de la cymophane et à de la glucine cristallisée. En additionnant de carbonate le sulfure alcalin et opérant à une température peu élevée, on réduit beaucoup la production de la cymophane et l'on augmente d'autant la proportion de la glucine cristallisée.

» Ainsi, ayant chauffé à la température du rouge sombre, pendant huit heures, le mélange de 100 parties de glucine impure et de 135 parties d'alumine ($Al^2O^3 + 3GlO$) avec 375 parties de sulfate de potasse, 95 parties de charbon de sucre, 470 parties de carbonate de soude, après épuisement du culot par l'acide acétique dilué, nous avons recueilli 89 parties de glucine cristallisée et 7,25 parties de cymophane contenant 1,45 parties de glucine combinée. Le reste de la glucine a passé, avec les impuretés, dans les lavages acétiques. La glucine cristallisée a été dissoute dans l'acide sulfurique, qui n'attaque pas la cymophane. Elle aurait pu être dissoute sans grande difficulté dans l'acide oxalique et obtenue pure par le grillage de l'oxalate.

» Du mélange de glucine et d'alumine extrait de l'émeraude, on peut donc, par un procédé simple, retirer la glucine avec une perte qui ne dépasse pas 10 pour 100, et dans un état de pureté tel, d'ailleurs, que son équivalent a été trouvé égal à 12,58. »

CHIMIE. — *Déplacement du cuivre par le zinc, dans quelques solutions de sels de cuivre.* Note de M. **A. Destrem.**

« Lorsque l'on cherche, au moyen d'une lame de zinc pur parfaitement décapée, à déplacer le cuivre de ses solutions salines, le dépôt

de cuivre, à la surface du zinc, varie d'aspect suivant la qualité du sel de cuivre dissous.

» Avec le sulfate, l'azotate de cuivre et, en général, avec les sels à acides forts, le dépôt est peu adhérent, pulvérulent et de couleur marron ou noirâtre.

» Dans les solutions légèrement alcalines, telles que celle du cuprosulfate d'ammoniaque, le dépôt est rouge et parfaitement adhérent.

» Avec les solutions des sels de cuivre à acides faibles, le dépôt est jaune couleur de laiton et très adhérent, surtout si l'on emploie des solutions soumises pendant un certain temps à l'électrolyse, en se servant au pôle positif d'une électrode soluble de cuivre, qui tend à rendre neutre, à chaque instant, le sel dissocié en partie par l'eau ; cette remarque avait été faite par M. P. Schützenberger, pour l'acétate de cuivre.

» Dans cette Note, on a étudié la formation des dépôts adhérents, rouges ou jaunes, provenant du déplacement du cuivre dans les solutions faiblement alcalines ou neutres, à acides faibles.

» Les expériences consistent à immerger, pendant des temps égaux et très courts, une lame de zinc pur bien décapée dans une solution d'un sel de cuivre. Après chaque immersion, la solution est renouvelée, pour que les conditions du milieu restent les mêmes.

» La lame de zinc, parfaitement lavée et bien desséchée dans un dessiccateur à vide, était pesée.

1° *Liqueur de cuprosulfate d'ammoniaque. Dépôt très adhérent de cuivre rouge.*

		Différences.
Poids initial de la lame de Zn	3^{gr},1267	
Poids de la lame de Zn plus le dépôt de Cu (après 2^s d'immers.).	3,1269	+ 2
» (après 2^s en plus)...	3,1267	— 2
» »	3,1265	— 2
» »	3,1260	— 5
» »	3,1252	— 8
» »	3,1244	— 8
» »	3,1236	— 8
» »	3,1229	— 7
» »	3,1221	— 8
» »	3,1214	— 7

2° *Liqueur d'acétate de cuivre. Dépôt très adhérent de cuivre (couleur jaune de laiton).*

		gr	Différences.
Poids initial de la lame de Zn		3,0431	
Poids de la lame de Zn plus le dépôt de Cu (après 2ˢ d'immers.).		3,0434	+ 3
»	(après 2ˢ en plus)...	3,0430	— 4
»	»	3,0428	— 2
»	»	3,0425	— 3
»	»	3,0423	— 2
»	»	3,0421	— 2
»	»	3,0418	— 3
»	»	3,0415	— 3
»	»	3,0413	— 2
»	»	3,0411	— 2

3° *Liqueur de formiate de cuivre. Dépôt très adhérent jaune clair.*

		gr	Différences.
Poids initial de la lame de Zn		4,2230	
Poids de la lame de Zn plus le dépôt de Cu (après 2ˢ d'immers.).		4,2231	+ 1
»	(après 2ˢ en plus)...	4,2230	— 1
»	»	4,2228	— 2
»	»	4,2227	— 1
»	»	4,2225	— 2
»	»	4,2223	— 2

4° *Liqueur de picrate de cuivre. Dépôt jaune verdâtre adhérent.*

		gr	Différences.
Poids initial de la lame de Zn		2,0321	
Poids de la lame de Zn plus le dépôt de Cu (après 2ˢ d'immers.).		2,0322	+ 1
»	(après 2ˢ en plus)...	2,0321	— 1
»	»	2,0320	— 1
»	»	2,0319	— 1
»	»	2,0318	— 1
»	»	2,0316	— 2
»	» ...	2,0314	— 2

» Si l'on examine ces Tableaux, on remarque que, après la première immersion de la lame de zinc dans la solution du sel de cuivre, il y a toujours une augmentation de poids, ensuite diminution progressive jusqu'à ce qu'elle devienne constante.

» Les équivalents du cuivre et du zinc étant pour l'un 31,75, pour

l'autre 32,5, il devrait y avoir, dans tous les cas, perte de poids s'il y avait simplement déplacement du cuivre par le zinc.

» Si l'on tient compte : 1° de la couleur des dépôts, variant du blanc jaune au rouge cuivre, en passant par les teintes jaunes intermédiaires, suivant la solution dans laquelle on opère le déplacement; 2° de l'adhérence parfaite du dépôt; 3° de l'augmentation de poids, on peut déduire qu'il se forme, dans les milieux neutres ou faiblement alcalins, et dans le premier moment de l'immersion, des alliages plus ou moins riches en cuivre, possédant la composition des divers laitons.

» Lorsque cette première formation d'alliage a eu lieu, au moment de la première immersion, on rentre dans le cas d'un couple zinc-cuivre, fermé sur lui-même, et, par conséquent, d'une décomposition régulière du sel de cuivre, avec perte de poids de la lame proportionnelle à la différence des équivalents.

» Si l'on n'a pas la précaution d'opérer en liqueur neutre, l'augmentation de poids de la lame n'a pas lieu, et l'on remarque une diminution immédiate, l'acide libre agissant directement sur le zinc.

» On peut répéter sur les dépôts jaunes certaines expériences particulières aux laitons; si l'on passe rapidement, à la surface, une baguette de verre trempée dans l'acide chlorhydrique fort, on laisse une traînée rouge de cuivre, le zinc de l'alliage s'étant dissous en plus grande quantité.

» Les mêmes phénomènes ont été observés avec le cadmium. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le dédoublement du chloroforme par la potasse alcoolique, et sur son dosage à l'aide de cette réaction.* Note de M. **L. de Saint-Martin**, présentée par M. Berthelot.

« I. On enseigne en général, depuis les travaux de Dumas, que, mis en présence de la potasse alcoolique, le chloroforme se dédouble en formiate et en chlorure de potassium selon l'équation



$$C^2HCl^3 + 4KHO^2 = 3KCl + C^2HKO^4 + 2H^2O^2.$$

» Cependant, en étudiant cette réaction dans le but de l'utiliser pour ses belles recherches de Thermochimie, M. Berthelot observa qu'elle ne

s'effectue pas complètement à froid, tout au moins d'une façon instantanée ([1]).

» En me plaçant dans des conditions un peu différentes, j'ai reconnu que la potasse en solution dans l'alcool à 60° centésimaux ([2]) agit à froid d'une manière lente et progressive sur le chloroforme, qu'elle arrive à la longue à décomposer totalement conformément à l'équation de Dumas. Cette décomposition a donc lieu d'une façon analogue à celle qu'a si bien étudiée M. Berthelot, dans l'action des alcalis sur les éthers.

» A 100°, l'action est très rapidement complète.

» II. Voici les résultats d'une de mes expériences faites à froid :

» Dans un flacon de 500^{cc}, bouché à l'émeri, j'ai introduit 300^{cc} d'une solution de potasse dans l'alcool à 60° renfermant par litre $43^{gr},4$ de potasse anhydre, et une ampoule scellée à la lampe contenant $2^{gr},275$ de chloroforme.

» Le bouchon mis en place, l'ampoule a été brisée par une série de chocs; ensuite, à des intervalles de plus en plus éloignés, j'ai prélevé des échantillons du liquide, dont le volume total était au début de $301^{cc},5$, pour le soumettre à l'analyse.

» Cette analyse se faisait en deux temps :

» 1° 10^{cc} de la liqueur alcaline, additionnés d'une goutte de teinture de phénolphtaléine, étaient neutralisés avec précaution au moyen de l'acide sulfurique titré (un quart normal, soit $12^{gr},25$ SHO^4 par litre), versé goutte à goutte, à l'aide d'une burette graduée, jusqu'au point précis de la décoloration.

» 2° Puis le liquide ainsi strictement neutre, et étendu d'eau distillée, était, *après complet refroidissement*, titré avec la solution décime de nitrate d'argent, le chromate neutre de potasse servant d'indicateur (procédé de F. Mohr).

» Des essais préalables, faits sur des liqueurs de composition connue, dans les mêmes conditions de concentration et de température, m'avaient démontré que la présence de l'alcool et du formiate alcalin ne gêne en rien, *à froid*, le dosage du chlore par cette méthode volumétrique.

» J'ajouterai que le poids du chloroforme décomposé, déduit indirectement de la perte d'alcalinité, qui se trouve être mesurée dans le premier temps de l'analyse, a toujours concordé, d'une façon très satisfaisante, avec le chiffre obtenu directement au moyen de la solution décime d'argent.

» Le Tableau suivant résume les résultats obtenus; les chiffres qu'il renferme ont été calculés d'après les quantités de chlore précipitable par la solution argentique.

([1]) M. Berthelot, *Bulletin de la Société chimique*, t. XXIX, p. 4; 1878.

([2]) Cette solution se prépare au moment du besoin, en mélangeant 1^{vol} de potasse très concentrée et 2^{vol} d'alcool à 90°. Elle a l'avantage de retenir en solution le chlorure de potassium formé dans la réaction.

Temps écoulé depuis le début de l'expérience.	Proportion pour 100 de chloroforme décomposé conformément à l'équation de Dumas.
1h	14,17
8	49,87
20	76,12
48	91,86
72	95,28
150	97,61
Id. après chauffage en vase clos à 100°	98,14

» Ce dernier chiffre n'a pu être dépassé et, ainsi qu'on le voit, il y a une perte assez sensible, qui provient certainement, du moins pour une part, de ce qu'il a fallu déboucher sept fois le flacon pour y puiser, à l'aide d'une pipette jaugée, les échantillons nécessaires aux analyses, et, de fait, lors des premiers prélèvements, l'odeur du chloroforme persistait très nettement. Toutefois, cette cause n'agit pas seule, ainsi que va nous le démontrer l'essai suivant, fait à chaud :

» III. J'ai enfermé une ampoule scellée, contenant $0^{gr},5665$ de chloroforme, avec 75^{cc} de potasse alcoolique dans un matras d'essayeur épais, qui a été ensuite fermé à la lampe. L'ampoule a été brisée par le choc, et le matras a été chauffé au bain-marie pendant trois heures. Après refroidissement, le liquide a été étendu à 200^{cc}, et analysé comme précédemment. 40^{cc}, après neutralisation, ont exigé $28^{cc},2$ de solution décime d'argent. Le calcul conduit au chiffre de $0^{gr},5611$ de chloroforme au lieu des $0^{gr},5665$ pesés dans l'ampoule, soit 99,1 pour 100 correspondant à une perte de près de 1 pour 100.

» Bien que je n'aie pas dosé par un autre procédé le chlore que renfermait mon échantillon de chloroforme, j'incline à croire qu'il n'était pas absolument pur, et qu'il devait renfermer des traces de dérivés chlorés inférieurs. Il avait été obtenu par l'action de la potasse concentrée sur le chloral en plaques, et rectifié après digestion sur le chlorure de calcium.

» IV. Quoi qu'il en soit, j'ai déduit des essais précédents un procédé commode pour doser le chloroforme, soit dans un liquide, soit dans l'air, et je l'emploie couramment depuis quatre ans.

» L'eau chloroformée saturée, par exemple, peut être titrée comme suit. On enferme dans un tube de verre épais fermé par un bout et étiré par l'autre 10^{cc} d'eau chloroformée, 2^{cc} de lessive très concentrée de potasse et 20^{cc} d'alcool. On ferme le tube à la lampe et on le chauffe au bain-marie pendant trois heures. Après refroidissement, on rassemble dans un vase de Bohême son contenu et les eaux de lavage, puis,

comme ci-dessus, on procède à la neutralisation et au titrage par la solution décime d'argent.

» J'ai obtenu dans quatre essais, pour 100^{cc} d'eau chloroformée,

$0^{gr},6360$, $0^{gr},6320$, $0^{gr},6366$ et $0^{gr},6321$ de chloroforme,

soit, en prenant la moyenne et en l'augmentant de 0,9 pour 100 pour compenser la perte reconnue plus haut,

$0^{gr},64$ de chloroforme pour 100^{cc} d'eau chloroformée.

» Ce chiffre diffère notablement de celui qu'a donné M. le professeur J. Regnauld, lequel, par un procédé que j'ignore, a trouvé que 100^{cc} d'eau distillée pouvaient dissoudre $0^{gr},90$ de chloroforme.

» V. Enfin, soit à doser le chloroforme dans l'air, ainsi qu'il m'a fallu le faire très souvent dans mes expériences sur l'anesthésie par les mélanges titrés d'air et de chloroforme. Voici comment il convient de procéder :

» On prend un ballon dont le col étiré se termine par un robinet de verre capillaire et à pointe effilée, et de capacité totale égale à V (1^{lit} environ). On y fait le vide au moyen de la trompe, puis on y laisse rentrer 30^{cc} de potasse alcoolique. A l'aide d'un petit manomètre à mercure, on détermine la pression restant dans le ballon, h. On met ensuite le ballon en communication avec le gazomètre ou le réservoir renfermant le mélange d'air et de chloroforme; puis, ouvrant le robinet, on y laisse pénétrer ce mélange jusqu'à ce que l'équilibre de pression soit établi. Si H représente la hauteur barométrique, le volume d'air soumis à l'analyse sera évidemment

$$(V - 30^{cc})\frac{H - f}{H},$$

mesuré à la température et à la pression ambiantes.

» On ferme le robinet et l'on expose le ballon dans un endroit chaud pendant huit à dix jours. Au bout de ce temps, on prélève 20^{cc} du liquide qu'on soumet à l'analyse et l'on multiplie par $\frac{3}{2}$ le résultat obtenu.

» VI. Le procédé volumétrique que je viens de décrire pour le dosage du chloroforme pourra facilement être employé pour le dosage du chlore, du brome et de l'iode, dans une foule de produits dits *de substitution;* je citerai notamment les acides acétiques, chlorés, bromés, etc. Je me propose de revenir sur ce point. »

PHYSIOLOGIE. — *Influence des différentes alimentations sur les échanges gazeux respiratoires.* Note de MM. **M. Hanriot** et **Ch. Richet**, présentée par M. A. Richet.

« Chez le même individu de 50^{kg}, dont nous avons parlé précédemment (¹), nous avons étudié l'influence que le jeûne et les alimentations diverses exercent sur les échanges gazeux respiratoires.

	Ventilation par heure en litres.	O^2 absorbé par heure en litres.	CO^2 dégagé par heure en litres.	Proport. centésim. de O^2.	Proport. centésim. de CO^2.	$\frac{CO^2}{O^2}$.
» Après 17^h de jeûne :						
De midi 30^m à 2^h..........	409	17,4	15,3	4,2	3,7	0,88
» Après 24^h de jeûne :						
De 1^h à 3^h..............	394	16,85	14,15	4,2	3,55	0,84
» Après 29^h de jeûne :						
De 4^h15^m à 5^h30^m.........	401	16,05	14,30	4,0	3,60	0,89
» Après 46^h de jeûne :						
De 9^h à 10^h..............	385	16,9	14,35	4,3	3,7	0,85

» Ainsi, au bout de quelques heures de jeûne complet, les échanges arrivent à un état stable, qui ne se modifie guère, même quand le jeûne se prolonge.

» Le jeûne de quarante-huit heures a été rompu par un repas de 300^{gr} de viande, fait à 11^h du matin, et nous avons eu les chiffres suivants :

	Vent.	O^2.	CO^2.	O^2 %.	CO^2 %.	$\frac{CO^2}{O^2}$.
De 2^h35^m à 5^h5^m..........	443	18,6	15,2	4,2	3,5	0,81

» En continuant pendant plusieurs jours la même alimentation (viande de bœuf rôtie comme unique nourriture), nous avons eu :

22 juin. Le 1er jour........	455	19,8	13,6	4,3	3,0	0,70
23 juin. Le 2e jour (matin).	436	18,6	14,2	4,2	3,3	0,78
23 juin. Le 2^e jour (soir)...	483	16,5	12,95	3,4	2,5	0,73
24 juin. Le 3^e jour (7^h mat.).	422	18,9	12,50	4,4	3,0	0,68
Moyenne.....	449	18,4	13,3	4,1	3,0	0,73

» Ainsi le travail de la digestion et de l'assimilation, quand il s'agit d'aliments qui ne sont pas des hydrates de carbone, n'exerce aucune influence sur la production de CO^2. Cette alimentation, uniquement animale (500^{gr} de viande de bœuf deux fois par

(¹) Voir *Comptes rendus*, 6 février 1888, t. CVI, p. 419.

jour), a été pour S. des plus pénibles et il s'est senti plus fatigué de ce régime que du jeûne absolu. — Le 24 juin, c'est-à-dire après trois jours d'alimentation animale, il a été nourri uniquement avec des pommes de terre cuites à l'eau.

25 juin. 9h	440	19,8	16,8	4,0	3,6	0,85
25 juin. 2h	460	17,6	17,0	3,9	3,7	0,96
27 juin. 3h	504	19,5	18,9	3,9	3,7	0,96
Moyenne	468	19,0	17,6	4,0	3,7	0,93

» Ainsi l'alimentation azotée augmente légèrement la ventilation et l'absorption d'oxygène et ne modifie pas CO^2 excrété, tandis que l'alimentation par des hydrates de carbone augmente beaucoup l'excrétion de CO^2 et un peu l'absorption de O et la ventilation.

» L'expérience suivante est encore plus nette à cet égard :

	Ventilation.	O.	CO^2.	O %.	CO^2 %.	$\frac{CO^2}{O^2}$.
» 24h de jeûne :						
A 9h	376	16,9	13,7	4,5	3,6	0,81
» A 10h, 300gr de viande :						
A 11h	414	17,1	14	4,1	3,4	0,82
» A 2h, 750gr de pommes de terre :						
4h 30m	432	20,2	15,6	4,2	2,6	0,77
5h	464	19,2	15,9	4,1	3,4	0,83
5h 30m	478	20,6	16,7	4,3	3,5	0,81
6h	484	21,0	17,7	4,3	3,6	0,84
6h 30m	482	20,8	18,2	4,3	3,8	0,87

» Quelquefois le rapport de $\frac{CO^2}{O^2}$ tend à devenir supérieur à l'unité :

Le matin, à jeun	507	15,25	12,8	3,7	3,1	0,83
» Alors, à 2h, un repas de pommes de terre :						
3h	»	»	»	»	»	»
3h 30m	410	18,8	14,6	4,5	3,5	0,77
4h	387	16	13,6	4,1	3,5	0,85
4h 30m	416	16,6	14,8	4,0	3,5	0,89
5h	488	18,9	16,6	3,9	3,4	0,89
5h 30m	462	16,6	16,4	3,6	3,5	0,99
6h	444	15,0	15,6	3,4	3,5	1,04

» Le 17 juin, S. a été alimenté uniquement avec du glycose, pendant toute la journée :

10h	465	19,3	13,5	4,0	2,9	0,70
1h	491	17,9	16,4	3,6	3,3	0,91
3h	446	17,2	17,7	3,8	3,9	1,03
4h	471	18,6	17,1	3,9	3,6	0,92

» Alimenté uniquement avec des matières grasses, c'est-à-dire avec du lard dans la première expérience, avec des jaunes d'œufs dans la seconde, S. a eu :

1re expérience. Midi.	431	18,5	13,4	4,3	3,1	0,72
3h	442	17,5	13,0	4,0	3,0	0,74
5h	481	19,7	13,0	4,1	2,7	0,65
8h	490	20,3	15,8	4,2	3,2	0,77
Moyenne	461	19,0	13,8	4,1	3,0	0,73
2e expérience. 8h mat.	432	17,8	14,8	4,1	3,4	0,83
10h	430	19,4	15,5	4,5	3,6	0,80
Midi	442	20,9	15,4	4,7	3,5	0,73
1h	451	18,1	15,3	4,0	3,5	0,84
Moyenne totale des deux expériences.	450	19,0	14,5	4,2	3,25	0,76

» Ainsi, l'alimentation par des matières grasses amène les mêmes échanges respiratoires que l'alimentation azotée et le jeûne.

» On peut déduire de ces faits quelques conclusions générales :

» 1° La ventilation augmente par le fait de l'alimentation ; mais presque uniquement quand cette alimentation est composée d'hydrates de carbone.

» 2° Les aliments azotés et les aliments gras modifient très peu les échanges respiratoires ;

» 3° Les aliments féculents font croître la ventilation et l'absorption d'oxygène; mais surtout la production de CO^2.

» 4° Les proportions centésimales (dans l'air expiré) d'oxygène absorbé ou d'acide carbonique produit varient peu, tant qu'il y a repos musculaire. La proportion d'oxygène absorbé est, en moyenne, voisine de 4,2 pour 100 (avec des variations de 3,4 à 4,7 pour 100). La proportion de CO^2 produit est, en moyenne, voisine de 3,4 pour 100 (avec des variations de 2,7 à 4,2 pour 100).

» 5° Chez un homme adulte, bien portant, la ventilation est, en chiffres ronds, à l'état de jeûne, de 8^{lit} par kilogramme et par heure, avec une production de $0^{gr},5$ de CO^2 et une absorption de $0^{gr},45$ de O. A l'état de digestion, la ventilation s'élève à 9^{lit} par kilogramme et par heure avec une production de $0^{gr},6$ de CO^2 et une absorption de $0^{gr},50$ de O [1]. »

---

[1] Ces chiffres ne peuvent être qu'approximatifs ; car le chiffre réel, dans tel ou

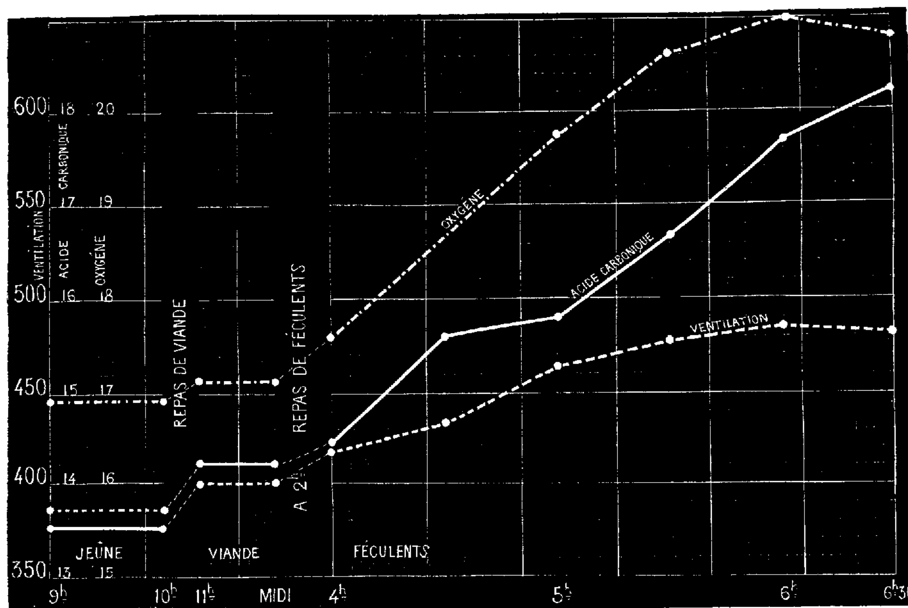
PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Étude sur l'étiologie de la fièvre jaune.* Note de M. **Paul Gibier**. (Extrait.)

« La Havane, 22 janvier 1888.

» Au commencement de l'année 1887, M. le Dr Domingos Freire, professeur à la Faculté de Médecine de Rio-de-Janeiro, se rendit à Paris pour présenter au public scientifique ses travaux sur la fièvre jaune. M. Freire me fut présenté par M. le Dr Rebourgeon, qui avait étudié cette maladie avec lui au Brésil. Le laboratoire de Pathologie comparée du Muséum fut ouvert à ces savants, qui reprirent les expériences dont M. Freire avait publié antérieurement les résultats. M. Freire voulut bien me demander

---

tel cas particulier, est fonction de quantité de variables (l'état de repos ou d'activité, de santé ou de maladie, l'influence de telle ou telle alimentation, de tel ou tel état psychique, de la température extérieure, de la taille, de l'âge, etc.).



Influence des aliments azotés et féculents sur la ventilation et les échanges.

Le graphique ci-joint indique l'influence de l'alimentation sur les échanges et la ventilation. On voit que le repas de viande a été presque sans effet, tandis que le repas de féculents a fait croître la ventilation et les échanges.

d'examiner les cultures qu'il avait apportées et de les traiter par les nouvelles méthodes bactériologiques qui n'avaient pas encore été appliquées à ses recherches. A la suite de ces investigations faites en commun, M. Freire eut la gracieuseté de m'associer à une Communication qu'il fit en son nom et au nom de M. Rebourgeon à l'Académie des Sciences, dans le courant du mois de mars 1887.

» Depuis, et comme conséquence de cette Communication, je reçus de M. le Ministre de l'Instruction publique la mission d'aller « étudier la fièvre jaune dans les pays où elle se montre d'habitude, ainsi que les moyens prophylactiques à opposer à cette maladie ». Au commencement de novembre 1887, je débarquais à la Havane, où la fièvre jaune se montre encore à cette époque à l'état dit *sporadique*.

» Voici, aussi succinctement que possible, l'exposé de mes premières investigations, qui ont été faites à l'hôpital de la Havane :

» 1° 16 *novembre*. — Parmi plusieurs cas de fièvre jaune, j'ai choisi celui qui me parut le plus grave pour recueillir du *sang* et de l'*urine*. Cinquième jour de la maladie : fièvre, albuminurie, vomissements noirs, etc. Cas mortel.

» 2° 17 *novembre*. — Dans une autopsie pratiquée huit heures environ après la mort, j'ai recueilli du *sang* dans le ventricule gauche et dans l'oreillette droite, de l'*urine* à travers les parois vésicales, de la *bile* dans le vésicule et du *contenu intestinal* (noir). J'ai placé dans l'alcool de petits morceaux du foie, des reins, de la rate, de l'estomac et de l'intestin, pour les examiner au microscope.

» 3° 18 *novembre*. — Dans l'autopsie du malade examiné le 16, j'ai recueilli, dix heures après la mort, des pièces anatomiques comme dessus.

» 4° 24 *novembre*. — Sur un malade au troisième jour de la maladie, recueilli de l'urine. Cas mortel.

» 5° 27 *novembre*. — Parmi plusieurs malades examinés, recueilli sur le plus gravement atteint du sang et de la matière noire vomie. Cas mortel.

» 6° 14 *décembre*. — Malade au quatrième jour : albuminurie. Recueilli sang, urine et matière noire. Cas favorable.

» 7° 14 *décembre*. — Malade au troisième jour : albuminurie. Recueilli du sang. Cas favorable.

» 8° 22 *décembre*. — Examen clinique d'un cas grave : vomissements noirs abondants, hémorragies buccales, etc. Le 23, à l'autopsie de ce malade, pratiquée *deux heures après la mort*, recueilli du sang dans le cœur, de la sérosité péricardique, de l'urine, directement à travers les parois vésicales, et du contenu intestinal ayant l'aspect et la consistance du cirage. Petits morceaux des viscères placés dans l'alcool.

» 9° 28 *décembre*. — Autopsie *un quart d'heure après la mort*. Recueilli contenu de l'intestin grêle (contenu liquide, noir) et pièces anatomiques.

» Afin d'éviter des répétitions inutiles, je dirai d'une manière générale

la façon dont ont été conduits les examens des liquides, recueillis suivant les méthodes ordinaires usitées en bactériologie.

» Le sang a été examiné chaque fois qu'il y a eu lieu sur plusieurs préparations à l'état frais, puis desséché et coloré; il en a été de même de l'urine et de la matière noire. Des ensemencements par piqûres multiples dans la gélose d'agar ont été faits avec le *sang*, l'*urine*, la *bile*, la *sérosité péricardique*. L'urine a été, de plus, ensemencée dans des préparations sur plaques; 1^{cc} de ce liquide était mélangé avec le premier tube de gélose de la série. De nombreuses coupes ont été faites dans différents organes; elles ont été colorées en vue d'y rechercher la présence des microbes.

» *Résultats obtenus.* — Je dois avouer ici, quoi qu'il m'en coûte, que mes résultats viennent contredire, d'une manière absolue, les faits avancés par M. Domingos Freire, dont j'ai le regret en même temps que le devoir de me séparer.

» Le *sang*. — Sur un grand nombre de préparations fraîches ou colorées il m'a été impossible de constater la présence de micro-organismes. Les cultures, tentées un grand nombre de fois, sont demeurées stériles.

» L'*urine*, traitée de la même manière que le sang, a constamment montré un résultat négatif (1).

» Le liquide péricardique, la bile, pas plus que le sang et l'urine, ne contenaient de micro-organismes. J'ai constaté que, même dans les cas les plus graves que j'ai vus, le sang examiné au microscope ne présentait pas de trace appréciable d'altération dans ses éléments.

» Les nombreuses coupes que j'ai faites dans différents viscères, sauf l'intestin, ne m'ont pas davantage montré la présence des microbes.

» En présence de ces résultats négatifs, mon attention se porta vers l'appareil digestif. Dans la fièvre jaune, en effet, le vomissement noir est un symptôme tellement capital que, dans le langage extra-scientifique, la maladie n'est désignée la plupart du temps que sous le nom de *vomito*. L'examen et l'analyse bactériologiques des matières vomies et du contenu de l'intestin m'ont fait voir une quantité prodigieuse et une foule d'espèces

---

(1) Dans le premier cas qu'il m'a été donné d'examiner, j'avais cru reconnaître un microcoque analogue à celui que M. D. Freire croit avoir vu dans l'urine et les humeurs: mais, après un examen méthodique, j'ai dû renoncer à cette opinion : le microcoque en question n'était qu'une granulation organique quelconque.

Les cultures sur plaques, préparées comme il est dit plus haut (avec 1^{cc} d'urine pris dans le fond d'un long tube fermé avec du coton flambé comme le tube lui-même et où l'urine avait déposé pendant une heure, ce qui aurait dû couvrir la première plaque de colonies si l'urine eût contenu des microbes) n'ont donné aucun résultat.

de microbes de toutes formes, et ce n'a pas été un mince labeur que d'isoler ces organismes les uns des autres. Je me propose de revenir prochainement sur ce point.

» *Expériences sur les animaux.* — I. J'ai injecté dans l'estomac d'un jeune cobaye 5^{cc} de matière noire, et l'animal est mort au bout de *quatre minutes*, intoxiqué par le poison que renferme cette matière, poison sécrété par les organismes qui pullulent dans le tube digestif. — II. Un gros cobaye, qui a reçu la même dose, après avoir été très malade, s'est remis en quelques heures. — III. Un cobaye jeune qui ne reçut en injection stomacale que 1^{cc} n'a pas paru s'en ressentir. Dans ces cas, la matière noire s'est comportée comme une substance toxique.

» J'ai isolé du contenu noir de l'intestin, par un procédé particulier, un micro-organisme dont la culture déposait, en moins de vingt-quatre heures, dans certaines conditions, d'épais flocons et une poussière noirs. Les parois des ballons de culture sont noircies, ainsi que le pourtour du bouchage à l'émeri, par les *excreta* des microbes et la coloration noire ne disparaît pas par le lavage dans de l'eau acidulée avec l'acide nitrique ou l'acide sulfurique. L'acide chlorhydrique pur la détruit. Les inscriptions au crayon rouge d'aniline des flacons placés dans la même étuve sont noircies par le gaz émanant des cultures. J'ai inoculé une goutte de la culture de ces organismes dans l'intestin grêle de cobayes qui sont morts au bout de douze à seize heures, avec l'intestin extrêmement congestionné et renfermant une matière noirâtre et sanguinolente. Les expériences se continuent.

» Ces organismes sont-ils les auteurs de la coloration des matières vomies ou contenues dans l'intestin des malades? sont-ils pathogènes du *vomito negro?* C'est ce que j'examinerai dans une prochaine Communication.

» Bien que mes recherches soient encore incomplètes, elles me portent néanmoins à émettre cette opinion que *la fièvre jaune n'est pas une fièvre* dans le sens donné à ce nom, mais un empoisonnement produit par une fermentation spécifique, se passant uniquement dans l'intestin. La fièvre ne serait qu'un épiphénomène commun à la plupart des empoisonnements aigus. Il en est de même de l'albuminurie. »

ZOOLOGIE. — *Sur la castration parasitaire chez les Eukyphotes des genres* Palæmon *et* Hippolyte. Note de M. **A. Giard**.

« En 1837, Rathke signalait ce fait curieux, que les Palæmons infestés par des Bopyres appartiendraient exclusivement au sexe femelle : *Mirabile dictu Bopyri omnia quæ vidi exempla — vidi autem eorum plures centurias — solummodo in Palæmonibus feminis repereram, licet in manus meas non pau-*

ciores horum animalium mares quam feminæ incidissent (¹). Tous les auteurs subséquents, jusqu'au plus récent d'entre eux, P. Fraisse, n'ont fait que confirmer l'observation de Rathke.

» Guidé par mes découvertes antérieures sur les effets de la castration parasitaire chez certains Crustacés Décapodes infestés par des Rhizocéphales, j'ai, l'an dernier, émis l'hypothèse que le fait signalé par Rathke n'était sans doute exact qu'*en apparence* et que, si l'on ne trouve pas de Palæmons mâles porteurs de Bopyres, c'est que l'atrophie des testicules chez les mâles infestés amène comme conséquence un arrêt du développement des caractères sexuels extérieurs (²). J'ai pu, depuis, vérifier l'exactitude de cette supposition, soit sur nos Palæmons d'Europe infestés par des Bopyres, soit sur les *Palæmon ornatus* du musée de Bruxelles, parasités par le *Probopyrus ascendens*. La grande taille de ces derniers rend les constatations plus faciles. Outre la position des ouvertures génitales, il existe, chez les Palæmons, un certain nombre de caractères sexuels secondaires qui ont été bien indiqués par Grobben et J.-V. Boas :

» 1° Les mâles sont plus petits que les femelles;

» 2° Les pinces thoraciques sont généralement plus longues chez les mâles;

» 3° La rame interne de la première paire de pattes abdominales est beaucoup plus développée chez le mâle que chez la femelle et autrement ciliée;

» 4° La seconde patte abdominale porte du côté interne de la rame interne, entre celle-ci et le rétinacle (*appendix interna* Boas), un appendice copulateur styloïde garni de poils raides (*appendix masculina* Boas);

» 5° Le rameau de la première antenne qui porte les soies olfactives est plus grand chez le mâle que chez la femelle, et cela d'une manière absolue et non pas seulement relativement à la grandeur du corps; les soies olfactives sont aussi plus nombreuses.

» On peut ajouter aux caractères précédents une particularité signalée par E. von Martens et dont la valeur pratique est très gande : c'est que chez les femelles l'espace libre entre les bases des cinquièmes pattes thoraciques est beaucoup plus large que chez les mâles.

» Les caractères tirés de la taille et de la forme des pinces sont de

---

(¹) Ratke, *De Bopyro et Nereide*, p. 18.

(²) Giard, *La castration parasitaire*, etc. (*Bulletin scientifique de la France et de la Belgique*, p. 12 et suiv.; 1887).

valeur relative. Si l'on compare des séries d'individus convenablement choisis, il est facile de trouver des mâles plus petits et à pinces plus courtes que certaines femelles. Il n'est donc pas surprenant de voir ces caractères disparaître complètement chez les mâles châtrés. Mais, si l'on excepte les distinctions tirées de la position des ouvertures génitales et de l'écartement des pattes de la cinquième paire thoracique, on constate facilement que les autres caractères sexuels s'atténuent aussi ou même s'évanouissent chez les mâles infestés. La rame interne de la première patte abdominale est un peu plus grande peut-être que chez la femelle, mais en tout cas beaucoup plus petite que chez le mâle normal. A la seconde paire, l'*appendix masculina* fait le plus souvent défaut. En un mot, l'aspect général est si profondément modifié que, sans un examen très attentif, le mâle infesté serait certainement déterminé comme femelle. Même l'écartement des hanches de la cinquième paire de pattes thoraciques et la forme de la pièce sternale de l'anneau correspondant se rapprochent des dispositions existant dans l'autre sexe.

» Toutefois il convient de faire remarquer que, dans le cas des Palæmons comme dans les autres exemples de castration parasitaire précédemment étudiés, il existe une absence d'uniformité très singulière dans les phénomènes observés. C'est ainsi qu'un exemplaire de *Palæmon serratus* mâle des côtes de la Manche infesté par *Bopyrus squillarum* a gardé très nettement les attributs de son sexe et ne présente même qu'une légère réduction de l'*appendix masculina*. Peut-être cette diversité dans l'étendue des modifications observées doit-elle être attribuée à l'époque plus ou moins précoce de l'infestation. Ces modifications ne sont d'ailleurs pas indélébiles, autant que j'en puis juger par des expériences faites au laboratoire de Wimereux sur les Pagures mâles châtrés par *Phryxus Paguri*; puis débarrassés de leur parasite, les caractères du sexe mâle réapparaissent progressivement aux mues successives.

» Les nombreuses espèces d'*Hippolyte* fréquentes dans les mers arctiques sont souvent infestées par des Bopyriens confondus par les auteurs sous les noms collectifs de *Gyge hippolytes* Kroeyer et *Phryxus abdominalis* Kroeyer. Je n'ai pu étudier jusqu'à présent un nombre suffisant de ces parasites; mais un examen attentif de la synonymie me porte à supposer qu'ils exercent sur les *Hippolyte* la même action que les Bopyres sur les Palæmons. En effet, parmi les nombreuses espèces d'*Hippolyte* établies par Kroeyer et les zoologistes du commencement du siècle, quelques-unes ont été reconnues, depuis, n'être que les deux sexes d'un même type spéci-

fique. Kingsley, G.-O. Sars, etc., ont montré que l'*Hippolyte borealis* Kr. est le mâle d'*Hippolyte polaris* Sab., et que l'*Hippolyte Phippsii* Kr. est le mâle d'*Hyppolyte turgida* Kr. Or, si l'on parcourt les listes d'habitat de *Phryxus abdominalis* et de *Gyge hippolytes*, on constate avec surprise que ces parasites ont été indiqués constamment sur *Hippolyte polaris* et sur *H. turgida,* jamais sur les formes mâles *H. borealis* et *H. Phippsii*. Dans un travail récent et très soigné sur les Crustacés de la côte ouest du Groenland, H.-J. Hansen, après avoir signalé la présence de *Phryxus abdominalis* sur *Pandalus Montagui* et quatre espèces différentes d'*Hippolyte*, ajoute que, parmi le nombre relativement grand d'individus de ce Bopyrien qu'il a observés, aucun n'était fixé sur un hôte mâle. Enfin, chose curieuse à noter, Kroeyer, dont les travaux sont en général si précis et si exacts, dit, dans sa monographie du genre *Hyppolyte,* que l'ouverture génitale femelle se trouve chez ces Carides dans le même point que celle des mâles, c'est-à-dire à la base des hanches des pattes postérieures.

» N'est-il pas vraisemblable que Kroeyer a fait cette constatation erronée sur des mâles infestés qu'il prenait pour des femelles? C'est un point sur lequel j'attire l'attention des zoologistes scandinaves. Il y a là d'intéressantes recherches à poursuivre sur un ordre de phénomènes encore bien peu connus. »

ANATOMIE COMPARÉE. — *Sur la formation du tube chez quelques Annélides tubicoles*. Note de M. **Albert Soulier**, présentée par M. de Quatrefages.

« La sécrétion du mucus qui entre dans la composition du tube des Serpulidés, et la façon dont ces animaux se confectionnent un tube, sont deux questions auxquelles on n'a pas encore donné de solution satisfaisante. Claparède, dans ses *Annélides du golfe de Naples,* affirme que le tube des Serpulidés est dû à la sécrétion de deux glandes situées symétriquement des deux côtés de l'œsophage et qu'il nomme *glandes tubipares*. Cet auteur a signalé la présence d'un courant de mucus s'échappant de l'orifice des glandes tubipares chez *Myxicola*. Selon lui, ce filament muqueux descendrait le long de la face externe des branchies, s'étalerait contre la paroi du corps et donnerait ainsi naissance au tube dans lequel s'abrite l'animal. Cette observation, faite uniquement sur *Myxicola,* a été généralisée par Claparède à tous les Serpulidés. Les observations que nous avons

faites au laboratoire de la Station zoologique de Cette, dirigée par M. A. Sabatier, ne confirment pas cette manière de voir.

» Le *Myxicola* produit en effet un filament de mucus qui s'échappe de l'entonnoir branchial. On constate qu'il sort du fond de l'entonnoir branchial, mais rien ne prouve qu'il soit sécrété par les glandes tubipares. L'orifice de ces glandes est en effet très petit, invisible à l'œil nu et même à la loupe; de plus, il est enfoui à la base des branchies au fond de l'entonnoir toujours très sombre que forment celles-ci, de telle façon qu'il est difficile à l'observateur de désigner le point précis d'où s'échappe le filament.

» Ce filament est projeté en avant. Tantôt il sort de l'entonnoir sans qu'il y ait contact avec les branchies, se recourbe en bas par suite de son poids, et est abandonné sur le sol; tantôt il est saisi par les cils vibratiles de la branchie, enroulé par ceux-ci sous forme de peloton et, au bout de quelque temps, rejeté au dehors. En aucun cas, ce mucus ne participe à la formation du tube. Il est facile, en effet, de suivre, d'une part, le courant de mucus ainsi sécrété, et de constater, d'autre part, que, pendant cette sécrétion et indépendamment de cette sécrétion, l'animal s'est enveloppé fort rapidement d'un tube muqueux qui n'a rien de commun avec le mucus pelotonné par la branchie ou abandonné sur le sable,

» Si l'on sectionne l'Annélide en arrière des glandes tubipares, on constate que la partie postérieure du corps continue à sécréter du mucus en grande abondance, si bien que le *Myxicola*, ainsi privé de ses glandes tubipares, peut s'entourer d'un tube muqueux en quelques minutes.

» Le *Branchiomma* se comporte de la même façon. Le courant du mucus sortant du fond de l'entonnoir branchial est rejeté à l'extérieur directement, ou bien pelotonné par les branchies. Ce peloton reste quelque temps au centre de l'entonnoir et, au moment où l'animal se retire dans son tube, il est brusquement rejeté à l'extérieur. Privé de ses glandes tubipares, le *Branchiomma* sécrète encore du mucus en assez grande quantité; et, en se roulant dans le sable, il parvient à se former un tube, très mince, il est vrai, mais suffisant pour prouver que le mucus est sécrété par un autre organe que les glandes tubipares. Du reste, il est facile de constater que le sillon copragogue est rempli de mucus. Les cils vibratiles qui tapissent le sillon font mouvoir le mucus d'arrière en avant, et le conduisent ainsi jusque dans l'entonnoir branchial. Telle est l'origine du courant de mucus qui est rejeté à l'extérieur.

» Pour confectionner son tube, le *Myxicola* s'entoure de la sécrétion

produite par les téguments, qui forme rapidement une couche assez épaisse enveloppant l'animal depuis la base des branchies jusqu'à l'extrémité postérieure. Pendant ce temps, l'Annélide tourne lentement sur lui-même. Il rampe ensuite, l'extrémité postérieure en avant, de façon que celle-ci sorte de la portion de tube qui vient d'être sécrétée. Par suite de ce mouvement de recul, les branchies, qui tout d'abord étaient restées à l'extérieur du tube, viennent s'abriter dans celui-ci. Le *Myxicola* continue ainsi sa marche à reculons, s'enfonçant soit dans la vase, soit au milieu des tubes de ses voisins, et épaississant son tube par la production de nouvelles couches de mucus qui viennent s'ajouter aux couches déjà formées.

» Le *Branchiomma*, au moment où il se dispose à fabriquer son tube, se contracte fortement. Le corps de l'animal acquiert ainsi une consistance beaucoup plus grande et diminue de longueur. En outre, par suite de cette contraction, l'extrémité postérieure prend une forme lancéolée. Cette extrémité pénètre dans le sable. Le mucus dont elle est entourée jouit de la propriété d'agglutiner le sable et les divers matériaux avec lesquels il se trouve en contact. Il se forme ainsi une portion de tube autour de l'extrémité postérieure, tandis que l'extrémité antérieure est encore à nu, ou simplement revêtue d'une couche très mince de mucus transparent. L'animal tourne lentement sur lui-même, s'enfouit de plus en plus, agglutinant toujours du sable, et, au bout de deux ou trois minutes, il s'est formé un tube souterrain dans lequel il disparaît. Le tube s'épaissit ensuite par la sécrétion de nouvelles couches de mucus qui s'appliquent sur sa face interne.

» Ainsi donc, aussi bien pour *Myxicola* que pour *Branchiomma*, il nous semble avéré que les glandes tubipares n'interviennent en rien dans la formation du tube. Celui-ci est dû à la sécrétion des glandes muqueuses isolées, disséminées irrégulièrement en divers points de la surface du corps. En outre, ces glandes muqueuses forment des accumulations au voisinage des pieds et à la surface ventrale, où elles constituent les organes connus sous le nom de *boucliers ventraux*.

» La structure des boucliers a été l'objet de mes recherches. Les résultats obtenus seront exposés dans une prochaine Note. »

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Sur les propagules de* Pinguicula vulgaris. Note de M. **Maurice Hovelacque**, présentée par M. Duchartre.

« La Pinguicule vulgaire présente souvent, à l'aisselle des feuilles inférieures de sa tige souterraine, de petits corps ovoïdes, destinés à assurer

sa dissémination. Ces propagules sont des bourgeons axillaires qui deviennent libres par la destruction ascendante de la tige mère. A notre connaissance, la présence de ces propagules n'a pas encore été signalée et leur organisation est inconnue. Un propagule de l'année, encore adhérent à la tige-support, montre un petit axe portant quatre ou cinq feuilles très embrassantes. Les deux premières, seules visibles extérieurement, sont plus grandes et recouvrent les autres. Les feuilles III et IV sont plus petites que la feuille II. La feuille V n'est indiquée que par un petit mamelon. La nervure médiane des feuilles I, II et III fait saillie à leur face externe. Le premier entre-nœud de la tige du propagule est allongé; les autres sont très courts; l'entre-nœud IV est à peine indiqué; l'entre-nœud V est nul. Le point de végétation du propagule est très plat.

» *Tige du propagule.* — La section transversale basilaire du premier entre-nœud du propagule est circulaire ou elliptique. Elle montre : une assise épidermique dépourvue de poils; une couronne de parenchyme cortical, dont l'assise profonde n'est pas différenciée en gaine protectrice; et deux faisceaux unipolaires, opposés, séparés par quelques éléments fondamentaux. Chacun d'eux comprend une trachée, derrière laquelle on trouve une masse libérienne. Ces faisceaux sont normalement orientés; ils s'insèrent sur les bords des arcs du système libéro-ligneux de la tige souterraine, arcs produits par la sortie du faisceau de la feuille à l'aisselle de laquelle est placé le propagule. L'axe du propagule a donc avec la tige mère les mêmes rapports qu'une branche axillaire avec le rameau-support.

» Dans le tiers inférieur du premier entre-nœud du propagule, le nombre des éléments ligneux et libériens de chaque faisceau est plus grand. Les cellules grillagées forment deux îlots principaux au dos de chaque masse trachéenne; on reconnaît que ces deux faisceaux se rendent respectivement dans les feuilles I et II du propagule. Au même niveau, on voit apparaître un nouveau faisceau à côté des deux autres. Ce faisceau, plus petit que les précédents, ne comprend que quelques éléments trachéens et un seul îlot grillagé; il se rend dans la troisième feuille.

» Dans la région moyenne du premier entre-nœud du propagule, les faisceaux I, II et III se rapprochent de l'axe de figure du système et s'y réunissent en un cordon libéro-ligneux, central, plein, sans moelle. Ce cordon comprend de cinq à neuf trachées centrales qui forment soit une bande, soit un groupe circulaire dont l'élément axial est le plus petit. Le liber primaire forme une couronne continue autour des trachées; mais les positions afférentes à chacun des faisceaux constituants demeurent

cependant reconnaissables; ainsi les deux groupes de deux îlots grillagés indiquent toujours les faisceaux foliaires I et II.

» Au nœud I, le faisceau I sort horizontalement dans la feuille I. Un peu avant cette sortie, le cylindre libéro-ligneux reçoit, à l'opposé, l'insertion du faisceau d'une racine adventive. Cette insertion se fait par une plage diaphragmatique très limitée. Les tissus corticaux de cette racine s'insèrent sur les cellules corticales profondes de l'axe du propagule. Il n'y a pas de bourgeon dans l'aisselle de la feuille I; il n'y a pas non plus de racine insérée à la partie postérieure de la nervure médiane, comme c'est généralement le cas pour les feuilles des tiges souterraines ordinaires.

» Au-dessus du premier nœud, le système libéro-ligneux reprend sensiblement la structure qu'il avait au-dessous du nœud I. L'îlot grillagé du faisceau III grossit, mais reste simple, et un nouvel îlot, plus petit, représente le liber du faisceau de la feuille IV. Le cordon libéro-ligneux ne change pas dans toute la longueur du deuxième entre-nœud. Le nœud II a la même structure que le nœud I. La racine, opposée à la feuille II, est moins longue que celle qui est insérée en face de la feuille I. L'angle de divergence des deux premières feuilles du propagule est très variable. Dans le troisième entre-nœud, le cordon libéro-ligneux se réduit. Les trachées et les îlots grillagés sont moins nombreux. Au nœud III, toutes les trachées, sauf une, se rendent dans la troisième feuille. La racine opposée à cette feuille commence seulement à se former. Dans le quatrième entre-nœud, qui est très court, le parenchyme cortical est composé de quatre ou cinq rangées de cellules. Le cordon libéro-ligneux ne comprend qu'une seule trachée axiale caractérisée. Au nœud IV, la trachée unique se rend dans la feuille IV. Dans le cinquième entre-nœud, qui se confond avec la base du nœud V, le système libéro-ligneux est formé d'éléments procambiaux, tous semblables, à parois minces. Ce cordon procambial semble sortir tout entier dans la feuille V. Au-dessus du cinquième nœud, on pénètre dans un dôme végétatif, plat, constitué par des éléments méristématiques non différenciés, et par une couche de dermatogène à cellules inégales. Ni dans le dermatogène ni dans le méristème, on ne peut distinguer de cellules mères spéciales.

» *Feuilles du propagule.* — La section médiane de la feuille V a la forme d'un petit croissant dont les extrémités sont peu développées. Le cordon procambial de cette feuille n'est visible qu'à sa base. La surface consiste en un dermatogène en voie de recloisonnement actif. La région végétative de cette feuille est localisée à son sommet.

» La feuille IV est plus large; ses bords se sont accrus. Sa nervure médiane présente, dans sa région inférieure, des trachées et des cellules grillagées déjà caractérisées; dans sa région supérieure, elle est encore à l'état procambial et se continue avec le méristème terminal du point végétatif de la feuille. Cette nervure est séparée de l'épiderme supérieur par un rang d'éléments et de l'épiderme inférieur par deux à quatre rangées de cellules. Les éléments épidermiques marginaux, plus petits que ceux des faces du limbe, semblent indiquer sur les bords une marge végétative.

» Dans la feuille III, la nervure médiane, fort saillante, montre un faisceau constitué par deux trachées et trois îlots grillagés périphériques, dont un médian et deux latéraux. Il existe deux rangs de parenchyme fondamental entre le faisceau et l'épiderme antérieur, et trois entre le liber et l'épiderme postérieur. De chaque côté de cette nervure s'étendent les lames du limbe. Celles-ci se composent de deux assises épidermiques, séparées par un rang de grandes cellules de parenchyme fondamental.

» Les feuilles I et II présentent la même structure que la feuille III. Les nervures secondaires commencent à s'y montrer et sont représentées par quelques cordons procambiaux qui se relient à la nervure médiane.

» *Conclusions.* — Les propagules de *Pinguicula vulgaris* sont donc de petits bourgeons axillaires, dont le premier entre-nœud s'allonge beaucoup. L'axe de ces bourgeons ne comprend, à sa base, que deux faisceaux; plus haut, on en constate davantage; mais, en même temps, tous ces faisceaux se rapprochent de l'axe de figure et s'y réunissent en un cordon plein, d'apparence indéterminée, ainsi qu'il advient pour beaucoup de tiges souterraines grêles. Cette indétermination n'est qu'apparente et, avec un peu d'habitude, on reconnaît, dans la masse libéro-ligneuse, les parties qui appartiennent à chacun des faisceaux constituants. Ces faisceaux sont, d'ailleurs, unipolaires, normaux. Aux nœuds, chaque sortie emporte un faisceau. Les sorties successives se font dans des plans différents. Les plaques d'insertion des racines ne forment pas, à la périphérie du cordon libéroligneux du propagule, une couche comparable à celle qui revêt le système des faisceaux des tiges souterraines. Rien n'autorise à voir dans l'axe du propagule une tige à plusieurs cylindres centraux concrescents. »

PALÉONTOLOGIE. — *Sur quelques Mammifères carnassiers recueillis dans l'éocène inférieur des environs de Reims.* Note de M. V. LEMOINE, présentée par M. Albert Gaudry.

« Depuis que j'ai eu l'honneur de faire une Communication à l'Académie sur l'encéphale de l'*Arctocyon*, j'ai pu recueillir, dans l'éocène inférieur des environs de Reims, des dents isolées, des mâchoires et des os de membres qui paraissent appartenir à cinq autres types, également du groupe des Mammifères carnivores.

» Le premier dont je m'occuperai ici égalait comme dimensions l'Arctocyon. Il paraît offrir beaucoup d'analogie avec le genre américain *Dissacus,* découvert et figuré par M. Cope. Un maxillaire inférieur, presque complet, permet d'étudier successivement l'alvéole d'une canine à racine assez puissante, légèrement incliné en avant; puis vient une barre suivie de quatre cavités alvéolaires, paraissant correspondre à deux prémolaires, et de quatre dents bien intactes, sensiblement de même forme, car chacune d'elles consiste en un promontoire antérieur de forme triangulaire, long, acuminé, précédé et suivi d'un denticule basilaire accessoire fort petit et en un talon, qui a la forme d'une faucille, à bord tranchant. Ces dents augmentent de volume de la première à la troisième. La quatrième est sensiblement plus petite. La pointe du promontoire antérieur, simple sur la première dent trouvée en place (sans doute la dernière prémolaire), présente un commencement de dédoublement sur les deux dents suivantes, puis redevient simple sur la dernière arrière-molaire. Faut-il voir dans ce commencement de dédoublement les premières traces du travail évolutif qui a multiplié les denticules sur les dents des Mammifères carnassiers d'un âge plus récent?

» Ce commencement de dédoublement se remarque également sur quelques dents d'un autre carnassier d'une taille un peu inférieure, qu'il est peut-être possible de rapporter à un autre genre. La canine, seulement connue par son alvéole, paraît avoir été de taille moyenne. Les prémolaires au nombre de 3, augmentant de volume de la première à la quatrième, présentent un promontoire antérieur recourbé en haut et en arrière, à bord tranchant, et un talon de taille presque égale et à bord également tranchant. Une disposition analogue se remarque dans les arrière-molaires, dont le

promontoire antérieur tend à se dédoubler et dont le talon s'élargit en une cupule sur la dernière de ces dents.

» Le troisième type carnassier se rapprocherait, mais toutefois avec des caractères différenciels, du genre *Proviverra*. Les molaires paraissent avoir été au nombre de six. La première prémolaire présentait un simple denticule recourbé, la troisième un denticule médian droit triangulaire, suivi et précédé d'un fort petit denticule basilaire. Les arrière-molaires vont diminuant de volume de la première à la troisième. Elles avaient leur promontoire antérieur profondément dédoublé, suivi d'un talon à la fois denticulé et cupuliforme.

» Les deux derniers genres ne sont encore connus que par des dents isolées, mais d'une forme si spéciale qu'ils peuvent être facilement caractérisés.

» C'est ainsi que nous proposons le nom de *Tricuspiodon* pour un de ces genres nouveaux dont les molaires avaient un talon fort petit, précédé d'un promontoire volumineux, formé de trois denticules plus intimement accolés sur les prémolaires, s'écartant davantage par leurs pointes sur les arrière-molaires. Ces dents, de forme si spéciale, présentent ce grand intérêt de rappeler le genre *Spalacotherium* de M. Owen, genre provenant du Purbeck d'Angleterre.

» Il en est de même du dernier type générique dont je vais m'occuper ici. Si l'on considère une de ses molaires, rien n'est plus bizarre que la forme de son promontoire antérieur, à sommet se dilatant sensiblement vers sa partie terminale. Si, de plus, on étudie la disposition des petits denticules basilaires accessoires et du talon de la couronne, on saisit des analogies très nettes de forme avec les genres *Amblotherium* et *Peramus* de M. Owen. Le nouveau genre rémois, pour lequel je proposerai le nom de *Procynictis*, présenterait donc, ainsi que le *Tricuspiodon* et le *Neoplagiaulax*, des affinités avec certains types mammifères mésozoïques du calcaire de Purbeck et tendrait à relier cette faune secondaire, si ancienne, aux faunes plus récentes qui semblaient jusqu'alors n'avoir avec elle aucun point de contact.

» Ce serait donc là un nouvel anneau à ajouter, dans l'enchaînement du monde animal aux diverses époques géologiques, anneau présentant cet intérêt tout spécial de relier les Mammifères secondaires, longtemps si discutés par suite de leur étrangeté, aux Mammifères tertiaires, beaucoup plus faciles à comparer à nos types modernes. »

GÉOLOGIE. — *Découverte d'un silex taillé et d'une défense de Mammouth, à Vitry-en-Artois.* Note de M. **Ladrière**, présentée par M. Hébert.

« A Vitry-en-Artois, contre la Scarpe, en creusant une cave chez M. Duflos, meunier, on a mis à jour un silex taillé, une défense de Mammouth et quelques débris d'ossements indéterminables. En cet endroit, la rivière coule sur un fond crayeux, à 44^m environ au-dessus du niveau de la mer. Les deux berges sont taillées à pic dans le terrain quaternaire; elles ont 6^m à 8^m de hauteur.

» La composition du sol est la suivante, de bas en haut :

	Épaisseur.
a. Conglomérat formé de nodules de craie et de fragments plus grossiers de même nature, simplement arrondis et non réduits à l'état de galets; la plupart sont fendillés. Le tout est empâté dans un ciment crayeux. On y a trouvé quelques silex roulés assez volumineux.............	m 1,20
b. Limon très sableux, gris jaunâtre. A la base, il renferme de très nombreux grains de craie disséminés dans la masse ou formant quelques veinules discontinues; on y trouve, en outre, beaucoup de concrétions dites *Poupées*. Vers le milieu, le limon semble privé d'éléments calcaires et passe à du sable fin. Enfin, à la partie supérieure, les nodules paraissent aussi abondants qu'à la base; parfois aussi ils forment de petits amas lenticulaires....................................	4,00
c. Limon des plateaux, jaune brun, très argileux......................	0,80

» C'est dans le limon sableux, mais à $0^m,10$ seulement au-dessus du conglomérat, que les objets signalés plus haut ont été mis à jour. Le silex a la forme d'une pointe de $0^m,07$ de longueur, avec une face bien lisse; l'autre est à facettes. La pointe présente une série de retouches pratiquées sur les deux bords. Ce serait l'instrument caractéristique du moustérien.

» La défense de Mammouth a été rencontrée également à la base du limon sableux et au même niveau que le silex. Elle ne mesure pas moins de 2^m de longueur. M. Duflos la conserve en place; il a fait des aménagements très intelligents qui permettront de la voir facilement. Les quelques débris d'ossements trouvés au même endroit sont indéterminables.

» Il s'agit de préciser la position des couches de Vitry dans la série quaternaire.

» Le terrain quaternaire du Nord présente deux grandes divisions, contenant chacune plusieurs couches.

» L'assise inférieure se compose de :

» 1° Diluvium à gros éléments, ordinairement roulés;

» 2° Sable grossier, quartzeux, à stratification fluviatile, contenant quelques débris de silex ou des galets de craie;

» 3° Sable micacé, très fin, gris bleuâtre, dit *glaise bleue,* dans lequel on trouve en abondance des débris végétaux et quelques coquilles terrestres : *Succinea oblonga, Pupa marginata, Helis hispida*, etc. Tout porte à croire que cette couche a formé un sol végétal : sa nature, sa couleur, les coquilles qu'elle renferme et, enfin, les lambeaux de tourbe que l'on rencontre à sa surface à l'état remanié.

» L'assise supérieure comprend :

» 1° Diluvium formé d'éléments plutôt arrondis que roulés et beaucoup moins volumineux que ceux de l'assise inférieure;

» 2° Limon sableux, dit *ergeron,* formant une couche très épaisse, dans laquelle on distingue un certain nombre de niveaux formés le plus souvent de veinules sensiblement parallèles et fort régulières;

» 3° Limon brun rougeâtre, très argileux, dit *limon des plateaux*.

» Les dépôts de Vitry ne représentent que l'assise supérieure. Entre ces deux périodes quaternaires, il y a eu un déblaiement général du sol. Dans l'Artois, l'assise inférieure du terrain quaternaire n'existe plus guère que sur les hauteurs, à l'état de lambeaux isolés, tandis que, dans le Nord, elle forme encore des couches continues d'une grande importance. A cette époque de dénudation générale, il y a eu, en outre, approfondissement du lit des cours d'eau, puisque les dépôts de l'assise supérieure reposent toujours en stratification discordante sur ceux de l'assise inférieure et descendent beaucoup plus bas dans les vallées.

» Nos connaissances sont encore incomplètes lorsqu'il s'agit de déterminer d'une façon précise l'âge de ces divers dépôts. En dehors des données stratigraphiques, l'assise inférieure du quaternaire, dans le Nord du moins, n'a fourni jusqu'ici aucun élément de classification. Tous les restes d'animaux que nous possédons ont été rencontrés soit dans le diluvium supérieur, soit à la base de l'ergeron.

» Or, sachant qu'une végétation assez abondante a marqué la fin de la première période quaternaire, j'en avais conclu qu'à cette même époque devaient vivre, dans notre région, les animaux tels que : *Elephas primigenius*, etc. La découverte de Vitry confirme cette manière de voir; elle semble indiquer, en outre, que les dépôts qui constituent l'assise supérieure du terrain quaternaire sont d'âge moustérien. »

M. **Delauney** appelle l'attention de l'Académie sur un théorème relatif aux écarts du tir, énoncé dans la *Revue maritime et coloniale*, 4e trimestre de 1876.

Si l'on groupe deux par deux, dans l'ordre où ils se présentent, les écarts successifs, la moyenne des plus grands écarts sera à la moyenne générale dans le rapport de $\sqrt{2}$ à l'unité.

M. Delauney avait obtenu, par la moyenne de 33 séries, la valeur numérique 1,41. M. Bréger a montré que la loi de probabilité acceptée assigne, pour un grand nombre d'épreuves, un rapport égal à $\sqrt{2}$.

Ce théorème est un de ceux que M. Bertrand a énoncés dans les *Comptes rendus* du mois de novembre 1887.

M. **Ch. Brame** adresse, par l'entremise de M. *Des Cloizeaux*, une Note exposant diverses réactions déjà connues, entre des substances volatiles qui peuvent servir, au moyen d'appareils portatifs de son invention, pour déterminer les caractères qualitatifs de certaines matières minérales ou de nature organique.

M. **Bainier** adresse une Note sur « une nouvelle locomotive, actionnée par une machine dynamo-électrique ».

M. **Bonnefond** adresse une Note sur un « robinet pneumatique ».

M. **Berthelot** présente à l'Académie un « Manuel de Chimie » en langue grecque, par M. *Christomanos*, professeur de Chimie à l'Université d'Athènes. Cet Ouvrage, au courant des connaissances modernes, est rédigé avec clarté et précision; il est d'autant plus digne d'intérêt, qu'il montre la renaissance de notre Science dans cette langue et dans cette région même où elle a été fondée autrefois par les vieux alchimistes.

A 4 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 5 heures un quart.

J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 6 février 1888.

(*Suite.*)

Mémoires d'Anthropologie de Paul Broca; tome cinquième. Paris, C. Reinwald, 1888; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Verneuil.)

L'Éclairage, 2e année, n° 1; janvier 1888. Paris; br. in-4°.

Per la edizione nazionale delle Opere di Galileo Galilei sotto gli auspizii di S. M. il Re d'Italia. — Esposizione e disegno di Antonio Favaro. Firenze, tipografia di G. Barbera, 1888; br. in-4°.

The electrical engineer, a Journal of electrical engineering. London, january 6 and 27, 1888; 2 br. in-4°.

Nachrichten von der königl. Gesellschaft der Wissenschaften und der Georg-August-Universität zu Göttingen (nos 14-21), 1887; 7 br. in-8°.

Die Mitarbeiten an den Göttingischen gelehrten Anzeigen in den Jahren 1801 *bis* 1830; *von* F. Wustenfeld. Göttingen, 1887, Dieterischsche Verlags-Buchhandlung; br. in-8°.

Ouvrages reçus dans la séance du 13 février 1888.

Bulletin astronomique, publié sous les auspices de l'Observatoire de Paris; par M. F. Tisserand. Tome V, février 1888. Paris, Gauthier-Villars et Fils, 1888; br. in-8°.

Annales télégraphiques; troisième série, tome quatorzième, septembre-octobre 1887. Paris, Vve Ch. Dunod, 1887; br. in-8°.

Traité de Chimie minérale et organique; par MM. Ed. Willm et M. Hanriot. Tome III : *Chimie organique*. Paris, G. Masson, 1888; 1 vol gr. in-8°. (Présenté par M. Friedel.)

Annuaire géologique universel. Revue de Géologie et Paléontologie, publiée par le Dr Dagincourt, tome III. Paris, Comptoir géologique de Paris, 1887; 1 vol. in-12. (Présenté par M. Hébert.)

L'année scientifique et industrielle; par Louis Figuier, trente et unième année (1887). Paris, Hachette et Cie, 1888; 1 vol. in-16. (Présenté par M. Bouquet de la Grye.)

Études biologiques sur les modifications de la circulation qui suivent immédiatement la naissance; par le Professeur A. Bouchard (de Bordeaux). Bordeaux, G. Gounouilhou, 1886; br. in-8°. (4 exemplaires.) (Renvoyé au concours Montyon, Physiologie.)

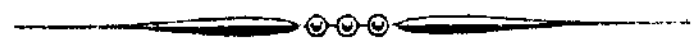
Cronica cientifica, revista internacional de Ciencias, redactada por D. Rafael Roig y Torres, n°s 220-243. Barcelona, 1887; 23 br. in-8°. (Présenté par M. Janssen.)

Giornale del Genio civile, compilato sotto l'alta direzione del Ministero dei Lavori pubblici; serie quinta, volume I, n° 12. Roma, 1887; 1 vol. in-8°.

Memorie di Matematica e di Fisica della Societa italiana delle Scienze. Serie terza, tomo VI. Napoli, tipografia della reale Accademia delle Scienze fis. et mat., 1887; 1 vol. in-4°.

Corrispondenza astronomica fra Giuseppe Piazzi e Barnaba Oriani. (Pubblicazioni del reale osservatorio di Brera in Milano, n° VI.) Milano, Ulrico Hoepli, 1874; br. gr. in-4°.

Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche, pubblicato da B. Boncompagni. Tome XX. Maggio 1887. Roma, Tipografia delle Scienze matematiche e fisiche, 1887; br. gr. in-4°.



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 FÉVRIER 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce en ces termes la mort du général *F. Perrier* :

« Messieurs,

» Une Lettre que je reçois à l'instant de M. Faye m'annonce une nouvelle qui surprendra bien douloureusement l'Académie : le général Perrier est mort !

» Je suis encore sous le coup de l'émotion que me cause cette nouvelle si inattendue et si cruelle pour moi. J'étais, en effet, particulièrement lié avec notre Confrère. J'aimais en lui ce caractère loyal, énergique, passionné pour la grandeur de son pays. J'admirais la persévérance de cette volonté qui l'avait conduit à exécuter une si longue suite de remarquables travaux, et qui avait fait du petit officier, modeste adjoint du colonel Levret, le

Général Directeur du grand Service géographique de l'Armée, le restaurateur de la Géodésie française et son représentant le plus éminent à l'étranger.

» Je n'aurais pas en ce moment, Messieurs, la présence d'esprit nécessaire pour analyser ici tous les travaux de notre Confrère. Mais, d'ailleurs, est-ce bien nécessaire? Les plus importants ne sont-ils pas dans toutes les mémoires? Ne vous rappelez-vous pas encore l'émotion de satisfaction que le Pays tout entier a ressentie, quand il apprit la réussite complète de cette opération géodésique grandiose qui unissait l'Espagne à notre Algérie pardessus la Méditerranée, et faisait passer par la France un arc de méridien s'étendant du nord de l'Angleterre jusqu'au Sahara, c'est-à-dire un arc dépassant en étendue les plus grands arcs mesurés jusqu'alors. Ce beau résultat frappa tous les esprits et rendit le nom de Perrier populaire. Mais combien ce succès avait été préparé par de longs et consciencieux travaux qui ne lui cèdent point en importance : la triangulation et le nivellement de la Corse et son rattachement au continent; les belles opérations exécutées en Algérie, qui ont demandé quinze années de travail et ont conduit à la mesure d'un arc de parallèle de près de 10° d'étendue, arc qui offre un intérêt tout particulier pour l'étude de la figure de la Terre; et encore cette revision de la méridienne de France, pour laquelle on a su utiliser tous les progrès réalisés depuis le commencement du siècle dans la construction des instruments et dans les méthodes d'observation et de calcul! Et il faut ajouter que le général Perrier avait su faire école, qu'il avait formé de savants et dévoués officiers qui furent ses collaborateurs et sur lesquels nous comptons maintenant pour continuer son œuvre.

» Aussi, les mérites du général Perrier avaient-ils fixé d'une manière toute particulière l'attention du Département de la Guerre et l'avaient-ils déterminé à lui confier un poste qui a, aujourd'hui, une importance considérable : je veux parler de ce grand Service géographique comprenant la Géodésie, la Topographie, la Cartographie. Entre les mains de notre Confrère, ce Service avait été complètement transformé et avait pris les plus grands développements; il rendait d'inappréciables services à l'armée et au pays.

» Il est cruel de penser que ce poste si important va être privé de celui qui en était l'âme, et que notre Confrère nous est enlevé en pleine force et au moment où nous nous plaisions à compter sur son énergique patriotisme. Souhaitons que la perte que nous faisons, et qui est si grande pour

la Science et l'Académie, ne soit pas irréparable pour l'Armée et pour la France.

» Messieurs, je lève la séance en signe de deuil. »

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Troisième Note sur la probabilité du tir à la cible;* par M. J. **Bertrand**.

« Plusieurs officiers d'Artillerie m'ont exprimé le désir de voir les résultats relatifs à cette question qui les intéresse particulièrement, présentés sous une forme immédiatement applicable.

» Après avoir relevé par rapport à deux axes rectangulaires, l'un horizontal, l'autre vertical, menés par le centre de la cible, les coordonnées $x_1, y_1, x_2, y_2, \ldots, x_n, y_n$ des points successivement frappés, on posera

$$\frac{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2}{n} = \mathrm{A},$$

$$\frac{y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_n^2}{n} = \mathrm{B},$$

$$\frac{x_1 y_1 + x_2 y_2 + \ldots + x_n y_n}{n} = \mathrm{C},$$

et l'on calculera trois constantes k^2, k'^2 et λ par les équations

$$k'^2 = \frac{\mathrm{A}}{2(\mathrm{AB} - \mathrm{C}^2)},$$

$$k^2 = \frac{\mathrm{B}}{2(\mathrm{AB} - \mathrm{C}^2)},$$

$$\lambda = \frac{\mathrm{C}}{2(\mathrm{AB} - \mathrm{C}^2)}.$$

» L'ellipse dont l'équation est

$$k^2 x^2 - 2\lambda xy + k'^2 y^2 = 0,69315$$

contiendra dans son intérieur la moitié des balles.

» Si l'on fait successivement

$$\mathrm{H} = 0,10536, \quad \mathrm{H} = 0,22314, \quad \mathrm{H} = 0,35667,$$
$$\mathrm{H} = 0,51082, \quad \mathrm{H} = 0,69315, \quad \mathrm{H} = 0,91629,$$
$$\mathrm{H} = 1,20677, \quad \mathrm{H} = 1,60944, \quad \mathrm{H} = 2,30259,$$

l'équation (1) représente neuf ellipses semblables.

» Une balle sur dix se trouvera à l'intérieur de la plus petite.

» Une sur dix aussi dans chaque anneau compris entre deux ellipses consécutives.

» $\frac{1}{10}$ enfin du nombre total se trouvera en dehors de la plus grande.

» A chaque balle correspondra une valeur de H; la moyenne de ces valeurs de H est égale à l'unité.

» Le carré de l'erreur à craindre dans cette dernière détermination est $\frac{1}{n}$, n étant le nombre des coups, et le carré de l'erreur à craindre dans l'appréciation du rapport du nombre des balles contenues dans une des couronnes elliptiques est $\frac{9}{100\,n}$. »

ARITHMÉTIQUE. — *Sur l'impossibilité de l'existence d'un nombre parfait impair qui ne contient pas au moins 5 diviseurs premiers distincts;* par M. **Sylvester**.

« Nous avons vu, dans une Note précédente, qu'un nombre parfait impair avec moins de 7 facteurs doit être divisible par 3, et aussi que nul nombre parfait ne peut être divisible par 105. Ajoutons que, puisque

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{11}{10}\cdot\frac{13}{12}\cdot\frac{17}{16}=\frac{151\frac{15}{16}}{80}<2$$

et que, en changeant 11, 13, 17 pour d'autres éléments, on ne peut diminuer ce produit qu'en empiétant sur les chiffres 5 ou 7, il s'ensuit que l'élément 3 doit être associé ou avec 7 ou avec 5 dans un nombre parfait à quatre éléments, s'il y en a.

» Supposons donc qu'un tel nombre N existe.

» 1° Soient 3 et 7 deux de ses éléments. Le troisième élément en ordre de grandeur ne peut pas excéder 13; car

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{7}{6}\cdot\frac{17}{16}\cdot\frac{19}{18}=\frac{119}{64}\left(1+\frac{1}{18}\right)<\frac{126}{64}<2.$$

» (α) Soit 11 le troisième élément; puisque

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{7}{6}\cdot\frac{11}{10}\cdot\frac{29}{28}=\frac{77}{40}\left(1+\frac{1}{28}\right)<2,$$

on voit que le quatrième élément ne peut être qu'un des nombres 13, 17, 19, 23.

» Mais, parmi les éléments, un au moins doit être de la forme $4x+1$.

» De plus, nous avons vu dans une Note précédente que *nul* nombre parfait ne peut contenir l'élément 17 sans contenir en même temps un élément pas plus petit que 67. Donc les quatre éléments seront 3, 7, 11, 13.

» Le diviseur-somme [1] à 7 ne peut pas contenir le facteur algébrique 7^9-1, car alors $\frac{1}{3}\cdot\frac{7^3-1}{7-1}$, $\frac{1}{3}\cdot\frac{7^9-1}{7^3-1}$ seront diviseurs de cette somme premiers entre eux, à 3 et à 7, et en plus ne contenant pas 13 parce que 13 n'est ni une fonction unilinéaire [2] de q ni diviseur de 7^3-1. Ainsi sur cette supposition il y aurait au moins cinq éléments distincts. Donc le diviseur-somme à 7 ne peut pas contenir 9, mais le component à 3 contient nécessairement 3^2; conséquemment, puisque le diviseur-somme à 11 (élément ordinaire et non pas de la forme $3x+1$) ne peut pas contenir 3, le diviseur-somme à 13 contiendra un facteur algébrique de la forme $\frac{13^3-1}{13-1}$ qui est égal à $169+13+1$. Donc 61 sera un élément en plus de 3, 7, 11, 13 qui est contraire à l'hypothèse.

» 1.β. Soit 13 le troisième élément.

» Puisque $\frac{3}{2}\cdot\frac{7}{6}\cdot\frac{13}{12}\cdot\frac{23}{22}=\frac{91}{48}\left(1+\frac{1}{22}\right)<2$, le quatrième élément sera nécessairement moins que 23, et le système des éléments sera 3, 7, 13, 19, car 17 est exclus.

» Les diviseurs-sommes, ni à 13 ni à 19, ne peuvent pas contenir 3; parce qu'ils contiendraient nécessairement les facteurs $\frac{13^3-1}{13-1}$ et $\frac{19^3-1}{19-1}$, et ainsi $\frac{1+13+13^2}{3}$, c'est-à-dire 61, et $\frac{1+19+19^2}{3}$, c'est-à-dire 127.

» Donc le diviseur-somme à 7 doit contenir algébriquement les facteurs $\frac{1}{3}\cdot\frac{7^9-1}{7^3-1}$, $\frac{1}{3}\cdot\frac{7^3-1}{7-1}$; ce dernier est égal à 19; le premier sera nécessairement premier à 3, 7, 19 et, pour la raison déjà donnée, à 13.

---

[1] Si p est un élément et p^i un *component* d'un nombre N, on nomme p^i le *component* à p, et $\frac{p^{i+1}-1}{p-1}$ le *diviseur-somme* à p.

[2] Il est très commode, dans ce genre de recherches, de se servir de la phrase « fonction unilinéaire de x » pour signifier $kx+1$.

» Il est donc démontré que 7 ne peut pas être un élément de N.

» 2° Supposons que 3 et 5 sont deux de ses éléments.

» 2.A. Soit 5 l'élément exceptionnel.

» 2.A(α). Si l'indice à l'élément 3 est 2, alors, puisque $1+3+3^2=13$, on aura les éléments 3, 5, 13; donc le diviseur-somme à 13 doit contenir 3, et, conséquemment, contiendra algébriquement le facteur $\frac{13^2+13+1}{3}$, c'est-à-dire 61.

» Ainsi on aura les éléments 3, 5, 13, 61.

» Mais $\frac{1+3+3^2}{9}\cdot\frac{1+5}{5}\cdot\frac{13}{12}\cdot\frac{61}{60}=\frac{28^{\frac{1}{6}}}{16}\left(1+\frac{1}{60}\right)<2$, ce qui est inadmissible.

» 2.A(β). On peut donc supposer l'indice du component à 3 au moins 4.

» Soient 3, 5, p les trois éléments; l'indice du diviseur-somme à p ne peut pas être 9, car alors on aurait en plus de 3, 5, p deux autres éléments au moins premiers entre eux et à 3, 5, p.

» Soit q le quatrième élément; la même chose sera vraie du diviseur-somme à q.

» Donc le produit des diviseurs-sommes à 3, 5, p, q ne peut pas contenir une plus haute puissance de 3 que 3^3; mais elle doit contenir au moins 3^4.

» Ainsi l'hypothèse que 5 est l'élément exceptionnel est inadmissible.

» 2.B. Passons à l'hypothèse que 5 est un élément ordinaire.

» Remarquons que $\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{31}{30}\cdot\frac{37}{36}<1.992<2$.

» Conséquemment, il y aura au moins un élément, disons p, qui n'excède pas 29 : je dis que p ne peut pas être contenu dans le diviseur-somme de 5; car, si cela avait lieu, l'indice de cette somme serait nécessairement un diviseur impair de l'excès au-dessus de l'unité de quelque nombre premier inférieur à 31, c'est-à-dire 3, 5, 7, 9 ou 11, dont les quatre derniers correspondent respectivement aux nombres premiers 11, 29, 19 et 23.

» Il ne peut pas être 3, car $\frac{5^3-1}{5-1}=31$; ni 5, car $\frac{5^5-1}{5-1}=11.71$ (et l'on aurait une combinaison d'éléments 3, 5, 11, 71; laquelle est inadmissible, parce que 5 est, par hypothèse, non exceptionnel, et les autres éléments sont de la forme $4x+3$).

» Il ne peut pas être 7, car on trouve facilement que 5^7-1 ne contient

pas 29 ni 9; car, quoiqu'il soit vrai que (5 étant résidu quadratique de 19) $5^9 - 1$ contient 19, il contient en même temps $5^3 - 1$, et l'on aurait la combinaison 3, 5, 19, 31, qui est défendue par la même raison que l'est 3, 5, 11, 71.

» Reste seulement 11, mais $5^{11} - 1$ ne peut pas contenir 23, parce que 5 n'est pas résidu quadratique de 23.

» Ainsi l'élément 5 ne peut pas *engendrer* (au moyen du diviseur-somme qui lui répond) un élément qui n'est pas en dehors de la limite 29.

» Le diviseur-somme à un tel élément (s'il est 11 et seulement dans ce cas-là) peut contenir 5, mais non pas 5^2; car, s'il contenait 5^2, on aurait au moins deux diviseurs de cette somme premiers entre eux et à 3, 5, 11.

» Remarquons que le component à l'élément exceptionnel ne peut pas être une puissance (à exponent $4j+1$) d'un nombre; car, si $j > 0$, $q^{4j+2} - 1$ contiendrait nécessairement deux facteurs premiers distincts en addition à 3, 5 et p; donc $j = 0$; ainsi l'on voit que $q + 1$ doit contenir au moins les puissances de 3 et 5 contenues en $3^2.5^2$, qui ne sont pas contenues dans le diviseur-somme de l'autre élément indéterminé, lequel on montre facilement ne pouvoir contenir que 3 ou 5 et non pas 3^2, 3.5, ou 5^2; car, sur la première ou la dernière de ces trois hypothèses, le nombre des éléments serait plus grand que 4, et sur l'hypothèse qui reste plus grand même que 5. Donc l'élément exceptionnel augmenté par l'unité sera de la forme ou $2k.3^2.5 - 1$ ou $2k.3.5^2 - 1$: conséquemment sa valeur doit excéder 89; cela prouve que le p dont nous avons parlé n'est pas l'élément exceptionnel.

» Soit q cet élément, on aura

$$q = 30\lambda - 1.$$

» Or le diviseur-somme à 5 ne contient ni 3 ni p.

» On aura donc forcément

$$\frac{5^x - 1}{5 - 1} = q = 30\lambda - 1,$$

c'est-à-dire

$$5^x - 120\lambda + 3 = 0,$$

ce qui est impossible.

» Cela démontre que l'hypothèse 2.B est inadmissible, et finalement le résultat est acquis qu'il n'existe pas de nombres parfaits impairs qui soient divisibles par moins de 5 facteurs premiers; car ce théorème, pour les cas d'une multiplicité 3, 2, 1, a déjà été démontré.

» Ajoutons quelques mots sur les nombres parfaits à cinq éléments.

» Ici, puisque

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{11}{10}\cdot\frac{13}{12}\cdot\frac{17}{16}\cdot\frac{23}{22}<1.986,$$

mais

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{11}{10}\cdot\frac{13}{12}\cdot\frac{17}{16}\cdot\frac{19}{18}>2.004.$$

On voit qu'un nombre parfait à cinq éléments, où 5 et 7 manquent, ne peut avoir pour ces éléments que les chiffres 3, 11, 13, 17, 19.

» Mais 17 (un nombre cyclotomique de Gauss) ne peut pas exister sans un élément satellite de la forme $17k\pm1$. Donc un nombre parfait à cinq éléments, s'il existe, aura nécessairement ou les éléments 3, 5 ou les éléments 3, 7.

» J'ai réussi à démontrer l'impossibilité de l'une et de l'autre de ces hypothèses; mais la preuve est trop longue pour être insérée ici. »

GÉOMÉTRIE. — *Construction* géométrique *de la surface du troisième ordre. Réflexions sur la génération des surfaces algébriques à l'aide de deux faisceaux projectifs;* par M. DE JONQUIÈRES.

« I. On sait qu'une surface du second ordre ne peut être construite à l'aide de deux faisceaux projectifs, que si une droite au moins fait partie des données du problème : par exemple, lorsqu'il s'agit d'un hyperboloïde à une nappe, si l'on donne une de ses génératrices rectilignes et six points [1]. Par suite, ce mode de génération ne convient aux surfaces du second degré, que si elles sont *réglées*. La raison en est simple : les faisceaux générateurs étant des faisceaux de plans, dont les *bases* sont des droites *réelles*, il faut que la surface qu'ils engendrent possède de telles droites, puisque les bases des deux faisceaux en font nécessairement partie.

» II. S'il s'agit de la surface du troisième ordre, il se présente une condition analogue (bien que moins restrictive, en un sens), par la raison que, là encore, l'un des faisceaux générateurs étant un faisceau de plans, il faut, en premier lieu, que l'une au moins des vingt-sept droites de la sur-

---

[1] La solution géométrique de ce problème a été donnée depuis longtemps (voir *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 1re série, t. XV, p. 161.

face (l'une de ses droites réelles) fasse partie des données de la question. Mais cela ne suffit pas; car il résulte des recherches profondes de M. R. Sturm sur cette surface ([1]), que, parmi les points servant à déterminer la base de l'autre faisceau (faisceau de quadriques), trois seulement peuvent, en général, être pris arbitrairement. On en conclut que trois droites au moins doivent faire partie des données, chaque droite (si elle est indépendante des autres) comptant pour quatre points donnés. Je prendrai ici pour données un quadrilatère gauche et sept points.

» La surface du troisième ordre qui doit satisfaire à ces trois conditions est déterminée et unique; car deux côtés opposés du quadrilatère équivalent ensemble à huit points donnés, et chacun des deux autres à deux seulement, à cause qu'il s'appuie sur les deux premiers. Les quatre côtés, dont deux sont des droites non concourantes de la surface, tandis que les deux autres, pareillement non concourantes entre elles, rencontrent chacune les deux premières, équivalent donc ensemble à douze points qui, avec les sept points donnés, complètent le nombre de dix-neuf points par lesquels se détermine une surface générale du troisième ordre.

» III. *Solution.* — Par le quadrilatère gauche et chacun des points donnés on fera passer l'hyperboloïde à une nappe que ces conditions déterminent, et qui est unique. On aura ainsi sept hyperboloïdes et, en les traversant par une droite arbitraire M, on y détachera sept segments en involution, d'où l'on conclura une série de rayons rectilignes, ou de points, correspondant anharmoniquement à ces segments et, par suite, aux hyperboloïdes, ce qu'il est facile de faire sans décrire aucune surface.

» Actuellement, si l'on regarde comme l'*inconnue* du problème une droite L, axe ou base commune d'un faisceau de plans, il s'agira de la déterminer de façon que les sept plans, passant par L et par les sept points donnés respectivement, correspondent anharmoniquement aux sept hyperboloïdes passant par les mêmes points donnés, ce qu'on sait faire ([2]). Le problème sera ainsi résolu, et il n'a qu'une solution. En effet, les deux faisceaux projectifs, l'un de quadriques et l'autre de plans, engendreront par leurs mutuelles intersections [qui sont des coniques ([3])] une surface du

---

([1]) *Mathematische Annalen*, XXI Band (1883), p. 457 : *Sur les courbes et les surfaces générales du troisième ordre;* par M. Rudolf Sturm, à Münster.

([2]) Voir, dans le Tome XV des *Nouvelles Annales*, *loco citato*, la solution de ce problème donnée par M. Poudra.

([3]) Chacune de ces coniques complète, avec les quatre côtés du quadrilatère, la

troisième ordre, et celle-ci, satisfaisant à toutes les conditions proposées, sera bien la surface demandée.

» IV. Cet exemple, sur les détails duquel je n'insiste pas davantage, offre une application géométrique de la méthode tracée, en termes généraux, dans ma Communication du 19 décembre 1887, pour la détermination des inconnues destinées à compléter les bases des faisceaux générateurs. Ici, l'inconnue étant une droite, il faut quatre équations de condition, donc quatre points donnés, pour la déterminer, et, comme il en faut trois autres pour établir la correspondance projective des deux faisceaux, c'est-à-dire sept en tout, on utilise effectivement les sept points faisant partie des données, de même qu'on en avait d'abord utilisé les quatre droites.

» Il est également très propre à faire pressentir comment les propriétés géométriques des surfaces et des courbes gauches peuvent et doivent intervenir dans la solution du problème et dans la forme sous laquelle les données en doivent être choisies, tout en conservant la plus grande généralité possible.

» Les propositions, essentiellement *arithmétiques*, présentées dans ma Note précitée, doivent donc, dans chaque cas, être complétées et assujetties à des restrictions nécessaires, de telle sorte que les données de la question (d'ailleurs équivalentes au nombre des points qui déterminent la surface) satisfassent aux exigences *géométriques* que celle-ci comporte. Sans cela on se heurterait à des impossibilités que la résolution (lorsqu'elle est possible) des équations à mettre en œuvre ne manquerait sans doute pas de révéler (soit par des incompatibilités, soit par des valeurs imaginaires qui en résulteraient pour les inconnues cherchées), mais qu'il vaut mieux éviter *a priori* par des considérations géométriques appropriées au sujet, lorsqu'il est possible de le faire. D'ailleurs ces restrictions tiennent toujours à ce qu'une courbe gauche, d'ordre n^2, intersection complète de deux surfaces d'ordre n, ne se trouve tout entière sur une surface de degré $m (m > n)$ que si elle satisfait à certaines conditions ([1]).

---

courbe gauche d'intersection de chaque hyperboloïde avec la surface du troisième ordre, et satisfait, comme il est aisé de le voir, aux conditions établies par M. Cremona dans le § 124 de son *Mémoire de Géométrie pure sur les surfaces du troisième ordre* (1868).

([1]) Sur ce sujet, cf. Halphen, *Mémoire sur la classification des courbes gauches algébriques*, Chap. I, et le Mémoire précité de M. R. Sturm.

C'est donc dans ce sens, et sous ces réserves, qu'il faut entendre ma Note du 19 décembre dernier et les deux qui l'ont suivie ([1]), tandis que des restrictions analogues n'existent pas, en général, dans la génération des courbes planes, puisque le plan où elles sont tracées peut contenir indistinctement, quels que soient leurs degrés respectifs, la courbe à construire et les courbes génératrices. »

ZOOLOGIE. — *Sur les espèces de Proneomenia des côtes de Provence.* Note de MM. **A.-F. Marion** et **A. Kowalevsky**.

« Dans une précédente Note, nous avons fait connaître un nouveau genre de Solénogastre qui a été découvert dans le golfe de Marseille et qui diffère des *Proneomenia* par son revêtement épineux. Le genre *Proneomenia* lui-même est représenté sur les côtes de Provence par plusieurs espèces, que l'on peut aisément caractériser et distinguer du *Proneomenia Sluiteri*, si remarquablement étudié par Hubrecht. Elles sont toutes de petite taille; la longueur des plus grandes est à peine de 15^{mm}. Elles possèdent les téguments typiques du genre; c'est-à-dire qu'en dehors de leur hypoderme s'accumule une épaisse couche cuticulaire, de nature gélatineuse et élastique, dans laquelle les spicules sont engagés, tandis que l'hypoderme lui-même pousse au milieu de cette cuticule des prolongements en forme de papilles pluricellulaires. Ces papilles nous paraissent avoir des fonctions glandulaires et se rapporter à la formation de la couche gélatineuse cuticulaire. Nous n'avons jamais vu les spicules en rapport avec elles, comme Hubrecht l'a constaté chez le *Proneomenia Sluiteri*. Les jeunes spicules se sont toujours montrés à nous au contact de la couche hypodermique proprement dite. On peut admettre que les cellules qui les produisent subissent dans la suite un refoulement, s'engagent dans la masse gélatineuse pour y abandonner les spicules et s'y transformer en papilles claviformes, mais nous n'avons rien reconnu dans nos préparations qui pût s'accorder avec cette hypothèse. Les seules variations spécifiques des téguments consistent dans les dimensions des spicules et des papilles muqueuses.

Les quatre espèces provençales que nous avons à signaler ont été rencontrées dans des conditions d'habitat tout à fait différentes. Le *Proneomenia vagans* rampait sur les rhizomes de *Posidonia caulini*, retirés de la

---

([1]) *Comptes rendus*, t. CVI, p. 19 et 156.

pointe de Ratonneau par 25^m et 30^m de profondeur. Le *Proneomenia desiderata*, qui ne diffère du précédent que par l'absence de tubes anaux, provient du même lieu. Le *Proneomenia aglaopheniæ*, un peu moins rare que les autres, se trouve enroulé sur les hydrorhizes ou sur les hydrocaules des *Aglaophenia myriophyllum* dragués au large par 70^m, 80^m et 100^m. Nous avons eu enfin l'occasion de voir, sur une *Muricea*, un exemplaire du *Proneomenia gorgonophila* (Kowalevsky sp.), découvert en premier lieu sur les côtes de l'Algérie.

» Nous allons passer rapidement en revue les divers systèmes organiques de ces Solénogastres, en visant spécialement le *Proneomenia vagans*, mais en signalant les modifications qu'ils présentent chez les autres types.

» Le tube digestif débute par une cavité buccale très spacieuse, garnie sur les faces frontale et latérales de papilles épithéliales vibratiles très développées. Des bandes musculaires se détachent des téguments dans la région céphalique dorsale, pour s'insérer sur les parois de cette cavité buccale. Elles doivent déterminer par leur contraction le relèvement du bord antérieur de la bouche, ainsi que la saillie des papilles. Ce phénomène de recherche et de préhension des aliments a pu être observé sur le vivant, en examinant de jeunes individus du *Proneomenia aglaopheniæ*.

» A la suite du vestibule buccal, le pharynx se rétrécit et se garnit de papilles aiguës, en même temps que sa musculature spéciale se complique. Un épaississement musculaire détermine un second rétrécissement pharyngien, dans lequel la radula est disposée sur une pièce hyaline, de nature cartilagineuse, renforcée par d'abondantes fibres contractiles. Un petit sac radulaire, plein de denticules en voie de formation, est placé à la limite du pharynx et de la région intestinale proprement dite. En ce point, débouchent deux énormes glandes salivaires, qui s'étendent à la face ventrale jusqu'au dernier tiers de l'animal. Les dents de la radula sont très fortes et elles forment une armature qui rappelle une véritable mâchoire de squale.

» L'intestin pousse un cæcum dorsal dans la région céphalique, au-dessus du pharynx. Les ganglions cérébraux sont placés entre ce cæcum et le pharynx. Ils sont soutenus, en arrière, par une masse de grosses cellules, qui présentent tous les caractères des éléments conjonctifs du système nerveux des Mollusques proprement dits.

» Cet amas cellulaire se prolonge autour du pharynx, sur les flancs de l'animal, et semble se rattacher à la portion antérieure de la glande pédieuse. Il est plus naturel de considérer ces éléments comme formant un appareil

de soutien pour la tête du Solénogastre, que de leur attribuer des fonctions glandulaires. Ils ne sont pas également développés chez toutes les espèces. Chez le *Proneomenia gorgonophila,* ils se montrent associés à de véritables corps glandulaires péripharyngiens. Chez cette espèce, la radula conserve des proportions assez considérables, bien qu'elle soit reportée en arrière par suite de l'allongement de la région pharyngienne vestibulaire. La radula du *Proneomenia aglaopheniæ* est, par contre, notablement réduite. Les glandes salivaires n'ont pas toujours la même longueur : souvent l'une des deux est double de l'autre et se prolonge seule en arrière, en se plaçant exactement au-dessus du pied, sur la ligne médiane.

» Les cæcums intestinaux sont très accentués et assez réguliers. Chez le *Pr. aglaopheniæ*, ils descendent, en forme de poches distinctes, sur les flancs de l'animal, tandis que le tube intestinal proprement dit est disposé assez haut vers la face dorsale. Des tractus musculaires s'étendent, comme de vraies cloisons, entre ces cæcums. Dans la région rectale, les cellules digestives claviformes sont remplacées par un épithélium vibratile. Les Néphridies, suivant le plan anatomique déjà indiqué par Hubrecht, débutent dans la portion postérieure du péricarde, se dirigent en avant, se recourbent ensuite pour déboucher dans les cornes de la matrice cloacale, qui s'unit elle-même au rectum dans la cavité cloacale.

» Chez le *Proneomenia vagans,* deux tubes anaux débouchent dans le cloaque ; ils sont bien plus développés que chez le *Proneomenia Sluiteri.* Ces organes correspondent évidemment à des refoulements des téguments de la région cloacale ; des glandes spéciales existent dans ce cloaque chez les diverses epèces, mais les tubes anaux du *Pr. vagans* atteignent un tel degré de différenciation, avec leurs muscles longitudinaux et leur tige cristalline creuse, sécrétée par l'épithélium, qu'il est naturel de leur attribuer un rôle dans l'accouplement, bien qu'ils n'aient aucun rapport direct avec les glandes sexuelles.

» On a pu reconnaître le cœur, par transparence, sur deux individus de l'espèce *Pr. aglaopheniæ*. Il apparaissait au milieu de l'espace péricardique, composé de deux poches disposées longitudinalement. Dans un cas, la poche postérieure était la plus grande ; l'inverse se présentait chez l'autre individu. Nous avons vu cinq œufs volumineux, arrivés évidemment à maturité, dans la poche péricardique du *Proneomenia desiderata.* Chez un *Pr. vagans,* la matrice contenait des amas de granulations qui semblaient appartenir aux éléments spermatiques.

» Le système nerveux, toujours très développé, comprend en avant

deux ganglions cérébroïdes confondus en une seule masse, deux ganglions pédieux antérieurs et deux ganglions buccaux, sis en arrière de la masse radulaire et rattachés au cerveau par une commissure spéciale. Les ganglions cérébroïdes donnent, en avant, des troncs qui se renflent en boutons cellulaires, au-dessus des papilles dorso-latérales de la cavité buccale : ce sont les homologues des ganglions dits *olfactifs*. Dans la région rectale, les ganglions pédieux postérieurs sont rattachés par une commissure transverse, tandis que les deux bandes latéro-viscérales sont unies par un gros ganglion, disposé transversalement au-dessous du péricarde et formant arceau au-dessus du rectum. Les troncs viscéraux se prolongent au delà du ganglion viscéral, par un filet qui atteint l'extrémité du corps. Les commissures transverses pédieuses et pédio-viscérales sont parfaitement reconnaissables chez nos quatre espèces. Les bandes nerveuses latérales ou viscérales donnent en outre, dans la partie dorsale, des filets qui se perdent dans les téguments.

» Cette rapide description sera bientôt complétée par un Mémoire spécial, avec figures, faisant partie du troisième Volume des *Annales du laboratoire de Zoologie marine de Marseille*. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de Commissions de prix, chargées de juger les concours de l'année 1888.

Le dépouillement donne les résultats suivants :

Prix Damoiseau (Perfectionner la théorie des inégalités à longues périodes, causées par les planètes dans le mouvement de la Lune). — MM. Tisserand, Faye, Lœwy, Janssen, Wolf réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Mouchez et Resal.

Grand prix des Sciences mathématiques (Perfectionner en quelques points importants la théorie de l'application de l'électricité à la transmission du travail). — MM. Deprez, Bertrand, Lévy, Mascart, Becquerel réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Cornu et Phillips.

Prix Montyon (*Statistique*). — MM. Lalanne, Haton de la Goupillière, Favé, Larrey, Bertrand réunissent la majorité des suffrages. Les Membres

qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. de Freycinet et de Jonquières.

Prix Cuvier. — MM. A. Milne-Edwards, de Quatrefages, Hébert, Daubrée, Gaudry réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Blanchard et Fouqué.

Prix Barbier. — MM. Chatin, Richet, Bouchard, Verneuil, Charcot réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix, sont MM. Brown-Séquard et Larrey.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, un Volume de M. *de Lapparent*, portant pour titre : « La Géologie en chemin de fer. Description géologique du bassin parisien et des régions adjacentes ».

M. le **Maire de Neuilly** informe l'Académie que l'inauguration de la statue de *Parmentier*, offerte par l'État à la ville de Neuilly, aura lieu le dimanche 11 mars, à 3^h.

ASTRONOMIE. — *Observations de la nouvelle planète (272) Charlois, faites à l'observatoire d'Alger, au télescope de* $0^m,50$; par MM. **Rambaud** et **Sy**. (Communiqué par M. Mouchez.)

Dates. 1888.	Étoiles de comparaison.	Grandeurs.	Planète — Étoile. Ascension droite.	Planète — Étoile. Déclinaison.	Nombre de comp.	Observ.
			m s	′ ″		
Févr. 10....	B.B., t. VI, n° 2419 + 20°.	9,5	+0. 6,13	−7.34,8	16:10	R.
10....	Id.	»	+0. 4,37	−7.26,3	10:10	S.
11....	Id.	»	−0.47,05	−3.22,0	14:14	R.
11....	Id.	»	−0.48,14	−3.14,1	12:12	S.

Positions de l'étoile de comparaison.

Dates. 1888.	Étoile.	Ascension droite moy. 1888,0.	Réduction au jour.	Déclinaison moy. 1888,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
Févr. 10.....	*a*	9.55.48,98	+0,80	+19.55.18,2	−7,8	W_1
11.....	»	»	+0,81	»	−7,8	W_1

Positions apparentes de la planète.

Dates. 1888.	Temps moyen d'Alger.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Déclinaison apparente.	Log. fact. parallaxe.
	h m s	h m s		° ′ ″	
Févr. 10.....	9.13.39	9.55.55,91	$\bar{1}$,590$_n$	+19.47.35,6	0,537
10.....	9.58.35	9.55.54,15	$\bar{1}$,500$_n$	+19.47.44,1	0,417
11.....	8.47.02	9.55. 2,74	$\bar{1}$,619$_n$	+19.51.48,4	0,557
11.....	9.24.35	9.55. 1,65	$\bar{1}$,561$_n$	+19.51.56,3	0,518

ASTRONOMIE. — *Observations faites à l'observatoire de Marseille (équatorial d'Eichens, ouverture* 0^m,258); par M. **Borrelly.** (Communiqué par M. Tisserand.)

Planète (272), *découverte, à Nice, par M.* Charlois, *le* 4 *février* 1888.

Dates. 1888.	Heure de l'observation. Temps moyen de Marseille.	ΔR.	ΔD.	Nombre de comp.	R appar.	Log. fact. parall.	D appar.	Log. fact. parall.	⋆.
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Févr. 8.....	12.10.27	+1.24,59	+ 1.45,2	2:2	9.57.37,97	—$\bar{2}$,822	70.21. 3,6	—0,554	1
9.....	9.42. 7	+0.35,54	— 2. 7,5	5:5	9.56.48,93	—$\bar{1}$,508	70.17.10,9	—0,620	2
10.....	8.17.34	—0.15,11	— 6.22,6	5:5	9.55.58,29	—$\bar{1}$,619	70.12.55,8	—0,680	3
11.....	8.48.39	—1.11,63	—10.45,1	5:5	9.55. 1,78	—$\bar{1}$,579	70. 8.33,3	—0,651	4
13.....	10. 0.17	—2.21,74	+ 1,20,8	5:5	9.53. 9,50	—$\bar{1}$,422	69.59.27,5	—0,592	5

» Le 8 février, la planète était de 13e-14e grandeur.

Positions des étoiles de comparaison.

⋆.	Grand.	R moy. 1888,0.	Réduction au jour.	D moy. 1888,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
1.....	8	9.56.12,60	+0,78	70.19.10,6	+7,8	1153, W_2, H. IX
2.....	8	9.56.12,60	+0,79	70.19.10,6	+7,8	Id.
3.....	8	9.56.12,60	+0,80	70.19.10,6	+7,8	Id.
4.....	8	9.56.12,60	+0,81	70.19.10,6	+7,8	Id.
5.....	9	9.55.30,41	+0,83	69.57.58,9	+7,8	1139, W_2, H. IX

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations différentielles linéaires à coefficients algébriques.* Note de M. **P. Painlevé**, présentée par M. Darboux.

« Considérons une équation différentielle linéaire et homogène à coefficients quelconques

$$(1) \qquad Y = \frac{d^n y}{dx^n} + a\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + b\frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}} + \ldots + ly = 0.$$

Pour que son intégrale soit algébrique, il faut d'abord que ses coefficients soient algébriques. Cette condition remplie, on peut toujours reconnaître si l'intégrale est algébrique, ou ramener l'équation à une quadrature. Soit, en effet, p le nombre des valeurs de Y qui correspondent à une valeur quelconque x_0 de x; x_0 étant un point ordinaire de (1), l'équation $Y = 0$ équivaut à p équations distinctes

$$Y_1 = 0, \qquad Y_2 = 0, \qquad \ldots, \qquad Y_i = 0, \qquad \ldots, \qquad Y_p = 0,$$

dont les coefficients sont holomorphes dans le voisinage de x_0, et l'intégrale générale de $Y_i = 0$ peut s'écrire

$$(2) \qquad y_i = \alpha y_{1,i} + \beta y_{2,i} + \ldots + \lambda y_{x,i};$$

$\alpha, \beta, \ldots, \lambda$ désignent des constantes, $y_{k,i}$ une fonction de x holomorphe dans le voisinage de x. Par hypothèse, le nombre des valeurs d'une intégrale $y(x)$ qui vérifient l'équation $Y_i = 0$ est fini; on en conclut aisément que toutes les valeurs de $y(x)$ s'obtiennent en opérant dans les équations (2), sur les p systèmes de n variables $y_{1,i}, y_{2,i}, \ldots, y_{x,i}$, les substitutions linéaires et homogènes d'un groupe fini G à n variables. Soit ν le nombre des opérations du groupe G; *l'intégrale y prend dans le plan* $p\nu$ *valeurs*. Quand ν est connu, il est facile de vérifier si une telle intégrale existe. En substituant à y la fonction $ye^{\frac{1}{n}\int a\,dx}$, on fait disparaître dans l'équation (1) le terme en $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, et le nombre ν est alors déterminé pour tous les groupes G, sauf pour les groupes Γ analogues aux groupes du dièdre. Mais, dans tous les cas, une des intégrales y est telle que $\frac{y'}{y} = \eta$ *est de degré inférieur ou égal à* $p\mu$: μ a une valeur bien déterminée pour chaque valeur de

n, ainsi qu'il résulte des travaux de M. Jordan. Or, en répétant le raisonnement que j'ai employé dans deux Communications précédentes (*Comptes rendus*, 27 juin, 4 juillet 1887), on voit qu'on peut trouver toutes les intégrales de l'équation en η qui sont liées à x par une relation algébrique de degré connu en η. Cette intégrale η obtenue, on aperçoit aisément si elle correspond à un groupe Γ, auquel cas $y = e^{\int \eta dx}$ n'est pas nécessairement algébrique; au cas contraire, y est toujours algébrique. En définitive, *on reconnaît toujours par des opérations purement algébriques si l'intégrale de* (1) *est algébrique, ou l'on ramène l'équation à une quadrature.* La méthode précédente fournit algébriquement ou par une quadrature toutes les intégrales algébriques d'une équation (1) dont l'intégrale générale n'est pas algébrique.

» En particulier, si $n = 3$, on peut suivre une marche différente. Introduisons, en conservant les mêmes notations, les invariants que j'ai déjà considérés dans les Notes déjà citées : t et u désignent les rapports de trois intégrales particulières de (1); $\varphi(t, u)$, $\psi(t, u)$ les fonctions canoniques invariantes relatives à un groupe G de substitutions linéaires (non homogènes) à deux variables. Si l'intégrale de (1) est algébrique, on a

$$\varphi(t, u) = P(x), \qquad \psi(t, u) = Q(x),$$

P et Q désignant deux fonctions algébriques de x, telles qu'à chaque valeur de x correspondent p valeurs du système P, Q

$$(\alpha) \qquad P = h(x, \xi), \qquad Q = k(h, \xi);$$

h et k sont des fonctions rationnelles, ξ est liée à x par une relation algébrique *de degré p en* ξ. Or on peut calculer, pour chaque groupe G, deux invariants I_1, J_1 (où figurent rationnellement P, Q et leurs dérivées jusqu'au quatrième ordre), tels que

$$(\beta) \qquad I_1 = a' - b + \frac{a^2}{3}, \qquad J_1 = \frac{-2a}{3}\left(a' + \frac{a^2}{3}\right) + ab + b' - 3c.$$

Pour reconnaître si l'intégrale de (1) est algébrique, on cherchera si les équations (β) admettent un système d'intégrales P_1, Q_1 de la forme (α). Inversement, les égalités (β) permettent de former *toutes les équations* (1) *dont le premier membre est une fonction de x à p valeurs* (*p étant donné*) *et dont l'intégrale générale est algébrique.* Ce qui précède s'appliquerait aux équations du second ordre.

» On déduit de là un moyen d'étudier l'équation du second ordre dont

l'intégrale générale est de la forme $Z = \frac{f + af_1 + bf_2}{\varphi + a\varphi_1 + b\varphi_2}$. Cette équation, qui rentre dans une classe plus générale étudiée par M. Robert Liouville (20 septembre 1886) peut s'écrire

$$(1)' \qquad z''(z-\lambda) - 2z'^2 + z'(\alpha + \beta z) + \gamma z^3 + \delta z^2 + \varepsilon z + \eta = 0$$

ou encore, en posant $Z = z - \lambda$,

$$Z''Z - 2Z'^2 + Z'(\alpha_1 + \beta_1 z) + \gamma_1 Z^3 + \delta_1 Z + \varepsilon_1 Z + \eta_1 = 0;$$

les coefficients sont liés par les deux relations

$$\left(\frac{\alpha_1}{3}\right)^2 + \eta_1 = 0, \qquad \varepsilon_1 + (\beta_1 - 2\alpha'_1)\frac{\alpha_1}{3} + \alpha'_1 = 0.$$

La transformation $\zeta = \frac{\alpha_1}{3}\frac{1}{Z}$ ramène l'équation à la forme

$$\zeta'' + \zeta'(3\zeta + p) + \zeta^3 + p\zeta^2 + q\zeta + r = 0;$$

et, si l'on pose $\zeta = \frac{y'}{y}$, y vérifie l'équation

$$(2)' \qquad y''' + py'' + qy' + r = 0.$$

Si l'intégrale de $(1)'$ est algébrique, $y \times e^{\frac{1}{3}\int p\,dx}$ est algébrique et, par suite, *on reconnaît toujours si l'intégrale de* $(1)'$ *est algébrique, ou on ramène l'équation à une quadrature.* La même conclusion subsiste pour l'équation de Riccati. »

THERMODYNAMIQUE. — *Déformations permanentes et Thermodynamique.* Note de M. **Marcel Brillouin**, présentée par M. Mascart.

« 6. Toutes les fois qu'un corps éprouve une série de transformations, il ne reste qu'une seule variable véritablement indépendante, le temps, en fonction de laquelle toutes les autres peuvent s'exprimer. L'observateur agit directement sur l'une des variables, X par exemple, en fonction du temps, et dans chaque cas particulier toutes les autres variations sont déterminées. Si l'on n'a pas pris de précautions particulières, la loi de ces variations dépend de la loi des valeurs de X en fonction du temps; mais il peut arriver qu'il n'en soit pas ainsi, et que la variable X sur laquelle l'ob-

servateur agit directement joue le rôle d'une véritable variable indépendante : on dit alors que les transformations sont effectuées au moyen d'un *appareil* déterminé, dont les liaisons sont indépendantes du temps. C'est une circonstance qu'il est bon de réaliser dans toutes les expériences. Quoi qu'il en soit, pour chaque série de transformations, x, X, T sont entièrement déterminés en fonction du temps θ, quand l'état initial est connu,

$$x = f_1(\theta), \qquad X = f_2(\theta), \qquad T = f_3(\theta).$$

» Les fonctions f_1, f_2, f_3 sont supposées continues, mais leurs dérivées de tout ordre peuvent présenter des discontinuités quelconques.

» 7. *Principe de l'Équivalence.* — Choisissons les variables géométrique et mécanique x, X, de telle sorte que le travail des forces extérieures appliquées au corps ait pour valeur $-X\,dx$, et appelons $J\,dQ$ la quantité de chaleur, exprimée en unités de travail, que les sources extérieures cèdent au corps pendant une transformation dx, dX, dT. Le principe de l'équivalence exige que l'intégrale de $J\,dQ - X\,dx$ soit nulle quand on l'étend à un cycle quelconque, complètement fermé ($X_1 = X_0$, $T_1 = T_0$ et $x_1 = x_0$), parcouru suivant une loi quelconque en fonction du temps. Pour qu'il en soit ainsi, malgré les discontinuités des dérivées de f_1, f_2, f_3, il faut que la valeur de l'intégrale étendue depuis un point fixe x_0, X_0, T_0, jusqu'à un point arbitraire x, X, T, ne dépende pas des valeurs intermédiaires de f_1, f_2, f_3, mais seulement de leurs valeurs finales, c'est-à-dire de x, X, T; on a donc

$$\int_{x_0, X_0, T_0,}^{x, X, T,} (J\,dQ - X\,dx) = U(x, X, T) - U_0.$$

» Comme, d'ailleurs, une valeur quelconque de x peut correspondre au même système de valeurs de X, T, les trois variables restent en évidence dans la fonction U qui n'est autre que l'*Énergie* du corps.

» 8. *Chaleurs spécifiques et chaleurs latentes.* — Différentions les deux membres de l'équation précédente, il vient

$$J\,dQ = \left(X + \frac{\partial U}{\partial x}\right) dx + \frac{\partial U}{\partial X}\,dX + \frac{\partial U}{\partial T}\,dT.$$

» Si la fonction U ne peut être exprimée que d'une seule manière en x, X, T, il n'en est pas de même de la quantité de chaleur élémentaire dQ. Nous pouvons, en effet, ajouter au second membre la quantité

$$\lambda(dx - a\,dX - b\,dT),$$

identiquement nulle, quelle que soit la fonction $\lambda(x, X, T)$, par suite de la nature du corps. L'expression générale est donc

$$J\,dQ = \left(X + \frac{\partial U}{\partial x} + \lambda\right) dx + \left(\frac{\partial U}{\partial X} - \lambda a\right) dX + \left(\frac{\partial U}{\partial T} - \lambda b\right) dT.$$

» Nous obtiendrons les diverses chaleurs spécifiques et chaleurs latentes en choisissant convenablement λ. La signification des lettres est indiquée par les formules suivantes

$$dQ = C_X\,dT + L_T\,dX = C_x\,dT + L'_T\,dx = G_x\,dX + G_X\,dx:$$

$$JC_X = \frac{\partial U}{\partial T} + b\left(X + \frac{\partial U}{\partial x}\right), \qquad JL_T = \frac{\partial U}{\partial X} + a\left(X + \frac{\partial U}{\partial x}\right),$$

$$JC_x = \frac{\partial U}{\partial T} - \frac{b}{a}\frac{\partial U}{\partial X}, \qquad JL'_T = X + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{a}\frac{\partial U}{\partial X},$$

$$JG_x = \frac{\partial U}{\partial X} - \frac{a}{b}\frac{\partial U}{\partial T}, \qquad JG_X = X + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{b}\frac{\partial U}{\partial T}.$$

» Ces six relations permettent de déterminer les quatre chaleurs latentes en fonction des deux chaleurs spécifiques, ce qui donne

$$\begin{aligned} dQ &= C_X\,dT + \frac{a}{b}(C_X - C_x)\,dX \\ &= C_x\,dT + \frac{C_X - C_x}{b}\,dx \\ &= -\frac{a}{b}C_x\,dX + \frac{1}{b}C_X\,dx. \end{aligned}$$

» Ces formes sont les mêmes que pour les corps fluides; en particulier, le rapport de δx à δX pour une transformation adiabatique est encore égal à celui de aC_x à C_X.

» 9. *Relations différentielles entre les chaleurs spécifiques*. — Il ne reste que deux relations linéairement indépendantes contenant les trois dérivées partielles de U :

$$\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{a}{b}\frac{\partial U}{\partial T} - JaC_x, \qquad \frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{1}{b}\frac{\partial U}{\partial T} + \frac{1}{b}JC_X - X.$$

» Mais leur différentiation en fournit une troisième; on reconnaît, en effet, qu'il est possible d'éliminer les six dérivées secondes de U entre les

six équations ainsi obtenues, et qu'il reste une équation du premier ordre

$$\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{T}}\left(\frac{\partial a}{\partial \mathrm{T}} - \frac{\partial b}{\partial \mathrm{X}} + b\frac{\partial a}{\partial x} - a\frac{\partial b}{\partial x}\right) = b\frac{\partial}{\partial \mathrm{T}}\left(\mathrm{J}\frac{a}{b}\mathrm{C}_x\right) - ab\frac{\partial}{\partial \mathrm{T}}\left(\frac{\mathrm{J}}{b}\mathrm{C}_{\mathrm{X}} - \mathrm{X}\right) + b^2\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathrm{J}\frac{a}{b}\mathrm{C}_x\right) + b^2\frac{\partial}{\partial \mathrm{X}}\left(\frac{\mathrm{J}}{b}\mathrm{C}_{\mathrm{X}} - \mathrm{X}\right).$$

» Éliminant U entre ces trois équations par différentiation, on obtiendra enfin, entre les deux chaleurs spécifiques et les deux coefficients de dilatation et d'élasticité, trois équations aux dérivées partielles du second ordre par rapport aux trois variables x, X, T; deux de ces équations seulement sont distinctes. On voit par là combien sont différentes, plus compliquées et moins compréhensives les conséquences du principe de l'équivalence quand il n'y a pas de relation finie entre les trois variables x, X, T. Le même caractère se retrouve encore exagéré pour les conséquences de l'axiome de Clausius sur les échanges de chaleur en fonction de la température. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'attraction électrostatique des électrodes, dans l'eau et les solutions étendues.* Note de M. **Gouy.**

« La théorie de la propagation de l'électricité à l'état permanent conduit à admettre qu'il existe de l'électricité libre, pendant le passage du courant, non seulement à la surface extérieure des conducteurs, mais aussi à la surface de séparation de deux conducteurs de résistance spécifique différente, la force électrique devant avoir des valeurs différentes de part et d'autre de cette surface ([1]). Je me suis proposé de rechercher si cette couche hypothétique d'électricité libre à la surface de contact serait capable d'exercer des actions électrostatiques, et, pour cela, d'examiner si deux conducteurs métalliques, placés dans un liquide de médiocre conductibilité et maintenus par une pile à des potentiels différents, seraient sollicités par des forces appréciables. L'expérience paraît montrer que ces forces existent en effet, et qu'elles sont beaucoup plus considérables qu'on ne pouvait le prévoir.

» On peut réaliser aisément l'expérience au moyen de l'électromètre

([1]) Maxwell, *Traité d'Électricité*, t. I, 2e Partie, Chap. IX.

Thomson, du modèle à secteurs plans. Les secteurs et l'aiguille sont plongés dans le liquide, le miroir restant au-dessus de la surface ; l'aiguille est suspendue par un fil métallique. Les contacts étant établis entre l'aiguille et tous les secteurs, l'image a sur l'échelle une position que l'on prend pour zéro. On met ensuite en communication l'aiguille et une des paires de secteurs avec l'un des pôles d'une pile de 8 éléments au bichromate, de dimensions ordinaires ; l'autre paire de secteurs est mise en communication avec l'autre pôle. On voit aussitôt l'aiguille éprouver une déviation considérable et permanente, en se rapprochant des secteurs qui sont à un potentiel différent du sien ; en même temps, le courant passe dans le liquide, l'aiguille et les secteurs servant d'électrodes. Les communications avec la pile étant rompues, l'aiguille revient au zéro.

» L'intensité du courant a été de $0^a,005$ à $0^a,01$ avec l'eau distillée, et a varié jusqu'à $0^a,32$ avec des solutions aqueuses très étendues. Les phénomènes sont peu différents avec ces divers liquides, mais les expériences ne sont tout à fait régulières qu'avec l'eau distillée, qui ne donne de dégagement gazeux bien sensible qu'après un intervalle assez long. Avec des liquides plus conducteurs, le dégagement des gaz et les dépôts d'oxydes troublent bientôt les phénomènes, qui ne sont réguliers que dans les premiers instants. J'espère lever cette difficulté en employant des courants alternatifs [1].

» Dans ces expériences, la résistance du liquide étant très grande par rapport à celle du reste du circuit, les électrodes sont maintenues à une différence de potentiel sensiblement égale à la force électromotrice de la pile ; c'est donc cette différence constante, et non l'intensité variable du courant, qui produit les phénomènes. En effet, si l'on emploie un liquide bon conducteur, en maintenant les mêmes intensités de courant par une résistance extérieure, on n'a plus de déviation.

» La déviation ne change pas quand on intervertit les pôles de la pile ; elle est inversement proportionnelle à la distance de l'aiguille aux secteurs, et reste la même, que l'aiguille soit placée au-dessus ou au-dessous d'eux ; elle est proportionnelle au carré du nombre d'éléments de la pile, et change de sens quand on intervertit les secteurs. En un mot, tout se

---

[1] Le frottement du liquide ne nuit pas aux expériences, quand la distance de l'aiguille aux secteurs n'est pas inférieure à 3^{mm} ou 4^{mm} ; son mouvement n'est pas apériodique. J'ai fait usage d'aiguilles de cuivre, platine et aluminium.

passe comme si l'électromètre était placé dans l'air et qu'on mesurât la force électromotrice de la pile par la méthode idiostatique.

» Mais *les déviations sont beaucoup plus grandes que dans l'air*, toutes choses égales d'ailleurs. Le rapport k des déviations dans l'eau distillée et dans l'air est d'environ 80; il paraît peu différent pour les solutions très étendues.

» L'attraction de deux surfaces parallèles donne des résultats analogues. Un disque de 87^{mm} de diamètre, placé dans l'eau distillée au-dessus d'une surface de mercure plus large, est soumis à une attraction qui paraît en raison inverse du carré de la distance des deux conducteurs, distance qui n'a pu être mesurée bien exactement. Avec la même pile que précédemment, on observe une attraction de 3^{mgr} ou 4^{mgr} pour une distance de 5^{mm}, de 15^{mgr} à 20^{mgr} pour une distance moitié moindre, et de plus de 100^{mgr} pour 1^{mm}, l'intensité du courant étant de $0^{a},01$ à $0^{a},03$. L'attraction qui aurait eu lieu dans l'air, calculée par les formules connues, atteint à peine la centième partie de ces nombres.

» La grandeur des forces mises en jeu dans ces phénomènes donnerait lieu de douter de leur origine électrostatique, mais il paraît difficile de concevoir que toute autre cause s'accorde avec les effets obtenus dans des circonstances variées. Les actions électrodynamiques étant hors de question, on peut songer aux courants liquides que pourrait produire le courant électrique; mais un examen minutieux, fait avec l'électromètre et de l'eau distillée tenant en suspension des particules ténues, montre que ces courants n'existent pas quand l'aiguille est immobile. De plus, le phénomène ne change pas si l'on sépare l'aiguille des secteurs par un diaphragme de papier, ce qui modifierait assurément le régime des courants liquides.

» Sans aborder la théorie d'un phénomène incomplètement étudié, je crois pouvoir faire remarquer que le rapport k des attractions, dans le liquide et dans l'air, est une quantité tout à fait comparable au pouvoir inducteur spécifique des liquides isolants. On sait, en effet, que ce pouvoir inducteur est égal au rapport des forces agissant entre deux conducteurs maintenus à des potentiels donnés, et placés successivement dans le liquide et dans l'air [1]; c'est précisément la définition de notre quantité k. La

---

(1) MAXWELL, *loc. cit.*, Ire Partie, Chap. III, n° 94. Cette méthode a été employée, pour mesurer le pouvoir inducteur des liquides isolants, par MM. Silow et Quincke.

seule différence, c'est qu'ici il est nécessaire de fournir d'une manière continue de l'électricité aux conducteurs, pour réparer les pertes dues au courant. Ainsi le pouvoir inducteur spécifique de l'eau serait voisin de 80, nombre bien supérieur à ceux qu'ont donnés les diélectriques étudiés jusqu'ici. Je me propose d'effectuer bientôt des mesures plus précises, et de les étendre à d'autres liquides de médiocre conductibilité. »

PHYSIQUE. — *De l'emploi des tubes de Geissler pour l'observation des mouvements vibratoires en général et de la veine liquide en particulier.* Note de M. **Izarn**, présentée par M. Mascart.

« Il est bien connu que, si l'on illumine un tube de Geissler et qu'à la faveur de cet éclairage intermittent on observe le trembleur de la bobine qui actionne ce tube, ce trembleur paraît absolument immobile, ce qui doit être, puisqu'on ne l'aperçoit à chaque décharge que pendant un temps très court, et dans la position rigoureuse qui correspond au moment précis où il abandonne la borne de contact de l'interrupteur.

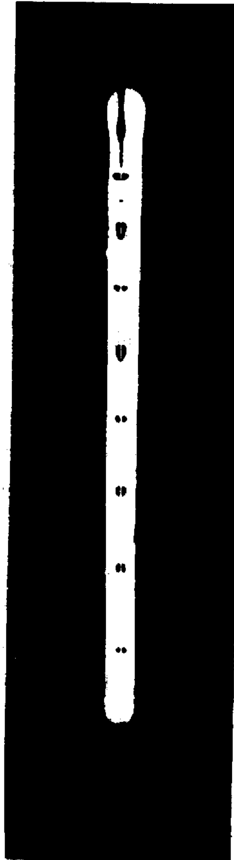
» Ce fait m'a paru pouvoir servir de point de départ à une méthode d'étude des corps vibrant dans des conditions particulières. Elle s'applique, par exemple, très simplement à l'observation des vibrations d'un fil disposé suivant le procédé de Melde, c'est-à-dire excité et entretenu dans son mouvement par celui d'un diapason à l'extrémité d'une des branches duquel il est attaché; le moyen le plus commode consiste à la fixer au trembleur lui-même de la bobine qui fournit l'éclairage; son mouvement étant alors commandé par celui de l'appareil éclairant, on le verra immobile soit dans une de ses positions extrêmes, soit dans les deux, selon qu'il sera tendu suivant le prolongement du trembleur ou dans une direction perpendiculaire.

» On sait en effet que, dans le second cas, le fil vibre comme le diapason, tandis que dans le premier il vibre deux fois moins vite et le simple aspect du phénomène le démontre. Ces expériences sont fort intéressantes lorsqu'on entre dans le détail de l'observation des nœuds et des ventres, et les passages d'une forme à une autre par suite de perturbations dans le fonctionnement de l'appareil sont très curieux à observer.

» Si l'on voulait employer un diapason, il va sans dire qu'on le disposerait de façon qu'il fût entretenu électriquement par le fer doux de la

bobine et fonctionnât lui-même comme interrupteur, ce qui ne présente aucune difficulté.

» Parmi les diverses applications de cette méthode, je citerai encore l'étude des vibrations excitées à la surface des liquides, du mercure en particulier, par le procédé de M. Lechat, pourvu, bien entendu, que ce soit toujours soit le diapason trembleur, soit le trembleur lui-même de



la bobine qui serve de marteau excitateur. En observant alors dans cette surface l'image réfléchie d'un large tube de Geissler actionné par cette bobine, on voit les ondes absolument immobiles et je ne connais pas de plus belle expérience à répéter. Si le vase est elliptique, par exemple, et que le marteau frappe à l'un des foyers, l'effet produit par la réflexion à l'autre foyer est d'une netteté parfaite.

» Chacun pourra imaginer d'autres phénomènes susceptibles d'être observés de la même façon. Je veux en signaler encore un qui me paraît particulièrement intéressant et dans lequel l'emploi de la méthode que je préconise me paraît de nature à fournir de précieux renseignements sur la question, encore mal résolue, de la façon dont se produit la discontinuité de la *veine liquide*. Une foule de procédés ont été indiqués pour l'étude de ce phénomène, mais je ne sache pas que celui-ci ait été signalé ni qu'aucune photographie ait été donnée de la veine considérée à un instant déterminé de son régime. Lorsqu'on observe la veine liquide à l'éclairage d'un tube de Geissler, surtout si le trembleur de la bobine jouit d'une assez grande latitude dans sa vitesse d'oscillation, on voit assez bien la structure par gouttes qui est figurée dans tous les Traités de Physique, mais la stabilité fait absolument défaut. Si au contraire on a le soin d'attacher solidement la bobine au tuyau et au robinet d'écoulement, la vibration du trembleur se communique énergiquement à la veine qui devient parfaitement régulière et à peu près insensible aux légers bruits ambiants, de telle sorte que, en projetant le jet sur le fond brillant fourni par le tube lumineux, on pourra observer le phénomène tout à loisir et le photographier de même, comme le montre la reproduction héliographique ci-contre d'un cliché obtenu avec une minute de pose. C'est ce qu'on pourrait appeler la *photographie de l'instantané avec longue pose;* à une distance un peu grande de la portion limpide, les gouttes et surtout les gouttelettes ont des mouvements propres qui empêchent d'en obtenir une image nette, mais c'est précisément l'observation des régions supérieures qui présente le plus d'intérêt et qui permettra peut-être de saisir très exactement le mécanisme de la transformation en gouttes de cette partie limpide. Quant à l'aspect d'un tube central indiqué par Savart et qu'il attribue au passage rapide des *gouttelettes* devant l'œil, il me semble évident, par la seule inspection de la photographie, qu'il est dû à la région brillante que produit la réfraction sur la colonne liquide, *qu'elle soit discontinue ou non*. »

PHYSIQUE. — *Sur les coefficients de proportionnalité en chaleur rayonnante.* Note de M. L. **Godard**, présentée par M. Mascart.

« L'étude de la diffusion de la chaleur par les substances mates colorées m'avait conduit à l'analyse spectrophotométrique de ces sub-

stances (¹). Pour chaque matière pigmentaire, j'avais convenu de prendre une caractéristique, le ton, c'est-à-dire la longueur d'onde qui correspond au maximum de la courbe que l'on peut construire en prenant pour abscisses les longueurs d'onde et pour ordonnées les quantités de lumière diffusée par le pigment dans les différentes régions du spectre. J'ai établi que, si l'on déterminait le pouvoir diffusif du blanc de céruse pour différentes sources de chaleur, on obtenait les pouvoirs diffusifs des autres substances mates en multipliant ce pouvoir diffusif de la céruse par des coefficients constants, déterminés une fois pour toutes, et que j'ai appelés *coefficients de proportionnalité*. En comparant l'ordonnée qui correspond au ton d'une substance pigmentaire à l'ordonnée de la courbe du blanc de céruse, à cette même longueur d'onde, j'ai obtenu un rapport identique à celui des pouvoirs diffusifs.

» La couleur d'un pigment dépendant essentiellement de la source éclairante, il était nécessaire de déterminer à nouveau le ton de la substance étudiée, quand on se servait du soleil pour source de lumière.

» Dans ces conditions, les coefficients de proportionnalité offrent un curieux rapprochement avec les nombres obtenus par M. L. Mouton (²) dans un travail remarquable, dont les conclusions théoriques ont été vérifiées expérimentalement par M. S. Langley (³), à l'aide de son bolomètre.

« Le spectre calorifique normal d'une source est représenté par une » courbe dont les abscisses sont les longueurs d'onde et dont les ordon- » nées sont proportionnelles à la valeur de l'intensité calorifique des radia- » tions correspondantes. » Cette intensité est donnée par la formule $i = \frac{dq}{d\lambda}$.

λ	Substances.	Coefficients de proportionnalité.	Nombres de M. L. Mouton.
0,84			
0,82	»	»	48,3
0,80	»	»	55,3
0,778	»	»	»
0,760 A	Cinabre	60	60
	»	»	69
0,686 B	Mélange de cinabre et de céruse	83	81

(¹) *Annales de Chimie et de Physique*, 6ᵉ série, t. X; 1887.
(²) *Comptes rendus*, 4 août 1879.
(³) *Annales de Chimie et de Physique*, 5ᵉ série, t. XXIV.

λ	Substances.	Coefficients de proportionnalité.	Nombres de M. L. Mouton.
0,664	Jaune de chrome	85	»
0,655 C	»	»	88
0,611	Mélange de jaune de chrome et de céruse	96	»
0,589 D	»	»	98
0,57	Céruse	100	99,5
0,56	»	»	100
0,55	»	»	99,6
0,526 E	»	»	96
0,486 F	»	»	87
0,466	Vert Schweinfurth	68	»
0,431 G	Vert de chrome	49	66
0,418	Mélange de jaune de chr. et de bleu Thenard.	48	»
0,407	Bleu Thenard	44	»
0,402	Bleu outremer	42	»
0,402	Silicate de cobalt	41	»
0,376	»	»	30

» La première colonne contient les longueurs d'onde; la deuxième, les substances soumises à l'expérience; la troisième, les coefficients de proportionnalité, et la quatrième, les nombres donnés par M. L. Mouton.

» Les coefficients de proportionnalité donnés par l'étude de la diffusion de la chaleur, et retrouvés par l'analyse spectrophotométrique des substances colorées, semblent être les mêmes que les nombres obtenus par M. L. Mouton dans son travail sur la répartition de la chaleur dans le spectre normal du Soleil ([1]). »

CHIMIE MINÉRALE. — *Préparation et propriétés d'un bifluorhydrate et d'un trifluorhydrate de fluorure de potassium.* Note de M. **H. Moissan**, présentée par M. H. Debray.

« On sait que l'acide chlorhydrique ne produit que difficilement des chlorhydrates de chlorures, tandis que l'acide fluorhydrique peut se combiner aisément avec les fluorures neutres pour fournir des fluorhydrates de formule générale KFl, HFl.

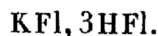
([1]) Ce travail a été fait au laboratoire d'enseignement de la Physique à la Faculté des Sciences de Paris.

» Ces composés renfermant $1^{éq}$ d'acide fluorhydrique ne sont pas les seuls qu'il soit possible d'obtenir, du moins avec les métaux alcalins. Nous avons pu préparer, ainsi que nous le verrons plus loin, deux nouvelles combinaisons contenant $2^{éq}$ et $3^{éq}$ d'acide pour $1^{éq}$ de fluorure de potassium.

» Lorsque, dans de l'acide fluorhydrique anhydre, on projette du fluorhydrate de fluorure de potassium bien sec et en poudre, ce dernier disparaît avec rapidité et le liquide s'échauffe. En agitant le tout, on peut aisément dissoudre, en quelques instants, 5^{gr} à 6^{gr} de fluorhydrate dans 10^{gr} d'acide. Si l'on refroidit ensuite le mélange à $-23°$, une partie cristallise. Les cristaux blancs séparés de l'acide sont essorés rapidement, entre des feuillets secs de papier à filtrer, et placés ensuite dans un tube de platine fermé par un bouchon de liège paraffiné. Un poids donné de ce composé, dissous dans l'eau distillée contenue dans une capsule de platine, fournit, par titrage en présence d'une goutte de phtaléine du phénol, la quantité d'acide que renferme la combinaison.

» On voit ainsi que ces cristaux correspondent à la formule KFl, 3HFl. D'ailleurs, il est facile d'obtenir ce composé en prenant les poids de fluorhydrate et d'acide correspondant à la formule précédente. On les mélange avec précaution, de façon à éviter une élévation brusque de température, puis on porte le creuset de platine fermé dans un bain d'huile et l'on élève la température jusqu'à 85°. Il ne se dégage pas de vapeurs acides et l'on obtient alors un liquide absolument limpide qui, par refroidissement, commence à cristalliser vers 68° et se prend à froid en une masse très dure de cristaux enchevêtrés.

» L'analyse de ce produit de synthèse a conduit aussi à la formule


KFl, 3HFl.

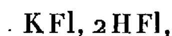
» Ces cristaux attirent l'humidité avec une grande énergie et émettent d'une façon constante des vapeurs d'acide fluorhydrique dans l'air humide. Mis au contact de l'eau, ils se dissolvent rapidement et se décomposent en acide et fluorure, en produisant un froid assez intense. Chauffés, ils se dédoublent en acide fluorhydrique et fluorure de potassium.

» Maintenu en fusion à la température de 100°, ce sel ne réagit pas sur le silicium cristallisé; mais, chauffé brusquement, un semblable mélange devient incandescent et produit un violent dégagement de fluorure de silicium.

» Le sel fondu attaque énergiquement la silice et décompose les carbonates.

» A froid, ce trifluorhydrate est dédoublé instantanément par l'acide sulfurique monohydraté, avec dégagement tumultueux d'acide fluorhydrique. Une réaction très énergique se produit lorsqu'on laisse tomber des cristaux de ce composé dans une solution concentrée d'ammoniaque ou de potasse.

» En variant les proportions de fluorhydrate et d'acide, on peut obtenir, de même, le composé



$$KFl, 2HFl,$$

qui est liquide à la température de 105° et qui donne à froid une masse cristalline dont les propriétés sont analogues à celles du composé précédent.

» On a vérifié, au moyen de titrages, la formule énoncée ci-dessus.

» Nous estimons que ces combinaisons riches en acide fluorhydrique, pouvant être maintenues liquides aux températures de 65° et de 105°, permettront, dans certains cas, de faire réagir l'acide fluorhydrique avec facilité sur un certain nombre de composés minéraux ou organiques.

» Ces différents composés doivent être considérés comme analogues aux chlorhydrates de chlorures alcalins de M. Berthelot ou aux sels ammoniacaux à plusieurs équivalents d'ammoniaque étudiés par M. Troost. Cependant nous ferons remarquer que ce trifluorhydrate possède une certaine stabilité. L'expérience suivante le démontre suffisamment. Si l'on vient à maintenir dans le vide le composé $KFl, 3HFl$, le manomètre, dans l'espace de douze heures, ne baisse que de $0^{m},01$. Dans l'air sec et à la température de 15°, la décomposition est donc très lente. Il n'en est plus de même en présence de l'humidité, ainsi que nous l'avons vu plus haut.

» Enfin, je rappellerai que, dans la préparation du fluor par électrolyse, j'ai attribué à la formation de ces composés solides la conservation de l'appareil en platine et la marche régulière de l'expérience. C'est d'ailleurs l'étude de cette électrolyse qui m'a conduit à la découverte de ces combinaisons. »

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Réaction nouvelle des produits de saponification de l'huile de coton, permettant de trouver* 1 *pour* 100 *de cette huile dans l'huile d'olive.* Note de M. **Ernest Milliau**, présentée par M. Debray.

« Les acides gras de l'huile de coton à l'état libre et en solution alcoolique, dans la proportion de 5^{cc} pour 15^{cc} d'alcool éthylique à 90°, sont traités au bain-marie, par 2^{cc} d'une liqueur d'azotate d'argent contenant 30^{gr} AzO^3Ag pour 1000^{cc} d'eau distillée. Après quelques minutes d'ébullition, l'opération est terminée et l'on observe une réaction analogue à celle des aldéhydes. Les acides de l'huile de coton réduisent l'azotate d'argent et montent à la surface du liquide à l'état pâteux, fortement colorés en noir par l'argent à l'état métallique mis en liberté. Cette réaction chimique, qui ne s'observe pas sur les acides gras de l'huile d'olive, est tellement sensible qu'elle permet de retrouver facilement 1 pour 100 d'huile de coton dans l'huile d'olive. Elle écarte également toute cause d'erreur, l'opération s'effectuant non pas sur l'huile elle-même qui contient toujours diverses matières organiques et minérales pouvant participer à la réduction, mais bien sur les acides gras exempts de toute impureté.

» La Science se trouve donc en possession d'une réaction chimique, qui lui permet d'obtenir le résultat si longtemps cherché par les hygiénistes, c'est-à-dire le moyen de découvrir la falsification de l'huile d'olive par l'huile de coton, dans la proportion de 5 à 20 pour 100, ainsi qu'elle se pratique dans le commerce.

» Les anciens procédés, basés sur des colorations incertaines et variant avec la provenance des huiles, ne donnent aucun résultat constant, même en opérant sur des mélanges plus riches en huile de coton.

» *Réaction de l'acide chlorhydrique sucré sur les acides gras de l'huile de sésame.* — En agitant, dans un tube à essai, les acides gras de l'huile de sésame bien desséchés avec volume égal d'acide chlorhydrique sucré, on obtient une coloration rouge sang instantanée de la partie acide. Les acides gras de l'huile d'olive et des autres huiles ne donnent pas cette réaction si sensible qu'elle permet de reconnaître 1 pour 100 et même des traces d'huile de sésame.

» En opérant directement sur l'huile, comme on le fait habituellement, les résultats sont incertains, car nous avons constaté, pour l'huile d'olive, que la matière colorante contenue dans la partie aqueuse qui s'écoule en

même temps que l'huile de la pulpe du fruit soumise à l'action de la presse donne, par l'acide chlorhydrique sucré, la réaction rose ou rouge, suivant la proportion employée. En opérant sur les acides gras, toutes ces causes d'erreurs sont écartées. »

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur l'essence d'aspic*. Note de MM. **R. Voiry** et **G. Bouchardat**, présentée par M. Berthelot.

« Les résultats de l'analyse de cette essence, d'origine certaine, diffèrent de ceux qui ont été publiés jusqu'ici; entre autres, nous avons constaté l'absence presque complète de carbures d'hydrogène, et la présence d'un composé oxygéné identique avec l'eucalyptol.

» Voici les résultats de nos expériences :

» L'essence brute provenant de l'Ardèche était ambrée, d'une odeur forte, peu agréable. La déviation polarimétrique sous $0^m,10$ d'épaisseur était de $+1^\circ 24'$ pour la lumière du sodium, c'est-à-dire très faible. Mais ce faible pouvoir rotatoire tient d'une part à la présence d'une substance inactive, mais surtout à l'existence de corps actifs de sens inverse. Sa densité à 0° est de 0,92.

» Nous l'avons soumise à une série de distillations fractionnées, à la pression ordinaire, pour les fractions volatiles avant 190°; sous pression réduite, pour les autres, de beaucoup les plus abondantes, l'essence brute fournit une notable proportion d'eau acide (acides formique et acétique).

» La première portion distille de 155° à 160°; son poids est presque nul, moins de 10^{gr} pour 5^{kg} d'essence. C'est un carbure térébenthénique $C^{20}H^{16}$: il est dextrogyre; la déviation observée sous $0^m,10$ d'épaisseur est de $+24^\circ 48'$. Il fournit un monochlorhydrate solide fusible vers 129°, dont le pouvoir rotatoire est légèrement lévogyre : $[\alpha]_D = -1^\circ 54'$; le sens de ce pouvoir rotatoire tend à nous faire croire que ce carbure n'est pas unique, mais probablement un mélange de carbures actifs de sens inverse.

» Les portions de l'essence comprises entre 160° et 176° ne sont que des mélanges dont le poids est d'ailleurs également très faible.

» Au contraire, de 176° à 180°, il passe une fraction notable de produit, plus du dixième de l'essence.

» La densité est de 0,935; les déviations sont très faibles, dextrogyres : $\alpha_D = +2^\circ 16'$ pour la fraction 176°-178°; $\alpha_D = +1^\circ 20'$ pour la fraction 178°-180°.

» La composition répond exactement à celle d'un monohydrate



$$C^{20}H^{18}O^{2}.$$

» La densité de vapeur 5,4 répond à la même formule.

» Nous avons soumis ce composé à un froid de — 25°; il s'est alors pris en masse cristalline qui refondait totalement vers — 3°. Nous avons profité de cette propriété pour purifier complètement la substance, en la maintenant refroidie et solide à — 15°, et en le soumettant à un essorage à la trompe.

» Nous avons ainsi obtenu une substance qui ne fondait plus qu'à 0°, un peu au-dessus, et qui ne possédait plus de pouvoir rotatoire $[\alpha]_D = + 2'$. Les eaux mères déviaient, au contraire, de + 7°. La substance est donc inactive et ne doit son pouvoir qu'à la présence d'un peu de carbure actif, probablement celui passant vers 160°. Ce corps est identique avec l'*eucalyptol* ou *cajeputol* qui vient d'être obtenu solide, fondant à — 1°, par MM. Schimmel.

» Pour en vérifier la composition, nous avons traité ce *spicol* par un courant de gaz chlorhydrique parfaitement desséché et en refroidissant avec grand soin. Nous avons formé ainsi un composé solide, déjà obtenu avec le principe oxygéné de l'essence de semen-contra par Wœlckel, corps se liquéfiant immédiatement au contact de l'air humide et de l'eau, et qui répond exactement à la composition $2(C^{20}H^{18}O^{2})HCl$; nous avons trouvé 10,8 de chlore.

» Ce composé, traité par l'eau ou les alcalis, régénère le spicol primitif. Nous avons constaté qu'il perdait son acide chlorhydrique dans le vide et sous l'influence d'une faible élévation de température. On retrouve ainsi le spicol non altéré, l'acide étant parti; mais, par contre, ce composé se détruit de lui-même en vase scellé, en formant de l'eau et un liquide renfermant du spicol et du dichlorhydrate $C^{20}H^{16}, 2HCl$. Si l'on ne fait pas refroidir pendant la saturation par le gaz chlorhydrique, cette réaction se produit et l'on n'obtient que du dichlorhydrate.

» Pour confirmer l'identité, nous avons traité le spicol en dissolution dans l'éther de pétrole par le brome, en refroidissant. Nous avons obtenu un composé bromé, rouge cinabre, très caractéristique, insoluble dans l'éther de pétrole, que M. Wallach a produit avec le *cynéol* de l'essence de semen-contra et auquel il attribue la formule $C^{20}H^{18}O^{2}Br^{2}$. Nous avons trouvé : Br = 55 pour 100; mais nous regardons ce produit rouge comme un mé-

lange d'un véritable composé moléculaire rouge et d'un dérivé plus bromé. Nos expériences l'établiront ultérieurement.

» L'ensemble de ces réactions nous permet d'affirmer l'identité du spicol et de ses divers principes oxygénés. Nous nous proposons de le désigner sous le nom de *terpane*, d'autant plus que nous sommes parvenus à en réaliser la synthèse régulière.

» Nous nous occuperons prochainement de l'étude des portions supérieures de l'essence d'aspic, étude que nous terminons. »

ZOOLOGIE. — *Sur de nouveaux Vers remarquables*. Note de M. **Kunstler**, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« Les Vers qui sont l'objet de cette Communication se trouvent dans le *Solen vagina :* ce sont un Cestode, une Planaire dans l'intestin, et un *Echinobothrium* dans les tissus du corps, principalement dans le pied. Le pied du Cardium présente souvent aussi une sorte de Rédie.

» Le Cestode, si fréquent dans le Solen, est un petit Ver microscopique, piriforme, dépourvu de toute espèce d'indication de segments dans son corps. Son extrémité antérieure montre une énorme ventouse imperforée. Dans la région moyenne du corps se trouvent quatre autres ventouses, plus petites, allongées, souvent colorées en un rouge assez vif par d'abondantes granulations pigmentaires. L'extrémité antérieure du corps est arrondie, tandis que l'extrémité postérieure se termine en une pointe mousse. Là se voit le pore évacuateur de l'appareil d'excrétion. Il en part un conduit unique, non renflé en vésicule, qui se bifurque bientôt. Les deux branches ainsi constituées s'avancent jusqu'à la base de la ventouse antérieure, où elles se recourbent vers l'arrière pour aller s'enfoncer et se perdre dans le parenchyme général et s'y terminer par de très petits bouts renflés, qui sont, selon toute probabilité, des entonnoirs vibratiles. Le parenchyme du corps montre, éparpillés en plus ou moins grand nombre, des granulations, d'aspect minéral et des grains calcaires. On n'y voit pas trace d'organes digestifs, et je n'ai pas encore pu trouver d'organes génitaux, ce qui rend probable que ce sont des états jeunes, destinés à mûrir chez quelque gros Poisson ou chez des Cétacés. Le *Sepiola atlantica* et le *Pleurobrachia pileus* renferment des Cestodes, que M. Giard m'a signalés et qui ne sont pas sans quelques analogies avec cet être, mais qui s'en distinguent, à première vue, par l'absence de l'énorme ventouse

antérieure. C'est là une forme extrêmement curieuse, qui, quoique fort distincte des Amphilines par toute sa structure, n'en viendra pas moins s'ajouter à ceux-ci pour augmenter le nombre des Cestodes simples et éclairer sur le processus de la genèse des Métamères de ceux-ci.

» La Planaire du Solen, que j'ai déjà signalée en 1882, est aussi un petit être, souvent microscopique, mais pouvant atteindre 2^{mm} de longueur. Il est pourvu d'un revêtement ciliaire général, qui, à l'extrémité antérieure, prend des caractères spéciaux et est constitué de cils plus petits. Deux gros yeux noirs, pourvus d'un fort grand cristallin, situés à peu près au niveau de la bouche, reçoivent de gros nerfs émanant de ganglions cérébroïdes qui envoient, en arrière, deux troncs divergents; ces ganglions se trouvent un peu en arrière de la bouche. Celle-ci, située près de l'extrémité antérieure du corps, est entourée d'une rosette et suivie d'un tube digestif peu distinct, allongé, simple. Une couche périphérique cellulaire porte les cils vibratiles; à l'intérieur de cette couche se trouve une couche parenchymateuse, dense, blanc jaunâtre; enfin toute la masse du corps est remplie d'un parenchyme vésiculeux incolore. Dans ce tissu se voient des œufs à tous les états de développement, depuis la plus grande simplicité jusqu'à l'achèvement complet des jeunes êtres, qui ne sont expulsés que parfaitement développés. C'est donc là un être vivipare. Des vésicules remplies de spermatozoïdes se voient dans le même parenchyme. De chaque côté du corps, entre le parenchyme interne et le tissu blanc jaunâtre, il y a des traînées allongées paraissant être des glandes accessoires de l'appareil reproducteur. »

ZOOLOGIE. — *Le régime de la Sardine sur la côte océanique de France en 1887*. Note de M. **Georges Pouchet**. (Extrait.)

» .... Ce qui caractérise l'année 1887, c'est l'extrême abondance de la Sardine, reparue en bancs serrés, au moment même où l'on assignait les causes les plus diverses à une prétendue diminution de l'espèce dans les eaux françaises. Dès le début de la saison, nous avions, au contraire, indiqué (*Revue scientifique* du 11 juin) les raisons qui permettaient d'espérer pour 1887 une année de pêche normale. De même, on peut aujourd'hui, avec une probabilité moindre, il est vrai, prévoir deux années d'abondance, en 1888 et 1889.

» Nous avions également déclaré (voir Procès-verbal de la Commission

d'enquête de Brest) que la Sardine de l'Océan ne fraye point sur nos côtes. La présence de grosses Sardines jusqu'au 20 août, et de Sardines de toute taille à la fin de la saison, allaient nous offrir des conditions particulièrement favorables pour l'étude de l'évolution des organes génitaux.

» Il faut remarquer d'abord que le développement des ovules chez la Sardine n'est pas synchrone. Les grosses Sardines du commencement de la saison présentent un certain nombre d'ovules ayant atteint 500^{μ} de diamètre, mais au milieu d'un nombre bien plus grand d'ovules au début de leur évolution, mesurant de 20 à 100^{μ}. Cette grosse Sardine est donc loin de l'époque de la ponte, comme suffit à l'indiquer d'ailleurs le peu de développement de ses flancs. La Sardine de rogue qui lui succède a pondu avant sa venue, ou plus vraisemblablement n'a jamais pondu; les organes génitaux sont à peine développés; les plus gros ovules dépassent à peine 100^{μ}. C'est seulement en octobre et sur des Sardines pesant de 50 à 75^{gr} qu'on voit quelques ovules grossir au milieu des autres, atteindre 400^{μ} environ, et leur corps cellulaire, jusque-là finement granuleux, se charger de granulations plus grosses et opaques.

» Il semble donc que, chez la Sardine qui visite nos côtes, les organes génitaux restent à peu près inertes jusqu'en octobre, et qu'à cette époque seulement ils commencent à offrir les premiers signes d'un acheminement vers la maturité des ovules. L'ovaire continuerait son évolution jusqu'au milieu de l'année suivante, c'est-à-dire jusqu'à l'époque où la Sardine adulte disparaît, gagnant sans doute ses frayères lointaines ou profondes, en tous cas inconnues.

» On peut seulement affirmer, contre une opinion récemment produite, que la Sardine fraye loin de nos côtes. Lors du dernier voyage de *l'Hirondelle,* où j'avais le plaisir d'être l'hôte du prince Albert de Monaco, des Sardines pêchées à Fayal (Açores) nous furent remises par M. le consul Dabney, toujours dévoué aux intérêts de la Science. Ces Sardines, absolument semblables aux nôtres, ce qui semble indiquer qu'il n'existe point de races, comme on l'a cru, mesurent 175^{mm} de long, Elles sont par conséquent adultes. Elles ont les testicules réduits à l'état d'un ruban large de 2^{mm}. L'ovaire, long de $0^{m},05$, n'a pas $0^{m},01$ dans sa portion la plus large, et 1^{mm} d'épaisseur. Les ovules mesurent de 20^{μ} à 100^{μ}. Ces Sardines, prises le 4 juillet, sur le plateau des Açores, avaient donc pondu depuis peu, sans doute dans ces parages. L'examen de ces Sardines (nous conservons les préparations) vient donc confirmer les déductions qu'on pouvait

déjà tirer de l'état des ovaires des Sardines pêchées dans les eaux françaises.

» La Sardine ne vient pas dans nos eaux pour frayer. On peut ajouter que, quand elle y vient, elle doit être âgée au moins d'un an. Elle n'y vient pas, comme nous l'avons antérieurement établi ([1]), attirée par la présence d'une proie déterminée; les changements de température de la surface ne paraissent pas davantage influencer ses déplacements. Force est donc de reconnaître que les causes de son retour périodique, de sa fréquence ou de sa rareté nous échappent actuellement et ne peuvent être, dans l'état de nos connaissances, rapportées à aucun facteur plus immédiat que le retour des saisons et la révolution solaire. »

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la station quaternaire de la Quina (Charente).* Note de M. **Émile Rivière**.

« Le gisement quaternaire de la Quina est situé sur le territoire de la commune de Gardes, canton de la Valette (Charente), dans le talus de la route nouvellement tracée qui conduit de cette localité au Pontaroux, à peu de distance des rives du Voultron, un affluent de la Nizonne, qui sépare cette route du moulin de la Quina.

» La hauteur du talus formé par les dépôts quaternaires (restes d'animaux contemporains de l'homme fossile et produits de son industrie) varie entre 2^m et 3^m, selon les points où je l'ai fait explorer pour la première fois, en 1886, sur les indications de M. Jules de Laurière qui m'en avait annoncé la découverte ([2]), et où je l'ai exploré moi-même, au mois de septembre de l'année dernière.

» Je l'ai étudié sur une étendue d'une cinquantaine de mètres environ, recueillant avec soin toutes les pièces que j'ai pu dégager moi-même par des fouilles minutieuses, faites à différents niveaux, depuis la partie supérieure du talus jusqu'à la base.

» J'ai pu constater ainsi, d'après le nombre relativement considérable des pièces que j'ai trouvées, une faune et une industrie primitive absolument identiques dans toute la hauteur du gisement.

([1]) Voir *Comptes rendus*, 7 mars 1887, Note en collaboration avec M. de Guerne.

([2]) La véritable découverte de ce gisement appartient à MM. G. Chauvet (de Ruffec) et Vergnaud (de la Valette), qui l'ont exploré pour la première fois en 1872, et y ont fait à plusieurs reprises d'intéressantes trouvailles.

» Voici d'ailleurs, en quelques mots, les résultats complets des fouilles de 1886 et de 1887.

» Faune. — Les animaux qui constituent la faune de la Quina appartiennent aux espèces animales suivantes :

» A. Carnassiers. — Un Ours, peut-être l'*Ursus spelæus;* le Blaireau, *Meles taxus;* le Chacal, *Canis aureus;* le Renard, *Canis vulpes;* le Chat sauvage, *Felis catus.*

» B. Pachydermes. — Un Équidé, *Equus caballus,* représenté par un assez grand nombre de dents et quelques ossements.

» C. Ruminants. — Le Renne, *Cervus tarandus* (1); le Cerf élaphe, *Cervus elaphus;* le Chevreuil, *Cervus capreolus;* une Chèvre, peut-être la *Capra primigenia;* un Bœuf, le *Bos primigenius.*

» Cette faune est surtout, et par la quantité des débris qui la constituent, une faune de ruminants; ce qui s'explique par le fait de l'habitation de l'Homme, dont ces animaux formaient la base de l'alimentation. Peut-être le Cheval lui-même faisait-il partie aussi de sa nourriture. En tous cas, les carnassiers devaient être peu nombreux dans la contrée, vu le petit nombre des débris que j'ai rencontrés.

» Quant aux Mollusques, je n'en ai pas trouvé un seul : ni coquilles marines, ni coquilles fluviatiles, ni coquilles terrestres.

» Ce sur quoi je crois devoir insister, touchant la faune de la Quina, c'est la quantité d'ossements de Renne, dont la présence caractérise et permet de dater ce gisement, et dont l'abondance indique que cet animal devait vivre par troupeaux dans la région. Un fait bizarre, par contre, c'est l'absence de bois de Renne, ou mieux leur rareté extrême, de même d'ailleurs que pour les bois de Cerf ou de Chevreuil.

» Industrie. — L'exploration superficielle, que M. J. de Laurière avait bien voulu faire faire pour moi en 1886, m'avait donné quelques beaux silex taillés, caractéristiques de l'époque moustérienne; c'est également à cette même époque que M. Chauvet a rattaché le gisement de la Quina. Mes nouvelles fouilles du mois de septembre dernier confirment absolument cette conclusion.

» Je n'y ai découvert aucun instrument en os ni en bois de Renne ou de Cerf, aucun os taillé ou ébauché pour être travaillé; seule l'extrémité d'un petit andouiller a peut-être été amincie et usée par frottements pour servir de poinçon.

---

(1) Les restes du Renne sont considérables; ils sont représentés surtout par de nombreuses dents.

» Par contre, les silex taillés sont des plus nombreux, soit comme éclats de rebut, indiquant un travail fait sur place, soit comme instruments ou outils. Ces derniers sont principalement des racloirs (c'est même l'outil le plus répandu à la Quina), racloirs retaillés le plus souvent sur un seul bord, quelquefois sur les deux bords latéraux. Ce sont aussi de très belles pointes appartenant au type moustérien, très bien retaillées sur les côtés et parfois même à la base. Ce sont enfin quelques lames assez courtes, minces et sans aucune retouche. Quant aux grattoirs, s'ils ne font pas complètement défaut, ils sont des plus rares : c'est à peine si j'en ai trouvé *trois*, sur les centaines de silex taillés que j'ai examinés.

» Quoi qu'il en soit, éclats, racloirs, grattoirs, lames et pointes présentent une belle patine blanche, ou d'un gris plus ou moins foncé, quelquefois bleuté ; parfois encore, ils sont veinés de jaune clair.

» Quant à l'Homme lui-même, je n'en ai trouvé aucun débris : ni dents ni ossements.

» Tels sont les résultats des fouilles que j'ai faites dans le gisement de la Quina, gisement qui appartient bien à l'âge du Renne, géologiquement parlant, et, si l'on n'envisage que le point de vue archéologique, à l'époque moustérienne. »

MINÉRALOGIE. — *Sur une association de fluorine et de babel-quartz de Villevieille, près de Pontgibaud (Puy-de-Dôme).* Note de M. **Ferdinand Gonnard**, présentée par M. Fouqué.

« Dans sa belle monographie *Sur la cristallisation et la structure intérieure du quartz*, M. Des Cloizeaux a donné (p. 82 et 83) l'explication d'un cas singulier de structure extérieure que présente ce minéral dans les petits cristaux de Beralston (Devonshire), qu'Haüy regardait comme basés perpendiculairement à l'axe principal. Il rapporte, en outre, qu'on rencontre souvent en Angleterre de gros cristaux de fluorine recouverts de petits cristaux de quartz, qui, lorsqu'on les enlève, laissent à leur place dans la fluorine une empreinte rappelant par sa forme celle de l'extrémité à gradins du *babel-quartz*, nom que donnent à ces cristaux les minéralogistes anglais. Il cite enfin la même association et les mêmes accidents dans des géodes trouvées près de Saint-Yrieix (Haute-Vienne).

» La présente Note a pour objet un cas analogue aux précédents, et que j'ai observé sur des échantillons provenant du Puy-de-Dôme. Mais,

je me propose, en outre, en donnant un nouvel exemple de cette structure, dont la fréquence montre qu'il y a là autre chose qu'un accident de cristallisation, d'en tirer des conséquences au point de vue cristallogénique.

» L'association de fluorine et de quartz que j'ai étudiée provient de la mine de plomb argentifère, récemment abandonnée, de Villevieille, près de Pontgibaud. Un habitant de cette ville, M. Brihat, qui en a recueilli des échantillons, a bien voulu me les communiquer.

» La fluorine dont il s'agit se présente en beaux cubes, de couleur jaune, transparents en partie; ils atteignent jusqu'à 7^{cm} de côté. Le quartz, de couleur légèrement jaunâtre, se trouve disséminé à leur surface, sans orientation particulière, en petits cristaux limpides, isolés ou groupés, dont la longueur n'excède guère 2^{mm} à 3^{mm} en général.

» En examinant ces cubes de fluorine, j'ai remarqué sur leurs faces de nombreuses empreintes à gradins, rappelant les trémies de sel marin, mais peu profondes, de $\frac{1}{2}$ millimètre au plus. Le quartz de Beralston, d'après M. Des Cloizeaux, repose sur la face *p, qui offre toujours*, dit-il, *jusque dans ses plus petites dimensions, la figure d'un hexagone ou d'un heptagone à côtés inégaux et assez irréguliers,* et a dû, par suite, laisser des empreintes correspondantes sur des cristaux de fluorine aujourd'hui disparus. Les empreintes que garde la fluorine de Villevieille sont, au contraire, très variées. Les unes sont carrées avec tout ou partie des angles abattus, ce qui indique que les cristaux de quartz ont parfois reposé par les faces du prisme e^2. J'ai remarqué que, parfois aussi, les contours de ces carrés (ou rectangles) étaient placés parallèlement à ceux des faces des cubes de la fluorine ou à ceux des intersections des faces octaédriques avec les premières; et cela m'avait fait penser à des figures de corrosion, ces empreintes semblant être en relation avec la symétrie cristalline du spath fluor. Il y en a d'autres à contours hexagonaux assez réguliers, ce qui indique que les cristaux de quartz ont pu tout aussi bien reposer par des faces plus ou moins parallèles à a^1. D'autres enfin sont octogonaux ou même à contours polygonaux plus complexes.

» Ayant fait sauter quelques-uns de ces petits cristaux de quartz, je constatai la forme en gradins, signalée par M. Des Cloizeaux, que présentaient leurs contacts avec la fluorine. Il n'est même pas besoin de cette opération; et la transparence de ces cristaux de quartz permet aisément d'apercevoir, à travers leur masse, les gradins qui ressortent sur le fond plus coloré de la fluorine. Il y a donc identité entre les phénomènes, et le

quartz recouvrant la fluorine de Villevieille est un babel-quartz à l'égal de ceux de Saint-Yrieix et de Beralston.

» M. Des Cloizeaux explique la formation en gradins de ce dernier par la gêne qu'ont dû faire subir aux masses de cristaux de quartz de grands cristaux de fluorine, et admet que ces derniers étaient déjà formés quand le quartz a cristallisé. Je ne crois pas qu'au moins pour le cas actuel on puisse accepter cette explication. Si l'on remarque, en effet, que les cristaux de quartz de Villevieille, très petits relativement aux cubes de fluorine formant des druses à surfaces libres, sont isolés sur ceux-ci, on ne voit pas pourquoi ces petits cristaux, que rien ne recouvre ni ne comprime, venant à se déposer ultérieurement sur des surfaces nettes, ne se seraient pas développés à l'aise, ainsi que le font des cristaux d'une matière saline quelconque sur le fond uni d'un cristallisoir. Il me paraît que la gêne a été réciproque entre les cristaux des deux substances minérales en question, et que leur cristallisation a été simultanée. Ce qui vient à l'appui de cette manière de voir, c'est que la disposition en gradins des deux minéraux de Villevieille semble indifféremment en rapport avec la symétrie de l'un et de l'autre, et est indépendante de l'espèce des faces par lesquelles ont reposé sur la fluorine les cristaux de quartz.

» J'ai observé les mêmes dispositions sur une autre association de fluorine et de quartz, provenant de la Vernède, sur le Sioulet, commune de Saint-Jacques d'Ambur, près de Pontgibaud. Ces deux espèces minérales y sont encore associées à une barytine laminaire blanche.

» Pour avoir été constatés seulement sur des associations de fluorine et de quartz, ces phénomènes de structure ne leur sont pas exclusivement spéciaux. Je les ai, pour ma part, observés sur des associations de fluorine et de chalcopyrite de Weardale (Durham); les cristaux de chalcopyrite laissent sur les cubes de spath fluor des empreintes à gradins à forme générale triangulaire. J'ai remarqué de même des empreintes à gradins, de forme hexagonale assez régulière, sur des cristaux de topaze de l'Oural. Les phénomènes de ce genre doivent donc présenter une certaine généralité.

» Il en résulte cette conséquence, au premier abord paradoxale, que si, pour prendre le cas le plus simple, on considère deux espèces minérales associées, dont les cristaux de l'une soient superposés à ceux de l'autre, il n'est pas toujours vrai que ce soit une indication de genèse ultérieure pour ceux-ci, et que les phénomènes cristallogéniques peuvent très bien avoir été concomitants. Les faits précédents me semblent motiver cette conclusion tout aussi justement que la pénétration mutuelle de deux espèces minérales, ainsi qu'il arrive, par exemple, pour l'émeraude et la cassitérite. »

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la méthode photochronoscopique.* Note de M. **Gustave Hermite**. (Extrait.)

« .... Je place l'objet à examiner dans l'obscurité et je l'éclaire à l'aide de l'étincelle électrique. J'obtiens des images instantanées, perceptibles à la vue avec une netteté qu'il serait, je crois, impossible d'obtenir par des moyens mécaniques. Une balle de fusil, par exemple, animée d'une vitesse de 400^m par seconde, ne se déplacera, pendant la durée d'un éclair électrique, que de quelques dixièmes de seconde : c'est-à-dire qu'elle sera vue absolument immobile dans l'espace.

» Pour pouvoir mesurer la vitesse des mouvements des objets examinés par ce procédé, il fallait résoudre deux problèmes : 1° faire éclater les étincelles à intervalles parfaitement réguliers; 2° mesurer exactement l'intervalle de temps entre l'explosion de chaque étincelle.

» La bobine de Ruhmkorff, munie de l'interrupteur à marteau, résout le premier problème : les étincelles se produisant aussi régulièrement que les vibrations d'un diapason.

» J'ai résolu le second problème, en me servant simplement d'un diapason dont le nombre de vibrations est exactement connu. Ce diapason est constitué par une lame d'acier mince, de longueur déterminée et fixée dans un manche métallique. Pour le mettre en vibration, il suffit de ployer légèrement la lame d'acier avec le doigt et de l'abandonner ensuite à elle-même : elle exécutera un nombre de vibrations toujours égal, quelle que soit l'amplitude des vibrations.

» Éclairons ce diapason à l'aide de la lumière produite par les étincelles d'une bobine de Ruhmkorff en activité. Si le nombre des vibrations de la verge d'acier est exactement égal à celui des étincelles, on voit la lame immobile, mais ployée, et elle se redresse très lentement; lorsqu'elle est complètement droite, la lame ne vibre plus. On arrive très facilement à obtenir l'*immobilité optique* du diapason, en faisant tourner, dans un sens ou dans l'autre, la vis micrométrique de la bobine d'induction.

» Si le nombre des étincelles est exactement double de celui des vibrations de la lame d'acier, celle-ci sera vue sous forme d'un V dont les branches iront en se refermant lentement. Pour peu que l'accord soit imparfait, on verra les branches du V se refermer, puis s'ouvrir, et cela plusieurs fois de suite, suivant la grandeur du désaccord.

» Ce moyen de *régler* une bobine de Ruhmkorff à un nombre de vibrations déterminé est très pratique et très exact. Il me paraît préférable à la méthode du son, qui exige des connaissances musicales et une oreille exercée....

» L'emploi de la méthode photochronoscopique est indiqué, lorsqu'on veut mesurer des mouvements rapides simples (vibration, rotation, etc.), enfin toutes les fois que l'on ne désire pas obtenir une image durable des objets en mouvement. »

M. **Domingos Freire**, en réponse à la Communication récente de M. *P. Gibier,* maintient ses assertions sur l'existence du microbe de la fièvre jaune, et invoque le témoignage de divers observateurs qui ont vu et isolé comme lui ce microbe.

M. **Déclat**, à l'occasion d'une Communication récente, rappelle ses recherches sur les applications médicales et chirurgicales de l'acide phénique.

La séance est levée à 3 heures trois quarts. J. B.

ERRATA.

(Séance du 13 février 1888.)

Note du P. *Aug. Poulain* Sur les équations algébriques, etc. de Campbell :

Page 471, ligne 3 en remontant, *au lieu de*

$$f(x) = a_0x^4 + 4a_1x^3 + 6a_2x^2 + a_3x + a_4,$$

lisez

$$f(x) = a_0x^4 + 4a_1x^3 + 6a_2x^2 + 4a_3x + a_4.$$



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 FÉVRIER 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la rigueur d'une démonstration de Gauss.* Note de M. **J. Bertrand**.

« La loi de probabilité des erreurs d'observation a été cherchée par Daniel Bernoulli, par Euler et par Laplace; Lagrange a proposé plusieurs formules : tous ces résultats sont oubliés, aucun n'approche de la vérité.

» Gauss, plus heureux, a énoncé et démontré, en 1809, la formule acceptée aujourd'hui par tous les observateurs et justifiée par l'accord constant des faits avec les conséquences qu'on en déduit.

» Laplace, sans mentionner dans son Livre les tentatives antérieures, y a donné la loi de Gauss, en en rapportant l'ingénieuse démonstration.

» Gauss, cependant, par une singularité dont je crois avoir trouvé l'explication, a toujours refusé à cette loi le caractère d'exactitude que tous

lui attribuent; il a composé deux beaux Mémoires, pour s'affranchir, dans la démonstration des résultats, de la loi qui porte son nom. Son attention à la repousser est telle, que dans l'application des théories générales, quand il prend des exemples pour les lois de probabilités d'erreur, il les choisit au hasard, en prenant pour l'une d'elles celle dont il est l'inventeur, qu'il ne place ni au premier, ni au dernier rang; il est impossible de se séparer plus nettement de ceux qui la proposent comme rigoureusement démontrée.

» La démonstration de Gauss repose sur un postulatum : La moyenne entre les résultats d'un nombre quelconque de mesures est la valeur la plus probable qu'on puisse déduire de ces mesures.

» Cette condition, nettement proposée au début de la démonstration, a été acceptée sans difficulté; il n'est pas vraisemblable que Gauss ait vu, dans l'impossibilité de la démontrer, un motif suffisant pour abandonner la découverte. Mais une autre objection qui n'a jamais été proposée peut s'élever contre la démonstration de Gauss.

» En désignant par Δ l'erreur commise dans une mesure, Gauss désigne, immédiatement et sans explication, la probabilité de cette erreur par $\varphi(\Delta)$ et la traite comme une fonction de Δ. Cela n'est pas permis. La probabilité d'une erreur dépend de la grandeur de l'erreur, mais aussi de la quantité mesurée.

» Si l'on mesure un angle et qu'il contienne un nombre exact de secondes, les chances d'erreur seront moindres que si l'on doit, après avoir lu sur le limbe le nombre des secondes, ajouter au jugé le nombre des centièmes. Si le complément à évaluer est précisément $\frac{1}{2}$, les chances d'erreurs seront plus petites que si le complément est $0'',67$.

» Si, pour avoir égard à cette remarque, on représente la probabilité de l'erreur Δ par $\varphi(X, \Delta)$, X étant la grandeur à mesurer, la démonstration n'est plus possible.

» Je démontrerai, *a posteriori*, par un exemple remarquable, que la conclusion n'est pas rigoureuse.

» Une urne de composition inconnue contient des boules noires et des boules blanches. On y fait μ tirages, il survient m_1 boules blanches.

» $\frac{m_1}{\mu}$ peut être considéré comme une mesure prise de la probabilité donnée par la composition de l'urne à la sortie d'une boule blanche. Si l'on renouvelle l'épreuve n fois, on obtiendra les *mesures* successives

$$\frac{m_1}{\mu},\quad \frac{m_2}{\mu},\quad \frac{m_3}{\mu},\quad \ldots,\quad \frac{m_n}{\mu},$$

et la valeur la plus probable, rapport du nombre des boules blanches au nombre total des boules, est

$$\frac{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}{n\mu}:$$

c'est la moyenne arithmétique des mesures successives.

» La condition, demandée par Gauss et par Laplace, sous laquelle la démonstration est proposée comme parfaitement rigoureuse, est donc ici rigoureusement remplie.

» La probabilité d'un écart z, entre le rapport $\frac{m_1}{\mu}$ et la probabilité donnée par l'urne à la sortie d'une boule blanche, doit donc être de la forme

$$\frac{k}{\sqrt{\pi}} e^{-k^2 z^2}.$$

» Si l'on fait le calcul directement, on trouvera, en effet,

$$\text{(A)} \qquad \frac{\mu\sqrt{\mu}}{\sqrt{m(\mu - m)\pi}} e^{-\frac{\mu^3 z^2}{m(\mu - m)}}.$$

» La loi de Gauss semble confirmée; elle est, au contraire, mise en défaut.

» La démonstration, en effet, est rigoureuse; le résultat devrait l'être aussi : or la formule (A) n'est qu'approchée.

» Je ne crois pas me montrer téméraire, en supposant que cette grave objection, aperçue par Gauss qui n'en a rien dit, est la cause de ses efforts plusieurs fois renouvelés pour substituer une théorie nouvelle à celle qu'il avait d'abord établie. »

CHIMIE MINÉRALOGIQUE. — *Production artificielle des cristaux de rubis rhomboédriques;* par MM. E. **Fremy** et A. **Verneuil**.

« Nous venons placer sous les yeux de l'Académie les cristaux rhomboédriques de rubis obtenus aujourd'hui d'une façon régulière par la méthode que nous avons décrite dans la séance du 14 mars 1887.

» Cette méthode consiste, comme nous l'avons dit dans notre premier Mémoire, à faire réagir au rouge des fluorures et particulièrement le fluorure de baryum sur de l'alumine contenant des traces de bichromate de

potasse. La régularité de cristallisation que nous constatons actuellement, après des essais bien nombreux, est due surtout à la conduite du feu qui détermine la réaction chimique et qui la fait varier suivant la température.

» Les cristaux de rubis que nous produisons aujourd'hui sont bien différents de ceux que nous avons obtenus dans nos recherches précédentes.

» Les premiers, surtout ceux que nous avons montrés en 1877, étaient souvent lamelleux et friables; ils avaient peu d'épaisseur et prenaient naissance dans une gangue vitreuse qui retenait les cristaux et rendait leur purification presque impossible. Aussi ces rubis ne présentaient pas à l'analyse une composition constante.

» Aujourd'hui ce n'est plus dans une masse vitreuse que se forment nos cristaux : c'est dans une gangue poreuse et friable qu'ils s'engendrent; nous les trouvons à l'état de pureté dans des géodes qui sont remplies de rubis. Il est curieux, comme le prouvent les échantillons que nous montrons à l'Académie, de voir des rubis sortir, avec leur belle couleur rose et leur cristallisation parfaite, d'une gangue blanche qui les a formés.

» M. Des Cloizeaux, qui a bien voulu examiner dans notre laboratoire la production de nos rubis, nous disait, avec une bienveillance parfaite, que les produits qui sortent de nos creusets lui rappelaient complètement la formation naturelle des minéraux.

» La séparation de nos rubis cristallisés d'avec leur gangue poreuse et friable ne présente aucune difficulté : il suffit, comme nous allons le faire devant l'Académie, de jeter le produit de la calcination dans un flacon rempli d'eau et d'agiter vivement; la gangue, qui est légère, reste en suspension dans l'eau, tandis que les rubis, en raison de leur poids, tombent immédiatement au fond du vase. Nous opérons ainsi la séparation des rubis par un simple lavage, qui n'est pas sans analogie avec celui qui est employé pour les diamants. Cette séparation par l'eau est souvent suffisante pour obtenir des rubis d'une pureté absolue et rend inutile leur purification par les acides.

» Les rubis, étant une fois produits dans les conditions que nous avons indiquées, sont toujours rhomboédriques et complètement comparables aux rubis naturels. En les soumettant à l'analyse, nous avons constaté d'abord qu'ils ne retenaient pas de traces de baryte et qu'ils étaient formés par de l'alumine pure colorée par des traces de chrome. Leur forme cristalline est régulière; leur éclat est réellement adamantin; ils présentent la belle couleur du rubis; leur transparence est absolue, ils ont la dureté du rubis

naturel et rayent facilement la topaze : semblables aux rubis naturels ils deviennent noirs quand on les chauffe et reprennent leur couleur rose par le refroidissement.

» Pour donner à nos recherches un contrôle décisif et bien précieux pour nous, nous avons prié M. Des Cloizeaux de soumettre nos cristaux de rubis à un examen cristallographique complet. Nous sommes heureux de reproduire, à la suite de notre Mémoire, le travail si intéressant de notre éminent minéralogiste qui vient confirmer nos recherches et qui montre tout l'intérêt scientifique que présentent nos rubis, au point de vue de la cristallographie.

» Après avoir produit synthétiquement des cristaux de rubis rhomboédriques qui ont toutes les propriétés physiques et la composition chimique des plus beaux rubis naturels, en les formant dans un milieu rempli de géodes qui peut être comparé à celui qui engendre les minéraux, nous croyons avoir réalisé les conditions les plus rigoureuses que l'on est en droit de demander à la synthèse minéralogique. La question scientifique qui se rapporte à la reproduction artificielle des rubis nous paraît donc absolument résolue.

» L'Académie nous permettra de lui rappeler que les rubis mis sous ses yeux ont été produits en petit dans notre laboratoire du Muséum, en opérant presque toujours sur 50^{gr} de mélange qui n'était chauffé que pendant quelques heures. Les ressources qu'un laboratoire peut fournir ne nous permettaient pas d'aller plus loin.

» Quels résultats obtiendrons-nous lorsque nous opérerons dans de grands appareils pouvant donner une température constante, facile à régler et prolongée à volonté pendant un temps assez long? Nous pourrons agir alors sur des masses considérables et produire probablement des cristaux plus volumineux que ceux qui sont mis aujourd'hui sous les yeux de l'Académie.

» Ces questions seront traitées dans une prochaine Communication. »

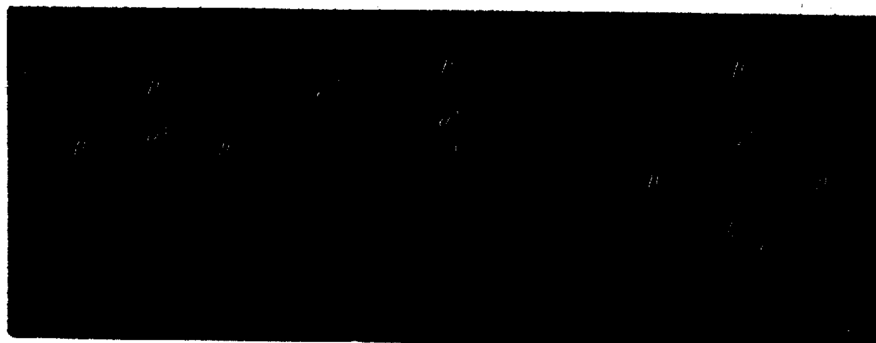
CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur la forme que présentent les cristaux de rubis obtenus par M.* Fremy. Note de M. **Des Cloizeaux**.

« Notre Confrère M. Fremy a bien voulu mettre à ma disposition un certain nombre des remarquables cristaux de rubis, dont l'Académie a eu sous les yeux les principaux échantillons.

» Ces cristaux, si intéressants comme produits d'une savante synthèse, le sont également sous le rapport cristallographique. Chaque opération

paraît en effet donner lieu à des combinaisons de formes prédominantes qui diffèrent d'une préparation à l'autre. Ainsi, dans une opération regardée comme très bien réussie, on trouve surtout des cristaux simples, à faces remarquablement unies et miroitantes, où dominent le rhomboèdre primitif p et une base *triangulaire* a^1 (*fig.* 1); quelques-uns portent sur un

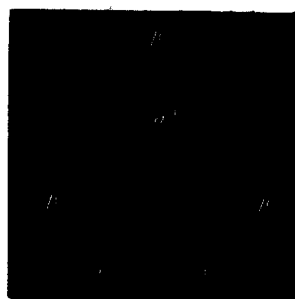
Fig. 1 Fig. 3. Fig. 2.



ou sur deux de leurs angles solides, et rarement sur les trois, de très petites faces appartenant à l'isoscéloèdre b^2 (*fig.* 2), connue dans l'oligiste, mais *nouveau* pour le corindon; d'autres se présentent en lames hexagonales allongées (*fig.* 3), composées des formes a^1, p, $e^{\frac{1}{2}}$ [1].

» Une autre opération a fourni des cristaux plus gros que les précédents, sur lesquels la base a^1, très développée, a toujours la forme d'un hexagone à côtés plus ou moins inégaux (*fig.* 4).

Fig. 4.



» Outre les formes dominantes a^1 et p, on rencontre sur ces cristaux le

---

(1) Ces figures ont été copiées exactement, sans être complétées, sur les cristaux soumis à l'observation

prisme d^1, généralement très étroit, le rhomboèdre inverse e^1 et l'isoscéloèdre e_3, très commun sur les cristaux naturels.

» Les angles que j'ai mesurés sur les cristaux les plus nets, comparés à ceux qui ont été adoptés par Miller pour le corindon naturel, sont les suivants :

Angles mesurés.	Angles calculés.
$a^1p = 122°26'$; 30'	⋆122°.26
$a^1e^{\frac{1}{2}}$ adj. $= 122°20'$; 22'	122.26
a^1e^1 sur $p = 72°32'$	72.22
a^1p sur $e^1 = 57°30'$	57.34
pe^1 adj. $= 129°49'$; 130°5'	129.56
$pd^1 = 136°50'$	136.58
pp sur $d^1 = 94°0'$	93.56
$a^1b^2 = 137°46'$	137.44.30″
pb^2 adj. $= 153°$ environ	152.41
pb^2 sur $b^2 = 113°26'$	113.23
b^2b^2 adj. $= 140°5'$ environ	140.42
pp sur $b^2 = 86°0'$	86.4
$pe_3 = 154°6'$	154.1
e_3e_3 adj. $= 127°45'$ environ	128.2

» Les différences qui existent entre les angles mesurés et les angles calculés proviennent surtout de ce que, malgré la perfection *apparente* des cristaux, quelques-unes de leurs faces, telles que la base et surtout celles qui sont très étroites ou très peu développées, ne fournissent pas des réflexions absolument nettes.

» Au microscope, quelques cristaux montrent des bulles généralement sphériques, mais quelquefois ovoïdes. En lumière polarisée convergente, les anneaux colorés et la croix noire *négative* sont d'une régularité remarquable. En lumière parallèle, on aperçoit quelquefois, à travers la base, des séries de bandelettes étroites formant des hexagones concentriques, dont la couleur est un peu plus foncée que celle de la masse. »

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur quelques conditions générales de la fixation de l'azote par la terre végétale;* par M. **Berthelot.**

« J'ai établi, par de longues séries d'expériences [1], poursuivies depuis l'année 1884, que certaines terres argileuses et certains sables ont la pro-

[1] Le détail de ces expériences a paru dans le numéro de janvier 1888 des *Annales de Chimie et de Physique*.

priété de fixer l'azote atmosphérique et de s'enrichir d'une façon lente et progressive en matières azotées organiques, appartenant à des êtres vivants, ou dérivées de ces êtres. Depuis lors je n'ai cessé de poursuivre l'étude de ce phénomène intéressant, et d'en préciser les conditions et les limites. Je vais résumer les résultats de mes essais à cet égard; puis j'exposerai quelques expériences sur la transformation des azotates dans le sol en combinaisons azotées de nature organique.

» L'ensemble des résultats observés tend à faire regarder la terre, non comme une matière minérale, inerte, stable et invariable dans sa composition, tant que les végétaux proprement dits ne s'y développent pas; mais comme une matière remplie d'êtres vivants et dont la composition chimique et spécialement la richesse en azote varient et oscillent, suivant les conditions qui président à la vitalité propre de ces êtres.

» 2. La fixation de l'azote sur un sol argileux, récemment tiré des profondeurs, a lieu sous la forme de composés organiques complexes, qui paraissent appartenir aux tissus de certains microbes contenus dans le sol. Elle cesse, en effet, d'avoir lieu quand la terre a été portée à 100° pendant quelque temps (Mémoire cité plus haut, p. 63). J'ai reconnu que les conditions qui favorisent cette absorption d'azote sont celles qui permettent la circulation des gaz atmosphériques dans l'épaisseur du sol : porosité de la terre; présence d'une dose d'eau limitée, spécialement comprise entre 2 ou 3 centièmes et 15 centièmes; présence de l'oxygène, en même temps que de l'azote ; température supérieure à 10°, mais inférieure à 40° et 50°. Ajoutons, enfin, que la fixation de l'azote sur une masse de terre déterminée, dans laquelle ne se développe aucune végétation proprement dite, ne se poursuit pas indéfiniment ; l'aptitude à la provoquer, de la part des êtres ou des matières contenues dans la terre, paraissant s'épuiser au delà d'un certain terme.

» Examinons plus en détail ces diverses conditions et circonstances, qui président à la fixation de l'azote.

» 3. *La porosité de la terre,* poussée jusqu'à un degré très marqué, est indispensable pour la fixation de l'azote : j'ai déjà publié diverses expériences sur ce point et je vais en donner de nouvelles. Cela se comprend d'ailleurs : dans un sol compact, les gaz et par conséquent l'azote ne circulent pas et n'arrivent pas au contact des agents fixateurs. Or l'observation prouve qu'une terre argileuse, même riche en matières organiques, si elle contient une dose d'eau notable, et si elle est abandonnée dans un pot sous une certaine épaisseur, et exposée d'ailleurs à la pluie, ou même simplement à la rosée et à l'action de la vapeur d'eau contenue dans l'at-

mosphère, qui en empêche la dessiccation; cette terre, dis-je, se change peu à peu en une masse cohérente, sous l'influence de l'eau qu'elle contient ou reçoit et de diverses autres causes, auxquelles la vie des microbes d'espèces multiples que le sol renferme n'est sans doute pas étrangère. Dans cette masse devenue continue, l'air et l'eau même circulent mal désormais. Les êtres aérobies qu'elle contenait font place aux anaérobies, corrélatifs des fermentations spéciales et réductrices. Il y a plus, si la dose de l'eau passe une certaine limite, un tel sol finit par se recouvrir d'une végétation verdâtre, constituée par des plantes inférieures. L'azote cesse alors de s'y fixer et même il diminue. Par exemple, dans un pot contenant environ $45^{kg},5$ de terre (supposée sèche), la dose de l'eau était au début de 17,2 centièmes (du poids de la terre supposée séchée à 100°) et le poids de l'azote s'élevait en avril 1877 à $76^{gr},02$. Ce pot a été laissé à l'air libre, et exposé à la pluie. A la fin de septembre 1887, la dose d'eau était de 9,9 centièmes du poids de la terre sèche. Or celle-ci ne contenait plus que $73^{gr},03$ d'azote. D'ailleurs l'eau de pluie qui avait traversé cette terre avait entraîné, d'après dosage, $1^{gr},03$ d'azote nitrique : ce qui fait en tout $74^{gr},06$ d'azote final; c'est-à-dire qu'il y a eu une perte de $1^{gr},96$, soit les 2,6 centièmes de l'azote initial; dose minime, et qui surpasse à peine les erreurs d'expériences. Elle atteste surtout un arrêt dans la fixation de l'azote.

» Dans un autre pot semblable, abrité contre la pluie et placé dans un endroit où la lumière directe du soleil n'arrivait pas, la terre renfermait au début (avril 1887) 17,2 centièmes d'eau et à la fin (septembre 1887) 17,9 centièmes. L'azote de la terre avait diminué un peu plus que ci-dessus, ayant baissé de $76^{gr},02$ à $70^{gr},20$. On remarquera la forte dose d'eau qui subsistait dans cet échantillon, dose favorable aux fermentations secondaires.

» 4. La *proportion de l'eau* joue, en effet, un rôle essentiel dans la fixation de l'azote sur le sol. On vient de voir comment et pourquoi une dose d'eau considérable est nuisible à cet égard. D'après mes observations, elle ne doit pas, en général, dépasser 12 à 15 pour 100 (1), dans un sol exempt de végétaux. Cette dose est surtout nuisible, si elle existe d'une manière continue dans le sol, sans des alternatives de sécheresse relative, qui ameublissent de nouveau le sol et permettent la circulation des gaz.

» Par contre, la dose de l'eau peut s'abaisser jusqu'à deux ou trois centièmes dans une terre ou dans un sol argileux, sans que la fixation de l'azote

(1) Perte à 100°.

cesse de s'y manifester : mes analyses antérieures en offrent de nombreux exemples.

» Cette proportion minima mérite d'être notée. En effet, dans une terre desséchée à ce point, la nitrification n'a plus lieu. Il n'y a donc pas coïncidence complète entre les conditions favorables à la nitrification, d'une part, et, d'autre part, à la fixation de l'azote sur la terre : les circonstances qui président à la vitalité des microbes producteurs de ces deux ordres d'effets ne sont pas les mêmes.

» 5. La nécessité de la *présence de l'oxygène* existe, pour les uns comme pour les autres de ces microbes : ils sont également aérobies. C'est ce qui résulte des remarques précédentes sur le rôle de la porosité de la terre, lors de la fixation de l'azote et sur l'absence de cette fixation dans un sol qui tend à se couvrir de végétaux inférieurs : soit que ces végétaux et les microbes anaérobies détruisent directement les microbes fixateurs d'azote, soit qu'ils enlèvent simplement l'oxygène indispensable pour leur développement. J'ai fait quelques expériences nouvelles, qui conduisent à une conclusion analogue. Par exemple, si l'on remplit complètement un flacon avec une terre ameublie et légèrement humide, au bout de quelques mois, l'oxygène de l'air contenu dans l'intérieur de la masse a disparu; mais on ne trouve pas que la dose d'azote combiné ait augmenté dans la terre.

» 6. La *température* la plus convenable pour la fixation de l'azote est celle de l'été de nos climats. En hiver, la dose d'azote reste stationnaire, ainsi que le montrent mes analyses déjà publiées. C'est en été et pendant la période de la végétation active que le phénomène se développe. J'ai cherché s'il est accéléré par une élévation notable de température. A cet effet, j'ai maintenu dans une étuve, pendant plusieurs mois (décembre à mars), à une température venue de 40° à 45°, des échantillons de sable argileux, contenus dans des flacons remplis, les uns en totalité, les autres à moitié.

» Voici les chiffres :

	Sable argileux.		Argile blanche.	
	N° I.	N° II.	N° III.	N° IV.
Eau (en centièmes du sable séché à 100°)	2,1	7,05	5,3	6,35
Azote, dans 1kg sec :				
État initial	gr 0,1179	gr 0,1639	gr 0,0407	gr 0,1078
État final :				
Flacon entièrement rempli.	0,1107	0,1598	0,0370	0,0830
Flacon demi-plein	0,1123	0,1570	0,0360	0,0805

On voit qu'aucun de ces sols n'a gagné d'azote, dans ces conditions; ils tendent même à en perdre, en raison sans doute de la formation de l'ammoniaque par l'action de l'eau sur les amides à cette température élevée.

» Ainsi la fixation de l'azote n'a pas eu lieu dans ces circonstances : soit qu'une température de 45° fasse périr les microbes qui la déterminent; soit que l'eau de la terre, prenant une tension de vapeur considérable et manifestée par son transport et sa condensation aux parois des vases, exerce une influence nuisible.

» 7. *Limitation.* — J'ai observé que la fixation de l'azote par les sols argileux, étudiée en dehors de la végétation proprement dite, n'est pas un phénomène illimité. Elle a lieu sur des sols neufs, c'est-à-dire récemment tirés de la profondeur et exposés à l'air, sans avoir été le siège de végétation antérieure, au moins de date récente. J'en ai fourni de nombreux exemples dans mes expériences précédentes. Mais, au bout de quelques années, dans un sol abandonné à lui-même et où ne se développe aucune végétation, cette action s'épuise, et elle peut même rétrograder : sans doute, parce que les microbes qui la déterminent ont accompli leur cycle vital et épuisé la transformation de la dose limitée de matière organique et nutritive pour eux que le sol renferme. Cette dose ne pourrait s'accroître d'ailleurs que sous l'influence des végétaux supérieurs, qui empruntent le carbone à l'atmosphère; ou bien de leurs résidus, c'est-à-dire des engrais hydrocarbonés ajoutés au sol. Je citerai comme exemple de ces arrêts l'analyse d'une terre analysée en octobre 1885, novembre 1886, avril 1887 et janvier 1888 :

Premier échantillon de terre.

	Azote.	
	gr	
Octobre 1885 (eau : 8,7 centièmes). Pour 1 kilogr. sec....	1,317	accroissement.
Novembre 1886 (eau : 1,5 centième).....................	1,498	
Avril 1887 (échantillon de la même terre, non identique cependant avec le précédent; eau : 16,8 centièmes)	1,683	arrêt.
Cet échantillon, conservé dans un flacon, a fourni en janvier 1888	1,669	

» A la vérité, la dose de l'eau a été excessive dans cet essai et il rentrerait à cet égard dans l'une des conditions précédentes; mais cette objection ne s'applique pas aux deux suivants :

Autre échantillon de terre.

	Azote.
	gr
Terre végétale dans un pot ouvert, mai 1886 (eau : 13,3 centièmes).......	1,092
A l'air libre, sous un abri, novembre 1886 (eau : 5,1)....................	1,266
Puis conservation dans une cave, en pot ouvert, jusqu'en décembre 1887 (eau : 2,4)..	1,127

Autre échantillon de terre.

Terre végétale dans un pot ouvert, mai 1886 (eau : 10,0)................	1,072
A l'air libre, exposé à la pluie : on y a fait développer des Amarantes pyramidaux. La terre, indépendamment des végétaux, renfermait en octobre 1886 (eau : 15,4)..	1,130
Puis conservation dans une cave, en pot ouvert, jusqu'en décembre 1887 (eau: 3,0)..	1,051

» Cette cave était faiblement éclairée; circonstance qui a peut-être joué un certain rôle, bien que j'aie observé précédemment la fixation de l'azote, même dans l'obscurité (*Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XIII, p. 55 à 62). Observons que dans les essais actuels l'atmosphère contenait, comme toujours, des traces d'ammoniaque; leur présence n'a cependant pas coïncidé avec une fixation d'azote.

» Cette limitation, observée dans la fixation de l'azote par un échantillon donné de terre, a-t-elle lieu également lorsque la terre est le siège d'une végétation plus ou moins active? Mes expériences ne sont encore ni assez nombreuses, ni assez variées pour me permettre de répondre, dès à présent, à cette question. Je dirai seulement que la réponse semble devoir varier suivant la nature des espèces végétales. Mais il me paraît intéressant de signaler quelques observations relatives à l'enrichissement de la terre en matières organiques azotées sous l'influence des nitrates. Je les exposerai prochainement. »

ANATOMIE GÉNÉRALE. — *Des tissus veineux des ganglions sympathiques;* par M. L. **Ranvier**.

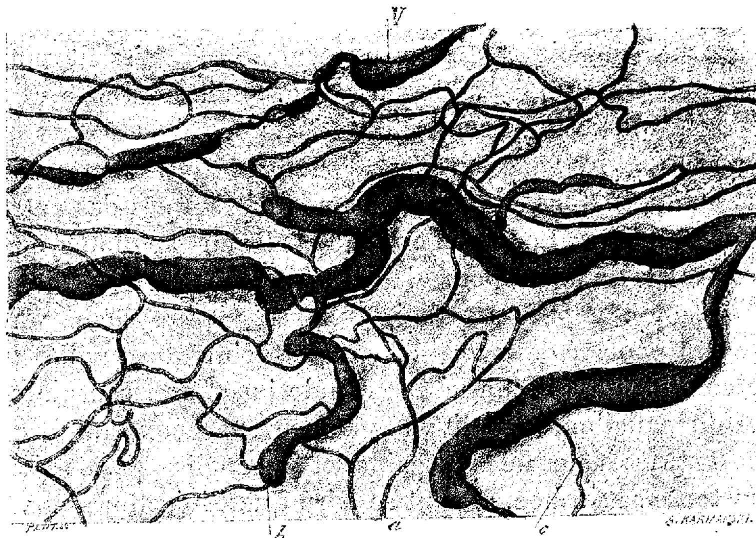
« Les vaisseaux sanguins des ganglions sympathiques des Mammifères présentent une disposition intéressante, d'une observation facile, et qui cependant n'a pas, que je sache, été encore décrite. Pour la reconnaître, il suffit, chez un lapin dont on a injecté tout le système vasculaire (voir mon *Traité technique d'Histologie*, p. 123), de recueillir une portion du

cordon sympathique thoracique ou abdominal, en choisissant les régions où les ganglions sont très petits; de la traiter par l'alcool ordinaire, l'alcool absolu; de l'éclaircir au moyen de l'essence de girofle et de la monter dans le baume du Canada.

» Tandis que les vaisseaux sanguins du cordon sympathique ne diffèrent pas de ceux des nerfs en général (voir mon *Traité technique d'Histologie*, p. 766), ceux des ganglions se font remarquer par leur développement.

» Les artères des ganglions, comme celles des cordons sympathiques sont petites. Elles se divisent, se subdivisent et viennent se perdre dans un réseau capillaire dont les mailles assez larges contiennent plusieurs cellules ganglionnaires.

» Les veines, dont le calibre est relativement considérable, sont tortueuses, variqueuses, plexiformes, et se terminent par des culs-de-sac dans lesquels se jettent quelques-unes des branches efférentes du réseau capillaire. Les autres de ces branches se rendent à d'autres points du plexus veineux.



Un des ganglions thoraciques du lapin dont les vaisseaux sanguins ont été injectés de bleu de Prusse soluble additionné de gélatine.

V, veines du ganglion terminées en cul-de-sac

a, artériole du ganglion;

c, vaisseau capillaire;

b, un capillaire s'ouvrant dans un cul-de-sac terminal des veines.

» Le dessin reproduit ici a été fait à la chambre claire, d'après une de mes préparations.

» Le développement si considérable de l'appareil veineux des ganglions sympathiques rappelle la disposition bien connue des sinus de la dure-mère. Ces sinus paraissent destinés à favoriser le départ du sang qui a traversé le cerveau. Dans cet organe à fonctions actives et délicates, il importe, non seulement qu'il arrive du sang frais en abondance, mais encore que le sang, altéré par les échanges organiques, soit rapidement enlevé.

» Les veines béantes des ganglions sympathiques paraissent être les analogues des sinus de la dure-mère et doivent avoir les mêmes fonctions. C'est pour cela que je les désignerai sous le nom de *sinus veineux des ganglions sympathiques*.

» Les ganglions sympathiques contiennent des cellules nerveuses, étoilées comme celles du cerveau et de la moelle épinière, tandis que les cellules des ganglions cérébro-spinaux sont unipolaires. Les ganglions sympathiques se rapprochent donc des centres nerveux de la vie animale, et par la forme de leurs cellules, et par la disposition de leur appareil vasculaire. Ils ont des fonctions très actives. Des expériences bien connues, et sur lesquelles par conséquent je ne dois pas revenir ici, établissent que ce sont des centres moteurs d'une grande puissance. Qu'il suffise de rappeler le travail du cœur, de l'estomac et des intestins.

» Les cordons et les ganglions sympathiques ne possèdent pas de vaisseaux lymphatiques. Sous ce rapport, ils ne diffèrent pas des autres nerfs et des autres ganglions. Lorsque l'on pique dans un ganglion sympathique du chien, du chat, du lapin, pour l'injecter de bleu de Prusse, il arrive de deux choses l'une : ou la masse d'injection remplit le système vasculaire, la canule ayant pénétré dans une des grosses veines du ganglion; ou bien le liquide coloré reflue le long de la canule jusqu'à la capsule ou gaine lamelleuse du ganglion, remplit le système caverneux que forment, en s'anastomosant, les lames de cette gaine, et le ganglion paraît alors teinté de bleu sur toute sa surface. Il peut se faire que l'injection des vaisseaux et celle de la gaine lamelleuse se produisent en même temps.

» Les injections interstitielles d'acide osmique, qui m'ont donné des préparations si démonstratives des ganglions spinaux [1], ne peuvent être appliquées, avec les mêmes avantages, à l'étude des ganglions sympa-

---

[1] *Des tubes nerveux en* T *et de leurs relations avec les cellules ganglionnaires* (*Comptes rendus*, 1875) et *Sur les ganglions cérébro-spinaux* (*Comptes rendus*, 1882).

thiques. Dans ceux-ci, le liquide injecté, ne s'insinuant pas entre les éléments, ne saurait les séparer les uns des autres pour en faciliter la dissociation; il pénètre directement dans les veines et de là se répand dans l'appareil vasculaire tout entier. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un procédé de dosage du chloroforme et sur la solubilité de ce corps dans l'eau*. Note de MM. **G. Chancel** et **F. Parmentier**, transmise par M. Friedel.

« Dans une récente Communication (*Comptes rendus*, t. CVI, p. 493), M. L. de Saint-Martin donne un procédé de dosage du chloroforme qu'il considère comme nouveau et des résultats relatifs à la solubilité du chloroforme dans l'eau.

» Nous tenons à rappeler que nous avons donné ce procédé de dosage, il y a quelques années déjà (*Comptes rendus*, t. C, p. 27 et p. 773). Nous avons fait voir que le chloroforme, chauffé à 100° en tubes scellés, avec une solution aqueuse ou une solution alcoolique de potasse, abandonne tout son chlore à l'état de chlorure de potassium, et qu'il suffit, dans la liqueur obtenue, de doser le chlore par les procédés ordinaires, pour avoir la quantité de chloroforme attaqué. Ce procédé, vérifié avec du chloroforme pur, nous a donné des résultats absolument rigoureux, contrairement à ce qu'a trouvé M. L. de Saint-Martin.

» Nous nous sommes servis de ce procédé pour faire l'analyse d'un hydrate de chloroforme que nous avions trouvé, et pour étudier la solubilité du chloroforme dans l'eau. Les résultats auxquels nous sommes arrivés et que nous avons vérifiés à plusieurs reprises diffèrent de ceux de M. L. de Saint-Martin. Nous avons trouvé que la solubilité du chloroforme dans l'eau décroît entre 0° et 54°,9 et que 1^{lit} de solution renferme, entre ces deux températures, des quantités de chloroforme variant entre $9^{\text{gr}},87$ et $7^{\text{gr}},75$. Nous n'avons trouvé à aucune température le nombre 6,4 indiqué par M. L. de Saint-Martin. »

M. **Daubrée** fait hommage à l'Académie, au nom de M. *Prestwich*, Correspondant de la Section de Minéralogie, du second et dernier Volume de son Traité de Géologie : *Geology chemical, physical and stratigraphical.*

« Dans le premier Volume, dit M. Daubrée, notre savant Correspondant avait traité de la constitution minéralogique des roches; des changements

chimiques qu'elles ont éprouvés : d'un côté, sous l'influence des actions de la surface, météorologiques et autres ; d'un autre côté, par les actions thermales émanant de la profondeur : dépôts métallifères, roches éruptives, métamorphisme, déformations et dislocations de l'écorce terrestre, formation des chaînes de montagnes.

» Ce second Volume est principalement consacré à la Géologie stratigraphique et aux modifications successives de la vie à la surface de la terre, à travers les longues périodes qui y ont laissé leurs traces. Une Carte géologique de l'Europe, très habilement exécutée d'après les données les plus récentes, avec la collaboration de M. William Topley et de M. T. G. Goodchild, est très utile pour suivre tout ce qui concerne cette partie du monde. Grâce à des recherches activement poursuivies de toutes parts, d'autres régions du globe ont fourni des documents nombreux et importants, ainsi que le témoignent les listes des principaux genres fossiles correspondant aux grandes divisions établies, tant dans l'Inde, l'Australie et l'Afrique australe, que dans l'Amérique du Nord. En dehors des nombreuses gravures insérées dans le texte, seize planches gravées sur acier représentent les principaux fossiles paléozoïques, mésozoïques et tertiaires.

» L'auteur a donné une attention spéciale à toutes les questions relatives à l'époque quaternaire, particulièrement à la période glaciale, qui en forme un des traits les plus remarquables, à sa cause et à sa durée que l'on paraît avoir souvent exagérée. Les problèmes délicats sur la constitution intérieure du globe et son état initial y sont examinés, autant que le permettent les données de la Science. Dans toutes les parties de l'Ouvrage, pour les phénomènes chimiques et physiques, aussi bien que pour les questions de Paléontologie, se montre une érudition étendue, complétée par une critique judicieuse.

» A la suite de ses recherches approfondies dans des directions diverses, M. Prestwich est arrivé à se trouver en opposition avec la doctrine de l'uniformité (*uniformitarianism*), qui est devenue si prédominante en Angleterre à la suite des ingénieuses études de sir Charles Lyell, et c'est principalement dans le but de la combattre qu'il a composé le présent Ouvrage, où l'on sera heureux de trouver les idées d'un de nos géologues les plus éminents. »

M. le **Secrétaire perpétuel** informe l'Académie de la perte qu'elle vient de faire dans la personne de M. *Asa Gray*, Correspondant de la Section de

Botanique, décédé à Cambridge (Massachusets, États-Unis), le 30 janvier 1888, à l'âge de 78 ans.

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de Commissions de prix, chargées de juger les concours de l'année 1888.

Le dépouillement donne les résultats suivants :

Prix Desmazières. — MM. Duchartre, Van Tieghem, Chatin, Bornet, Trécul réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Cosson et Pasteur.

Prix Thore. — MM. Duchartre, Blanchard, Van Tieghem, Bornet, A. Milne-Edwards réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Chatin et Trécul.

Prix Vaillant (destiné à l'auteur du meilleur travail sur les maladies des céréales). — MM. Dehérain, Reiset, Duchartre, Chatin, Van Tieghem réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Schlœsing et Bornet.

Prix Savigny, fondé par M[lle] Letellier — MM. de Quatrefages, Blanchard, A. Milne-Edwards, de Lacaze-Duthiers, Ranvier réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Grandidier et Sappey.

Prix Da Gama Machado. — MM. de Lacaze-Duthiers, de Quatrefages, Ranvier, A. Milne-Edwards, Blanchard réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Sappey et Brown-Séquard.

MÉMOIRES LUS.

ANTHROPOLOGIE. — *L'époque néolithique à Champigny (Seine).* Note de M. **Émile Rivière.** (Extrait par l'auteur.)

« Le travail que j'ai l'honneur de communiquer à l'Académie est le résultat des recherches faites à Champigny (Seine), depuis 1867 jusqu'à ce jour, d'abord par Carbonnier, un pisciculteur décédé depuis quelques

années, puis par M. Le Roy des Closages, ingénieur civil. Ces recherches, auxquelles j'ai moi-même pris une certaine part, notamment en 1874, sont exclusivement consacrées à l'époque néolithique.

» Le gisement de Champigny est situé sur un plateau qui commence à 500^{m} environ au nord du village proprement dit, près des fours à chaux, et arrive presque en face de la station du chemin de fer de l'Est, à Villiers-sur-Marne. C'est autour de ces fours et plutôt même à l'est, là où l'on pratique l'extraction de la pierre, que se trouve la station préhistorique, en un point nommé le *Buisson-Pouilleux* et tout proche du Pré-de-l'Étang. C'est là, et sur une étendue de terrain évaluée à 1^{kmq} environ, que les nombreux objets dont j'ai l'honneur de présenter à l'Académie les principaux spécimens ont été trouvés. Ce sont :

» 1° Des lames dont quelques-unes sont réellement remarquables par leurs dimensions, notamment six lames en silex blanc bleuâtre, légèrement incurvées, mesurant de 0^{m},18 à 0^{m},23 de longueur, dont quatre proviennent du même nucléus et se juxtaposent complètement.

» 2° Des grattoirs, de dimensions assez différentes, et quelques racloirs faits avec de simples éclats retaillés sur un de leurs bords.

» 3° Un certain nombre de très belles pointes de flèche, de formes variées (les unes à pédoncule, les autres à base arrondie), de pointes diverses et de perçoirs.

» 4° Des haches polies, également en beau silex blanc.

» 5° Enfin plusieurs nuclei et quelques boules en silex, dont la surface est plus ou moins fortement érodée, ainsi que de petits éclats de silex retaillés de façon à pouvoir servir de tranchets.

» 6° Carbonnier a trouvé aussi une petite rondelle en calcaire lacustre, mince, plate et percée d'un trou au centre, ainsi que plusieurs fragments d'anneaux en pierre, en calcaire marbre ou calcaire lumachelle qui rappelle certaines variétés du terrain dévonien (par exemple, dans le Boulonnais ou en Belgique). Ces anneaux sont des plus intéressants, par le ou les sillons et la perforation qu'ils présentent sur le dos, pour être portés comme bracelets.

» Des poteries, grossières comme fabrication, mais curieuses par leur ornementation, et quatre molettes en pierres destinées à broyer le grain.

» Quant à la faune, elle est des plus rares tant comme débris que comme espèces animales; les quelques ossements recueillis appartiennent au cheval, au cochon domestique, au cerf, au chevreuil et au bœuf.

» Tous ces objets, silex, anneaux, poteries, ossements, ont été trouvés çà et là dans la terre végétale qui recouvre immédiatement la pierre à chaux et s'y trouvaient mélangés à de la cendre et à des matières charbonneuses, indiquant par là l'existence en ce point d'une station humaine.

» Les fouilles que j'ai faites au même endroit en 1874 m'ont donné aussi des silex taillés, ainsi qu'une dent de *Sus*.

» Les découvertes de M. Le Roy des Closages n'ont pas été faites dans les mêmes conditions que celles de Carbonnier. En effet, tous les objets trouvés par ses ouvriers (silex, poteries, anneaux et ossements) ont été découverts dans des sortes de cuvettes creusées au-dessous de la terre végétale (dont l'épaisseur varie entre $0^m,10$ et $0^m,30$), dans la couche calcaire située immédiatement au-dessous d'elle. Cette couche, dont la puissance est de $2^m,20$ à $2^m,40$, repose elle-même sur un banc de calcaire d'eau douce, renfermant quelques lymnées, et d'une hauteur de 3^m à 5^m, qui surmonte à son tour un banc de silex d'une épaisseur de $0^m,70$ à $1^m,50$, au-dessous duquel on rencontre l'argile.

» La dimension des cuvettes ou excavations varie entre 1^m et $2^m,50$ comme diamètre et $0^m,40$ à $1^m,50$ comme profondeur. Leur forme est ronde, circulaire ou elliptique. Chacune d'elles renferme des matières charbonneuses, quelques rares ossements ou dents d'animaux, des silex taillés et des poteries.

» Enfin le milieu dans lequel se trouvent ces divers objets est un sable fin, jaunâtre, que recouvre la terre végétale, tandis qu'au fond de la cuvette on rencontre une sorte d'alluvion siliceuse.

» Quant aux objets eux-mêmes, ils consistent, comme faune, en dents et ossements de cheval, de cochon domestique, de cerf, de chevreuil et de bœuf, et comme industrie dans les pièces suivantes :

» A. *Poteries*. — Elles sont assez nombreuses; elles sont presque toutes d'une pâte siliceuse, assez grossière et plus ou moins épaisse; quelques-unes d'entre elles portent une ornementation très intéressante.

» B. *Silex*. — Ils sont très nombreux, et parmi eux il en est de fort beaux, parfaitement retaillés et d'un fini remarquable. Je citerai, entre autres pièces: 1° une superbe lance entière, en silex blanc, mesurant $0^m,14$ de longueur; 2° une très belle lame à pointe intacte, mais brisée à la base, mesurant, telle qu'elle est, $0^m,132$ de longueur sur $0^m,037$ de largeur; 3° cinq jolies petites flèches, les unes en feuille de saule, les autres à pédoncule, toutes très finement retouchées; 4° plusieurs haches polies, en silex également; 5° une sorte de casse-tête en basalte, arrondi, de forme oblongue, percée à son centre d'un trou parfaitement rond pour être emmanché. La roche dans laquelle il a été fabriqué a été reconnue par mon savant confrère et ami, M. Stanislas Meunier, comme identique à celles des grandes haches caraïbes de Maracaïbo. Les points d'origine possible les moins éloignés de ce basalte sont la côte d'Essey (Vosges) et les environs de Clermont-Ferrand; 6° sept fragments d'anneaux plats en pierre, de dimensions différentes. L'un d'eux, en raison de la perforation que l'on remarque à chacune de ces extrémités, semble bien indiquer qu'il a dû être porté suspendu soit comme amulette,

soit comme bijou. Il est en phyllade satiné avec paillettes de nacrite et ressemble à des variétés d'Angers. Un autre, en roche schisteuse (chloritoschiste, variété ollaire semblable à celle que l'on trouve à Chiavenna, dans les Alpes), est très plat et mesure $0^{m},034$ de largeur.

» La présence de ces dernières pièces, ainsi que de l'anneau trouvé par Carbonnier, indique, de la part des peuplades néolithiques de cette localité, ou de lointaines migrations, ou bien un commerce d'échanges entre tribus plus ou moins éloignées, l'aire d'origine des roches qui ont servi à les fabriquer s'étendant de la Belgique à Chiavenna, dans les Alpes.

» Tels sont les principaux résultats des recherches faites à Champigny depuis vingt ans, touchant l'époque néolithique. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **Pr. de Lafitte** soumet au jugement de l'Académie un Mémoire portant pour titre : « Théorie mathématique et financière des Sociétés de secours mutuels ».

(Renvoi à la Commission précédemment nommée, à laquelle M. Bertrand est prié de s'adjoindre.)

M. **Latapie** adresse, pour le concours des Arts insalubres, un Mémoire intitulé « Vidanges et eaux ménagères ».

(Renvoi à la Commission.)

MM. **J. Petitdidier** et **A. Lallemand** adressent, par l'entremise de M. Daubrée, une analyse synoptique des Rapports officiels sur les accidents du grisou en France, de 1817 à 1881, c'est-à-dire pendant soixante-quatre ans.

Ce travail, formant 8 Fascicules extraits des *Annales des Mines*, comprend plus de 800 accidents : il a été exécuté au nom de la Commission instituée par la loi du 26 mars 1877, pour étudier les moyens propres à prévenir les explosions du grisou dans les houillères. M. Daubrée demande qu'il soit renvoyé à la Commission du prix de Statistique.

Renvoi au concours de Statistique.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, un Ouvrage de M. *Wladimir Tcherniawsky*, intitulé : « Monographia Mysidarum, inprimis imperii Rossici ». (Présentée par M. A. Milne-Edwards.)

Cet Ouvrage, publié par la Société des naturalistes de Saint-Pétersbourg, forme trois livraisons, dont les deux premières sont rédigées en russe et la troisième en latin. Cette dernière contient le *conspectus* des deux premières et tous les dessins, de sorte qu'elle remplace les deux premières pour tous ceux qui ne connaissent pas la langue russe. Le texte russe donne sur la distribution géographique des *Misidæ* plus de détails que le texte latin.

M. **Albert Gaudry** présente à l'Académie, au nom de M. le professeur *Fritsch*, directeur de la Section paléontologique dans le Musée Bohême, un Volume intitulé : *Système silurien du centre de la Bohême, ordre des Cystidés; Ouvrage posthume de feu Joachim Barrande, publié par le Dr Waagen*. En déposant ce Volume sur le bureau de l'Académie, M. Albert Gaudry s'exprime ainsi :

« M. Barrande, dans son testament, a dit : « Mon grand Ouvrage ayant été le but principal de ma vie, après l'accomplissement de mes devoirs envers mon auguste Maître, Monseigneur le Comte de Chambord, et envers ma famille, le Musée Bohême se chargera d'achever la publication. »

» Conformément aux désirs exprimés par notre illustre compatriote, le Musée Bohême s'occupe de continuer la publication de son vaste Ouvrage. Lorsque M. Barrande est mort, âgé de 84 ans, il avait fait paraître vingt-deux Volumes sur le Système silurien; il s'occupait du vingt-troisième, qui a pour objet l'étude des Cystidés. Ce Volume est, ainsi que les précédents, accompagné de belles Planches où sont représentées quelques-unes des formes les plus curieuses des temps siluriens. M. Waagen a pris le soin de le terminer. Il dit dans son Avant-Propos : « Je livre aujourd'hui à la publicité le dernier résultat de la vie d'un grand homme, une vie consacrée tout entière à la Science, à la Foi et à la Fidélité. » Le Volume offert à l'Académie porte en tête : *Hommage du Musée Bohême à l'Académie des Sciences, conformément au désir exprimé par Joachim Barrande dans son*

testament. Nous faisons des vœux pour l'achèvement de l'Ouvrage de Barrande, un des plus imposants monuments scientifiques qui aient jamais été élevés. »

ASTRONOMIE. — *Éléments et éphéméride de la planète* (272). Note de M. Charlois, présentée par M. Faye.

« Ces éléments ont été calculés à l'aide de trois observations faites à l'observatoire de Nice, les 4, 11 et 18 février 1888.

Époque : 1888, février 11,5, t. m. de Paris.

M	119°. 7'.30",3	
π	21.26.58,1	Équinoxe moyen 1888,0
☊	37. 2.29,9	Équinoxe moyen 1888,0
i	4.34.26,9	Équinoxe moyen 1888,0
φ	1.43.42,2	
log a	0,442497	
μ	769",597	

» De ces éléments, nous avons déduit l'éphéméride suivante, qui permettra de retrouver et d'observer la planète, après la Lune.

Positions vraies, pour 12h, t. m. de Paris.

1888.	Æ.	①.	log Δ.
	h m s	° '	
Mars 2	9.37.22	+20.58,3	0,2747
3	36.36	+21. 0,3	»
4	35.51	2,2	0,2773
5	35. 7	3,8	»
6	34.25	5,4	0,2801
7	33.44	6,8	»
8	33. 4	8,0	0,2831
9	32.25	9,1	»
10	31.47	10,0	0,2863
11	31.11	10,8	»
12	30.36	11,5	0,2897
13	30. 3	12,0	»
14	29.30	12,3	0,2932
15	29. 0	12,5	»
16	28.30	12,6	0,2969
17	28. 2	12,5	»
18	27.36	12,3	0,3008
19	27.11	12,0	»
20	9.26.47	+21.11,5	0,3047

ASTRONOMIE. — *Sur un nouvel oculaire pour les observations méridiennes.* Note de M. Gruey.

« Avec l'oculaire ordinaire, les observations du Soleil et de la Lune sont incomparablement plus difficiles que celles des étoiles.

» 1. *Soleil.* — On lit dans les *Instructions de l'observatoire de Paris*, page 87 :

» L'observation du Soleil au cercle méridien comprend la détermination des passages du premier et du second bord, ainsi que le pointé en distance polaire du bord supérieur et du bord inférieur. L'opération est donc assez longue.

» Le Soleil étant entré dans le champ de l'instrument, l'observateur estime les passages du premier bord aux huit premiers fils.

» Après le passage au huitième fil, il agit à la fois sur la vis supérieure de l'oculaire et sur la vis micrométrique des fils horizontaux, de manière à amener le bord supérieur au milieu du champ et le fil inférieur du couple supérieur au contact du disque du Soleil. Il fait trois pointés à la seconde ronde et inscrit les indications du tambour. Il fait aussitôt les mêmes opérations sur le bord inférieur, qu'il amène à être tangent au fil supérieur du couple inférieur.

» Ces opérations doivent être faites assez rapidement pour que, revenant au second bord du Soleil, on puisse observer son passage aux huit derniers fils. Il faut donc se guider, dans le mouvement des vis, par la graduation du tambour des tours, et par les graduations correspondantes tracées sur les côtés des coulisses de l'oculaire. Le centre de l'astre étant au milieu du champ quand l'oculaire et le couple moyen sont placés par 20^t, il faut amener le tambour et l'oculaire par 14^t pour observer le bord supérieur et par 26^t pour le bord inférieur.

» Dans toutes ces manœuvres de vis, celles du verre coloré dont les Instructions ne parlent pas, les attentions nécessaires pour éviter les éblouissements, voire les blessures de la vue, l'observateur le plus habile perd au moins trente secondes, c'est-à-dire le quart environ de la durée disponible pour les pointés en déclinaison. Aussi, les Instructions recommandent-elles d'opérer *assez rapidement*, pour ne pas dire *à la hâte;* recommandation imposée par l'*unité* de l'oculaire, mais trop souvent fatale à la précision.

» Bien plus, on peut aisément, d'abord se tromper sur le sens de rotation des vis, ensuite se troubler et, finalement, manquer l'observation, au moins en partie. Cet accident est fréquent, pendant les cinq ou six premiers mois d'exercice, chez tous les observateurs; il finit par devenir assez rare, sans disparaître complètement, chez ceux qui sont doués d'une grande agilité naturelle; il reste toujours imminent pour les autres.

» Dans tous les cas, les pointés de déclinaison ne sont jamais symétriques par rapport au méridien, ni bien nombreux.

» En imaginant un *oculaire triple*, j'ai cherché à supprimer radicalement, d'un seul coup, tous ces inconvénients graves; à observer le Soleil, sans apprentissage préalable, avec la même facilité, la même précision qu'une étoile.

» Définissons cet oculaire pour une lunette méridienne dont le micromètre de déclinaison se compose de trois fils mobiles S, M, I équidistants, et supposons, condition facile à réaliser, que la distance d de deux fils voisins soit sensiblement égale au rayon de l'image réelle du Soleil dans cette lunette.

» A l'intérieur d'une pièce de laiton cylindrique D, filetée extérieurement, perçons, suivant la génératrice, trois petits trous ronds, égaux, équidistants, dont les axes forment un plan diamétral de D. Soit d la distance d'un axe au voisin. Dans ces trous, pris comme douilles à frottement, il suffit d'introduire trois petits oculaires semblables s, m, i pour avoir notre oculaire triple T. Trois petits verres colorés se vissent à volonté respectivement sur s, m, i.

» T étant vissé aux lieu et place de l'oculaire ordinaire, on met s, m, i au point sur les fils correspondants S, M, I. On cale M sur le centre du Soleil et l'on attend l'entrée de cet astre dans le champ, pour observer tranquillement, avec sûreté, de la manière suivante :

» 1° Avec l'oculaire central m, on observe les passages du premier bord à tous les fils horaires antérieurs au méridien.

» 2° On observe le bord supérieur avec s, le bord inférieur avec i, les pointés sur chaque bord étant successifs ou alternatifs avec ceux de l'autre bord. L'alternation donne aisément, pour chaque bord, des pointés symétriques par rapport au méridien, si la série totale des pointés commence et finit sur le même bord.

» 3° Revenant à m, on observe les passages du second bord à tous les fils horaires postérieurs au méridien.

» Les manœuvres ci-dessus décrites sont toutes et entièrement supprimées. L'observateur prend le Soleil comme une simple étoile.

» Je viens d'essayer un premier oculaire triple construit, sur ma demande, par M. Gautier. Dans chaque petit oculaire s, m, i, le champ est de 5′, le grossissement de 150, les images très nettes. Toutes les prévisions paraissent réalisées dans l'observation que j'ai faite le 19 février.

» Le premier bord a été pris aux dix fils antérieurs au méridien. Les deux bords, supérieur et inférieur, ont été pointés chacun cinq fois.

» Le deuxième bord a été pris aux dix fils postérieurs au méridien, avec une facilité telle que, sans attendre le beau temps et la confirmation de cette observation unique, je me hasarde à soumettre à la critique des praticiens la conclusion suivante :

» Par des manœuvres parasites, dont l'exécution rapide ne souffre ni hésitation ni maladresse, l'*oculaire ordinaire* presse, inquiète, fatigue l'observateur et donne aux observations un caractère aléatoire. Au contraire, par la suppression totale de ces manœuvres, l'*oculaire triple* donne à l'observateur le temps, la confiance, le repos nécessaires, et peut-être donnera-t-il aux observations solaires la plénitude, la précision des observations stellaires.

» 2. *Lune et étoiles.* — Il est inutile de répéter ici, pour la Lune, les explications données plus haut pour le Soleil. Il est clair qu'il suffit de dévisser un ou deux des verres colorés, pour observer soit les étoiles, soit la Lune, avec l'oculaire triple, aussi facilement que le Soleil, sans aucune manœuvre spéciale à chaque espèce d'astres. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Détermination électrique des lignes isodynamiques d'un polynôme quelconque.* Note de M. **Félix Lucas**, présentée par M. C. Jordan.

« Les points racines M d'un polynôme quelconque $F(z)$, du degré p, étant assimilés à des points matériels de masse égale à l'unité, qui repoussent un point quelconque N, de même masse, en raison inverse de leurs distances à ce point, j'ai appelé *lignes isodynamiques* les lieux géométriques du point N pour chacun desquels l'intensité de l'action totale reste constante (¹). Ces lignes, algébriques et du degré $2p$, ont pour équation

$$(1) \qquad \frac{\left(\frac{dX}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dY}{dy}\right)^2}{X^2 + Y^2} = \text{const.},$$

X et Y désignant respectivement la partie réelle et la partie imaginaire du polynôme $F(z)$, dans lequel on remplace z par $x + y\sqrt{-1}$. Leurs points

(¹) *Généralisation du théorème de Rolle* (*Comptes rendus*, séance du 9 janvier 1888).

singuliers (isolés ou nodaux) ne peuvent se produire que sur les points racines de l'équation du degré $2(p-1)$

$$(2) \qquad [F'(z)]^2 = F(z)F''(z).$$

» L'objet de cette Note est d'indiquer comment on peut recourir à l'emploi de l'électricité pour tracer les lignes isodynamiques du polynôme $F(z)$ lorsque l'on connaît ses points racines (M).

» A cet effet, ajoutons au groupe des points (M), considérés comme des centres *répulsifs*, le groupe des points racines (M') de l'équation dérivée

$$(3) \qquad F'(z) = 0,$$

considérés comme des centres *attractifs*, de masse égale à l'unité, agissant en raison inverse de la simple distance. Nous pourrons désigner par (M), (— M') l'ensemble des deux groupes de points. Pour trouver l'action totale exercée sur un point quelconque N du plan, remarquons que l'on a identiquement

$$(4) \qquad F'(z) = \frac{dY}{dy} - \frac{dX}{dy}\sqrt{-1},$$

en sorte que le carré du module de $F'(z)$ a pour valeur

$$(5) \qquad S^2 = \left(\frac{dX}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dY}{dy}\right)^2.$$

» Le carré du module de $F(z)$ est d'ailleurs

$$(6) \qquad R^2 = X^2 + Y^2;$$

par conséquent, l'équation générale (1) des lignes isodynamiques du polynôme $F(z)$ peut s'écrire

$$(7) \qquad \frac{S^2}{R^2} = \text{const.}$$

» Cela posé, désignons par Ψ le potentiel de l'action totale exercée par le système (M), (— M'); nous aurons

$$(8) \qquad \Psi = \text{log nép.}\, R - \text{log nép.}\, S + \text{const.};$$

l'équation (7), qui peut remplacer l'équation (1), équivaut donc à

$$(9) \qquad \Psi = \text{const.}$$

» De là ce théorème : *Les lignes isodynamiques du groupe* (M) *sont les lignes de niveau du système* (M), (— M').

» En d'autres termes, *les lignes isodynamiques du polynôme* F(z) *sont les lignes équimodulaires de la fraction* $\frac{F'(z)}{F(z)}$.

» Le potentiel Ψ satisfait à l'équation du second ordre aux dérivées partielles

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{d^2\Psi}{dy^2} = 0. \tag{10}$$

» Considérons les points (M) comme des pointes d'*électrodes positives* et les points (M') comme des pointes d'*électrodes négatives*, toutes les premières apportant des quantités d'électricité égales et toutes les secondes prenant des quantités d'électricité égales sur le plan de la figure que nous assimilerons à un conducteur indéfini. Le potentiel électrique en un point quelconque N sera une fonction linéaire du potentiel mécanique Ψ qui vérifie l'équation conditionnelle (10) du régime permanent. Par conséquent : *Les lignes isodynamiques du polynôme* F(z) *sont les lignes équipotentielles du système électrique* (M), (— M'). Il en serait encore de même si, au lieu de laisser le plan indéfini, on le limitait à une circonférence de très grand rayon ayant pour centre le centre des moyennes distances commun au groupe (M) et au groupe (M').

» Dans ces conditions, pratiquement réalisables, la méthode d'exploration galvanométrique de Kirchhoff permettra de tracer chacune des lignes isodynamiques; la méthode électrochimique de M. Guébhard permettra, d'ailleurs, de confier à l'électricité elle-même le soin de tracer toutes les lignes dont il s'agit et de marquer les positions des *ombilics* ou points singuliers déterminés par l'équation (2).

» Connaissant le système des lignes *isodynamiques* du polynôme F(z), on pourra tracer leurs trajectoires orthogonales et obtenir ainsi les lignes *halysiques* dont l'étude conduit à la généralisation du *théorème de Rolle.* »

THERMODYNAMIQUE. — *Déformations permanentes et Thermodynamique.* Note de M. **Marcel Brillouin**, présentée par M. Mascart.

« 10. La recherche des conséquences de l'axiome de Clausius est la partie la plus délicate de cette étude; je n'en indiquerai ici que les traits généraux. Il faut d'abord trouver un cycle de Carnot, c'est-à-dire un cycle

formé uniquement de transformations isothermes et adiabatiques, qui ramène le corps à son état initial sans que les compensations résultant de l'axiome de Clausius soient effectuées d'elles-mêmes. Les seuls cycles utiles sont ceux dans lesquels les échanges de chaleur restent infiniment petits à chaque température, les températures extrêmes pouvant d'ailleurs présenter des écarts quelconques. S'il n'y a que deux transformations isothermes et deux ou quatre transformations adiabatiques, les quantités de chaleur fournies à chaque température sont nécessairement nulles quand le cycle est complètement fermé. Le cycle utilisable le plus simple est formé de trois transformations isothermes quelconques et de trois transformations adiabatiques infiniment voisines.

» 11. *En tenant compte de la relation caractéristique du corps, on peut toujours mettre la quantité de chaleur élémentaire* dQ *sous la forme* $H\,dS$ *de deux manières essentiellement distinctes.* Entre les équations

$$dQ = \frac{C_x}{b}\,dx - \frac{a}{b}\,C_x\,dX,$$
$$o = dx - a\,dX - b\,dT,$$
$$dS = \frac{\partial S}{\partial x}\,dx + \frac{\partial S}{\partial X}\,dX + \frac{\partial S}{\partial T}\,dT,$$

on peut éliminer les trois différentielles dx, dX, dT, lorsque la fonction S satisfait à l'équation aux dérivées partielles

$$(4)\qquad a C_x \frac{\partial S}{\partial x} + C_X \frac{\partial S}{\partial X} - \frac{a}{b}(C_X - C_x)\frac{\partial S}{\partial T} = o;$$

et il reste

$$(5)\qquad dQ = \frac{C_X}{b\dfrac{\partial S}{\partial x} + \dfrac{\partial S}{\partial T}}\,dS.$$

» Appelons S_1, S_2 deux solutions particulières distinctes de l'équation (4); toutes les autres solutions sont des fonctions arbitraires de S_1, S_2. Il n'y a donc que deux formes réellement distinctes $H_1\,dS_1$, $H_2\,dS_2$ pour dQ; mais il importe de remarquer que la relation

$$(6)\qquad H_1\,dS_1 = H_2\,dS_2$$

n'est autre chose que l'équation caractéristique du corps; comme celle-ci n'est pas intégrable, il en résulte que *le rapport de* H_1 *à* H_2, *exprimé en prenant pour variables indépendantes* S_1, S_2, T, *ne peut pas être indépendant de* T.

» 12. Dans l'application de l'axiome de Clausius, prenons donc pour variables indépendantes S_1, S_2, T; le cycle est complètement fermé quand ces trois variables reprennent leurs valeurs initiales. Ces conditions et les équations (6), appliquées au cycle de Carnot formé de trois adiabatiques voisines et de trois isothermes, donnent pour les échanges de chaleur, à chacune des trois températures T′, T″, T‴,

$$(7) \qquad \frac{dQ'}{H'_1\left(\frac{H''_1}{H''_2} - \frac{H'''_1}{H'''_2}\right)} = \frac{dQ''}{H''_1\left(\frac{H'_1}{H'_2} - \frac{H'''_1}{H'''_2}\right)} = \frac{dQ'''}{H'''_1\left(\frac{H'_1}{H'_2} - \frac{H''_1}{H''_2}\right)}.$$

Ce cycle est entièrement réversible, et l'état initial est identique à l'état final. On le compare à un cycle décrit par un gaz entre les mêmes températures, tel que le gaz absorbe tout le travail du solide et que toute la chaleur perdue par le solide à l'une des températures T″ soit absorbée par le gaz à la même température. Deux sources seulement aux températures T′, T‴ sont alors nécessaires pour mettre en mouvement la machine complexe. On peut appliquer l'axiome de Clausius, et l'on en tire aisément

$$(8) \qquad \frac{dQ'}{T'} + \frac{dQ''}{T''} + \frac{dQ'''}{T'''} = 0,$$

les quantités de chaleur dQ', dQ'', dQ''' étant liées par les relations (7). Ces relations montrent que, parmi les fonctions S, on en peut toujours trouver deux, R et S, généralement distinctes, telles que l'on ait

$$dQ = TR\,dS.$$

» Le coefficient TR doit toujours avoir la forme (5); il en résulte que la solution particulière S est une solution commune à l'équation (4) et à une autre équation aux dérivées partielles du second ordre facile à former.

» 13. En résumé, le principe de l'équivalence et l'axiome de Clausius conduisent aux deux équations

$$(9) \qquad JTR\,dS - X\,dx - dU = 0, \qquad dQ = TR\,dS,$$

avec la condition unique

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x} + X\right)\left(\frac{\partial S}{\partial X}\frac{\partial R}{\partial T} - \frac{\partial R}{\partial X}\frac{\partial S}{\partial T}\right) + \frac{\partial U}{\partial X}\left(\frac{\partial S}{\partial T}\frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial S}{\partial x}\frac{\partial R}{\partial T}\right) + \frac{\partial U}{\partial T}\left(\frac{\partial S}{\partial x}\frac{\partial R}{\partial X} - \frac{\partial S}{\partial X}\frac{\partial R}{\partial x}\right) = 0.$$

» Il est facile de se rendre compte que la première équation (9) n'est qu'une forme particulière de l'équation mécanique non intégrable qui caractérise le solide; la seconde est l'équation calorimétrique. C'est en prenant pour point de départ ces deux équations (9) que l'étude des propriétés des solides est le plus facile. On trouvera, dans un Mémoire étendu, l'exposé détaillé des conséquences de cette théorie, dont j'ai seulement indiqué l'idée maîtresse et les principes dans ces Notes. Un cas particulier, extrêmement simple, suffit à rendre compte, au moins qualitativement, de tous les phénomènes pour l'explication desquels on a cru nécessaire jusqu'ici de faire intervenir directement le temps comme variable indépendante dans les propriétés des solides [élasticité résiduelle, elastische Nachwirkung, théories de Bolzmann, Niesen, etc., amortissement des oscillations des solides, état limite (état *d'aise*) produit par la répétition de cycles identiques, etc.]. Dans les variations très lentes, telles que le déplacement du zéro d'un thermomètre pendant les premières années qui suivent sa fabrication, le temps n'intervient que par la répétition quotidienne de cycles très peu différents produits par les variations diurnes des éléments météorologiques; c'est ce que des expériences en cours d'exécution montrent déjà très nettement. »

MAGNÉTISME. — *Recherches expérimentales sur les variations de l'aimantation d'un barreau d'acier par le choc.* Note de M. G. **Berson**, présentée par M. Mascart.

« Les chocs imprimés à des barreaux d'acier ont pour effet de faciliter l'orientation des molécules sous l'action des forces qui les sollicitent, en diminuant, pendant un temps très court, le frottement moléculaire appelé *force coercitive*. Lorsqu'un barreau aimanté est placé dans un champ magnétique, on peut considérer chaque molécule comme soumise à un couple dont chacune des forces est la résultante de la force du champ extérieur, qui est constante si le barreau est fixe; de la force démagnétisante qui embrasse les réactions élastiques du milieu et l'action du magnétisme propre du barreau; enfin, de la force coercitive dirigée en sens contraire du mouvement de rotation possible, sous l'influence des autres forces. Je me suis proposé de déterminer les variations de l'intensité moyenne d'aimantation d'un barreau de $0^{cm},9$ de diamètre et de 25^{cm} de longueur, qui recevrait des chocs d'un mouton de 2400^{gr} tombant de hauteurs connues. Les moments magnétiques sont mesurés par la méthode de Gauss.

» I. J'ai considéré d'abord le cas simple où le barreau, vierge de tout choc depuis le recuit au rouge qu'il a subi, est placé dans le champ terrestre perpendiculairement au méridien magnétique : il n'est soumis alors qu'à la force démagnétisante, qui varie dans le même sens que l'aimantation, et à la force coercitive. Dans ce cas, le moment magnétique du barreau diminue par l'effet du choc et tend vers une limite positive qui, pour un barreau donné, dépend de sa valeur initiale, de la trempe de l'acier et de l'intensité du choc. L'effet des chocs successifs diminue graduellement et, si l'on prend pour abscisses les nombres de chocs et pour ordonnées les intensités moyennes d'aimantation correspondantes, on obtient une hyperbole équilatère $y = a + \frac{b}{x+c}$. La diminution est d'autant plus rapide que l'aimantation initiale était plus grande, la trempe plus douce et l'intensité du choc plus considérable.

» II. J'ai expérimenté ensuite sur un barreau que j'avais ramené à l'état neutre par plusieurs recuits au rouge dans une position perpendiculaire au méridien magnétique et que j'ai fixé verticalement. Le choc a toujours pour effet une aimantation progressive du barreau et le moment magnétique tend vers une limite qui, pour une tige d'acier donnée, dépend de sa trempe et de la grandeur du choc. A partir du premier choc, la différence entre les moments magnétiques produits par le même nombre de chocs de grandeurs différentes est sensiblement indépendante de ce nombre. Lorsque le barreau, partant d'une aimantation nulle, reçoit une série de n chocs dont la grandeur est graduellement croissante, l'intensité moyenne d'aimantation est sensiblement la même que s'il avait reçu n chocs, tous de la valeur finale.

» La loi qui relie le moment magnétique produit par un premier choc avec la hauteur de chute du mouton est simple. Si h représente cette hauteur, le moment magnétique y est très bien représenté par

$$y = \frac{ah}{h+b}.$$

La courbe figurative est une hyperbole équilatère.

» Lorsqu'un barreau a été aimanté par une série de chocs, si l'on vient à le retourner bout pour bout, un seul choc nouveau lui fait perdre la plus grande partie de son magnétisme.

» III. Enfin, j'ai considéré le cas général d'un barreau primitivement

aimanté, recevant des chocs dans une position fixe dans un champ uniforme. Il y a alors deux cas à examiner :

» 1° La composante du champ parallèle à l'axe de l'aimant et la force démagnétisante sont de même sens : il y a toujours désaimantation plus ou moins complète par le choc; le moment magnétique peut même changer de signe. La courbe figurative de l'intensité moyenne d'aimantation ressemble à une hyperbole équilatère dont les asymptotes sont parallèles aux axes des coordonnées.

» 2° La composante efficace du champ et la force démagnétisante sont de sens contraires. Pour les barreaux fortement aimantés, la deuxième force peut être supérieure à la première : il se produit alors une diminution graduelle du moment magnétique, sans toutefois que celui-ci puisse s'annuler. Pour les barreaux faiblement aimantés, la première force est supérieure à la deuxième : le moment magnétique s'accroît par le choc et l'accroissement est d'autant plus rapide que, toutes choses égales d'ailleurs, l'aimantation initiale était plus faible (au voisinage de la saturation, l'effet du choc est inappréciable).

» Lorsqu'un barreau a pris un moment magnétique, limité après un nombre convenable de chocs de hauteur donnée, si l'on vient à lui faire subir des chocs plus intenses, le moment magnétique tend vers une limite nouvelle; mais, si la dernière hauteur de chute est plus petite que la première, les derniers chocs ne produisent aucun effet.

» Lorsqu'un barreau a subi un certain nombre de chocs et qu'on le retourne bout pour bout pour lui faire subir un même nombre de chocs, cela revient à changer le sens de la force du champ. Pour les barreaux faiblement aimantés, la variation de l'intensité moyenne d'aimantation dans la deuxième phase est de sens contraire à celle de la première phase, mais cette intensité reste finalement au-dessous de sa valeur initiale. Pour les barreaux fortement aimantés, il peut y avoir diminution de l'aimantation dans les deux phases de l'expérience, suivant le nombre ou la grandeur des chocs.

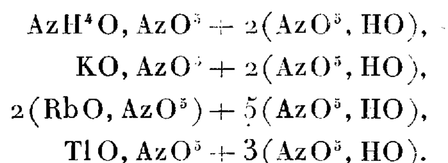
» IV. En résumé, tous les phénomènes que j'ai étudiés me portent à considérer l'acier comme un corps hétérogène formé de plusieurs sortes de molécules à forces coercitives diverses : l'effet d'une série de chocs *d'intensité déterminée* ne se ferait sentir que sur les molécules pour lesquelles la somme algébrique des moments des couples qui agissent sur elles est inférieure à une valeur donnée correspondante.

» Lorsque le moment magnétique d'un barreau s'annule, puis devient négatif, sous l'influence d'une série de chocs, il n'y a pas eu, au moment de l'annulation, destruction de toute aimantation dans le barreau; car, s'il en avait été ainsi, l'effet du choc suivant eût été considérable, comme cela a lieu pour un premier choc sur un barreau partant d'une aimantation nulle, tandis qu'il n'est ici que de la grandeur des chocs de son rang, c'est-à-dire en général peu important. Il y a donc alors dans le même barreau deux aimantations coexistantes, produisant des moments magnétiques égaux et contraires, la première correspondant à des forces coercitives élevées, la deuxième à des forces coercitives faibles. Il ne me semble pas possible de faire rentrer ce dernier fait dans les théories actuelles sur la constitution des aimants. »

ÉLECTRICITÉ. — *Extension de la loi des conductibilités moléculaires. Cas de l'acide azotique fumant.* Note de M. **E. Bouty**, présentée par M. Lippmann.

« La loi des conductibilités moléculaires que j'ai établie pour les dissolutions très étendues des sels dans l'eau paraît s'appliquer, sous les mêmes réserves, à tous les dissolvants, conducteurs ou non, dans lesquels on introduit des molécules électrolytiques en assez petit nombre pour ne pas altérer sensiblement la densité de ces dissolvants.

» L'acide azotique fumant pur, renfermant toujours un très léger excès d'eau, variable avec les conditions de sa préparation, dissout en grande quantité les azotates alcalins. De ces dissolutions concentrées, M. Ditte ([1]) a pu extraire des combinaisons cristallisées correspondant aux formules



$$AzH^4O, AzO^5 + 2(AzO^5, HO),$$
$$KO, AzO^5 + 2(AzO^5, HO),$$
$$2(RbO, AzO^5) + 5(AzO^5, HO),$$
$$TlO, AzO^5 + 3(AzO^5, HO).$$

» Au point de vue de leur conductibilité, les dissolutions des azotates alcalins dans l'acide azotique se comportent comme les dissolutions aqueuses de certains sels très solubles, le sulfate de zinc par exemple. La conducti-

([1]) Ditte, *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XVIII, p. 320; 1879.

bilité de l'acide employé croît d'abord rapidement avec la proportion de sel dissous, atteint un maximum, puis décroît en même temps que la dissolution devient de plus en plus visqueuse.

» Je ne m'occuperai que des dissolutions contenant une très petite quantité de sel. Dans des limites assez larges, l'accroissement de conductibilité de l'acide est rigoureusement proportionnel au poids de sel dissous.

Composition de la liqueur.		Conductibilité à 0° rapportée à celle de la dissolution normale d'acide azotique.	Accroissement de conductibilité à 0°, rapporté à $1^{\text{éq}}$ de sel.
$AzO^5, HO + 0{,}140 HO$ (1) +	0 AzH^4O, AzO^5...	0,06933	»
	0,01642	0,1832	6,94
	0,02503	0,2441	6,98
	0,03385	0,3068	7,01

» Des expériences faites avec le même acide et les divers azotates alcalins étudiés par M. Ditte ont donné en moyenne les résultats suivants :

Nature du sel.	Équivalent.	Accroissement de conductibilité à 0° rapporté à $1^{\text{éq}}$ de sel.
AzH^4O, AzO^5	80	6,990
KO, AzO^5	101	6,924
RbO, AzO^5	147,36	7,035
TlO, AzO^5	266	6,871
	Moyenne	6,955

» Ces dissolutions obéissent donc à la loi des conductibilités moléculaires. Les composés qui existent dans la liqueur à cet état de dilution (au plus $\frac{1}{30}$ d'équivalent de sel par équivalent d'acide) correspondent à un même nombre de molécules électrolytiques par équivalent de sel alcalin. Je les comparerais volontiers à des hydrates (2).

» L'azotate de soude ne se dissout qu'en très petite quantité dans l'acide

(1) Dosé par la méthode alcalimétrique, en prenant pour terme de comparaison un acide sulfurique dosé par M. Joly.

(2) Ainsi, dans les dissolutions aqueuses très étendues, le sulfate de zinc, le sulfate de cuivre, etc., ont des conductibilités moléculaires identiques, malgré la différence de composition de leurs hydrates ($CuO, SO^3 + 5HO$; $ZnO, SO^3 + 7HO$).

azotique fumant *et ne forme pas avec lui de composé défini* (¹). Ses dissolutions ne sont donc pas comparables à celles des autres azotates alcalins. Or ce sel, dont les dissolutions aqueuses sont anomales, est aussi anomal en dissolution nitrique, c'est-à-dire fournit des dissolutions un peu moins conductrices que les azotates précédents. Au lieu de 6,955, j'ai trouvé, pour l'accroissement de conductibilité rapporté à $1^{éq}$, 6,068. Il y a là une confirmation curieuse des vues que j'ai émises antérieurement sur la constitution des dissolutions anomales.

» L'unité de conductibilité employée dans ce qui précède est celle de la dissolution normale d'acide azotique à $1^{éq}$ par litre (résistance spécifique à $0^{\circ} = 4^{ohms},59$). Pour comparer les conductibilités moléculaires des azotates en dissolution nitrique à celle des sels dissous dans l'eau, il suffit de savoir que l'acide employé a pour densité, à 0°, $D = 1,532$, c'est-à-dire contient par litre $23^{éq},804$ d'acide $AzO^5HO + 0,140\,HO$. Les conductibilités moléculaires des azotates alcalins, rapportées non plus à $1^{éq}$ de sel par équivalent d'acide, mais à $1^{éq}$ de sel par litre, ont donc pour valeur moyenne

$$\frac{6,955}{23,804}\,\frac{1}{4,59} = \frac{1}{15,72},$$

c'est-à-dire que la résistance moléculaire limite de ces azotates est de $15^{ohms},72$. Rappelons que la résistance spécifique de la dissolution normale de chlorure de potassium dans l'eau est de $15^{ohms},415$, et la résistance moléculaire limite des sels normaux en dissolution dans l'eau, $12^{ohms},332$. L'ordre de grandeur de ces résistances moléculaires est donc le même, malgré la diversité des dissolvants.

» Ajoutons que la résistance moléculaire des azotates dissous dans l'acide azotique croît très rapidement quand on ajoute de petites quantités d'eau à l'acide. Dans l'acide exactement monohydraté, elle serait inférieure à $15^{ohms},72$ et peut-être même à la résistance moléculaire limite des dissolutions salines aqueuses. »

(¹) DITTE, *loc. cit.*

ÉLECTRICITÉ. — *Remarque sur une Note de MM.* Ledeboer *et* Maneuvrier. Note de M. **W. Hallwachs**, présentée par M. Lippmann.

« Dans une Note récente (t. CV, p. 751), MM. Ledeboer et Maneuvrier ont établi l'existence de la différence de potentiel qui existe entre les différentes pièces métalliques d'un électromètre à quadrants; ils ont montré que cette différence influe sur la mesure des forces électromotrices constantes, mais qu'elle s'élimine dans le cas des courants alternatifs dont ils s'occupaient. Il a sans doute échappé à l'attention de MM. Ledeboer et Maneuvrier que, dans un travail antérieur, j'avais déjà mis en évidence l'existence de cette différence de potentiel, et que j'en avais fait diverses applications détaillées. Ce travail a été imprimé comme Thèse sous le titre: *Electrometrische Untersuchungen*, et reproduit dans les *Annales de Wiedemann* (août 1886). J'ai l'honneur de faire hommage d'un exemplaire de cette Thèse à l'Académie. »

THERMOCHIMIE. — *Sur les lois de l'équilibre chimique. Réponse à M.* Duhem. Note de M. **H. Le Chatelier**, présentée par M. Daubrée.

« Dans une Note insérée aux *Comptes rendus* du 13 février 1888, M. Duhem formule une réclamation de priorité au sujet d'une loi que j'ai récemment énoncée. Sans méconnaître les analogies qui existent nécessairement entre deux théories s'appliquant à un même sujet, je crois pourtant devoir signaler les différences importantes qu'elles présentent, tant dans les méthodes suivies que dans les résultats obtenus.

» M. Duhem, traitant les équilibres chimiques au point de vue purement mathématique, prétend avec M. Gibbs déduire leurs lois d'un principe unique : *l'invariabilité des fonctions caractéristiques de M. Massieu dans toute transformation réversible*. L'exactitude de ce principe est incontestable : c'est, en réalité, une simple définition dont il n'est possible, par suite, de déduire d'une façon rigoureuse aucune conséquence nouvelle. Il suffit, dans l'équation obtenue, de remplacer la variation de l'entropie par sa valeur, $\frac{dQ}{T}$, pour tomber sur une identité.

» En fait, toute cette théorie repose sur une hypothèse qui n'est énoncée nulle part et dont on ne peut démontrer ni l'exactitude, ni même la vraisemblance, par suite de l'ignorance absolue où nous sommes de la nature de l'entropie. Cette hypothèse consiste à admettre que dans une réaction chimique la variation de l'entropie égale à $\frac{dQ}{T}$ par définition peut être exprimée encore au moyen du produit de la variation de masse m des corps réagissants par certaines fonctions de la température et du volume. Il suffit de réunir à cette hypothèse le second principe pour en déduire certaines lois qui vaudront ce que vaut le point de départ, c'est-à-dire resteront purement hypothétiques. M. Duhem a préféré introduire cette hypothèse dans la fonction H de M. Massieu et écrire

$$\Sigma\left(\mathrm{H}\,dm + m\frac{d\mathrm{H}}{dm}dm\right) = 0.$$

» Il en résulte une assez grande complication dans les calculs qui conduit, pour les simplifier, à admettre une donnée expérimentale complètement erronée, l'extension de la loi de Dulong et Petit aux gaz et vapeurs. Mais on peut faire tous ces calculs beaucoup plus simplement en écrivant directement que cette nouvelle expression de la variation de l'entropie est une différentielle exacte.

» Dans la théorie que j'ai donnée sur le même sujet, j'ai suivi, au contraire, une marche purement expérimentale. Par la discussion des expériences faites jusqu'à ce jour, j'ai montré que la condition générale d'équilibre d'un système chimique devait pouvoir s'exprimer en égalant à o une certaine fonction des température, force électromotrice et pression, F(T, E, P) avec des paramètres dépendant principalement des chaleurs, électricités et travaux latents de réactions α, β, γ. Cette équation, donnant comme cas particulier la loi des tensions de vapeur et celle de dissociation des sels ammoniacaux, devait nécessairement ne différer que peu ou point de la suivante :

$$\alpha\frac{d\mathrm{T}}{\mathrm{T}} + \beta\frac{d\mathrm{E}}{\mathrm{E}} + \gamma\frac{d\mathrm{P}}{\mathrm{P}} = 0.$$

» M'étant laissé influencer alors par les affirmations réitérées de MM. Gibbs, Moutier, Duhem, je me suis figuré que cette équation pouvait se déduire des principes seuls de la Thermodynamique; mais, après avoir retourné en vain les formules connues, j'ai reconnu mon erreur, et j'ai fait voir que cette formule ne pouvait être démontrée rigoureusement que dans

un seul cas, celui de la déformation nulle du système considéré, et que, pour aller plus loin, il fallait emprunter à l'expérience la loi de l'équilibre isotherme ou faire intervenir des hypothèses équivalentes.

» Au point de vue des résultats pratiques, les deux théories ne sont pas moins distinctes. La formule donnée par M. Duhem est

$$d \log(p^n, p'^{n'}, \ldots, p''^{-n''}) + \mathrm{P}' \frac{d\mathrm{T}}{\mathrm{T}} - \mathrm{M} \frac{d\mathrm{T}}{\mathrm{T}^2} = 0,$$

P′ et M étant des constantes dont l'expression développée occupe une ligne entière d'impression.

» Celle que j'ai donnée, au contraire, est

$$d \log(p^n, p'^{n'}, \ldots, p''^{-n''}) - 500 \frac{\mathrm{L}\, d\mathrm{T}}{\mathrm{T}^2} = 0,$$

L étant la chaleur latente moléculaire de réaction directement mesurable par l'expérience. Cette équation ne contient donc aucune constante indéterminée. Elle a été donnée par M. Van t'Hoff en même temps que par moi, et diffère peu d'une formule publiée antérieurement par M. Hortsmann.

» Je dois ajouter que cette formule peut se déduire de l'hypothèse de M. Gibbs relative à l'entropie en conduisant les calculs d'une façon plus rigoureuse; on arrive alors à une équation plus complexe que celles données ci-dessus, mais dans laquelle les termes en T représentent l'expression de la chaleur latente développée en fonction de la température. M. Duhem aurait certainement pu déduire ce résultat de sa théorie, mais il ne l'a pas fait.

» Poursuivant la même méthode expérimentale, j'ai montré que la loi générale d'équivalence des systèmes chimiques entraînait entre les constantes d'intégration des relations telles que l'équation définitive d'équilibre pouvait être répartie en une série de termes dépendant exclusivement de l'état actuel de chacun des corps en présence, et que ces termes présentaient, avec la fonction caractéristique H′ de M. Massieu, une relation telle que la condition d'équilibre pouvait être mise sous la forme

$$\sum (\mathrm{H}'\, dm) = 0.$$

» Cette équation ressemble effectivement à celle que M. Duhem a prise comme point de départ. Il aurait aussi bien pu écrire directement celle-ci, mais il ne l'a pas fait. De plus, j'en donne une démonstration basée sur

l'expérience, et pas seulement un énoncé, qui ne saurait être qu'hypothétique.

» Enfin M. Duhem rappelle qu'il a signalé le premier l'analogie des lois de l'équilibre chimique avec le principe du travail virtuel en Mécanique. J'avoue que les trois lignes consacrées à ce sujet dans un Ouvrage de trois cents pages m'avaient échappé. Cette analogie est seulement énoncée d'une façon très vague et rendue douteuse par les réserves que contiennent les lignes suivantes, réserves provenant d'une confusion relative aux équilibres chimiques, analogue à celle qui consisterait, en Mécanique, à confondre dans les lois de l'équilibre la force de la pesanteur, par exemple, avec celle du frottement. J'ai, au contraire, démontré cette analogie complète, en mettant sous la même forme les équations de l'équilibre chimique et de l'équilibre mécanique.

» Équilibre à déformation nulle :

$$\sum (\mathrm{F}\,dx)\frac{d\mathrm{F}}{\mathrm{F}} = 0, \qquad \sum \alpha\frac{d\mathrm{T}}{\mathrm{T}} + \beta\frac{d\mathrm{E}}{\mathrm{E}} + \gamma\frac{d\mathrm{P}}{\mathrm{P}} = 0.$$

» Équilibre général :

$$\sum \mathrm{F}\,dx = 0, \qquad \sum \mathrm{H}'\,dm = 0.$$

» M. Duhem ne pouvait faire ce rapprochement avec les formules qu'il avait obtenues. »

CHIMIE. — *Sur un nouvel hydrate de l'acide molybdique.* Note de M. A. VIVIER, présentée par M. Debray.

« On ne connaît qu'un seul hydrate bien défini de l'acide molybdique : c'est l'hydrate MoO^3, 2HO, qui se dépose en cristaux jaunes de la solution de molybdate d'ammoniaque dans l'acide nitrique.

» Cependant, Ullik a obtenu une seule fois un hydrate MoO^3, HO en mélangeant 1éq de molybdate de magnésie MgO, $MoO^3 + 7HO$ dissous avec 2éq d'acide nitrique. La liqueur, filtrée et abandonnée, laissa déposer une masse cristalline qui, desséchée sur l'acide sulfurique, renfermait très peu de magnésie et environ la quantité d'eau indiquée par la formule [1].

[1] PARMENTIER, *Encyclopédie chimique*, article *Molybdène*, p. 16.

» D'autre part, j'ai observé plusieurs fois la présence de cristaux blancs dans des flacons contenant du molybdate d'ammoniaque en solution nitrique.

» Un bel échantillon de ces cristaux m'a donné à l'analyse :

	Trouvé.	Calculé.
HO.............	11,19	11,11
MoO^3 (différence).	88,81	88,88

ce qui correspond à MoO^3,HO.

» Après quelques tâtonnements, je suis arrivé à transformer facilement l'hydrate jaune en hydrate blanc par l'action ménagée de la chaleur en présence de la solution azotique de molybdate d'ammoniaque.

» Il suffit de le chauffer à 50°-60° pendant quelques jours avec un mélange de réactif molybdique et d'eau à parties égales.

» Plusieurs essais de chauffe de l'hydrate jaune avec de l'eau distillée, de l'acide azotique très étendu ont donné des résultats constamment négatifs, même lorsqu'on introduisait dans les vases qui les contenaient un petit cristal blanc.

» L'hydrate ainsi obtenu se présente, au microscope, sous forme de cristaux très petits, agissant sur la lumière polarisée et paraissant appartenir au système hexagonal. J'espère obtenir des cristaux suffisants pour en déterminer exactement le système.

» Voici les analyses de deux échantillons de ce produit :

	Calculé.	Trouvé.	
MoO^3............	88,89	88,87	88,61
HO...............	11,11	11,13	11,39

» J'aurai l'honneur de présenter à l'Académie la suite de ces recherches, que je continue dans le laboratoire de la Station agronomique de l'Est. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la densité de vapeur de l'aluminium-méthyle.* Note de MM. **E. Louïse** et **L. Roux**, présentée par M. Friedel.

« MM. Odling et Buckton ([1]) ont trouvé que la densité de vapeur de l'aluminium-méthyle est représentée

A 160°	par le nombre.................	4,1
A 240°	» »	2,8

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. IV, p. 492.

» Le premier résultat se rapproche de la valeur exigée par la formule $Al^2(CH^3)^6$, qui correspondrait à la densité 5,02; le second s'accorde sensiblement avec $Al(CH^3)^3$; aucun d'eux d'ailleurs n'est assez précis pour permettre de déterminer exactement la formule correspondant à 2^{vol} de vapeur d'aluminium-méthyle.

» Comme nous avons montré dans une précédente Communication ([1]) que l'aluminium-éthyle possède une densité de vapeur normale, et qu'on doit dès lors attribuer à ce corps la formule $Al^2(C^2H^5)^6$, nous nous sommes proposé de vérifier que l'aluminium-méthyle possède une formule analogue. Nous avons donc déterminé à diverses températures la densité de vapeur de ce dernier composé.

» L'aluminium-méthyle qui a servi à nos expériences a été préparé en chauffant à 100° pendant dix heures, en tube scellé, du mercure-méthyle avec un excès d'aluminium en feuilles. Le produit de la réaction a été distillé sur de l'aluminium métallique dans un courant d'azote rigoureusement purifié et séché.

» Il se présente sous la forme d'un liquide incolore, mobile, bouillant vers 140°, et beaucoup plus altérable à l'air que l'aluminium-éthyle.

» Soumis à l'analyse, ce corps a donné les résultats suivants :

Matière employée	$0^{gr},1790$
Alumine trouvée	$0^{gr},1268$

ce qui fait, en centièmes,

	Trouvé.	Calculé. pour $Al^2(CH^3)^6$.
Aluminium	37,8	37,9

» Les densités de vapeur ont été prises, d'après la méthode de V. Meyer, dans une atmosphère d'azote pur et sec, à diverses températures obtenues au moyen de composés définis maintenus à l'ébullition. Elles sont représentées par les nombres suivants :

	Corps employés.	Températures d'ébullition.	Densités trouvées.	
I.	Aniline	182°	5,08	5,1
II.			5,15	
III.	Naphtaline	216	4,8	4,75
IV.			4,7	

([1]) *Comptes rendus*, t. CVI, p. 73.

	Corps employés.	Températures d'ébullition.	Densités trouvées.	
V.	Diphénylamine	310°		4,6
VI. VII.	Mercure............	340	2,3 / 2,5	2,4
VIII. IX.	Soufre	440	1,9 / 1,7	1,8

» La densité de vapeur de l'aluminium-méthyle étant 5,02 pour la formule $Al^2(CH^3)^6$, les nombres précédents montrent que ce corps, plus stable que l'aluminium-éthyle, possède une densité normale à une température dépassant de plus de 50° son point d'ébullition. La décomposition, presque nulle jusqu'à 310°, augmente à mesure que la température s'élève. Dans la vapeur de soufre, la densité de vapeur devient égale au tiers de la densité théorique.

» L'aluminium-éthyle nous ayant donné des résultats analogues, nous avions pensé tout d'abord que ces composés organo-métalliques se détruisent à température élevée en donnant 6^vol de vapeur. Mais l'expérience montre que cette hypothèse n'est pas justifiée, et, à des températures plus élevées, la densité diminue davantage encore. C'est ainsi, par exemple, qu'à 440° la densité de vapeur de l'aluminium-éthyle, ou plutôt de ses produits de décomposition, est égale à 1,3, nombre notablement inférieur à 2,5, qui serait le tiers de la densité normale.

» Afin de connaître la nature des produits qui prennent naissance dans la destruction de ces composés sous l'influence de la chaleur, nous avons dirigé à travers un tube de verre chauffé à la température de 380° dans un bloc de fonte Wiesnegg un courant de vapeur d'aluminium-éthyle. A la fin de l'expérience, les parois du tube étaient recouvertes d'un magnifique dépôt d'aluminium métallique, formant un miroir continu. Quant aux gaz que l'on recueille, ils sont constitués principalement par des carbures éthyléniques et de l'hydrogène, mélangés à une petite quantité de carbures forméniques. On retrouve enfin une certaine quantité d'aluminium-éthyle non décomposé.

» Les composés organiques de l'aluminium se détruisent donc, sous l'action de la chaleur, en donnant de l'aluminium métallique et un mélange d'hydrogène et d'hydrocarbures éthyléniques et forméniques, répondant à un état d'équilibre stable à la température de l'expérience.

» Cette décomposition ne commence d'ailleurs qu'à une température

assez élevée. Mais, avant de l'avoir subie, les composés de l'aluminium possèdent une densité de vapeur normale et doivent dès lors être représentés par la formule générale Al^2R^6. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'aniline sur l'épichlorhydrine*. Note de M. **Ad. Fauconnier**, présentée par M. Friedel.

« L'étude de l'action de l'aniline sur l'épichlorhydrine a été entreprise en 1882, par M. Hörmann (*Deutsche chemische Gesellschaft*, t. XV, p. 1541). Cet auteur est parvenu aux résultats suivants : L'épichlorhydrine et l'aniline sont susceptibles de se combiner en trois proportions différentes, savoir : 2^{mol} d'épichlorhydrine pour 1^{mol} d'aniline, molécule à molécule, et 1^{mol} d'épichlorhydrine pour 2^{mol} d'aniline. Les produits ainsi engendrés sont des bases faibles, qui fournissent par l'action du chloranile des matières colorantes bleues ou violettes. Aucun des composés dont parle M. Hörmann n'ayant été analysé ni même isolé à l'état de pureté, j'ai repris l'étude de cette réaction.

» Je n'ai pu, jusqu'à présent, obtenir à l'état pur qu'une seule des bases entrevues par M. Hörmann, celle qui résulte de la combinaison de 2^{mol} d'aniline avec 1^{mol} d'épichlorhydrine.

» Pour la préparer, je chauffe de l'aniline (3^{mol}) au bain d'huile, dans un ballon muni d'un réfrigérant ascendant, à la température de 140°; et au moyen d'un entonnoir à robinet, j'y laisse tomber goutte à goutte l'épichlorhydrine (1^{mol}). On opère ainsi très aisément la réaction, qui est au contraire explosive au-dessous de 100° lorsqu'on chauffe sans précaution le mélange fait à l'avance d'aniline et d'épichlorhydrine.

» Le produit est une huile brunâtre : on le dissout dans l'acide chlorhydrique étendu et l'on précipite par l'ammoniaque : on élimine ainsi l'excès d'aniline, qui reste dissoute à l'état de chlorhydrate. La base précipitée est reprise par l'éther, et la solution éthérée, bien lavée à l'eau, et enfin épuisée par l'acide chlorhydrique. Il ne reste plus qu'à concentrer la solution chlorhydrique par distillation au bain-marie dans le vide, pour obtenir une masse sirupeuse, qui ne tarde pas à se prendre en une masse cristalline. Après deux ou trois cristallisations dans l'alcool, on obtient facilement des aiguilles incolores, très solubles dans l'eau, assez solubles dans l'alcool, surtout à l'ébullition, insolubles dans l'éther, qui brunissent

vers 180°, commencent à se ramollir à 196°, et fondent en se décomposant à 201°-202°.

» Ce corps a donné à l'analyse les chiffres suivants :

	I.	II.	III.
Matière	0,1791	0,2172	0,2215
CO^2	0,3734	0,4555	0,4640
H^2O	0,1143	0,1311	0,1324

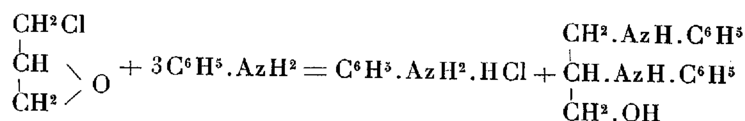
	IV.		V.
Matière	0,1282	Matière	0,2025
Volume d'azote	$9^{cc},5$	AgCl	0,1878
Température	18°		
Hauteur barométrique	$766^{mm},4$		

ou, en centièmes,

	I.	II.	III.	IV.	V.	Calculé pour $C^{15}H^{20}Az^2Cl^2O$.
C	56,86	57,19	57,13	»	»	57,14
H	7,08	6,70	6,64	»	»	6,34
Az	»	»	»	8,56	»	8,88
Cl	»	»	»	»	22,94	22,54

» La base elle-même est un liquide huileux, incolore, incristallisable, soluble dans l'alcool et dans l'éther, insoluble dans l'eau. On peut l'isoler en précipitant une solution du chlorhydrate par les alcalis, l'ammoniaque, les carbonates ou bicarbonates alcalins, ou même par l'acétate de soude. Elle distille en se décomposant partiellement vers 290° sous une pression de 10^{mm}.

» Elle paraît isomérique avec la dianiline-hydrine obtenue par M. Claus au moyen de l'aniline et de la dichlorhydrine glycérique. Je l'appellerai *dianilglycérine*. Sa formation s'explique par l'équation



$$\begin{matrix} CH^2Cl \\ | \\ CH \\ | \\ CH^2 \end{matrix} \!\!> O + 3C^6H^5.AzH^2 = C^6H^5.AzH^2.HCl + \begin{matrix} CH^2.AzH.C^6H^5 \\ | \\ CH.AzH.C^6H^5 \\ | \\ CH^2.OH \end{matrix}$$

La solution du chlorhydrate donne des précipités amorphes blancs par le phosphotungstate et le phosphomolybdate de sodium, le réactif de Nessler, les iodures doubles de mercure et de potassium, et de cadmium et de potassium; elle réduit immédiatement à froid le chlorure d'or, le

ferricyanure de potassium; elle ne précipite le chlorure mercurique qu'en présence de carbonate de soude; elle donne avec le chlorure de platine un précipité cristallin formé de lamelles d'un jaune très pâle. Enfin elle donne, avec l'acide picrique, un précipité jaune, amorphe, soluble dans les acides; avec l'eau de brome, un précipité vert sale; avec l'hypochlorite de sodium, un précipité vert sale; avec le bichromate de potassium, une coloration d'un brun foncé, très intense; avec le permanganate de potassium, une coloration d'un violet presque noir.

» J'ajouterai, en terminant cette Note destinée à prendre date, que j'ai réussi à obtenir au moyen de l'épichlorhydrine et de la phénylhydrazine, ainsi qu'au moyen de l'épichlorhydrine et de l'ammoniaque, des composés parfaitement cristallisés, dont je communiquerai prochainement l'analyse et les propriétés. »

TOXICOLOGIE. — *Sur une Cigale vésicante de la Chine et du Tonkin.* Note de MM. **Arnaud** et **Charles Brongniart**, présentée par M. Friedel,

« Les Chinois emploient, dans leur Thérapeutique, des médicaments internes ou externes fournis par la classe des Insectes; ils absorbent, dans du vin, des Myriapodes, des Scorpions, des Insectes. Ils font usage d'insectes vésicants comme diurétiques ou pour déterminer l'avortement; et même le code mandchou a édicté des peines pour réprimer ce fait qui, paraît-il, est assez fréquent.

» On ne trouve pas cependant en Chine la Cantharide vraie (*Cantharis vesicatoria*). Cet insecte est remplacé par d'autres types de la même famille, tels que *Cantharis erythrocephala*, des *Epicauta*, *Mylabris pustulata* ou *Pan-Mau*, fréquemment employé comme remède contre les maladies des yeux. Tous ces insectes appartiennent à l'ordre des Coléoptères, au groupe des Vésicants.

» Mais les Chinois emploient encore un autre insecte, un Hémiptère voisin des Cigales, *Cicada* ou *Huechys sanguinolenta*, qui vit sur l'*Ailanthus fœtida* et qu'ils nomment *Cha-Ki*. Cet insecte est commun au Tonkin. Porter Smith a signalé ce fait en 1871 ([1]). Il nous dit que ce Cha-Ki sert, après avoir été dépouillé de ses pattes et de ses ailes, dans un assez

([1]) *Pharmaceutical Journal and Tr.*, (3), p. 4, et *Journal de Pharmacie et de Chimie*, 4e série, Vol. XIV, p. 62.

grand nombre de maladies indiquées dans le *Pen Tsao Kang Mou*, qui ordonna en particulier son introduction, en guise de suppositoire, dans les organes sexuels de la femme, si celle-ci est atteinte d'affection de la matrice. Mais on l'administre surtout fréquemment contre la rage en même temps que les Mylabres. Porter-Smith nous dit ([1]) que cet emploi tient à la théorie singulière, généralement répandue en Chine, que tout individu mordu par un chien conçoit par cela même et doit expulser par les organes urinaires un fœtus de chien. Aussi, dès qu'une personne est mordue, a-t-elle recours immédiatement au Cha-Ki, car elle est persuadée que la parturition de ce produit étrange sera singulièrement activée et qu'on pourra trouver ce produit au milieu du sang et des matières rejetées par suite de la strangurie. Ceci ferait penser que ce médicament agit sur la vessie comme la Cantharide.

» Cette Cigale, longue de 3cm, est noire, avec une tache rouge sur la tête, deux taches rouges sur le mésothorax; l'abdomen est rouge; les pattes et les ailes antérieures sont noires; les ailes de la seconde paire sont transparentes.

» M. M. Darrasse nous ayant remis, au mois de mai 1887, une certaine quantité de ces insectes, nous avons voulu rechercher s'ils renferment de la cantharidine et quelle est leur action thérapeutique. M. Achille Valenciennes, directeur de l'usine de la Pharmacie centrale, à Saint-Denis, voulut bien nous faire préparer des vésicatoires composés avec notre insecte. Notre ami le Dr Ludovic Devis expérimenta ces vésicatoires, ainsi que M. Valenciennes. On n'obtint pas de vésication aussi nette qu'avec les vésicatoires de Cantharide; on constata de la rougeur avec léger soulèvement de l'épiderme, ou de la rougeur avec vésiculation contenant un liquide louche. On ne remarqua pas d'action sur la vessie ([2]).

» Quant aux recherches chimiques, voici quels sont les résultats obtenus :

» Les insectes, pulvérisés, ont été traités par un grand excès de chloroforme, dans un appareil à épuisement continu; toutefois, on a laissé le tout en macération pendant vingt-quatre heures, avant de faire l'extraction méthodique.

([1]) *Loc. cit.*

([2]) Le général Tcheng Ki Tong fit, au mois de septembre 1887, une conférence sur les insectes utiles de la Chine; mais nous eûmes le regret de constater qu'il n'y fut pas fait mention des Cha-Ki.

» L'épuisement à chaud a fourni une liqueur colorée en un vert assez intense. Après filtration, on a distillé pour chasser le chloroforme. Le résidu de l'évaporation était constitué par une huile épaisse, verdâtre, qui laissait déposer des cristaux lorsqu'on l'abandonnait au froid pendant quelques jours; ces cristaux étaient formés par une matière cireuse très fusible.

» Nous avons recherché avec beaucoup de soin la cantharidine, en traitant l'huile obtenue, bien débarrassée de chloroforme, par le sulfure de carbone : on sait que la cantharidine est insoluble dans ce liquide. Nous n'avons pu en isoler la plus petite quantité. Il est donc probable que l'action vésicante de ces insectes est due à l'huile, ou tout au moins à un principe tenu en dissolution dans cette huile. Ce ne serait pas là un exemple isolé; l'huile de *Croton tiglium*, extraite du Pignon de l'Inde, possède une action vésicante très remarquable, attribuée par Schlippe [1] à une matière huileuse spéciale qu'il a appelée *crotonol*, dont l'étude chimique n'est pas suffisante pour qu'on puisse la considérer comme un principe immédiat.

» Nous nous proposons d'expérimenter séparément l'action sur la peau des substances que nous avons pu isoler jusqu'ici. »

PHYSIOLOGIE. — *Sur la respiration de la levure de grains à diverses températures*. Note de MM. **Gréhant** et **Quinquaud**, présentée par M. Milne-Edwards.

« Dans une expérience célèbre, publiée dans ses belles Études sur la bière, M. Pasteur a mesuré l'absorption de l'oxygène par la levure vivant au contact de 315^{cc} d'air dans un milieu sucré. Les résultats qu'il a obtenus, rapportés à 1^{gr} de levure, ont donné une absorption de 414^{cc} d'oxygène en quinze heures.

» Ce travail de M. Pasteur et l'étude de l'absorption de l'oxygène par la levure faite par MM. Schützenberger et Quinquaud, à l'aide de l'hydrosulfite, nous ont servi de base et nous ont conduits à entreprendre une longue série de recherches, pour mesurer le volume d'oxygène absorbé et d'acide carbonique produit par la levure vivant d'abord dans l'eau distillée, en l'absence de sucre et en contact avec un volume d'air déterminé.

» Dans nos expériences, nous introduisons dans un petit flacon 5^{gr} de levure, 40^{cc}

(1) Schlippe, *Ann. der Chem. und Pharmacie*, t. CV, p. 1.

d'eau distillée aérée et 40^cc d'air pur. Le flacon, fermé par un bouchon de caoutchouc bien fixé, est maintenu dans une boîte de zinc de forme rectangulaire, qui est fermée par une bande de caoutchouc et par un couvercle plan assujetti à l'aide de rectangles de laiton et de vis. Deux tubulures latérales permettent de faire circuler autour du flacon un courant d'eau venant d'un grand réservoir cylindrique d'une capacité de 50^lit. L'eau est maintenue à une température constante qui est mesurée à la sortie ; la boîte, fixée sur une planche oscillante, est mise en mouvement par un moteur hydraulique.

» Au bout d'une demi-heure d'agitation, on retire le flacon, on le porte au-dessus du robinet d'une pompe à mercure et, à l'aide d'un tube capillaire et d'une cuvette mobile, on fait pénétrer dans le récipient vide (appareil de Gréhant) l'air, l'eau et la levure; on extrait les gaz, qui sont analysés sur le mercure, puis dans l'eudiomètre; on retranche de l'acide carbonique trouvé celui que contient la levure et qui est égal à 1^cc,2 environ pour 5^gr. Voici un Tableau des résultats qui ont été obtenus de 0° à 46°; il est bon de remarquer que la levure n'était pas en état d'asphyxie, puisque nous avons toujours retrouvé un volume d'oxygène notable :

Poids de levure : 5^gr.

Température.	Durée de l'expérience.	Oxygène fourni.	Oxygène retrouvé.	Oxygène absorbé.	CO^2 exhalé.	$\frac{CO^2}{O}$.
°	h m	cc	cc	cc	cc	
0	1	8,16	5,76	2, 4	2,1	0,87
9,7	1, 6	9,46	4, 2	5,26	3,4	0,64
13,8	30	8, 3	5,86	2,44	2,6	1,06
17	30	9,46	6,43	3,03	3,2	1,05
19,5	30	7,96	5, 1	2, 8	3,9	1, 4
21	30	8, 3	4,46	3,84	6,0	1, 5
26	30	8, 3	5, 2	3, 1	5,8	1, 9
27,6	30	6, 2	2,06	4,14	9,6	2, 3
30,3	30	7,96	4,03	3,93	9,4	2, 4
36	30	9, 2	5,23	3,97	9,6	2, 4
40	15	9,26	5, 8	3,46	11,2	3, 2
46,3	30	9, 2	4,26	4,94	22,3	4, 5

» Nous arrivons donc à cette conclusion que le rapport $\frac{CO^2}{O}$ est variable avec la température, ce qui montre que les cellules isolées de levure ne paraissent pas se comporter comme les Champignons et les tissus sans chlorophylle qui, d'après les expériences de MM. Bonnier et Mangin, donnent un rapport $\frac{CO^2}{O}$ constant, quelle que soit la température, pour les mêmes individus de la même espèce.

» Le désaccord entre nos résultats et ceux de M. Paumès, qui a trouvé

un rapport $\frac{CO^2}{O}$ irrégulier avec la température, s'explique par une technique expérimentale différente ([1]) ».

THÉRAPEUTIQUE. — *De l'acide carbonique appliqué au traitement de certaines formes de dyspnée.* Note de M. **Edmond Weill**, présentée par M. Brown-Séquard.

« L'idée d'employer les inhalations d'acide carbonique pour combattre la dyspnée nous a été suggérée par les expériences de M. Brown-Séquard sur les effets inhibitoires produits par l'insufflation d'un courant de ce gaz dans le larynx, effets parmi lesquels l'anesthésie du larynx et l'action modératrice de certains mouvements nous ont paru capables d'avoir une application clinique.

» Nous avons fait respirer à nos malades de l'acide carbonique par au moyen de l'appareil Limousin dans lequel on remplaçait le réservoir d'oxygène par un réservoir d'acide carbonique. Les séances d'inhalation duraient de deux à cinq minutes et se faisaient une ou deux fois par jour. La quantité d'acide carbonique employée chaque fois variait environ de 2^{lit} à 4^{lit}. Dans ces conditions, nous n'avons jamais remarqué, ni immédiatement ni consécutivement, aucun effet fâcheux. Par contre, nous observions une action eupnéique très nette, qui se produisait instantanément et avait des effets durables.

» Les malades que nous avons traités de la sorte étaient surtout des tuberculeux, la plupart atteints de laryngite et de lésions avancées des poumons. Ils présentaient en général une oppression légère, mais continue, et de temps à autre des paroxysmes (de 4 à 20 par jour), composés d'une période de quintes de toux durant quelques minutes à une demi-heure, suivies d'une dyspnée intense avec angoisses et palpitations cardiaques. Cette dyspnée durait plus longtemps que les quintes elles-mêmes. Les paroxysmes étaient plus fréquents la nuit que le jour. Les malades étaient obligés de garder la plus grande partie de la nuit la position assise. Enfin ils se privaient volontiers de leur repas du soir qui exagérait les phénomènes dyspnéiques.

» Nous avons fait inhaler de l'acide carbonique, tantôt au moment d'un paroxysme, tantôt dans la période de calme relatif qui sépare les accès.

([1]) Ce travail a été fait au Muséum d'Histoire naturelle, dans le laboratoire de Physiologie générale dirigé par M. le professeur Ch. Rouget.

Dans le premier cas, l'accès est en quelque sorte coupé court. La toux s'arrête, l'oppression et les palpitations diminuent. La respiration tombe de moitié comme fréquence. Le malade a un sentiment de bien-être très accusé.

» Dans les inhalations faites entre les accès, il y a un premier effet analogue au précédent, le malade respire plus librement; mais, de plus, il y a une action préventive sur les paroxysmes. Ceux-ci diminuent de fréquence, d'intensité et de durée. Tel malade qui avait douze accès par jour n'en aura plus que cinq, quatre et même deux, et ces accès sont très supportables pour lui. Tous les malades ont pu, la nuit, prendre la position couchée. La plupart ont pu goûter le sommeil et manger le soir.

» Nous avons pu traiter par la même méthode des accès de dyspnée chez les emphysémateux atteints d'albuminurie. L'effet favorable a été le même; mais le nombre de ces faits est trop petit pour que nous puissions conclure dès à présent.

» Chez tous les malades qui ont respiré de l'acide carbonique dans les conditions que nous avions indiquées, il s'est produit, à la fin de l'inhalation, une abolition de la sensibilité réflexe du pharynx et du larynx. Nous n'avons pas observé de modifications de la sensibilité cutanée.

» Cette anesthésie carbonique pourrait être utilisée au même titre que celle qu'on produit par les applications de cocaïne. Dans le larynx, en particulier, elle paraît être d'un usage beaucoup plus pratique.

» En résumé, les inhalations d'acide carbonique, par la simplicité et la facilité de leur emploi, par leur effet eupnéique très net, par leur innocuité, conviennent au traitement de certaines formes de dyspnée où leur action peut se comparer à celle de l'injection sous-cutanée de morphine contre la douleur. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Sur les propriétés biologiques et l'atténuation du virus de la pneumo-entérite des porcs.* Note de MM. **Cornil** et **Chantemesse**, présentée par M. Chauveau.

« Dans une précédente Communication, nous avons fait connaître l'existence et l'étiologie d'une pneumo-entérite des porcs observée dans les environs de Paris, analogue à celle désignée par Schütz et Loeffler sous le nom de *Schweine-Seuche*, et par Salmon successivement sous les noms de *swine-plague* et de *cholera-hog*. Nous avons étudié depuis la symptomatologie et l'étiologie de l'épizootie de Marseille, qui a fait des ravages considérables dans l'espèce porcine.

» Le micro-organisme que nous avons isolé dans le virus des porcs de Gentilly se cultive à la température de 18° à 45° sans produire de *spores*. Ces cultures meurent, en effet, lorsqu'elles sont chauffées pendant un quart d'heure à la température de 58°.

» La *dessiccation* ne détruit que très difficilement ce virus. Deux gouttes de culture étalées dans un tube de verre stérilisé, desséchées rapidement et maintenues à 20° pendant quinze jours, sont encore fertiles lorsqu'on les sème dans un milieu nutritif. La *congélation* des cultures ne les tue pas.

» Le microbe se cultive et se reproduit très facilement dans l'*eau distillée*, où il vit pendant plus de quinze jours.

» Pour essayer l'action des *antiseptiques* sur ce virus, nous avons ajouté à une quantité donnée de culture virulente dans du bouillon une quantité égale de la solution antiseptique à étudier. Nous faisions ensuite, avec ce mélange, des ensemencements sur différents milieux nutritifs, au bout de quelques minutes, d'un quart d'heure ou d'une heure. Nous constations ainsi la fertilité ou l'infertilité du mélange.

» Les solutions aqueuses saturées de sulfate de fer, de chlorure de zinc, d'eau de chaux, d'acide picrique, d'ammoniaque, de phénol et de sel marin, n'ont aucune action après une heure de contact.

» L'essence de térébenthine pure, le sublimé à $\frac{1}{1000}$, seul ou additionné d'acide chlorhydrique à $\frac{5}{1000}$, le biiodure de mercure à $\frac{0.5}{1000}$ additionné d'acide tartrique à $\frac{5}{1000}$, l'acide phénique à $\frac{1}{40}$, l'acide salicylique à $\frac{1}{1000}$, les acides sulfurique, nitrique, chlorhydrique à $\frac{1}{100}$ ne détruisent pas l'activité de ce microbe après une heure de contact.

» L'alcool absolu et la solution de sulfate de cuivre à $\frac{1}{5}$ arrêtent tout développement au bout d'une heure.

» L'acide oxalique en solution aqueuse saturée, la soude caustique, l'iodoforme en solution alcoolique saturée, les acides chlorhydrique, nitrique et sulfurique à $\frac{1}{5}$ tuent ce micro-organisme en un quart d'heure.

» Les vapeurs de chlore détruisent ce virus en moins d'une heure.

» Le sublimé à $\frac{1}{1000}$, agissant en dehors d'un milieu albuminoïde, par exemple sur des cultures développées à la surface des pommes de terre, les stérilise en deux minutes. Mais nous devons faire remarquer que ce microbe, considéré comme agent de la contagion, est presque toujours protégé contre le sublimé par les substances albuminoïdes qui l'entourent.

» Aussi, de toutes les substances antiseptiques, celle qui nous a paru la plus efficace, et que nous recommandons, consiste dans le mélange suivant:

eau, 100^{gr}; acide phénique, 4^{gr}; acide chlorhydrique 2^{gr}. Ajouté en parties égales à une culture, celle-ci est stérilisée en moins d'une minute.

» Pour obtenir une *atténuation* du virus, nous avons fait agir simultanément l'air et la chaleur. Nous avons choisi une température qui surpassât un peu celle de son développement normal. Nous cherchions à obtenir des modifications lentes pour qu'elles fussent durables. Nous avons pris la température de 43°, en faisant des réensemencements fréquents des cultures.

» Au bout de trente jours de chauffage constant, les cultures paraissent n'avoir perdu aucune de leurs qualités virulentes; elles offrent seulement cette particularité de ne plus donner de matière colorante sur la pomme de terre. Ensemencées sur des milieux favorables laissés à l'étuve, elles donnent des cultures filles qui tuent en quelques jours les cobayes et les lapins. Les animaux meurent avec une infiltration de sang et de fibrine au lieu d'inoculation, des noyaux de broncho-pneumonie, des plaques fibrineuses sur le foie et la rate, une diarrhée abondante et des lésions rénales. Le sang et l'urine contiennent beaucoup de microbes. Il en est de même après cinquante-quatre jours de chauffage.

» Après soixante-quatorze jours, le virus est notablement modifié. Les cultures se développent avec les mêmes caractères morphologiques, mais elles ne tuent pas toujours les lapins. Il apparaît, au point d'inoculation, au bout de deux ou trois jours, une tuméfaction accompagnée de rougeur; la peau se perfore, laisse échapper un magma caséeux et la plaie se cicatrise. Quelquefois, cependant, les animaux finissent par succomber avec une infection liée à la présence de micro-organismes dans le sang.

» Au bout de quatre-vingt-dix jours de chauffage, l'atténuation est suffisante pour que le virus ne tue plus les cobayes et ne leur donne qu'un abcès sous-cutané. Les lapins ne présentent même pas toujours cette lésion locale.

» Les cultures filles de ce virus se développent très bien et se transmettent les unes aux autres leurs qualités. Avec ce virus atténué, il est facile de donner aux cobayes et aux lapins l'immunité contre le microbe virulent.

» Un cobaye qui a reçu $0^{cc},5$ d'une culture de quatre-vingt-dix jours dans le tissu cellulaire présente une tuméfaction qui se remplit de pus caséeux et se vide. Quelques jours plus tard, une culture de soixante-quatorze jours produit le même effet. Désormais l'animal résiste au virus de cinquante-quatre jours et au virus le plus virulent.

» Nous ferons connaître bientôt les résultats de nos expériences de vaccination des porcs, qui sont commencées depuis deux mois. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Un parasite du cow-pox.* Note de M. **P. Pourquier**, présentée par M. Chauveau.

« I. Le 17 janvier 1887, j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie une Note sur la dégénérescence du vaccin et sur les moyens d'en empêcher l'atténuation : dans ce premier travail, je montrais, comme source de dégénérescence, l'ensemencement du virus sur des terrains défavorables. J'appelle aujourd'hui l'attention sur une autre cause de dégénérescence vaccinale, qui s'est produite sous les yeux d'un grand nombre de directeurs d'établissements de vaccination animale, et dont la nature n'a pas encore été élucidée. Je viens établir que cette dégénérescence est due à un micro-organisme, parasite du cow-pox.

» II. Nos premières observations remontent à l'année 1881. Nous avons eu l'occasion de les renouveler plusieurs fois, sur nos cultures de cow-pox et, tout récemment, sur des virus qui nous ont été adressés de Bruxelles, de Lintz (Autriche) et d'un Institut vaccinal français. Ces faits, déjà nombreux, m'ont fourni un champ d'étude suffisant pour arriver à des résultats positifs.

» Il importe d'abord de bien établir les caractères macroscopiques de la pustule saine et de la pustule envahie par le micro-organisme.

» Normalement, les inoculations par scarification faites sur la génisse présentent, dès le troisième jour, un liséré blanc nacré, qui va en s'élargissant peu à peu jusqu'au sixième ou septième jour; la surface des pustules est lisse, luisante; elles sont entourées d'un liséré rougeâtre, peu ou point saillant. Les pustules qui commencent à être envahies par le parasite sont moins larges, moins luisantes, moins gonflées de liquide vaccinal; elles reposent sur une base inflammatoire plus large, plus profonde.

» Lorsqu'on saisit une pustule saine entre les mors de la pince Chambon, on voit sourdre à la surface un liquide limpide, légèrement ambré. La pustule malade laisse sortir par pression le même liquide, sillonné de fines traînées blanchâtres.

» Tel est l'aspect différent des pustules malades, au début de l'invasion du micro-organisme. Dans le principe, l'invasion est, le plus souvent, limitée à quelques pustules. Ces pustules doivent être éliminées, sinon l'envahissement est bientôt complet : d'où l'importance d'être bien fixé sur les caractères différentiels de la pustule malade.

» Si, par ignorance ou dans un but expérimental, on recueille le contenu d'une de ces pustules, qu'on l'inocule à une seconde génisse, les phénomènes locaux et généraux vont différer de ceux qui suivent l'évolution du virus normal. Dès le second jour, la surface inoculée est chaude; l'animal témoigne de la douleur, lorsqu'on promène la main sur les points inoculés. Ceux-ci sont plus saillants, plus rouges. A cette période, l'animal éprouve souvent des frissons; les oreilles sont alternativement chaudes et froides; il survient une diarrhée ayant une odeur caractéristique; l'animal est triste, la bouche chaude, l'appétit est diminué.

» Six fois vingt-quatre heures après l'inoculation, on constate que toutes les pustules sont d'une teinte ocreuse terne; leur surface est rugueuse, étroite. Elles reposent toutes sur une base inflammatoire ayant plus de $0^m,01$ de rayon. Si l'on presse entre les doigts la masse de chaque pustule, il s'échappe d'un point quelconque du sillon, produit par la scarification, une masse d'un blanc jaunâtre. Cette substance présente un aspect vermiforme, absolument comme le contenu d'un petit kyste sébacé.

» L'inoculation de ce liquide vaccinal malade à l'homme donne des résultats le plus souvent négatifs, et les rares pustules qui se montrent sont ternes, avortées.

» Le passage à une troisième génisse de ce liquide vaccinal donne naissance à des pustules encore plus avortées, presque entièrement remplies de cette matière blanchâtre déjà décrite. La diarrhée est plus intense, les symptômes généraux plus marqués.

» Si l'on vide la pustule par expression, il reste à la surface de la peau de véritables ulcérations à bords taillés à pic, à fond rouge livide, irrégulièrement semé de matière blanchâtre.

» III. L'examen histologique montre que ces caractères extérieurs répondent à la présence d'un micro-organisme [1]. Le contenu de la pustule, examiné au microscope, présente un très grand nombre de leucocytes en voie de dégénérescence, emprisonnés dans un fin réticulum, non fibrineux, et rappelant la mucine par ses caractères physico-chimiques; à côté de ces éléments, on voit de fines granulations, bien visibles surtout après leur coloration par le violet de méthyle (méthode de Franc).

» Ces micro-organismes ont été ensemencés dans plusieurs tubes d'agar-agar, le 6 décembre 1887. Du troisième au quatrième jour, on a vu appa-

---

[1] Pour cette partie de nos recherches, M. Carrieu a bien voulu mettre à mon service ses connaissances spéciales en histologie et en bactériologie.

raître un petit point de prolifération, correspondant au point d'inoculation. La culture s'est étendue à la surface de l'agar sous forme d'une traînée longitudinale, renflée à son extrémité inférieure. Cette traînée fait une saillie appréciable ; ses bords sont nettement découpés; sa surface est légèrement inégale, d'un reflet blanc bleuâtre la distinguant très nettement de la couleur jaune du tube. Du point piqué s'est développé, en profondeur, une colonie linéaire ayant exactement suivi la trace du fil de platine. La culture paraît se ralentir après un mois.

» Des préparations microscopiques, faites avec cette culture, montrent une quantité très considérable de micrococcus très volumineux, de 1μ de diamètre, tous très fortement colorés par la couleur d'aniline. Ces granulations arrondies sont le plus souvent isolées, quelquefois groupées deux à deux ou en plus grand nombre, en chaînettes rectilignes ou légèrement incurvées. A côté, l'on trouve des amas formés de trois, quatre et un plus grand nombre de granulations arrondies, groupées sans ordre. Ces caractères distinguent ce micro-organisme des microcoques de la septicémie et de la pyohémie (*Staphylococci* ou *Streptococci*) et permettent de le considérer comme spécial ; nous lui donnerons le nom de *parasite du cow-pox*.

» Les micrococcus des cultures obtenues sur l'agar-agar, mélangés à une certaine quantité de cow-pox, ont reproduit, sur deux génisses, des pustules absolument semblables aux pustules envahies par le parasite dont la description a été faite plus haut.

» IV. *Conclusions pratiques*. — Quand tout le champ vaccinal d'une génisse présente des pustules altérées d'après le type que nous venons de décrire, la génisse doit être abandonnée; un autre sujet vaccinifère doit être cherché et doit être inoculé avec un nouveau vaccin.

» Le plus souvent, au début, le parasite n'est pas envahissant d'emblée : quelques pustules seules sont çà et là atteintes par le mal. Dans ce cas, le vaccinateur doit se livrer à une sélection attentive et rejeter le liquide vaccinal des mauvaises pustules.

» Mais, ce qui ressort surtout des faits exposés, c'est la nécessité d'une antisepsie rigoureuse, pour empêcher la pénétration du parasite. Les lotions phéniquées ou au sublimé de la surface vaccinifère, avant, après la vaccination; la désinfection, à l'étuve, des couvertures de l'animal; un entretien méticuleux des instruments : tels sont les moyens de défense.

» Si le parasite entre dans la place, la sélection des pustules et une antisepsie encore plus surveillée arrêteront son extension. »

ANATOMIE COMPARÉE. — *Recherches sur le cerveau de l'Iule* (¹). Note de M. G. SAINT-REMY, présentée par M. H. de Lacaze-Duthiers.

« La forme extérieure du cerveau de l'Iule et les relations des nerfs qui en partent ont été décrites par Newport et Owen. Nous avons étudié cet organe au point de vue de son anatomie interne, encore inconnue, chez *Iulus sabulosus* et *Iulus maritimus*. Il comprend trois régions ganglionnaires : le ganglion optique, le ganglion antennaire ou olfactif, et le ganglion mandibulaire.

» Le *ganglion optique* se divise en deux régions : le ganglion optique moyen, qui occupe la partie postérieure et supérieure du cerveau, et les lobes optiques qui le prolongent latéralement et correspondent aux *ganglions optiques* des Insectes et des Crustacés.

» Le ganglion optique moyen offre dans sa partie supérieure, de chaque côté, deux formations intéressantes : au milieu de l'écorce de cellules ganglionnaires, on observe deux îlots de petits noyaux groupés autour d'une éminence de la substance médullaire. Ces petits noyaux, riches en chromatine, ne laissent pas reconnaître de contours cellulaires : ils ont tous les caractères des *noyaux ganglionnaires* de Dietl, et nous les considérons de même comme des cellules très pauvres en protoplasma. L'îlot interne n'émet aucun trajet de fibres; l'îlot externe est en relation par des tractus fibreux avec le lobe olfactif du même côté (*commissure optico-olfactive directe*) et avec le lobe olfactif du côté opposé (*commissure optico-olfactive croisée*). Or on sait, depuis les observations de Bellonci, que chez les Insectes et les Crustacés le lobe olfactif est relié au *corps pédonculé* ou *corps fongiforme* du côté correspondant et à celui du côté opposé. Ce sont précisément là les relations des îlots externes de noyaux ganglionnaires qui représenteraient les *calices* des corps pédonculés des Insectes. Bien que l'îlot interne soit isolé, sa similitude de structure porte à le considérer comme analogue à l'îlot externe, et le cerveau d'Iule présenterait deux calices, comme chez la plupart des Insectes : toutefois, beaucoup d'Insectes ne présentant qu'un seul calice (Flögel), on peut encore regarder l'îlot

(¹) Ces recherches ont été commencées au laboratoire Arago, où M. de Lacaze-Duthiers avait bien voulu m'accorder l'hospitalité, et continuées à la Faculté des Sciences de Nancy avec les animaux régulièrement reçus de Banyuls.

interne comme une formation indépendante, propre aux Myriapodes. L'existence chez la Scolopendre, dont le cerveau est plus simple, d'un seul îlot de noyaux ganglionnaires correspondant à l'îlot externe de l'Iule, mais sans relations avec le lobe olfactif, ne peut servir de preuve pour l'une ou pour l'autre hypothèse. Au-dessous de ces formations nous trouvons les deux *lobes cérébraux*, reliés l'un à l'autre par une *commissure transversale* fibreuse. Chacun envoie deux faisceaux dans la commissure œsophagienne correspondante.

Les lobes optiques représentent de petits cylindres situés aux extrémités du cerveau. Ils ont une structure assez compliquée, quoique beaucoup plus simple que celle des ganglions optiques des Insectes. Chacun d'eux comprend quatre couches qui sont, de dedans en dehors : la masse médullaire interne, la couche des fibrilles optiques, la lame ganglionnaire, la couche des faisceaux optiques. La *masse médullaire interne* représente un cône tronqué de substance ponctuée homogène appuyé sur le ganglion optique moyen par sa petite base et en partie revêtu de noyaux ganglionnaires : elle est unie à la portion supérieure de cette région par une quantité de fibrilles courtes non groupées en faisceaux. De sa face externe, légèrement concave, oblique de bas en haut et d'arrière en avant, partent, par petits groupes, de très nombreuses fibrilles qui la relient directement à la face postérieure de la lame ganglionnaire, sans s'entrecroiser. De nombreux noyaux sont disséminés entre ces fibrilles. La *lame ganglionnaire* comprend deux couches : une interne médullaire qui reçoit les fibrilles et émet les faisceaux optiques, et une externe formée de noyaux ganglionnaires. Les *faisceaux optiques*, dus au groupement de fibres issues de la lame, se portent horizontalement à travers le tissu conjonctif jusqu'au névrilemme qu'ils traversent.

» Le *ganglion olfactif* est constitué par les deux lobes olfactifs, qui offrent chacun, antérieurement, une lame épaisse de noyaux ganglionnaires, au-dessous de laquelle la substance ponctuée est particulièrement fine et homogène : il en part trois *commissures olfactives* qui réunissent symétriquement les lobes. Du côté externe, le lobe se renfle en un *lobule* revêtu de cellules ganglionnaires, dans lequel la substance ponctuée se différencie en *glomérules* comparables à ceux des Insectes. Ce lobule reçoit le faisceau *sensitif* du nerf antennaire : quant au faisceau *moteur*, il est constitué par des fibres venant de la commissure œsophagienne correspondante, de celle du côté opposé, et de l'autre nerf antennaire.

» Le *ganglion mandibulaire*, situé à la partie inférieure et antérieure du

cerveau, est constitué par deux lobes réunis en arrière par une bande commissurale et en avant par un pont nerveux bien isolé, d'où part le nerf stomato-gastrique. Son écorce ganglionnaire ne renferme que des cellules riches en protoplasma. Chaque lobe donne deux nerfs : l'externe, destiné à la mandibule, tire à la fois ses fibres du lobe et de la bande de substance ponctuée qui relie les deux moitiés du ganglion; l'interne, viscéral, sort directement de la substance du lobe. Le pont nerveux d'où sort le stomato-gastrique impair est formé d'un cylindre de substance ponctuée revêtu de grosses cellules.

» Il existe une commissure transversale de l'anneau œsophagien, formée par un faisceau de fibres qui s'isole sur le bord interne des commissures et passe de l'une à l'autre en décrivant un U. Dans l'angle qu'il fait en se séparant de chaque commissure, existe une petite accumulation de cellules ganglionnaires.

» En résumé, le cerveau de l'Iule, plus compliqué que celui des autres Myriapodes que nous avons étudiés, offre de grandes analogies avec le cerveau des Insectes. On y trouve des traces du corps pédonculé. Le lobe optique est assez complexe, mais ne présente pas de chiasma. Le ganglion olfactif est relativement plus important que chez les Insectes. Comme chez ces derniers, il existe des cellules pauvres en protoplasma, spécialement réservées aux centres de sensibilité spéciale. »

ZOOLOGIE. — *Sur le* Delagia Chætopteri, *type d'un nouveau genre de Bryozoaires*. Note de M. **J. Joyeux-Laffuie**, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Au cours de mes recherches sur l'organisation du Chétoptère et plus particulièrement sur la structure du tube qui abrite cet Annélide, j'ai rencontré pour la première fois le nouveau et curieux Bryozoaire dont je vais donner les principaux caractères. Je crois devoir le considérer non seulement comme une espèce nouvelle, mais encore comme le type d'un genre nouveau, et lui donner le nom de *Delagia Chætopteri* J.-L., en l'honneur du professeur Yves Delage.

» Le *Delagia Chætopteri* vit à la surface et dans l'épaisseur de la paroi interne du tube du Chétoptère. A l'œil nu, et mieux encore à la loupe, sa présence est indiquée par un fin pointillé brun noirâtre qui tranche nettement sur la couleur jaunâtre du fond. On le rencontre dans presque

tous les tubes qui viennent échouer sur la plage du laboratoire maritime de Luc-sur-Mer, ainsi que dans ceux ramenés par la drague. Il envahit indifféremment toutes les parties de la paroi interne du tube.

» Pour bien comprendre les différentes positions occupées par les colonies, il est nécessaire de rappeler le procédé employé par le Chétoptère pour sécréter son tube. Ce tube est formé par un grand nombre de minces membranes parcheminées, superposées, accolées les unes aux autres, et produites par la solidification du mucus sécrété par les glandes tégumentaires du Chétoptère. C'est en examinant au microscope ces minces membranes détachées de la paroi interne du tube que l'on observe facilement le *Delagia* fixé sur l'une ou l'autre des faces. Au début, la colonie se développe toujours sur la face interne du tube, mais bientôt de nouvelles couches de mucus viennent tapisser cette paroi et recouvrir les colonies. De superficielles qu'elles étaient primitivement, elles deviennent profondes et semblent s'être développées dans l'épaisseur de la paroi. Ce refoulement, cette lutte du Chétoptère contre les animaux qui envahissent son tube ne sauraient déterminer la mort du *Delagia*. Chaque polypide, en faisant saillie à l'extérieur de la zoécie qu'il occupe, se ménage un orifice à travers les couches nouvellement sécrétées qui tendent à le recouvrir, et peut ainsi s'épanouir librement dans le courant d'eau continuel qu'entretient le Chétoptère dans l'intérieur de son tube.

» Une colonie de *Delagia* se compose de stolons chitineux, transparents, rampants, anastomosés sous des angles sensiblement droits et constitués par des articles remarquablement longs et ténus. Ces articles, séparés les uns des autres par des cloisons perforées, se renflent à l'une de leurs extrémités. Ce sont ces renflements ou nœuds qui portent les zoécies et présentent les points d'anastomoses des stolons. Le plus souvent chaque renflement offre d'un côté une zoécie et de l'autre une ramification du stolon. Les zoécies, de forme ovalaire, aplaties et adhérentes à la surface sur laquelle rampe le stolon, rappellent, vues de face, de petites urnes. Disposées le long des stolons, elles sont fixées par le côté sur les parties renflées. L'extrémité inférieure, terminée en cul-de-sac, présente dans son intérieur l'insertion du funicule et est libre à l'extérieur de toute adhérence avec le stolon. L'orifice de la zoécie est situé à son extrémité supérieure. Il est terminal, sensiblement ovoïde, muni de petits tubercules peu développés et fermé par les replis de la gaine tentaculaire. Un peu au-dessous de l'orifice, de chaque côté, se voit dans les parois de la zoécie,

faisant fortement saillie à l'extérieur, une grosse vésicule d'apparence sphérique dont le diamètre correspond à peu près à la moitié de celui de la zoécie. Ces deux vésicules donnent aux zoécies du *Delagia* un aspect tout particulier. Toute la colonie, stolons et zoécies, est protégée par un ectocyste chitineux et transparent. Les tentacules du polypide, au nombre de douze, sont tous de même dimension et munis de longs cils vibratiles à leur face interne. Ils forment une couronne, circulaire autour de la bouche placée au centre du lophophore. La gaine tentaculaire, bien développée, s'invagine complètement dans la zoécie. La bouche communique, par l'intermédiaire d'un pharynx musculeux et d'un œsophage, avec un estomac spacieux de couleur brunâtre qui porte inférieurement un cul-de-sac bien développé au sommet duquel est fixé le funicule par son extrémité supérieure. De l'estomac part un intestin qui se rend directement à l'anus situé sur le côté de la gaine tentaculaire en dehors du lophophore. Grâce à la transparence de toute la colonie et en particulier des zoécies, on distingue facilement les parties internes, les muscles rétracteurs et les organes de la reproduction (¹). La lumière impressionne vivement les polypides, qui se rétractent au fond des zoécies lorsqu'on les examine au microscope. Ce n'est qu'après un temps assez long et pressés par le besoin de respirer que quelques individus s'épanouissent et montrent à l'extérieur leur élégante couronne tentaculaire.

» Les différents caractères que je viens d'indiquer montrent surabondamment que le *Delagia* est un Bryozoaire ectoprocte, gymnolémate, cténosome, qui doit prendre place dans le groupe des *Stolonifera* de Ehlers. Hincks a divisé les *Stolonifères* en deux sous-groupes : les *Orthonemida* et les *Campylonemida*. Par ses tentacules érectiles qui forment un cycle parfait, le *Delagia* appartient aux *Orthonemida* et doit prendre place parmi les nombreux genres que renferme cette division, avec lesquels il offre quelques affinités. Les caractères des *stolons* du *Delagia* rappellent de loin ceux des *Cylindrœcium*, des *Victorella* ou des *Avenella*, ou encore des *Buskia*. La disposition des zoécies offre quelques points communs avec celle que l'on observe dans quelques espèces de *Bowerbankia*. Mais les caractères distinctifs du *Delagia* sont tellement accusés et caractéristiques qu'il était indispensable de créer un genre pour ce nouveau Bryozoaire. Si, sui-

---

(¹) Dans un Mémoire accompagné de figures, qui paraîtra prochainement, on trouvera de plus amples détails sur l'organisation du *Delagia*.

vant l'exemple de Hincks, on réunit en familles les différents genres qui offrent entre eux le plus d'affinités, on devra créer une nouvelle famille pour le genre *Delagia* : celle des *Delagiidæ*.

» Le nom spécifique de *Chætopteri*, que j'ai cru devoir donner à la seule espèce de *Delagia* connue jusqu'ici, trouve son explication dans l'habitat de ce Bryozoaire. »

ZOOLOGIE. — *Sur le* Machilis maritima *Latr*. Note de M. **Sylvain Jourdain**.

« Au mois de juillet de l'année dernière, j'ai rencontré en très grande abondance, à l'intérieur des anfractuosités que la mer a creusées dans les schistes dévoniens du roc de Carteret (Manche), un Thysanoure intéressant, le *Machilis maritima* Latr., *Petrobius maritimus* Leach. Ces Arthropodes courent avec agilité sur les parois et à l'entrée de ces petites grottes, exécutant de temps à autre des sauts, surtout quand on cherche à s'en emparer, et se réfugient dans les nombreuses fissures de ces roches schistoïdes. Dans cette Note préliminaire, je me bornerai à l'étude des membres thoraciques et abdominaux et à la description des singulières vésicules exsertiles de ces animaux.

» Les membres thoraciques, au nombre de trois paires, sont bien développés et composés des mêmes pièces que ceux des Insectes. En plus, et c'est la particularité sur laquelle j'appelle l'attention, il existe, à la partie externe de la hanche, un appendice articulé avec cette dernière, formé d'un seul segment et jouissant de mouvements propres. Je ne puis m'empêcher de comparer cette pièce à celle qu'on a nommée *exopodite* dans un membre de Crustacé. Dans cet ordre d'idées, la patte thoracique du Machile se composerait d'une pièce basilaire, portant un endopodite (portion ambulatoire du membre), et un exopodite uniarticulé.

» L'abdomen est formé de onze anneaux, et non de dix, comme on le prétend généralement. Le premier anneau, c'est-à-dire celui qui est articulé avec le métathorax, est dépourvu d'appendices. Chacun des sept anneaux qui suivent porte une paire d'appendices grêles et courts, comprenant une pièce basilaire très réduite et un article plus long, que termine un ongle unique. Le neuvième anneau possède une paire d'appendices composés des mêmes pièces que les précédents, mais plus développées, la pièce basilaire notamment, et repliées l'une contre l'autre au repos. Ce sont ces appendices qui, en se détendant brusquement, permettent au

Machile d'exécuter ces petits sauts dont je parlais plus haut. Les appendices du dixième anneau ont éprouvé une modification profonde, qui les a transformés en deux longs filets sétacés et multiarticulés. Enfin, le dernier anneau est terminé par un long filet de même sorte, qu'on peut considérer comme résultant de la soudure des deux appendices de ce segment.

» Quelle est la nature de ces appendices de l'abdomen? Faut-il y voir, avec P. Gervais et quelques zoologistes, des organes branchiaux? Rien dans leur structure ne vient corroborer une telle interprétation. Latreille, Guérin et la plupart des naturalistes modernes les regardent, avec raison, comme de véritables membres abdominaux, d'où le nom spécifique de *polypoda*, appliqué jadis par Linné à une espèce voisine du même genre. Ces membres ont des mouvements propres et, dans certains cas, l'animal s'en sert pour aider à la progression. Ne pourrait-on même, se fondant sur la ressemblance qui existe entre l'appendice abdominal et l'exopodite du membre thoracique, considérer le premier comme un membre incomplet dont l'endopodite aurait avorté? La pièce basilaire correspondrait alors à la hanche.

» Latreille a dit que les Machiles « doivent, dans une série naturelle, venir immédiatement après les Myriapodes ». Divers naturalistes modernes rattachent, sous le nom de *Collembola*, les Thysanoures aux Myriapodes. Si, par la multiplicité des pattes, les Machiles rappellent ces derniers, par le développement prépondérant et l'importance fonctionnelle des membres thoraciques, ils se lient aux Insectes. Ils représentent un type de passage d'une de ces classes à l'autre : ce ne sont plus des Myriapodes et ce ne sont pas encore des Insectes.

» Il me reste à parler de ces curieuses vésicules exsertiles qui existent à la face inférieure de l'abdomen chez les Machiles.

» Pour les bien apercevoir et en saisir le jeu, il faut placer ces animaux dans un tube de verre dont les parois internes, condition qui m'a paru nécessaire, ont été humectées. On voit alors saillir brusquement, du bord aminci des sept premiers anneaux de l'abdomen, vingt-deux vésicules ayant la forme de petits sacs oblongs, distendus par un liquide et de couleur jaunâtre. Ces vésicules, qui paraissent correspondre aux *tubes gastriques* (Bourlet), *vésicules abdominales* (*Bauchhöcker* des Allemands) de certains Podurides, sont distribuées suivant quatre lignes sériales longitudinales, deux à droite et deux à gauche de la ligne médiane. Sur les anneaux 2, 3, 4 et 5, il existe une vésicule exsertile sur les quatre lignes sériales ; sur l'anneau 1, on n'en observe qu'une paire, correspondant aux

deux lignes sériales internes ; enfin, sur les anneaux 6 et 7, on n'en aperçoit également qu'une paire, mais placée sur les deux lignes externes.

» Ces vésicules sont constituées par une portion limitée du tégument abdominal, amincie, membraneuse, s'invaginant à l'état de repos, et qui, distendue par le liquide de la cavité générale, s'évagine brusquement au contact d'une surface humectée. Ce sont peut-être des organes servant à absorber l'eau destinée à compenser les pertes que subissent ces animaux, qu'on voit courir sur des surfaces exposées aux rayons les plus ardents du soleil. »

ZOOLOGIE. — *Sur un Amphipode nouveau* (Cyrtophium chelonophilum), *commensal de* Thalassochelys caretta *L.* Note de MM. **E. Chevreux** et **J. de Guerne**, présentée par M. Milne-Edwards.

« Au cours de la première campagne scientifique de l'*Hirondelle*, S. A. le prince Albert de Monaco eut l'occasion de capturer, dans les parages des Açores, un certain nombre de Tortues marines (*Thalassochelys caretta* L.). Sur deux d'entre elles fut recueillie une assez grande quantité d'Amphipodes appartenant tous à la même espèce.

» Pendant la troisième campagne du yacht, le 21 juin 1887, l'un de nous eut la bonne fortune d'observer de nouveau ces Crustacés sur un *T. caretta*, pris également dans les eaux des Açores, entre Pico et San Jorge. Le Chélonien, dont la carapace ne dépassait pas 30^{cm} dans sa plus grande longueur, extrait brusquement de la mer, fut rapporté à sec dans une embarcation et placé à bord dans un baquet rempli d'eau. Beaucoup d'Amphipodes se mirent aussitôt à nager lentement autour de l'animal, venant de temps à autre se fixer à sa partie inférieure ou sur le bois du baquet; ils paraissaient y marcher difficilement.

» Les Crustacés, recueillis avec le plus grand soin et jusqu'au dernier, sont au nombre de 77. Il est probable que très peu ont quitté la Tortue au moment de sa capture ou durant son court séjour dans l'embarcation. Lorsqu'on les saisit à la main, ils s'accrochent aux doigts à l'aide de leurs griffes, et il faut une certaine force pour les en détacher. Sur leur hôte, ces animaux se tiennent de préférence sous la queue et à la base des pattes. Leur couleur rappelle la teinte jaune verdâtre de la peau en ces régions. Un faible grossissement montre qu'ils sont finement pointillés de noir sur le corps et sur les membres.

» Ces Amphipodes doivent prendre place dans le genre *Cyrtophium* Dana; ils appartiennent à une espèce nouvelle que nous décrirons sous le nom de *C. chelonophilum*.

» La partie supérieure du corps est lisse et arrondie; les segments ne présentent pas trace d'imbrication. La tête, vue en dessus, est rectangulaire, beaucoup plus large que longue, et se termine en avant par un petit rostre aigu. Les yeux, ronds et de grandeur moyenne, font saillie hors de la tête. Le thorax est fortement renflé, les épimères très petits; ceux de la première paire se prolongent en pointe obtuse, atteignant la hauteur des yeux. L'abdomen, beaucoup plus étroit que le thorax, est habituellement replié sous le corps, comme dans les autres espèces du genre.

» Les antennes supérieures, remarquablement courtes, n'atteignent guère que le milieu du troisième segment du thorax; leur fouet, composé de six articles, n'est pas plus long que le dernier article du pédoncule; il existe un petit fouet secondaire uni-articulé. Les antennes inférieures, très robustes, sont plus longues d'un tiers que les supérieures; leur fouet, tri-articulé, atteint à peine la moitié de la longueur du dernier article du pédoncule.

» Les mandibules, très puissantes et armées de fortes dents, portent un palpe allongé, tri-articulé, terminé par une touffe de longues soies. La lame interne des mâchoires de la première paire est rudimentaire; leur palpe, bi-articulé, se termine par une série de crochets dentelés. Les pattes-mâchoires sont bien développées; le quatrième article du palpe, beaucoup plus court que les précédents, est arrondi à l'extrémité.

» Chez le mâle, la main du premier gnathopode est triangulaire, son bord inférieur formant un angle à peu près droit avec le bord postérieur; la main du deuxième gnathopode, très grande et ovale, est armée au bord inférieur d'une dent aiguë, suivie de deux gros tubercules denticulés; la griffe, grosse et fortement courbée, est plus courte que le bord inférieur de la main. Chez la femelle, la main des pattes de la première paire est à peu près de même forme, mais plus petite que celle du mâle; la main de la seconde paire est assez courte, arrondie, aussi large que longue, et son bord inférieur est lisse; la griffe est mince et régulièrement courbée.

» Les pattes des trois dernières paires, grandes et robustes, augmentent progressivement de longueur, de la cinquième à la septième; leur premier article est court, ovale et à peine renflé en arrière; le cinquième article est le plus long et se termine par une forte griffe recourbée.

» Les pattes sauteuses des deux premières paires sont assez allongées, leur branche externe étant beaucoup plus courte que l'interne; celles de la dernière paire sont rudimentaires, et leur unique branche dépasse à peine le telson, qui est squamiforme et un peu plus large que long.

» Longueur du mâle adulte : 9^{mm}; épaisseur du thorax dans sa partie la plus large : 3^{mm}; longueur de la femelle adulte : 7^{mm}.

» Cette espèce diffère bien nettement des formes déjà connues du même genre par la brièveté de ses antennes. Elle se rapproche de *C. læve* Heller par l'aspect lisse de la partie supérieure du corps; mais, en dehors

du caractère mentionné ci-dessus, sa tête très courte et la forme de ses gnathopodes ne permettent pas de la confondre avec l'espèce de l'Adriatique.

» Sur les 77 exemplaires recueillis, il y a 26 mâles, 22 femelles et 29 jeunes (non compris les embryons récemment éclos). L'une des Tortues examinées en 1885 par S. A. le prince Albert de Monaco a fourni 5 mâles, 6 femelles et 57 jeunes. On voit que les individus des deux sexes se rencontrent en proportion à peu près égale ; il est vraisemblable que les animaux sont monogames comme la plupart des Amphipodes, réunis par Spence Bate sous le nom de *Domicola*.

» Les œufs sont ovalaires et assez volumineux; leur nombre est, en moyenne, d'une vingtaine; l'une des femelles porte entre ses lames incubatrices 23 jeunes nouvellement éclos.

» Par sa manière de vivre, *C. chelonophilum* se rapproche d'une autre espèce du genre (*C. parasiticum* Haswell) qui vit en commensale sur une grosse Holothurie, *Cucumaria pentagona* Quoy et Gaim., à Port-Jackson, Australie. Plusieurs Crustacés (sans parler de *Nautilograpsus minutus* Lat., qu'on y voit très souvent comme sur tous les corps flottants) ont été trouvés déjà sur diverses Tortues marines. Ainsi *Tanais Dulongi* Aud. et *Caprella acutifrons* Desm. ont été rencontrés sur *Chelonia midas* (P.-J. Van Beneden), *Cirolana hirtipes* M. Edw., sur *Sphargiscoriacea* (A. della Valle). Mais ce sont là des faits isolés, relatifs à des espèces très répandues sur les côtes où les Reptiles ont été pris; leur présence peut être considérée comme accidentelle. Au contraire, *C. chelonophilum*, observé en grand nombre, à deux années d'intervalle, sur plusieurs Tortues, au-dessus d'eaux profondes et au large d'îles presque totalement dépourvues de plages, semble pouvoir être regardé comme un véritable commensal.

» Quoi qu'il en soit, le fait offre un réel intérêt au point de vue chorologique. Sur les neuf espèces actuellement comprises dans le genre *Cyrtophium*, sept habitent l'hémisphère Sud (*C. brasiliense* Dana, Rio Janeiro; *C. orientale* Dana, Singapour; *C. minutum*, *parasiticum*, *dentatum*, *lobatum* et *lœve*, découverts par Haswell à Port-Jackson, Australie, et décrits par lui) ([1]). Deux seulement sont connues dans l'hémisphère

---

([1]) Haswell a placé les trois dernières espèces dans un genre nouveau, *Dexiocerella*, que nous ne pouvons admettre, car il ne diffère pas suffisamment des *Cyrtophium*. Il y a donc lieu de changer le nom de *C. lœve* Haswell, qui fait double emploi avec *C. lœve* Heller; nous proposons d'appeler *C. Haswelli* la forme australienne.

Nord (*C. Darwini* Sp. Bate, forme littorale du sud de l'Angleterre, recueillie par Nebeski à Trieste, et par l'un de nous sur la côte ouest de Bretagne et à Cherchell, Algérie; *C. læve* Hel., de l'Adriatique) (¹).

» Étant donné son mode d'existence, *C. chelonophilum* doit vivre également dans les deux hémisphères et peut être transporté par ses hôtes à de très grandes distances. Il y aurait lieu de rechercher ce Crustacé dans les points où les Tortues déposent leurs œufs. C'est en tous cas un fait avéré qu'elles ne pondent pas aux Açores. »

BOTANIQUE FORESTIÈRE. — *Recherches sur le* Rouge *des feuilles du Pin sylvestre et sur le traitement à lui appliquer.* Note de MM. **Bartet** et **Vuillemin**, présentée par M. Duchartre.

« La maladie dont il s'agit, que nous avons observée à la pépinière forestière de Bellefontaine, près de Nancy, et qu'il ne faut pas confondre avec la *rouille*, nous paraît identique à l'affection connue et étudiée en Allemagne sous le nom de *Schütte;* c'est dire qu'elle est d'origine parasitaire, ainsi que Prantl l'a établi dès 1877. Il y a vingt ans environ qu'elle sévit à Bellefontaine, sur le Pin sylvestre.

» En ce qui concerne sa marche, son origine et son degré de nocuité, voici quelques particularités méritant d'être ajoutées à celles que signalent les auteurs étrangers :

» Les plants commencent à être attaqués, soit pendant leur seconde année, soit pendant la troisième; *et les feuilles sont envahies par un Champignon l'année même de leur formation.*

» Les taches brunâtres des aiguilles, qui constituent le premier symptôme du mal, apparaissent au début de l'automne ou dans le courant de l'été. Elles représentent les parties occupées par le mycélium du parasite. La diffusion des filaments mycéliens est restreinte et localisée dans les régions visiblement altérées; les zones vertes des aiguilles, situées entre les taches, n'offrent aucune trace de Champignon.

(¹) Le genre *Cyrtophium* ne paraît pas exister dans les mers boréales et arctiques. *C. tuberculatum*, du Catalogue de Spence Bate, n'appartient pas à ce genre et doit reprendre son nom primitif *Lætmatophilus tuberculatus* Bruz. (Boeck, *Skand. og arkt. Amph.*, 1872-1876, p. 662). *C. armatum* Norman, très voisin du précédent, dragué au voisinage des Shetland, est certainement aussi un *Lætmatophilus*. Enfin, c'est avec raison que Haswell a fait rentrer dans ce genre l'espèce de Port-Jackson qu'il avait d'abord décrite sous le nom de *C. hystrix*.

» Vers le milieu d'octobre, plus ou moins tôt, selon la vigueur des plants et les vicissitudes des saisons, les planches de semis atteintes prennent une teinte jaunâtre qui s'accentue en tirant sur le rouge. Puis le Champignon produit d'innombrables spermogonies, groupées, au début du moins, sur des aires blanchâtres, correspondant aux anciennes taches brunes, pendant que le reste de la feuille se colore en rouge pâle et se dessèche à peu près complètement.

» Ces spermogonies constituent le *Leptostroma Pinastri* Desm., que certains auteurs rapportent au *Lophodermium Pinastri* Chev. (*Hysterium* Schrad.), et d'autres au *Microthyrium Pinastri* Fuck. Ces deux formes ascosporées ont été observées par nous, en novembre 1887, la première sur des feuilles sèches de l'année précédente, et la seconde sur des tiges de plants venant de succomber aux attaques du Rouge.

» Nous avons vu des fructifications de *Leptostroma* en quantités considérables, et en parfait état de maturité, dès les premiers jours de janvier. Leur apparition sur les feuilles, alors complètement rouges et mortes, marque le dernier stade de la maladie.

» Le *Leptostroma* est donc l'agent véritable de la maladie du Rouge; et il semble que, malgré les expériences de Prantl, on ne peut pas, d'une façon certaine, attribuer un rôle nuisible au *Lophodermium*.

» A Bellefontaine, tout carré de Pin sylvestre attaqué peut être considéré comme perdu : la maladie s'y renouvelle deux et même trois ans de suite, jusqu'à destruction complète. Les plants les moins vigoureux succombent dans le courant de l'été qui suit la première épidémie; la deuxième atteinte ne laisse en vie qu'un petit nombre de sujets à feuilles courtes, disposées en pinceau à l'extrémité de la tige et des branches; puis, à de rares exceptions près, ces quelques survivants périssent à leur tour, soit d'épuisement, soit après une troisième rechute. Le Rouge est donc ici un vrai fléau.

» Le mal agit plus ou moins rapidement selon les individus; ainsi, au commencement de janvier, dans une même planche, nous avons vu des sujets entièrement rouges et d'autres qui en étaient encore à la phase des feuilles vertes tachées de brun.

» Nous avons examiné pendant l'hiver des Pins de trois et quatre ans, ayant subi une ou deux fois la maladie et ne portant que des feuilles mortifiées par le *Leptostroma :* leurs tiges, rameaux et bourgeons, demeurés vivants, ne présentaient pas de trace de mycélium. Celui-ci ne passe donc pas des aiguilles dans le corps même du végétal, et le Champignon doit, chaque année, s'installer à nouveau sur les feuilles fraîchement formées.

» A Bellefontaine, les mesures de précaution habituellement conseillées (incinération des plants malades, suspension de toute culture du Pin silvestre pendant une ou deux années) sont demeurées absolument sans effet. C'est ce qui a déterminé l'un de nous à rechercher un moyen de préservation direct, et à utiliser dans ce but une préparation cuivreuse, la *bouillie*

bordelaise, qui donne de si bons résultats contre la Péronosporée de la Vigne et contre celle de la Pomme de terre

» Nos expériences, exécutées en 1886 et 1887, ont porté sur deux carrés de pépinière ensemencés en lignes, l'un (A) en 1884, l'autre (B) en 1885. Dans le carré A, on a laissé une planche comme *témoin*, c'est-à-dire sans lui faire subir de traitement; de même dans le carré B, on a constitué deux planches témoins. De part et d'autre, les plants ont été maintenus en place, sans subir de repiquage, bien qu'ils fussent très serrés et d'âge à être rigolés : les conditions ont donc été absolument comparables, entre les témoins et les planches traitées.

» On a appliqué la bouillie avec un balai, non par aspersion, mais en *badigeonnant plus ou moins fortement* les lignes de semis, de manière que la préparation enduisît à un degré variable la surface des feuilles. Voici le détail des expériences :

1° *Traitements effectués en* 1886.

» *Carré A.* — Badigeonnages *intenses* les 29 juin (feuilles presque totalement développées) et 9 août. Résultats : les aiguilles ont rougi dans la planche témoin, tandis qu'elles ont presque toutes conservé leur couleur verte dans les autres planches.

» *Carré B.* — Badigeonnages *légers,* aux mêmes dates que ci-dessus. La maladie a épargné ce carré en 1886, ou du moins ne l'a atteint que faiblement, et la différence entre les planches badigeonnées et les témoins n'a pas été sensible.

2° *Traitements exécutés en* 1887.

» *Carré A.* — Badigeonnages *intenses* les 9 juin (aiguilles à moitié formées et 6 juillet (aiguilles entièrement développées). Résultats constatés le 10 février courant : les plants traités ont l'aspect normal; à peine voit-on quelques taches brunes sur certaines feuilles; au contraire, dans la planche témoin, *il y a environ* 80 *pour* 100 *de plants morts,* et les survivants sont bien compromis. Le contraste est des plus frappants.

» *Carré B.* — Badigeonnages *légers* les 23 mai (feuilles commençant à sortir) et 15 juin (feuilles presque entièrement développées). Résultats observés le 10 février courant : les sujets des planches témoins sont tous malades, sans exception, et beaucoup ont déjà les feuilles entièrement rouges; quant aux planches traitées, elles sont saines *dans leur ensemble;* mais, par suite de l'intensité, volontairement faible, donnée aux badigeonnages, ceux-ci n'ont produit qu'une immunité relative : un certain nombre de plants, pas ou peu touchés par la bouillie, sont rouges ou présentent les taches brunes caractéristiques.

» En somme, il résulte de ces expériences, parfaitement susceptibles d'application dans la pratique, que l'emploi de la *bouillie bordelaise* confère aux feuilles du Pin sylvestre une immunité complète, ou tout au moins suffisante, à la condition que les badigeonnages soient exécutés vigoureusement et répétés plusieurs fois pendant la période de formation des feuilles. »

MINÉRALOGIE. — *Sur la bobierrite*. Note de M. **A. Lacroix**, présentée par M. Fouqué.

« Dans une Note publiée dans les *Comptes rendus*, en 1868 ([1]), M. Bobierre a décrit un phosphate tribasique hydraté de magnésie, trouvé au milieu du guano de la presqu'île de Mejillones (Chili). Dana désigne cette substance sous le nom de *bobierrite*. Récemment, M. Baret, de Nantes, a bien voulu m'envoyer un échantillon d'un phosphate de magnésie de même provenance, acheté à la vente de la collection de M. Bobierre.

» Cette substance forme un rognon d'environ $0^{m},05$ de diamètre; sa partie extérieure, hérissée d'aspérités, est souillée par diverses matières étrangères, parmi lesquelles il y a lieu de citer un autre phosphate de magnésie en cristaux translucides très durs, dont je n'ai pu faire l'analyse à cause de l'abondance extrême des inclusions de bobierrite qu'il renferme et dont il est impossible de le séparer.

» La partie centrale de l'échantillon étudié est absolument pure, formée de petites aiguilles entrelacées, d'un blanc de neige, à éclat légèrement nacré; la matière se désagrège facilement sous la pression du doigt, laissant libres de petits cristaux aciculaires qui apparaissent transparents au microscope.

» Ils n'ont guère plus de $0^{mm},10$ dans leur plus grande longueur. Ils sont monocliniques, allongés suivant la zone verticale $h^1 g^1 (100)(010)$ et présentent les formes $g^1 (010)$, $m(110)$, $h^1 (100)$. Les faces m sont très réduites, h^1 rare, les cristaux sont aplatis suivant g^1. Les pointements sont peu fréquents, les petits cristaux étant presque toujours brisés lorsqu'on essaye de les isoler. On observe cependant parfois une face faisant avec h^1 un angle de 103° environ.

» En taillant des lames minces dans le nodule, on constate l'existence d'un clivage suivant $g^1 (010)$.

» Le plan des axes optiques est normal à g^1 ; la bissectrice est positive, n_g, et fait dans g^1 un angle de 34° environ avec h^1. La normale optique coïncide donc avec l'orthodiagonale ; elle est perpendiculaire au clivage facile g^1. L'angle des axes optiques est d'environ 125° (2E.) autour de la bissectrice ; il existe une dispersion ordinaire faible $\rho < \upsilon$; les plaques

([1]) *Comptes rendus*, t. LXVI, p. 543.

observées étant nécessairement très minces, aucune dispersion horizontale n'a pu être constatée.

» Facilement soluble dans l'acide azotique, donnant beaucoup d'eau dans le tube et présentant les réactions de l'acide phosphorique et de la magnésie, la bobierrite a une densité de 2,41.

» L'analyse m'a donné les résultats suivants :

		Calculé pour	
		$Mg^3(PhO^4)^2, 8H^2O$.	$Mg^3(PhO^4)^2, 7H^2O$.
Acide phosphorique........	29,97	29,55	30,93
Magnésie..................	34,59	34,98	36,60
Eau.......................	35,38	35,47	32,47
	99,94	100,00	100,00

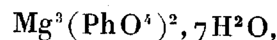
» L'analyse donnée est la moyenne de plusieurs opérations dans lesquelles la teneur en eau oscille entre 35,20 et 35,51.

» La formule de cette substance est donc plutôt



$$Mg^3(PhO^4)^2, 8H^2O,$$

que



$$Mg^3(PhO^4)^2, 7H^2O,$$

comme l'a indiqué M. Bobierre.

» Il y a lieu de remarquer que, par ses propriétés optiques et sa composition chimique, la bobierrite appartient à une famille intéressante de phosphates et arséniates à $8H^2O$. Ce sont :

Bobierrite...	$Mg^3(PhO^4)^2, 8H^2O$	Hörnésite....	$Mg^3(AsO^4)^2, 8H^2O$
Vivianite....	$Fe^3(PhO^4)^2, 8H^2O$	Symplésite...	$Fe^3(AsO^4)^2, 8H^2O$
		Érythrine....	$Co^2(AsO^4)^2, 8H^2O$
		Annabergite.	$Ni^2(AsO^4)^2, 8H^2O$
		Cabrérite....	$(Ni, MgCo)^2(AsO^4)^2, 8H^2O$
		Köttigite....	$(Zn, CoNi)^2(AsO^4)^2, 8H^2O$

» Ces minéraux, vraisemblablement isomorphes, sont monocliniques ; deux seulement présentent des formes cristallines distinctes et leurs paramètres sont très voisins (1) ; tous possèdent un clivage facile lamelleux suivant g^1 (010). Dans ceux d'entre eux dont les propriétés optiques ont pu

(1) Vivianite...... $a:b:c = 0,7498 : 1 : 0,7017$ $\beta = 75°34'$
Érythrine...... $a:b:c = 0,75 : 1 : 0,70$ $\beta = 75°$ environ

GROTH, *Tabellarisch. Uebersicht der Mineralien*, 1882, p. 67.

être étudiées (bobierrite, hörnésite, vivianite, érythrine, symplésite, annabergite, cabrérite), le plan des axes optiques est perpendiculaire à g^1, la bissectrice est positive, n_g, et comprise dans g^1, dans lequel elle fait un angle variable avec h^1 : n_p coïncide avec l'orthodiagonale.

» Le seul phosphate connu dans cette famille minérale était la vivianite; la bobierrite vient donc remplir un vide dans la série magnésienne : j'ai pensé qu'à ce point de vue elle méritait d'être signalée.

» Le guano de Mejillones est riche en minéraux intéressants ; la bobierrite est accompagnée de stercorite (phosphate ammoniaco-sodique) et d'un oxalate d'ammoniaque et de soude, orthorhombique, dont je n'ai pu encore déterminer la composition exacte ; enfin, récemment, M. A. Schmidt y a signalé (*Zeitsch. für Krystall.*, t. VII, p. 26) un autre phosphate de magnésie, la newberyite ($HMgPhO^4 + 3H^2O$) (¹). »

M. de Chardonnet demande l'ouverture d'un pli cacheté, déposé par lui dans la séance du 30 août 1886, et relatif à une « Analyse optique des pyroxyles ».

L'auteur s'est attaché à déterminer, avec précision, les teintes diverses que présentent les fibres des divers pyroxyles, suivant le degré de nitratation, quand on les étudie sur le porte-objet d'un microscope polarisant, entre deux nicols.

M. **F. Boué** demande l'ouverture d'un pli cacheté, déposé par lui dans la séance du 12 janvier 1888, et contenant l'indication d'un procédé pour la destruction des lapins en Australie.

Le procédé consiste dans l'introduction, dans les terriers, de gaz asphyxiants ou délétères, tels que l'oxyde de carbone, le sulfure de carbone et, plus particulièrement, l'acide carbonique.

M. **A. Lumet** adresse une observation de l'éclipse de Lune du 28 janvier dernier, faite en mer pendant la traversée de Saint-Nazaire à la Vera-Cruz.

(¹) Laboratoire de M. Fouqué, au Collège de France.

M. **J. Léotard** adresse une Note relative aux conditions dans lesquelles on peut distinguer, des hauteurs voisines de Marseille, le mont Canigou, qui est situé à 253^{km}.

M. **Ch.-V. Zenger** adresse diverses Notes relatives : 1° à l'éclipse de Lune du 28 janvier dernier ; 2° à une relation entre les durées des révolutions des planètes ou des comètes, et la durée de la rotation du Soleil ; 3° aux orages magnétiques de l'année 1886, et à leurs relations avec les perturbations électriques produites par le Soleil ou par les essaims d'étoiles filantes.

M. **Delauney** adresse, de Saïgon, une quinzième Note intitulée « Formule des poids atomiques ».

M. **Letheule** adresse une Note portant pour titre « Sur un signe de la mort réelle ».

A 5 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 5 heures un quart. J. B.



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 5 MARS 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **G. Darboux**, en présentant à l'Académie le Tome I des « Œuvres de Fourier », s'exprime comme il suit :

« Ce Tome I contient, tout entière, la *Théorie analytique de la chaleur*.

» La nouvelle publication, qui était vivement désirée par les physiciens et les géomètres, a été entreprise grâce à l'appui bienveillant que j'ai trouvé, au Ministère de l'Instruction publique, auprès du Comité des Travaux historiques, qui a approuvé mes propositions, et auprès de notre Confrère M. X. Charmes, qui met toujours tant d'empressement à favoriser les œuvres utiles.

» Un géomètre bien connu de l'Académie, M. Paul Morin, professeur à la Faculté des Sciences de Rennes, a bien voulu m'assister dans la revision du texte, qui laissait beaucoup à désirer pour les détails, et dans la correc-

tion des épreuves. Si l'édition actuelle est, comme je l'espère, accueillie favorablement, le mérite doit lui en revenir pour une bonne part.

» Suivant l'habitude constante de leur Maison, M. Gauthier-Villars et ses fils m'ont prêté leur concours le plus dévoué et le plus éclairé, pour la bonne exécution typographique de l'Ouvrage. La nouvelle publication tiendra dignement sa place à côté des Œuvres de Laplace et de Cauchy. »

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur l'indétermination d'un problème résolu par* Poisson. Note de M. **J. Bertrand**.

« Buffon, pour traiter expérimentalement le problème de Saint-Pétersbourg, a jeté une pièce de monnaie en l'air 4040 fois. L'idée n'était pas heureuse. Le paradoxe résulte de la prise en considération de combinaisons dont la probabilité est d'une excessive petitesse; pour avoir quelque chance de les voir paraître, il faudrait un nombre immense d'épreuves; plusieurs milliards suffiraient à peine pour faire entrevoir expérimentalement la justification du calcul. L'illustre naturaliste, en cette occasion, n'a montré ni son génie ni sa patience.

» Sur 4040 épreuves, Buffon a obtenu 2048 fois le côté face; Poisson a cherché la probabilité pour que la pièce présentât quelque défaut et que l'excès du nombre d'arrivées de face sur la moitié du nombre des coups fût le résultat de cette influence.

» Le calcul lui donne, pour cette probabilité, 0,81043; ce résultat paraît doublement étrange. Le premier chiffre 8 est bien grand, et l'on ne comprend pas, dans une telle question, une appréciation à un cent-millième près.

» Si, laissant de côté les longs et difficiles calculs de Poisson, on étudie sommairement la question, on reconnaît qu'en supposant l'expérience faite dans un pays où toutes les pièces seraient, sans exception, indifférentes à pile ou à face, la probabilité d'un écart égal ou supérieur à 28 serait 0,38; un tiers des pièces, très probablement, plus du tiers même, très certainement, si les essais étaient nombreux, présenteraient un écart assez grand pour que le calcul de Poisson les déclarât suspectes, en assignant 0,81 au moins pour la probabilité d'une inégalité dans un sens déterminé. Pour quelques-unes, une sur dix environ, l'écart dépasserait 52, et la probabilité pour l'imperfection de ces pièces parfaites serait, d'après les formules, 0,947.

» De tels résultats sont inacceptables.

» Poisson cependant a résolu un problème et l'a bien résolu, mais la solution n'est nullement applicable à la pièce de Buffon; si, par hasard, la famille l'avait conservée, il serait imprudent de parier plus d'un contre un qu'au jeu de pile ou face elle donne plus de chance à l'arrivée de face que toute autre pièce prise au hasard.

» Voici le problème résolu par Poisson :

» On a préparé un nombre immense d'urnes contenant des boules noires et des boules blanches, en proportion inconnue; tous les rapports entre les deux nombres sont représentés et le sont également : on a, par exemple, un million d'urnes contenant chacune un million de boules; la première contient une boule blanche, la seconde en contient deux, la troisième trois, etc., et la dernière enfin ne contient que des boules blanches. Toutes ces urnes sont semblables; on en choisit une au hasard, on y fait 4040 tirages : on obtient 2048 boules blanches et 1992 boules noires. Quelle est la probabilité pour que l'urne choisie contienne plus de boules blanches que de boules noires?

» La probabilité pour qu'une pièce de monnaie favorise face plutôt que pile est inconnue, comme la composition des urnes, et Poisson, pour cette raison, après avoir énoncé le premier problème, se borne à résoudre le second. L'assimilation n'est pas permise.

» Si l'écart observé par Buffon avait été 100 au lieu de 28, cela doit arriver 3 fois sur 1000 environ, les formules prouveraient, sans qu'on eût une lettre à changer, que la probabilité pour que la pièce donnât à l'arrivée de face une probabilité supérieure à 0,524 serait 0,81043. Une telle irrégularité cependant est bien invraisemblable *a priori :* elle supposerait dans la pièce des défauts perceptibles au premier examen, et l'on ne trouverait probablement pas aujourd'hui une seule pièce de bonne apparence présentant un écart aussi grand. Si, d'une part, l'écart de 100 observé pour une bonne pièce paraît peu vraisemblable, il est peu vraisemblable, d'autre part, que l'on ait choisi pour l'expérience une pièce évidemment défectueuse. Il faut mettre en balance les deux arguments opposés. Le calcul de Poisson supprime absolument le second.

» Un autre exemple paraîtra peut-être plus décisif encore : si Buffon n'avait jeté la pièce qu'une seule fois et qu'elle eût montré face, Poisson, sur ce seul renseignement, et d'après les principes adoptés dans son calcul, devrait assigner la probabilité $\frac{3}{4}$ à la chance pour que la pièce favorisât l'arrivée de face.

» Le problème est sans importance, mais le principe a été appliqué à des questions plus graves, à la théorie des jugements en matière criminelle et civile, par exemple, ce scandale des Mathématiques, comme a dit très justement le philosophe Stuart Mill. »

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la transformation, dans le sol, des azotates en composés organiques azotés;* par M. **Berthelot.**

« I. Le rôle des azotates comme engrais dans l'Agriculture est bien connu de tout le monde : ils concourent à la formation des tissus azotés des plantes et exercent une influence éminemment favorable à la végétation. Mais quelles sont les réactions chimiques et les transformations intermédiaires, qui caractérisent cette action spécifique des azotates? C'est ce que l'on n'a guère étudié jusqu'à présent. La plupart des auteurs paraissent admettre que les azotates agissent uniquement dans le sein du végétal lui-même, après avoir été absorbés en nature avec l'eau qui les tient en dissolution : ils arrivent ainsi dans les divers organes, et spécialement dans les parties vertes, où l'observation prouve en effet qu'ils éprouvent des phénomènes de réduction, susceptibles d'engendrer les principes azotés de la plante. Les sels ammoniacaux et les matières azotées du sol lui-même, d'après certains écrivains, devraient être nitrifiés au préalable, avant de pénétrer dans les végétaux. Sans prétendre aborder dans toute leur étendue les questions de Chimie agricole et physiologique ainsi soulevées, je vais établir par des faits que les azotates renfermés dans le sol n'y subsistent pas intégralement, même indépendamment de la formation des végétaux supérieurs. Au contraire, ils peuvent s'y changer en principes azotés, de nature organique, sous l'influence des actions réductrices dues, soit aux agents chimiques proprement dits, soit à certains microbes existant dans le sol; microbes qui s'empareraient de l'azote combiné, lorsqu'il leur est offert sous une forme convenable, de préférence à l'azote libre de l'atmosphère : exerçant ainsi une action inverse de celle des microbes de la nitrification.

» Voici les faits :

» Dans un pot renfermant $43^{kg},3$ de terre (supposée séchée à $100°$) et $9^{kg},2$ d'eau, on a ajouté $361^{gr},5$ d'azotate de potasse : soit une dose contenant sensiblement la moitié de la potasse totale préexistante dans cette terre et les deux tiers de son azote (50^{gr} dans l'azotate). La proportion d'eau était calculée de façon que le salpêtre pût être regardé comme

dissous à toute température; la solution faite avec cette eau isolée en contiendrait environ 4 centièmes; le sel avait d'ailleurs été incorporé avec soin, de façon à obtenir un système homogène. Ce pot a été laissé à l'air libre, sous un abri ouvert de tous côtés, mais empêchant l'accès de la pluie, du 15 avril au 25 septembre 1887. Au début, la terre contenait $1^{gr},669$ d'azote organique par kilogramme sec, soit $72^{gr},3$ pour la totalité. A la fin de l'expérience, on a lessivé méthodiquement la terre avec 135 litres d'eau, ajoutés par portions successives, de façon à l'épuiser d'azotates. Elle retenait alors, d'après analyse, dans 1^{kg} sec : azote organique $2^{gr},0467$; ce qui fait un gain de $0^{gr},3777$, c'est-à-dire $16^{gr},4$ sur la totalité du pot, ou près du quart de l'azote organique initial.

» Craignant que cette terre n'eût retenu un peu d'azotate, on a lavé de nouveau 1^{kg} de la terre déjà épuisée, en la lessivant méthodiquement avec 20 fois son poids d'eau. On a obtenu ensuite, pour 1^{kg} supposé sec :

	gr	
Azote organique insoluble	1,9492	$2^{gr},0022$
Azote ammoniacal, dans les eaux de lavage (par la magnésie)	0,0020	
Azote nitrique	0,0000	
Azote organique, dans les eaux de lavage	0,0510	

» Le chiffre total $2^{gr},0022$ ne diffère pas sensiblement de $2^{gr},047$, eu égard à la complication de l'analyse : il en résulte que la terre était bien débarrassée d'azotates, dès le premier lavage.

» Si l'on compare le poids de l'azote organique fixé par la terre ($16^{gr},4$) avec le poids de l'azote du salpêtre initial ($50^{gr},087$), on voit que la terre a fixé dans ces essais le tiers environ de l'azote initial du salpêtre auquel elle avait été mélangée.

» Une expérience semblable et simultanée, mais avec le concours de la végétation, a été faite avec un autre pot, contenant également $43^{kg},3$ de terre (supposée sèche) et $9^{kg},2$ d'eau : on a ajouté $361^{gr},5$ de salpêtre. Le 31 mai, on a repiqué dans le pot 11 pieds d'Amarante pyramidal, dont l'ensemble pesait, à l'état sec, $1^{gr},899$. Tous les pieds se sont développés, d'abord avec quelque difficulté. Cependant le dernier pied avait fini par prendre un grand développement (577^{gr} humide, 164^{gr} sec). Le poids total (à l'état sec) de ces onze plantes, arrachées à trois époques successives, s'est élevé à $197^{gr},2$, renfermant en tout $5^{gr},83$ d'azote. Malgré la grande richesse du sol en salpêtre, la dose de ce sel accumulé dans la plante, soit $12^{gr},49$ en tout, est demeurée inférieure à la dose de ce corps

obtenue dans plusieurs de nos expériences précédentes, faites sur un sol naturel ne contenant que des traces d'azotates. La concentration des sucs de la plante en salpêtre (3 centièmes au maximum) est restée également au-dessous de la concentration de l'eau du sol (4 centièmes), dans cette expérience; contrairement à ce qui arrive dans les expériences ordinaires faites avec les Amarantes. Toutes ces circonstances montrent que la formation du salpêtre dans les Amarantes n'est pas un fait simple, qui soit en corrélation directe avec l'existence et la proportion de ce même sel dans le sol. Nous reviendrons ailleurs sur cette question, M. André et moi. Quoi qu'il en soit, la terre a été analysée à la fin de l'expérience et l'on a constaté que, malgré l'influence de la végétation, la terre s'était enrichie en matière azotée, aussi bien que dans l'expérience précédente où le sol était nu. En effet, cette terre, lessivée méthodiquement avec 135 litres d'eau, de façon à éliminer les azotates, contenait ensuite par kilogramme (sec) : azote organique $2^{gr},0646$; à peu près le même chiffre que ci-dessus, soit un tiers de l'azote du salpêtre.

» Comme contrôle, on a repris la terre déjà épuisée par l'eau et on l'a également lessivée de nouveau, toujours méthodiquement, avec 20 fois son poids d'eau; ce qui a fourni par kilogramme :

	gr	
Azote organique insoluble	2,0181	2,1196
Azote ammoniacal dans les eaux de lavage	0,0095	
Azote nitrique dans les eaux de lavage	0,0000	
Azote organique soluble dans les eaux	0,095	

chiffre qui ne diffère pas sensiblement de 2,0646.

» Ces résultats me semblent offrir quelque intérêt. Ils montrent en effet que l'assimilation de l'azote des azotates par les plantes est accompagnée, sinon précédée, par leur transformation en composés organiques azotés dans le sol, sous l'influence de réactions chimiques et de microbes spéciaux. Ces derniers sont peut-être les mêmes que ceux qui fixent l'azote libre de l'atmosphère dans un sol où les azotates font défaut; seulement, si l'on fournit à ces microbes de l'azote combiné, et dès lors plus aisément assimilable, ils le prendront sans doute de préférence. Il pourrait se former par là de véritables composés azoïques, dérivés à la fois des composés oxygénés et des composés hydrogénés de l'azote.

» En tous cas, deux ordres d'actions distinctes, sinon opposées, se font concurrence dans la terre végétale. D'une part, les microbes de la nitrification tendent à transformer en azotates les sels ammoniacaux et les ma-

tières organiques azotées du sol, conformément aux mécanismes si bien étudiés par MM. Schlœsing et Müntz. Mais d'autres actions chimiques et d'autres microbes, antagonistes des premiers, opèrent en sens inverse et tendent à reprendre ces azotates et à les ramener à l'état de matières organiques azotées.

» On s'explique par là pourquoi la nitrification ne s'exerce jamais que sur une fraction limitée des composés azotés du sol, au lieu de les nitrifier à la longue en totalité; surtout quand les azotates formés demeurent dans le sol en présence des matières azotées génératrices, sans être éliminés à mesure par l'efflorescence, ou par l'action d'un dissolvant.

» Une opposition analogue existe entre le rôle des microbes aérobies, identiques ou non aux précédents, qui fixent l'azote libre de l'atmosphère, et le rôle inverse des microbes anaérobies, présidant aux fermentations, putréfactions et autres actions réductrices, susceptibles de régénérer l'azote libre aux dépens des composés organiques azotés : j'ai signalé récemment l'action antagoniste de ces deux groupes de microbes.

» Entre ces divers couples de réactions contraires, qui s'exercent sur l'azote et sur ses combinaisons, il s'établit à chaque instant dans le sol un équilibre complexe, réglé à la fois par la vitalité propre des divers microbes et par les conditions physico-chimiques d'humidité, de porosité, d'oxydation, d'aération, d'échauffement ou de refroidissement, d'éclairage enfin et d'électrisation. C'est dans ce milieu mobile, alimenté par l'atmosphère et les engrais, que les végétaux viennent puiser les composés azotés, d'origine minérale ou organique, qu'ils ont besoin d'assimiler; et cette assimilation s'accomplit, elle aussi, en vertu des propriétés des cellules vivantes des végétaux, lesquelles exercent sur l'azote et sur ses composés certaines actions spécifiques, souvent comparables ou identiques à celles des microbes contenus dans le sol. La corrélation qui existe entre les phénomènes chimiques proprement dits, les actions de microbes isolés et les actions de cellules agglomérées dans les végétaux proprement dits, apparaît ainsi sous un nouveau jour. »

ARITHMÉTIQUE. — *Sur les nombres parfaits;* par M. **Sylvester**.

« Dans la démonstration de l'impossibilité qu'un nombre à 3 éléments soit un nombre parfait, qui a paru dans les *Comptes rendus* du 6 février dernier, il y a une petite omission que M. Mansion a eu la bonté de me

signaler. Il est dit, page 405, ligne 8, que les nombres $\frac{5^{2j+1}-1}{5-1}$, $\frac{5^{2j+1}+1}{5+1}$, $\frac{5+1}{2}$ sont premiers entre eux.

» Cela n'est pas vrai si $2j+1$ contient 3, mais, dans ce cas-là, $5^{2j+1}+1$ contiendra 5^3+1 qui contient 7 : conséquemment, on aura les quatre éléments 3, 5, 7, 11. Donc la démonstration reste bonne. »

M. de Lacaze-Duthiers communique à l'Académie une Note portant pour titre : « La classification des Gastéropodes, basée sur les dispositions du système nerveux » ([1]).

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de Commissions de prix, chargées de juger les concours de l'année 1888.

Le dépouillement donne les résultats suivants :

Prix Montyon (Médecine et Chirurgie). — MM. Charcot, Brown-Séquard, Richet, Verneuil, Bouchard, Marey, Larrey, Sappey, Ranvier réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Chauveau et de Quatrefages.

Prix Godard. — MM. Bouchard, Verneuil, Richet, Brown-Séquard, Sappey réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Charcot et Ranvier.

Prix Lallemand. — MM. Charcot, Brown-Séquard, Bouchard, Ranvier, Sappey réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. de Lacaze-Duthiers et Marey.

Prix Montyon (Physiologie expérimentale). — MM. Marey, Brown-Séquard, Ranvier, Bouchard, Charcot réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Chauveau et Sappey.

([1]) Cette Note, qui doit être accompagnée de figures, sera insérée dans le prochain numéro des *Comptes rendus*.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Du* Saccharomyces ellipsoideus *et de ses applications industrielles à la fabrication d'un vin d'orge.* Mémoire de M. **Georges Jacquemin**, présenté par M. Berthelot. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires : MM. Fremy, Debray, Dehérain.)

« La levure elliptique constitue-t-elle une espèce stable, permanente? N'est-elle pas une forme de la levure de bière, déterminée par l'influence d'un milieu spécial, le moût de raisin; ne peut-elle pas retourner à la forme primitive et finalement se comporter comme elle? Quelle influence les divers milieux peuvent-ils apporter à son développement, à sa vie? Tel a été le programme des recherches que j'ai entreprises.

» J'ai fait choix, pour mon premier milieu, du moût d'orge, parce qu'il contient tous les aliments nécessaires à l'existence de ce *Saccharomyces;* j'y ai ajouté 2,50 pour 1000 de bitartrate de potasse, pour l'empêcher d'être parasité par le ferment lactique, et pour me rapprocher autant que possible de la composition d'un moût de raisin. Ainsi constitué, je l'appelle *moût d'orge tartarisé,* pour le distinguer du moût d'orge, et du *moût de bière,* qui est du moût d'orge houblonné.

» Mes ensemencements ont été pratiqués dans plusieurs séries de ballons, avec toutes les précautions recommandées par M. Pasteur; la levure elliptique obtenue et restée pure a été transportée dans des moûts de moins en moins tartarisés, puis dans du moût d'orge pur, et enfin dans du moût de bière. J'en suis à ma troisième série d'expériences sur ce dernier, et ma levure elliptique ne s'est pas transformée; mais rien ne prouve qu'elle ne se modifiera pas après une longue suite d'existences dans le milieu moût de bière; ce sont des expériences que je me propose de poursuivre.

» A la suite de mes premières recherches, en 1886, j'avais été frappé par le caractère de *vinosité* franche, apporté par le *Saccharomyces ellipsoideus* au moût d'orge tartarisé. J'ai fait servir mes ressources croissantes en levure elliptique à l'étude du liquide fermenté, et j'ai fini par opérer sur 100^{lit} de moût. Le produit de mes fermentations était un véritable *vin d'orge,* dont voici la composition moyenne :

Poids de l'extrait sec par litre	60^{gr}
Poids des cendres (dont 0,50 acide phosphorique)	3^{gr}
Degré alcoolique	6°

et, en centièmes :

Alcool	4,80
Sucre réducteur	1,00
Dextrine	3,00
Matières albuminoïdes et indéterminées	1,28
Glycérine	0,20
Acide succinique	0,04
Acide acétique	0,02
Bitartrate de potasse	0,25
Matières minérales de l'orge	0,23
Eau	89,18
	100,00

» Le vin d'orge, avec la constitution qui résulte de mes analyses, est une boisson agréable, plus alimentaire que le vin de raisin, puisqu'elle contient plus d'aliments respiratoires, et un aliment plastique, la matière albuminoïde ; enfin, elle contient un poids plus élevé de phosphates, qui aideront à la réfection du système nerveux et du tissu osseux. Il se distingue encore du vin blanc de raisin, en ce qu'il est précipité abondamment par le tannin.

» On peut remplacer une partie du malt par des grains d'orge non germés, de froment, etc., simplement concassés.

» Le vin d'orge et de froment est d'égale qualité et d'un prix inférieur à celui du vin de malt pur. Pour obtenir des vins d'orge dosant 8° et 10° d'alcool, comme les vins blancs de raisin, on augmente la proportion de céréale, ou l'on ajoute de la saccharose au moût. Dans ce dernier cas, la proportion de l'extrait est inférieure.

» En résumé, la levure de vin, qui a servi à mes expériences pendant dix-huit mois, a présenté la plus grande stabilité ; c'est un genre de ferment alcoolique tout à fait distinct de la levure de bière.

» Le résultat de la distillation au bain-marie des divers vins obtenus avec un *Saccharomyces ellipsoideus* de provenance aussi ancienne ne laisse d'ailleurs aucun doute, puisque l'eau-de-vie ou l'alcool qu'on en retire ainsi est toujours de *très bon goût*, tandis que les liquides alcooliques provenant d'une fermentation par la levure de bière et obtenus dans les mêmes conditions de température et de milieu sont manifestement de *mauvais goût* ([1]). »

([1]) Je compte indiquer ultérieurement la nature et la proportion des produits de

MM. **Ch. Reignier** et **Paul Bary** adressent une Note « Sur les coefficients d'induction ».

(Commissaires : MM. Cornu, Lippmann.)

M. **Gustave Hermite** adresse une Note « Sur la détermination du nombre de vibrations d'une bobine de Ruhmkorff ».

(Renvoi à l'examen de M. Mascart.)

M. **Dechaux** prie l'Académie de renvoyer à l'un des concours de cette année son Ouvrage sur la variole et le croup.

(Renvoi aux concours de Médecine et Chirurgie.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance : 1° un Volume intitulé : « Ponts en maçonnerie; par MM. *E. Degrand* et *Jean Resal*. Tome I, Stabilité des voûtes, par M. *Jean Resal*. » (Présenté par M. Maurice Lévy, pour le concours Dalmont.)

2° Un Volume de M. *Arthur Thiré*, intitulé « Éléments de Statique graphique, appliquée à l'équilibre des systèmes articulés. (Présenté par M. Haton de la Goupillière.)

ÉLECTRICITÉ CALCULATRICE. — *Résolution immédiate des équations au moyen de l'électricité*. Note de M. **Félix Lucas**, présentée par M. C. Jordan.

« Je vais indiquer comment l'emploi de l'électricité permet de *résoudre immédiatement, par un seul graphique et sans calculs, une équation algébrique d'un degré quelconque, à coefficients réels donnés numériquement.*

---

tête et des alcools supérieurs contenus dans le vin d'orge. J'espère également montrer les avantages qu'offre le moût d'orge, enrichi en matière sucrée par la fermentation diastasique de la fécule, pour la fabrication de l'acide lactique et des lactates.

» Soit

$$(1) \qquad F(z) = 0$$

l'équation donnée, du degré p.

» Prenons arbitrairement $(p+1)$ quantités réelles et inégales, λ_1, $\lambda_2, \ldots, \lambda_{p+1}$, déterminant chacune un point L de l'axe des x, et formons le polynôme auxiliaire

$$(2) \qquad f(z) = (z-\lambda_1)(z-\lambda_2)\ldots(z-\lambda_{p+1}) = \Pi(z-\lambda).$$

» En divisant $F(z)$ par $f(z)$, nous obtiendrons une fraction rationnelle, décomposable en fractions simples,

$$(3) \qquad \frac{F(z)}{f(z)} = \sum \frac{\mu}{z-\lambda}.$$

» Les paramètres μ, correspondant aux points L, se déterminent très facilement; ils sont tous réels, les uns positifs, les autres négatifs; ils caractérisent complètement le polynôme $F(z)$.

» *Connaissant les points* (L) *et les paramètres* (μ) *correspondants, faisons arriver sur ces points des extrémités d'électrodes déversant des quantités d'électricité proportionnelles aux* μ *sur le plan de la figure assimilé à un conducteur homogène; les points nodaux des lignes équipotentielles du régime électrique seront les points-racines de l'équation proposée.*

» Pour le démontrer, assimilons d'abord les points (L) à des centres matériels ayant des masses égales aux valeurs absolues des paramètres μ et agissant en raison inverse de la simple distance sur un point quelconque du plan, répulsivement ou attractivement suivant que μ est positif ou négatif. Les deux projections P et Q de l'action résultante sur les axes rectangulaires des coordonnées seront déterminées par la formule

$$(4) \qquad P - Q\sqrt{-1} = \sum \frac{\mu}{z-\lambda} = \frac{F(z)}{f(z)},$$

et, si nous posons

$$(5) \qquad \chi(z) = (z-\lambda_1)^{\mu_1}(z-\lambda_2)^{\mu_2}\ldots(z-\lambda_{p+1})^{\mu_{p+1}} = \rho e^{\omega\sqrt{-1}},$$

le potentiel de l'action totale sera

$$(6) \qquad \Phi = \log \text{nép}\, \rho + \text{const.}$$

» On obtiendra les courbes de niveau en posant

$$\rho^2 = \text{const.} \tag{7}$$

» Les points singuliers (isolés ou nodaux) de ces lignes ne peuvent se produire que sur les points-racines de l'équation

$$\chi'(z) = 0; \tag{8}$$

or on a identiquement

$$\frac{\chi'(z)}{\chi(z)} = \sum \frac{\mu}{z-\lambda} = \frac{F(z)}{f(z)} \tag{9}$$

et, par conséquent,

$$\chi'(z) = \frac{\chi(z)}{f(z)} F(z); \tag{10}$$

soit, plus explicitement,

$$\chi'(z) = (z-\lambda_1)^{\mu_1-1}(z-\lambda_2)^{\mu_2-1}\ldots(z-\lambda_{p+1})^{\mu_{p+1}-1}F(z). \tag{11}$$

» Il en résulte que *les points-racines de* $f(z)$ *constituent les points isolés des courbes de niveau et que les points-racines de* $F(z)$ *sont les points nodaux de ces courbes.*

» Remarquons maintenant que le potentiel mécanique Φ vérifie l'équation du second ordre aux dérivées partielles

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} + \frac{d^2\Phi}{dy^2} = 0. \tag{12}$$

» Si donc les points (L) deviennent des pointes d'électrodes dans les conditions indiquées plus haut, l'équation (7) des courbes de niveau deviendra l'équation des lignes équipotentielles du régime électrique permanent; par conséquent, *les points nodaux des lignes équipotentielles sont les points-racines du polynôme* $F(z)$, ce qu'il fallait démontrer.

» Au lieu de laisser le plan indéfini, on peut le limiter par une circonférence ayant pour centre le centre de gravité des points L matérialisés et dont le rayon soit assez grand pour qu'on puisse l'assimiler à une courbe équipotentielle. Pour établir l'égalité des quantités d'électricité positives et négatives apportées au plan, on compensera la différence entre la somme des μ positifs et celle des μ négatifs par une électrode correspondant au bord circulaire de la plaque conductrice. La détermination des

lignes équipotentielles et de leurs points nodaux se fera soit au moyen du galvanomètre (méthode de Kirchhoff), soit par l'électrochimie (méthode du Dr Guébhard); dans ce dernier cas, c'est à l'électricité elle-même que sera confié le soin d'exécuter presque instantanément les tracés graphiques.

» Il est évident que la méthode de résolution indiquée dans cette Note est beaucoup plus rapide que les deux méthodes indiquées dans une de mes Communications précédentes [1]. Quelque élevé que puisse être le degré d'une équation algébrique, une seule opération suffit pour obtenir toutes les racines, réelles ou imaginaires. La puissance de l'électricité comme calculatrice ne doit pas être limitée. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur des systèmes d'équations aux dérivées partielles, qui sont dépourvus d'intégrales, contrairement à toute prévision.* Note de M. **Ch. Méray**, présentée par M. Darboux.

« On admet généralement qu'un système quelconque d'équations différentielles possède des intégrales dans tous les cas où il est possible d'en construire les développements par la série de Taylor. Depuis très longtemps je m'efforce d'établir rigoureusement l'exactitude de cette présomption qui est fondamentale dans le Calcul intégral, et plusieurs fois j'ai cru y avoir réussi. Mais je viens de reconnaître qu'elle souffre de très nombreuses exceptions, et je crois intéresser les géomètres en leur en fournissant la preuve.

» Pour raisonner sur l'exemple le plus simple, supposons qu'il s'agisse de trouver les fonctions u, v de x, y qui satisfont au système d'équations aux dérivées partielles

$$(1)\qquad \frac{du}{dx} = v + \mathrm{H}\frac{du}{dy}, \qquad \frac{dv}{dy} = u + \mathrm{H}\frac{dv}{dx},$$

H désignant une constante réelle positive, et aux conditions initiales

$$(2)\qquad u = y \quad (\text{pour } x = 0), \qquad v = x \quad (\text{pour } y = 0).$$

» On aperçoit aisément que, si les fonctions u, v existent, les équa-

(1) *Résolution électrique des équations algébriques* (*Comptes rendus*, séance du 23 janvier 1888.

tions (1) et (2) et celles qui s'en déduisent par toutes les différentiations imaginables fournissent successivement, en y posant $x = y = 0$, les valeurs correspondantes de toutes leurs dérivées, et permettent ainsi de reconstruire leurs développements par la série de Maclaurin.

» Pour $H = 1$, ces fonctions existent et ont pour expressions

$$(3) \qquad u = \frac{(x+y)(\sin x + \cos y)}{\cos(x+y)}, \qquad v = \frac{(x+y)(\sin y + \cos x)}{\cos(x+y)},$$

ce que chacun vérifiera sans peine; leur développement conduit donc à des séries convergentes.

» Pour $H < 1$, ces fonctions existent à plus forte raison, car les valeurs déduites des équations (1) et (2) pour les coefficients de leurs développements sont évidemment toutes positives et inférieures aux coefficients également positifs des séries que fournit le développement des fonctions (3) par la série de Maclaurin.

» Mais, *pour* $H > 1$, *ces fonctions cessent absolument d'exister,* ce que je vais démontrer en faisant voir que *leur développement par la série de Maclaurin conduirait à des séries dont les rayons de convergence ne peuvent surpasser zéro.*

» Admettant pour un instant l'existence des intégrales en question, j'appellerai $v_{p,q}$, $\varphi_{p,q}$ les valeurs pour $x = y = 0$ de $\frac{d^{p+q} u}{dx^p\, dy^q}$, $\frac{d^{p+q} v}{dx^p\, dy^q}$ qui se déduisent des équations (1) et des conditions (2) par la méthode des coefficients indéterminés, et je raisonnerai comme il suit.

» 1° Il est évident *que* $v_{p,q}$, $\varphi_{p,q}$ *sont indéfiniment des polynômes entiers en* H *ayant pour coefficients des nombres entiers positifs, qu'on a toujours*

$$(4) \qquad v_{p,q} = \varphi_{q,p}$$

et, par suite,

$$(5) \qquad \delta_{p,q} = \theta_{q,p},$$

$\delta_{p,q}$, $\theta_{q,p}$ *désignant les degrés effectifs, par rapport à* H, *des polynômes* $v_{p,q}$, $\varphi_{p,q}$.

» 2° *Quel que soit m, on a*

$$(6) \qquad \delta_{1,m-1} \geqq \delta_{m-1,0}.$$

» Car la différentiation $\frac{d^{m-1}}{dy^{m-1}}$ exécutée sur la première des équations (1) donne

$$\frac{d^m u}{dx\, dy^{m-1}} = \frac{d^{m-1} v}{dy^{m-1}} + H \frac{d^m u}{dy^m};$$

d'où, pour $x = y = 0$ (et $m > 1$),

$$\upsilon_{1,m-1} = \varphi_{0,m-1} = \upsilon_{m-1,0}.$$

» 3° *Quel que soit m, on a encore*

$$(7) \qquad \delta_{m,0} \geqq \delta_{1,m-1} + m - 1.$$

» Car la différentiation $\frac{d^{m-1}}{dx^{p-1}\,dy^{m-p}}$ exécutée sur la première des équations (1) donne, pour $x = y = 0$,

$$\upsilon_{p,m-p} = \ldots + \mathrm{H}\upsilon_{p-1,m-p+1},$$

d'où

$$\delta_{p,m-p} \geqq 1 + \delta_{p-1,m-p+1}.$$

» Or, en donnant à p les valeurs $m, m-1, \ldots, 3, 2$ successivement, et ajoutant membre à membre les inégalités correspondantes données par la précédente, on parvient bien à l'inégalité (7).

» 4° On a toujours

$$(8) \qquad \delta_{m,0} \geqq \frac{m(m-1)}{2} + 1.$$

» La combinaison des relations (6) et (7) donne effectivement

$$\delta_{m,0} \geqq \delta_{m-1,0} + m - 1.$$

» Or, en ajoutant membre à membre cette inégalité à celles qui s'en déduisent par la substitution successive de $m-1, m-2, \ldots, 2$ à m, et en observant qu'on a $\delta_{1,0} = 1$ à cause de $\upsilon_{1,0} = \mathrm{H}$, on obtient précisément l'inégalité (8).

» 5° En vertu de la première remarque de l'alinéa (1°) et de l'inégalité (8), on a, à cause de $\mathrm{H} > 1$,

$$\upsilon_{m,0} \geqq \mathrm{H}^{\frac{m(m-1)}{2}+1}.$$

» En appelant donc ξ le module de x, le terme général de la partie du développement de u qui est indépendante de y a un module au moins égal à

$$\mathrm{H}^{\frac{m(m-1)}{2}+1} \frac{\xi^m}{1.2\ldots m}.$$

» Or, cette quantité croît indéfiniment avec m pour toute valeur de

ξ non $= 0$; car le rapport de celles de ses valeurs où l'exposant de ξ est $m+1$, m est

$$\frac{H^m}{m+1}\xi,$$

expression évidemment infinie avec m, à cause de $H > 1$.

» Donc, cette partie du développement de u est une série divergente, le développement tout entier aussi, et les intégrales u, v ne sauraient exister.

» En raisonnant sur les équations tant soit peu plus générales

$$\frac{du}{dx} = v + H\frac{du}{dy}, \qquad \frac{dv}{dy} = u + K\frac{dv}{dx},$$

on trouverait qu'elles admettent des intégrales se réduisant, l'une pour $x = 0$, l'autre pour $y = 0$, à des fonctions arbitrairement choisies de y et de x respectivement, *toutes les fois que* HK *est* < 1. Mais, si HK est > 1, elles n'en ont jamais, du moins quand les conditions initiales les assujettissent à se réduire à des fonctions de y et de x représentées par des séries entières à coefficients tous positifs. Et cependant le système

$$\frac{du}{dx} = v + H\frac{du}{dy}, \qquad \frac{dv}{dx} = u + K\frac{dv}{dy},$$

qui semble n'être qu'une autre forme du précédent, possède, quels que soient H, K, des intégrales ayant pour déterminations initiales des fonctions de y arbitrairement choisies.

» La discussion du système le plus général d'équations différentielles au point de vue de l'existence des intégrales fera l'objet d'un Mémoire que je prépare actuellement en collaboration avec M. Riquier, ce qui me dispense de m'arrêter plus longtemps ici sur cette question. »

Remarque de M. **Darboux** *sur la Communication précédente.*

« Dans son beau Mémoire *Zur Theorie der Differentialgleichungen*, publié au Tome 80 du *Journal de Crelle*, Mme Sophie de Kowalesky a déjà signalé un exemple analogue à celui que présente aujourd'hui M. Méray. Si l'on veut déterminer la fonction satisfaisant à l'équation

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}$$

et se réduisant à $\frac{1}{1-y}$ pour $x=0$, on obtiendra la série

$$\sum \frac{\Gamma(2n+1)}{\Gamma(n+1)} \frac{x^n}{(1-y)^{2n+1}},$$

qui est divergente, quelque petites que soient les valeurs attribuées à x et à y.

» Dans mon Cours de cette année, j'ai étudié le cas où, étant donnée l'équation linéaire

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x\, \partial y} + a\frac{\partial z}{\partial x} + b\frac{\partial z}{\partial y} + cz = 0,$$

dans laquelle a, b, c sont des fonctions de x et de y, on veut déterminer la solution se réduisant à une fonction donnée $f(x)$ pour $y=y_0$ et à une fonction donnée $\varphi(y)$ pour $x=x_0$. La solution existe et est développable sous certaines conditions de continuité qui sont indiquées par la nature de la question. »

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur une intégrale numérique suivant les diviseurs.* Note de M. **Bougaieff**, présentée par M. Darboux.

« Il est facile de déterminer les propriétés de la fonction $l'(n)$ qui satisfait à l'égalité

(1) $$\Sigma_n l'(d) = l(n),$$

où le signe sommatoire s'étend à tous les diviseurs du nombre entier n et $l(n)$ est le logarithme du nombre n.

» Il est facile de voir que la fonction $l'(n)$ satisfait aux conditions suivantes :

» *a*. Pour $n=1$

$$l'(1)=0.$$

» *b*. Pour tous les nombres premiers a et pour toutes les puissances des nombres premiers a^μ, elle est égale à $l(a)$, c'est-à-dire

$$l'(a)=l'(a^2)=l'(a^3)=\ldots=l'(a^\mu)=l(a).$$

» *c*. Pour tous les autres nombres, $l'(n)$ est égale au zéro.

» Il est facile aussi de démontrer l'égalité

(2) $$\Sigma_n q(d)\, l(d) = -\, l'(n).$$

où $q(n)$ est la fonction numérique connue dont les propriétés sont représentées par les égalités

$$q(1)=1, \qquad q(a)=-1, \qquad q(ab)=+1, \qquad q(abc)=-1,$$

c'est-à-dire que la fonction $q(n)$ est nulle pour tous les nombres divisibles par un carré et égale à ± 1 pour tous les nombres non divisibles par un carré (*nombres primitifs*).

Parmi les différentes conséquences de l'identité (2) sont remarquables les trois suivantes :

» 1. *Première conséquence.* — Pour chaque nombre premier θ, on a

$$(3) \qquad \mathcal{E}\frac{\mathrm{L}(n)}{\mathrm{L}(\theta)} = n - 1 - \mathbf{S}'\mathcal{E}\frac{n}{a} + \mathbf{S}'\mathcal{E}\frac{n}{ab} - \mathbf{S}'\mathcal{E}\frac{n}{abc} + \mathbf{S}'\mathcal{E}\frac{n}{abcd} - \ldots.$$

» Le signe sommatoire $\mathbf{S}'$ s'étend à tous les nombres premiers excepté le nombre θ, la fonction $\mathcal{E}(x)$ représente le plus grand nombre entier non supérieur à x. La formule (3) donne une relation remarquable entre la fonction logarithmique $\mathrm{L}(n)$ et les nombres premiers.

» 2. *Deuxième conséquence.* — En exprimant par $\theta(n)$ combien il y a de nombres premiers non supérieurs à n, on a

$$(4) \qquad \left\{ \begin{aligned} &\theta[n] + \theta[\sqrt{n}] + \theta[\sqrt[3]{n}] + \theta[\sqrt[4]{n}] + \ldots \\ &= \mathbf{S}\mathcal{E}\frac{n}{a} - 2\mathbf{S}\mathcal{E}\frac{n}{ab} + 3\mathbf{S}\mathcal{E}\frac{n}{abc} - 4\mathbf{S}\mathcal{E}\frac{n}{abcd} + \ldots, \end{aligned} \right.$$

où le signe sommatoire $\mathbf{S}$ s'étend à tous les nombres premiers $a, b, c, \ldots$.

» 3. La *troisième conséquence* de l'identité (2) donne l'expression suivante des nombres de Bernoulli

$$(5) \qquad \mathrm{B}_{2\mu-1} = \frac{2.\Pi(2\mu)\, l\left[2^{\frac{1}{2^{\mu}}}.3^{\frac{1}{3^{\mu}}}.4^{\frac{1}{4^{\mu}}}.5^{\frac{1}{5^{\mu}}}\ldots\right]}{(2\pi)^{2\mu}.\, l\left[2^{\frac{1}{2^{\mu}-1}}.3^{\frac{1}{3^{\mu}-1}}.5^{\frac{1}{5^{\mu}-1}}.7^{\frac{1}{7^{\mu}-1}}.11^{\frac{1}{11^{\mu}-1}}\ldots\right]},$$

où $\Pi(\mu) = 1.2.3\ldots\mu$; le produit infini du numérateur dépend de tous les nombres naturels et le produit infini du dénominateur dépend seulement de tous les nombres premiers.

» Les trois résultats (3), (4), (5) de l'identité (2), si différents par leur forme, démontrent toute l'importance de cette identité pour la théorie des fonctions discontinues et pour l'analyse. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces réglées applicables sur une surface de révolution.* Note de M. **Pellet**, présentée par M. Hermite.

« Par chaque point M d'une courbe (C) menons une droite faisant avec la tangente, la normale principale et l'axe du plan osculateur des angles dont les cosinus α, β, γ sont donnés. Cette droite engendre une surface réglée dont l'élément linéaire a pour expression

$$dl^2 + 2\alpha\, dl\, ds + \left[\left(1 - \frac{l\beta}{\rho}\right)^2 + l^2\left(\frac{\alpha}{\rho} - \frac{\gamma}{r}\right)^2 + l^2\frac{\beta^2}{r^2}\right] ds^2,$$

ρ et r étant les rayons de courbure et de torsion de la courbe (C), s l'arc de cette courbe et l le segment de la génératrice compris entre le point M et le point de la surface réglée. Dans cette expression, le coefficient de ds^2 seul varie avec la position du point M sur la courbe (C); il reste constant si $\beta = 0$ et $\frac{\alpha}{\rho} - \frac{\gamma}{z}$ égale une quantité constante; la courbe (C) est alors la ligne de striction de la surface réglée, et le paramètre de distribution des génératrices dont la valeur, lorsque $\beta = 0$, est égale à $\frac{\gamma}{\frac{\alpha}{\rho} - \frac{\gamma}{z}}$, est constant.

» M. Astor a remarqué que l'on peut ramener à des quadratures la recherche des lignes géodésiques dont les génératrices coupent sous un même angle la ligne de striction, et dont le paramètre de distribution est constant (¹). D'après ce qui précède, les lignes de striction de ces surfaces sont les courbes sur lesquelles M. Bertrand a appelé l'attention, et qui jouissent de la propriété que leurs normales principales sont normales principales d'une seconde courbe; la ligne de striction étant donnée, la surface réglée est déterminée. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la conductibilité électrique de l'acide azotique concentré.* Note de M. **E. Bouty**, présentée par M. Lippmann.

« 1. Nous avons montré (²) que l'addition de très faibles quantités d'azotates alcalins à l'acide azotique fumant augmente la conductibilité de

---

(¹) *Comptes rendus de l'Association française pour l'avancement des Sciences*, 1887.

(²) Voir p. 595 de ce Volume.

cet acide dans des proportions considérables. Ainsi, il suffit de $0^{éq},01$ de sel par équivalent d'acide pour doubler la conductibilité de



$$AzO^5HO + 0,140HO.$$

» L'addition d'eau à l'acide azotique fumant produit aussi, dès l'abord, une augmentation de conductibilité presque proportionnelle à la quantité d'eau ajoutée; cette proportionnalité approchée se maintient même beaucoup plus loin qu'avec les azotates (jusque vers $AzO^5,4HO$).

» Dans le Tableau suivant, les conductibilités, mesurées à 0°, sont rapportées à celle de la dissolution normale d'acide azotique à $1^{éq}$ par litre (résistance spécifique à 0°, $4^{ohms},59$) :

	Excès d'eau.	Conductibilité à 0°.	
AzO^5HO +	0,152 HO	0,0737	Accroissement moyen pour HO 0,456
	0,224	0,1026	
	0,350	0,1448	
	0,543	0,2209	
	0,905	0,3827	
	1,810	0,8107	
	2,055	1,038	
	2,634	1,287	
	2,957	1,492	
	3,434	1,566	Accroissement moyen pour HO 0,147
	3,975	1,662	
	4,955	1,831	
	5,588	1,919	
	6,555	2,581	
	11,000	2,679	
	15,000	2,709	
	18,754	2,601	
	33,37	2,192	
	53,11	1,690	
	107,06 ($1^{éq}$ par litre).	1,000 (1)	

» Si l'on compare les accroissements de conductibilité de l'acide fumant produits par les sels (6,955 par équivalent) et par l'eau (0,456 par équivalent), on voit que l'eau est moins active que les sels dans le rapport de 1 à 15,25. On trouverait un rapport encore plus faible, si l'on pouvait partir de l'acide azotique exactement monohydraté. N'est-on pas autorisé

(1) Pour les liqueurs plus étendues, voir *Comptes rendus*, t. CIV, p. 1611.

à conclure de là que l'électrolyte produit par les premières additions d'eau contient un nombre assez considérable d'équivalents d'eau [1] par molécule électrolytique ?

» 2. L'addition, en petite quantité, de déshydratants comme l'acide sulfurique concentré ou l'acide phosphorique anhydre accroît la conductibilité de l'acide azotique fumant, vraisemblablement par la formation de composés électrolytiques d'acides sulfurique ou phosphorique et d'acide azotique.

» Il est donc très difficile de dire quelque chose de précis sur la conductibilité de AzO^5HO concentré et pur. Celui que l'on prépare à chaud dans des vases de verre, en présence d'azotates alcalins, ne peut manquer d'en dissoudre des traces [2] ou d'emprunter de la soude au verre, ce qui suffirait à altérer fortement sa conductibilité, alors même qu'il n'entraînerait pas d'eau en excès.

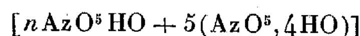
» Si l'on compare les conductibilités des deux premiers acides hydratés du Tableau, préparés et dosés indépendamment l'un de l'autre [3], on trouve par extrapolation la valeur 0,0121 pour la conductibilité de AzO^5HO. C'est un maximum peut-être fort éloigné de la vérité (résistance spécifique minimum $379^{\text{ohms}},3$); car, si l'on considère l'accroissement moyen de conductibilité dans toute la région de $AzO^5HO + 0,152\,HO$ à $AzO^5,4HO$, on est conduit à attribuer à AzO^5HO une conductibilité nulle [4].

» 3. Peut-on admettre qu'à tous les états de dilution l'acide azotique contient un même électrolyte ?

» Si l'on veut identifier la molécule électrolytique de l'acide azotique concentré à celle des sels neutres en dissolution nitrique, on est conduit à admettre qu'elle contient au moins $15^{\text{éq}}$ d'eau *pour un nombre indé-*

---

(1) Cet électrolyte peut être un composé d'acides monohydraté et quadrihydraté, plus ou moins comparable aux combinaisons d'acide azotique et d'azotates métalliques et, comme elles, dissociable par l'eau. Par exemple, la formule



$$[n\,AzO^5HO + 5(AzO^5,4HO)]$$

exigerait l'intervention de $15^{\text{éq}}$ d'eau pour produire la molécule électrolytique primitive.

(2) L'acide azotique fumant du commerce conduit de 6 à 7 fois mieux que celui que j'ai préparé.

(3) Paraissent parfaitement exempts d'acide sulfurique. Titrés par comparaison avec un acide sulfurique dosé par M. Joly.

(4) M. F. Kohlrausch (*Pogg. Ann.*, t. CLIX, 1879) avait déjà annoncé que la conductibilité de AzO^5HO devait être très faible.

terminé, mais au moins égal à 1, d'équivalents d'acide azotique monohydraté. La même identification, pour l'acide et les sels neutres en dissolution aqueuse très étendue, *exige qu'elle ne contienne à zéro que* $\frac{1}{3,748}$ *d'équivalent d'acide* pour un nombre indéterminé d'équivalents d'eau. Ces deux identifications sont incompatibles avec l'hypothèse de l'invariabilité de la molécule électrolytique d'acide azotique [1].

» L'étude de la polarisation d'électrodes de platine dans l'acide azotique, rapprochée de la mesure des conductibilités, semble déterminer trois phases bien distinctes dans l'électrolyse de l'acide azotique de diverses concentrations :

» 1° De AzO^5HO à $AzO^5,4HO$ environ (*phase de création de l'électrolyte*). — Polarisation de $0^v,05$ à $0^v,2$. Accroissement moyen de conductibilité par addition de $HO = 0,456$. L'acide hypoazotique est le principal produit de l'électrolyse au pôle négatif.

» 2° De $AzO^5,4HO$ environ, jusqu'au maximum ou un peu au delà (*phase de dissociation*). — Polarisation de $0^v,6$ à $0^v,9$. On recueille au pôle négatif des mélanges plus ou moins complexes dont l'acide azoteux est un élément.

» 3° Du maximum ou un peu au delà jusqu'aux dissolutions les plus étendues (*phase de dilution*). — Polarisation de $1^v,6$ à $1^v,8$. On ne recueille au pôle négatif que de l'hydrogène.

» Ces phases correspondent aux divers modes d'action du bioxyde d'azote sur l'acide azotique, suivant la concentration de ce dernier. »

CHIMIE. — *Sur la cinchoniline*. Note de MM. **E. Jungfleisch** et **E. Léger**, présentée par M. Berthelot.

« Nous avons indiqué (*Comptes rendus*, t. CV, p. 1255, et t. CVI, p. 68) les conditions de formation de la cinchoniline et sa séparation à l'état de diiodhydrate. Nous allons décrire cette base et ses principaux dérivés.

» I. *Préparation*. — Le diiodhydrate, préalablement purifié par cristallisation dans l'eau bouillante additionnée d'acide iodhydrique incolore, est

---

(1) L'acide azotique est 73 fois plus actif pour rendre l'eau conductrice que l'eau pour rendre l'acide azotique conducteur. Au contraire, les azotates alcalins ont presque la même efficacité pour rendre conducteurs l'eau ou l'acide azotique.

pulvérisé, puis délayé dans l'eau; on ajoute au mélange un excès de soude caustique et on l'agite avec plusieurs fois son volume d'éther, en prolongeant l'agitation jusqu'à disparition complète du diiodhydrate. La solution éthérée est lavée à l'eau, puis concentrée par distillation; elle laisse ensuite déposer des cristaux volumineux, teintés de jaune. On purifie ces cristaux par des cristallisations répétées dans l'éther.

» II. *Composition*, $C^{38}H^{22}Az^2O^2$. — La cinchoniline est un isomère de la cinchonine; ce fait est établi, non seulement par les analyses de la base elle-même [1], mais encore par celle d'un grand nombre de combinaisons.

» III. *Propriétés*. — Parmi les bases de même origine, la cinchoniline est celle qui forme les plus belles cristallisations. Dans l'éther, elle constitue de magnifiques prismes rhomboïdaux droits, incolores, anhydres, atteignant souvent un poids de plusieurs grammes. Elle fond sans s'altérer à 130°,4 (corr.), c'est-à-dire à une température qui diffère à peine du point de fusion de la cinchonigine. Elle distille dans le vide sans décomposition rapide. Elle est dextrogyre : en dissolution dans l'alcool à 97°, $\alpha_D = +53°,22$ (concentration 1 pour 100, $t = 15°$), $\alpha_D = +50°,3$ (concentration 0,5 pour 100, $t = 16°$); en dissolution au centième dans l'eau chargée d'acide chlorhydrique, $\alpha_D = +59°,15$ avec 2HCl, $\alpha_D = +63°,10$ avec 4HCl.

» La cinchoniline est fort peu soluble dans l'eau; sa dissolution aqueuse bleuit énergiquement le tournesol et rougit la phtaléine du phénol. Elle se dissout abondamment dans l'alcool ordinaire, l'alcool méthylique, le chloroforme, la benzine, l'éther et l'acétone. Décomposée par la chaleur, elle fournit les mêmes produits que la cinchonine. Elle réduit à froid le permanganate de potasse.

» IV. *Sels*. — La cinchoniline forme des sels basiques, faiblement alcalins au tournesol, et des sels neutres à réaction acide. Ces composés sont, pour la plupart, très solubles dans l'eau et cristallisent d'une manière remarquable.

» Le *chlorhydrate basique*, $C^{38}H^{22}Az^2O^2, HCl + 3H^2O^2$ [2], forme lentement dans sa solution sirupeuse d'énormes cristaux incolores, paraissant dériver d'un

---

[1] Analyses : C = 77,44, 76,91; théorie, 77,55; H = 7,48, 7,43; théorie, 7,48; Az = 9,64; théorie, 9,52.

[2] Analyses du sel sec : Cl = 10,38, 10,66; théorie, 10,74. Eau de cristallisation : H^2O^2 = 13,90, 13,83; théorie, 14,04.

prisme rhomboïdal oblique. Sec, il fond vers 226° en s'altérant. Il est extrêmement soluble dans l'eau, même à froid. Il est dextrogyre : $\alpha_D = +5°,0$ à 16°, en dissolution aqueuse à 1 pour 100; ce chiffre paraît singulièrement faible si on le rapproche de ceux donnés plus haut pour la base libre ou dissoute dans un excès d'acide.

» Le *chloroplatinate*, $C^{38}H^{22}Az^2O^2, 2HCl, PtCl^4 + 2HO$ (1), se dépose en petits prismes d'un jaune orangé dans une solution aqueuse bouillante. A froid, le sel se précipite amorphe, avec une teinte plus claire.

» Le *chloro-aurate*, $C^{38}H^{22}Az^2O^2, 2HCl, AuCl^3 + HO$ (2), cristallise en petits prismes, très réfringents, d'un jaune vif, par le refroidissement de sa solution aqueuse bouillante.

» Le *bromhydrate basique*, $C^{38}H^{22}Az^2O^2, HBr + 3H^2O^2$ (3), cristallise en beaux prismes allongés, par refroidisement de sa solution aqueuse. Sec, il fond vers 228° en se décomposant. Il est beaucoup moins soluble que le chlorhydrate.

» L'*iodhydrate basique*, $C^{38}H^{22}Az^2O^2, HI + H^2O^2$ (4), se dépose en prismes courts et incolores, dans sa solution aqueuse chaude. Il est très soluble dans l'eau, surtout à chaud. Desséché, il fond vers 221°, en s'altérant.

» L'*iodhydrate neutre*, $C^{38}H^{22}Az^2O^2, 2HI$ (5), est remarquable par son insolubilité dans l'eau chargée d'un excès d'acide iodhydrique. Il forme des cristaux prismatiques, courts, durs, d'un jaune vif, anhydres, que l'on obtient très volumineux par refroidissement lent de la solution aqueuse. Les sels neutres de cinchoniline le fournissent par double décomposition avec les iodures alcalins. L'iode libre le colore en brun, par formation d'un sel de base iodurée.

» Le *sulfocyanate basique*, $C^{38}H^{22}Az^2O^2, C^2AzHS^2 + H^2O^2$ (6), s'obtient par double décomposition et se purifie par cristallisation dans l'eau bouillante. Il forme de longues aiguilles, à éclat soyeux, efflorescentes, peu solubles dans l'eau froide.

» Le *chromate basique* se précipite huileux; sa dissolution concentrée se trouble par la chaleur. Le *picrate neutre* est amorphe. L'*oxalate basique*, extrêmement soluble, même à froid, cristallise en gros prismes; l'*oxalate neutre*, très soluble également, forme des aiguilles.

---

(1) Analyses du sel sec : Pt = 27,70, 27,56; théorie, 28,00; Cl = 29,44; théorie, 30,25. Eau de cristallisation : H^2O^2 = 2,62, 2,70; théorie, 2,49.

(2) Analyses du sel sec : Au = 40,35; théorie, 40,42; Cl = 28,18, théorie, 28,18. Eau de cristallisation : H^2O^2 = 1,75, 1,67; théorie, 1,81.

(3) Analyses du sel sec : C = 60,62, 60,80; théorie, 60,80; H = 5,91, 6,28; théorie, 6,13; Az = 7,95; théorie, 7,47; HBr = 21,53, 22,03; théorie, 21,60. Eau de cristallisation : H^2O^2 = 12,81, 12,40, 12,15; théorie, 12,58.

(4) Analyses du sel sec : Az = 7,08; théorie, 6,63; HI = 30,03, 30,25; théorie, 30,33. Eau de cristallisation : H^2O^2 = 4,22, 4,00, 3,87, 3,93; théorie, 4,10.

(5) Analyses : HI = 46,12, 46,59, 46,27; théorie, 46,54.

(6) Analyses du sel sec : S = 8,94; théorie, 9,06. Eau de cristallisation : H^2O^2 = 3,99 (sel un peu effleuri), 5,36 (sel essoré au papier); théorie, 4,85.

V. *Dérivés méthyliques et éthyliques.* — La cinchoniline se combine facilement aux éthers à hydracides.

» L'*iodhydrate de méthylcinchoniline*, $C^{38}H^{22}Az^{2}O^{2}, C^{2}H^{3}I$ [1], s'obtient en mettant la base en contact avec l'iodure de méthyle, au sein de l'éther sec. Il cristallise dans l'alcool en prismes courts et très réfringents; il donne dans l'eau des prismes incolores, très longs, souvent creux; il est anhydre dans les deux cas. Il fond vers 235° en se décomposant.

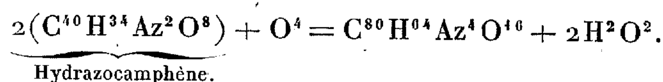
» L'*iodhydrate d'éthylcinchoniline*, $C^{38}H^{22}Az^{2}O^{2}, C^{4}H^{5}I$, se dépose en poudre cristalline, jaune, quand on dissout la base dans un excès d'éther iodhydrique. Il forme dans l'alcool ou dans l'eau des cristaux prismatiques très réfringents, à 1^{mol} d'eau [2]. Il est très soluble dans l'eau chaude ou l'alcool chaud et dans le chloroforme, insoluble dans l'éther et la benzine.

» Le *bromhydrate d'éthylcinchoniline*, $C^{38}H^{22}Az^{2}O^{2}, C^{4}H^{5}Br$ [3], se sépare rapidement, en une poudre cristalline incolore, de la dissolution de la base dans l'éther bromhydrique. Extrêmement soluble dans l'alcool, mais insoluble dans l'éther ordinaire, il se dépose en cristaux durs et agglomérés quand on ajoute de l'éther à sa solution alcoolique. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Produits d'oxydation des hydrazocamphènes.* Note de M. C. TANRET, présentée par M. Berthelot.

« L'oxydation des hydrazocamphènes venant de me donner plusieurs composés nouveaux, je demande à l'Académie la permission de lui en présenter l'étude.

» *Action du permanganate de potasse.* — I. Si, dans une solution d'hydrazocamphène α, froide et acidulée de 1 pour 100 d'acide sulfurique, on verse avec précaution une solution titrée de permanganate de potasse, ce dernier est réduit à l'état de sulfate manganeux, et il se précipite un corps bleu jusqu'à ce que la liqueur cesse de se décolorer lors d'une nouvelle addition de permanganate. A ce moment, la quantité de sel employée correspond à $4^{éq}$ d'oxygène mis en liberté pour $2^{éq}$ d'hydrazocamphène, selon l'équation



$$\underbrace{2(C^{40}H^{34}Az^{2}O^{8})}_{\text{Hydrazocamphène}} + O^{4} = C^{80}H^{64}Az^{4}O^{16} + 2H^{2}O^{2}.$$

---

(1) Analyses : I = 28,77, 29,01; théorie, 29,19.

(2) Analyses du sel sec : I = 28,12, 27,98, 28,02; théorie, 28,22. Eau de cristallisation: $H^{2}O^{2}$ = 2,93, 2,59, 2,51, 2,81; théorie, 3,84 (théorie pour 1 HO = 1,96).

(3) Analyse : HBr = 19,70,; théorie, 19,85.

» J'appellerai *azocamphène* le nouveau corps formé $C^{80}H^{64}Az^{4}O^{16}$.

» Pour le purifier, on le dissout dans l'éther, puis cette solution agitée successivement avec de la soude et de l'eau est évaporée à siccité. Le produit ainsi obtenu est amorphe et d'un beau bleu clair. Il fond à 153°. Il est insoluble dans l'eau et extrêmement soluble à froid dans l'éther, l'alcool et le chloroforme.

» Or, sa solution éthérée à parties égales, qui est d'un bleu intense, laisse déposer au bout de peu de temps une poudre blanche cristalline, que, par des lavages répétés à l'éther, on sépare de la liqueur mère. Celle-ci, concentrée à son tour, abandonne une nouvelle proportion de poudre, et ainsi de suite jusqu'à ce que la plus grande partie du corps bleu primitif soit transformée en produit blanc.

» Ces fins cristaux blancs sont insolubles à froid dans l'alcool et l'éther, mais ils s'y dissolvent à chaud en donnant une solution bleue. Il suffit, du reste, de les porter à 80° pour qu'ils commencent à bleuir, et de les maintenir quelque temps à cette température pour qu'ils reprennent la solubilité à froid du corps bleu dans l'alcool et l'éther. Ils se dissolvent à froid dans leur poids de chloroforme et cette solution devient également bleue. Ils sont insolubles dans l'eau et fondent à 153°.

» L'azocamphène se présente donc sous deux modifications, et le passage de l'une à l'autre se fait à volonté. Cependant, bien que le corps blanc devienne bleu en entrant en dissolution, ce changement moléculaire n'est pas immédiat, mais progressif, de telle sorte qu'il peut être précipité de nouveau par l'éther de sa solution chloroformique concentrée, tant que sa transformation en bleu n'est pas complète. C'est même là le meilleur moyen de le purifier.

» Pour distinguer ces deux modifications, je propose d'appeler la bleue *cyanazocamphène* et la blanche *leukazocamphène*.

» 2. Comme il était à prévoir, ces deux isomères ont donné les mêmes résultats à l'analyse :

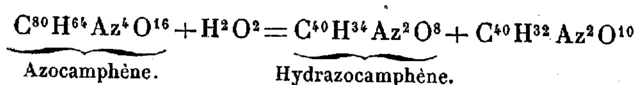
	Calculé pour $C^{80}H^{64}Az^{4}O^{16}$.	Trouvé pour	
		le leukazocamphène.	le cyanazocamphène.
C	65,93	65,96	65,80
H	8,79	9,11	8,95
Az	7,69	7,40	8
O	17,59	17,29	17,25
	100,00	100,00	100,00

» L'azocamphène dérivé de l'hydrazocamphène β est un corps bleu, poisseux, qu'il n'a pas été possible d'obtenir sous un autre état.

» 3. Les azocamphènes sont neutres au tournesol. Ils ne donnent pas avec Fe^2Cl^3 la coloration violette caractéristique des hydrazocamphènes.

» Peu au-dessus de leur point de fusion, ils se décomposent avec dégagement de vapeurs nitreuses.

» Ces corps sont relativement peu stables; sous l'influence des acides ou des acides faibles, de l'eau même, ils se décomposent avec facilité. Ainsi, si on les maintient un temps suffisant dans de l'eau à 100°, ils se dédoublent en hydrazocamphène et en un nouvel acide moins hydrogéné, qui s'est formé en fixant les éléments de l'eau. Ce dédoublement, qui assimile les azocamphènes à des éthers des hydrazocamphènes, peut être représentée par l'équation suivante :



$$\underbrace{C^{80}H^{64}Az^4O^{16}}_{\text{Azocamphène.}} + H^2O^2 = \underbrace{C^{40}H^{34}Az^2O^8}_{\text{Hydrazocamphène.}} + C^{40}H^{32}Az^2O^{10}$$

» La quantité d'hydrazocamphène régénéré est théorique. Quant à l'acide $C^{40}H^{30}Az^2O^{10}$, sa formule a été établie d'après l'analyse de son sel d'argent :

	Calculé pour $C^{40}H^{30}Ag^2Az^2O^{10}$.	Trouvé.
C....................	40,59	40,51
H....................	5,06	5,32
Ag....................	36,48	36,63

» Cet acide est poisseux, peu soluble dans l'eau, soluble dans l'éther et le chloroforme. Ses sels alcalins et terreux sont solubles dans l'eau. Le sel d'argent l'est peu, ce qui permet de l'obtenir par double décomposition.

» J'ajouterai que, lorsqu'on prolonge l'ébullition de l'azocamphène avec l'eau, cet acide insoluble disparaît en partie pour former, en s'hydratant encore, un nouvel acide soluble fixe, insoluble dans l'éther et à pouvoir rotatoire dextrogyre assez élevé. Mais, comme cet acide est amorphe et que ses sels qui le sont également sont tous solubles, sa formule n'a pu être établie avec quelque sûreté.

» Dans une prochaine Communication, je compte terminer l'action des autres oxydants sur les hydrazocamphènes. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le terpinol, reproduction artificielle de l'eucalyptol ou terpane.* Note de MM. G. **Bouchardat** et **R. Voiry**, présentée par M. Berthelot.

« Nous avons précédemment établi que le terpinol de List est un mélange renfermant surtout un hydrate $C^{20}H^{18}O^2$, terpilénol inactif ou terpol, que nous avons fait cristalliser et identifié avec l'hydrate de caoutchine synthétique obtenu par l'un de nous. Le second produit, cinq fois moins abondant, présente la composition $C^{20}H^{17}O$ et bout vers 175°. Nous avons fait remarquer, dès lors, les analogies de ce composé avec les parties oxygénées de certaines essences, telles que l'essence de semen-contra, de cajeput, etc., présentant le même point d'ébullition. Nos nouvelles expériences démontrent l'identité avec ces composés. Pour l'établir nous avons tenu à isoler le composé pur oxygéné du carbure bouillant à la même température que le mélange en proportion à peu près égale; les réactions de cette substance oxygénée, telles que l'action du brome ou de l'acide chlorhydrique n'étant pas, à notre avis, suffisamment caractéristiques, surtout dans un mélange aussi complexe. Un grand nombre de composés térébenthéniques présentent de grandes ressemblances; de plus, les produits formés sont en nombre souvent considérable, par suite de réactions secondaires et non caractérisables.

» Voici la marche que nous avons suivie. Nous avons saturé les portions du terpinol de List bouillant de 172° à 176° par le gaz chlorhydrique, en ayant soin de maintenir sa température très basse, — 15°.

» Le composé oxygéné fournit ainsi le composé d'addition $2C^{20}H^{18}O^2, HCl$; le carbure terpilénique fournit d'emblée du dichlorhydrate $C^{20}H^{16}, 2HCl$. Si l'on ne refroidit pas pendant la réaction, le composé oxygéné que nous désignons par le nom de *terpane* se transforme directement en dichlorhydrate. On lave le produit, qui reste le plus souvent liquide, avec de l'eau glacée qui décompose le composé $2C^{20}H^{18}O^2, HCl$ en régénérant le terpane en même temps qu'il y a dégagement de chaleur. On achève d'enlever l'acide chlorhydrique par l'agitation avec une lessive alcaline faible. Puis on soumet à la distillation dans le vide sous 15^{mm} de pression. Il est nécessaire de ne pas dépasser 80° et de rejeter le résidu; car, dès cette température, le dichlorhydrate $C^{20}H^{16}, 2HCl$ mélangé au terpane se détruit en partie et donne du gaz chlorhydrique qui, à cette température, réagit sur le terpane distillé et le rend impur en le détruisant.

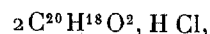
» Le produit recueilli avant 80° passe, après rectification, de 78° à 79° dans le vide. Il est loin d'être pur. Mais on peut en retirer du terpane solide en le maintenant un

certain temps à la température de — 50° à — 55°, produite par l'évaporation activée du chlorure de méthyle, dans un appareil permettant ensuite d'essorer les cristaux.

» On peut activer la formation de ces derniers en projetant dans le liquide froid une parcelle de terpane de l'eucalyptol, ou de toute autre origine, solidifié. Le corps refondu a été cristallisé et essoré une seconde fois, mais dans un mélange de glace et de sel. Après ces opérations, on peut le considérer comme suffisamment pur. Le terpane ainsi obtenu est facilement cristallisable; il fond de — 3° à — 1°, ce qui est le point de fusion du terpane du semen-contra ou de l'eucalyptus; cependant nous avons réussi, par une série de purifications, à amener ce dernier à fondre un peu au-dessus de 0°.

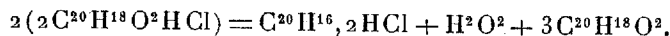
» La composition répond à la formule $C^{20}H^{18}O^2$, ainsi que la densité de vapeur. La densité à 0° est de 0,935, identique à celle des produits naturels. Son odeur rappelle celle du menthol, celle de l'essence de semen-contra. Le point d'ébullition est de 174°.

» L'acide chlorhydrique le transforme en chlorhydrate cristallisé répondant à la formule



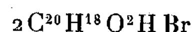
$$2C^{20}H^{18}O^2, HCl,$$

se liquéfiant par l'action du vide ou de l'eau en régénérant le terpane. Ce chlorhydrate conservé dans un vase scellé se liquéfie, en même temps qu'il se sépare quelques gouttes d'eau acide; sa réaction peut être exprimée par la formule



$$2(2C^{20}H^{18}O^2HCl) = C^{20}H^{16}, 2HCl + H^2O^2 + 3C^{20}H^{18}O^2.$$

» Le brome ajouté au terpane bien refroidi et dilué dans 4^vol d'éther de pétrole donne un composé rouge cinabre pulvérulent renfermant de 50 à 55 pour 100 de brome; cependant, ce produit, quoique très caractéristique, n'est pas, d'après nous, un composé défini, mais un mélange d'un composé d'addition rouge et de composés bromés incolores. Cependant nous avons pu utiliser cette réaction du brome pour isoler le terpane du terpinol, de même que par l'emploi du gaz chlorhydrique, mais en exagérant encore les précautions. Le terpane obtenu ainsi, quoique cristallisable, est moins pur; il renferme toujours un peu de composés bromés, de bromhydrate



$$2C^{20}H^{18}O^2HBr$$

plus stable que le chlorhydrate correspondant; sa densité trouvée est supérieure, 0,977. La présence du brome empêche toute purification complète.

» Ces réactions nous permettent d'identifier le terpane du terpinol de List avec les produits naturels de même composition, retirés soit des essences d'eucalyptus, soit de l'essence de semen-contra, soit de l'essence d'aspic, de cajeput, etc.

» En outre, tous ces composés naturels ou artificiels sont sans action sur la lumière polarisée, comme la terpine.

» En résumé, le terpinol de List est formé de terpilénol inactif cristallisé ou terpol $C^{20}H^{18}O^2$ bouillant à 218°; de terpane $C^{20}H^{18}O^2$ bouillant à 175° et cristallisable à — 1°, et enfin de terpilène inactif $C^{20}H^{16}$.

» Le terpane se différencie, en outre, des terpilénols actifs ou inactifs en ce qu'il ne se combine pas aux acides, ni aux anhydrides pour donner des éthers. Nos essais confirment les expériences de Wallach sur ce point et nous conduisent à le considérer, avec lui, comme l'éther ou l'anhydride de la terpine. Le mode de reproduction que nous signalons en partant de la terpine confirme cette opinion, à notre avis, et justifie le nom abrégé de *terpane* par lequel nous le désignons, et qu'il y aura avantage à substituer à ceux de cinéol, d'eucalyptol, de cajeputol, de spicol, etc., donnés successivement à ce produit retiré de divers produits naturels. »

THERMOCHIMIE. — *Sur la préparation des glycérinates bibasiques.* Note de M. DE FORCRAND, présentée par M. Berthelot.

« La théorie indique que la glycérine doit fournir, par substitution d'un métal à l'hydrogène, trois dérivés, mono, bi et tribasiques. Cependant on ne connaît bien que les combinaisons monobasiques. Je me suis proposé de préparer et d'examiner au point de vue thermique les glycérinates disodique et dipotassique, dans le but de déterminer l'énergie relative de la seconde fonction alcoolique.

» En 1881, MM. Lœbisch et Loss [1] ont décrit le glycérinate de soude bibasique. D'après ces savants, on l'obtient en ajoutant à un équivalent d'éthylate de soude, dissous dans un excès d'alcool éthylique, un équivalent de glycérinate de soude monobasique, et, après avoir chauffé pendant quelques heures au réfrigérant ascendant, en évaporant au bain d'huile à 180°, dans un courant d'hydrogène sec, pour chasser l'excès d'alcool. Dans leurs analyses, ils ont seulement dosé le sodium et trouvé 34,30 et 32,80 pour 100, le sodium étant pesé à l'état de sulfate de soude, au lieu de 33,82 pour 100 qu'exige la formule $C^6H^6Na^2O^6$.

» J'ai répété souvent cette expérience, en ne dépassant pas 180°, et j'ai constamment obtenu entre 29,23 et 29,86 pour 100 de sodium, ce métal étant dosé à la fois à l'état de sulfate et par l'alcalimétrie, ce qui démontre qu'il est bien à l'état d'alcoolate. D'ailleurs, MM. Lœbisch et Loss avaient trouvé dans une première préparation 29,27, et ils attribuent ce fait à ce qu'une portion de l'éthylate de soude n'aurait pas encore réagi.

(1) *Monatshefte für Chemie*, t. II, p. 842.

La formule $C^6H^7NaO^6 + C^4H^5NaO^2$ exigeant 25,27 pour 100 de sodium, la moitié environ du sodium serait restée à l'état d'éthylate.

» L'action du méthylate de potasse sur le glycérinate de potasse $C^6H^7KO^6$ m'a donné des résultats encore plus nets. J'ai trouvé dans le produit 39,50 pour 100 de potassium, tandis que la formule $C^6H^6K^2O^6$ demande 46,50 et la formule $C^6H^7KO^6$, $C^2H^3KO^2$ seulement 39,06. Dans ce cas, le méthylate alcalin n'avait presque pas été décomposé, même en chauffant à 180° pendant plusieurs heures.

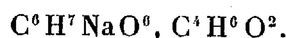
» En continuant l'action du courant d'hydrogène sec entre 180° et 190°, pendant plusieurs heures, la matière blanche et boursouflée ainsi préparée a donné à l'analyse :

	Calculé pour $C^6H^6Na^2O^6$.		Trouvé.
Na	33,82	à l'état de sulfate	33,90
		par l'alcalimétrie	33,69
C	26,42		24,82
H	4,41		4,23

» La formule correspondante serait $C^{5,72}H^{5,81}Na^2O^{6,43}$, assez voisine de $C^6H^6Na^2O^6$. La différence entre les résultats des deux dosages de sodium 33,99 et 33,69 indique, d'ailleurs, qu'une faible portion de ce métal est à l'état de sel.

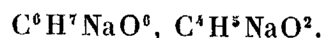
» On n'obtient pas un produit plus pur en chauffant ce corps jusqu'à 220°.

» Au-dessous de 100°, on obtient la combinaison bien connue



$$C^6H^7NaO^6, C^4H^6O^2.$$

» Lorsqu'on maintient le mélange à 100°-105°, pendant douze heures, dans le courant d'hydrogène sec, ou même à 120°, il reste



$$C^6H^7NaO^6, C^4H^5NaO^2.$$

» Il résulte de ces expériences que, lorsqu'on veut faire agir $1^{éq}$ d'éthylate de soude sur $1^{éq}$ de glycéronate monobasique de soude, l'échange du sodium n'a pas lieu au-dessous de 180°. L'action commence à peine à cette température, ou mieux entre 180° et 190°, et déjà elle est accompagnée de réactions secondaires qui indiquent une décomposition profonde de la molécule de glycérine. On se trouve donc en présence d'un corps qu'on

ne peut obtenir pur qu'en chauffant à une température où déjà il se détruit.

» Ces faits trouvent d'ailleurs leur explication dans les expériences publiées par M. Belohonbek ([1]) sur la décomposition du glycérinate de soude monobasique par la chaleur.

» J'ai soumis à l'étude thermique le produit que j'ai obtenu entre 180° et 190°. Cette étude permet d'expliquer certaines particularités que présente la préparation de ce corps, et de déterminer l'énergie relative des deux premières fonctions alcooliques de la glycérine avec une approximation suffisante. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Influence dégénérative de l'alcool sur la descendance. Recherches expérimentales.* Note de MM. **A. Mairet** et **Combemale**, présentée par M. Charcot.

« Au cours de recherches sur l'intoxication chronique par l'alcool chez les animaux, nous avons eu l'occasion d'observer des faits d'hérédité qui, au point de vue de l'influence dégénérative de l'alcool sur les descendants, nous paraissent assez importants pour être signalés.

» Ces faits sont de trois ordres : ils concernent, l'un les produits d'un chien intoxiqué chroniquement par l'absinthe Pernod; l'autre, les produits d'une chienne intoxiquée d'une manière aiguë, pendant les dernières semaines de la gestation, par de l'absinthe de débit; et le troisième, la descendance d'un des produits de cette dernière chienne, non soumis à l'intoxication.

» Ces faits ont donc rapport, d'une part, à l'influence de l'intoxication chronique sur une génération ; d'autre part, à l'influence de l'intoxication aiguë sur deux générations successives.

INFLUENCE DE L'INTOXICATION CHRONIQUE.

» Un chien de berger, vigoureux, dégourdi, intelligent, reçoit journellement, depuis huit mois environ, des doses d'absinthe Pernod à 72° qui sont portées progressivement jusqu'à 11gr par jour et par kilogramme du poids du corps. Après avoir présenté des troubles divers du côté du système nerveux central : hallucinations, illusions, troubles paralytiques, etc., ce chien était à ce moment en état de démence avec troubles paralytiques généralisés. Une intoxication aiguë (ivresse très marquée)

([1]) *Berichte der Deutsche chemische Gesellschaft*, t. XII, p. 1872.

s'étant produite chez lui, nous dûmes le laisser reposer durant sept jours. Pendant cette période de repos, il est tenu enfermé avec une chienne en rut et s'accouple avec elle. Cette chienne était jeune, vigoureuse, intelligente, nullipare, non alcoolisée et est encore actuellement bien portante.

» Au bout de soixante jours environ, la chienne met bas douze petits, sept mâles et cinq femelles. Sur ces douze produits, deux sont mort-nés, un troisième meurt accidentellement, et deux autres succombent à une pneumonie lobaire franche, au bout de quinze jours. L'autopsie révèle pour l'un de ces derniers une différence de 1^{gr} entre chaque hémisphère cérébral.

» Des sept autres, l'un meurt trente-deux jours après sa naissance et à l'autopsie on trouve les intestins et l'estomac remplis d'oxyures, un épaississement des os du crâne avec sutures complètes emprisonnant la dure-mère; un autre succombe le trente-troisième jour à la suite d'attaques épileptiformes généralisées, et l'autopsie révèle encore des vers intestinaux avec entérite, une adhérence de la dure-mère avec le crâne, et une différence de $0^{gr},50$ entre les deux hémisphères; un troisième meurt le trente-quatrième jour par entérite vermineuse.

» Restaient quatre petits bien portants, dégourdis, à poil lisse, toujours nourris par la mère. L'un d'eux, le quarante-sixième jour après la naissance, meurt à son tour d'entérite vermineuse avec dégénérescence graisseuse du foie, et présente aussi une différence de quelques décigrammes entre les deux hémisphères. Un autre, au cinquante-neuvième jour, périt, lui aussi, d'entérite, ses intestins sont remplis d'entozoaires. Le soixante et unième jour, le onzième chien succombe présentant lui aussi de nombreux entozoaires dans les intestins, des points hémorrhagiques dans les deux poumons et sous l'endocarde, et une différence de poids d'un gramme en faveur de l'hémisphère gauche.

» Enfin le douzième et dernier chien, qui commençait à manger depuis quelques jours, refuse de prendre, maigrit rapidement, son poil devient hirsute, son ventre ballonné, et il succombe le soixante-septième jour. A l'autopsie, on trouve des tubercules crus disséminés dans les poumons, et dans le péritoine un épanchement de sang et de pus mal lié, contenant des bacilles tuberculeux. Le mésentère est vivement enflammé, les ganglions mésentériques sont volumineux, et le duodénum adhère à l'épiploon, les reins sont irrités, l'amaigrissement est considérable, l'hémisphère gauche pèse 2^{gr} de moins que le droit.

» En résumé, un chien intoxiqué chroniquement par l'alcool, s'accouplant à une chienne jeune, vigoureuse, sans tare aucune, donne naissance à douze chiens qui tous succombent dans l'espace de soixante-sept jours. Deux sont mort-nés; trois d'entre les autres peuvent être considérés comme ayant péri accidentellement. Les sept autres succombent à des accidents divers : attaques épileptiformes, entérite vermineuse, tuberculose pulmonaire et péritonéale, et l'on trouve à leur autopsie des lésions qui ne peuvent évidemment être rattachées qu'à une dégénérescence alcoolique : épaississement des os du crâne, sutures précoces, adhérences entre la dure-

mère et les os craniens, différences de poids entre les hémisphères, dégénérescence graisseuse du foie.

INFLUENCE DE L'INTOXICATION AIGUË.

» 1° *Sur la première génération.* — Une chienne du poids de 29^{kg}, de race épagneule, forte, intelligente, reçoit quotidiennement pendant les vingt-trois derniers jours de la gestation et par kilogramme du poids du corps, $2^{gr},75$, puis $5^{gr},50$ d'absinthe de débit à 72°. L'ivresse se produisait quinze minutes environ après l'administration.

» Elle met bas d'abord quatre petits, dont un mort-né, puis trente-six heures après, deux autres mort-nés. Des trois qui restent, deux sont bien portants, suivent une évolution régulière, mais sont peu intelligents. Le troisième, une chienne que nous désignerons sous le nom de X, est moins bien développée physiquement que les autres et a une croissance difficile. En outre, elle est peu intelligente, paresseuse, gourmande, disgracieuse dans ses mouvements, ne peut fournir une course sans haleter beaucoup et sans être obligée de se reposer; elle a enfin une obtusion considérable de l'odorat, si bien que la nuit elle est incapable de trouver sa pitance, et que, devenue mère et séparée de son petit par une faible distance, elle ne peut le retrouver.

» Ainsi, une chienne vigoureuse, intelligente, soumise pendant les trois dernières semaines de sa gestation à une intoxication aiguë par l'absinthe de débit, donne naissance à six petits, dont trois mort-nés, parmi lesquels deux sont venus au monde trente-six heures seulement après la naissance des quatre premiers. Des trois petits qui vivent, deux sont bien développés physiquement, mais peu intelligents; le troisième a une croissance difficile, des défectuosités intellectuelles et un notable degré d'anosmie.

» 2° *Sur la seconde génération.* — La chienne X dont nous avons parlé dans l'expérience précédente n'a été soumise à aucune intoxication. Étant en rut, elle est accouplée à un chien vigoureux, dégourdi, intelligent, que nous connaissons depuis quatre ans. Pendant la gestation, cette chienne est devenue plus sale, plus paresseuse, plus vorace encore qu'à son état normal. Elle met bas au bout du temps voulu deux chiens et une chienne.

» L'un meurt quelques heures après la naissance, et l'on trouve comme anomalies de développement un pied bot valgus droit antérieur, une incurvation de la queue à convexité inférieure par raccourcissement de l'un des muscles et peut-être par ankylose des vertèbres, une atrophie de plusieurs orteils, une gueule de loup très apparente, laissant voir le vomer, et une déviation de la pointe du cœur à droite. La chienne mourait quinze jours après la naissance dans un état d'émaciation complet, et à l'autopsie on trouvait les intestins vides et lavés comme dans l'athrepsie, une persistance du trou de Botal, de l'atélactasie pulmonaire et un sang noir et facilement coagulable dans les vaisseaux. Le troisième, âgé de cinquante jours, vit encore, est intelligent, mais a l'arrière-train atrophié et est atteint du carreau.

» En résumé, une chienne, présentant déjà des phénomènes de dégénérescence portant plus particulièrement sur le système nerveux et dus à une intoxication alcoolique aiguë de la mère, s'accouple avec un chien vigoureux et intelligent. Elle met bas trois chiens, dont l'un offre des vices de conformation nombreux (pied bot, atrophie de plusieurs orteils, gueule de loup, etc.), dont un autre meurt athrepsique avec persistance du trou de Botal, et dont le troisième est atteint de carreau et d'atrophie du train postérieur.

» L'influence dégénératrice est donc, dans ce cas, plus considérable dans la seconde génération que dans la première.

» Nous nous contentons, pour le moment, de signaler ces faits; en tirer des conclusions générales serait prématuré; nous voulons, pour cela, multiplier nos expériences. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Sur le développement et la marche de la pneumonie contagieuse des porcs dans le Midi.* Note de M. **J.-B. Fouque**, présentée par M. Chauveau.

« Je me suis proposé, dans ce Travail, d'étudier le développement et la marche de la pneumonie contagieuse des porcs, non seulement dans le département des Bouches-du-Rhône, où la maladie a été importée d'abord, mais encore dans les départements voisins et à l'étranger, en Espagne et en Italie, dans les provinces limitrophes de nos frontières méridionales.

» La maladie n'a pas débuté à Marseille vers la fin de juin, comme on a pu le croire, mais dès le mois d'avril, et j'ai pu constituer trois centres d'apparition complètement distincts, quoique se rattachant à une cause unique : l'introduction de porcs africains. Ces trois centres sont : le village des Caillols, à mi-chemin entre Aubagne et Marseille; celui de Sainte-Marthe, à 6^{km} au nord-est de Marseille; enfin la porcherie des Distilleries de la Méditerranée.

» Du 10 au 15 avril, un éleveur des Caillols, en relations commerciales suivies avec l'Algérie, recevait un envoi de porcs noirs de la province d'Oran. Dès la première semaine, des cas de pneumonie se montrèrent parmi les derniers arrivants; la maladie gagna rapidement, fit de nombreuses victimes; les survivants furent vendus le 4 mai suivant.

» Le 8 juin, la même porcherie était repeuplée partie avec des porcs africains, partie avec des porcs russes. Vers la fin du mois, nouveaux cas

de pneumonie; les porcs russes sont surtout maltraités, ils résistent moins que les africains. Le 16 août, la porcherie est de nouveau évacuée.

» Enfin, dans le courant de septembre, troisième tentative, faite uniquement avec des africains, aussi malheureuse que les précédentes. Les survivants sont vendus en octobre.

» Pendant ce temps, la maladie gagne les porcheries voisines, peuplées de métis marseillais; les éleveurs des Caillols, effrayés par les ravages d'une épizootie dont ils ignorent l'origine et la nature, se décident à vendre à tout prix. Les localités environnantes, la Pomme, Saint-Marcel, Saint-Loup, Saint-Jean-du-Désert, etc., sont successivement contaminées. La contamination se fait par les ventes et échanges d'animaux malades ou suspects, par les moyens de transport (charrettes souvent communes à plusieurs établissements, souillées par les déjections des malades, servant ensuite au transport des animaux sains et de leur nourriture) et encore par le canal latéral de l'Huveaune, qui reçoit à certains endroits des eaux d'écoulement venant de terrains où sont établies des porcheries.

» Vers la fin d'août, au commencement de septembre, toute la vallée de l'Huveaune, depuis Aubagne jusqu'à Marseille, est infectée. Ce sont ces porcs malades que nous retrouverons sur le marché d'Aubagne, à la foire du 21 septembre, qui deviendront les agents les plus actifs de la propagation de la maladie dans le département.

» Vers le milieu du mois d'août, la maladie faisait son apparition dans une porcherie de Sainte-Marthe, peuplée exclusivement de porcs africains; ces animaux arrivaient directement d'Oran sans avoir été mis en contact avec d'autres de leur espèce. Quelques jours après, un de nos grands éleveurs de la région, qui, depuis trois mois, n'avait pas introduit un seul porc dans son établissement, mais dont la porcherie était située à moins de 200^{m} de la précédente, subissait des pertes considérables, surtout parmi les porcs de 60^{kg} à 80^{kg}.

» Enfin, le 25 juin, des porcs venus d'Oran arrivaient malades dans la porcherie des Distilleries de la Méditerranée. La pneumonie fit rapidement de nombreuses victimes, non seulement aux Distilleries, mais encore dans le voisinage, où 4000 ou 5000 porcs étaient réunis dans un espace relativement restreint. Beaucoup de malades périrent, d'autres furent expédiés dans différentes villes pour être livrés à la boucherie. J'ai retenu l'histoire de 6 truies pleines qui, parties en juillet de ce milieu contaminé, furent vendues à l'Estaque, puis passèrent dans la commune du Rove et arrivèrent en août à Gignac où elles importèrent la maladie. Par une coïnci-

dence bizarre, des porcelets malades, partis du même point, furent conduits à la foire d'Aubagne et achetés par un éleveur de Gignac.

» La foire d'Aubagne du 21 septembre marque l'étape la plus importante dans la marche de la pneumonie contagieuse; on assiste, dans la première quinzaine d'octobre, à une véritable explosion de la maladie; la pneumonie, dont on parlait peu jusqu'à ce moment, se généralise tout à coup.

» L'importation de la maladie par les animaux achetés à la foire d'Aubagne peut être suivie avec la plus grande précision dans la banlieue sud et dans la banlieue nord de Marseille, ainsi qu'à Gardanne, dans les communes de Septèmes, Vitrolles, les Pennes, etc., à Gignac, comme il vient d'être dit ci-dessus, même dans les départements voisins, qui continuèrent du reste à recevoir des envois de porcs marseillais. Il faut citer Puget-Ville et Grasse parmi les localités ainsi infestées.

» Au commencement de décembre, 153 porcs partaient de Marseille à destination de Nice; presque tous sont morts en peu de jours. Depuis, on constate des cas de pneumonie contagieuse sur des porcs indigènes.

» Le 22 décembre, nouvel envoi de 133 porcs dont 33 à destination de Nice et 100 allant en Italie. Ces derniers ont été vendus le surlendemain, 24 sur le marché de Vintimille; presque tous sont morts très rapidement. C'est un débouché provisoirement fermé aux produits de l'élevage marseillais.

» Depuis quelques années, la place de Marseille expédie annuellement en Espagne, et spécialement à Barcelone, un grand nombre de porcs; or, la pneumonie contagieuse fait, depuis plusieurs mois, de nombreuses victimes en Catalogne et même, dit-on, dans les îles Baléares, à Majorque. Les éleveurs espagnols, croyant pouvoir attribuer l'apparition de la maladie chez eux à l'importation de porcs français, avaient obtenu des autorités qu'une quarantaine de six jours serait imposée, à Port-Bouc, aux porcs d'origine marseillaise, à partir du 1er février courant. Cette mesure n'a pas été appliquée jusqu'à ce jour.

» Je crois pouvoir conclure de ce qui précède que l'épizootie de pneumonie contagieuse qui a sévi, pendant l'année 1887, dans le midi de la France et qui, à cette heure, y continue encore ses ravages, est d'origine africaine; elle a été importée par des porcs algériens venus de la province d'Oran. Cette maladie a fait, en quelques mois, dans le département des Bouches-du-Rhône, plus de 20 000 victimes.

» Les porcelets et surtout les porcs de trois à neuf mois sont les plus

atteints ; les porcs gras paraissent moins exposés. Les métis marseillais, les porcs anglais (Yorkshire, Berkshire), les porcs russes résistent moins à la maladie que les porcs africains.

» Il y a environ deux mois, il a été introduit dans une porcherie de Gignac 50 porcs de deux à trois mois, originaires de Cazères et de Le Fousseret, dans l'arrondissement de Muret (Haute-Garonne). Ces porcs, placés dans des loges qui avaient contenu des malades et qui n'avaient été que très imparfaitement désinfectées, sont restés en bonne santé pendant que plus de cent cas de pneumonie contagieuse étaient constatés autour d'eux dans la même porcherie. Depuis, plus de 2000 porcs gascons ont été importés dans la seule commune de Gignac. Jusqu'à présent, la maladie n'a pas eu de prise sur eux.

» Se trouverait-on en présence d'un nouvel exemple d'immunité naturelle, comparable à celui, signalé depuis longtemps par M. Chauveau, des moutons algériens relativement au charbon bactéridien ?

» C'est un point qui reste à l'étude et sur lequel je me propose de revenir. »

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Sur le développement des globules rouges du sang.* Note de M. L. **Cuénot**, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Malgré les nombreux travaux publiés sur les globules rouges du sang, il règne encore une grande incertitude sur leur origine et leur évolution ; dans cette Note, je présente à l'Académie les résultats d'une étude consciencieuse, sans chercher à défendre ou à discuter telle ou telle théorie.

» Si l'on examine la rate d'un Vertébré inférieur quelconque, on trouve toujours qu'elle contient deux sortes d'éléments propres, consistant en noyaux entourés d'une mince couche protoplasmique; ces noyaux, presque semblables, vont évoluer de deux façons différentes; les plus petits, très réfringents (de 8 à 10μ chez le Triton), quittent la rate tels quels, emportés par le courant sanguin; je puis dire, dès maintenant, que ce sont les noyaux des futures hématies; les plus gros (de 10 à 16μ chez le Triton), qui sont un peu moins réfringents et paraissent avoir un double contour, se transforment en globules blancs, acquièrent des mouvements amœboïdes et, à ce moment, quittent la rate pour aller se mêler au sang en circulation.

» C'est donc dans le sang et non pas dans la rate qu'il faut étudier le

développement des globules rouges; il suffit de prendre sur l'animal vivant une goutte de sang, de l'étaler sur une lamelle et d'examiner, à un fort grossissement, la préparation lutée pour suivre, phase par phase, toutes les transformations.

» On retrouve facilement les noyaux sortis de la rate, ressemblant beaucoup à certains globules blancs; mais, s'il n'est pas toujours facile de les séparer au point de vue histologique, il y a entre eux une grande différence physiologique, et *jamais* le noyau du leucocyte n'évolue en hématie; je ne puis m'étendre ici sur les raisons, tant anatomiques que morphologiques, qui me permettent d'établir cette proposition, cette Note ayant un tout autre objet.

» Le noyau splénique est d'abord entouré d'une mince couche de protoplasma, parfaitement lisse et incolore; on voit peu à peu celle-ci s'écarter en dessinant un contour ovale ou circulaire régulier; à la surface du noyau se forment de petits granules réfringents qui s'en détachent en plus ou moins grand nombre (jusqu'à une dizaine) pour tomber dans la cavité cellulaire, où ils se déplacent avec de vifs mouvements browniens.

» Le développement continue ainsi; l'hématie, toujours incolore, augmente progressivement de taille; il se détache du noyau de nouveaux granules réfringents qui parcourent en tous sens la cavité de l'hématie; le noyau diminue naturellement d'autant. Enfin, lorsque l'hématie se rapproche de sa taille adulte, commence la sécrétion de l'hémoglobine; dans la cellule, qui a tout à fait la forme d'un globule adulte, moins la couleur [1], et qui présente toujours son noyau réfringent et ses granules browniens, on voit apparaître une teinte jaunâtre, aussi légère qu'on puisse l'imaginer, qui est le premier indice de l'hémoglobine; cette teinte se fonce graduellement, et l'on arrive à un globule rouge bien coloré, ayant cependant son noyau réfringent, bien diminué de volume, et ses granules browniens, ceux-ci se déplaçant toujours dans la cavité pleine d'hémoglobine, ce qui montre, à n'en pas douter, qu'il n'y a aucun stroma interne.

» Enfin l'hématie atteint sa taille adulte, les granules browniens disparaissent complètement; l'hémoglobine a sa teinte normale, mais le noyau garde toujours sa réfringence et son aspect spécial; son rôle étant terminé,

---

[1] Les cellules incolores à forme d'hématies ont déjà été vues par divers observateurs, notamment Vulpian, Stricker, Hayem (hématoblastes), Pouchet, principalement chez les Batraciens; Bizzozzero et Torre les ont passées sous silence chez les mêmes types.

il diminue beaucoup de volume et se laisse peu à peu envahir par l'hémoglobine, ce qui le rend assez difficile à bien distinguer. Le globule rouge est alors arrivé à l'état parfait.

» Le noyau paraît donc avoir un rôle important dans la formation de l'hémoglobine; les granules qui s'en détachent jouent-ils le rôle d'un ferment ou apportent-ils le fer nécessaire à la constitution de cet albuminoïde? Toujours est-il que l'hémoglobine apparaît toute formée dans l'hématie primitivement incolore et qu'elle se concentre peu à peu, à mesure que les granules browniens disparaissent.

» Le processus que suivent les hématies est le même chez tous les Vertébrés inférieurs; je l'ai rencontré chez tous les types que j'ai étudiés, pris au hasard, chez les Poissons (*Raja clavata*, *Leuciscus alburnus*), les Batraciens (*Triton vulgaris*, *cristatus*, *marmoratus*, *Rana esculenta*, *Bufo vulgaris*), les Reptiles (*Lacerta stirpium*, *Tropidonotus natrix*), les Oiseaux (Pigeon, Moineau).

» Chez les Vertébrés supérieurs (Mammifères), les hématies, par suite de diverses dispositions anatomiques, se développent entièrement dans la rate et ne passent dans le sang qu'à l'état parfait; le noyau, au lieu de persister, même très amoindri comme chez les Vertébrés inférieurs, se dissout entièrement pendant la formation de l'hémoglobine : c'est la seule différence; au fond, le procédé évolutif est morphologiquement le même. »

ANATOMIE ANIMALE. — *Sur la structure des organes génitaux, l'ovogénèse et les premiers stades de la fécondation chez l'*Helix aspersa. Note de M. **P. Garnault**, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« J'ai étudié, au moyen de coupes en séries, et d'une façon que je crois définitive, la région des organes génitaux de l'*Helix aspersa* nommée par les auteurs le *talon* ou le *diverticule*. Le canal efférent aborde, latéralement et très près de son extrémité postérieure, une sorte de sac, d'abord accolé à la concavité de la glande de l'albumine, et qui s'enfonce dans cet organe, dont il reçoit le canal excréteur avant de se transformer en oviducte et gouttière déférente.

» Chez le jeune, le canal efférent aboutit plus près de l'extrémité postérieure de ce sac. Pour cette raison et pour d'autres encore, ce sac doit être considéré comme l'extrémité renflée du canal efférent. Un peu au-dessous du point où la portion renflée du canal efférent s'enfonce dans la glande

de l'albumine, il donne latéralement naissance à un tube, tapissé comme lui par un épithélium cilié non glandulaire. Ce tube se ramifie bientôt. Il y a trois ramifications au minimum, huit au maximum; elles sont terminées en culs-de-sac et logées entre la portion ascendante et la portion descendante ou renflée du canal efférent. On trouve chez l'adulte ces tubes remplis de spermatozoïdes vivants.

» J'ai examiné des œufs à tous les âges, soit sur des coupes ([1]), soit sur le vivant; je me bornerai pour le moment à indiquer les résultats suivants. Le follicule qui entoure les œufs dans la glande hermaphrodite se développe par le procédé que j'ai indiqué dans mes recherches sur le Cyclostome et les Chitons; il est formé par des cellules de l'épithélium germinatif et non par des noyaux sortis de l'œuf soulevant une membrane anhiste. Le follicule s'amincit chez les œufs qui se rapprochent de l'état adulte et il est résorbé au moment de leur déhiscence.

» Le noyau de l'œuf adulte présente une membrane nette, épaisse et sans perforations. On trouve dans le noyau une grosse sphère fortement colorable, contenant un corpuscule plus colorable. Il y a en outre un réseau karyoplasmique retenant encore, mais plus faiblement, la matière colorante. On voit aux points nodaux du réseau un nombre plus ou moins considérable de corpuscules teints d'une façon aussi intense que la grosse masse chromatique. Le gros nucléole et les nucléoles accessoires se sont formés par la concentration de la matière chromatique glissant sur les mailles du réseau karyoplasmique, sans que cette séparation soit jamais complète.

» Si l'on examine une *Helix* commençant à pondre, on voit que la partie renflée du canal efférent, qui d'ordinaire est complètement vide, se trouve alors remplie de spermatozoïdes et d'œufs. J'ai pratiqué sur cet organe des coupes en séries. Les meilleures méthodes de préparation sont : 1° le liquide chromo-acéto-osmique et violet de gentiane, méthode A; 2° l'acide nitrique à 3 pour 100 et hématoxyline de Delafield, méthode B.

» Les œufs sont admirablement fixés dans leur forme par la méthode B; les expansions vitellines découvertes par M. Perez sont surtout bien conservées par ce procédé. Elles peuvent être dispersées sur toute la surface de l'œuf ou bien groupées dans une région quelconque, située au pôle germinatif aussi bien qu'au pôle végétatif, mais en tout cas très limitée.

([1]) Les meilleures fixations ont été faites avec le liquide chromo-acéto-osmique, formule de Fol, et les colorations avec le violet de gentiane, méthode de Bizzozzero.

Cette région paraît être celle où l'œuf se trouve exposé au contact des spermatozoïdes. Leur formation devrait donc être attribuée à l'irritabilité du vitellus mise en jeu par l'action des spermatozoïdes.

» Presque tous les œufs observés avaient déjà formé leur premier amphiaster de direction ([1]), situé plus ou moins près de la périphérie.

» Un seul œuf possédait encore sa vésicule germinative, dont la membrane était fortement plissée, mais intacte. On voyait dans la vésicule un gros nucléole et de très nombreux grains d'une substance presque aussi colorable que ce dernier. Ces grains représentaient évidemment le réseau karyoplasmique fragmenté, car je n'ai pu constater dans la vésicule la présence d'une substance véritablement achromatique.

» L'étoile périphérique du premier amphiaster directeur est un peu moins volumineuse que l'étoile intérieure. La partie centrale de l'une et de l'autre se colore vivement en violet par la méthode A.

» Les fibres du fuseau achromatique, au nombre d'environ 40, sont trois ou quatre fois plus volumineuses que celles des asters et s'étendent sans interruption d'un pôle à l'autre. Les grains qui composent la plaque nucléaire sont au nombre de 16 à 20; on en trouve souvent dans les parties centrales du fuseau. Le dédoublement de la plaque se fait par un glissement des grains sur les fibres du fuseau. Le phénomène paraît être précédé d'une division longitudinale des grains.

» L'aster externe sort du vitellus pour former le premier globule polaire. Souvent, au moment où commence la constriction qui sépare ce dernier du vitellus, la plaque nucléaire n'est pas encore dédoublée. J'ai vu, sur le globule polaire, cet épaississement externe indiqué par Marck, mais je ne puis me prononcer encore sur sa signification.

» Il n'y a aucun doute que, contrairement à l'opinion de Van Beneden, la formation des globules polaires ait la signification d'une division cellulaire.

» Le protoplasma vitellin forme, dans les préparations faites par la méthode A, un élégant réseau renfermant des granules colorés en brun clair et limitant des vacuoles. On voit encore, par ce procédé, de nombreux granules colorés en violet placés dans les travées du réseau. Ces granules ne se voient pas dans le protoplasma de l'œuf qui possède encore sa vésicule germinative. Ce fait et cette considération que la substance chromatique de la plaque nucléaire ne représente qu'une partie infiniment pe-

([1]) Je n'emploie ce terme que d'une façon provisoire.

tite de la substance colorable contenue dans la vésicule germinative me portent à considérer les grains colorables contenus dans le vitellus comme émigrés du noyau de l'œuf au moment de l'établissement de l'amphiaster.

» Les spermatozoïdes pénètrent dans l'œuf par les expansions vitellines, qui doivent être considérées comme de véritables cônes d'attraction, mais ils peuvent aussi pénétrer par tous les points de la surface. Dans la plupart des cas, ils perdent très rapidement leur queue, leur tête grossit et ils méritent alors le nom de *pronuclei mâles*. J'ai pu observer jusqu'à trois de ces pronuclei dans un même œuf.

» Les pronuclei s'accroissent par l'adjonction des grains colorables du vitellus qui viennent s'y accoler.

» Le pronucléus prend bientôt un aspect stellaire ; il est formé d'une masse centrale plus colorable et de trois, puis quatre, cinq, six masses latérales. Je ne puis encore décider si les masses latérales proviennent directement des corps colorables du vitellus, accolés à la tête du spermatozoïde, ou bien si ce sont des expansions émises par cette tête après absorption des granules vitellins.

» Le volume total du pronucléus devient de plus en plus considérable à mesure que sa structure devient plus complexe. Je n'ai encore vu qu'un seul de ces gros pronuclei dans un même œuf. Je n'ai jamais vu d'aster màle dans le vitellus. Les pronuclei peuvent se trouver au pôle germinatif près de l'amphiaster directeur, mais on les trouve plus souvent à l'autre extrémité de l'œuf. Ils se déplacent très lentement dans le vitellus, qui, au stade le plus avancé que j'aie observé, ne possède pas de membrane vitelline.

» M. R. Blanchard est le seul auteur, à ma connaissance, qui ait émis cette idée que le pronucléus mâle se développait aux dépens de la substance de la vésicule germinative, mais il n'en a donné aucune preuve.

» Je dois dire que mes observations sur le développement du pronucléus mâle chez l'*Helix* ne s'accordent guère avec celles qui ont été faites récemment chez l'*Arion* par M. Platner. »

ZOOLOGIE. — *Sur le cerveau du* Phylloxera. Note de M. V. Lemoine, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« J'ai déjà eu l'honneur de présenter à l'Académie une Note sur l'ensemble du système nerveux du *Phylloxera punctata*, qui vit sur le chêne à

fleurs sessiles. Depuis, j'ai multiplié mes recherches par la méthode des coupes en série, et j'ai pu donner ainsi plus de précision à mes études antérieures et constater des faits nouveaux relatifs à l'organisation du cerveau ou masse ganglionnaire sus-œsophagienne de cet insecte.

» J'étudierai tout d'abord cette partie du système nerveux chez le Phylloxera ailé où elle présente le plus grand degré de complication, et, pour la facilité de la description, je supposerai l'insecte redressé devant l'observateur, de telle sorte que l'extrémité antérieure de l'organe soit devenue supérieure.

» Le sommet du cerveau, ou cérébron, est arrondi et présente une petite masse lentiforme destinée à l'innervation de l'ocelle supéro-médian dont les éléments constitutifs se continuent directement avec cette masse. Cet ocelle présente une cornée distincte, superposée à une masse cristalline plus large, enveloppée dans ses deux tiers inférieurs par une série d'éléments sous forme de bâtonnets.

» Les bords latéraux, fortement inclinés, offrent tout d'abord une dilatation d'où s'échappe le nerf qui se porte aux gros organes ocelliformes superposés aux yeux composés. Ces organes ocelliformes présentent un feuillet cornéen séparé, un corps lenticulaire formé de petits éléments arrondis et entouré par une série d'éléments ovalaires, allongés, dont la grosse extrémité, munie d'un noyau, est périphérique. Ces éléments viennent se rattacher obliquement par leur pointe postérieure au nerf qui, d'autre part, aboutit à un centre cérébral distinct de substance ponctuée.

» Plus bas, les bords du cerveau présentent deux gros lobes optiques, dans lesquels on reconnaît facilement une masse médullaire interne et une masse médullaire externe qui tend à se dédoubler. Celle-ci donne naissance à un tronc nerveux qui bientôt se divise en deux branches, l'une plus courte, aboutissant à un amas cellulaire, véritable lame ganglionnaire qui, à l'aide de fibres post-rétiniennes extrêmement courtes, supporte les yeux composés formés d'une rétinule contenue dans une masse pigmentaire, d'un cône cristallin à éléments assez distincts et d'une cornée unie aux cornées voisines. La branche la plus longue se subdivise elle-même en trois petites masses arrondies, pigmentées, dans lesquelles sont inclus des petits corps lenticulaires sous-jacents aux cornées périphériques. Ce sont les yeux larvaires simples qui ont persisté.

» Le lobe cérébral pair est assez développé et de forme ovalaire. Le corps central est bien net et se subdivise en une capsule supérieure et une cap-

sule inférieure. Il est précédé immédiatement par deux petits corps arrondis, séparés par une bande verticale.

» Le cerveau du Phylloxera ailé présente-t-il des corps pédonculés? Nous le croyons; car, bien que les masses cellulaires périphériques, que l'on peut assimiler à des calices, soient peu distinctes des masses cellulaires voisines, les pédoncules sont bien apparents et peuvent être étudiés avec assez de détails, surtout chez le puceron.

» Sur ce dernier type, on peut également observer diverses commissures, les unes horizontales, semblant relier soit les masses médullaires, soit les lobes cérébraux, d'autres verticales, d'autres obliques, comme en sautoir, contribuant à unir les deux moitiés de l'organe.

» La partie antérieure du cerveau du Phylloxera ailé présente, d'une façon bien distincte, les subdivisions indiquées par M. Viallanes, c'est-à-dire un deutocérébron formé par deux lobes olfactifs, qui contiennent les glomérules caractéristiques et qui laissent échapper par leur partie externe les nerfs antennaires.

» Le tritocérébron offre également un lobe distinct et une commissure transverse qui embrasse étroitement la partie correspondante de l'œsophage. De l'extrémité antérieure du tritocérébron s'échappe le nerf du labre; plus haut et plus en arrière, naîtrait, par quatre petits cordons d'origine, un tronc nerveux que nous croyons pouvoir assimiler au stomatogastrique.

» La base du cerveau présente deux paires de petites masses ganglionnaires superposées et aboutissant à un point de l'organe où se trouve un petit centre isolé de substance ponctuée. Il paraît bien que ce soient là les ganglions destinés à innerver les appareils de la circulation et de la respiration.

» C'est également de cette partie du cerveau que s'échappent les longues commissures œsophagiennes qui fournissent une branche antérieure et aboutissent à une première masse ganglionnaire semblant représenter à la fois le ganglion sous-œsophagien et le premier ganglion thoracique. Cette masse ganglionnaire se trouve elle-même reliée à une des masses plus volumineuses sur la description de laquelle nous nous sommes déjà étendu.

» Nous avons retrouvé le corps central dans le cerveau de la forme aptère agame et des formes sexuées.

» Chez ces dernières, où les masses sus et sous-œsophagiennes sont presque intimement confondues, l'anneau œsophagien, par suite fort étroit, se trouve surmonté par la commissure transverse du tritocérébron. »

ANATOMIE COMPARÉE. — *Sur le manteau des Gastéropodes prosobranches et les organes qui en dépendent.* Note de M. **Félix Bernard**, présentée par M. de Quatrefages.

« J'ai présenté, dans deux Notes préliminaires, quelques résultats relatifs à la structure de la branchie et de la fausse branchie de certains Prosobranches. Je puis aujourd'hui étendre ces données à l'ensemble de cet ordre et établir la comparaison des différents organes qui dépendent du manteau.

» 1. *Monotocardes; fausse branchie bipectinée.* — J'ai examiné précédemment la structure de cet organe et je reviendrai uniquement sur les terminaisons nerveuses sensitives. Dans l'épaisseur de l'épithélium, en dehors de la membrane basilaire, les dernières ramifications du nerf aboutissent à un véritable réseau de cellules multipolaires assez serrées dont un noyau très granuleux occupe presque toute l'étendue. Les dernières de ces cellules se terminent par des bâtonnets souvent réduits à de petites têtes plongées dans le pigment des cellules épithéliales non ciliées qui les environnent. Au-dessus de la région constituant le sinus sanguin se rencontrent, au contraire, les cellules ciliées à plateau, tandis que les cellules neuro-épithéliales manquent complètement. Cette différence d'aspect des régions nerveuse et respiratoire est bien mise en évidence par le chlorure d'or.

» Le cas des fausses branchies *réduites à un ganglion* est aussi fréquent que le précédent chez les Monotocardes. M. de Lacaze-Duthiers a vu, le premier, dans le Vermet et la Paludine, de nombreux filets nerveux, situés dans le manteau, se rendre à cet organe « dont la nature nerveuse, en s'en tenant aux simples dissections, lui semble probable ». Il est facile d'y observer par des coupes un véritable ganglion avec de nombreuses cellules nerveuses à la périphérie et de voir en divers points des paquets de fibrilles nerveuses repousser au dehors la membrane basilaire, la traverser et pénétrer dans l'épithélium. J'ai constaté des faits plus ou moins analogues chez le Vermet, les Littorine, Bithynie, etc. Au sujet du Cyclostome, mes observations concordent absolument avec celles de M. Garnault.

» La fausse branchie de la Paludine présente un aspect tout spécial qui ne me semble pas avoir été décrit. Elle est creusée profondément d'une vingtaine de culs-de-sac obliques, disposés régulièrement et s'ouvrant à l'extérieur du côté de la branchie. Ils ne sont pas glandulaires, car leur

épithélium est partout muni de plateaux ciliés, continus, et dépourvu des cellules sécrétrices qui abondent dans tout le manteau, en particulier dans le bourrelet ganglionnaire et surtout dans l'invagination qui sépare celui-ci de la branchie. Nulle part chez les Gastéropodes je n'ai pu observer de cellules ciliées auxquelles j'aie pu attribuer un rôle sécréteur. L'épithélium de ces culs-de-sac repose directement sur le ganglion qui, d'ailleurs, lui envoie un petit nombre de filets. J'ai pu, cependant, voir quelques faisceaux nerveux y pénétrer, et je dirai prochainement s'ils se terminent à la manière ordinaire. Le ganglion émet, du reste, de nombreux faisceaux volumineux qui se terminent par des cellules sensorielles sur tout le pourtour du ganglion. Les cellules pigmentaires me semblent manquer complètement.

» 2. *Diotocardes*. — Spengel et M. Bouvier admettent, par suite de comparaisons morphologiques, que la partie nerveuse de la fausse branchie des Diotocardes est formée par le ganglion qu'on trouve au point où la branchie se détache du manteau et par le nerf issu de ce ganglion, qui règne le long du bord externe du support branchial. Spengel dit avoir vu le nerf envoyer des filets à l'épithélium, mais il ne donne aucun détail et aucune figure histologique. Aussi a-t-on tenu en France peu de compte de ses assertions.

» M. Wegmann décrit dans l'*Haliotis* à la place de cet organe, sur le support branchial, une série de papilles qu'il considère comme représentant les feuillets rudimentaires plus ou moins soudés d'une branchie d'Acéphale. Il n'y a ni dans ce Gastéropode, ni dans aucun de ceux que j'ai étudiés, de traces de semblables papilles. J'expliquerai dans mon travail *in extenso* les apparences observées par M. Wegmann. Dans ses recherches sur la fissurelle, M. Boutan déclare seulement que l'opinion de Spengel lui semble insuffisamment démontrée. Je puis affirmer, aujourd'hui, qu'il n'y a pas trace dans le support branchial des Diotocardes de branchies rudimentaires : le ganglion branchial et le nerf se comportent absolument comme dans le cas de la Littorine.

» 3. Les cellules neuro-épithéliales que je viens de décrire sont identiques à celles que Flemming a découvertes chez les Pulmonés; mais jamais, dans la fausse branchie, je n'ai réussi à y voir des soies.

» Avant d'admettre que la fausse branchie est un organe sensoriel, j'ai recherché les relations du nerf avec l'épithélium dans les organes dépendant du manteau. J'ai pu déceler, au moyen du chlorure d'or, sur toute l'étendue de chacune des lamelles branchiales de la Cassidaire, un réseau

nerveux, disposé immédiatement en dehors de la membrane basilaire, formé surtout de fibrilles, où les cellules multipolaires sont rares; les cellules neuro-épithéliales, qui sont ici munies de soies, se trouvent localisées uniquement sur les bords. Au contraire, dans la glande à mucus du Vermet, du Buccin de l'Haliotis et de la Pourpre, existe un réseau très développé et riche en cellules sensorielles. Enfin, les tentacules céphaliques et épipodiaux des Diotocardes et le bord du manteau m'ont montré également des cellules neuro-épithéliales, vues déjà, d'ailleurs, par Flemming et M. Garnault.

» La structure de la fausse branchie n'est donc pas essentiellement différente de celle des autres parties du manteau, mais les terminaisons neuro-épithéliales y sont plus nombreuses, mieux groupées et surtout plus constantes que partout ailleurs. Son rôle *sensitif* ne me semble pas douteux; mais je ne lui ai nullement attribué jusqu'ici le rôle *olfactif*, et les assertions émises à ce sujet par les différents auteurs me semblent prématurées.

» 4. J'ai été conduit par ces recherches à étudier le fonctionnement des cellules glandulaires du manteau; je montrerai prochainement qu'une grande analogie existe entre les régions particulièrement sécrétrices de cet organe, par exemple la glande à mucus, et le *rein* tel que le décrit M. Rémy-Perrier, quelque différentes d'ailleurs que soient les substances sécrétées. Je me bornerai à énoncer ici le résultat général suivant, que j'ai vérifié jusqu'à présent dans toutes ses conséquences :

» Chez les Prosobranches, dans tous les organes dépendant du manteau et du pied, il n'existe ni cartilage ni capillaire; les tissus conjonctifs, musculaires et épithéliaux sont représentés respectivement par des variétés assez différentes les unes des autres, mais qui se reproduisent presque sans se modifier dans tous les organes; ceux-ci n'offrent, par suite, de différences que dans les proportions des éléments de chaque variété. Ainsi, pour ce qui concerne les éléments épithéliaux, les cellules neuro-épithéliales, sécrétrices, pigmentaires et indifférentes se retrouvent partout; mais certaines régions (tentacules, fausse branchie) présentent une prédominance frappante des premiers éléments; on doit considérer ces régions comme sensitives. Ailleurs, dominent les cellules glandulaires (glandes à mucus, glande de la pourpre, certaines parties des lamelles branchiales). Enfin toutes les parties me semblent également aptes à jouer le rôle respiratoire. »

GÉOLOGIE. — *Sur les calcaires crétacés à Foraminifères de Tunisie.* Note de M. G. **Le Mesle**, présentée par M. E. Cosson.

« La craie supérieure est très développée dans le centre de la Tunisie, où elle a été signalée par Tissot, MM. P. Marès, Pomel, Rolland, Thomas. On y trouve l'*Heteroceras polyplocum*, et autres Céphalopodes déroulés, l'*Inoceramus Cripsi*, des Inocérames du groupe de l'*Inoceramus digitatus*, de curieux Échinides étudiés par M. Gauthier; c'est donc un niveau parfaitement déterminé qui a reçu des géologues algériens le nom, peut-être impropre, de *calcaires à Inocérames*, et dont on retrouve l'analogue à Haldem. Ces calcaires sont généralement blancs ou blanchâtres, peu durs, plus ou moins marneux; leur faciès est éminemment crayeux et leur pâte presque exclusivement composée de Foraminifères de genres nombreux.

» Dans le nord de Beja, on n'y rencontre plus que de rares Inocérames et quelques débris d'Échinides; mais les Foraminifères y sont en aussi grande quantité et identiques à ceux du centre et de l'ouest de la Régence.

» Dans la région de Bizerte et de Mateur, les gros fossiles semblent faire défaut; mais on y trouve absolument les mêmes Foraminifères.

» Ces précieux documents paléontologiques corroborent les observations stratigraphiques et permettent de définir une formation qui, vue isolément, serait assez difficile à classer.

» Il est probable que les calcaires blancs, crayeux, qui forment le substratum du massif montagneux entre Mateur et Tebourba, ainsi que celui des Djebel Sakkak, Berghoul et Ahmar, appartiennent aussi aux calcaires dits à Inocérames.

» Voici, du reste, la liste des genres de Foraminifères reconnus par M. Schlumberger, dont la haute compétence est si bien établie :

Guelaat Es-Snam, entre El-Kef et Tebessa; calcaires marneux à Inocérames et *Heteroceras : Globigerina, Textularia, Orbulina, Rotalina* de grande taille, etc.

Khanget Kef-el-Tout, à 20^{km} nord de Beja; calcaires à Inocérames et Échinides : *Globigerina, Textularia, Flabellina, Orbulina,* etc.

Ras-el-Aïoun, entre le Djebel-Ichkeul et Mateur; calcaire assez dur : *Globigerina, Nodosaria, Bulimina,* etc.

Zaouïa Daouda, à 12^{km} ouest de Bizerte; veinules blanches dans une roche rougeâtre, schisteuse, un peu ferrugineuse, presque entièrement composée de curieux et très petits rhomboèdres de chaux carbonatée : *Globigerina, Textularia, Rotalina, Orbulina,* etc.

Ile Canis, à 25^{km} est-nord-est de Bizerte; calcaire marneux : *Globigerina, Rotalina, Orbulina, Bulimina, Textularia,* etc.

» Quant au niveau phosphaté, découvert d'abord dans l'ouest et dans le centre de la Régence par mon savant ami et collègue de la Mission de l'Exploration scientifique de la Tunisie, M. Thomas, je l'ai reconnu jusque dans le nord de Beja; il est incontestablement situé entre les calcaires dits à Inocérames et les calcaires nummulitiques éocènes qui lui sont supérieurs; il me semble, tout au moins à El-Kef et à Beja, avoir plus d'affinités avec le terme inférieur, car on y trouve : *Globigerina, Rotalina, Bulimina, Textularia, Lingulina?* etc.; mais, d'un autre côté, on y aurait rencontré de petites Nummulites. Je crois donc prudent de différer son classement dans la série géologique, jusqu'à plus ample examen.

» Je ne saurais trop insister sur la nécessité de l'emploi des plaques minces étudiées au microscope pour l'examen des roches sédimentaires; cette étude donne des résultats toujours intéressants et souvent bien inattendus. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les tourbillons de poussière observés dans les rues d'Athènes.* Extrait d'une Lettre de M. le capitaine de frégate **Vidal** à M. H. Faye.

« Sur l'invitation de M. le contre-amiral Lejeune, j'ai observé fréquemment, en 1887, dans les rues d'Athènes, renommées pour leur poussière, les traces laissées sur les trottoirs par les petits tourbillons qui les parcourent souvent, dans le sens de la longueur de la rue. Ces traces dessinent, autant que l'œil attentif peut l'apprécier, des circonférences parfaites.

» Ces tourbillons ne font pas monter la poussière plus haut que le vent horizontal concomitant; si ce fait est considéré comme une preuve d'aspiration du tourbillon, il doit en être de même pour le vent horizontal qui chasse devant lui des nuages de poussière. Dans ces tourbillons, les brindilles, les feuilles roulées et autres objets ne présentant pas de faces planes, tournent sur le sol sans s'élever; les chapeaux emportés décrivent une trajectoire qui ne dépasse guère la hauteur de la tête et tournent en roulant par terre; aucune sensation d'aspiration n'est ressentie par l'observateur.

» Il résulte de la forme des traces que l'air du tourbillon décrit des spires circulaires. Si ces spires étaient ascendantes, la poussière emportée par le tourbillon pourrait bien, il est vrai, retomber en circonférences par son poids, quand le tourbillon, cessant de l'emporter, l'abandonnerait en l'air à l'action de la pesanteur; mais il faudrait pour cela que le vent horizontal cessât absolument derrière le tourbillon, sans quoi il y aurait éparpillement de la poussière et nullement dessin correct. Or le vent continue à souffler nettement derrière le tourbillon. Donc les spires ne sont pas ascendantes. Tandis que l'on conçoit très bien la figure régulière de la trace, si l'on suppose qu'à la pesanteur des grains grossiers de poussière vient s'ajouter l'action de spires descendantes pour ramener vers le sol la poussière soulevée en masse, soit par le heurtement du tourbillon lui-même, soit par le vent horizontal.

» Dans l'expérience fondamentale de M. Weyher, si l'on arrêtait brusquement le tambour, la trace laissée par son tourbillon serait un ensemble de spires convergentes vers le centre. Le tourbillon factice produit par son expérience n'est donc pas le même que le tourbillon naturel des rues d'Athènes.

» Il y a d'ailleurs une différence radicale entre les expériences et l'observation de ces phénomènes : c'est que les premières représentent des tourbillons qui tournent sur place, tandis que l'observateur a affaire à un phénomène qui se transporte rapidement.

» Je n'ai pas besoin de vous dire combien vos idées ont éclairci la question pour les marins; sans ces idées, le commandant Fournier n'aurait pas découvert sa loi éminemment *pratique* et exacte de la diminution de la pression dans un cyclone, loi qui nous permet de savoir si réellement nous avons affaire à un cyclone, dans le cas le plus dangereux où nous sommes sur sa trajectoire même, car alors le vent souffle comme l'alizé. Supposez Fournier imbu des théories centripètes, et sa loi lui échappait (je ne parle que du résultat pratique).

» Il est clair néanmoins que toutes les déviations observées à terre dans les cyclones sont centripètes. Il y a donc une perturbation centripète, qui pourrait bien être seulement la résistance du milieu relativement fixe dans lequel se meut le météore, résistance maximum devant, faible sur les ailes, sensible encore derrière à cause de l'afflux de l'air entraîné par le frottement de translation, comme pour la sphère de M. Nogués (*Comptes rendus* du 25 avril 1887). Ce fait ne se présente pas pour les tourbillons liquides entraînés par la vitesse moyenne du courant.

» Quant à la dépression que présente l'axe d'un tourbillon aérien, elle est incontestable pour les cyclones, probable pour les trombes. Vous avez montré qu'on peut aussi, par une expérience (*Comptes rendus* du 4 avril 1887), produire un tourbillon liquide descendant, à vide central, sans que ce vide aspire. On peut en outre certifier qu'au centre d'un cyclone les mamelons de M. Weyher, pas plus que ceux de M. Bouquet de la Grye (*Comptes rendus*, 1876, 2e semestre, p. 797), ne se produisent pas. A Nouméa, dans le cyclone du 20 janvier 1880, que j'ai décrit dans la *Revue maritime*, je n'ai pas constaté, pendant le passage du centre, de dénivellation dans la mer [1]; j'étais à 10m de terre après avoir chassé jusque-là, mes yeux étaient fixés sur le récif de l'île Nou et je n'ai pas vu l'eau s'élever; de plus, la sonde me donnait les fonds de la Carte; il ne s'est donc passé aucun effet de turbine ni de pompe. Cette absence de mamelon est une autre différence radicale entre le phénomène naturel et le phénomène factice. En outre, l'air pas plus que l'eau n'y monte de bas en haut; j'ai eu, pendant le calme, avant la renverse, des vents parfaitement caractérisés d'est et de nord-nord-est tendant les flammes des signaux que j'ai eu à faire, pendant le calme, de la même manière que les vents ordinaires, c'est-à-dire les laissant un peu tomber.

» Tous les faits naturels observés dans les cyclones et (quant à moi) dans les tourbillons naturels de poussière concordent avec votre théorie des spires à pas très faible mais descendantes, ou du moins ne la contredisent pas; ils sont en désaccord complet avec la théorie ascensionnelle, dans le corps du tourbillon ou dans son axe. »

---

(1) Il ne s'agit pas ici, bien entendu, du ras de marée que les cyclones produisent au loin sur les côtes.

(H. F.)

M. **Ém. Barbier** adresse quelques observations sur des flocons de neige présentant la forme d'étoiles hexagonales, à six rayons pennés.

M. **Ch.-M. Schols**, dans une Lettre adressée à M. *J. Bertrand*, rappelle que les résultats obtenus par M. Siacci sur la probabilité du tir avaient été démontrés par lui-même, une huitaine d'années auparavant, et que la démonstration qu'il a donnée de la formule de Bravais ne diffère pas de celle proposée par M. Bertrand.

M. **J. Bertrand** s'empresse de reconnaître que cette revendication est entièrement fondée.

M. **J. Moutier** adresse une réclamation relative à la Note récente de M. *Le Châtelier* sur les équilibres chimiques.

La Note de M. Le Châtelier contenait cette phrase : « M'étant laissé influencer alors par les affirmations réitérées de MM. Gibbs, Moutier, Duhem, je me suis figuré que cette équation pourrait se déduire des principes seuls de la Thermodynamique; mais, après avoir retourné en vain les formules connues, etc. ». M. Moutier déclare n'avoir émis nulle part les assertions que lui prête M. Le Châtelier, au sujet de son équation.

M. **H. Le Chatelier**, auquel a été communiquée la réclamation de M. Moutier, répond par la Note suivante :

« Dans ma réponse à M. Duhem, un membre de phrase, supprimé pour en diminuer la longueur, a amené un changement de sens auquel je n'avais pas pris garde. Cette phrase doit être complétée par les mots mis ici en italique : « M'étant laissé influencer alors par les affirmations réitérées de MM. Gibbs, Moutier, Duhem, *au sujet de l'étendue du champ des applications de la Thermodynamique*.... » Je n'ai jamais voulu dire que les affirmations de ces savants fussent relatives à une formule pour laquelle je réclame seul toute responsabilité et aussi toute propriété. »

M. **Faye** fait hommage à l'Académie, pour la bibliothèque de l'Institut, d'un Ouvrage qui lui a été donné par M. *Cornélis de Groot*, ingénieur des

Mines en Hollande, sur un des grands centres actuels de la production de l'étain, l'île de Biliton, ou Blitong, voisine de l'île de Banka.

« Cet Ouvrage, dit M. Faye, contient d'utiles renseignements sur la population de cette île, les rapides développements de sa spécialité minière, et surtout la description géologique illustrée par une belle série de cartes. Il pourra sans doute être consulté avec fruit par les géologues. »

A 4 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

Rapport sur le prix institué par la loi du 10 *décembre* 1887.

(Commissaires : MM. Pasteur, président, Peligot, Fremy, Becquerel, Berthelot, Friedel, Schlœsing, Troost, Mascart, Bouchard, Dehérain; Debray, rapporteur.

« Par sa Lettre du 20 décembre 1887, M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts annonce à l'Académie des Sciences qu'une loi, promulguée le 10 décembre 1887, institue un prix en faveur de la personne « qui découvrira un procédé simple et usuel, pouvant être mis en pratique » par les agents de l'administration, pour déterminer, dans les spiritueux » du commerce et les boissons alcooliques, la présence et la quantité de » substances autres que l'alcool chimiquement pur ou alcool éthylique ».

» Sur la valeur du prix, M. le Ministre déclare qu'il proposera aux Chambres de le fixer à 50000fr et il demande à l'Académie « de vouloir » bien déterminer, conformément à la loi, les détails du programme, l'époque à laquelle devra s'ouvrir le concours, d'indiquer les conditions que » les concurrents devront remplir et la date à laquelle le prix semblerait » devoir être décerné, enfin, d'une manière générale, de se prononcer sur » toutes les dispositions qu'elle jugera utiles pour que cet appel adressé » à la Science ne soit pas sans résultats ».

» L'Académie a nommé, dans sa séance du 9 janvier 1888, une Commission de douze Membres, chargée d'examiner toutes les questions que soulève l'envoi de la Lettre ministérielle. S'inspirant des préoccupations du Parlement, dont le Rapport de l'honorable M. Gadaud, à la Chambre des Députés, et celui de l'honorable M. Claude au Sénat, portent la trace, votre Commission a cru devoir présenter ici quelques observations sur

la question de l'alcoolisme qui est traitée, avec beaucoup de développements et de soin, dans ces remarquables documents. Ces observations l'amènent à des conclusions qu'elle soumet au jugement de l'Académie.

» Les hygiénistes sont unanimes à constater l'importance des ravages exercés par l'alcoolisme non seulement en France, mais dans plusieurs autres pays de l'Europe. Le mal serait assez grand, d'après eux, pour menacer sérieusement l'avenir de notre pays, si l'on n'y porte promptement remède. Mais, quand il s'agit de déterminer les causes du mal et d'indiquer les moyens de le combattre, les difficultés commencent.

» Il faut remarquer tout d'abord que la consommation générale de l'alcool a triplé en France depuis cinquante ans et que les habitudes d'intempérance y ont augmenté. Mais ce changement, fâcheux à bien des égards, n'explique pas, d'après les médecins, les formes nouvelles que revêt l'alcoolisme et que l'on constate surtout depuis vingt à vingt-cinq ans. Ils les considèrent comme la conséquence de modifications survenues dans la préparation des divers liquides spiritueux depuis cette époque.

» Autrefois l'alcool se retirait exclusivement du vin; aujourd'hui, à l'exception des eaux-de-vie de marcs et de quelques eaux-de-vie supérieures, qui ont une origine naturelle, tous les spiritueux [1] se fabriquent avec de l'alcool d'industrie, et même beaucoup de liquides, vendus comme vins, empruntent à cette même source une notable partie de leur alcool.

» Voici quelques chiffres relatifs à ce changement :

» De 1840 à 1850, la production annuelle de l'alcool de vin (supposé absolu) a été de 815000^{hlit}, celle de l'alcool d'industrie s'élevait seulement à 76500^{hlit}.

» En 1884, la quantité d'alcool d'industrie [2] déclarée, et ayant acquitté le droit de 156^{fr},25 à l'hectolitre, s'élève à 1488685^{hlit}.

» La production déclarée des eaux-de-vie de vin ne s'élève plus qu'à 23000^{hlit}. Il y a en outre 21000^{hlit} d'eau-de-vie de cidre, 44000^{hlit} d'eau-de-vie de marcs et de lies et 7680 d'eau-de-vie de fruits. Nous reviendrons tout à l'heure sur la production de ces eaux-de-vie.

» Pour l'instant, il suffit de bien constater le développement de l'alcool d'industrie, et la large part qu'il occupe dans la fabrication des liqueurs et des boissons alcooliques.

---

(1) Nous laissons de côté le rhum et le genièvre, qui proviennent, le premier de la fermentation du jus sucré de la canne, le second, qui est une eau-de-vie de grains. Leur consommation en France est assez limitée.

(2) Rapport de M. Claude, p. 202.

» Tout l'alcool d'industrie déclaré n'entre pas cependant dans la consommation; une petite partie est employée dans la parfumerie, la pharmacie et dans quelques industries qui ne peuvent se servir d'alcool dénaturé, mais on restera certainement bien au-dessous de la vérité en estimant à 1 200 000^{hlit} celui qui est réellement consommé en boissons. A ce chiffre énorme, il convient d'ajouter 400 000^{hlit} d'alcool d'origine étrangère, introduits dans les 10 000 000 d'hectolitres de vin que la France importe actuellement de divers pays.

» Il résulte de ces chiffres que, dans la consommation actuelle, l'alcool d'industrie entre pour 1 600 000^{hlit} au moins, et les eaux-de-vie de vins, de marcs ou de fruits pour 95 600^{hlit} ou 100 000^{hlit} en chiffres ronds.

» Mais cette estimation, en ce qui concerne les eaux-de-vie de marcs, de lie, etc., est complètement erronée. Il y a actuellement en France 400 000 à 500 000 bouilleurs de crus, disséminés sur tous les points du territoire, qui retirent en fraude, au grand détriment du Trésor, des cidres et poirés, des vins, des marcs de raisins, des raisins secs, des figues, des cerises et des prunes, des quantités d'eau-de-vie ou d'alcool bien plus considérables que celles qui figurent aux relevés officiels.

» Une estimation de M. Luzet, reproduite dans son Rapport au Sénat par l'honorable M. Claude, porte à 1 072 000^{hlit} cette production clandestine. Nous donnons ce chiffre sous toutes réserves : il faut espérer qu'il est très exagéré; mais il est impossible, quand on songe au nombre de bouilleurs de crus et au bénéfice énorme que procure la fraude, de douter que le chiffre réel ne soit très considérable. L'alcool de cette provenance est naturellement consommé sur place : il sert, dans le Midi, au vinage des vins; il est consommé à l'état d'eau-de-vie dans les pays à cidre et à fruits, et c'est à son bon marché qu'y est due l'extension de l'ivrognerie. Nous parlerons dans un instant de la qualité de ces produits.

» Pour la plupart des hygiénistes, ce sont les alcools d'industrie qui sont la cause principale de l'alcoolisme; il faut voir sur quelles données scientifiques repose cette opinion.

» L'alcool d'industrie résulte de la fermentation artificielle et provoquée des jus sucrés de la betterave, de la dissolution des mélasses et des produits de saccharification des substances farineuses. Les produits fermentés donnent, à la distillation ordinaire, un flegme, c'est-à-dire un liquide alcoolique plus ou moins infect, que l'on soumet à la rectification, précédée parfois de traitements chimiques.

» Ces opérations ne sont pas nouvelles; elles ont donné pendant longtemps des produits trop impurs pour entrer dans la consommation. Mais

l'industrie de la rectification a réalisé, depuis trente ans, de grands progrès : elle peut aujourd'hui donner des produits irréprochables.

» Le commerce, par des raisons d'économie, n'emploie pas toujours ces qualités exceptionnelles. On retrouve donc, dans la plupart des produits qu'il utilise, une certaine proportion des impuretés qui existent avec l'alcool dans les flegmes dont on l'extrait.

» La composition de ces flegmes et celle de tous les liquides alcooliques naturels sont encore incomplètement connues, quoiqu'elles aient donné lieu déjà à d'importants travaux. Ces recherches nous ont appris que les premiers produits de la rectification des flegmes contenant les matières plus volatiles que l'alcool (*produits de tête*) renferment, entre autres matières, de l'aldéhyde et de l'éther acétique; que, dans les derniers produits de la rectification, appelés *produits de queue*, où sont accumulées les matières moins volatiles que l'alcool, on a rencontré des homologues de ce corps, c'est-à-dire des composés de mêmes propriétés chimiques générales, mais différant de l'alcool ordinaire par leur composition et par leurs propriétés physiques et physiologiques. On leur donne le nom générique d'*alcools;* mais, pour les distinguer les uns des autres, on ajoute à ce mot un qualificatif particulier. Ainsi, l'on désigne l'*alcool ordinaire* (qu'il soit retiré du vin ou des flegmes industriels) sous le nom d'*alcool éthylique ;* celui qui vient ensuite (par ordre de volatilité décroissante) s'appelle *alcool propylique*. On arrive ensuite aux *alcools butylique* et *amylique*. L'alcool amylique est plus abondant que les autres dans la plupart des liquides alcooliques.

» Quant au produit de distillation intermédiaire, c'est de l'alcool éthylique retenant une petite quantité de produits de tête et de queue, que de nouvelles rectifications peuvent séparer.

» Nous venons de nommer les principaux corps existant avec l'alcool éthylique dans les flegmes d'industrie. Il en est d'autres encore dont l'énumération serait ici sans intérêt : nous dirons seulement que le volume total de toutes ces matières est toujours une faible fraction de celui de l'alcool ([1]).

» Les rectificateurs livrent au commerce des alcools de qualités différentes, connus sous les noms d'*alcools neutres*, d'*alcools fins*, et même d'*alcools mauvais goûts*. L'alcool neutre, exempt de toute odeur d'origine et

---

([1]) Dans la plupart des flegmes, il ne paraît pas atteindre 1 pour 100 du volume de l'alcool absolu qu'ils contiennent.

ne renfermant que des traces de matières accompagnant l'alcool dans les flegmes, est particulièrement recherché pour la parfumerie et la confection des eaux-de-vie fines. Il n'altère pas l'odeur des parfums qu'on y dissout et, si on le distille avec du vin, il prend l'odeur et le goût de l'eau-de-vie naturelle que le vin seul aurait donnés. Les qualités suivantes vont à la confection des liqueurs fines ou autres; les mauvais goûts servent malheureusement à viner, c'est-à-dire à rehausser le titre alcoolique de vins de qualité inférieure. En France, le vinage officiel est peu répandu, à cause du droit énorme qui grève l'alcool, mais, comme nous l'avons dit, il s'opère en fraude par l'intermédiaire des bouilleurs de cru.

» C'est en Espagne surtout ([1]) que le vinage à outrance s'effectue, avec de l'alcool de qualité absolument inférieure, à très bon marché. Les vins étrangers peuvent, d'après les traités, entrer en France au degré alcoolique de 15°,9, sans acquitter de taxe particulière pour l'alcool qu'ils contiennent. Il en résulte qu'un commerce sans scrupules prend des vins espagnols, plus ou moins bien préparés, les étend d'eau, puis les remonte à 15°, 9. Ces vins, introduits en France, servent à de nouveaux coupages qui les amènent au titre alcoolique courant de 10°, et l'on obtient ainsi des produits qui n'ont rien de commun avec les vins naturels bien préparés, que nos vignobles nous fournissaient en abondance avant l'invasion du Phylloxera ([2]).

» Nous arrivons maintenant à la nocivité des alcools d'industrie. Plusieurs physiologistes ont étudié comparativement, dans des conditions spéciales, l'action exercée sur les animaux, soit par l'alcool pur, soit par les divers produits, que les chimistes ont signalés dans les produits de tête et de queue de la rectification des alcools. Ces expériences ont été faites à dose toxique, c'est-à-dire capable de produire rapidement la mort ou tout au moins dans un temps assez court de vingt-quatre heures à trente-six heures. MM. Dujardin-Baumetz et Audigé ont démontré, par exemple, que l'aldéhyde et l'alcool amylique sont bien plus actifs que l'alcool éthylique. Il faut six fois moins d'aldéhyde et quatre fois moins d'alcool amylique que d'alcool ordinaire pour tuer dans les mêmes conditions les mêmes animaux.

([1]) Sur 10 millions d'hectolitres de vin importé, l'Espagne nous en envoie près de 8 millions environ.

([2]) Avant l'invasion générale du Phylloxera, la France a produit 73 millions d'hectolitres de vin (1875); elle n'en produit plus actuellement que 28 millions d'hectolitres.

» Mais ces expériences, et toutes celles qu'on a faites à doses massives, par voie hypodermique ou autre, de manière à amener un résultat rapide, ne nous apportent pas une lumière suffisante sur l'influence exercée par l'alcool d'industrie sur la santé publique.

» On peut bien en déduire qu'il est prudent de rejeter de la consommation l'alcool mal rectifié; mais peut-on aller jusqu'à proscrire les alcools industriels courants, contenant, par exemple, moins de 1 à 2 millièmes de produits de tête et de queue, et n'accepter que des alcools chimiquement purs?

» Ce serait une grave mesure, qui ne serait nullement justifiée par les nécessités, bien constatées, de l'hygiène publique.

» Des expériences physiologiques, comme celles que nous avons relatées, n'établissent pas de différences appréciables entre l'alcool *pur* et l'alcool à 1 ou 2 millièmes d'impuretés; nous nous garderons bien d'en conclure néanmoins que cet alcool, avec sa dose minime d'impuretés, ingéré chaque jour en quantité suffisante pour produire l'ivresse, ne puisse à la longue produire des désordres particuliers; mais, si cette démonstration était faite, elle s'appliquerait également aux boissons naturelles prises avec excès. On n'a pas assez remarqué, en effet, que les mêmes matières existent à dose aussi forte dans la bière, dans le vin et dans l'eau-de-vie qu'on en retire. C'est à elles que cette eau-de-vie doit la saveur spéciale qui la fait rechercher.

» Des expériences de M. Le Bel, d'Henninger, de MM. Ordonneau, Morin et de celles que M. de Luynes a faites pour la Commission extra-parlementaire des alcools, montrent que la quantité d'alcool amylique, pour ne parler que de ce corps seul, peut dépasser $\frac{2}{1000}$ du volume de l'alcool existant dans le vin ou l'eau-de-vie d'origine naturelle. Les eaux-de-vie de marcs sont encore plus impures.

» Enfin ce qui doit nous rendre circonspects dans nos conclusions sur les causes de l'alcoolisme, c'est que nous ne connaissons pas encore toutes les substances volatiles (pour ne parler que de celles-ci) que la fermentation, naturelle ou provoquée, fait naître dans les milieux où elle exerce son action, dans les circonstances très diverses réalisées par la production agricole ou industrielle de l'alcool. Ainsi l'on a constaté, il y a peu de temps, la présence fréquente du furfurol, matière analogue aux aldéhydes, dans les liquides alcooliques; récemment on y a trouvé des alcaloïdes particuliers dont les propriétés et l'action physiologique sont à peu près inconnues. On en trouvera certainement encore d'autres, dont il est impossible de prévoir les effets physiologiques.

» Dans cet état d'ignorance où nous sommes sur des questions aussi importantes et qui touchent aux plus sérieux intérêts du pays, la Commission croit répondre aux vues et aux préoccupations du Parlement en lui proposant de provoquer de nouvelles recherches sur la composition, le dosage chimique et l'action physiologique de tous les liquides alcooliques de la consommation courante. Ces recherches confirmeraient ou infirmeraient les anciennes et, en étendant nos connaissances, dissiperaient certainement bien des obscurités.

» La Commission ne doute pas que cet appel à la Science, s'il était sanctionné par les pouvoirs publics, ne produise rapidement d'importants résultats. Le Trésor y trouverait le moyen de réprimer des fraudes, comme celle qui résulte de l'introduction en France des vins alcoolisés à l'étranger et qu'on ne saurait atteindre sûrement et complètement aujourd'hui, parce qu'on manque de moyens certains d'y reconnaître la quantité et la qualité de l'alcool ajouté. La santé publique bénéficierait également de toutes les nouvelles découvertes.

» En attendant le résultat final de ces recherches, l'État ne reste pas désarmé. Pour sauvegarder les graves intérêts sociaux, qu'il a mission de défendre, il peut prendre des mesures préservatrices qui seraient favorablement accueillies par l'opinion publique, parce qu'elles s'imposent, pour ainsi dire, par leur évidence même.

» Il n'appartient pas à la Commission d'en tracer le programme; elle peut toutefois, sans sortir de son rôle scientifique, dire qu'il serait prudent d'imposer à l'alcool d'industrie des conditions de pureté suffisantes, et nécessaire d'empêcher, par des mesures efficaces faciles à concevoir, les produits de rectification où se sont accumulées les impuretés des flegmes, d'entrer dans la consommation. Il serait particulièrement utile de prendre des mesures capables de restreindre l'ivrognerie et de ramener dans la consommation courante les vins naturels.

» Mais la Commission n'insiste pas; elle sait avec quelle sollicitude toutes les questions se rattachant au régime des alcools sont étudiées par les pouvoirs publics, et elle s'en rapporte à leur sagesse.

» Elle conclut, en proposant à l'Académie :

» 1° De remercier les Chambres de la confiance qu'elles lui ont témoignée, en la chargeant de décerner le prix institué par la loi du 10 décembre 1887;

» 2° De demander qu'à côté de ce prix, très difficile à obtenir, et qui ne répond qu'à une partie du programme de recherches jugées nécessaires par la Commission, il soit institué plusieurs prix spéciaux permettant à

l'Académie de récompenser les travaux importants qui lui seront présentés sur la nature des substances contenues dans les liquides alcooliques, sur les procédés d'analyse et sur les effets physiologiques de ces liquides.

» On engagerait ainsi un grand nombre de travailleurs dans des voies différentes, conduisant au même but, et où chacun d'eux trouverait le libre exercice de ses facultés particulières au grand profit de la Science et du pays.

» Si l'Académie accepte les conclusions de sa Commission, elle demanderait au Gouvernement d'attribuer, pour les prix spéciaux dont il vient d'être parlé, une somme de 20 000^{fr}, et, dans le cas où cette somme serait accordée, le concours pour les divers prix serait réglé de la façon suivante ;

» 1° Le prix institué par la loi du 10 décembre 1887 serait décerné, s'il y a lieu, en 1892 par l'Académie des Sciences, dans la dernière séance de l'année;

» 2° La somme de 20 000^{fr} pourrait être distribuée moitié en 1889, moitié en 1891, aux Mémoires jugés importants sur la composition des liquides alcooliques de la consommation courante, sur leur mode d'analyse et sur leurs propriétés physiologiques. La Commission effectuerait le partage de chacune de ces deux sommes de 10 000^{fr}, d'après la valeur des travaux soumis à son examen.

» Comme pour le prix institué par la loi du 10 décembre 1887, la proclamation des récompenses aurait lieu dans la dernière séance des années 1889 et 1891.

» Les concurrents à l'une de ces récompenses seraient tenus d'envoyer leurs Mémoires et pièces à l'appui au Secrétariat de l'Académie des Sciences, avant le 1er août de l'année où les prix pourront être décernés, c'est-à-dire avant le 1er août des années 1889, 1891 et 1892. Les Mémoires seraient rédigés en français. »

Les conclusions de ce Rapport sont mises aux voix et adoptées.

La séance est levée à 4 heures et demie. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 20 FÉVRIER 1888.

Journal de l'École Polytechnique, publié par le Conseil d'instruction de cet établissement; LVIIe Cahier. Paris, Gauthier-Villars, 1887; 1 vol. in-4°.

De l'éclairage; par H. DELMAS-AZÉMA. Saint-Quentin, 1886; 1 vol. in-12.

Revue maritime et coloniale; tome XCVI, 317e livraison. Paris, L. Baudoin et Cie; 1 vol. in-8°.

Description géologique du Bassin parisien et des régions adjacentes; par A. DE LAPPARENT. Paris, F. Savy, 1888; 1 vol. in-18.

Annals of the astronomical observatory of Harvard College; Vol. XIII, Part II : *Zone observations made with the transit wedge photometer attached to the equatorial telescope, of fifteen inches aperture, during the years* 1882-1886, *under the direction of* EDWARD C. PICKERING. Cambridge, John Wilson and Son, 1888; br. gr. in-4°.

Forty-Second annual Report of the Director of the astronomical observatory of Harvard College; by EDWARD C. PICKERING. Cambridge, Mass., published by the University, 1887; br in-8°.

The Transactions of the royal irish Academy; volume XXIX, part I. Dublin, 1887; br. gr. in-4°.

Proceedings of the royal Society; vol. XLIII, n° 261 and n° 262; 2 br. in-8°.

The Journal of the Franklin Institute; third series, february 1888, vol. XCV, n° 2. Philadelphia, published by the Franklin Institute; br. in-8°.

Journal of the american chemical Society, vol. IX, n° 7, september 1887. New-York, John Polhemus, 1887; br. in-8°.

U. S. Department of Agriculture. Division of Chemistry. Bulletin n° 13 : *Foods and food adulterants; by direction of the Commissioner of Agriculture;* Part third : *Fermented alcoholic beverages, malt liquors, wine, and cider; by* C.-A. CRAMPTON. Washington, Government printing Office, 1887; br. in-8°.

U. S. geological Survey. Mineral resources of the United States. Calendar year 1886. DAVID T. DAY. Washington, Government printing Office, 1887; 1 vol. in-8°.

Journal of the royal microscopical Society; 1888. Part I, february. London and Edinburg; 1 vol. in-8°.

The australian Museum. — Descriptive Catalogue of the Medusæ of the Australian sea. Sydney, Charles Potter, 1887; br. in-8°.

Geological and natural History Survey of Canada. — Catalogue of canadian plants; Part III : *Apetalæ; by* JOHN MACOUN. Montréal, Dawson brothers, 1886; 1 vol. in-8°.

A Catalogue of the moths of India, compiled by E.-C. COTES *and colonel* C. SWINHOE; Part II : *Bombyces.* Calcutta, 1887; 1 vol. in-8°.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 27 FÉVRIER 1888.

Ministère des Travaux publics. — Ports maritimes de la France; tome VI (2e Partie) : *Des Calonges à Hendaye.* Paris, Imprimerie Nationale, 1887; 1 vol. gr. in-8°.

Enseignement professionnel. — Conférences sur la Science et l'Art industriel, année 1887. Paris, J. Michelet; 1 vol in-18.

Notice sur D.-A. Godron, sa vie et ses travaux; par M. FLICHE. Nancy, Berger-Levrault et Cie, 1887; br. in-8°.

Congrès international d'Hydrologie et de Climatologie; première session (Biarritz, 1886). Paris, Octave Doin, 1887; 1 vol. in-8°.

Système silurien du centre de la Bohême; par JOACHIM BARRANDE. Ire Partie : *Recherches paléontologiques.* Vol. VII : *Classe des Échinodermes, ordre des Cystidées;* texte et planches. Ouvrage posthume de feu JOACHIM BARRANDE, publié par le Dr W. WAAGEN. Prague, 1887; 1 vol. gr. in-4°. (Présenté par M. Gaudry.)

Bulletin de la Société zoologique de France pour l'année 1887; XIIe volume, 5e et 6e Partie. Paris, au siège de la Société, janvier 1888; 1 vol. in-8°.

Des contractures; par le Dr PAUL BLOCQ. Paris, Delahaye et Lecrosnier, 1888; 1 vol. in-4°. (Renvoi au concours Lallemand.)

Contribution à l'étude de la sclérose latérale amyotrophique (maladie de Charcot); par le Dr ANTOINE FLORAND. Paris, G. Steinheil, 1887; 1 vol. in-8°. (Renvoi au concours Lallemand.)

Recherches sur l'anatomie pathologique et la nature de la paralysie générale; par les Drs HENRY BONNET et POINCARÉ. Paris, G. Masson, 1876; 1 vol. in-8°. (Deux exemplaires.)

Mémoires de l'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse; huitième série, tome IX. Toulouse, Douladoure-Privat, 1887; 1 vol. in-8°.

Analyse synoptique des rapports officiels sur les accidents de grisou en France,

de 1817 *à* 1884, *dressée par* MM. JULES PETITDIDIER et CHARLES LALLEMAND. Paris, Dunod, 1882-1886; 8 br. in-8°. (Présentées par M. Daubrée.)

Traité d'Anatomie comparée pratique; par CARL VOGT et ÉMILE YUNG; onzième livraison. Paris, C. Reinwald, 1888; br. in-8°.

Anales del Instituto y observatorio de Marina de San Fernando. Publicados de orden de la Superioridad por el Directore DON CECILIO PUJAZON. Seccion 2 : *Observaciones meteorologicas, año* 1886. San Fernando, 1887; 1 vol. in-f°.

Osservazioni meteorologiche eseguite nell'anno 1887 *col Riassunto composto sulle medesime da* E. PINI. (*R. osservatorio astronomico di Brera in Milano*); br. in-4°.

Monographia Mysidarum, inprimis Imperii Rossici (marin., lacustr. et fluviatilium), auctore VOLDEMARO CZERNIAVSKY. Saint-Pétersbourg; br. in-8°.

Geology chemical, physical, and stratigraphical; by JOSEPH PRESTWICH. Vol. II : *Stratigraphical and physical.* Oxford, at the Clarendon press, 1888; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. Daubrée.)

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 MARS 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **H. Resal** fait hommage à l'Académie de la deuxième édition de son *Traité de Physique mathématique* et, à ce sujet, il s'exprime en ces termes :

« En principe, cette édition diffère de la précédente en ce que j'y ai introduit les théories de l'Optique mathématique et de la Thermodynamique, ce qui m'a obligé à porter de un à deux le nombre des Volumes.

» J'ai placé en tête du Tome I, ce qui est une innovation, sous le titre d'*Introduction*, un ensemble de développements analytiques auxquels j'ai recours dans les différentes parties de l'Ouvrage. Parmi ces développements, je citerai la détermination d'un certain nombre d'intégrales définies; les équations et fonctions de Bessel et de Heine; l'expression, en série trigonométrique, d'une fonction au moyen d'intégrales définies et, enfin, la théorie des fonctions sphériques et les formules de Green.

» En ce qui concerne la capillarité, j'ai substitué à la méthode semi-géométrique et analytique que j'avais adoptée, insuffisante pour expliquer certains résultats de l'observation, celle de Gauss dont j'ai quelque peu généralisé les résultats. Parmi les diverses applications que j'ai faites de cette théorie, je me bornerai à citer la solution complète du problème, dont l'initiative remonte à Maupertuis, du mouvement d'une bulle liquide pesante dans un liquide pesant et résistant d'une moindre densité.

» En arrivant à la théorie de l'élasticité, je mentionnerai d'abord les équations de l'équilibre et du mouvement intérieurs d'un corps, quelle qu'en soit la nature, et la cinématique des dilatations et glissements. L'un des points essentiels du Chapitre dont il s'agit consiste dans l'introduction, pour les corps isotropes, des deux coefficients de Lamé dans les expressions des pressions, tandis que dans la première édition je n'avais admis que l'unique coefficient de Poisson. Pour réduire à deux les trente-six coefficients des expressions générales des pressions, j'ai adopté la méthode de Saint-Venant, qui me paraît la plus simple et la plus irréprochable. Parmi les applications que j'ai faites de cette théorie, je me bornerai à signaler une étude complète de la torsion et de la flexion des prismes.

» A l'exemple de Lamé, j'ai fait dépendre la théorie de la double réfraction des équations de l'élasticité, tout en reproduisant, dans une note, le procédé simple et élégant employé par Senf pour arriver à l'équation de la surface des ondes. L'étude des interférences de la diffraction et des anneaux colorés complète le Chapitre consacré à l'Optique mathématique.

» La Théorie analytique de la chaleur a été empruntée, à peu de chose près, à la première édition, en la dégageant toutefois d'un grand nombre de digressions analytiques qui ont trouvé leur place dans l'Introduction. Elle a reçu cependant un certain perfectionnement en ce qui concerne la discussion des racines de l'équation à laquelle conduit la question du mouvement de la chaleur dans un cylindre circulaire indéfini, discussion qui, avant Heine, laissait à désirer au point de vue de la rigueur, malgré un perfectionnement que j'avais apporté à celle de Fourier.

» Je crois avoir mis la Thermodynamique au niveau des connaissances actuelles.

» Les théories de l'Électrostatique et des courants électriques de la première édition n'ont subi que de légères modifications. Néanmoins, la première de ces théories a été complétée par une Note de M. Gilbert, dans laquelle le savant professeur de Louvain établit, par une analyse simple et élégante, qu'*il existe un état d'équilibre stable et unique dans un système de corps électrisés*.

» L'Électrodynamique a été mieux condensée que dans la première édition. Les théories du magnétisme statique et des actions mutuelles des courants et des aimants, qui terminent l'Ouvrage, n'ont reçu que de légères modifications. »

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la combinaison des mesures d'une même grandeur;* par M. J. **Bertrand**.

« Lorsqu'on a pris plusieurs mesures d'une même grandeur, si l'on a su écarter les erreurs constantes et que toutes les observations méritent confiance égale, la règle universellement prescrite et adoptée est de prendre la moyenne.

» On doit remarquer cependant que, après les mesures prises, quand les calculs sont terminés, quand on a obtenu la valeur probable et calculé l'erreur à craindre démontrée très petite par les formules, si l'on se reporte aux évaluations données par les mesures directes, elles ont cessé de mériter la même confiance; celles qui s'écartent le plus de la moyenne sont regardées, avec raison, presque avec certitude, comme moins bonnes que les autres : il semble naturel de les écarter. La question est très délicate et les observateurs ne se permettent une telle suppression qu'après avoir reconnu une cause vraisemblable et intrinsèque à l'infériorité de la mesure suspecte; on croirait manquer à la sincérité due en omettant une mesure, d'ailleurs irréprochable, par cela seul qu'elle s'écarte du résultat présumé.

» La conséquence de ce scrupule est de permettre bien rarement la suppression ultérieure des mesures d'abord acceptées; comment découvrir après coup des causes d'erreur qui ont échappé à l'attention quand on les avait sous les yeux?

» Il est incontestable que, si l'on est certain d'avoir opéré de la même manière et avec le même soin, toutes les observations ont le même droit à exercer leur influence sur la valeur adoptée; mais, si l'on opérait toujours de la *même manière* et avec le même soin, on obtiendrait toujours le même résultat.

» L'assimilation des erreurs fortuites à des tirages au sort, dans une urne composée de manière à donner à chaque erreur la probabilité qui lui convient, est une fiction, non une réalité. Si l'urne existait et qu'elle fût composée avec une perfection infinie, s'il arrivait qu'une série de tirages

démentissent l'ensemble des autres, il faudrait les conserver, assurément, si l'on était certain de les avoir faits dans les conditions normales; mais, si celui qui tirait les boules vient déclarer qu'il a négligé de les agiter et peut-être aussi de plonger sa main dans les parties inférieures, et a pris vingt fois de suite à la surface et remis à chaque fois, sans les enfoncer dans la masse, la boule qu'il venait de tirer, les vingt tirages seront à rejeter. Ils le seront également si, le tireur n'avouant pas sa négligence, on le soupçonne d'être peu soigneux; peut-être aussi, la question est délicate, je le répète, si la seule raison de le soupçonner est l'écart anormal observé quand il était chargé du tirage.

» J'ai cherché la conséquence de l'abandon des mesures présumées les moins bonnes.

» La question se pose de la manière suivante :

» On prend n mesures d'une même grandeur, tout semble régulier, la moyenne est obtenue, la constante caractéristique k, déduite de toutes les observations, a une valeur très grande, aucun indice n'éveille la défiance. On est en droit de regarder comme très probable la valeur de la moyenne X, comme très probable aussi la valeur de k, et la probabilité d'une erreur z est regardée avec confiance comme égale à

$$\frac{k}{\sqrt{\pi}} e^{-k^2 z^2}.$$

» Dans ces conditions, je calcule l'erreur λ, telle que la probabilité pour qu'une erreur soit inférieure à λ ait une valeur p, arbitrairement choisie; il suffit de résoudre l'équation

$$\theta(\lambda k) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\lambda k} e^{-k^2 z^2} dz = p;$$

λ étant ainsi déterminé, je supprime toutes les observations dont la différence avec la moyenne est plus grande que λ : il en restera np, à peu près, dont une moitié, environ, sera plus grande, l'autre moitié, plus petite que la moyenne.

» On recommencera les calculs en considérant ces observations comme les seules.

» Supposons, pour justifier la hardiesse de ce parti, que, dans le laboratoire où les mesures sont prises, se trouve un surveillant d'une rare habileté qui, sans observer lui-même, suit des yeux les observateurs et qui, très au courant des méthodes, très instruit des détails relatifs à

chaque instrument, des erreurs de division, des inégalités du pas de vis, des petites imperfections des poids, déclare, après chaque mesure, son opinion en un seul mot : bien ou mal.

» Personne ne contestera que, si le surveillant est, comme nous l'avons supposé, très habile, la suppression des mesures qu'il a condamnées accroîtrait d'autant mieux la confiance qu'il en aurait écarté davantage.

» Quoi qu'il en soit, acceptant le principe, nous remplacerons les observations $x_1, x_2, \ldots, x_n$ par $y_0, y_1, \ldots, y_m$, m différant peu de np. Si ces m observations sont données à un calculateur soigneux, il n'aura pas besoin d'en connaître l'origine pour les déclarer suspectes. Le rapport de la moyenne des carrés des erreurs au carré de la moyenne des erreurs différera beaucoup de $\frac{\pi}{2}$.

» Pour aucune valeur de k_1, elles ne s'accorderont avec la formule

$$\frac{k_1}{\sqrt{\pi}} e^{k_1^2 \varepsilon^2};$$

mais le calculateur sera prévenu : il renoncera à la formule, prendra la valeur

$$\frac{y_1 + y_2 + \ldots + y_m}{m} = X_1$$

pour représenter la grandeur inconnue, les différences $X_1 - y_1$, $X_1 - y_2$, $\ldots$, $X_1 - y_m$ comme valeurs présumées des erreurs, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$, et, en posant

$$\frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \ldots + \varepsilon_m^2}{m} = E^2,$$

$\frac{E^2}{m}$ sera la meilleure évaluation du carré de l'erreur à craindre.

» Lorsqu'on conservait les n observations, la valeur probable du carré de l'erreur à craindre était

$$\frac{1}{2k^2 n};$$

elle deviendra, quand on se borne aux m observations cherchées,

$$\frac{1}{2mk^2}\left(1 - \frac{2k\lambda e^{-k^2\lambda^2}}{p\sqrt{\pi}}\right),$$

en remplaçant m par sa valeur probable np, dont certainement il différera

peu, p, par $\Theta(k\lambda)$, $\Theta(t)$ étant la fonction

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^t e^{-t^2}dt.$$

» La valeur probable du carré de l'erreur qui était $\frac{1}{2nk^2}$ deviendra

$$\frac{1}{2nk^2}\left[\frac{\Theta(k\lambda)-\frac{2k\lambda}{\sqrt{\pi}}e^{-k^2\lambda^2}}{\Theta(k\lambda)^2}\right].$$

» On aura rendu le résultat plus plausible si le multiplicateur de $\frac{1}{2nk^2}$ est plus petit que l'unité.

» La fonction

$$\frac{\Theta(t)-\frac{2t}{\sqrt{\pi}}e^{-t^2}}{\Theta(t)^2},$$

nulle pour $t=0$, augmente avec t et devient égale à l'unité pour une valeur infinie de t. Voici quelques-unes de ces valeurs :

t	
0,10	0,09071
0,20	0,1333
0,30	0,198
0,40	0,2458
0,50	0,29343
0,60	0,33933
0,70	0,37891
0,80	0,4159

» Le multiplicateur du carré de l'erreur à craindre indiqué par le calcul peut diminuer sans limite. Il ne faut pas oublier que, pour appliquer la formule, les observations conservées, de même que les observations faites, doivent être en grand nombre. »

ASTRONOMIE. — *Théorie nouvelle de l'équatorial coudé et des équatoriaux en général. Exposé de l'ensemble des méthodes permettant de rectifier et d'orienter ces instruments;* par MM. **M. Lœwy** et **P. Puiseux.**

« I. Les astronomes les plus compétents de l'étranger se sont accordés à reconnaître les précieux avantages de l'équatorial coudé, dont le premier

type fonctionne déjà depuis plusieurs années à l'observatoire de Paris. Le principe de sa construction, imaginé par M. Lœwy, a déjà été soumis à l'Académie. Bien que six instruments établis sur le même plan soient aujourd'hui en cours d'exécution, ou sur le point d'entrer en activité, aucune théorie relative à la détermination des constantes de cet instrument n'a été publiée jusqu'à ce jour. Il nous a paru indispensable de combler cette lacune, par l'exposé des méthodes les plus précises destinées à l'étude des constantes et des procédés les plus rapides pour l'orientation et la rectification de l'instrument.

» En nous livrant à cette recherche, nous avons reconnu que la théorie habituellement donnée pour les équatoriaux droits était incomplète, en ce sens qu'elle ne donne pas toutes les solutions que le problème comporte. Il est possible, en effet, d'évaluer un certain nombre des inconnues par des procédés nouveaux, d'une manière directe et indépendamment de tous les autres éléments cherchés, ce qui constitue, sans contredit, un avantage des plus précieux. C'est l'ensemble de ces méthodes, se rapportant à la fois aux équatoriaux droits et aux équatoriaux coudés, qui fait l'objet du présent travail.

» On sait que l'équatorial coudé diffère essentiellement des lunettes ordinaires par l'introduction de deux miroirs plans, devant satisfaire l'un et l'autre à des conditions géométriques rigoureuses. On doit donc s'attendre à voir s'introduire dans la théorie de cet instrument des considérations nouvelles. Dans la solution du problème, nous nous sommes surtout attachés à trouver des procédés capables de fournir séparément les différentes inconnues.

» Les équatoriaux, en général, ne sont pas construits en vue de la recherche des coordonnées absolues des étoiles. Il en résulte que les cercles dont ils sont munis ne sont destinés le plus souvent qu'au calage de la lunette, et les lectures n'y comportent pas une grande précision. On doit donc donner la préférence aux méthodes qui reposent sur l'emploi du micromètre et de la pendule, et n'empruntent que le moins possible aux lectures des cercles. Dans le cas particulier de l'instrument étudié par nous, il a été possible d'utiliser les lectures faites sur le cercle d'ascension droite, combinées avec les observations de passages. Le fonctionnement de l'appareil est moins satisfaisant en ce qui concerne les déclinaisons. Dans cette première construction d'un type nouveau, la partie mécanique n'a pas reçu tous les perfectionnements que le système comporte. En outre, des circonstances particulières n'ont pas permis de lui donner la solidité désirable. Des res-

sources nouvelles, obtenues au cours de l'exécution, ont permis d'accroître les dimensions assignées primitivement à l'objectif et aux miroirs. La partie mécanique étant déjà terminée à cette époque, il n'a pas été possible d'augmenter en proportion la résistance des pièces destinées à supporter la partie optique. Les tubes de l'instrument sont trop minces, et la transmission du mouvement au miroir extérieur se fait par des engrenages coniques trop nombreux qui donnent lieu à des temps perdus. Ces circonstances, spéciales à l'instrument de Paris, expliquent les discordances de 1′ ou 2′ d'arc présentées par les lectures en distance polaire, et ne permettent pas d'utiliser, pour une étude très exacte de l'instrument, les déclinaisons absolues observées. Toutes ces difficultés sont complètement surmontées dans les six nouveaux équatoriaux, qui présentent, relativement au premier, de notables perfectionnements.

» Nous avons traité le problème à résoudre à un double point de vue. Nous donnons d'abord les méthodes qui reposent sur les lectures absolues. Nous faisons connaître en second lieu un ensemble de procédés différentiels susceptibles de se contrôler mutuellement et de fournir, dans un court espace de temps, la valeur de chaque inconnue, indépendamment de toutes les autres. C'est ainsi, comme on le verra plus tard, qu'on peut, par quatre procédés directs et tout à fait différents, déterminer la situation de l'axe horaire de l'instrument par rapport à la ligne des pôles. Certains de ces nouveaux procédés permettent, après une demi-heure d'observation facile, donnant lieu à un calcul des plus simples, d'obtenir des valeurs suffisamment exactes de chaque élément cherché.

» II. Énumérons d'abord les conditions que doit remplir un équatorial coudé pour donner exactement les coordonnées absolues des étoiles. Nous supposerons l'observateur placé dans l'hémisphère Nord. On verra aisément dans chaque cas comment les définitions devraient être modifiées pour une latitude australe. Pour abréger, nous appellerons :

» *Axe horaire*, l'axe polaire instrumental, autour duquel tournent le bras et le miroir intérieur. Comme direction positive sur cet axe, nous conviendrons de prendre celle qui va du miroir intérieur à l'oculaire, ou du pivot inférieur vers le pôle Nord;

» *Pôle instrumental*, le point où l'axe horaire prolongé rencontre la sphère céleste;

» *Axe du bras*, la ligne autour de laquelle tourne le miroir extérieur, et qui tient lieu de l'axe de déclinaison des équatoriaux ordinaires. Le sens positif sur cet axe sera compté du miroir intérieur vers l'objectif;

» *Centre du champ*, le point du plan focal qui reste immobile quand on déplace la lunette en angle horaire. C'est le point d'intersection du réticule avec l'axe polaire, si toutefois on peut regarder les tourillons comme bien cylindriques, hypothèse que nous admettrons dans ce qui suit.

» Nous dirons que la lunette est dans la position *directe* quand l'ascension droite du point où le bras prolongé rencontre la sphère céleste est moindre de six heures que celle du point visé par l'instrument. Si, par exemple, le bras est horizontal et dirigé vers l'Ouest, on observera dans la position directe les points situés dans le méridien, entre le pôle Nord et l'horizon Sud.

» La lunette sera dans la position *inverse* toutes les fois que l'ascension droite du bras surpassera de six heures celle du point visé. La portion du méridien comprise entre le pôle Nord et l'horizon Sud pourra être visée dans la position inverse quand le bras sera horizontal et dirigé vers l'Est.

» Ces définitions étant posées, l'instrument doit satisfaire à six conditions distinctes. Pour définir chacune d'elles avec précision, nous supposerons que toutes les autres sont réalisées. Il serait possible d'établir les formules de réduction d'une manière générale. Mais il nous a paru inutile d'envisager le problème à ce point de vue abstrait, qui en complique beaucoup la solution. L'installation primitive est toujours assez exacte pour qu'on puisse considérer isolément les diverses conditions à remplir. Nous nous sommes placés à ce point de vue, qui convient spécialement à la pratique et permet cependant de résoudre la question avec toute la rigueur réclamée par les mesures astronomiques que l'on peut se proposer d'effectuer.

» 1° Le cercle destiné à la lecture des angles horaires, et qui mesure la rotation du bras autour de l'axe horaire, doit marquer 0° quand le point visé est au méridien.

» 2° Le cercle destiné à la lecture des déclinaisons, et qui mesure la rotation du miroir extérieur autour de l'axe du bras, doit marquer 0° quand le point visé est dans l'équateur.

» 3° L'axe horaire doit être dirigé parallèlement à l'axe du monde.

» 4° La normale au miroir intérieur doit être inclinée à 45° sur l'axe horaire et située dans le plan déterminé par l'axe horaire et une parallèle à l'axe du bras.

» 5° Le bras doit former un angle de 90° avec l'axe horaire, être compris dans le plan formé par l'axe horaire et la normale au miroir intérieur et passer par le point d'intersection de l'axe horaire et du miroir intérieur. Si toutes ces conditions sont remplies, un rayon entré dans la lunette

suivant l'axe de déclinaison se réfléchira suivant l'axe horaire et viendra faire son image au centre du champ.

» 6° La normale au miroir extérieur doit faire avec l'axe du bras un angle de 45°.

» III. Nous pouvons, en conséquence, caractériser l'état de l'instrument par un certain nombre de grandeurs, désignées ordinairement sous le nom d'*erreurs* ou *constantes instrumentales*, qui devront toutes être nulles quand la construction et l'orientation de l'instrument seront parfaites. Pour définir chacune de ces quantités, nous supposerons que toutes les autres sont nulles, conformément à ce que nous avons admis plus haut. Nous nous attacherons de plus à définir les signes de telle sorte que, dans une position initiale quelconque, par exemple le bras étant horizontal et dirigé vers l'Ouest, les corrections à faire subir à l'ascension droite observée d'une étoile boréale, située par rapport au pôle du côté du Sud, soient affectées du signe +.

» Soient donc m l'erreur en ascension droite de l'index du cercle horaire, c'est-à-dire l'angle horaire changé de signe du point visé quand le cercle d'ascension droite marque 0°; I l'erreur de l'index en déclinaison dans la position directe de la lunette, c'est-à-dire la déclinaison du point visé quand le cercle de déclinaison marque 0°.

» Désignons par P le pôle boréal de la sphère céleste, par Π le pôle instrumental, par λ la projection de l'arc PΠ sur le méridien du lieu, par n la projection du même arc sur le cercle horaire perpendiculaire au méridien, et que nous appellerons *premier cercle horaire* pour abréger le langage.

» Pour nous conformer à la règle qui vient d'être posée pour le signe des corrections, il faut, comme on le verra plus tard, adopter comme directions positives, à partir du pôle vrai, pour λ la direction allant du pôle à l'horizon Nord, pour n celle de l'Est. Appelons de même $90° - B$ l'angle de l'axe du bras avec l'axe horaire. Dans le plan focal, qui pour l'équatorial coudé est parallèle au plan de l'équateur, définissons deux axes rectangulaires passant au centre du champ : l'un Oy, parallèle à la direction positive du bras ; l'autre Ox, faisant avec le premier un angle de 90° compté dans le sens des aiguilles d'une montre ou, ce qui revient au même, dans le sens où croissent les angles horaires.

» Un rayon lumineux entré dans la lunette suivant l'axe du bras viendra se réfléchir au centre du champ, si l'axe du bras rencontre normalement l'axe horaire et si le petit miroir est bien placé. Mais si l'une des conditions relatives au bras ou au petit miroir n'est pas satisfaite,

l'image pourra se former en un point quelconque du champ. Dans ce cas, nous appellerons M_1 la distance angulaire de l'image à la droite Oy, M_2 la distance angulaire de l'image à la droite Ox. Le sens positif pour chacune de ces quantités est déterminé par le sens des axes parallèlement auxquels elles sont comptées.

» Enfin, nous appelons $90^\circ + c$ le double de l'angle formé par la normale au miroir extérieur avec le bras.

» IV. Procédons maintenant à l'évaluation de l'influence de chacune de ces erreurs instrumentales, considérée isolément, sur les coordonnées observées des étoiles. Nous désignerons respectivement par $d\mathcal{A}_1$, $d\mathcal{A}_2$, ..., $d\delta_1$, $d\delta_2$, ... les corrections en ascension droite et déclinaison des coordonnées observées, résultant de chacune des erreurs ou constantes instrumentales. Nous affecterons de l'indice supérieur d les corrections qui s'appliquent à la position directe, de l'indice i celles qui se rapportent à la position inverse de la lunette.

» Occupons-nous d'abord de ce qui concerne les erreurs d'index. Il est facile de se rendre compte de l'effet provoqué par la première constante instrumentale m. On aura, quelle que soit la position de la lunette,

$$d\mathcal{A}_1^d = m, \qquad d\mathcal{A}_1^i = m.$$

» L'effet d'une erreur d'index I sur le cercle de déclinaison est le même en valeur absolue pour toutes les étoiles. Mais il n'est pas indépendant de la position de la lunette. En effet, pour observer un même point successivement dans les deux positions, il faut faire tourner la lunette de 180° autour de l'axe horaire et le miroir extérieur de $180^\circ - 2\delta$ autour de son axe. Cette double opération faite, le sens de rotation du miroir extérieur, qui répondait primitivement aux déclinaisons croissantes, se trouve répondre aux déclinaisons décroissantes. On a donc, d'après la définition de I :

Position directe.......................... $d\delta_1^d = +\mathrm{I}$
Position inverse.......................... $d\delta_1^i = -\mathrm{I}$

» V. Nous allons maintenant établir les formules de correction relatives à la désorientation de l'axe horaire.

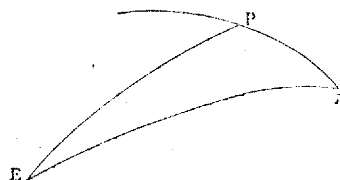
» Supposons, en premier lieu, que l'erreur n existe seule et qu'elle soit positive. Cela revient à prendre le pôle instrumental Π dans le premier cercle horaire, du côté de l'Est. Soient :

P le pôle de la sphère céleste;
E la position de l'étoile;

h, δ son angle horaire et sa déclinaison;
h_1, δ_1 les coordonnées fournies par l'instrument.

Dans le triangle sphérique PΠE (*fig.* 1), on aura PΠ $= n$, PE $= 90° - \delta$,

Fig. 1.



ΠPE $= 90° + h$, ΠE $= 90° - \delta_1$, PΠE $= 90° - h_1$; d'où, par la formule fondamentale de la Trigonométrie sphérique,

$$\sin\delta_1 = \cos n \sin\delta - \sin n \cos\delta \sin h,$$

Négligeons le carré de n, le cube de $\delta - \delta_1$ et remplaçons $\cos\frac{\delta+\delta_1}{2}$ par $\cos\delta$. Il vient $\delta = \delta_1 + n \sin h$. Le même triangle donne, par la proportion des sinus,

$$\frac{\cos h_1}{\cos\delta} = \frac{\cos h}{\cos\delta_1} = \frac{\cos h_1 + \cos h}{\cos\delta_1 + \cos\delta} = \frac{\cos h_1 - \cos h}{\cos\delta - \cos\delta_1}$$

ou, en remplaçant $\frac{h+h_1}{2}$ par h, $\frac{\delta+\delta_1}{2}$ par δ,

$$\operatorname{tang}\delta \operatorname{tang}\frac{\delta_1 - \delta}{2} = \operatorname{tang} h \operatorname{tang}\frac{h - h_1}{2}$$

ou bien encore, négligeant le cube des différences $\delta_1 - \delta$, $h - h_1$: $h - h_1 = \frac{\operatorname{tang}\delta}{\operatorname{tang} h}(\delta_1 - \delta)$ et, d'après ce qui précède

$$h - h_1 = -n \cos h \operatorname{tang}\delta.$$

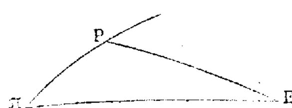
» On en déduit aisément, les corrections étant indépendantes de la position de la lunette,

$$d\mathcal{A}_2^d = d\mathcal{A}_2^i = +n \cos h \operatorname{tang}\delta, \qquad d\delta_2^d = d\delta_2^i = +n \sin h.$$

» Occupons-nous maintenant de l'erreur λ, supposée positive et considérée isolément, ce qui revient à prendre le pôle instrumental Π dans le

méridien, du côté du Nord, par rapport au pôle vrai. On aura (*fig.* 2), dans le triangle PΠE, $P\Pi = \lambda$, $PE = 90^\circ - \delta$, $\Pi PE = 180^\circ - h$, et, en ap-

Fig. 2.



pelant h_1, δ_1 les coordonnées fournies par l'instrument, $\Pi E = 90^\circ - \delta_1$, $P\Pi E = h_1$; on en déduit

$$\sin\delta_1 = \cos\lambda\sin\delta - \sin\lambda\cos\delta\cos h,$$

d'où, avec la même approximation que précédemment,

$$\delta = \delta_1 + \lambda\cos h.$$

De même,

$$\frac{\cos\delta}{\sin h_1} = \frac{\cos\delta_1}{\sin h} = \frac{\cos\delta + \cos\delta_1}{\sin h_1 + \sin h} = \frac{\cos\delta - \cos\delta_1}{\sin h_1 - \sin h},$$

d'où $h_1 - h = \tang\delta \tang h(\delta_1 - \delta)$ et, d'après ce qui vient d'être vu,

$$h_1 - h = -\lambda\sin h\,\text{tang}\,\delta.$$

» Il en résulte, pour les coordonnées observées de l'étoile, les corrections suivantes, applicables aux deux positions de la lunette :

$$d\mathcal{A}_3^d = d\mathcal{A}_3^i = -\lambda\sin h\,\text{tang}\,\delta, \qquad d\delta_3^d = d\delta_3^i = +\lambda\cos h.$$

» Il est bien évident que, pour des étoiles très voisines du pôle, les procédés d'approximation que nous venons d'employer cessent d'être légitimes, et que les corrections dépendant de n et de λ peuvent acquérir des valeurs très différentes de celles qui sont données par nos formules.

» Nous fournirons ultérieurement les termes correctifs relatifs à la désorientation du miroir intérieur. »

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur le phosphore et l'acide phosphorique dans la végétation ;* par MM. **Berthelot** et **G. André**.

« En poursuivant nos études sur le rôle et la répartition des éléments dans les végétaux, nous avons été conduits à étudier de plus près diverses questions relatives au phosphore et à la potasse contenus au sein des plantes

développées dans des sols différents, les uns exposés à l'air libre, les autres abrités simplement contre la pluie, d'autres imprégnés avec des solutions de sels de potasse, tels que l'acétate, le sulfate, le chlorure, l'azotate. Parmi les résultats observés, nous allons en signaler quelques-uns, relatifs au phosphore en particulier. Les analyses résumées ici seront rapportées au phosphore évalué comme acide phosphorique, pour nous conformer aux usages reçus; mais, en réalité, il s'agit de composés complexes, dérivés principalement de cet acide et susceptibles de le régénérer, soit par la réaction de l'oxygène combinée avec celle des alcalis, soit même par une action très prolongée de l'acide azotique bouillant : nous nous en référerons à cet égard à nos publications antérieures (voir ce Recueil, t. CV, p. 1220).

» Voici les résultats généraux de l'étude exécutée sur l'Amarante queue-de-renard, *Amarantus caudatus*, et sur l'Amarante pyramidal. La plante commence par emprunter du phosphore au sol, et cet élément croît en proportion absolue, jusque vers l'époque de la floraison. A ce moment, la fixation du phosphore s'est arrêtée, bien que la plante ait continué à croître en poids absolu et bien que sa richesse en potasse et autres composés minéraux ait augmenté continuellement, en même temps que celle des composés organiques. Si la floraison se termine nettement, le phosphore demeure ainsi stationnaire. Il est clair que sa proportion relative doit ensuite décroître. Le poids absolu de la plante augmentant sans cesse, il en résulte aussi que le rapport entre le phosphore et la potasse tend à diminuer avec le cours de la végétation. Les analyses accusent une tendance à l'accumulation du phosphore dans les inflorescences.

» Disons enfin que nous donnons ces résultats surtout comme observés sur l'espèce ci-dessus et sur des échantillons comparables entre eux, développés dans un même pot, parallèlement, et dans des conditions où la floraison a commencé et s'est accomplie nettement; mais il ne faudrait pas comparer des pieds demeurés chétifs jusqu'à la fin à des pieds vigoureux développés plus vite, ou à des pieds où la floraison se serait produite peu à peu et poursuivie pendant tout le cours de la végétation.

» Exposons maintenant les résultats numériques des expériences :

» I. Pot n° 7. *Amarante queue-de-renard.* — Le pot contient $45^{kg},5$ de terre (supposée sèche); au début, $7^{kg},81$ d'eau; à la fin, $3^{kg},27$ d'eau. Il était déposé dans une prairie et abrité contre la pluie sous un châssis disposé à 1^{m} plus haut, lequel laissait l'air circuler librement. Il a reçu 7^{lit} à 8^{lit} d'eau d'arrosage, pendant la durée de l'expérience. Cette terre ren-

fermait, au début, 66gr,8 d'acide phosphorique, PO^5, c'est-à-dire 29gr,2 de phosphore, et 405gr,9 de potasse (KO = 47,1); 76gr,023 d'azote organique, et 0gr,087 d'azote nitrique.

» 1. Le 31 mai 1887, on a repiqué dans ce pot 15 pieds d'Amarante queue-de-renard, pesant : à l'état humide 25gr,4; à l'état sec, 2gr,6924; ce qui fait pour chaque pied humide, 1gr,693; sec, 0gr,1795. Chaque pied moyen contenait 0gr,0073 d'acide phosphorique, ou 0gr,0032 de phosphore, soit 1,74 pour 100 de phosphore; et 0gr,0057 de potasse, soit 3,2 pour 100. La dose d'azote était voisine de 2,3 pour 100.

» 2. Le 5 juillet, la floraison n'a pas encore eu lieu et les plantes, comme il arrive d'ordinaire au début pour les Amarantes repiquées, ne sont pas très développées. Cependant, d'après l'analyse faite sur 5 pieds, le poids moyen d'un pied s'élève à 12gr,6, à l'état humide; 3gr,605, à l'état sec; c'est-à-dire qu'il est devenu 20 fois aussi considérable. En même temps, l'acide phosphorique s'est élevé à 0gr,0615, soit 0gr,0265 de phosphore par pied; c'est-à-dire 0,73 pour 100 de phosphore. La dose de l'azote était voisine de 2 pour 100 et la potasse pesait 0gr,0712 (2 pour 100). Le phosphore et la potasse empruntés au sol se sont donc accrus moitié moins vite que la masse des tissus hydrocarbonés de la plante, dont les matériaux ont été puisés surtout dans l'atmosphère.

» 3. Le 2 août, les pieds sont en fleurs, sans que leur poids se soit beaucoup accru. En effet, d'après l'analyse faite sur 5 pieds, le poids moyen d'un pied est de 14gr,68, à l'état humide, 4gr,14 à l'état sec. L'acide phosphorique total s'élève à 0gr,0652, c'est-à-dire le phosphore à 0gr,0281, soit 0,67 pour 100; la potasse totale à 0gr,166, soit 4 pour 100. On voit que, sous l'influence de la floraison, il y a eu un appel de la potasse du sol, qui en a plus que doublé la proportion dans la plante; tandis que l'acide phosphorique est demeuré le même. La répartition du phosphore entre les diverses parties de la plante a été également déterminée; mais il serait trop long de la transcrire ici : ce sujet a d'ailleurs été traité déjà par Is. Pierre, Corenwinder, Garreau, etc., dont les observations s'accordent en partie avec les nôtres, sauf certaines divergences tenant à la nature des espèces.

» 4. Le 20 septembre la végétation se termine et les pieds restants, ayant perdu leur vitalité, commencent à se dessécher. D'après l'analyse, un pied moyen pèse alors, à l'état humide, 22gr,58; à l'état sec, 8gr,36 : ce dernier poids avait donc seulement doublé depuis la floraison. L'acide phosphorique total s'élevait à 0gr,0645, c'est-à-dire le phosphore à 0gr,0262 par pied, soit 0,33 pour 100 de phosphore, et la potasse à 0gr,0251 (3 pour

100). La potasse avait donc continué à s'accroître, un peu moins vite cependant que les tissus ligneux et la masse du végétal; mais le phosphore est demeuré presque le même en poids absolu et l'azote (environ 1 pour 100) a également peu varié. Ainsi, dans cette expérience, le phosphore emprunté au sol l'a été presque entièrement pendant la période qui a précédé la floraison, la proportion de cet élément demeurant à peu près constante pendant le reste de la vie du végétal annuel. Peut-être sa variation eût-elle été plus considérable dans une végétation très active, où la formation des parties vertes se fût poursuivie avec plus d'intensité; mais la signification des observations actuelles n'en est pas moins très caractérisée. On va la retrouver d'ailleurs dans deux autres séries d'observations. Mais résumons d'abord dans un Tableau les chiffres précédents, pour 1 pied moyen :

Époques.	Poids de la plante		Phosphore. — Poids		Potasse KO. — Poids		Azote. — Poids	
	humide.	sèche.	absolu.	relatif.	absolu.	relatif.	absolu.	relatif.
1. 31 mai	gr 1,693	gr 0,1795	gr 0,0032	1,7	gr 0,0057	3,2	gr 0,0041	2,3
2. 5 juillet	12,6	3,605	0,0265	0,73	0,071	2,0	»	»
3. 2 août (floraison)	14,68	4,14	0,0281	0,67	0,166	4,0	0,091	2,2
4. 30 septembre	22,58	8,36	0,0262	0,33	0,251	3,0	0,103	1,2

» II. Pot n° 8; abrité. — Terre (sèche) $45^{kg},5$; eau, au début, $7^{kg},81$; à la fin, $7^{kg},68$. La terre avait été épuisée d'azotates au début par des lessivages. On lui a fourni 7^{lit} à 8^{lit} d'eau d'arrosage. Le phosphore, l'azote, la potasse, au début, sont les mêmes que dans le pot n° 7, tant pour la terre que pour la plante. Donnons les résultats des analyses, rapportées à 1 pied moyen, aux mêmes époques :

Époques.	Poids de la plante		Phosphore. — Poids		Potasse (KO). — Poids		Azote. — Poids	
	humide.	sèche.	absolu.	relatif.	absolu.	relatif.	absolu.	relatif.
1. 31 mai	gr 1,693	gr 0,1795	gr 0,0032	1,74	gr 0,0057	3,2	gr 0,0041	2,3
2. 5 juillet, avant floraison	11,40	2,469	0,0438	1,77	0,0681	2,75	0,0495	2,0
3. 2 août (flor.)	19,68	5,000	0,0447	0,88	0,1832	3,66	0,110	2,2
4. 20 septembre	29,36	7,90	0,0482	0,61	0,2180	2,76	»	1,0 env.

» La marche de l'azote est à peu près la même que celle du phosphore; l'azote variant de 2,3 centièmes à 1,0 centième environ pendant le cours de la végétation. On voit en outre que, dans cette plante annuelle, le poids

absolu du phosphore ne le cède guère que d'un tiers au poids absolu de l'azote : ces deux principes sont donc corrélatifs, en raison sans doute du rôle qu'ils jouent dans la formation des parties nouvelles (frondaison et floraison.) Boussingault et Corenwinder ont déjà signalé cette corrélation.

» Sans regarder le phosphore comme constant, pas plus que ne l'est l'azote dans nos expériences déjà publiées, on voit cependant que le phosphore a crû au début, en même temps que la plante, jusqu'à l'époque de sa floraison; puis il est demeuré presque stationnaire, pendant les périodes ultérieures de la végétation.

» L'expérience suivante est encore plus frappante, attendu qu'elle a été exécutée en présence d'un sel de potasse, l'acétate, ajouté en proportion considérable à la terre; ce qui a eu en même temps pour effet d'altérer la composition de celle-ci, qui s'est chargée de matières brunes et humiques, en raison de l'influence alcaline exercée par les produits de transformation de l'acétate de potasse. Aussi le développement de la plante a-t-il été pénible aux débuts, la plupart des pieds repiqués ayant péri et la floraison ayant été retardée; mais le développement final des pieds qui ont résisté a été plus considérable que dans les pots n° 7 et n° 8, contenant le sol normal.

» Voici les faits.

» III. Pot n° 10. — Abrité. Mêmes poids de la même terre et d'eau au début que dans le précédent. On a ajouté à cette terre 372^{gr},7 d'acétate de potasse (sec). On y a repiqué, le 31 mai, 15 pieds d'Amarante pyramidal, parmi lesquels 3 seulement se sont développés. Donnons les analyses, rapportées à 1 pied :

	Poids de la plante		Phosphore. — Poids		Potasse (KO). — Poids.	
Époques.	humide.	sèche.	absolu.	relatif.	absolu.	relatif.
1. 31 mai..........	gr 2,43	gr 0,271	gr 0,0053	2,0	gr 0,0181	6,74
2. 15 juillet.........	24,8	3,8	0,015	0,40	0,232	6,10
3. 22 août (avant floraison).........	129,0	18,95	0,133	0,70	1,419	7,49
4. 20 sept. (floraison).	186,1	40,4	0,138	0,34	2,516	6,22

» Tandis que la plante se chargeait de potasse, dans une proportion plus que double de celle du végétal développé dans un sol ordinaire, elle ne prenait pas plus de phosphore que dans ledit sol ordinaire; la proportion relative de cet élément étant à peu près la même que dans le pot n° 7, aux

périodes correspondantes de la végétation : il est également demeuré presque stationnaire après la floraison.

» Nous nous proposons de rechercher dans la saison prochaine jusqu'à quel point ces résultats peuvent être généralisés et étendus à d'autres espèces.

» Mais nous croyons utile de faire ressortir dès à présent cette conclusion : que l'addition au sol des engrais phosphorés et même, dans une certaine mesure, celle des engrais azotés, à partir de la floraison normale, semble inutile, ou tout au moins peu fructueuse; tandis que l'addition des engrais potassiques peut continuer à rendre des services jusque vers la fin de la végétation; attendu que la potasse continue à être absorbée et à intervenir, tant que la formation des principes ligneux se poursuit, c'est-à-dire même pendant la période de fructification. Ajoutons encore que les engrais phosphorés n'agissent sur la végétation de l'année que par leur portion immédiatement soluble et assimilable avant la floraison, l'effet de la portion lentement attaquable par les agents terrestres et atmosphériques paraissant ajourné aux récoltes des années suivantes. On reviendra sur ces diverses questions. »

ZOOLOGIE. — *La classification des Gastéropodes, basée sur les dispositions du système nerveux.* Note de M. **H. de Lacaze-Duthiers.**

« Le travail que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie est un travail synthétique. Il résume de longues et fort nombreuses études analytiques sur le système nerveux de divers Mollusques, tels que *Ancyle*, *Gadinia*, *Testacelle* comparée à la *Limace*, *Aplysie*, *Tethys* et beaucoup d'autres dont l'histoire a été publiée soit dans les *Comptes rendus*, soit ailleurs.

» Après avoir établi dans ces types divers ce qu'était le système nerveux, je veux chercher quelles données il peut fournir par ses variations pour la distinction des groupes secondaires des Gastéropodes [1].

» Les idées générales dont je fais dans ce travail une application spéciale datent de longtemps. Elles ont été enseignées dans les différentes chaires que j'ai eu l'honneur d'occuper; elles ont d'ailleurs inspiré des travaux, et plus d'une est admise aujourd'hui dans la Science.

---

(1) Il ne sera pas question ici des Chitons, Hétéropodes et Solénoconques.

» Jamais je n'ai manqué de rappeler, comme je veux le faire encore en ce moment, que la loi des connexions a été le guide le plus sûr de mes recherches et que les déterminations les plus rigoureuses ont été la conséquence de son application. Plus d'une fois aussi, j'ai rappelé qu'à mes yeux, chez les Mollusques, et plus particulièrement chez les Mollusques gastéropodes, il n'existait que quatre centres nerveux autour desquels il fallait grouper tous les autres ganglions secondaires, qui sont le plus souvent des ganglions de renforcement et non des centres spéciaux.

» Trois de ces centres sont toujours formés de deux ganglions symétriques et semblables; ils offrent peu d'intérêt au point de vue qui nous occupe : ce sont les centres cérébraux, pédieux et stomato-gastriques.

» Un quatrième présente un caractère constant qui le différencie des précédents : toujours il est formé de plus de deux ganglions ; le plus souvent, d'un nombre impair, ce qui le rend *asymétrique*. Si le nombre est pair, exceptionnellement, la différence de volume de l'un des ganglions permet encore de reconnaître la non-symétrie.

» Ce quatrième centre, quand il s'agit des Mollusques en général, je le nomme *centre inférieur*, parce qu'il est, en effet, au-dessous de tous les autres. Mais comme, dans les Gastéropodes, son asymétrie est caractéristique, je le nomme ici *asymétrique,* ne pouvant accepter le nom de *viscéral* qui n'est applicable qu'à un ou deux de ses éléments. Autre fait important : ses ganglions, souvent au nombre de cinq, tantôt plus, tantôt moins, sont unis par une commissure ou très courte ou très longue. Dans le premier cas, tous les ganglions se touchent; dans le second, ils sont espacés et comme dissociés. J'ai reconnu que les différences nombreuses et très particulières qui se rapportent aux différentes sortes de rapprochement de ces amas ganglionnaires correspondent à des types secondaires bien distincts du groupe des Gastéropodes.

» Il m'a paru dès lors logique et rationnel d'admettre que les variations présentées par l'organe caractéristique du groupe tout entier pouvaient servir à déterminer ses subdivisions principales. Il n'est pas douteux, en effet, que, toutes les fois qu'une partie de l'organisme fournit un caractère de premier ordre, si elle varie non dans le fond, mais dans ses formes, elle peut fournir par ses variations mêmes des caractères propres à faire distinguer les divisions. Ces considérations m'ayant conduit à choisir pour critérium, dans cet essai de classification des Gastéropodes, les dispositions variées du centre asymétrique, les noms spéciaux qui vont être

indiqués plus loin se rapporteront exclusivement à la situation de cette partie du système nerveux.

» Rien n'a plus varié que les divisions établies dans la classe des Gastéropodes. Cela a tenu au choix du critérium dont on s'est servi pour former les groupes. En appréciant avec justesse ou en exagérant l'importance de tel ou tel organe, on est arrivé à des divisions tantôt naturelles, tantôt artificielles, suivant que l'on a interprété la valeur hiérarchique des caractères et surtout que l'opportunité de leur emploi a été bien ou mal comprise.

» Il n'est pas possible, dans une Note aussi courte, d'apprécier les différents essais de classification qui sont dans la Science. Il faut rappeler cependant que Cuvier plaçait en première ligne et en tête de la liste hiérarchique des caractères ceux que fournissent les organes de la relation. Il a ainsi créé les classes des Céphalopodes, Ptéropodes et Gastéropodes, qui sont restés; mais, en prenant la forme des organes de la respiration qu'il plaçait au second rang pour arriver aux ordres, il a créé des subdivisions artificielles abandonnées pour la plupart aujourd'hui.

» M. H. Milne-Edwards a tiré aussi de la branchie le critérium propre à établir les subdivisions des Gastéropodes; mais, au lieu de prendre la forme de cet organe, il s'est servi de ses relations avec le cœur. Ses Prosobranches, à branchie antérieure au cœur, et ses Opistobranches, à branchie postérieure au centre de la circulation, ont été admis par la plupart des malacologistes. Cependant ces divisions ne sont pas irréprochables. La situation de la branchie, en avant ou en arrière du cœur, est dominée par la position qu'elle occupe sur le corps. Une connexion indissoluble unit ces organes, qui ne peuvent s'éloigner l'un de l'autre; si bien que, pour trouver le cœur quand on ne sait où il est, il faut d'abord chercher la branchie. Si donc l'organe de la respiration est antérieur, le cœur sera postérieur, et réciproquement. Mais, dans la Téthys, il y a deux rangées de branchies : l'une à droite, l'autre à gauche; le cœur est entre les deux: chez l'Aplysie, la branchie est à droite, dans le Pleurobranche de même; dans les Éolidiens, les branchies proprement dites n'existent pas, le cœur est dorsal. Ces animaux sont-ils Opistobranches? Dans un autre groupe fort naturel, les Pulmonés, le poumon est en haut, le cœur est en bas; cependant, dans la Testacelle, par suite de certaines déformations, le poumon est descendu dans l'extrémité inférieure du corps; le cœur, alors, a dû remonter au-dessus du poumon, ce qui fait que, dans un même groupe

des plus naturels, on trouve les deux organes dans des conditions absolument opposées; et, si l'on voulait s'en tenir aux rapports servant de base à cette classification, il faudrait placer dans des divisions éloignées les Limaces et la Testacelle; or celle-ci est un Pulmoné des mieux caractérisés. Pour ces raisons, nous prendrons le critérium ailleurs que dans les organes respiratoires.

» M. Von Jhering a eu recours au système nerveux; mais, principalement préoccupé de trouver les origines ancestrales des groupes qu'il formait, il a été conduit à diviser les Gastéropodes en groupes inadmissibles, quelques-unes de ses assertions n'étant pas fondées.

» Une idée seule semble devoir survivre dans cette classification : c'est celle qu'exprime le terme *Chiastoneura*, se rapportant à l'entre-croisement d'une partie du système nerveux. J'avais démontré depuis longtemps la torsion de la longue chaîne formée par les ganglions dissociés du centre asymétrique. Cette idée est développée dans mon Mémoire présenté à l'Académie le 3 janvier 1870, et dans mes publications sur l'Haliotide, le Vermet, les Otocystes, auxquelles M. Spengel a emprunté des figures, car il se sert lui aussi de la torsion dans sa classification.

» L'archétype mollusque doit être conçu, on n'en peut douter, comme étant formé de deux moitiés semblables et symétriques; seulement, par exception, et cette exception est tout à fait caractéristique du type Gastéropode, la *non-symétrie* est déterminée par une sorte d'arrêt de développement d'une partie des organes dans l'une des moitiés du corps.

» D'un côté, quelques organes restent dès l'origine frappés d'inactivité blastogénétique, tandis que de l'autre, le droit le plus souvent, les parties prennent un développement relativement énorme et versent du côté gauche, où la place libre est inoccupée et où rien ne s'oppose à l'envahissement; le pied, la tête et le cou restent symétriques et formés de deux moitiés semblables. De là résulte que l'on ne trouve qu'une seule branchie, une seule oreillette, un seul rein, un seul organe de la reproduction. De là aussi une torsion due au déplacement qui est la conséquence de l'accroissement disproportionné d'un seul des côtés; lorsque cet accroissement est tel qu'il ne cause plus un grand déplacement, on retrouve la branchie, le rein et le cœur à droite, comme cela se voit dans l'Aplysie, la Bulle, la Philine, etc. Le transport des organes entraîne avec lui le renversement de la chaîne ganglionnaire asymétrique. Mais le déplacement n'est qu'apparent; car, au fond, rien n'est changé dans les connexions, et, si l'on *détord*

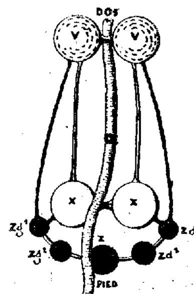
le tortillon dont la formation est la conséquence de l'inégalité du développement, on replace toutes les parties sur le côté droit. En 1870, je disais déjà : « Si l'on détord le système nerveux du Cyclostome, on arrive à celui » de l'Aplysie. » C'est exact.

» M. Von Jhering a divisé son Philum des *Arthrocochlida* en *Chiastoneura* et *Orthoneura*, mots qui indiquent un système nerveux croisé et un système nerveux droit. Or, beaucoup d'animaux placés dans les Orthoneurés sont de toute évidence Chiastoneurés et ceux manifestement Orthoneurés, les Aplysies, etc., n'appartiennent pas à ce Philum.

» Voici comment il me semble possible d'utiliser les caractères tirés des diversités de formes présentées par le centre asymétrique ([1]).

» Dans un cas, la commissure asymétrique est fort courte, tous les ganglions se touchent et forment un arc uni au cerveau par un connectif égal en longueur au connectif cérébropédieux : de là résulte la position de cette chaîne courte et ramassée en arrière, un peu au-dessous du centre pédieux et en avant du tube digestif (*fig.* 1). Le nom de GASTRONEURÉS (γαστήρ et

Fig. 1.



Type gastroneuré.

νεῦρον) rappelle que ce centre est situé du côté abdominal ou antérieur. Les Pulmonés terrestres et aquatiques, les Gadinia, les Onchidies, les Ancyles se trouvent placés dans cette division fort naturelle.

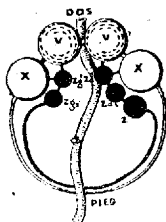
» Dans un second cas, tout à fait opposé au premier, le centre asymé-

---

([1]) Dans toutes les figures, les mêmes lettres désignent les mêmes parties : V, cerveau; X, centre pédieux; Z, ganglion impair médian du centre asymétrique; Zd^1, Zd^2, premier et second ganglions asymétriques de droite; Zg^1, Zg^2, premier et second ganglions asymétriques de gauche; Œ, œsophage.

trique se partage en deux et remonte vers le dos, la commissure s'allonge et embrasse en avant l'œsophage; le plus souvent, les ganglions pédieux s'écartent, suivent le mouvement et remontent vers le cerveau. Les connectifs unissant les trois centres sont d'une brièveté telle qu'ils semblent disparaître et que tous les ganglions paraissent avoir passé sur le côté dorsal du tube digestif (*fig.* 2). Le nom de NOTONEURÉS (νῶτος et νεῦρον) indique

Fig. 2.



Type notoneuré.

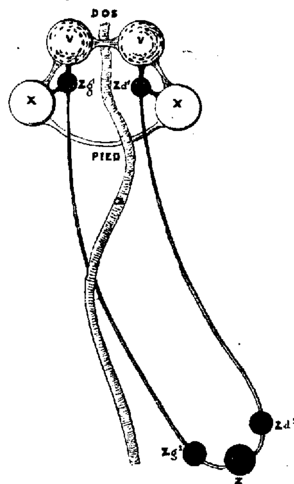
bien cette disposition, qui, chez la *Tethys* (1), est poussée jusqu'à l'extrême, et qu'on retrouve à des degrés divers chez les Tritonies, les Doris, les Ombrelles et tous les Éolidiens.

» Il y a déjà longtemps que, pour exposer plus facilement les conditions qu'il me reste à indiquer, j'ai comparé (2) le centre asymétrique pris dans son ensemble à un U, dont les deux extrémités libres seraient attachées au centre cérébroïde et occupées par les deux premiers ganglions; les trois autres (en supposant le centre formé de cinq ganglions) seraient échelonnés dans le fond de la courbe. Que l'on suppose la commissure, représentant la lettre, éminemment élastique, tous les ganglions seront ramenés sous l'œsophage (*fig.* 1) : c'est la gastroneurie qui se produira; mais, si l'on entraîne le ganglion impair, occupant le fond de l'U jusque vers la moitié de la longueur du corps et du côté droit, on aura allongé démesurément la commissure et produit la disposition que présentent l'Aplysie, la Bulle, la Philine. Je donne le nom de PLEURONEURÉS (πλευρά et νεῦρον) aux animaux présentant cette condition (*fig.* 3). La différence entre ces animaux et les Doris, les Pleurobranches, les Téthys, avec lesquels ils sont placés dans les

(1) Voir DE LACAZE-DUTHIERS, *Comptes rendus,* année 1885, t. CI, p. 135.
(2) Voir DE LACAZE-DUTHIERS, *Comptes rendus,* 3 janvier 1870.

Opistobranches, est telle, au point de vue de l'innervation, qu'il ne peut y avoir de doute quant à leur séparation. Ici, la torsion n'existe pas.

Fig. 3.



Type pleuroneuré.

» Au contraire, dans les Pectinibranches, la commissure, étant tordue, fournit un caractère important; je nomme Strepsineurés (*fig.* 4 et 5) (de στρέφω, fut. στρέψω, tordre, et νεῦρον) les animaux offrant ce caractère (¹).

» Pour s'expliquer cette disposition, que l'on prenne le fond de l'U de l'Aplysie (*fig.* 3) et qu'on le reporte de droite à gauche en passant en arrière du tube digestif. De la sorte, le bas de la tige de droite devient gauche et la partie gauche, restant en place, se trouve à droite. On n'oublie pas que, dans l'Aplysie, le fond de l'U et les ganglions qui s'y trouvent sont voisins à la fois du cœur et de la branchie qu'ils innervent; aussi, dans le mouvement de transport qui vient d'être indiqué, les organes de la respiration et de la circulation suivront les ganglions impairs et viendront se

(¹) M. Von Jhering dit *Chiastoneura* (de χιαστός, croisé); les nerfs peuvent bien être croisés, mais ils sont séparés par le tube digestif. L'idée de torsion est préférable; elle a été reprise par M. Spengel (*Zeits. für Wissensch. Zoologie.*, 1881, vol. 35, p. 333), qui appelle les animaux la présentant *Streptoneura* (de στρεπτός, qui tourne). J'aime mieux *Strepsineura*, comme étant moins dur; le radical *strepsi* a d'ailleurs été employé déjà (Insectes).

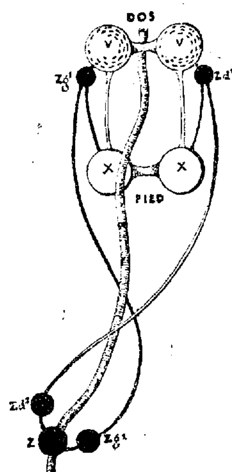
placer sur le côté gauche. C'est ce qui se trouve réalisé chez tous les Pectinibranches (*fig.* 4).

» Dans les *Strepsineurés*, deux cas bien distincts se présentent.

» Tantôt les deux premiers ganglions placés aux extrémités des branches de l'U sont tout voisins du cerveau (*fig.* 4, Zd^1, Zg^1) : c'est la disposition la plus normale, la plus fréquente, celle qui répond au grand groupe assez naturel des Pectinibranches de Cuvier, en y ajoutant le Cyclostome, etc.

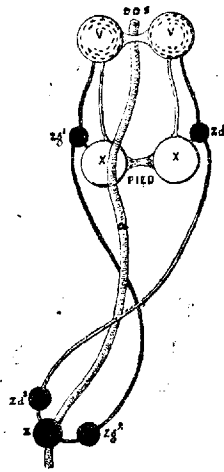
» Je nomme ces Strepsineurés Aponotoneurés (la préposition ἀπό indiquant que c'est du côté du dos que vient la commissure tordue.)

Fig. 4.



Type aponotoneuré.

Fig. 5.



Type épipodoneuré.

» Tantôt les premiers ganglions descendent jusque sur le dos du centre pédieux, et alors la commissure semble commencer au côté ventral (*fig.* 5, Zd^1, Zg^1). Je nomme ces Strepsineurés Épipodoneurés (la préposition ἐπί indiquant l'origine apparente de la commissure *sur* le centre pédieux).

» Entre ces deux divisions, toute la différence consiste dans la longueur du connectif céphalo-asymétrique et podo-asymétrique.

» Les Épipodoneurés renferment les *Trochus*, avec les Fissurelles et les Haliotides, que Von Jhering sépare et qui, par l'ensemble de leurs caractères, doivent être réunis comme par la constitution de leur système nerveux.

» En résumé, la classe des Gastéropodes peut être divisée en deux sous-classes et cinq ordres :

Gastéropodes.	1° Astrepsineurés.	I. Notoneurés.
		II. Gastroneurés.
		III. Pleuroneurés.
	2° Strepsineurés.	IV. Aponotoneurés.
		V. Épipodoneurés.

» Dans un prochain travail, je montrerai que des modifications secondaires permettent d'arriver à des subdivisions d'un ordre inférieur, et qu'en utilisant encore des différences d'une importance moindre, on peut arriver aux sous-ordres. Déjà, dans un excellent travail, M. le Dr Bouvier s'est occupé de cette question pour les Prosobranches. »

M. Chauveau fait hommage à l'Académie d'un Opuscule intitulé « Du travail physiologique et de son équivalence ». (Extrait de la *Revue scientifique*.)

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de Commissions de prix, chargées de juger les concours de l'année 1888.

Le dépouillement donne les résultats suivants :

Prix Gay (Dresser des Cartes mensuelles des courants de surface dans l'océan Atlantique. Donner un aperçu du régime des glaces en mouvement aux abords des régions polaires). — MM. Bouquet de la Grye, Pâris, Jurien de la Gravière, Grandidier, d'Abbadie réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. de Jonquières et Mouchez.

Prix Montyon (*Arts insalubres*). — MM. Debray, Peligot, Schlœsing, Fremy, Larrey réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Bouchard et Friedel.

Prix Trémont. — MM. Bertrand, d'Abbadie, Mascart, Lœwy, Wolf réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Phillips et Faye.

Prix Gegner. — MM. Bertrand, Fremy, Hermite, Janssen, Fizeau

réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Phillips et Peligot.

Prix Delalande-Guérineau. — MM. Grandidier, d'Abbadie, Jurien de la Gravière, de Quatrefages, A. Milne-Edwards réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Bouquet de la Grye et Daubrée.

Prix Jérôme Ponti. — MM. Bertrand, Phillips, Faye, Fizeau, Hermite réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Daubrée et de Quatrefages.

MÉMOIRES LUS.

M. C. **Tondini** donne lecture d'une Note « Sur l'unification du calendrier ».

(Commissaires : MM. d'Abbadie, Lœwy, Janssen.)

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. E. **Fontaneau** adresse un Mémoire intitulé : « Intégration des équations aux dérivées partielles de l'Élasticité, pour un corps homogène et isotrope ».

(Commissaires : MM. Phillips, Resal, Maurice Lévy.)

M. Al. **Lissenco** adresse un travail relatif au *postulatum* d'Euclide.

(Commissaires : MM. G. Darboux, C. Jordan.)

M. E. **Delaurier** soumet au jugement de l'Académie un Mémoire de Thérapeutique.

(Renvoi à l'examen de MM. Larrey et Bouchard.)

M. L. **Itorn** adresse, de Waterburg (Connecticut), une Communication sur le Phylloxera.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Un Discours prononcé aux obsèques du général Perrier, par le général *Borson*. (Présenté par M. le général Favé.)

2° « La phtisie pulmonaire »; par M. *H. Hérard, V. Cornil et V. Hanot.* (Présenté par M. Bouchard.)

3° Un opuscule portant pour titre : « Du rôle économique des joyaux dans la politique et la vie privée, pendant la seconde partie du XVIe siècle; par M. *Germain Bapst*. (Présenté par M. Daubrée.)

S. M. l'Empereur du Brésil, Associé étranger de l'Académie, écrit à M. le Président pour le prier de faire part à l'Académie d'un projet de Dictionnaire climatologique universel, sous la direction de M. *Cruls*, Directeur de l'observatoire de Rio de Janeiro.

Sa Majesté espère que les établissements qui recueillent les données météorologiques voudront bien fournir à M. Cruls les éléments qui lui sont nécessaires pour la rédaction de cet Ouvrage, qui paraît de nature à faire honneur à la Science brésilienne.

ASTRONOMIE. — *Application de l'oculaire nadiral à la détermination des constantes de l'horizon gyroscopique*. Note de M. **Gruey**.

« 1. La toupie adaptée au sextant par M. Fleuriais et son usage pour remplacer l'horizon naturel sont assez connus. Nous rappellerons seulement les détails nécessaires à l'intelligence de cette Note.

» La base supérieure de cette toupie porte deux lentilles T, T', plan-convexes, identiques, à une distance l'une de l'autre égale à leur distance focale commune. Les faces planes mn, $m'n'$ sont opposées, parallèles entre elles et à l'axe de rotation R de la toupie, gravées de *douze* traits perpendiculaires à cet axe, *onze* équidistants sur mn, un seul sur $m'n'$. Après un bon réglage, les plans optiques P, P' déterminés : P par le trait milieu μ de mn avec le centre optique de T'; P' par le trait unique μ' de $m'n'$ avec le

centre optique de T, sont également inclinés, sur l'axe de rotation R, d'un angle $90^\circ - c$ ou entre ceux de l'angle $2c$, nommé *collimation*.

» La toupie porte encore un chapeau évidé en face des lentilles, terminé par une longue tige s directement opposée à la petite pointe p sur laquelle elle pivote, de sorte que son axe de figure est sensiblement ps, et diffère peu de son axe de rotation R.

» Un tambour cylindrique, muni de deux *fenêtres opposées*, d'une *creusure-support* et d'un *couvercle conique en verre*, est convenablement fixé au limbe pour recevoir la toupie. Pendant la rotation, la pointe p repose sur la creusure, la tige s est libre de tout contact et les lentilles passent successivement devant les fenêtres. Au repos, la toupie est légèrement soulevée et maintenue immobile par un petit ressort, la tige s appuyée au sommet du couvercle, les lentilles toujours sensiblement à hauteur des fenêtres.

» La lunette L du sextant est dirigée sur les fenêtres du tambour.

» 2. DISTANCE ANGULAIRE DES ONZE TRAITS DE T. — Le tambour étant placé et portant la toupie au repos, fixée à son intérieur, de façon que les onze traits soient visibles dans L, on amène, dans le champ, l'image triplement réfléchie $\alpha\beta$ d'un fil réticulaire ab de L perpendiculaire au limbe du sextant (*Comptes rendus*, 11 juillet 1881). Si l'on tourne lentement le grand miroir M, on voit $\alpha\beta$ parcourir le champ et coïncider successivement, comme un véritable fil micrométrique, avec les traits 1, 2, 3, ..., 10 de T. En lisant, sur le limbe, les positions de M correspondant à ces coïncidences successives, on a les intervalles angulaires des traits.

» On aurait l'épaisseur d'un trait quelconque, par les contacts de $\alpha\beta$ avec les bords de ce trait.

» 3. DÉTERMINATION DE LA COLLIMATION $2c$. — On peut déterminer $2c$ de différentes manières. Voici les plus simples :

» *Première méthode*. — Les pointes p, s étant liées invariablement à la toupie, faisons-les reposer dans deux petits trous ou coussinets bien définis sur un support S mis à la place du tambour. En faisant tourner la toupie, doucement à la main, amenons successivement dans le champ de L les images de μ et μ'. Si ces deux images défilent entièrement sur un même point du champ, par exemple sur une croisée de fils du réticule, l'axe matériel ps ne différera pas sensiblement de l'axe de rotation R pendant une mesure de hauteur. Alors on déterminera $2c$ de la manière suivante :

» 1° On amènera μ ou μ' dans le champ et on le pointera avec $\alpha\beta$. Soit λ_1 la position du grand miroir correspondant à ce pointé.

» 2° On retournera la toupie sur ses pointes p, s, en leur faisant échanger les coussinets du support S.

» 3° On amènera de nouveau μ ou μ' dans le champ, pour le pointer encore avec $\alpha\beta$. Soit λ_2 la lecture correspondante pour M.

» La collimation $2c$ est évidemment égale à $(\lambda_1 - \lambda_2)$.

» *Deuxième méthode.* — Si ps diffère de R, on détermine $2c$ ainsi qu'il suit :

» On enlève le chapeau ordinaire de la toupie et on le remplace par un chapeau semblable, mais entièrement évidé, pour donner toute liberté au jeu de la lumière à travers T, T'. On conserve la pièce S pour supporter ps; mais, au lieu de la fixer à la place du tambour de M. Fleuriais, on la fixe de telle sorte que, ps restant parallèle au limbe et perpendiculaire à la lunette L, la toupie soit placée entre l'objectif de cette lunette et le petit miroir m.

» Ayant mis M sous une lecture correspondant à la coïncidence approchée entre $\alpha\beta$ et ab, si l'on regarde dans L, en faisant tourner lentement à la main la toupie autour de ps, il arrive un moment où l'on voit dans le champ, tout à la fois :

» L'image directe de ab et son image triplement réfléchie $\alpha\beta$;

» L'image directe de μ ou μ' et l'image triplement réfléchie de μ' ou μ, suivant que T ou T' est du côté de m.

» A ce moment, la droite joignant les centres optiques de T, T' est légèrement inclinée sur l'axe optique de L.

» Pour fixer les idées, supposons T du côté de m et, par suite, visibles dans le champ : ab, $\alpha\beta$ l'image directe de μ, l'image triplement réfléchie de μ'.

» On mesurera :

» 1° La distance angulaire γ entre μ et ab en pointant ces deux images directes avec $\alpha\beta$, par rotation de M. La différence des lectures de M pour ces deux pointés donnera γ en grandeur et en signe ;

» 2° La distance angulaire algébrique γ' entre les images triplement réfléchies de μ' et ab, en les faisant coïncider successivement avec ab lui-même, par rotation de M.

» La collimation $2c$ est égale à $(\gamma + \gamma')$.

» *Troisième méthode.* — Supposons les deux miroirs M, m *très bien rectifiés* et un fil xy de L bien parallèle au limbe. Il suffit de faire reposer la toupie, sans chapeau, par sa base inférieure, entre m et L, sur la platine

du sextant, et de la faire tourner à la main, lentement, sur elle-même, pour voir, à un certain moment, dans le champ de L, les traits μ, μ', l'un directement, l'autre par triple réflexion. La somme algébrique des distances de μ, μ' à xy est égale à $2c$. Elle se lit immédiatement sur la série des traits 1, 2, 3, ..., 10 de T, si l'on connaît les intervalles de ces traits. Elle est d'ailleurs indépendante d'une faible inclinaison de la base de la toupie sur le limbe.

» Cette dernière méthode est presque instantanée ; mais elle est moins précise que les deux précédentes, parce qu'elle ne comporte pas de mesures micrométriques avec $\alpha\beta$, dont la direction a cessé d'être parallèle pour devenir perpendiculaire aux traits des lentilles.

» *Remarque.* — Toutes ces méthodes sont applicables à bord, sans exiger que l'horizon naturel soit visible. Elles exigent seulement que l'observateur soit un peu exercé. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème général de convergence.* Note de M. **J.-L.-W.-V. Jensen**, présentée par M. Hermite.

« Des recherches que j'ai entreprises dans la vue d'une généralisation de la théorie de convergence d'une série à termes positifs ont en même temps donné une simplification imprévue de la présente théorie. Les critères de Cauchy, de Duhamel et Raabe, de Bertrand, etc., peuvent dès lors être exposés en quelques lignes comme simples corollaires d'un théorème général, comme nous le verrons immédiatement.

» THÉORÈME. — *La série à termes positifs Σu_n sera convergente, si, à partir d'une certaine valeur du nombre entier et positif n,*

$$(1) \qquad a_n \frac{u_n}{u_{n+1}} - a_{n+1} > \mu,$$

a_n étant une fonction positive de n et μ une constante positive.

» De l'inégalité (1) en découle une autre

$$u_{n+1} < \frac{1}{\mu}(a_n u_n - a_{n+1} u_{n+1}),$$

d'où il suit

$$u_{n+1} + u_{n+2} + \ldots + u_{n+m} < \frac{1}{\mu}(a_n u_n - a_{n+m} u_{n+m}) < \frac{1}{\mu} a_n u_n.$$

Le théorème est donc démontré.

» En posant $a_n = 1$, on a le critère de convergence de Cauchy

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} - 1 > \mu \qquad \text{ou} \qquad \frac{u_n}{u_{n+1}} > 1 + \mu,$$

et le reste de la série à partir du terme u_n sera plus petit que $\frac{1}{\mu} u_n$.

» Si, au contraire,

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} < 1, \qquad \text{d'où} \qquad u_n < u_{n+1},$$

u_n est croissant avec n, et la série sera divergente.

» En posant $a_n = n$, on a le critère de Duhamel

$$n\frac{u_n}{u_{n+1}} - n - 1 > \mu \qquad \text{ou} \qquad n\left(\frac{u_n}{u_{n+1}} - 1\right) > 1 + \mu,$$

et le reste sera plus petit que $\frac{1}{\mu} n u_n$.

» Si, au contraire,

$$n\left(\frac{u_n}{u_{n+1}} - 1\right) < 1, \qquad \text{d'où} \qquad n u_n < (n+1) u_{n+1},$$

$n u_n$ est croissant avec n, et la série sera divergente.

» Pour $a_n = n \log n$, $n \log n \log \log n$, ..., nous aurons les critères de M. Bertrand.

» Étant donnée une série quelconque à termes positifs Σu_n, il n'y a aucune difficulté de démontrer que l'on peut toujours trouver un a_n satisfaisant à l'inégalité (1) et que l'on peut même choisir a_n d'une telle manière que $\sum \frac{1}{a_n}$ soit divergente. Le théorème en question est donc général dans le domaine des séries à termes positifs, aussi bien que le suivant :

» Théorème. — *La série à termes positifs Σu_n sera $\begin{Bmatrix} \text{convergente} \\ \text{divergente} \end{Bmatrix}$, si, à partir d'une certaine valeur de n,*

$$a_n \frac{u_n}{u_{n+1}} - a_{n+1} \begin{Bmatrix} > \mu, \\ < 0, \end{Bmatrix}$$

a_n et μ étant positifs et la série $\sum \frac{1}{a_n}$ divergente.

» Dans le second cas, qui seul reste à démontrer, on a pour $n \geqq n'$,

$$a_n u_n > a_{n'} u_{n'} \qquad \text{ou} \qquad u_n > \frac{1}{a_n} a_{n'} u_{n'}. \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

» En général, nous pouvons prendre $a_n = \frac{\lambda_n}{b_{n+1} - b_n}$, si λ_n reste fini, tandis que b_n grandit sans cesse et indéfiniment avec n. »

ALGÈBRE. — *Sur les équations algébriques à racines toutes réelles.* Note de M. **M. d'Ocagne**, présentée par M. de Jonquières.

« Les travaux de différents géomètres, au premier rang desquels il faut citer Laguerre, ont fait ressortir l'importance des propriétés dont jouissent les équations qui ont toutes leurs racines réelles.

» Cette observation donne peut-être quelque intérêt au théorème suivant.

» Dans ce théorème, les nombres K_m^p sont ceux que nous avons étudiés en détail dans un Mémoire récent ([1]), et dont la définition tient dans les formules

$$K_m^1 = 1, \qquad K_m^m = 1,$$
$$K_m^p = pK_{m-1}^p + K_{m-1}^{p-1},$$

formules d'où nous avons déduit l'expression explicite de K_m^p.

$$K_m^p = \frac{p^m - C_p^1(p-1)^m + C_p^2(p-2)^m - \ldots + (-1)^{p-1}C_p^{p-1}}{1.2.3\ldots p}.$$

» Voici maintenant notre théorème :

Théorème. — *Si $Z = 0$ est une équation algébrique de degré μ, à racines toutes réelles, l'équation de degré $\mu + m$,*

$$(1) \qquad \varphi_{m+1} Z + \frac{\varphi'_{m+1}}{1} x Z' + \frac{\varphi''_{m+1}}{1.2} x^2 Z'' + \ldots + \frac{\varphi^{(m)}_{m+1}}{1.2\ldots m} x^m Z^{(m)} = 0,$$

où m est quelconque et où

$$\varphi_{m+1} = K_{m+1}^1 + K_{m+1}^2 x + K_{m+1}^3 x^2 + \ldots + K_{m+1}^{m+1} x^m$$

a également toutes ses racines réelles.

» La formule (28 *bis*) du Mémoire cité montre, en effet, que le premier

([1]) *American Journal of Mathematics*, Vol. IX, p. 353.

membre de l'équation (1) est le résultat de l'opération $xZ + \frac{d(xZ)}{dx}$ appliquée m fois à la fonction Z. Le théorème de Rolle suffit dès lors à établir le théorème. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Réductibilité des équations différentielles linéaires.* Note de M. E. **Fabry**, présentée par M. Poincaré.

« Soit une équation différentielle linéaire dont les coefficients sont des fractions rationnelles de x,

$$(1) \qquad P_0 \frac{d^m y}{dx^m} + P_1 \frac{d^{m-1} y}{dx^{m-1}} + \ldots + P_m y = 0.$$

» On se propose de trouver une équation d'ordre n et de même forme, dont toutes les intégrales vérifient l'équation (1), et de chercher dans quel cas le problème est possible.

» Pour une valeur singulière $x = a$, on cherche les intégrales de forme régulière, normale ou anormale de l'équation (1); ces intégrales ont la forme

$$e^{\varphi\left[(x-a)^{-\frac{1}{\nu}}\right]}(x-a)^{\nu} F\left[(x-a)^{\frac{1}{\nu}},\ \log(x-a),\ x-a\right],$$

ν étant entier, φ un polynôme, F un polynôme en $(x-a)^{\frac{1}{\nu}}$ et $\log(x-a)$, dont les coefficients sont des séries ordonnées suivant les puissances de $(x-a)$. Si $\nu = 1$, cette intégrale est normale, si $\varphi = 0$, elle est régulière. On trouve pour l'équation (1) m intégrales de cette forme, mais les séries y sont en général divergentes.

» Réciproquement, si l'on connaît ces m intégrales anormales, on peut en déduire l'équation différentielle linéaire qui les admet, sous forme de déterminant; si l'on développe les coefficients, ils prennent la forme normale, et les logarithmes disparaissent. On peut ramener le premier à la valeur P_0, et les autres coefficients développés suivant les puissances de $x - a$ deviendront identiques aux coefficients de l'équation (1), bien que l'on se soit servi de séries divergentes pour les former.

» Si l'équation (1) admet toutes les intégrales d'une équation de même forme

$$(3) \qquad q_0 \frac{d^n y}{dx^n} + q_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + q_n y = 0,$$

les intégrales régulières normales et anormales que l'on trouve pour l'équation (3) doivent aussi vérifier identiquement l'équation (1), même quand les séries sont divergentes, et sont comprises parmi les m intégrales anormales de (1).

» Pour déterminer les équations possibles de forme (3), on peut supposer $q_0 = 1$; alors

$$q_1 = \frac{A_\nu}{(x-a)^\nu} + \ldots + \frac{A_1}{x-a} + \frac{B_{\nu'}}{(x-a)^{\nu'}} + \ldots$$
$$+ c_0 + c_1 x + \ldots + c_\mu x^\mu - \frac{\lambda}{x-\alpha} - \frac{\lambda'}{x-\alpha'} + \ldots,$$

$a, b, \ldots,$ étant les valeurs singulières de x dans l'équation (1); $\alpha, \alpha', \ldots,$ des valeurs d'apparence singulière pour l'équation (3), non singulières dans l'équation (1), de sorte que $\lambda, \lambda', \ldots$ sont des nombres entiers qui ne sont pas supérieurs à $n(m-n)$.

» Pour la valeur $x = a$, on choisira n des m intégrales anormales de l'équation (1), en remarquant qu'il faut prendre en même temps celles qui se déduisent les unes des autres, et si Δ est le déterminant différentiel de ces n fonctions

$$\Delta = e^{\Sigma\varphi}(x-a)^{A_1} F(x-a),$$
$$F(x-a) = 1 + H_1(x-a) + H_2(x-a)^2 + \ldots,$$

on doit avoir

$$q_1 = -\frac{\Delta'}{\Delta} = -\Sigma\varphi' - \frac{A_1}{x-a} - \frac{F'}{F},$$
$$\frac{A_\nu}{(x-a)^\nu} + \ldots + \frac{A_2}{(x-a)^2} = -\Sigma\varphi'.$$

» En formant tous les groupes possibles des m intégrales n à n, on aura un nombre limité de valeurs possibles pour $A_\nu, \ldots, A_2, A_1$.

» Pour la valeur $x = \infty$, on formera de même les intégrales anormales par rapport à $\frac{1}{x}$ et l'on en déduira un nombre limité de valeurs pour

$$\Delta = e^{\Sigma\varphi(x)} \left(\frac{1}{x}\right)^k F\left(\frac{1}{x}\right).$$

» Dans certains cas, on est obligé de laisser dans la série F des constantes arbitraires pour avoir tous les groupes possibles. On a encore

$$q_1 = -\frac{\Delta'}{\Delta} = -\Sigma\varphi' + \frac{k}{x} - \frac{F'}{F},$$
$$c_\mu x^\mu + \ldots + c_1 x + c_0 = -\Sigma\varphi', \qquad -\Sigma\lambda + \Sigma A_1 = k.$$

» On a trouvé, pour $A_1 B_1, \ldots, K$ un nombre limité de valeurs : on cherchera si, parmi ces valeurs, il y a un système tel que $\Sigma A_1 - K$ soit un nombre entier positif. A chaque système remplissant ces conditions correspondent dans q_1 des valeurs déterminées pour les coefficients A, B, ..., C. Pour calculer les λ et α, on développera les n intégrales anormales correspondantes pour $x = \infty$, et leur déterminant; on aura l'identité

$$\sum\left[\frac{A_\nu}{(x-a)^\nu} + \ldots + \frac{A_1}{x-a}\right] - \sum\frac{\lambda}{x-\alpha} = \frac{K}{x} - \frac{F'}{F}$$

ou

$$(x-\alpha)^\lambda (x-\alpha')^{\lambda'} \ldots = x^{\Sigma\lambda}\left(1-\frac{a}{x}\right)^{A_1}\left(1-\frac{b}{x}\right)^{B_1} \ldots e^{-\Sigma \frac{A_2}{(x-1)(\nu-a)^{\nu-1}} + \ldots + \frac{A_\nu}{x-a}} \times F.$$

» On développera le second membre suivant les puissances de $\frac{1}{x}$, en calculant un nombre limité de termes. Cette expression doit se réduire à un polynôme de degré $\Sigma\lambda$; on en déduit les valeurs de $\alpha\alpha', \ldots, \lambda\lambda', \ldots$.

» On développera ensuite les coefficients $q_2, q_3, \ldots, q_n$ pour chaque valeur singulière, et comme $\alpha\alpha', \ldots$ sont connus, le développement pour $x = \infty$ permet de calculer les coefficients des fractions de la forme

$$\frac{1}{(x-\alpha)^\nu}.$$

» Après avoir formé les coefficients de l'équation (3), il sera facile de vérifier si l'équation (1) en est une conséquence.

» *Remarque.* — On peut simplifier souvent les calculs en remarquant que, pour que l'équation (1) soit réductible à l'ordre n, il faut que l'équation adjointe soit réductible à l'ordre $m - n$.

» Ainsi, pour qu'une équation du troisième ordre soit réductible, il faut que l'équation donnée ou son adjointe admette une intégrale de la forme

$$y = (x-a)^A (x-b)^B \ldots e^{\frac{p}{q}},$$

$\frac{p}{q}$ étant une fraction rationnelle. »

MAGNÉTISME. — *Sur la mesure des champs magnétiques par les corps diamagnétiques.* Note de M. **P. Joubin**, présentée par M. Mascart.

« J'avais essayé, il y a quelque temps, d'utiliser l'aimantation des corps diamagnétiques pour mesurer l'intensité d'un champ magnétique, ce qui donnerait une méthode très rapide. Mais, dès les premiers pas dans cette voie, une difficulté singulière s'était présentée, qui m'avait empêché de continuer. Croyant soit à une cause d'erreur inconnue, soit à l'influence d'un magnétisme rémanent, je n'avais pas accordé une grande importance au phénomène; mais, aujourd'hui, une correspondance échangée avec M. Duhem m'a fait voir la question sous un nouveau jour, et m'engage à publier le résultat de mes observations.

» Un petit barreau de bismuth, muni d'un léger miroir, était suspendu par un bifilaire entre les deux pôles d'un électro-aimant. Sous l'influence des forces magnétiques et du couple de torsion, il prenait une nouvelle position d'équilibre, d'où l'on comptait déduire la valeur du champ. Mais il fut immédiatement évident que, pour le but proposé, la méthode ne valait rien.

» En effet, pour un même courant, c'est-à-dire un même champ, la position du barreau dépendait de la suite des modifications magnétiques qu'on lui avait fait subir. Si l'on trace une courbe en prenant comme abscisse l'intensité du courant, et comme ordonnées les déviations, le point figuratif se déplace sur une ligne droite quand on fait croître le courant de 0 à 40 ampères; mais si, à partir de ce moment, on le diminue graduellement, le point se déplace sur une autre droite, très inclinée par rapport à la précédente; de telle sorte que, lorsqu'on revient à 15 ampères, la déviation est presque double de celle qui correspondait primitivement au même courant. En ouvrant ensuite le circuit, le bismuth reprend sa position d'équilibre naturelle.

» Le même fait s'est produit avec un simple miroir de verre rectangulaire, qui s'aimante comme le bismuth, mais plus faiblement. L'augmentation du moment magnétique pour un même courant atteignait encore, dans ce cas, le quinzième de sa valeur, changement bien considérable pour pouvoir être attribué à une variation dans la grandeur du champ.

» Dans tous les cas, pour le bismuth, le phénomène est absolument net et semble démontrer l'existence de plusieurs états d'équilibre magnétique

dans les corps diamagnétiques. Ce résultat imprévu est confirmé par la théorie, d'après les calculs de M. Duhem; il paraît également conforme aux considérations générales exposées par M. Brillouin dans de récentes Notes. Je compte d'ailleurs reprendre ces expériences, et étudier ce fait important d'une façon plus approfondie. »

MAGNÉTISME. — *Sur l'aimantation des corps diamagnétiques.* Note de M. **P. Duhem**, présentée par M. Mascart.

« J'ai communiqué à l'Académie des Sciences, le 31 octobre 1887 (¹), une Note où se trouvait le passage suivant :

» Pour les corps diamagnétiques, le signe de $\delta^2\mathfrak{F}$ est impossible à préciser sans données numériques; mais les renseignements que l'on possède sur les corps magnétiques permettent d'affirmer que, pour ces corps, $\delta^2\mathfrak{F}$ est toujours positif. Il en résulte qu'il n'y a sur ces corps qu'une seule distribution réglée par les équations précédentes, et que cette distribution correspond à un état d'équilibre stable.

» C'est aussi seulement aux corps magnétiques que s'appliquent les raisonnements par lesquels Sir W. Thomson et M. F.-E. Neumann ont démontré l'uniformité de la solution des équations de l'équilibre magnétique dans l'hypothèse d'un coefficient d'aimantation constant.

» Voici maintenant un raisonnement qui rend très vraisemblable l'existence de plusieurs états d'équilibre magnétique pour un corps diamagnétique placé dans une position donnée et soumis à l'action d'aimants donnés.

» Prenons une distribution d'équilibre sur ce corps, distribution qui correspond à un minimum du potentiel thermodynamique interne. Soit $\mathfrak{F}$ cette valeur minimum. Supposons ensuite que, le corps restant dans la même position, en présence des mêmes aimants, on donne à toutes les particules la même aimantation, sauf à la particule $dx\,dy\,dz$ que l'on supposera non aimantée. Soit $\mathfrak{M}$ l'intensité primitive de l'aimantation de cette particule. Soit $\mathfrak{F}'$ la nouvelle valeur de $\mathfrak{F}$. On arrive aisément, en conservant les notations employées dans mes Communications précédentes, au résultat suivant :

$$\mathfrak{F}' - \mathfrak{F} = \left[\frac{\mathfrak{M}^2}{F(\mathfrak{M})} - \mathfrak{F}(\mathfrak{M})\right] dx\,dy\,dz.$$

(¹) *Comptes rendus*, t. CV, n° 18, p. 800.

Mais on a

$$\mathfrak{F}(\mathfrak{M}) = \int_0^{\mathfrak{M}} \frac{\mathfrak{M}}{F(\mathfrak{M})} d\mathfrak{M}.$$

» Si donc $F(\mathfrak{M})$ a un signe constant lorsque $\mathfrak{M}$ varie de o à $\mathfrak{M}$, on pourra écrire

$$\mathfrak{F}' - \mathfrak{F} = \mathfrak{M}^2 \left[\frac{1}{F(\mathfrak{M})} - \frac{1}{2F(\mu)}\right] dx\, dy\, dz.$$

$F(\mathfrak{M})$ n'est autre chose que la fonction magnétisante, μ étant compris entre o et $\mathfrak{M}$.

» Considérons maintenant seulement des corps diamagnétiques, pour lesquels la fonction F est constamment négative, et supposons que cette fonction soit ou bien indépendante de $\mathfrak{M}$, ou décroissante en valeur absolue lorsque $\mathfrak{M}$ croît, ou croissante en valeur absolue avec $\mathfrak{M}$, mais assez faiblement pour qu'une de ses valeurs ne soit jamais double d'une autre.

» Ces restrictions sont certainement vérifiées pour tous les corps diamagnétiques connus dans les limites où l'on a pu les étudier jusqu'ici.

» Moyennant ces restrictions,

$$\frac{1}{F(\mathfrak{M})} - \frac{1}{2F(\mu)}$$

est certainement négatif.

» On voit d'après cela que si, pour un quelconque des corps diamagnétiques connus, on considère une distribution magnétique d'équilibre correspondant à un minimum du potentiel thermodynamique, on peut, sans changer les aimants permanents ou la position du corps, trouver une distribution pour laquelle le potentiel thermodynamique a une valeur moindre que dans l'état d'équilibre considéré.

» Dès lors, s'il existe sur les corps diamagnétiques un état d'équilibre magnétique correspondant à un minimum du potentiel thermodynamique, ou bien le potentiel thermodynamique présentera une infinité d'autres minima, ou bien il existera un nombre fini ou infini de séries illimitées et continues de distributions magnétiques telles que, le long de chacune d'elles, le potentiel thermodynamique aille sans cesse en décroissant.

» Une telle série représenterait une transformation possible du corps diamagnétique. Si donc une circonstance quelconque amenait la distribution magnétique sur le corps à se confondre avec un des termes de cette série, il pourrait se faire qu'à partir de ce moment, bien que le corps demeurât invariable de position en présence d'aimants invariables, son ai-

mantation se mît à varier indéfiniment sans jamais parvenir à un état stable.

» Une telle transformation doit être regardée comme très peu vraisemblable; il est plus probable que, pour un corps diamagnétique placé dans une position invariable entre des aimants permanents, il existe une infinité de minima du potentiel thermodynamique interne, et par conséquent une infinité d'états d'aimantation stables.

» Cette conséquence paradoxale peut être soumise au contrôle de l'expérience. Ayant eu l'occasion de communiquer à ce sujet avec M. P. Joubin, celui-ci me fit part de certains résultats qu'il avait obtenus expérimentalement sans aucune connaissance de mes recherches théoriques. Ces résultats nous ont semblé, à M. P. Joubin et à moi, conformes aux indications de la théorie exposée dans la présente Note. »

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Nouvel éolipyle, appareil de M.* **Paquelin**, présenté par M. Mascart.

« L'appareil se compose, en principe : 1° d'un récipient à liquide combustible, déprimé en haut en forme de gouttière circulaire et traversé verticalement à son centre par un tube dit central; 2° d'un ajutage placé en haut à l'intérieur du tube central et faisant communiquer l'intérieur du récipient avec le dehors; 3° d'une cheminée qui s'enfourche sur l'ajutage et ainsi fait suite au tube *central;* 4° d'un corps poreux disposé à l'intérieur du récipient, autour du tube central, et séparant le récipient en deux chambres superposées, dont la supérieure, très petite, est en rapport avec l'ajutage, dont l'inférieure est la chambre au combustible.

» Cet éolipyle fonctionne avec l'essence minérale, n'a qu'une flamme, n'est pas sujet à explosion, travaille dans toutes les positions (tête droite, inclinée ou renversée). Il donne un jet de feu de $0^m,15$ à $0^m,18$ qui fond l'argent des monnaies, le cuivre rouge, l'or.

» Il ne dépense par heure que 90^{gr} de combustible. »

SPECTROSCOPIE. — *Détermination, en longueurs d'onde, de deux raies rouges du potassium.* Note de M. **H. Deslandres**, présentée par M. Lecoq de Boisbaudran.

« Sur la demande de M. Lecoq de Boisbaudran, j'ai déterminé directement, avec un réseau, les longueurs d'onde des deux raies du potassium situées dans l'extrême rouge.

» La difficulté de cette mesure tient à la faible sensibilité de l'œil pour ces rayons extrêmes. Aussi l'emploi de l'arc électrique a-t-il été nécessaire; de plus, on a choisi un réseau sur verre de Rutherfurd, dont le spectre de premier ordre a une grande intensité. Les angles ont été mesurés avec un goniomètre de Brunner donnant les 3 secondes.

» Avec une fente un peu large, les deux raies sont suffisamment visibles : elles sont larges, mais nettement renversées, ce qui assure l'exactitude des pointés.

» Les valeurs, adoptées pour les longueurs d'onde et pour la constante du réseau, sont la moyenne de trois déterminations distinctes; ces valeurs sont :

Raie la plus forte.........	766,30	Moyenne : 767,965,
Raie la plus faible........	769,63	

la raie D_2 du sodium, qui a servi au calcul de la constante, ayant pour longueur d'onde 588,89.

» L'erreur possible de la mesure, dans les conditions les plus défavorables, doit être estimée à $0^{\lambda},10$.

» Or, M. Mascart a déterminé aussi directement avec un réseau le milieu de ces deux raies et a trouvé $\lambda = 768,00$, mais en adoptant pour la raie D_2 la valeur 588,80. Si l'on part de la valeur 588,89, cette longueur d'onde devient 768,13. La différence entre ces deux déterminations distinctes est $0^{\lambda},15$: elle ne donne lieu à aucune objection, si l'on admet que l'erreur possible dans la mesure de M. Mascart est au moins égale à $0^{\lambda},05$ [1]. »

---

[1] Ce travail a été fait au laboratoire de Physique de l'École Polytechnique.

CHIMIE. — *Sur la solubilité décroissante des sulfates.* Note de M. A. ÉTARD, présentée par M. Cahours.

« En représentant, comme je l'ai fait dans mes précédentes Communications, la solubilité des sels par des lignes exprimant la quantité de matière contenue dans 100 parties de solution, j'ai trouvé que, pour tous les sels qu'il m'a été possible d'examiner, cette ligne est droite; seul le coefficient angulaire de cette droite varie pour chaque sel. Pour aucune matière saline, parmi celles déjà nombreuses et prises au hasard que j'ai pu examiner dans un suffisant intervalle de température, la droite de solubilité ne reste constante en direction; il arrive toujours un moment où le coefficient angulaire change de valeur et même de signe, le plus souvent brusquement, d'autres fois après une perturbation plus ou moins prolongée, donnant lieu à une courbure de raccord qui pourrait dans certains cas faire considérer les deux droites qui y aboutissent comme des branches d'hyperbole. Le changement de signe de la solubilité est particulièrement bien établi pour les sulfates, et je demande la permission d'exposer encore quelques nouveaux cas de solubilité décroissante.

» *Sulfate de fer.* — Ce sel offre dans sa solubilité une particularité intéressante que j'ai observée déjà, bien qu'à un moindre degré, sur le sulfate de cuivre; sa solubilité change deux fois de direction : elle s'accroît, se maintient constante, puis décroît jusqu'à s'annuler. La suite complète des transformations est accomplie entre -2° et $+156^\circ$.

» L'accroissement de solubilité du sulfate ferreux est rapide jusqu'à 65°. On a, comme expression arbitraire des rapports moléculaires d'eau et de sel, $SO^4Fe : 59,1\,H^2O$ à -2°; $SO^4Fe : 14,0\,H^2O$ à $+65^\circ$. La solubilité est $y_{+65^\circ}^{-2^\circ} = 13,5 + 0,3784\,t$. Entre 65° et 98° la droite de solubilité reste sensiblement parallèle à l'axe des températures. S'il y a une variation, elle est trop faible pour être appréciée par l'analyse, qui pourtant, dans ces expériences, atteint la précision de $\frac{1}{500}$, et l'on peut considérer la solution comme ayant la composition fixe $SO^4Fe : 14\,H^2O$. A partir de 98°, nouveau changement, diminution rapide : $y_{156^\circ}^{98^\circ} = 37,5 - 0,6685\,t$. Pour $t = 156^\circ$, la formule exige $y = 0$. J'ai constaté en fait qu'à cette température le sulfate ferreux n'est plus soluble dans l'eau en quantité appréciable.

» *Sulfate de cadmium.* — Pour la droite de solubilité croissante, on a $y_{68^\circ}^{0^\circ} = 35,7 + 0,2160\,t$ avec les rapports moléculaires $SO^4Cd : 20,8\,H^2$ à 0°

et $SO^4Cd : 11,3H^2$ à 68°. A partir de 68°, la solubilité devient

$$y_{200°}^{68°} = 50,6 - 0,3681\,t.$$

Cette formule exige une solubilité nulle pour $t = 207°$. J'ai constaté que, à 200°, la solubilité n'était plus que de 2 pour 100; à 215°, le sulfate de cadmium est insoluble dans l'eau : il n'en reste plus que des traces dans la liqueur.

» *Sulfate de magnésium.* — La droite de solubilité croissante de ce sel est $y_{123°}^{0°} = 20,5 + 0,2276t$. Rapports moléculaires arbitraires,

$$SO^4Mg : 25,8H^2O \text{ à } 0°, \quad SO^4Mg : 7H^2O \text{ à } 123°.$$

Au point anguleux, à 123°, la solution a la composition du sel cristallisé ordinaire. La seconde droite de solubilité est $y_{190°}^{123°} = 48,5 - 0,4403\,t$; d'après cette formule, le sulfate de magnésie serait insoluble à 233°, ce que je n'ai pu vérifier, en raison du danger d'explosion à cette température. J'ai vu qu'une solution de sulfate magnésien saturée à +15° se trouble vers 178° et dépose un hydrate en croûtes porcelanées.

» *Sulfate de lithium.* — La solubilité de ce sulfate est décroissante de −20 à −10,5, et, autant qu'il est possible de construire une formule avec un parcours linéaire aussi restreint, on a $y_{-10,5}^{-20} = 18,5 + 0,8421\,t$; l'ascension est rapide. De −10,5 à 100°, $y_{-100,0}^{-10,5} = 26,5 - 0,0274t$. Il y a diminution de solubilité; celle-ci, toutefois, diminue avec une lenteur telle que, dans presque tout le parcours de la droite, elle peut se représenter par le rapport moléculaire moyen $SO^4Li^2 : 18,3H^2O$.

» *Sulfate de rubidium.* — La solubilité de ce sel n'a pas encore été publiée. Les rapports moléculaires sont $SO^4Rb^2 : 40,9H^2O$ pour la température de 0°, et $SO^4Rb^2 : 21,3H^2O$ pour celle de 49°. Dans cet intervalle, la droite est $y_{+49°}^{0°} = 0,2959t + 26,5$. A partir de 49°, on a une autre droite sensiblement parallèle à celle qui représente la solubilité du sulfate de potassium dans sa première partie; cette droite se formule

$$y_{+170°}^{+49°} = 41,0 + 0,0661\,t.$$

Je n'ai pu pousser les recherches plus loin, faute de matière.

» *Séléniate de potassium.* — La ligne de solubilité, non déterminée jusqu'à ce jour, est une droite $y_{+100°}^{-20°} = 52,0 + 0,0250t$. Les rapports de sel à eau, pour la température 0°, sont $SeO^4K^2 : 11,3H^2O$; mes observations ne vont que jusqu'à 100°.

» *Acide sélénieux anhydre*. — Cette solubilité, qui n'avait pas encore été déterminée, est rectiligne : $y_{+36}^{-3} = 45,0 + 0,7692t$.

» II. Les expériences déjà nombreuses que j'ai publiées dès l'année 1884 ont eu pour résultat d'établir que le phénomène normal de la solubilité doit se représenter par une ligne droite. Ce résultat n'a pu être atteint qu'en déterminant les solubilités dans des intervalles de température beaucoup plus étendus que cela n'avait été fait jusqu'à ce jour, afin de permettre une vue d'ensemble et d'éliminer les perturbations quelquefois importantes qui, dans de trop courts espaces, se substituent à la règle. Pour un certain nombre de sulfates, les résultats ne sont pas seulement plus étendus que ceux déjà connus, ils sont complets, car les solubilités ont été prises à partir du point de congélation de la solution et suivies jusqu'au point où, après avoir passé par un maximum, elles deviennent nulles. Le fait de l'insolubilité ou solubilité sensiblement nulle apparaît ainsi lié intimement à la température.

» Il me semble possible d'expliquer avec un certain degré de vraisemblance l'existence des lignes de solubilité ascendante et descendante, comme je l'ai proposé précédemment, en les comparant aux faits d'éthérification et de saponification, quelles que soient d'ailleurs les actions physiques concomitantes. Dans cette hypothèse, on part du point de congélation du mélange de sel et d'eau, c'est-à-dire du premier état d'équilibre possible à l'état de solution, équilibre fixé par un certain rapport moléculaire, tel que, dans le cas du manganèse, $\frac{SO^4Mn}{H^2O} = \frac{1}{19,2}$ (Note précédente).

» On conçoit que l'action de la chaleur puisse produire sur le mélange stable, en présence d'un excès de sel, une action analogue à celle de l'éthérification, qu'elle mette en liberté une certaine quantité d'eau pouvant dissoudre une nouvelle portion du sel en présence. Ce fait se renouvellera pour chaque accroissement de température et la solubilité croîtra par le fait de la déshydratation du système jusqu'à atteindre le rapport $SO^4Mn : 9H^2O$, maximum de solubilité. Dans l'exemple choisi il y a eu à partir de l'origine mise en liberté de $10^{mol},2$ d'eau ayant servi à dissoudre du sel, à accroître la solubilité. L'expérience montre qu'à partir de ce moment le phénomène devient inverse; une transformation rappelant la saponification est consécutive à ce changement.

» Pour chaque augmentation nouvelle de température du sel se dépose, et l'eau vient faire partie de l'équilibre en proportions de plus en plus

grandes. La solubilité passe par les valeurs précédentes et, finalement, l'eau ayant complètement pris la place du sel, celui-ci reste insoluble : il ne forme plus avec l'eau d'équilibre spécial. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Action du grillage sur plusieurs oxydes et sels de manganèse.* Note de M. **Alex. Gorgeu**, présentée par M. Friedel.

« Ce que l'on sait au sujet de l'action de l'air sur les oxydes et les sels de manganèse examinés dans ce travail peut être ainsi résumé :

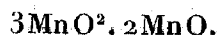
» Le protoxyde de manganèse est d'autant plus difficilement oxydable à l'air qu'il a été obtenu à une température plus élevée, et l'oxyde rouge est le seul produit de cette oxydation. Le protoxyde préparé en réduisant le bioxyde à une basse température est pyrophorique à 140° (M. Moissan). L'oxyde rouge est considéré comme un corps inaltérable à toutes les températures. M. Schneider, en 1859, a observé que le Mn^3O^4, provenant du grillage de l'oxalate au rouge sombre, se transformait en Mn^2O^3, lorsqu'on le maintenait un temps suffisant, à cette même température, dans un courant d'oxygène, et M. Moissan, en 1870, a constaté que l'oxyde rouge produit après l'incandescence de MnO pyrophorique passait à l'état de Mn^2O^3 après une calcination ménagée au contact de l'air. Le sesquioxyde de manganèse est capable de s'oxyder au rouge sombre, mais toujours incomplètement. Le carbonate manganeux, chauffé au contact de l'air, produit, à 300°, un oxyde $Mn^3O^5 = (2MnO^2, MnO)$ et du Mn^3O^4 si la température est plus élevée.

» Je ne puis donner ici que le résumé de mes recherches personnelles.

» Les protoxydes anhydres, chauffés brusquement et fortement, laissent de l'oxyde rouge ; grillés lentement de manière à éviter leur incandescence et maintenus ensuite au rouge sombre jusqu'à ce que le poids du résidu ne change plus, ils fournissent du sesquioxyde; chauffés enfin de 200 à 430°, on observe que l'oxydation des MnO obtenus à haute température est très lente et ne paraît pas aller au delà du manganite $MnO^2 4MnO$, même après quarante ou cinquante heures. L'oxydation des protoxydes préparés au rouge sombre, effectuée pendant le même temps au-dessous de 430°, donne naissance à un suroxyde toujours moins riche en oxygène que le sesquioxyde. Cette action de l'air, de 200° à 430°, n'a pu être étudiée directement sur les protoxydes obtenus au-dessous de 400°, parce qu'ils sont pyrophoriques, les uns à 140° et d'autres à la température ordinaire. Les observations faites sur l'oxydation du carbonate et de l'oxalate permettent de conclure que le

MnO, produit au-dessous de $220°$ à $250°$, peut être transformé en bioxyde.

» Les oxydes rouges, ceux même qui ont été préparés au rouge vif, sont, en général, susceptibles de s'oxyder à l'air après avoir été finement pulvérisés. L'absorption d'oxygène commence à une température d'autant plus basse et est d'autant plus rapide que la température de production de ces oxydes a été moins élevée. Elle s'opère de $170°$ au rouge-cerise sombre. Les Mn^3O^4 obtenus au rouge vif exigent quelquefois un grillage, au rouge, prolongé au delà de dix heures et ne donnant jamais un oxyde supérieur à Mn^2O^3; ceux qui ont pris naissance au rouge sombre atteignent ce terme en une à trois heures et ne le dépassent pas. Les oxydes rouges préparés de $250°$ à $300°$ sont les seuls qui, chauffés de $200°$ à $430°$, peuvent être amenés à un degré d'oxydation supérieur à Mn^2O^3 et exprimé par la formule



$$3MnO^2, 2MnO.$$

La densité des Mn^3O^4, facilement oxydables, est inférieure, en général, à $4,70$; celle des oxydes qui absorbent difficilement l'oxygène est supérieure à $4,80$.

» Cet effet du grillage sur les oxydes rouges de manganèse n'est pas de nature à causer une perturbation sensible dans les analyses où le manganèse est dosé à l'état de Mn^3O^4. Dans ce cas, il est recommandé de calciner ce suroxyde pendant quelques minutes au rouge vif; dans ces conditions, l'absorption d'oxygène pendant le refroidissement de l'oxyde rouge est absolument nulle.

» Le sesquioxyde de manganèse produit au rouge sombre ou au delà n'éprouve aucune altération, en présence de l'air, à toute température inférieure à celle qui détermine sa transformation en oxyde rouge. Le sesquioxyde hydraté naturel, Mn^2O^3HO, l'acerdèse, s'oxyde, au contraire, facilement : maintenu pendant un temps suffisamment long, de $275°$ à $295°$, il se change peu à peu en bioxyde pur et anhydre. Seul le sesquioxyde produit à basse température est donc susceptible de s'oxyder à l'air.

» L'action de l'air sur les trois oxydes MnO, Mn^3O^4, Mn^2O^3 étant ainsi déterminée, il est facile de se rendre compte de la nature variée des produits auxquels donne naissance le grillage des carbonate, oxalate, acétate, tartrate, iodure, bromure, fluorure et chlorure de manganèse. On constate que les suroxydes obtenus avec chacun de ces composés, le chlorure excepté, sont identiques à ceux que produiraient, dans les mêmes conditions de grillage, les protoxydes préparés à la température qui a déterminé la décomposition du sel soumis à l'expérience.

» Le carbonate et l'oxalate commencent à se décomposer au-dessous de 220°; chauffés brusquement, ils laissent un résidu d'oxyde rouge; portés lentement au rouge sombre et maintenus à cette température jusqu'à ce que le suroxyde produit ne change plus de poids, ils fournissent du sesquioxyde; grillés de 270° à 295°, ils se transforment lentement en bioxyde et montrent ainsi à quel degré d'oxydation peut parvenir le MnO produit à une basse température.

» L'acétate et le tartrate, calcinés brusquement ou amenés lentement au rouge sombre, donnent naissance à Mn^3O^4 ou Mn^2O^3; entre 250° et 430°, le suroxyde formé s'arrête au manganite $3MnO^2, 2MnO$. Cela vient de ce que la décomposition de ces deux sels est accompagnée d'incandescence; le Mn^3O^4, ainsi formé, produit alors le même suroxyde que l'oxyde rouge résultant de l'inflammation du MnO pyrophorique.

» L'iodure, le bromure, le fluorure et le chlorure de manganèse, fondus au sein de l'air humide, donnent naissance au manganite saturé $MnO^2, 2MnO (Mn^3O^4)$ cristallisé. Au sein de ces matières fondues, l'action décomposante de la vapeur d'eau produit, en premier lieu, un oxychlorure; le MnO^2, formé ensuite par l'air, se sature de MnO, et cette combinaison, se déposant lentement, peut affecter une forme cristalline qui est celle de la hausmannite.

» Lorsque ces quatre composés sont grillés au-dessous du rouge sombre, c'est-à-dire en évitant leur fusion, les faits observés ne sont plus les mêmes.

» L'iodure, décomposable vers 250°, produit d'abord du Mn^3O^4; il se forme ensuite du Mn^2O^3 si le grillage est terminé au rouge sombre ou le manganite $3MnO^2, 2MnO$, s'il est effectué au-dessous de 430°. Le bromure donne naissance, en premier lieu, à l'oxyde rouge et finalement au sesquioxyde. Le fluorure ne fournit que du Mn^2O^3. Enfin le chlorure, au rouge très sombre, se transforme en un oxychlorure très bien cristallisé, dont l'étude fera l'objet d'une Note spéciale. La formule qui exprime la composition de cet oxychlorure serait $2(Mn^2O^3)MnCl$.

» Dans toutes ces oxydations, conduites lentement, des composés oxygénés et salins du manganèse, on n'a vu se former, en outre des quatre oxydes connus MnO, Mn^3O^4, Mn^2O^3 et MnO^2, que deux manganites nouveaux $MnO^2 4MnO$ et $3MnO^2 2MnO$. Ces deux composés étant amorphes, il serait prématuré de les considérer déjà comme des espèces définies.

» La manière dont se comportent au grillage la hausmannite, la braunite et l'acerdèse tend à prouver que la hausmannite a pris naissance au delà

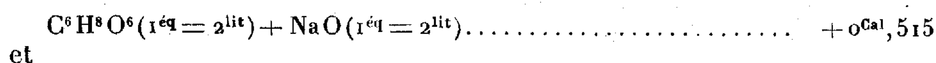
du rouge-cerise, la braunite vers le rouge sombre et l'acerdèse à une température peut-être bien inférieure à 270°. »

THERMOCHIMIE. — *Chaleur de formation du glycérinate de soude bibasique.* Note de M. DE FORCRAND, présentée par M. Berthelot.

« J'ai indiqué, dans une précédente Communication, que le produit obtenu dans la réaction de Lœbisch et Loss à 180°-190° avait une composition fort voisine de celle du glycérinate bibasique $C^6H^6Na^2O^6$. J'ai fait l'étude thermique de ce corps, que je n'ai pas pu obtenir plus pur.

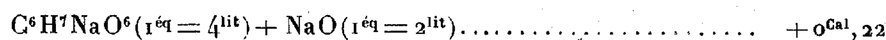
» Sa chaleur de dissolution dans l'eau à + 10° est de $+ 14^{Cal},48$, pour $1^{éq}(136^{gr})$ dissous dans 6^{lit} d'eau.

» On a, d'autre part, à la même température,



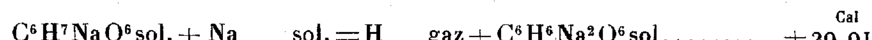
$$C^6H^8O^6(1^{éq} = 2^{lit}) + NaO(1^{éq} = 2^{lit}) \ldots \quad +0^{Cal},515$$

et

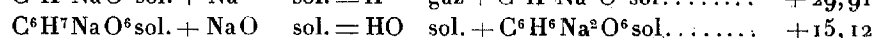


$$C^6H^7NaO^6(1^{éq} = 4^{lit}) + NaO(1^{éq} = 2^{lit}) \ldots \quad +0^{Cal},22$$

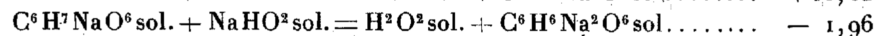
d'où l'on déduit



$$C^6H^7NaO^6\,\text{sol.} + Na\ \text{sol.} = H\ \text{gaz} + C^6H^6Na^2O^6\,\text{sol} \ldots \quad +29^{Cal},91$$



$$C^6H^7NaO^6\,\text{sol.} + NaO\ \text{sol.} = HO\ \text{sol.} + C^6H^6Na^2O^6\,\text{sol} \ldots \quad +15,12$$



$$C^6H^7NaO^6\,\text{sol.} + NaHO^2\,\text{sol.} = H^2O^2\,\text{sol.} + C^6H^6Na^2O^6\,\text{sol} \ldots \quad -1,96$$

et inversement, pour l'action de l'eau,



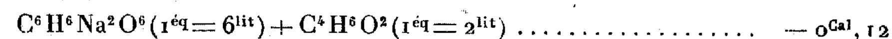
$$C^6H^6Na^2O^6\,\text{sol.} + H^2O^2\,\text{liq.} = NaHO^2\,\text{sol.} + C^6H^7NaO^6\,\text{sol} \ldots \quad +3^{Cal},39$$

ce qui explique pourquoi le glycérinate disodique est si altérable à l'air humide, surtout si l'on tient compte de la chaleur complémentaire dégagée par l'action de l'eau en excès; au contraire, le glycérinate monosodique donne

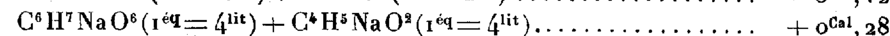


$$C^6H^7NaO^6\,\text{sol.} + H^2O^2\,\text{liq.} = NaHO^2\,\text{sol.} + C^6H^8O^6\,\text{liq} \ldots \quad -10^{Cal},59$$

C'est en effet un corps beaucoup plus stable, la chaleur dégagée par l'hydratation de la soude ne suffisant pas pour le détruire. Aussi existe-t-il à l'état de dissociation partielle dans la dissolution. Si, outre les données précédentes, on détermine la valeur thermique des deux réactions



$$C^6H^6Na^2O^6(1^{éq} = 6^{lit}) + C^4H^6O^2(1^{éq} = 2^{lit}) \ldots \quad -0^{Cal},12$$



$$C^6H^7NaO^6(1^{éq} = 4^{lit}) + C^4H^5NaO^2(1^{éq} = 4^{lit}) \ldots \quad +0^{Cal},28$$

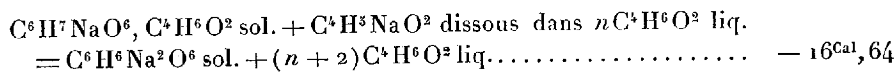
on obtient



$$C^6H^7NaO^6\,\text{sol.} + C^4H^5NaO^2\,\text{sol.} = C^6H^6Na^2O^6\,\text{sol.} + C^4H^6O^2\,\text{liq.} \ldots \quad -2^{Cal},08$$

» Cette réaction serait donc endothermique sur les corps solides. Mais elle devient possible dans les conditions complexes de la dissociation produite sous l'influence de la chaleur.

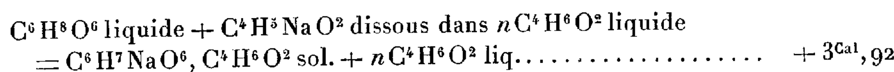
» De même, on peut calculer



$C^6H^7NaO^6, C^4H^6O^2$ sol. + $C^4H^5NaO^2$ dissous dans $nC^4H^6O^2$ liq.
= $C^6H^6Na^2O^6$ sol. + $(n+2)C^4H^6O^2$ liq. .... $-16^{Cal},64$

en ayant soin d'écrire dans le premier membre $C^6H^7NaO^6, C^4H^6O^2$ et non pas $C^6H^7NaO^6$, car la combinaison alcoolique du monoglycérinate se produit immédiatement à froid, dès que l'on met en présence $C^6H^7NaO^6$ et l'éthylate dissous dans un excès d'alcool; c'est même la seule réaction qui se produit jusqu'à 120°, comme je l'ai montré.

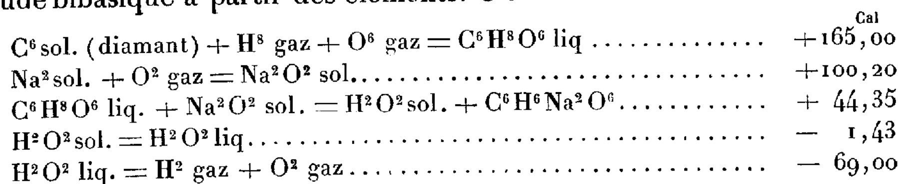
» Ce nombre $-16,64$ est considérable et négatif, ce qui explique l'impossibilité d'obtenir le dérivé bibasique à froid et la nécessité de fournir, en chauffant, une grande quantité d'énergie. Au contraire, pour le dérivé monobasique, on avait



$C^6H^8O^6$ liquide + $C^4H^5NaO^2$ dissous dans $nC^4H^6O^2$ liquide
= $C^6H^7NaO^6, C^4H^6O^2$ sol. + $nC^4H^6O^2$ liq. .... $+3^{Cal},92$

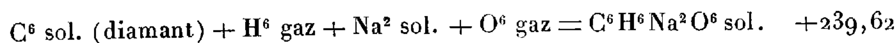
et la réaction avait lieu à froid, par simple mélange.

» On peut encore calculer la chaleur de formation du glycérinate de soude bibasique à partir des éléments. On obtient ainsi



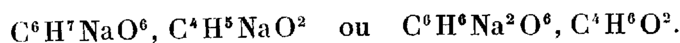
	Cal
C^6 sol. (diamant) + H^8 gaz + O^6 gaz = $C^6H^8O^6$ liq	+165,00
Na^2 sol. + O^2 gaz = Na^2O^2 sol.	+100,20
$C^6H^8O^6$ liq. + Na^2O^2 sol. = H^2O^2 sol. + $C^6H^6Na^2O^6$	+ 44,35
H^2O^2 sol. = H^2O^2 liq.	− 1,43
H^2O^2 liq. = H^2 gaz + O^2 gaz	− 69,00

d'où



C^6 sol. (diamant) + H^6 gaz + Na^2 sol. + O^6 gaz = $C^6H^6Na^2O^6$ sol. $+239,62$

» Il ne m'a pas été possible de préparer un dérivé alcoolique du glycérinate disodique, tel que $C^6H^6Na^2O^6, C^4H^6O^2$. Cependant, en chauffant soit à 100°-105°, soit à 120°, le mélange du monoglycérinate et d'éthylate pour chasser l'excès d'alcool, la matière obtenue lorsque l'hydrogène n'enlève plus d'alcool a pour formule



$$C^6H^7NaO^6, C^4H^5NaO^2 \quad \text{ou} \quad C^6H^6Na^2O^6, C^4H^6O^2.$$

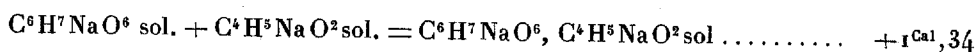
Pour démontrer que la seconde de ces formules ne convient pas à ce produit, il suffit de chauffer dans le vide à 105°, pendant plusieurs heures; le

poids ne change pas, ce qui prouve que ce n'est pas une combinaison alcoolique. On peut faire voir aussi que c'est une combinaison



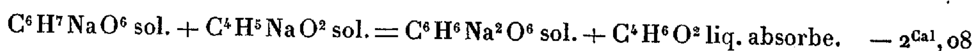
$$C^6H^7NaO^6,\ C^4H^5NaO^2$$

et non pas un mélange $C^6H^7NaO^6 + C^4H^5NaO^2$, car sa chaleur de dissolution dans l'eau est $+ 13^{Cal},52$ à $+ 10^\circ$, tandis qu'un mélange donnerait $+ 13,47 + 1,07 = + 14,54$, pour 182^{gr} dissous dans 8^{lit}. On en déduit



$$C^6H^7NaO^6 \text{ sol.} + C^4H^5NaO^2 \text{sol.} = C^6H^7NaO^6,\ C^4H^5NaO^2 \text{sol} \ldots\ldots\ldots \quad + 1^{Cal},34$$

Ce nombre est important à noter. En effet, on a établi plus haut que la réaction



$$C^6H^7NaO^6 \text{ sol.} + C^4H^5NaO^2 \text{ sol.} = C^6H^6Na^2O^6 \text{ sol.} + C^4H^6O^2 \text{ liq. absorbe.} \quad - 2^{Cal},08$$

mais, en réalité, la combinaison n'est pas aussi simple. Il se produit au début (vers 100°) le corps $C^6H^7NaO^6, C^4H^5NaO^2$, qui dégage en se formant $+ 1^{Cal},34$; puis, vers 180°, ce corps se décompose et se dissocie : $C^6H^7NaO^6,\ C^4H^5NaO^2$ sol. $= C^6H^6Na^2O^6$ sol. $+ C^4H^7O^2$, en absorbant $- 3^{Cal},50$. Les nombres qui précèdent peuvent être comparés avec ceux que j'ai publiés pour le glycérinate monosodique.

» 1° La glycérine étendue donne avec le second équivalent de soude étendue beaucoup moins de chaleur qu'avec le premier, $+ 0,22$, au lieu de $+ 0,515$. Cependant ce nombre $+ 0,22$ est encore bien supérieur à celui que fournissent les alcools monoatomiques (de $+ 0,04$ à $- 0,11$). La seconde fonction alcoolique de la glycérine est donc moins *acide* que la première en présence de l'eau, mais elle l'est encore plus que la fonction unique des alcools monoatomiques.

» 2° Les trois nombres $+ 29,91$, $+ 15,12$ et $- 1,96$, qui représentent l'action du second équivalent de Na, de NaO ou de $NaHO^2$ sur le glycérinate de soude monobasique, peuvent aussi être comparés avec les nombres $+ 43,89$, $+ 29,02$ et $+ 12,02$, qui correspondent aux mêmes réactions faites avec la glycérine. Ces derniers sont constamment supérieurs aux premiers de $+ 14^{Cal}$ environ. La différence de signe des deux dernières données ($- 1,96$ et $+ 12,02$) prouve que la chaleur de formation du premier glycérinate $C^6H^7NaO^6$ l'emporte sur celle de l'hydrate $NaHO^2$; tandis que la chaleur de formation du dérivé disodique est, au contraire, moindre : de là l'altérabilité plus grande de ce composé.

» 3° Ces trois nombres, $+ 29,91$, $+ 15,12$ et $- 1,96$ sont respectivement inférieurs à ceux qui expriment les mêmes réactions pour l'alcool

éthylique, soit $+32,13$, $+17,35$ et $+0,25$, et la différence est encore constante d'environ $2^{Cal},2$. Ce fait explique que, lorsqu'on fait agir $2^{éq}$ de sodium sur un mélange de glycérine et d'alcool, le premier seulement se fixe sur la glycérine et l'autre sur l'alcool, et qu'il est impossible de préparer par ce procédé le glycérinate bibasique, à moins de décomposer l'alcoolate avec le concours de la chaleur. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Produits d'oxydation des hydrazocamphènes. Acide térébenthique*. Note de M. C. Tanret, présentée par M. Berthelot.

« II. *Action de l'acide nitrique.* — 1. La réaction de l'acide nitrique concentré sur les hydrazocamphènes est très violente : aussi ne doit-on la commencer qu'avec de l'acide étendu de son poids d'eau. Le premier produit qui se forme est de l'azocamphène bleu, qui, s'oxydant à son tour, ne tarde pas à disparaître. Quand l'effervescence s'est modérée, on ajoute de l'acide concentré et l'on chauffe doucement, tant que le dégagement de vapeurs nitreuses est sensible; puis on distille et l'on fait cristalliser le résidu. Pour purifier les cristaux formés, on les dissout dans dix fois leur poids d'eau, on sature avec de la chaux les deux tiers de la solution et l'on y ajoute l'autre tiers. Il se forme alors, lentement à froid et rapidement si l'on chauffe, un précipité cristallin d'un sel acide de chaux qu'on décompose à chaud par l'acide chlorhydrique. En refroidissant, la liqueur dépose des cristaux qu'il ne reste plus qu'à faire recristalliser. Le rendement est d'environ 25 pour 100 d'hydrazocamphène employé.

» 2. Cet acide que, pour rappeler son origine, j'appellerai *térébenthique*, répond à la formule $C^{16}H^{12}O^{10}$.

	Calculé pour $C^{16}H^{12}O^{10}$.	Trouvé. I.	II.	III.
C	51,06	50,85	50,72	51,10
H	6,38	6,50	6,73	6,60
O	42,56	42,75	42,55	42,30
	100,00	100,00	100,00	100,00

» 3. L'acide térébenthique cristallise en petits prismes rhomboïdaux anhydres, solubles dans 8,2 parties d'eau à 14° et 23 parties d'éther. Il est très soluble dans l'alcool, mais insoluble dans le chloroforme. Il est sans action sur la lumière polarisée.

» 4. Soumis à l'action de la chaleur, l'acide térébenthique fond à 164°; puis, à une températurè plus élevée, il perd de l'eau et, se décomposant partiellement, mais d'autant moins qu'on opère sur de plus faibles quantités, distille à l'état d'anhydride soluble dans le chloroforme. Cet anhydride sirupeux régénère en présence de l'eau l'acide primitif.

» Fondu avec de la potasse, l'acide térébenthique ne se décompose qu'au-dessus de 240° avec dégagement d'hydrogène et formation d'acide acétique accompagné, selon le temps de chauffe, d'acides formique ou oxalique.

» 5. *Sels.* — L'acide térébenthique est bibasique. Ses sels alcalins et terreux neutres sont solubles et incristallisables; ils répondent à la formule $C^{16}H^{10}M^2O^{10}$.

» Le sel acide d'ammoniaque $C^{16}H^{12}O^{10}(AzH^3)$ cristallise en fines aiguilles solubles dans 8 parties d'eau. AzH^3 calculé : 8,29; trouvé : 8,12.

» Le sel acide de chaux $(C^{16}H^{10}Ca^2O^{10})^2C^{16}H^{12}O^{10}$, préparé comme il a été dit plus haut, se présente sous forme de cristaux microscopiques à peine solubles dans l'eau. Ca calculé : 12,5; trouvé : 12,75.

» En solution neutre, l'acide térébenthique précipite les sels d'argent, de cuivre, de plomb et de peroxyde de fer. Il ne précipite pas ceux de zinc, de cobalt, de nickel, de manganèse ni de mercure.

» Le sel d'argent $C^{16}H^{10}Ag^2O^{10}$ desséché à 100° est corné. Ag calculé : 53,73; trouvé : 53,67 et 53,2.

» Le sel de cuivre $C^{16}H^{10}Cu^2O^{10}$ est une poudre d'un beau bleu vert. Cu calculé : 25,45; trouvé : 25,78.

» Le sel neutre de zinc $C^{16}H^{10}Zn^2O^{10}$, obtenu par digestion de l'oxyde de zinc dans une solution d'acide, est soluble et incristallisable. Sa solution chauffée à 45° se décompose en sel acide soluble et en sel basique insoluble à chaud. Celui-ci est à son tour partiellement décomposé par l'eau froide et donne des solutions qui, lorsqu'elles sont concentrées, se coagulent vers 24° pour redevenir limpides en refroidissant.

» J'ajouterai que les hydrazocamphènes α et β donnent le même acide térébenthique.

» En même temps que l'acide térébenthique, il se forme par l'action de l'acide azotique sur ces hydrazocamphènes d'autres acides moins riches en carbone, mais incristallisables et, partant, présentant moins d'intérêt. Je ne puis ici qu'en signaler la présence.

» III. *Action de l'acide sulfurique.* — Les hydrazocamphènes ne sont

pas attaqués à froid par l'acide sulfurique monohydraté. Mais si on les chauffe avec le cinquième de leur poids d'acide, vers 220° la masse noircit, se boursoufle et dégage de l'azote et de l'acide sulfureux. Le résidu, repris par l'eau et agité avec du chloroforme, abandonne à ce dernier des dihydrocamphines $C^{40}H^{34}Az^2O^4$, c'est-à-dire les bases qu'on obtient par l'hydrogénation des hydrazocamphènes. Le rendement en dihydrocamphines est de 25 pour 100 de l'hydrazocamphène employé. L'oxydation brutale des hydrazocamphènes amène donc la dislocation de leur molécule et la formation du dérivé le plus stable.

» IV. *Action de la potasse fondante.* — Le même résultat est obtenu quand on fond les hydrazocamphènes avec la potasse. Tant que la masse ne noircit pas, ils ne sont pas attaqués; mais, à partir de ce moment, ils se transforment partiellement en dihydrocamphines, avec formation de carbonate et cyanure alcalins.

» V. *Action de l'acide chromique.* — L'acide chromique ne m'a donné, avec les hydrazocamphènes, qu'un produit résineux brun neutre, insoluble dans l'eau, mais soluble dans l'alcool, l'éther et le chloroforme. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Détermination du poids moléculaire de la raffinose, par la méthode plasmolytique.* Note de M. **Hugo de Vries**, présentée par M. Van Tieghem.

« Les lois des coefficients isotoniques, que j'ai énoncées dans les *Comptes rendus* de 1883 [1], permettent la détermination du poids moléculaire de toutes les substances dont les solutions aqueuses peuvent provoquer dans les cellules végétales le phénomène de la plasmolyse. En effet, on n'a qu'à rechercher des concentrations isotoniques, ou de force osmotique égale, du corps en question et d'un corps du même groupe, dont le poids moléculaire est connu. Car, d'après les propositions citées, ces solutions contiendront par litre environ le même nombre de molécules dissoutes.

» J'ai appliqué ce principe à la détermination du poids moléculaire de la raffinose. Cette substance, découverte en 1876 par M. Loiseau dans les mélasses, et remarquable par son pouvoir rotatoire beaucoup plus grand

---

[1] T. XCVII, p. 1083; voir aussi : *Mémoires de la Société nationale des Sciences naturelles et mathématiques de Cherbourg*, t. XXIV.

que celui du sucre de canne, a été l'objet d'une longue controverse concernant sa composition moléculaire. M. Loiseau avait trouvé pour elle la formule $C^{18}H^{32}O^{16} + 5H^2O$. Mais bientôt M. Tollens réussit à démontrer l'identité de ce sucre avec la gossypose, retirée par MM. Ritthausen et Böhm des graines de coton, et M. Scheibler prouva que ces deux substances sont identiques à la mélitose, extraite par M. Johnston de la manne d'Australie et étudiée surtout par M. Berthelot. Or la formule attribuée par M. Ritthausen à la gossypose était $C^{12}H^{22}O^{11} + 3H^2O$, et M. Berthelot avait trouvé la même composition pour la mélitose. M. Tollens se déclara pour la dernière formule, M. Scheibler pour celle de M. Loiseau, tous les deux en s'appuyant sur la détermination de l'eau de cristallisation, la composition élémentaire exprimée par les deux formules étant la même.

» La détermination de l'eau de cristallisation (13,64 pour 100 pour la formule de MM. Berthelot et Ritthausen, 15,15 pour 100 pour celle de M. Loiseau) était sujette à des difficultés particulières, parce que la raffinose se colore et se caramélise, quand on la chauffe avec toutes les précautions usitées à 120°-130° C., avant d'avoir atteint un poids constant. M. Scheibler se servit pour cette raison d'une autre méthode ; il dessécha la substance préalablement dans le vide, en présence de l'acide sulfurique, pendant quatorze jours, après quoi elle atteignit dans le bain-marie à 100° C. un poids constant. La raffinose perdit, par cette méthode, en tout précisément 15,15 pour 100 de son poids originel.

» La question paraissait donc décidée en faveur de l'opinion de M. Loiseau. Mais M. Tollens n'attribua qu'une valeur limitée à l'expérience de M. Scheibler et fit connaître de nouvelles recherches faites par lui en collaboration avec M. Rischbiet. Celles-ci les conduisirent à l'énonciation des deux faits suivants. En combinant la raffinose au sodium, ils avaient préparé une substance dont la formule ($C^{12}H^{21}NaO^{11}$) se conformait bien à celle de M. Berthelot, mais non pas à celle de M. Loiseau. Mais, en étudiant la quantité d'acide mucique qu'on obtient en traitant la raffinose par l'acide nitrique, ils trouvèrent un produit (22-23 pour 100) conforme à la dernière et non pas à la première des deux formules en question. Ces auteurs se trouvèrent donc conduits à accepter des molécules plus grandes, qui suffiraient en même temps à l'explication de ces deux faits nouveaux. Ils doublèrent dans ce but la formule de M. Loiseau et la portèrent à $C^{36}H^{64}O^{32} + 10H^2O$; ils se conformèrent donc, quant à l'eau de cristallisation, à l'opinion de MM. Loiseau et Scheibler.

» En somme, on a donc pour la raffinose (mélitose, gossypose) le choix entre les trois formules suivantes :

	Eau de cristallisation.	Poids moléculaire.	
	Pour 100.		
$C^{12}H^{22}O^{11} + 3H^2O$	13,64	396	Berthelot et Ritthausen
$C^{18}H^{32}O^{16} + 5H^2O$	15,15	594	Loiseau et Scheibler
$C^{36}H^{64}O^{32} + 10H^2O$	15,15	1188	Tollens et Rischbiet

» La décision entre ces trois opinions, incertaine en étudiant seulement les qualités chimiques de la raffinose, devient très facile quand on combine à ces études la détermination de la force osmotique des solutions diluées.

» Dans ce but, j'ai comparé la raffinose au sucre de canne, en choisissant comme indicateur le commencement de la plasmolyse dans les cellules violettes de l'épiderme de la nervure médiane des feuilles du *Tradescantia discolor,* une des espèces que j'avais employées, il y a cinq ans, pour la détermination des coefficients isotoniques. J'ai recherché de cette manière la concentration moléculaire du sucre de canne ayant la même force osmotique que le suc cellulaire de ces feuilles et la concentration isotonique de la raffinose. Pour chaque expérience, j'ai fait usage de cellules prises sur la même feuille et à peu de distance les unes des autres. La raffinose a été dissoute en cristaux et sa concentration a été calculée avec l'eau de cristallisation.

» Les quatre expériences m'ont donné les concentrations isotoniques suivantes :

Expériences.	Sucre de canne.	Raffinose.	Concentration de la raffinose isotonique à $0^{mol},1$ de sucre de canne.
	mol	Pour 100.	Pour 100.
I	0,19	10,5	5,526
II	0,17	10,5	6,176
III	0,17	10,0	5,882
IV	0,20	12,5	6,250
		En moyenne	5,957

» Une solution contenant 5,957 pour 100 de raffinose cristallisée est donc isotonique à une solution de $0^{mol},1$ de sucre de canne. Elle contient

donc elle-même environ $0^{mol},1$ de raffinose par litre. Le poids moléculaire de la raffinose doit donc être très voisin du chiffre 595,7.

» Si nous comparons ce résultat aux poids moléculaires dérivés des trois opinions citées ci-dessus (396, 594, 1188), nous voyons que la détermination de la force osmotique de la raffinose décide en faveur de l'opinion exprimée par M. Loiseau et soutenue par M. Scheibler. »

CHIMIE AGRICOLE. — *Recherches sur la fixation de l'azote par le sol et les végétaux.* Note de MM. **Arm. Gautier** et **R. Drouin**, présentée par M. Friedel.

« Les expériences que nous allons exposer ont eu pour but d'éclairer le problème, encore imparfaitement résolu, de la circulation de l'azote entre l'atmosphère, le sol et les plantes. Elles nous ont occupés deux ans.

» D'importantes observations sont venues, dans ces vingt dernières années, confirmer la remarque faite en 1838 par Boussingault, que l'azote des récoltes dépasse généralement celui des fumures. Il nous suffira de rappeler les études de M. G. Ville et celles que continuent encore à cette heure MM. Berthelot et G. André.

» Mais quel est le mécanisme de cet emmagasinement? L'azote assimilé n'a-t-il pour origine que l'ammoniaque atmosphérique, comme le croyait Boussingault? Est-il fixé par les plantes, à l'état d'azote libre, lorsqu'elles sont arrivées à un certain état de développement? L'est-il par les matières organiques du sol ou des végétaux, grâce à l'effluve, comme dans la célèbre expérience de M. Berthelot? L'est-il dans le sol lui-même et par l'entremise de certains ferments aérobies, comme le pense le même savant? Si le sol l'assimile, quelle est l'influence de sa nature chimique? Les matières organiques ou organisées et vivantes sont-elles indispensables? Le végétal suffit-il à cette assimilation? Telles sont quelques-unes des questions qui n'ont reçu, tout au moins dans leurs détails, que des solutions contradictoires.

» Pour essayer de résoudre ce problème complexe, nous l'avons d'abord dissocié, étudiant successivement le sol dénué de tout végétal, puis le même sol ensemencé.

» Il nous importait que ce sol, tout en étant apte à développer le mieux possible les végétaux assimilateurs de l'azote, nous fût chimiquement connu dans toutes ses parties. Après des tâtonnements préliminaires qui

nous ont pris une année, nous nous sommes arrêtés au mélange suivant :

Sable de Fontainebleau lavé à chaud aux acides forts, puis à l'eau, et additionné de $\frac{5}{1000}$ de silice gélatineuse	60
Carbonate de chaux précipité pur	30
Kaolin pur lavé (il contenait $0^{gr},007$ p. 100 d'oxyde ferrique).	10
Phosphate neutre de potasse	3

» Ce sol bien perméable était très favorable au développement des légumineuses et des céréales lorsqu'il recevait une proportion suffisante d'azote combiné. Il était divisé dans une série de vases vernissés, d'environ $1^{lit},5$ de capacité, percés par le bas, au fond desquels était une couche de verre concassé pour permettre l'aération. Ces vases étaient disposés sur trois cailloux de silex dans une assiette de porcelaine destinée à recueillir les eaux d'arrosage, elles-mêmes soigneusement mesurées et analysées. Le tout était placé dans une serre ouverte d'un côté, à charpente de fer, en pleine campagne de Brie. Nos vases étaient ainsi mis à l'abri des pluies, de la majeure partie des poussières de l'air, des coups de soleil intenses et des effluves électriques. Des cultures en bon terreau ordinaire, placées à côté dans des vases semblables, nous servaient de témoins.

» Nous avons examiné d'abord la marche de l'assimilation de l'azote : (A) — 1° dans le sol ci-dessus dénué de matière organique et de fer; 2° dans le sol mêlé d'oxyde de fer; 3° dans le sol mêlé de matière organique et d'oxyde de fer; (B) — dans les mêmes sols ensemencés.

» Cette addition de fer comporte quelques explications. On sait que, abandonné à lui-même à l'air humide, le fer se recouvre bientôt d'une rouille légèrement ammoniacale. Des expériences anciennes de Sarzeaud, expériences souvent contrôlées, ont, d'autre part, montré que, abandonné à l'air, le protoxyde de fer humide donne naissance à un peu d'ammoniaque; enfin M. Chevreul a fait voir que, dans certaines conditions, ce protoyyde décompose l'eau et en dégage de l'hydrogène. Ces observations nous ont amenés à penser que les oxydes de fer, partout présents dans la terre végétale, pouvaient avoir un rôle prépondérant dans la fixation de l'azote, le protoxyde formé par réduction du sesquioxyde en présence des matières organiques ou des racines pouvant donner de l'hydrogène naissant et fixer ainsi l'azote libre sous forme d'ammoniaque, pour repasser à l'état de sesquioxyde et recommencer indéfiniment cette action.

» Les matières carbonées ajoutées au sol étaient constituées par un mélange de charbon de bois calciné (dont nous voulions étudier l'influence spéciale), charbon pulvérisé et lavé aux acides à chaud, et de matière ul-

mique obtenue par ébullition du sucre de canne avec l'acide chlorhydrique.

» Dans ce sol artificiel, très fertile dès qu'il était enrichi en azote combiné, tout nous était donc parfaitement connu : les traces d'azote du kaolin, du charbon et de l'eau avaient été dosées. Notre sol ne contenait pas de ferment nitrique; jamais nous n'y avons trouvé trace de nitre.

» Nous avons employé un assez long temps à l'étude des méthodes de dosage de l'azote total, dosage fondamental dans ces recherches.

» Le procédé dit de *Kjeldahl* (destruction totale des matières organiques par l'acide sulfurique concentré et le permanganate) appliqué dans notre cas spécial ne nous a donné que des résultats peu encourageants. Cette méthode est d'un emploi long et incommode, lorsque, dans de grandes masses de terres calcaires, il faut rechercher de faibles proportions d'azote. Elle n'est exacte, même modifiée par addition d'oxyde de mercure, ni avec les corps albuminoïdes, ni avec les composés pyridiques et quinoléiques, ni avec les nitrates qu'elle fait en partie passer à l'état d'ammoniaque.

» D'autre part, nous avons dû renoncer à la méthode de Will et Varentrapp, trop infidèle dans les cas où l'azote est mélangé à plus de mille et dix mille fois son poids de terre siliceuse et calcaire. En partant d'un poids connu d'albumine, nos dosages par cette méthode ne nous ont donné que 90 pour 100 et quelquefois 80 pour 100 de l'azote introduit. Après bien des essais, nous sommes revenus au dosage de l'azote total par la méthode de Dumas modifiée, comme l'avaient déjà fait MM. Schlœsing et Müntz; mais notre dispositif est plus simple et plus rapide. Dans un tube de Bohême, de $1^{m},15$ de longueur, dont l'extrémité fermée est tordue en crosse de fusil, on introduit successivement : 1° 15^{gr} de chlorate de potasse fondu, pulvérisé avec 10^{gr} d'oxyde de cuivre; 2° quantité suffisante de carbonate de manganèse; 3° de l'oxyde de cuivre pur, puis le mélange de 30^{gr} à 50^{gr} de la terre à analyser, dont l'humidité est dosée, avec cinq fois son poids d'oxyde de cuivre neuf, très fin; 4° une colonne du même oxyde et $0^{m},15$ de cuivre réduit pulvérulent; chaque couche dûment séparée des autres par des tampons d'amiante. Après avoir soigneusement chassé l'air par le vide et l'acide carbonique du carbonate de manganèse, on fait la combustion comme dans les analyses d'azote ordinaires et on la termine dans un courant d'oxygène qu'on dégage du chlorate de potasse, tant que le cuivre placé en avant ne s'est pas oxydé. On extrait enfin les dernières portions d'azote en réchauffant le carbonate manganeux.

» Il serait trop long d'indiquer ici les avantages de ce mode de procéder, de donner les détails et de décrire les précautions à prendre pour les lectures

et la constatation de l'absence de bioxyde d'azote et d'oxygène (dont on n'a trouvé qu'une seule fois une bulle à la suite d'un accident de combustion). Nous nous bornerons à dire que les résultats sont très exacts. Voici une de nos analyses. Pris : sable siliceux et calcaire exempt d'azote, 30^{gr}; ajouté $0^{gr},1$ d'albumine contenant $0^{gr},0160$ d'azote; trouvé $0^{gr},0161$.

» Tous les dosages d'azote nitrique ont été faits par la méthode de M. Schlœsing : réduction des nitrates par le protochlorure de fer en liqueur acide et mesure du bioxyde dégagé. Les dosages de l'azote ammoniacal ont été tous pratiqués comme l'indique le même auteur.

» Nous donnerons, dans une Note prochaine, les résultats auxquels nous sommes ainsi arrivés. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Recherches expérimentales sur l'intoxication chronique par l'alcool.* Note de MM. **A. Mairet** et **Combemale**, présentée par M. Charcot.

« Dans le but d'élucider certains problèmes cliniques, relatifs à l'influence exercée par l'alcoolisme chronique sur le système nerveux, nous avons institué une série de recherches expérimentales sur le chien. Ces recherches, qui portent sur différentes espèces de boissons alcooliques, ne sont pas encore suffisamment avancées pour nous permettre de différencier l'action des divers alcools employés, mais elles le sont assez pour que nous puissions indiquer la marche générale des accidents produits par l'intoxication chronique.

» Dans la présente Note, nous limitant au *système nerveux* et au *système musculaire,* nous tracerons la marche suivie par les accidents dans l'intoxication chronique et nous relaterons les lésions macroscopiques trouvées à l'autopsie, nous réservant de revenir ultérieurement sur les lésions microscopiques.

» Disons d'abord : 1° que nous avons choisi comme sujets d'expériences des chiens jeunes, robustes, intelligents, sans tare aucune; 2° que l'alcool, calculé toujours absolu, était étendu d'environ dix fois son poids d'eau et introduit deux fois par jour dans l'estomac, à l'aide de la sonde œsophagienne; 3° que les doses, d'abord faibles, ont été progressivement augmentées et portées exceptionnellement et passagèrement jusqu'à 8^{gr} et 10^{gr} par kilogramme du poids du corps (la dose moyenne a été de 5^{gr} à 6^{gr}); 4° que, pour séparer les troubles dus à l'intoxication chronique des troubles ap-

partenant à l'ivresse qui suivait chaque prise, nous laissions de temps à autre reposer les animaux pendant plusieurs jours.

» Ces points établis, voici ce que nous avons observé :

» Du troisième au quatrième mois, les doses étant de 5gr et 6gr, se produisent des modifications du caractère : l'animal devient méchant ou, au contraire et plus souvent, est timide et craintif. Puis, bientôt après, apparaissent des accès de peur, liés intimement à des perversions de l'ouïe ou de la vue, ou de ces deux sens à la fois ; le moindre bruit impressionne l'animal, et, à certains moments, sans qu'aucun bruit extérieur existe, on le voit dresser l'oreille et prêter attention, à la manière de l'halluciné de l'ouïe; ou bien il suit du regard des objets imaginaires et fait avec sa patte le mouvement d'écarter quelque chose qui passerait devant ses yeux. Effrayé de tout, même de son ombre, il court se cacher dans un coin et n'est pas offensif. A ce momment existe une excitabilité musculaire et tendineuse très marquée, et l'on constate parfois de l'abrutissement et de la lourdeur dans le saut et même dans la marche.

» Du cinquième au septième mois, les perversions sensorielles se généralisent et atteignent l'odorat et la sensibilité générale; l'animal flaire de tous côtés et souvent son anus, comme s'il ressentait dans cette région quelque sensation anormale. L'apeurement est considérable, l'abrutissement augmente, et, comme le dément, le chien ramasse avec la patte et la gueule tout ce qu'il rencontre; aussi trouve-t-on à l'autopsie dans l'estomac des débris de cuir, de la paille, des écorces d'arbre, des chiffons, etc. La paralysie se prononce : l'animal a quelque difficulté à soulever son arrière-train pour monter un escalier, il ne peut plus sauter, fléchit sur ses pattes antérieures. Dans un cas nous avons constaté une chute de la paupière supérieure qui a duré un mois environ. Avec ces troubles paralytiques coexiste de l'ataxie des mouvements : le chien déjette brusquement ses membres en dehors; si on le fait courir après un objet il dépasse le but, et, lorsqu'il se retourne, on aperçoit nettement les mouvements ataxiques.

» Parmi les symptômes que nous venons d'indiquer, les uns, l'affaiblissement de l'intelligence et les troubles musculaires, sont persistants et s'aggravent progressivement; les autres, les perversions sensorielles et l'apeurement, ne sont pas continus et reviennent par accès d'une durée de cinq à six jours, puis disparaissent, quoiqu'on n'interrompe pas l'administration de l'alcool; toutefois, l'animal reste toujours craintif. Parmi les troubles paralytiques, il en est qui ne sont pas persistants : ce sont ceux qui indiqueraient une lésion localisée; ainsi la chute de la paupière n'a duré qu'un mois.

» Du septième au dixième mois, mêmes accès de peur et mêmes perversions sensorielles que précédemment, accentuation de la démence; les troubles ataxiques et paralytiques deviennent plus intenses et se généralisent à tous les membres; parfois même les muscles de la tête sont animés de secousses. Les pupilles, dilatées dès les premiers temps, ont toujours été égales. L'excitabilité musculaire et tendineuse est extrême. A ce moment aussi apparaissent des vertiges et des attaques épileptiformes provoquées par les prises d'alcool. Ainsi un chien se dirigeait vers un baquet d'eau, lorsque tout à coup il tourne plusieurs fois sur lui-même, oublie son besoin de boire, revient égaré sur ses pas et quelques minutes après retourne boire; un autre a des attaques épileptiformes généralisées.

» Nos chiens ont succombé pour la plupart à des accidents aigus; l'un d'eux, cependant, a succombé de la manière suivante aux progrès de l'intoxication chronique. En même temps qu'existaient des hallucinations et de l'apeurement, on constatait de l'ataxie de tous les mouvements et des tremblements fibrillaires de tous les muscles au repos ou en activité; l'animal est haletant et bientôt ne peut plus marcher. Couché sur le ventre, les quatre membres étendus et contracturés, s'il essaye de se relever, il le fait par bonds, sautant à la manière d'une grenouille, et retombe lourdement sur le sol; ces mouvements tiennent de l'ataxie et de la paralysie. Puis les secousses convulsives deviennent continues dans tous les membres. Enfin arrive une première attaque épileptiforme avec cris, convulsions toniques et cloniques, écume à la bouche; trois autres attaques suivent et emportent l'animal.

» A l'autopsie, lorsque l'intoxication est moins avancée, au septième mois par exemple, ce qui frappe particulièrement, ce sont : une violente congestion active des membres, des dilatations vasculaires anciennes avec ramollissement parfois de la substance blanche du cerveau et de la substance grise de la moelle, quelques étoiles blanchâtres sur les vaisseaux de la pie-mère, le long de la scissure interhémisphérique, avec un peu de happement de cette membrane au niveau de ces points. A une période plus avancée, au onzième mois, les dilatations vasculaires et la congestion existent comme précédemment, mais l'inflammation de la pie-mère est plus nette et plus diffuse : nous l'avons trouvée dans un cas le long du sillon de Rolando, au niveau des pariétales, des sphénoïdales, sur la scissure sylvienne; les adhérences avec la substance grise sont plus profondes que précédemment; en outre, la dure-mère est épaissie en certains points.

» En résumé, l'intoxication chronique par l'alcool donne lieu chez le chien à des poussées délirantes, caractérisées plus particulièrement par des idées de peur avec hallucinations pouvant porter sur divers sens. A ces symptômes, qui marquent généralement le début des troubles psychiques, s'ajoutent bientôt de l'affaiblissement intellectuel et des troubles musculaires d'ordre ataxique et paralytique, qui débutent par l'arrière-train, ou mieux peut-être qui ont leur maximum au début dans cette région, et qui se généralisent rapidement, comme dans la paralysie générale. A l'autopsie, on retrouve les lésions principales qui caractérisent cette dernière maladie : inflammation diffuse méningo-encéphalique et dilatations vasculaires des centres cérébraux. »

TOXICOLOGIE. — *Sur l'*Huechys sanguinea (Cicada sanguinolenta *d'Olivier*). Note de M. **A. Fumouze**, présentée par M. Friedel.

« Dans les premiers jours de l'année 1887, je recevais une caisse d'Insectes de Chine, qui m'étaient livrés comme Insectes vésicants. Après

avoir reconnu dans ces Insectes l'*Huechys sanguinea* (la *Cicada sanguinolenta* d'Olivier), je les soumis au traitement employé pour extraire la cantharidine de la Cantharide, avec l'espoir d'obtenir, soit cette substance, soit tout autre corps jouissant de la même propriété. J'échouai dans mes tentatives et, le 8 février dernier, j'en instruisis la Société entomologique, par une Note qui a paru dans le *Bulletin* de cette Société. La Communication faite à l'Académie, le 27 février suivant, par MM. Arnaud et Ch. Brongniart m'a appris qu'ils n'avaient pas été plus heureux.

» Mais, tout en poursuivant mes recherches, j'entrepris une série d'expériences, dans le but d'étudier la composition chimique de ces insectes et surtout d'obtenir, si c'était possible, la substance qui leur communique une odeur toute particulière, assez forte pour irriter les yeux, et la matière colorante jaune orange qui existe dans leurs téguments abdominaux.

» Quand, dans un alambic, on soumet ces Insectes à l'action d'un courant de vapeur d'eau, on obtient une eau distillée très odorante, d'aspect plus ou moins laiteux et laissant déposer au fond et sur les parois du récipient une matière qu'il est facile de recueillir. Cette matière, traitée par l'alcool absolu bouillant, pour en séparer les matières étrangères qui ont pu être entraînées pendant la distillation, se dissout complètement dans ce véhicule, et la solution filtrée, puis évaporée à siccité au bain-marie, donne comme résidu une substance verdâtre, possédant une odeur *sui generis*, qui se développe surtout par la chaleur. Elle est soluble dans le chloroforme, se liquéfie sous l'influence de la chaleur et brûle en laissant un résidu charbonneux. Je l'ai obtenue en si petite quantité, qu'il n'a pas été possible jusqu'ici de pousser plus loin mes investigations.

» Quant à la matière colorante, il suffit pour l'obtenir de traiter par l'eau bouillante l'insecte ou mieux l'abdomen séparé du thorax et de la tête, après l'avoir préalablement soumis dans un appareil à déplacement à l'action soit du chloroforme, soit du sulfure de carbone pour le priver des matières grasses, huileuse et cireuse qu'il contient. La solution aqueuse, rapidement filtrée, laisse déposer en se refroidissant une matière colorante dont la couleur est exactement celle de l'abdomen de l'*Huechys*. Décantant alors le liquide, on lave à diverses reprises le dépôt par l'alcool bouillant jusqu'à ce que celui-ci reste incolore, puis on dessèche au bain-marie la matière colorante, qui à l'état sec est d'un rouge brun foncé : 100^{gr} d'abdomen m'ont donné 0^{gr},40 de matière colorante.

» Comme on le voit, l'extraction de cette matière colorante est des plus simples.

» La matière colorante de l'*Huechys sanguinea* est soluble dans l'eau froide, qu'elle colore en jaune, et beaucoup plus soluble dans l'eau bouillante. Elle est insoluble dans l'alcool, l'éther, le chloroforme, soluble dans les alcalis en donnant une solution qui tire sur le rouge. Sa solution aqueuse, traitée par l'acétate de plomb, donne un précipité d'un beau rouge. L'insolubilité de cette matière colorante dans l'alcool la distingue de l'acide carminique, produit, comme on le sait, par la Cochenille, insecte appartenant aussi à l'ordre des Hémiptères. Cette nouvelle matière colorante pourra-t-elle par la suite recevoir une application? Il ne m'est pas possible de le dire aujourd'hui.

» La matière colorante rouge n'est pas la seule substance que l'*Huechys sanguinea* abandonne à l'eau. Celle-ci, en effet, qui au moment de la filtration était jaune rougeâtre, reste trouble après le dépôt de la matière colorante et sa couleur est passée au jaune clair. Évaporée à siccité au bain-marie, elle laisse un résidu qui, traité par l'alcool bouillant, lui abandonne une matière jaune qui se dépose en grande partie par le refroidissement de la liqueur. Ce dépôt, desséché au bain-marie, se présente sous les apparences d'un extrait sec qui se détache du vase sous la forme d'écailles d'un jaune foncé.

» Cette substance se rapproche des gommes résines par ses propriétés de donner avec l'eau une solution qui se trouble en se refroidissant et de se précipiter de sa solution alcoolique. Sa présence dans les liqueurs provenant du traitement des *Huechys* par l'eau apporte un obstacle sérieux à la filtration, qui, ainsi que je l'ai dit plus haut, doit être faite rapidement pour éviter le dépôt de la matière colorante sur les filtres. Ceux-ci en effet, après la filtration, sont imprégnés de la matière jaune et paraissent comme ayant été enduits d'une matière gommeuse. Aussi, afin de remédier à cet inconvénient, j'ai eu recours à une chausse pour faire mes filtrations.

» J'ai dit, en parlant de la préparation de la matière colorante rouge, qu'il était nécessaire de priver l'insecte des matières grasse, huileuse et cireuse qu'il contient. On peut, en effet, par l'emploi de l'aloool et du chloroforme, obtenir ces trois substances. Je ne parlerai pas ici des matières grasses et cireuses, qui ne m'ont présenté rien de particulier; je me bornerai à donner quelques renseignements sur la matière huileuse.

» Je ferai remarquer cependant, à propos de la matière cireuse, que cette substance doit probablement exister, sous forme de couche plus ou moins mince, sur tout ou partie de la surface extérieure du corps de l'insecte. J'ai eu l'occasion de vérifier ce fait en opérant non sur l'*Huechys sanguinea*, que je n'ai jamais eu à l'état frais, mais sur un insecte voisin, la Cigale plébéienne, dont j'avais reçu de la Provence un certain nombre d'exemplaires conservés dans l'alcool. En traitant en effet ce dernier insecte, qui était complètement intact, par l'alcool absolu bouillant, j'ai obtenu une solution qui a laissé déposer par le refroidissement la matière cireuse parfaitement blanche.

» Pour obtenir la matière huileuse, voici le procédé que je conseille d'employer : il est fondé sur le peu de solubilité de cette matière dans l'alcool froid.

» On place dans un appareil à déplacement un certain poids d'abdomens d'*Huechys sanguinea*, et l'on traite par l'alcool. Le liquide qui s'écoule est trouble; on le laisse reposer et la matière huileuse, qui est plus lourde que l'alcool, se dépose au fond du vase; il est alors facile de la séparer de la liqueur surnageante.

» Cette matière huileuse, qui est jaune ambré, est assez fluide à la température or-

dinaire; elle s'épaissit et se trouble quand on la refroidit. Exposée à une température de 10° au-dessous de zéro, elle ne s'est pas complètement solidifiée. Elle est à peu près insoluble dans l'alcool froid, mais très soluble dans ce liquide chaud, ce qui permet de la purifier par des dissolutions successives dans l'alcool; j'ajoute que cette matière est saponifiable.

» Je me suis appliqué sur la peau toutes les différentes substances dont je viens de parler et aucune n'a produit la vésication.

» En résumé, j'ai pu extraire de l'*Huechys sanguinea* :

» 1° Une matière grasse; 2° une matière cireuse; 3° une matière huileuse; 4° une substance à laquelle cet insecte doit son odeur; 5° une substance jaune qui paraît se rapprocher des gommes-résines; 6° enfin, une matière colorante rouge, que je propose d'appeler *rouge d'Huechys*. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Sur les éléments figurés du sang leucocythémique.* Note de M. **Mayet**, présentée par M. Bouchard.

« Les trois ordres de globules blancs dérits par les observateurs antérieurs, dans le sang des sujets atteints de leucocythémie splénique, présentent quelques particularités de forme et de constitution qui n'ont pas encore été notées.

» Ceux du premier type, les globules hyalins, sont tellement transparents que, dans les préparations microscopiques non traitées par les réactifs colorants, beaucoup d'entre eux sont à peine visibles. Ils sont tellement peu consistants qu'ils changent de forme par les moindres actions mécaniques, et surtout quand ils sont pressés les uns contre les autres. Ils ne contiennent aucune ou très peu de granulations. Ils jouissent d'une activité amiboïde très faible ou nulle quand on les observe entre 37° et 40°. Leur taille, quoique très variable (de 6μ à 18μ), est en général grande. Ils représentent les 7 ou 8 dixièmes du nombre total des leucocytes. Ce sont des éléments embryonnaires qui n'ont pu arriver à l'organisation normale.

» Ceux du deuxième type, à granulations teintées par l'éosine, en général de volume moindre, beaucoup plus denses, doués d'une contractilité amiboïde énergique, qui sont en nombre relativement faible, sont ceux qui ont pu arriver à une constitution analogue ou semblable à la normale.

» Le troisième type, éléments à granulations graisseuses prédominantes de nombre, décelées par la couleur noire par l'acide osmique, sont en régression et ont perdu leur vitalité.

» Entre ces types évolutifs divers existent des intermédiaires nombreux.

» Les éléments nucléés à hémoglobine, qu'on trouve en très petit nombre, ne sont que des leucocytes ayant englobé et comme avalé des hématies.

» Les hématies réduites de nombre sont absolument normales. Les hématoblastes normaux sont très augmentés de nombre.

» Il n'existe aucun type intermédiaire justifiant la théorie de la transformation des globules blancs en hématies.

» La maladie est essentiellement caractérisée par l'hyperproduction, dans les organes lymphoïdes de la rate, de leucocytes embryonnaires dont une petite partie seulement peut acquérir les propriétés normales.

» Il existe en outre, dans le sang, des éléments sphériques, très petits, moins transparents que les hématoblastes, qui paraissent être des microorganismes ou des spores. L'expérimentation pourra seule déterminer ultérieurement leur véritable nature. »

ZOOLOGIE. — *Sur la collection d'Étoiles de mer recueillie par la Commission scientifique du cap Horn.* Note de M. **Edmond Perrier**, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« La collection d'Étoiles de mer rapportée par la Mission scientifique qui a séjourné dans la région du cap Horn pendant les années 1882-1883 ne comprend pas moins de 553 spécimens, se rapportant à 38 espèces, dont 23 sont nouvelles et dont 32 manquaient aux collections du Muséum. Cela porte à 57 le nombre des espèces d'Étoiles de mer attribuées à la pointe sud de l'Amérique. L'examen des nombreux exemplaires que j'ai pu observer dans la collection de la Mission témoigne chez chaque espèce d'une grande variabilité, en rapport avec l'extrême diversité des conditions d'existence offertes à des animaux presque sédentaires par ces côtes si découpées. Il paraît probable que, parmi toutes les espèces décrites, un certain nombre devront descendre au rang de simples variétés. Certains spécimens parmi les 56 exemplaires de l'*Asterias sulcifera* qui m'ont été remis semblent se rapprocher des *A. Brandti, A. obtusispinosa* et *A. neglecta* de J. Bell. Les *A. antarctica* Lütken, *A. rugispina* S. Simpson, *A. spirabilis* Bell, *Anasterias minuta* Perrier, *Asteroderma papillosum* Perrier, pourraient bien n'être aussi que des termes d'une même série; mais, même

en admettant que ces réductions puissent devenir définitives, le nombre des formes trop différentes pour recevoir un même nom n'en reste pas moins remarquablement grand.

» La correspondance signalée par divers auteurs entre la faune arctique et la faune antarctique est frappante chez les Étoiles de mer, comme l'indiquent les deux listes ci-dessous, où les espèces correspondantes de chaque région portent le même numéro :

» Espèces septentrionales. — 1. *Brisinga coronata* O. Sars. — 2. *Pedicellaster typicus* Sars. — 3. *Stichaster roseus* O.-F. Müller. — 4. *Cribrella oculata* Linck. — 5. *Lophaster furcifer* Düben et Koren. — 6. *Crossaster papposus* Fabricius. — 7. *Pentagonaster granularis* O.-F. Müller. — 8. *Hippasteria plana* Linck. — 9. *Porania pulvillus* O.-F. Müller. — 10. *Goniopecten Christi* Düben et Koren. — 11. *Ctenodiscus corniculatus* Linck. — 12. *Pteraster militaris* Müller et Troschel.

» Espèces méridionales. — 1. *Labidiaster radiosus* Loven. — 2. *P. scaber* Smith. — 3. *S. aurantiacus* Meyen. — 4. *C. Pagenstecheri* Studer; *C. Hyadesi* E. Perrier; *C. Studeri* E. P. — 5. *L. Levinseni* E. P. — 6. *C. australis* E. P. — 7. *P. austro-granularis* E. P. — 8. *H. magellanica* E. P. — 9. *P. antarctica* Smith. — 10. *G. Fleuriaisi* E. P. — 11. *C. australis* Lütken. — 12. *P. Ingoufi* E. P. et *P. inermis* E. P.

» Les naturalistes du *Challenger* ont signalé la fréquence des formes animales incubatrices dans les régions australes. J'ai constaté cette remarquable habitude chez les *Diplasterias Lütkeni* E. P., *D. Steineni* Studer, *Asterias spirabilis* Bell. Chez ces espèces, les jeunes sont fixés à la membrane buccale et à la membrane stomacale rétroversée de la mère par un pédoncule *interradial, ventral*, qui correspond au lobe préoral (bras brachiolaires des *Asterias* et *Cribrella*, organe larvaire des *Asterina*) de la larve, lobe aux dépens duquel se développe également, suivant Barrois, le pédoncule *médian, dorsal* des Crinoïdes. J'ai fait connaître l'organisation des jeunes *A. spirabilis* dans une précédente Note, dont je maintiens tous les termes malgré les affirmations contraires de M. Cuénot, avancées sans aucun examen du type dont j'ai parlé.

» Les *Labidiaster radiosus* m'ont présenté un phénomène absolument inconnu jusqu'ici chez les Échinodermes : la formation normale de bras nouveaux s'ajoutant aux anciens après l'achèvement de la période larvaire. Ces bras nouveaux *bourgeonnent* sur le bord du disque, *en arrière* des pièces dentaires des bras entre lesquels ils s'intercalent, de sorte que leur gouttière ambulacraire n'atteint pas la membrane buccale; ils se distinguent

par d'autres caractères très précis des bras brisés en voie de régénération. Six des quatorze spécimens de *L. radiosus* que j'ai pu examiner présentaient de 6 à 1 bras en voie de développement; le nombre des bras complètement formés variait, chez ces individus, de 23 à 31; parmi les individus (tous de grande taille) où le phénomène n'a pas été observé, le nombre des bras variait de 39 à 42. Le grand nombre de bras des individus âgés paraît donc tenir à cette formation de bras intercalaires. J'ai constaté quelques indices d'une formation analogue chez les *Heliaster*. Je rappellerai à ce sujet que, chez la *Brisinga mediterranea*, les neuf bras sont entièrement constitués avant la fin de la période larvaire; de jeunes *Solaster* et *Acanthaster* ne m'ont pas offert de bras en voie de formation.

» J'ai dû constituer, pour classer les Étoiles de mer du cap Horn, les genres nouveaux *Diplasterias, Asteroderma, Poraniopsis, Cribraster, Lebrunaster, Asterodon*. Je classe dans le genre *Diplasterias* les *Asterias* qui ont deux rangées au moins de piquants adambulacraires; les *Asteroderma* sont des *Asterias* sans piquants ni pédicellaires apparents et à squelette dorsal presque nul. Le genre *Poraniopsis* présente des caractères exactement intermédiaires entre ceux des *Echinaster* et des *Porania;* les animaux de ce genre ont la face ventrale différenciée de la face dorsale et d'épais téguments mous comme les *Porania*, bien que les bras, très courts, soient arrondis et couverts de piquants. Les *Cribraster* sont des Cribrelles ayant des paxilles sur la face ventrale; chez les *Lebrunaster*, des plaques marginales commencent à se différencier. Ces animaux font le passage aux *Ganeria*, qui conduisent elles-mêmes aux *Cycethra*. Les *Asterodon*, rangés jusqu'ici parmi les GONIASTERIDÆ, sont, en réalité, des ARCHASTERIDÆ. Ils sont caractérisés par leurs plaques dentaires portant chacune un piquant hyalin couché sur elles, la pointe dirigée en dehors; ces deux piquants peuvent s'unir et ne former qu'un seul piquant hyalin interradial rappelant la plume dentaire des Oursins. Les *Asterodon* ont, en outre, à l'angle des bras, une plaque marginale impaire, et souvent leurs piquants ventraux se groupent en pédicellaires multifides comme chez les *Pectinaster* E. P. Il faut rapporter à ce genre l'*Astrogonium singulare* de Müller et Troschel, l'*A. meridionale* Smith, le *Pentagonaster Belli* Studer, la *Calliderma Grayi* Bell et deux espèces nouvelles : les *Asterodon pedicellaris* et *granulosus*. »

ANATOMIE. — *Sur le rein des Gastéropodes prosobranches monotocardes.* Note de M. **Rémy Perrier**, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« Le rein des Prosobranches a été jusqu'ici peu étudié. Deux travaux seulement d'Anatomie comparée ont été publiés jusqu'à ce jour sur cet organe; celui de Jhering et celui, beaucoup plus récent, de Béla Haller. Mais le premier a surtout rapport aux Diotocardes, et dans le second Mémoire, où les Monotocardes ne sont représentés que par le *Dolium galea*, sont développées des conclusions assez différentes de celles où me conduisent mes recherches.

» I. Le rein se présente comme une vaste poche de forme vaguement tétraédrique, en rapport avec le rectum, placée à droite du péricarde et en arrière de la cavité palléale, sur le fond de laquelle elle est directement appliquée. Il communique avec cette dernière par un orifice assez large, en forme de boutonnière transversale, et, dans tous les cas étudiés, un court canal le met en relation avec le péricarde. Chez beaucoup de Mollusques et en particulier dans la *Littorina littorea*, que nous prendrons plus spécialement comme type dans notre description, à cause de la simplicité de sa structure, la face externe de la poche rénale porte seule les parties sécrétantes.

» Chez la Littorine, l'appareil sécréteur est constitué par une série de lamelles anastomosées dont un des bords est attaché à la paroi du sac rénal, tandis que l'autre est libre dans la cavité du rein. Le long de ce bord court un vaisseau *à parois nettement limitées*, qui accompagne la lamelle dans toute son étendue. Les vaisseaux rénaux partent tous d'un tronc commun, qui prend son origine dans le sinus qui entoure l'intestin. Ils contiennent donc du sang veineux, et l'on s'explique mal dès lors la dénomination d'*artères* que leur donne Béla Haller. Ils se divisent un grand nombre de fois, comme les lamelles correspondantes, et le sang qu'ils amènent se répand dans un vaste système de lacunes contenues à l'intérieur des lamelles. Ces lacunes sont partiellement occupées par un ensemble de cellules conjonctives et de fibres, les unes musculaires, les autres conjonctives. Elles communiquent avec des lacunes superficielles placées dans l'épaisseur même de la paroi du corps et dont la structure peut faire croire à la présence en ce point d'un réseau vasculaire. Si on les injecte en effet, on voit la matière colorante dessiner au-dessus du rein un réseau délicat qui a toute l'apparence d'un

réseau vasculaire, et qu'on a quelquefois décrit comme tel. Mais il suffit d'injecter avec plus de force pour voir la masse se répandre sur toute la surface du rein. L'examen des coupes montre d'ailleurs que, en réalité, il n'y a pas là de vaisseaux.

» II. L'épithélium glandulaire repose sur une membrane basilaire mince où les cellules sont disposées *suivant une seule couche*, comme l'a décrit Béla Haller. M. Garnault, dans le rein du Cyclostome, en indique plusieurs rangées; mais c'est là une apparence produite par l'obliquité des coupes. Toutes les fois que la lamelle est coupée bien transversalement, on ne voit qu'un rang de cellules, reposant sur la membrane basilaire.

» Les cellules épithéliales sont *de deux sortes :* les unes sont grosses, leur noyau est placé près de la base, elles sont *totalement dépourvues de cils :* ce sont les véritables cellules glandulaires. Les autres sont ciliées, leur noyau est périphérique et elles s'amincissent graduellement en un mince pédoncule qui vient s'insérer sur la membrane basilaire. Ces deux sortes d'éléments sont inégalement distribuées. Tandis que, au sommet des lamelles, les cellules ciliées sont plus abondantes et forment comme une couronne autour de chaque cellule glandulaire, elles disparaissent complètement à la base des lames. Là les cellules glandulaires existent seules. Cette structure est assez différente de celle qui a été décrite jusqu'ici, et en particulier de celle admise par B. Haller, pour qui toutes les cellules sont semblables, à la fois glandulaires et ciliées.

» Le mécanisme de la sécrétion est lui-même très remarquable. *Je n'ai jamais vu les cellules se détacher* pour tomber dans la cavité du rein, comme cela a toujours été décrit. Les matières excrétées s'assemblent, vers le haut de la cellule glandulaire, en une vacuole qui grandit peu à peu et renferme des concrétions solides. C'est cette vacuole qui a été décrite autrefois comme une seconde cellule de production endogène. B. Haller décrit la cellule rénale du *Dolium* comme entourée de toutes parts par une capsule de cellules conjonctives. En réalité, cette prétendue capsule n'est autre chose que le protoplasma de la cellule elle-même, et B. Haller prend pour la cellule glandulaire la vacuole où se déposent les concrétions. Me trouvant en désaccord avec ce savant, j'ai cherché à me placer dans les mêmes conditions d'observation que lui, et j'ai examiné, comme lui, des Doliums conservés dans l'alcool. Mes exemplaires provenaient de la Station zoologique de Naples. J'ai revu les formations que le savant allemand appelle des *noyaux*. Elles ne se colorent que faiblement au picrocarminate, et se laissent décomposer en couches concentriques. Ce ne sont donc pas des noyaux,

mais des produits artificiels, résultant probablement de la coagulation par les réactifs, des matières albuminoïdes dissoutes dans le suc cellulaire. Je ne les ai jamais retrouvés sur les tissus que j'ai pris à l'état frais pour les préparer.

» Lorsque la vacuole est suffisamment grosse, elle gonfle la cellule glandulaire, qui fait saillie dans la cavité et laisse échapper sa vésicule qui tombe dans la poche rénale en restant entourée d'une mince couche protoplasmique. La cellule elle-même reste en place, se referme, et continue à fonctionner. Ce sont ces vésicules sphériques excrétées que l'on a prises jusqu'ici pour les cellules du rein. Je n'ai jamais trouvé dans le mucus normal de noyaux de cellules, et M. Garnault, qui croit cependant à la chute des cellules, n'a pas réussi davantage. On peut d'ailleurs voir sous le microscope les cellules vivantes expulser leur vacuole.

» III. Le tissu glandulaire du rein n'atteint pas le péricarde. Tout le long de celui-ci existe un organe spécial, visible extérieurement sous forme d'une bande plus claire que la masse du rein. Cet organe, qui se prolonge chez quelques Gastéropodes, tels que la Cassidaire, le long de la cavité palléale, a été considéré par B. Haller comme un lobe du rein, malgré son aspect bien différent; mais, d'après sa structure, qui n'a pas été jusqu'ici exactement décrite, il faut le considérer comme un organe réellement distinct. C'est une grande lacune en forme de canal, de section triangulaire, limitée d'une part par le péricarde et la paroi du corps, du côté de la cavité rénale par une épaisse cloison musculaire. Cette lacune est en communication très large avec l'oreillette et s'injecte facilement par le vaisseau efférent branchial. Elle est remplie par un tissu de cellules conjonctives étoilées qui y forment un réseau à mailles très lâches. Tandis que ces mailles sont vides le long du péricarde, elles sont au contraire partout ailleurs remplies de grosses cellules conjonctives qui obstruent complètement la cavité. Enfin, de larges canaux ramifiés, tapissés de cellules longuement ciliées, cheminent dans la lacune et débouchent par de nombreux orifices dans la cavité du rein. C'est là une structure bien différente de celle du rein proprement dit. A de rares exceptions près (Cérithe, Vermet), nous avons toujours retrouvé cet organe. Dans une prochaine Communication, relative à l'anatomie comparée du rein des Gastéropodes, nous examinerons quelles peuvent être sa nature et ses fonctions. »

ZOOLOGIE. — *Foraminifère nouveau*. Note de M. J. **Kunstler**, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« L'organisme dont la description suit tire son origine du bassin d'Arcachon. L'énumération de ses caractères montrera surabondamment que c'est là une forme nouvelle des plus remarquables, au point de vue de sa structure, de son développement et de ses affinités zoologiques.

» A l'état normal adulte, cet être se montre sous la forme de coques brunâtres, isolées, ovoïdes, allongées, d'environ 1^{mm} à 2^{mm} de longueur, monaxiques et percées d'une bouche à l'un de leurs pôles. L'étude de cette enveloppe élucide la question, si obscure jusqu'ici, du développement du test des Rhizopodes. Dans le jeune âge, elle est mince, purement chitineuse, à structure aréolaire souvent fort nette. Elle s'épaissit par la division de ses aréoles en deux couches, puis en plusieurs; les deux assises périphériques, l'interne et l'externe, persistent à l'état chitineux, tandis que les aréoles intermédiaires se chargent de calcaire qui forme ainsi une série de globules, souvent alignés en files régulières. L'assise interne est la membrane primaire, fondamentale, des auteurs. Ce qui précède démontre la fausseté de la théorie de l'accroissement par opposition du test des Rhizopodes, ainsi que de plusieurs autres hypothèses qui caractérisaient l'état actuel de la Science : l'accroissement se fait dans toute l'épaisseur, comme si l'enveloppe était tout entière vivante. Le corps protoplasmique contenu dans la coque, qui présente toutes les teintes, depuis le jaune brunâtre au rose vif, est entouré d'une mince membrane d'aspect cuticulaire. Il présente une structure aréolaire, fine dans la région périphérique, à plus grandes mailles dans le protoplasme interne. Il est loin de remplir toujours toute la coque : souvent il n'y a qu'une petite masse dense d'où partent des tractus anastomosés allant vers la bouche, où se forme une accumulation de substances claires. Il y a tous les passages entre ces différents états et une foule d'autres qu'il serait trop long d'énumérer ici.

» De l'accumulation protoplasmique buccale partent des pseudopodes fins, transparents, en nombre variable, qui servent à la préhension des êtres destinés à la nourriture à ces organismes. Dans les cas où les pseudopodes sont tous rétractés, on peut voir, au pôle buccal, une disposition

des plus remarquables et unique, jusqu'à présent, dans le groupe des Foraminifères.

» Il y a là une excavation peu régulière, au fond de laquelle se trouve l'entrée d'un tube analogue, par son aspect, au tube œsophagien d'une foule d'Infusoires.

» Le nombre et l'aspect des noyaux est fort variable. Souvent peu abondants, pâles et gros, ils sont d'autrefois petits, réfringents et en nombre des plus considérables. L'apparition de ces corpuscules nucléaires concorde avec le commencement de la période reproductrice.

» Voici comment les phénomènes reproducteurs paraissent se produire.

» Dans la région périphérique, autour de chaque noyau, par une sorte de bourgeonnement, le groupe du protoplasme dense s'entoure d'une couche chitineuse, et il se forme ainsi une foule de petits embryons qui, tout en s'accroissant, se divisent abondamment, et qui, après avoir atteint certaines dimensions, sortent par la bouche.

» Un jeune être libre est pourvu d'une coque chitineuse perforée d'un pore, et contenant un petit noyau externe. Cette chambre embryonnaire produit bientôt par bourgeonnement une petite loge allongée qui s'enroule en spirale autour d'elle : cette première chambre en produit une deuxième par le même procédé, et ainsi de suite. Il se forme un petit organisme enroulé, analogue à une miliole. Cet enroulement devient bientôt irrégulier, en pelote, et, finalement, les loges nouvelles se redressent, se ramifient de diverses manières et forment un ensemble dendritique. Par la suite de l'évolution, les différentes coques constitutives de ces ensembles se détachent les unes des autres, s'accroissent, se multiplient de manières diverses, dont la description ne saurait trouver sa place ici et, après avoir atteint certaines dimensions, se reproduisent de nouveau par des embryons qui recommencent le même cycle.

» Un grand nombre d'autres faits nouveaux caractérisent encore cet organisme, tels que des mues abondantes, des formations de cloisons multiples aux dépens de la membrane interne de la coque, etc.

» D'après ce qui précède, il se pourrait que l'on ait méconnu, jusqu'à présent, chez certains Foraminifères, la forme adulte. On ne décrit, en effet, que des formes enroulées, ou, au moins, où toutes les loges sont en continuité. Or, je viens de faire voir que c'était là un stade embryonnaire, chez l'être dont il est ici question. Il me paraît peu vraisemblable que, seul,

il présente ces phénomènes, à l'exclusion de toutes les autres espèces. L'absence d'observations sur le mode de reproduction de celle-ci confirme mon opinion. La rencontre de coques isolées aura peut-être fait croire à l'existence de débris quelconques, articles de Sertulariens, pattes de Crustacés, fragments d'algues marines ou tout autre débris; et la forme normale aura été méconnue. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la perméabilité de l'épiderme des feuilles pour les gaz.* Note de M. **Louis Mangin** (¹), présentée par M. Duchartre.

« On sait que l'épiderme des feuilles, abstraction faite des orifices stomatiques qui s'y trouvent, peut livrer passage aux gaz. Garreau, en 1850, avait déjà constaté le fait (²). Il y a quelques années, M. Barthélemy (³) essaya de montrer que la perméabilité de l'épiderme était assez grande pour suffire seule à renouveler les gaz nécessaires aux échanges nutritifs; mais les causes d'erreur inhérentes au dispositif employé sont trop grandes pour qu'on puisse accepter sans contrôle les résultats, d'ailleurs peu nombreux, publiés par M. Barthélemy.

» La présente Note a pour objet de signaler les résultats des recherches que j'ai entreprises pour mesurer la perméabilité des diverses feuilles. Les surfaces épidermiques sont obtenues par la macération des feuilles à une température de 15° ou 20°; dans ces conditions, la matière circuse qui imprègne la cuticule ne subit pas d'altération, et la perméabilité des surfaces est sensiblement la même que celle de l'épiderme normal, comme le montre, entre autres expériences, la suivante :

Poirier.....	Feuille vivante, face supérieure........	0,90
	Épiderme de la face supérieure........	1,02

» Pour éviter les déchirures qui se produisent dans les cuticules délicates, ou pour boucher les stomates, afin de mesurer la perméabilité des surfaces perforées par ces orifices, j'ai enduit l'une des faces des membranes étudiées de gélatine glycérinée à 10 pour 100. Cet enduit, liquide à 30°, s'étale facilement au pinceau, et sa perméabilité, extrêmement

(¹) Ces recherches ont été réalisées au Lycée Louis-le-Grand.

(²) Garreau, *Ann. Sc. nat.*, 3ᵉ série, t. XIII; 1850.

(³) *Ann. Sc. nat.*, 5ᵉ série, t. XIX; 1874.

grande, ne modifie pas la perméabilité des surfaces sur lesquelles il est appliqué.

» Voici quelques résultats :

		Dépression manométrique par heure, exprimant la différence de perméabilité entre l'hydrogène et l'acide carbonique.	Quantités d'acide carbonique diffusant par heure et par centimètre carré de surface.
		mm	cm³
Houx	F. S.	0,10	0,0035
	F. I.	0,17	0,055
Fusain du Japon	F. S.	1,30	0,067
	F. I.	3,73	0,192
Bupleurum fruticosum	F. S.	3,3	0,170
	F. I.	4,9	0,253
Poirier	F. S.	1,02	0,052
	F. I.	5,21	0,269
Iris		0,80	0,041
Potamogeton perfoliatus		23,90	1,234
Sagittaire		43,52	2,241

» On voit que, dans les feuilles aériennes à faces dissemblables, la perméabilité de la face inférieure est plus grande que celle de la face supérieure; la différence peut varier du tiers au triple et au quintuple. De plus, la perméabilité des surfaces épidermiques aériennes est très limitée et, ainsi que je l'ai montré dans une précédente Note ([1]), elle demeure sensiblement invariable, quelle que soit la température.

» Au contraire, dans les feuilles submergées, la perméabilité est considérable et devient cinq, dix ou même vingt fois égale à celle des feuilles aériennes les plus perméables.

» La facilité avec laquelle les gaz traversent l'épiderme des plantes submergées, toujours dépourvues de stomates, est une nouvelle preuve de l'importance de ces orifices dans les échanges gazeux, chez les plantes aériennes.

» *Influence de la matière cireuse sur la perméabilité des membranes épidermiques.* — C'est surtout à la matière cireuse qui l'imprègne que la cuticule doit sa faible perméabilité pour les gaz. En effet, si l'on enlève cette substance en faisant digérer les lambeaux d'épiderme dans l'alcool et l'eau bouillants, on trouve que la vitesse de diffusion des gaz est augmentée

([1]) *Comptes rendus* du 30 juin 1887.

dans des proportions considérables, comme le montrent les chiffres suivants :

		Dépression manométrique mesurant la différence de perméabilité entre l'hydrogène et l'acide carbonique.	
		Cuticule normale.	Cuticule traitée par l'alcool.
		mm	mm
Houx...	FS	0,10	9,55
	FI	0,17	14,12
Poirier..	FS	1,05	10,95
	FI	5,21	16,55
Iris		0,80	3,92
Potamogeton perfoliatus		23,90	35,38
Sagittaire		43,52	77,70

» On voit que la différence de perméabilité des deux faces d'une feuille est atténuée par le départ de la matière cireuse.

» Les chiffres qui précèdent montrent aussi que la matière cireuse, dont la présence était jusqu'ici considérée comme une caractéristique de l'épiderme des organes aériens (1), imprègne aussi le cuticule des feuilles aquatiques, quoique en plus faible proportion que dans les feuilles aériennes.

» Les recherches qui précèdent ont été vérifiées sur un certain nombre d'espèces très différentes (Lierre, Peuplier, Hêtre, *Cactus*, Troëne, *Rhamnus Alaternus*, Pommier, etc.); elles m'ont fourni les mêmes résultats.

» *Conclusions.* — 1° La perméabilité de l'épiderme des feuilles aériennes est très limitée; ordinairement faible pour les plantes à feuilles persistantes (Houx, Lierre, etc.), elle est plus considérable pour les plantes à feuilles tombantes (Poirier, Pommier, Troëne, etc.);

» 2° Dans les feuilles à faces dissemblables, la perméabilité de l'épiderme de la face inférieure est plus grande que celle de la face supérieure; l'augmentation, souvent égale au $\frac{1}{3}$, peut devenir quintuple;

» 3° La perméabilité de l'épiderme des feuilles submergées, dépourvu de stomates, est très grande; elle est 5, 10 et même 20 fois égale à celle des feuilles aériennes les plus perméables;

» 4° La perméabilité des surfaces cutinisées est notablement atténuée

(1) De Bary, *Ueber die Wachsüberzüge der Epidermis* (*Bot. Zeitung*, 1871; p. 128-605; *Vergleichende Anatomie;* 1877)

par la matière cireuse qui imprègne la cuticule de toutes les feuilles, aussi bien dans les feuilles submergées que dans les feuilles aériennes. »

GÉOLOGIE. — *Sur le classement des alluvions anciennes et le creusement des vallées du bassin du Rhône*. Note de M. **A. Villot**, présentée par M. Albert Gaudry.

« Les *alluvions des hauts plateaux*, qui s'élèvent en Dauphiné jusqu'à l'altitude de 700^m au-dessus du niveau de la mer, représentent la seule partie des alluvions anciennes que l'on puisse rapporter aux terrains tertiaires. Ces alluvions, longtemps confondues avec le miocène supérieur, recouvrent en stratification concordante le pliocène moyen et appartiennent, par conséquent, au pliocène supérieur. Elles se sont formées à une époque où les vallées n'existaient pas encore, et elles ont participé, comme leur substratum, au dernier soulèvement des Alpes.

» Les alluvions anciennes de la Bresse ou *alluvions des bas plateaux* constituent la partie supérieure des *alluvions des hautes terrasses*. Ces alluvions, dont les couches les plus élevées n'atteignent jamais le niveau le plus bas des alluvions pliocènes, sont postérieures au premier creusement des vallées, aussi bien qu'au dernier soulèvement des Alpes, et appartiennent en totalité à l'époque quaternaire; mais elles sont antérieures à la grande extension des glaciers quaternaires, qui les ont couvertes de dépôts erratiques. Nous leur avons donné, pour cette raison, le nom d'*alluvions anté-glaciaires*.

» Les *alluvions des basses terrasses* appartiennent aussi à l'époque quaternaire; mais elles sont postérieures à la grande extension des glaciers, puisqu'elles contiennent, dans la région recouverte par ces derniers, des blocs erratiques remaniés. Ce sont nos *alluvions post-glaciaires*.

» Les cours d'eau qui ont déposé les alluvions anté-glaciaires et les alluvions post-glaciaires n'ont pris aucune part au creusement des vallées. Ces deux groupes d'alluvions, séparés l'un de l'autre et des alluvions pliocènes par une interruption de la sédimentation, ont comblé des dépressions préexistantes, en élevant graduellement leur niveau. Aussi les couches qui les constituent sont-elles d'autant plus anciennes qu'elles appartiennent à un niveau plus inférieur et qu'elles se trouvent plus voisines du fond des vallées.

» Le creusement des vallées, considéré dans son ensemble, comprend

plusieurs périodes d'affouillement, qui alternent avec les périodes de comblement dont nous venons de parler. Le premier creusement des vallées est antérieur à l'époque quaternaire. Il a été effectué par la débâcle des lacs pliocènes, et celle-ci fut la conséquence nécessaire du dernier soulèvement des Alpes. Le deuxième creusement des vallées eut lieu pendant la période glaciaire proprement dite, c'est-à-dire au moment de la plus grande extension des glaciers. Le troisième creusement des vallées est l'œuvre de l'époque moderne.

» Dans le bassin du Rhône, il n'existe point d'*alluvions glaciaires proprement dites*, contemporaines de la grande extension des glaciers; et ce qu'on désigne sous le nom d'*alluvions modernes* ne représente, à vrai dire, que la surface d'érosion et de remaniement des alluvions postglaciaires. »

PALÉONTOLOGIE. — Iguanodontidæ *et* Camptonotidæ. Note de M. **Louis Dollo**, présentée par M. Albert Gaudry.

« En 1882, M. O.-C. Marsh admit, dans ses *Ornithopoda*, trois familles: *Camptonotidæ*, *Iguanodontidæ* et *Hadrosauridæ*. Les deux premières auront seules à nous occuper aujourd'hui. Elles étaient définies comme il suit :

» 1. *Camptonotidæ*. — Clavicules absentes; post-pubis complet (*Camptonotus, Hypsilophodon, Laosaurus, Nanosaurus*).

» 2. *Iguanodontidæ*. — Clavicules présentes; post-pubis incomplet (*Iguanodon, Vectisaurus*).

» Ayant démontré, la même année, que les os interprétés par M. Marsh comme clavicules étaient des plaques sternales, je proposai de remplacer les deux familles ci-dessus par celles ci-après indiquées :

» 1. *Hypsilophodontidæ*. — Quatre orteils fonctionnels. Sternum constitué par une simple plaque osseuse rhomboïdale (*Hypsilophodon*).

» 2. *Iguanodontidæ*. — Trois orteils fonctionnels. Sternum formé de deux plaques osseuses, une droite et une gauche (*Camptonotus, Iguanodon, Laosaurus, Nanosaurus, Vectisaurus*).

» Cependant, actuellement, je crois que ce groupement est susceptible d'être amélioré et je pense même qu'on pourrait en revenir aux divisions de M. Marsh, *à condition de modifier les diagnoses du paléontologiste américain*. C'est ce que je vais essayer d'établir.

» Nous nous limitons aux genres sur lesquels nos connaissances ostéologiques sont étendues, tels que *Camptonotus, Hypsilophodon* et *Iguanodon*. Les autres viendront ultérieurement se classer, avec plus ou moins de certitude, par la comparaison des restes isolés qui en ont été recueillis, avec les pièces correspondantes des types que des circonstances favorables nous ont transmis à l'état de squelettes entiers ou à peu près.

» Considérons d'abord *Iguanodon* et *Hypsilophodon :*

» 1. *Hypsilophodon* a des dents prémaxillaires qui manquent à *Iguanodon*.

» 2. Quoique *Hypsilophodon* et *Iguanodon* aient tous deux, morphologiquement, une main pentadactyle, la structure de ces organes est bien différente. En effet, de part et d'autre, il y a eu un commencement de réduction; mais, tandis que celui-ci a été exécuté sur le bord cubital (doigt V) pour le premier, il s'est effectué sur le bord radial (doigt I ou pouce) pour le second.

» 3. Bien mieux, la dégradation du doigt V a eu lieu, comme cela s'observe usuellement, dans le sens centripète, c'est-à-dire de l'extrémité distale vers l'extrémité proximale, chez *Hypsilophodon*. Au contraire, la transformation du pouce s'est faite, ainsi que chez les Ptérosauriens, par la voie centrifuge, c'est-à-dire de l'extrémité proximale vers l'extrémité distale, pour *Iguanodon*. C'est ainsi que le doigt V d'*Hypsilophodon* n'est plus représenté que par son métacarpien, pendant que le pouce d'*Iguanodon* n'a plus, physiologiquement, que sa phalange unguéale (bien reconnaissable aux rainures caractéristiques, le métacarpien s'étant fusionné avec le carpe et la première phalange n'étant plus qu'un tout petit os discoïde),

» 4. Chez *Hypsilophodon*, le pubis dirigé caudalement, de même que dans tous les Ornithopodes, atteint l'extrémité distale de l'ischium en conservant ses dimensions normales. Inversement, chez *Iguanodon*, il s'amincit considérablement après la tubérosité de l'ischium, et, s'il allait jusqu'à l'extrémité distale de ce dernier, il était assurément ligamenteux sur une partie de son parcours.

» 5. Le quatrième trochanter d'*Hypsilophodon* est pendant; celui d'*Iguanodon* est crêté. Divergence importante, comme je le prouverai bientôt ailleurs.

» 6. *Hypsilophodon* a quatre orteils fonctionnels; *Iguanodon* n'en a que trois.

» 7. *Hypsilophodon* a un sternum constitué par une simple plaque osseuse; celui d'*Iguanodon* est composé de deux plaques paires.

» Il résulte de ce qui précède que, toute question de temps mise à part, *Iguanodon* ne saurait descendre d'*Hypsilophodon* et réciproquement. Comment, en effet, le premier aurait-il pu léguer au second un pouce, un pubis et un gros orteil normaux, alors qu'ils sont déjà dégénérés chez lui? Comment aurait-il pu lui léguer les dents prémaxillaires et le rudiment de l'orteil V, qu'il a déjà perdus? Comment, d'un autre côté, le second aurait-il pu transmettre au premier un doigt V avec quatre phalanges, alors que le sien n'en a plus une seule? Comment ses deux hémisternums soudés se seraient-ils séparés pour former les deux plaques sternales de l'*Iguanodon?* Comment son trochanter pendant serait-il devenu un trochanter crêté, puisqu'il n'est qu'une spécialisation de celui-ci?

» Nous sommes donc en présence de deux modes d'évolution différents et parallèles : l'un n'est pas l'aggravation, l'exagération de l'autre. C'est pourquoi je considère *Hypsilophodon* et *Iguanodon* comme les types de deux familles distinctes.

» Par la structure de sa main, celle de son pubis, son trochanter pendant et ses orteils fonctionnels, *Camptonotus*, contrairement à ce que j'ai dit autrefois, doit accompagner *Hypsilophodon*, au point de vue taxonomique.

» Par conséquent, je propose les divisions suivantes :

» 1. *Camptonotidæ.* — Prémaxillaires dentés. Sternum impair. Main morphologiquement pentadactyle et réduite, sur le bord cubital et dans le sens centripète. Pouce normal. Pubis atteignant l'extrémité de l'ischium à l'état osseux. Quatrième trochanter, pendant. Quatre orteils fonctionnels.

» α. Deux phalanges au doigt V. Faible projection préacétabulaire de l'ilium. Pas de rudiment d'orteil V (*Camptonotus*, Marsh.)

» β. Aucune phalange au doigt V. Longue projection préacétabulaire de l'ilium. Un rudiment de l'orteil V. (*Hypsilophodon,* Huxley.)

» 2. *Iguanodontidæ.* — Prémaxillaires édentés. Sternum pair. Main morphologiquement pentadactyle et réduite, sur le bord radial et dans le sens centrifuge. Doigt V normal. Pubis n'atteignant l'extrémité distale de l'ischium qu'à l'état ligamenteux. Quatrième trochanter crêté. Trois orteils fonctionnels (*Iguanodon,* Mantell). »

MINÉRALOGIE. — *Réfringence et biréfringence de quelques minéraux des roches*. Note de MM. **Michel Lévy** et **A. Lacroix**, présentée par M. Fouqué.

« La réfringence et surtout la biréfringence des minéraux constituent des données numériques qui permettent souvent d'asseoir sur un dia-

gnostic précis la détermination des éléments des plaques minces de roches. C'est à ce titre que nous nous sommes efforcés de compléter les résultats déjà acquis dans cet ordre d'idées.

» La biréfringence a été déterminée au moyen du comparateur Michel Lévy; la réfringence, par la méthode de la réflexion totale, au moyen du réfractomètre Bertrand. Aucune de ces deux méthodes ne comporte une précision rigoureuse, surtout lorsqu'elles sont appliquées aux minéraux de très petite taille. Néanmoins, nous pensons que les résultats obtenus sont exacts : pour la biréfringence, à moins d'une décimale près du troisième ordre; et pour la réfringence, à moins de trois décimales du même ordre. Cette approximation est d'ailleurs suffisante pour le but spécial que nous nous sommes proposé.

» Le Tableau suivant donne les résultats numériques que nous avons obtenus pour un certain nombre de minéraux, imparfaitement déterminés à ce point de vue. (Toutes ces mesures ont été faites à la lumière jaune.)

		Système cristallin.	Allongement ou aplatissement.	Angle d'extinction maximum dans la zone d'allongement apparent. — Signe de cette zone.	Signe optique.	n_g.	n_m.	n_p.	$n_g - n_p$. Biréfringence maximum.	$n_g - n_m$. < − > +	$n_m - n_p$. < + > −
	Amblygonite de Montebras	T	»	»	—	1,597	1,593	1,579	0,018	0,004	0,014
Amphiboles	Actinote du Zillerthal	M	h^1g^1	+15°	—	1,636	1,627	1,611	0,025	0,009	0,016
	Richtérite de Langban (Suède)	M	h^1g^1	+20°	—	1,64	1,63	1,62	0,024	0,011	0,013
	Hornblende commune (Kragerö)	M	h^1g^1	+15° à 22°	—	1,653	1,642	1,630	0,023	0,011	0,012
	Hornblende ferrifère (Bohême)	M	h^1g^1	+ 0° à 10°	—	1,752	1,725	1,680	0,072	0,027	0,045
	Pargasite de Pargas	M	h^1g^1	+18° à 21°	+	1,632	1,620	1,613	0,019 à 0,023	0,012	0,007
	Arfvedsonite du Langesunfjörd	M	h^1g^1	+ 0° à 12°	—	1,708	1,707	1,687	0,021	0,001	0,020
	Anthophyllite de Köngsberg	O	h^1g^1	+ 0°	+	1,657	1,642	1,633	0,024	0,015	0,009
	Ardennite de Salm-Château	O	g^1	+ 0°	+	»	»	»	0,020	»	»
	Astrophyllite (Langesundfjörd)	T	p	+ 0°	+	1,733	1,703	1,678	0,054	0,030	0,025
	Autunite (Autun)	O	p	+ 0°	—	1,577	1,575	1,553	0,024	0,002	0,022
	Cancrinite de Lichtfield (Mass.)	H	h^1h^1	— 0°	—	1,524	»	1,495	0,029	»	»
	Catapléite du Langesundfjörd	H	p	— 0°	—	1,629	»	1,599	0,030	»	»
	Clinochlore (Oural)	M	p	—15°	+	1,596	1,588	1,585	0,011	0,008	0,003
	Clintonite de Warwick	M	p	+ 1°	—	1,658	1,657	1,646	0,012	0,001	0,011
	Diaspore de Schemnitz	O	g^1	— 0°	+	1,750	1,722	1,702	0,058	0,028	0,020
	Disthène du Saint-Gothard	T	mt	+30°	—	1,728	1,720	1,712	0,016	0,008	0,008
	Dumortiérite de Beaunan	O	h^1g^1	— 0°	—	»	1,65	»	0,010	»	»
	Eucolite (Langesundfjörd)	R	»	»	—	1,622	»	1,618	0,004	»	»

	Système cristallin.	Allongement ou aplatissement.	Angle d'extinction maximum dans la zone d'allongement apparent. — Signe de cette zone.	Signe optique.	n_g.	n_m.	n_p.	$n_g - n_p$. Biréfringence maximum.	$n_g - n_m$. < − > +	$n_m - n_p$. < + > −
Gehlénite (Monzoni)	Q	h^1h^1	$-\ 0^0$	—	1,663	»	1,658	0,005	»	»
Helvine (Langesundfjörd)	C	»	»	»	»	1,739	»	»	»	»
Humite (Chondrodite de Kafveltorp).	M	»	»	+	1,639	1,619	1,607	0,032	0,020	0,012
Hydrargillite (Brésil)	M	pg^1	$\pm 45^0$	+	»	1,59	»	0,019	»	»
Klaprothite (Minâs Geraës)	M	»	»	—	1,639	1,632	1,603	0,036	0,007	0,029
Leucophane (Langesundfjörd)	M	o	»	—	1,594	1,591	1,570	0,024	0,003	0,021
(Micas) Phlogopite de Pennsylvanie	M	p	$+\ 0^0$	—	1,606	»	1,562	0,044	»	»
Muscovite (Hitterö)	M	p	$+\ 0^0$	—	1,613	1,610	1,571	0,042	0,003	0,039
Pétalite (Utö)	M	»	»	+	1,516	1,510	1,504	0,012	0,006	0,006
(Pyroxènes) Diallage (cap Lizard)	M	h^1	$+39^0$	+	1,703	1,681	1,679	0,024	0,022	0,002
Augite (Auvergne)	M	h^1g^1	$+40^0$	+	1,728	1,712	1,706	0,022	0,016	0,006
Œgyrine du Langesundfjörd	M	h^1g^1	$-\ 5^0$	—	»	1,808	»	0,052	»	».
Hypersthène du Labrador	O	h^1g^1	$+\ 0^0$	+	1,705	1,702	1,692	0,013	0,003	0,010
Antigorite du Valais	O	g^1	$+\ 0^0$	—	1,571	1,570	1,560	0,011	0,001	0,010
Sillimanite de Morlaix	O	h^1g^1	$+\ 0^0$	+	1,680	1,661	1,659	0,021	0,019	0,002
Staurotide du Saint-Gothard	O	h^1g^1	$+\ 0^0$	+	1,746	1,741	1,736	0,010	0,005	0,005
Thaumasite de l'Arekustan	H?	h^1h^1	$-\ 0^0$	—	1,507	»	1,468	0,039	»	»
Völknérite de Snarum	H	p	$+\ 0^0$	—	»	1,47	»	0,014	»	»
Wagnérite de Bamle	M	»	»	+	1,582	1,570	1,569	0,013	0,012	0,001
Wöhlérite du Langesundfjörd	M	h^1	$\pm 45^0$	—	1,726	1,716	1,700	0,026	0,010	0,016
Wollastonite de Morawitza	M	ph^1	$\pm\ 0^0$	—	1,635	1,633	1,621	0,014	0,002	0,012
Zoïsite de Carinthie	M	h^1g^1	$\pm\ 0^0$	+	1,702	1,696	1,696	0,006	»	»

MÉTÉOROLOGIE. — *Prétendue pluie de sang, qui serait tombée le* 13 *décembre dernier en Cochinchine;* par M. **Thoraude**, Phû de l'arrondissement de Tay-Ninh. Note transmise par M. Delauney à M. Daubrée.

« Le 13 décembre dernier, je revenais à Tay-Ninh dans ma famille, sur la voiture publique où avaient pris place quatre voyageurs et deux enfants, aussi du pays, lorsque, vers 4^h, à 8^{km} environ de Tay-Ninh, le jeune conducteur malabare, en se tournant vers moi, me demanda avec colère pourquoi j'avais répandu sur ses vêtements du sang provenant de la coupure de mes doigts. Furieux de ce reproche qui n'était pas fondé, je jetai un coup d'œil sur moi-même et, à mon grand étonnement, je trouvai mes doigts pleins de sang. A cette vue, je crus qu'ils avaient été en effet coupés sans que je m'en fusse aperçu, par quelque chose de tranchant; mais, en les essuyant avec mon mouchoir, je vis qu'il n'en était rien.

» Je demandai alors aux autres voyageurs s'ils savaient comment du sang était arrivé sur mes doigts; ils me dirent qu'ils n'en savaient pas plus que moi.

» En continuant à visiter mes vêtements et à regarder autour de moi, je trouvai, à ma grande surprise, un nombre considérable de petites gouttes qui, sur ma robe noire, paraissaient noires; mais, en les touchant, je vis, avec les autres voyageurs, qu'elles avaient l'apparence d'un sang un peu coagulé.

» Quelques minutes après, l'une des voyageuses, la nommée Pham-thi-Lê, vit le visage de son enfant parsemé de gouttes de sang; il en était de même de la robe blanche de mon petit garçon, ainsi que de mon parapluie placé derrière les Malabares conducteurs. L'un d'eux constata à son tour, et devant nous, une infinité de gouttes de sang sur sa jupe blanche.

» Le lendemain de cet évènement, quand je voulus recueillir les taches de sang pour les montrer à l'autorité, les vêtements étaient déjà lavés.

» Quant aux arbres de la partie de la route où le fait a été observé, il y en a trois dits *vên vên*, deux *cây-da* (banians) et un *cây-dâl*.

» Pendant qu'il tombait de ces gouttes de sang, le ciel était complètement couvert; les voyageurs n'ont pas vu pleuvoir, et ils ont cependant constaté que le sol de la route était humide. »

Une seconde Note, du notable Lành, annonce aussi une pluie de sang, tombée à la même heure, non loin de là, à Hiêp-Ninh.

M. *Delauney*, en communiquant ces Notes, ajoute qu'il reviendra très prochainement en France, où il apportera le parapluie du Phû de Tay-Ninh, afin qu'on examine la nature des gouttes dont il est taché.

On ne se rappelle pas, dans le pays, avoir vu un fait semblable.

M. **Blanchard**, à l'occasion de cette Communication, présente les observations suivantes :

« De tout temps on a parlé, avec une terreur superstitieuse, de pluies sanglantes, ou d'eau changée en sang. En effet, certaines eaux présentent une coloration d'un rouge vif, qui préoccupa beaucoup d'observateurs il y a environ un demi-siècle. Sur les côtes méditerranéennes, des marais salans se montrent entièrement rouges. En 1836, Payen attribuait cette coloration à la présence d'un petit crustacé branchiopode, l'*Artemia salina*. Bientôt Dunal, de la Faculté des Sciences de Montpellier, constatait que cette cause est due à un organisme végétal du genre *Protococcus*, appelé quelquefois aussi *Hœmatococcus*. En 1840, N. Joly, de la Faculté des Sciences de Toulouse, dans un Mémoire sur l'*Artemia*, confirmait les observations de Dunal et donnait la preuve que l'*Artemia* n'est rouge que parce qu'elle mange le *Protococcus*.

» Ainsi on comprend sans peine que, par des coups de vent ou l'ouragan, les eaux ainsi rougies viennent asperger le sol et les passants. »

M. **J. Carvallo**, à propos d'une Communication récente de M. *Sylvester*, fait remarquer qu'il a présenté à l'Académie des Sciences exactes de Madrid, le 22 mai 1880, un Mémoire sur la théorie des nombres parfaits, Mémoire qui a donné lieu à un Rapport, et qui contient la démonstration de quelques-uns des théorèmes énoncés par M. Sylvester.

M. **Léopold Hugo** adresse une Note « Sur le triangle 3, 4, 5, donné par les nombres premiers ».

La séance est levée à 4 heures trois quarts. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 5 mars 1888.

Œuvres de Fourier, publiées par les soins de M. Gaston Darboux, sous les auspices du Ministère de l'Instruction publique. Tome premier : *Théorie analytique de la chaleur*. Paris, Gauthier-Villars et Fils, 1888; 1 vol. in-4°.

La première comète périodique de Tempel, 1867, II. *Étude consacrée spécialement aux apparitions de* 1873 *et de* 1879; *par* Raoul Gautier. Genève, Ch. Schuchardt, 1888; br. gr. in-4°.

Éléments de Statique graphique appliquée à l'équilibre des systèmes articulés; par M. Arthur Thiré. Paris, Baudry et Cie, 1888; br. in-8° et atlas in-f°. (Présenté par M. Haton de la Goupillière.)

Encyclopédie des Travaux publics. — Ponts en maçonnerie; par E. Degrand *et* Jean Resal. Tome Ier : *Stabilité des voûtes, par* Jean Resal. Paris, Baudry et Cie, 1887; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. Maurice Lévy et renvoyé au concours du prix Dalmont.)

Annuaire de la Société nationale d'Agriculture de France; année 1888. Paris, G. Chamerot, 1888; br. in-18.

Traité élémentaire de Pathologie externe; par E. Follin et Simon Duplay. Paris, G. Masson, 1877-1887; 7 vol. gr. in-8°. (Renvoi au concours Montyon, Médecine et Chirurgie.)

La variole et le croup à Montluçon; par le Dr Dechaux. Paris, J.-B. Baillière et Fils, 1888; 1 vol. in-18.

La saignée d'Hippocrate; par le Dr Dechaux. Paris, J.-B. Baillière et Fils, 1886; 1 vol. in-18.

Traité de la Chirurgie de guerre; par E. Delorme. Tome Ier : *Histoire de la Chirurgie militaire française. Plaies par armes à feu des parties molles.* Paris, Félix Alcan, 1888; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. le baron Larrey.)

Système nerveux, morphologie générale et classification des Gastéropodes prosobranches; par E.-L. Bouvier. Paris, G. Masson, 1887; 1 vol. gr. in-8°. (Renvoi au concours du prix Lallemand.)

Geological Survey of the State of New York. Palæontology : vol. V, Part I : *Lamellibranchiata.* II. Text and plates, containing descriptions and figures of the *Dimyaria;* by James Hall. — Vol. VI. *Corals and Bryozoa,* text and plates; by James Hall, assisted by George B. Simpson. Albany, N.-Y., Charles van Benthuysen and Sons, 1885-1887; 2 vol. gr. in-4°.

The fisheries and fishery industries of the United States; by George Brown Goode. — Section II : *A geographical Review of the fisheries industries and fishing Communities for the year* 1880. Washington, Government printing Office, 1887; 1 vol. gr. in-4°.

Annual Report of the geological Survey of Pennsylvania for 1886. Part I and Part II. Harrisburg, 1887; 2 vol. in-8°.

Herinneringen aan Blitong, historisch, lithologisch, mineralogisch, geographisch, geologisch en Mijnbouwkundig; door Corns de Groot. S. Gravenhage, H. L. Smits, 1887; 1 vol. gr. in-8° et un atlas in-f°.

ERRATA.

(Séance du 20 février 1888.)

Note de M. *de Jonquières* sur la construction géométrique de la surface du troisième ordre :

Page 527, ligne 1 de la première note, *au lieu de* Sur les courbes et les surfaces...., *lisez* Sur les courbes de la surface....

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 MARS 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur certains points de la théorie des erreurs accidentelles.* Lettre de M. **Faye** à M. le Secrétaire perpétuel.

« Paris, le 9 mars 1888.

» Vous avez bien voulu me demander mon avis sur certains points de la théorie des erreurs accidentelles. Je crois, avec vous, que la moyenne arithmétique ne donne pas, nécessairement et dans tous les cas, le résultat le plus probable. En examinant la question par les faits, on arrive aux conclusions suivantes :

» 1° Les erreurs positives et négatives se compensent de très près dans la somme des mesures, non seulement en bloc, mais encore par couples de grandeurs analogues. En d'autres termes, la liste des écarts négatifs re-

produit à très peu près celle des écarts positifs si le nombre des observations est suffisant.

» 2° Les fortes erreurs, qui se présentent en très petit nombre dans une série de mesures effectuées pourtant avec le même soin, et cela à l'insu de l'observateur, ne se compensent pas toujours aussi bien, précisément parce qu'elles sont très rares. Il suffit, par exemple, d'une forte erreur positive, non compensée par une erreur négative de même ordre (faute d'un nombre suffisant de mesures), pour altérer la moyenne d'autant plus que le nombre des observations sera moins grand. Elle ne sera pas compensée, en effet, par les petites erreurs négatives, lesquelles sont annulées par des erreurs de sens contraire, de même grandeur et en pareil nombre.

» Vérifions ces appréciations par un exemple. Voici quarante déterminations microscopiques *de mêmes poids*, faites en Angleterre pour fixer la position d'un trait, sur un étalon de mesure linéaire ([1]).

» L'unité représente $\frac{1}{1000000}$ de yard, c'est-à-dire 0,91 de micron.

3,68	2,81	5,48	3,28	
3,11	4,65	3,76	3,78	
4,76	3,27	4,59	3,22	
2,75	4,08	2,64	3,98	
4,15	4,51	2,98	3,91	Moyenne
5,08	4,43	4,21	5,21	arithm. = 3,93
2,95	3,43	5,23	4,43	
6,35	3,26	4,45	2,28	
3,78	2,48	3,95	4,10	
4,49	4,84	2,66	4,18	

» Pour voir si les erreurs de même ordre de grandeur, tantôt positives, tantôt négatives, se compensent suffisamment, il suffit de ranger ces excellentes mesures par ordre de grandeur, et de plier la liste en deux de manière à mettre en regard et à ajouter les plus fortes avec les plus faibles.

» En voici le Tableau :

		Demi-somme.
6,35	2,28	4,315
5,48	2,48	3,98
5,23	2,64	3,935
5,21	2,66	3,935
5,08	2,75	3,915

([1]) Colonel A.-R. CLARKE'S *Geodesy*, p. 60.

		Demi-somme.
4,84	2,81	3,825
4,76	2,95	3,855
4,65	2,98	3,815
4,59	3,11	3,85
4,51	3,22	3,865
4,49	3,26	3,875
4,45	3,27	3,86
4,43	3,28	3,855
4,43	3,43	3,93
4,21	3,68	3,945
4,18	3,76	3,97
4,15	3,78	3,965
4,10	3,78	3,94
4,08	3,91	3,995
3,98	3,95	3,965

» Vous voyez que la compensation des erreurs de signes contraires est satisfaisante. Elle a lieu pour chaque ordre de grandeur, séparément, sauf pour le premier couple dans lequel l'erreur considérable positive qui affecte le plus grand nombre, 6,35, n'est pas compensée par l'erreur négative du plus petit, 2,24. Le chiffre 3 des unités paraît être très bien déterminé; le chiffre des dixièmes est évidemment compris entre 8 et 9, plus près seulement de 9, en sorte que la moyenne arithmétique, 3,93, est un peu trop forte. On peut donc déjà penser que celle-ci ne donne pas le résultat le plus probable. Si l'on exclut la mesure 6,35, dont l'erreur en plus est loin d'être compensée par l'erreur en moins de 2,24, on aura pour moyenne 3,87, qui mérite, je crois, plus de confiance que la moyenne générale 3,93.

» Tout cela pour montrer seulement *a posteriori*, comme vous venez de le faire *a priori*, que la moyenne arithmétique peut ne pas donner le résultat le plus probable. C'est précisément parce que je ne comptais pas absolument sur la démonstration de Gauss pour établir la loi de probabilité des erreurs accidentelles que, dans mon Cours de l'École Polytechnique, j'ai déduit cette loi de l'examen des erreurs, c'est-à-dire *a posteriori*. Cette loi n'apparaît alors que comme une simple approximation, mais il est aisé de vérifier qu'elle a le mérite de s'appliquer de très près à toutes sortes de mesures ou d'observations, pourvu qu'elles soient dépouillées des erreurs systématiques.

» Reste la question de savoir s'il convient de généraliser et de prescrire qu'il faut supprimer les observations discordantes. Il y aurait à cela un

grave inconvénient. Dans une foule de cas, le calculateur aurait ainsi la facilité de tirer des observations le résultat qui lui plairait le mieux, c'est-à-dire de le faire cadrer avec quelque opinion préconçue et parfois erronée. Je préfère la règle qui consiste à n'exclure que les observations *marquées douteuses à l'instant même où elles ont été faites et avant tout calcul.*

» Si pourtant vous pouviez établir une règle d'exclusion qui ne fût pas entièrement arbitraire, l'objection précédente perdrait beaucoup de sa force. »

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la valeur probable des erreurs les plus petites dans une série d'observations;* par M. **J. Bertrand**.

« Lorsqu'on a pris un grand nombre de fois la mesure d'une même grandeur, les erreurs se répartissent suivant une loi régulière prévue par la théorie et dont la conformité constante avec l'expérience est un des résultats les plus étranges de la théorie.

» La régularité de cette loi permet de prévoir tous les détails, pour ainsi dire, de cette suite dont chaque terme, cependant, est donné par le hasard.

» J'ai cherché quelle est, dans un grand nombre d'épreuves dont la précision est connue, la valeur probable de la plus petite erreur.

» En nommant k la constante caractéristique, la probabilité d'une erreur z étant

$$\frac{k}{\sqrt{\pi}} e^{-k^2 z^2}\, dz,$$

la valeur probable de la plus petite erreur sur n épreuves est

$$(1) \qquad \frac{2k}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} z e^{-k^2 z^2}\, dz \left[1 - \Theta(kz)\right]^{n-1},$$

$\Theta(t)$ représentant la fonction

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{t} e^{-t^2}\, dt.$$

» Le calcul de l'expression (1) serait fort difficile; mais, lorsque n est grand, on en obtient aisément la valeur approchée, qui est

$$\frac{1}{(n+1)k}.$$

» Si l'on classe les erreurs par ordre de grandeur, en commençant par la plus petite, la valeur probable de la seconde est, approximativement,

$$\frac{2}{(n+1)k};$$

celle de la troisième,

$$\frac{3}{(n+1)k},$$

et ainsi de suite; les valeurs probables des plus petites erreurs croissent en progression arithmétique.

» Cette conclusion peut sembler étrange. Les erreurs positives ont mêmes probabilités que les erreurs négatives. La valeur probable de la plus petite erreur positive est donc la même que celle de la plus petite erreur négative, et si, comme il est vraisemblable, elles sont les deux plus petites, cette indication du bon sens semble démentir le calcul.

» Il n'en est rien. La difficulté apparente naît d'une confusion entre la valeur probable d'une grandeur et la valeur qu'il est probable de lui voir prendre. Les deux idées sont fort différentes.

» Pierre et Paul doivent se partager un héritage. On sait que l'un des deux aura les deux tiers, l'autre le tiers du tout, mais on ne sait lequel.

» La valeur probable de la part de Pierre est $\frac{1}{2}$.

» Celle de la part de Paul est $\frac{1}{2}$.

» La valeur probable (on pourrait, dans ce cas, dire la valeur certaine) de la plus grande part est $\frac{2}{3}$.

» La valeur de la plus petite part est $\frac{1}{3}$.

» Les deux parts, qui ont même valeur probable, sont dans ce cas, certainement, dans le rapport de 1 à 2.

» Si, après avoir pris n mesures d'une même grandeur, on adopte la moyenne comme valeur de cette grandeur, la valeur probable du carré de l'erreur commise est

$$\frac{1}{2nk^2}.$$

» L'erreur probable est de l'ordre $\frac{1}{\sqrt{n}}$, beaucoup plus grande si n est grand que les plus petites erreurs commises dont la valeur probable est de l'ordre $\frac{1}{n}$.

» Si donc, après avoir fait un grand nombre d'observations, on avait

un moyen certain de discerner les meilleures, elles seraient de beaucoup préférables à la moyenne de toutes.

» Cette vérité semblerait, je crois, évidente *a priori* si l'on n'avait pas depuis longtemps pris l'habitude d'attribuer aux moyennes une sorte de vertu mystérieuse, bien supérieure à leur vrai mérite. »

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur un point de la théorie de la Lune.* Note de M. **F. Tisserand.**

« I. Dans sa belle théorie de la Lune, Delaunay s'est contenté de donner, avec une précision déterminée, les expressions analytiques des trois coordonnées de la Lune en fonction du temps et de six constantes arbitraires. On pourrait regretter qu'il n'ait pas donné aussi les expressions des six éléments elliptiques osculateurs pour une époque quelconque, si l'on ne songeait immédiatement au surcroît énorme de travail qui en serait résulté, pour une Théorie dont les résultats principaux remplissent déjà deux gros Volumes des *Mémoires de l'Académie des Sciences* (t. XXVIII et XXIX).

» Les expressions de ces éléments auraient été cependant très intéressantes, et surtout celle du grand axe; car elle aurait montré ce que devient dans une théorie rigoureuse le célèbre théorème de l'invariabilité des grands axes. Je me suis proposé de chercher la forme générale de l'expression en question, en vue de préciser, dans la théorie même de Delaunay, la portée et l'étendue du théorème de l'invariabilité du grand axe de l'orbite de la Lune. Poisson et de Pontécoulant ont examiné ce point dans leurs Théories respectives; mais il m'a semblé que la démonstration que je fais découler de la méthode même de Delaunay est des plus simples. J'en tire, en outre, des inductions intéressantes sur le même théorème, quand il s'agit du problème des trois corps dans toute sa généralité.

» II. Nous adopterons les notations de Delaunay; au début des calculs, a, e et γ représentent respectivement le demi grand axe, l'excentricité et le sinus de la moitié de l'inclinaison de l'orbite; l, g, h désignent l'anomalie moyenne, la distance du nœud au périgée, et la longitude du nœud ascendant de l'orbite. Enfin, L, G, H sont des inconnues auxiliaires ayant pour signification

$$L = \sqrt{\mu a}, \qquad G = L\sqrt{1 - e^2}, \qquad H = G(1 - 2\gamma^2);$$

l'introduction de ces quantités auxiliaires a pour but de ramener les équations différentielles à la forme la plus simple.

» Un argument quelconque de la force perturbatrice R est de la forme

$$il + i'g + i''(h - h' - g') + i'''l';$$

le coefficient du cosinus de cet argument et la partie non périodique de R sont des fonctions connues de a, e, γ, donc de L, G, H; l', g', h' désignent pour le Soleil les quantités analogues à l, g, h.

» On sait que la méthode de Delaunay consiste à faire disparaître successivement les divers termes périodiques de R; il convient de distinguer trois groupes principaux dans les opérations nécessitées par le développement de la méthode, selon que l'on fait disparaître :

» (α) Les termes à courtes périodes, dans lesquels on a $i \gtrless 0$;

» (β) Les termes à périodes plus longues, pour lesquels $i = 0$, $i''' \gtrless 0$;

» (γ) Les termes séculaires ou à périodes beaucoup plus longues, qui correspondent à $i = 0$ et $i''' = 0$.

» Nous considérons d'abord les opérations du genre (α) (opérations 2-40 de Delaunay); à la suite de chacune des opérations, pour éviter de multiplier indéfiniment les notations, on est conduit à modifier la signification des quantités a, e, γ, l, g, h; soit p l'une quelconque de ces quantités. Les formules de Delaunay montrent que p devra être remplacé par $p + p_\alpha$, p_α étant un développement dont tous les termes contiennent en facteur $\left(\frac{n'}{n}\right)^2$; n' est le moyen mouvement du Soleil, et n représente la quantité $\sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$. On en conclut aisément qu'après toutes les opérations du genre (α), le demi grand axe osculateur est donné par une expression de la forme

$$(1) \qquad a + a\left(\frac{n'}{n}\right)^2 \Sigma A_{i,j} \cos i\theta_j + a\left(\frac{n'}{n}\right)^4 \Sigma \mathcal{A}_j \cos \vartheta_j + \ldots;$$

θ_j désigne l'un quelconque des arguments de R quand on y remplace l, g, h par leurs valeurs actuelles; a et n représentent également les valeurs actuelles des quantités correspondantes; $A_{i,j}$ et $\mathcal{A}_j$ sont supposés développés suivant les puissances de $\frac{n'}{n}$; enfin ϑ_j représente les combinaisons deux à deux de multiples entiers des arguments θ de R.

» Après chacune des opérations (α) et après leur ensemble, les valeurs

des inconnues auxiliaires L, G, H sont liées aux valeurs correspondantes de a, e et γ, par des relations de la forme

$$(2)\qquad \begin{cases} \mathrm{L} = \sqrt{\mu a}\left[1 + \mathfrak{L}\left(\frac{n'}{n}\right)^4\right], \\ \mathrm{G} = \sqrt{\mu a(1-e^2)}\left[1 + \mathfrak{G}\left(\frac{n'}{n}\right)^4\right], \\ \mathrm{H} = \sqrt{\mu a(1-e^2)}(1-2\gamma^2)\left[1 + \mathfrak{H}\left(\frac{n'}{n}\right)^4\right]; \end{cases}$$

$\mathfrak{L}$, $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{H}$ étant des fonctions de e^2, e'^2, γ^2, $\frac{n'}{n}$ et $\frac{a}{a'}$; les formules (2) ressortent des Tableaux des diverses opérations de Delaunay, et il est facile de les démontrer d'une manière générale.

» On considérera maintenant en bloc toutes les opérations (β); on aura pour tous ces termes la relation

$$\frac{d\mathrm{L}}{dt} = \frac{\partial \mathrm{R}}{\partial l} = 0;$$

donc, d'après la première des formules (2),

$$(3)\qquad \sqrt{\mu a}\left[1 + \mathfrak{L}\left(\frac{n'}{n}\right)^4\right] = \text{const.}$$

» A la suite de chacune des opérations (β), on doit remplacer l'une quelconque p des quantités e, γ, l, g, h par

$$(4)\qquad p + p_\beta;$$

p_β contient en facteur seulement $\frac{n'}{n}$; mais tous les arguments renfermés dans p_β sont indépendants de l, et c'est là une remarque importante pour notre démonstration. La formule (3) montre d'ailleurs que a doit être remplacé par

$$(5)\qquad a + a_\beta,$$

a_β contenant $\left(\frac{n'}{n}\right)^4$ en facteur.

» Il faut faire dans l'expression (1) les substitutions (4) et (5), et celle qui en résulte pour $\frac{n'}{n}$; la première partie a pourra contenir des termes dans lesquels l ne figurera plus; mais ces termes provenant de (5) seront mul-

tipliés par $\left(\frac{n'}{n}\right)^4$; les substitutions (4) et (5) dans la seconde partie de l'expression (1),

$$a\left(\frac{n'}{n}\right)^2 \Sigma A_{i,j} \cos i\theta_j,$$

donneront des termes en $\left(\frac{n'}{n}\right)^2$ et $\left(\frac{n'}{n}\right)^3$; mais ces termes contiendront tous l, puisqu'ils proviendront de la combinaison d'un argument renfermant l avec d'autres qui ne le contiennent pas.

» Donc, après les opérations (β), l'expression du grand axe sera encore de la forme (1), les termes indépendants de l étant accompagnés du facteur $\left(\frac{n'}{n}\right)^4$.

» Passons enfin aux opérations (γ). On aura encore la relation (3) avec la conséquence qui en a été tirée ci-dessus; l'une quelconque, p, des quantités e, γ, l, g, h devra être remplacée par

$$p + p_\gamma; \tag{6}$$

ici p_γ contient des termes de l'ordre zéro par rapport à $\frac{n'}{n}$; mais, en raisonnant comme précédemment, on verra que la substitution (6) dans la seconde et la troisième partie de la formule (1) ne pourra pas donner de termes indépendants de l, qui ne soient accompagnés du facteur $\left(\frac{n'}{n}\right)^4$.

» Si donc on désigne par m la valeur finale du rapport $\frac{n'}{n}$, on aura, pour le demi grand axe, une expression de la forme

$$\left\{\begin{array}{l} a + m^2 \Sigma \mathfrak{M} \cos[il + i'g + i''(h - h' - g') + i'''l'] \\ \quad + m^4 \Sigma \mathfrak{N} \cos[\phantom{il +{}} i'g + i''(h - h' - g') + i'''l'] \\ \quad + m^4 \Sigma \mathfrak{P} \cos[\phantom{il +{}} i'g + i''(h - h' - g')]; \end{array}\right. \tag{7}$$

les quatre arguments l, g, $h - h' - g'$, l' qui entrent dans cette formule sont maintenant de la forme $a + a't$. On voit figurer trois espèces de termes qui correspondent aux formes (α), (β) et (γ); les termes à longues périodes et les termes séculaires seront très petits, à cause du facteur m^4; ils le seront généralement encore plus, en raison des puissances e, e', γ et $\frac{a}{a'}$, qui pourront entrer comme facteurs dans les coefficients $\mathfrak{N}$ et $\mathfrak{P}$.

» Il n'est pas vraisemblable que les coefficients $\mathfrak{P}$, qui se présentent sous

la forme de séries ordonnées suivant les puissances de $e, e', \gamma, \frac{a}{a'}$ et m soient identiquement nuls. Le théorème de l'invariabilité du grand axe ne s'étend donc pas aux termes de l'ordre m^4, comme l'a remarqué Poisson dans son *Mémoire sur le mouvement de la Lune autour de la Terre*.

» III. Le problème traité par Delaunay ne constitue pas le problème des trois corps dans toute sa généralité; d'abord, parce que la masse de la Lune est regardée comme évanouissante, puisqu'on suppose invariable l'orbite elliptique du Soleil; de plus, le rapport $\frac{a}{a'}$ est très petit, ce qui favorise les développements. Il est vrai que la grandeur de la masse du Soleil est une cause singulière de complication.

» On aura un problème d'un genre différent dans le cas d'un astéroïde, de masse évanouissante, troublé par Jupiter.

» Le vrai problème des trois corps est celui dans lequel on considère le Soleil et deux planètes de masses m et m' comparables entre elles, Jupiter et Saturne, par exemple; les solutions qu'on en a données jusqu'ici peuvent suffire pour un certain temps; elles ne sauraient convenir indéfiniment, parce que les formules auxquelles elles conduisent contiennent, dans quelques-unes de leurs parties, le temps en dehors des signes sinus et cosinus. Il faudra, un jour ou l'autre, aborder une solution plus rigoureuse, analogue à celle employée pour la Lune, où le temps figure seulement sous les signes sinus et cosinus.

» M. Lindstedt a frayé la voie en prouvant que, dans le problème général des trois corps, les distances mutuelles peuvent s'exprimer, comme dans le cas de la Lune, à l'aide de séries trigonométriques portant sur *quatre arguments* de la forme $\mathrm{a} + \mathrm{a}'t$.

» J'ai donné une autre démonstration du théorème de M. Lindstedt, dans le Tome XVIII des *Annales de l'Observatoire*, et j'ai montré comment on pourrait résoudre le problème en généralisant la méthode de Delaunay; il résulte de mes formules que le demi grand axe de l'orbite de la première planète, Jupiter par exemple, pourra aussi s'exprimer à l'aide des quatre arguments en question. On est conduit à admettre, par voie d'induction, que son expression finale sera de la forme

$$a + \Sigma \mathfrak{M} \cos(il + i'l' + jg + j'g') + \Sigma \mathfrak{L} \cos(jg + j'g'), \tag{8}$$

où les coefficients de t dans l et l' diffèrent peu des moyens mouvements des deux planètes, tandis que, dans g et g', ces coefficients sont de l'ordre

des masses m et m'; $\mathfrak{M}$ est de l'ordre de m', et $\mathfrak{P}$ contient dans chacun de ses termes l'un des facteurs m'^2, $m'm$, m^2, et, bien entendu, des puissances plus élevées.

» Le procédé suivi dans la méthode usuelle des perturbations planétaires revient à développer $\cos(jg + j'g')$ suivant les puissances du temps; les termes $\mathfrak{P}\cos(jg + j'g')$ de la formule (8) donneront des expressions de l'une des formes $m'^3 t$, $m'^2 mt$, ... Le théorème de l'invariabilité des grands axes n'aurait donc plus lieu pour les termes qui sont de l'ordre du cube des masses; cela est conforme au résultat obtenu par M. Spiru Haretu (*Annales de l'Observatoire de Paris*, t. XVIII).

» Enfin, les termes $\mathfrak{M}\cos(il + i'l' + jg + j'g')$ donneront des expressions de la forme

$$m'^2 t \cos(il + i'l' + q).$$

Ces termes semi-séculaires, que Poisson a conservés dans sa démonstration de l'invariabilité des grands axes, en ayant égard aux secondes puissances des masses, seront évidemment un obstacle sérieux quand on voudra représenter les observations pendant un intervalle de temps considérable, et on sera obligé, comme nous le disons plus haut, de revenir à la forme (8), dans laquelle le temps reste sous les signes cosinus. »

ASTRONOMIE. — *Théorie nouvelle de l'équatorial coudé. Recherche des termes correctifs dépendant du miroir intérieur et de l'axe de déclinaison*; par MM. **Loewy** et **P. Puiseux**.

« Pour bien faire saisir le signe des divers termes correctifs, il est nécessaire d'indiquer la direction suivant laquelle s'effectue le mouvement diurne dans le plan focal.

» Figurons le champ par un cercle. Soient O (*fig.* 3) le centre du champ; Ox, Oy les axes définis page 708. Admettons que la lunette vise le point d'intersection de l'équateur et du méridien. Une étoile de déclinaison boréale fera son image du côté des abscisses positives, c'est-à-dire du côté du bras. Une étoile équatoriale paraîtra marcher dans la direction choisie pour celle des abscisses positives. Il en résulte que, dans la position directe, elle semble se rapprocher de l'observateur. Dans la position inverse, elle semble s'en éloigner, c'est-à-dire marcher de O vers x'.

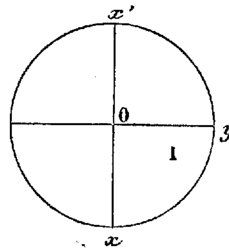
» Il est facile de se rendre compte géométriquement de ces propriétés.

» Rappelons que, en vertu de la construction de l'équatorial coudé :

» 1° La normale au miroir extérieur est bissectrice extérieure de l'angle formé par une parallèle à l'axe du bras et une parallèle à la direction du point visé. 2° La normale au miroir intérieur est bissectrice de l'angle formé par l'axe du bras et l'axe polaire.

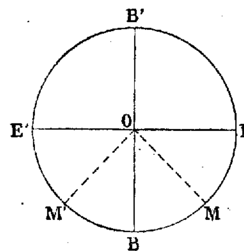
» Supposons qu'un point lumineux en mouvement se réfléchisse dans un miroir plan. D'après les lois connues de la réflexion, la direction appa-

Fig. 3.



rente du mouvement de l'image sera symétrique de la direction du mouvement réel, par rapport à la surface du miroir. Faisons une projection de la sphère céleste sur le plan de l'équateur, et admettons d'abord que le point visé soit dans l'équateur en E. Le point où le bras perce la sphère sera situé dans l'équateur à 90° du point E, en B si la lunette est dans la position directe, en B' si la lunette est dans la position inverse. Si l'on se place dans le premier cas, le miroir extérieur est perpendiculaire au plan de la figure et parallèle à la bissectrice OM de l'angle EOB (*fig.* 4).

Fig. 4.



» La direction du mouvement diurne est OB. Après réflexion dans le miroir extérieur, elle devient OE. Comme l'objectif produit un renversement, elle devient OE' : cette direction, étant parallèle au miroir intérieur, n'est pas modifiée par la seconde réflexion.

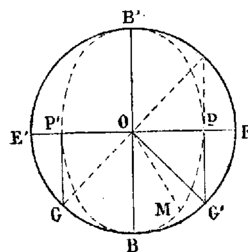
» Si la lunette est dans la position inverse, le miroir extérieur est parallèle à la bissectrice OM′ de l'angle BOE′. La direction OB du mouvement diurne se réfléchit suivant OE′. Après renversement par l'objectif, elle devient OE et n'est plus altérée par la seconde réflexion.

» En résumé, quand on vise un point de l'équateur, la direction apparente du mouvement diurne devient la direction opposée à celle du point que l'on vise, si l'on est dans la position directe; elle devient la direction même du point visé, si la lunette est dans la position inverse.

» Supposons maintenant que l'on vise un point quelconque P, dont la déclinaison δ sera mesurée par l'arc EP.

» Figurons (*fig.* 5) le grand cercle déterminé par le point P et l'axe du bras BB′. C'est dans ce plan que se fera la réflexion sur le premier miroir.

Fig. 5.



» Si l'on est dans la position directe, la direction OB du mouvement diurne deviendra, après réflexion dans le miroir extérieur, la direction OP. Pour tenir compte du renversement produit par l'objectif, on doit lui substituer la direction opposée OP′.

» Le plan du second miroir est bissecteur du dièdre formé par l'équateur et le cercle horaire PP′ du point visé. Donc, tout point de ce cercle horaire a pour image un point de l'équateur, et les points correspondants sont situés dans la figure sur une même perpendiculaire à PP′. La lunette étant dans la position directe, la partie australe du cercle horaire aura pour image la partie EBE′ de l'équateur. Le point P aura pour image le point G situé sur l'arc E′B et tel que $E'G = \delta$. On voit que la direction apparente du mouvement s'obtiendra en faisant tourner la direction relative à l'équateur de l'angle δ en sens inverse des aiguilles d'une montre.

» Si l'on est dans la position inverse, la direction OB du mouvement diurne devient OP′ après la première réflexion, OP après le renversement effectué par l'objectif, OG′ après réflexion sur le miroir intérieur. Le point G′, image du point P, est situé sur l'arc BE, la distance EG′ étant précisé-

ment égale à δ. On voit que, par rapport à la direction OE qui est relative à l'équateur, la direction apparente du mouvement diurne a tourné de l'angle δ dans le sens même des aiguilles d'une montre.

» Quel que soit le point du ciel visé par la lunette, on aura dans le champ la direction du pôle Nord, en imaginant une droite en coïncidence avec la direction apparente du mouvement diurne, et supposant ensuite qu'elle tourne de 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

» La règle pratique qui résulte de ces remarques est la suivante :

» La lunette étant dans la position directe, prenons pour position initiale du micromètre celle où le fil mobile est parallèle à la direction apparente du mouvement diurne dans l'équateur. La direction apparente pour un autre point du ciel s'obtiendra en faisant tourner le cercle de position du micromètre, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, d'un angle égal à la déclinaison. Si la lunette est dans la position inverse, on devra faire tourner le micromètre du même angle en sens contraire.

» Il résulte de ces remarques, et de la définition des axes, que si l'on vise un point de l'équateur, un point I, situé dans l'angle des coordonnées positives, correspondra à un point dont l'ascension droite sera plus faible et la déclinaison plus forte que celles du point O, centre du champ.

» Pour effectuer l'observation, quand on passe d'une déclinaison à l'autre, il faut chaque fois orienter le micromètre, si l'on fait usage de l'équatorial coudé de l'observatoire de Paris. Dans quelques-uns des nouveaux équatoriaux en construction, il suffit de réaliser l'orientation une fois pour toutes : le micromètre est entraîné avec le cercle de déclinaison et tourne chaque fois du même angle. L'orientation est donc obtenue directement pour toutes les positions comme avec les équatoriaux ordinaires.

» La première disposition offre l'avantage de faire reconnaître une erreur de calage par le sens du mouvement, qui ne coïncide plus avec la direction calculée. La nouvelle disposition adoptée ne donne pas cette vérification, mais elle assure une économie de temps dans l'exécution du travail en dispensant d'orienter chaque fois le micromètre.

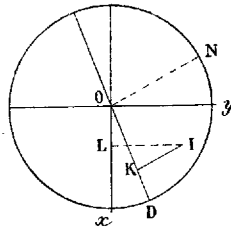
» Définissons maintenant les constantes tenant à la situation du miroir intérieur.

» Soit I (*fig.* 6) le point du champ où vient se réfléchir un rayon entré dans la lunette suivant l'axe du bras. Nous appellerons a et a' les coordonnées de ce point relativement aux axes Ox, Oy, en supposant que son déplacement par rapport au centre du champ est dû uniquement à ce que la condition relative à l'orientation du miroir intérieur n'est pas réalisée.

» Soit δ la déclinaison de l'étoile visée. Si la lunette est dans la position directe, la direction apparente du mouvement diurne sera celle de la droite OD, obtenue en faisant tourner Ox de l'angle δ, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

» Pour faire l'observation d'ascension droite, on fixe la lunette en angle horaire; on devrait attendre, pour noter le temps, que l'étoile se trouvât

Fig. 6.



dans le véritable cercle horaire instrumental, c'est-à-dire que son image rencontrât la perpendiculaire à la direction apparente du mouvement diurne, menée dans le champ par le point I. Au lieu de cela, on note le temps quand l'étoile se trouve sur une perpendiculaire à la direction apparente du mouvement, menée dans le champ par le point O. On a donc, dans le cas de la figure, observé trop tôt, et la correction d'ascension droite est égale au temps employé par l'étoile à parcourir la distance OK, projection de OI sur la direction apparente du mouvement diurne.

» La ligne OK elle-même est égale à la somme des projections sur OD de OL et LI, L étant le pied de la perpendiculaire abaissée du point I sur Oy. Il en résulte $OK = a\cos\delta + a'\sin\delta$; a et a' étant supposés évalués en arc, la correction d'ascension droite s'obtiendra en multipliant l'intervalle OK par la sécante de la déclinaison, ce qui donne

$$\delta \mathcal{A}^d_4 = a + a' \operatorname{tang}\delta.$$

» L'observation de distance polaire se fait en amenant, à l'aide du mouvement de rappel, le point O à avoir même déclinaison que l'image. Il faudrait, pour que l'étoile fût réellement visée par la lunette, amener le point I à avoir même déclinaison que l'image. On a donc, dans le cas de la figure, observé un point du ciel trop boréal. La déclinaison observée doit recevoir une correction négative, égale à la projection IK de la distance OI sur une perpendiculaire à la direction du mouvement diurne.

» Le théorème des projections donne $d\delta^d_4 = + a\sin\delta - a'\cos\delta$.

» Dans la position inverse de la lunette, les axes Ox, Oy prennent des directions diamétralement opposées aux précédentes.

» Les positions relatives du miroir intérieur et des deux axes n'étant pas changées, le point I prend la position symétrique de la première par rapport au centre du champ. Les coordonnées a, a' restent les mêmes.

» La direction du mouvement diurne s'obtiendra en faisant tourner Ox d'un angle δ, mais cette fois dans le sens des aiguilles d'une montre. Les corrections d'ascension droite et de déclinaison se déduiront donc des précédentes par le simple changement de δ en $-\delta$, ce qui donne

$$d\mathcal{AR}_4^i = a - a' \tang\delta, \qquad d\delta_4^i = -a\sin\delta - a'\cos\delta.$$

» L'étude qui s'offre maintenant à nous est celle des termes qui dépendent du bras. On doit toujours supposer l'axe du bras parallèle au plan P déterminé par l'axe horaire et la normale au miroir intérieur; car, s'il en était autrement, on devrait considérer le miroir comme désorienté, et les corrections trouvées feraient double emploi avec celles que nous avons déjà évaluées. Le bras étant parallèle au plan P, il peut arriver : 1° qu'il fasse un angle de 90° avec l'axe horaire, mais ne rencontre pas l'axe horaire au point d'intersection de celui-ci avec le miroir intérieur; 2° que, tout en passant par le point d'intersection de l'axe horaire avec le miroir intérieur, il fasse avec l'axe horaire un angle égal à 90° — B.

» Examinons successivement ces deux hypothèses.

» Dans le premier cas, même en supposant le petit miroir bien orienté, le rayon réfléchi viendra faire son image en un point du champ non situé sur l'axe horaire, et dont les coordonnées par rapport aux axes Ox, Oy pourront être appelées γ et γ'. Il en résulte des termes correctifs identiques, comme il est facile de s'en convaincre, à ceux qui contiennent un facteur a et a'. On aura donc

$$d\mathcal{AR}_5^d = \gamma + \gamma' \tang\delta, \qquad d\delta_5^d = \gamma\sin\delta - \gamma'\cos\delta;$$
$$d\mathcal{AR}_5^i = \gamma - \gamma' \tang\delta, \qquad d\delta_5^i = -\gamma\sin\delta - \gamma'\cos\delta.$$

» Les termes écrits sont complets, car le plan instrumental ne subit aucun déplacement dans le ciel quand l'axe du bras se déplace parallèlement à lui-même. Il nous reste à examiner le cas où l'axe du bras, rencontrant le petit miroir au même point que l'axe horaire, et supposé compris dans le plan P déterminé par l'axe horaire et la normale au miroir intérieur, fait avec l'axe horaire un angle égal à 90° — B.

» Cette déviation a pour effet de déplacer le rayon réfléchi dans le plan

même du bras. Si B est positif, l'angle d'incidence diminuant, l'angle de réflexion décroît de la même quantité. Le déplacement angulaire de l'image est précisément égal à B et s'effectue dans le champ suivant une parallèle au bras. La direction de ce déplacement est celle de l'axe Oy défini.

» La constante B agit donc exactement de la même manière que la constante γ' relative à la situation absolue du bras. On en déduit, pour les corrections des coordonnées observées,

$$d\mathcal{A}_6^d = + \mathrm{B}\,\mathrm{tang}\,\delta, \qquad d\delta_6^d = - \mathrm{B}\cos\delta,$$
$$d\mathcal{A}_6^i = - \mathrm{B}\,\mathrm{tang}\,\delta, \qquad d\delta_6^i = - \mathrm{B}\cos\delta.$$

» Cette inclinaison du bras exerce une double influence. Non seulement elle dévie, comme nous venons de le voir, l'image dans le champ, mais encore elle change le plan instrumental. Ce déplacement consiste dans une rotation d'un angle B autour de la droite d'intersection du plan instrumental avec l'équateur. Il s'effectue du côté opposé au bras si B est positif. L'erreur qui en résulte est la même que celle qui est produite par l'inclinaison de l'axe de déclinaison dans les instruments ordinaires. On vérifie aisément qu'elle change de signe avec la déclinaison de l'étoile ou quand on passe à l'autre position de la lunette. On devra, en conséquence, compléter les expressions qui viennent d'être données par les termes correctifs

$$(d\mathcal{A}_6^d)_1 = + \mathrm{B}\,\mathrm{tang}\,\delta, \qquad (d\mathcal{A}_6^i)_1 = - \mathrm{B}\,\mathrm{tang}\,\delta.$$

» Nous avons adopté pour origine des coordonnées, en définissant les quantités a et a', le point O où l'axe horaire rencontre le plan du réticule. Voici le procédé que l'on peut employer pour déterminer la position de ce point dans le champ.

» Enlevons l'oculaire, et en face du réticule installons un microscope muni d'une croisée de fils au foyer de son oculaire. On réglera la distance de ce microscope à la lunette de telle sorte que, par l'oculaire de ce microscope, on puisse voir à la fois et nettement les fils de la lunette et ceux du microscope. Par un déplacement convenable du microscope, on fera en sorte que sa croisée de fils coïncide à peu près avec le centre du champ.

» Le cercle de position étant à 0°, on fait mouvoir le fil mobile de la lunette de manière à l'amener sous la croisée des fils du microscope. Soit l la lecture correspondante. On fait tourner la lunette de 180°. On ramène le fil mobile sous la croisée des fils du microscope. Soit l' la nouvelle lecture. La moyenne $o = \frac{l + l'}{2}$ est la lecture qui répond au point O où l'axe horaire rencontre le plan du réticule.

» On répète cette double opération après avoir mis le cercle de position à 90°. On obtient ainsi les coordonnées o, o' du point O relativement à deux axes rectangulaires situés dans le champ et définis en direction par les lectures 0° et 90° du cercle de position. Le cercle de position étant réglé, ces axes sont parallèles aux axes Ox, Oy définis au § III. Soient maintenant p, p' les lectures du micromètre qui répondent à un point P du champ, pour les mêmes lectures du cercle de position. Les coordonnées du point P par rapport aux axes Ox, Oy seront $p - o$, $p' - o'$.

» On peut, par un procédé tout semblable, déterminer le centre de rotation du micromètre. Si l'on veut mettre à profit l'installation de l'appareil dont nous venons de parler, on amènera le fil mobile sous la croisée des fils du microscope, sans déplacer cette fois la lunette, mais en faisant marquer au cercle de position successivement 0°, 90°, 180° et 270°. Les moyennes des lectures faites dans deux positions diamétralement opposées donneront les lectures qui répondent au point Ω, centre du micromètre. On en déduira, par différence, les coordonnées ω, ω' de ce point relativement aux axes Ox, Oy. Pour effectuer cette dernière opération, l'emploi d'un collimateur n'est pas nécessaire. On peut viser un objet fixe quelconque dans deux positions diamétralement opposées du micromètre ou, ce qui est encore plus simple, pointer une étoile en déclinaison après avoir orienté le micromètre.

» L'expérience faite sur l'équatorial coudé de l'observatoire de Paris a montré que l'écart des points O et Ω ne dépasse pas 3″ ou 4″ d'arc. Nous montrerons qu'il n'est pas nécessaire de procéder à la détermination physique de cette distance. Son effet se confond avec celui d'autres inconnues, et l'on calcule en bloc la totalité des termes correctifs.

» En réalité, les observations se font en rapportant l'image de l'étoile au point Ω, centre du micromètre, et non au point O. Il en résultera sur les coordonnées a et a' des erreurs constantes et, par suite, sur les coordonnées de l'étoile, des termes correctifs de forme identique à ceux qu'introduit une translation de l'axe du bras dans l'espace. Nous écrirons donc, comme supplément aux corrections trouvées précédemment,

$$(d\mathcal{A}_4^d)_1 = \omega + \omega' \operatorname{tang}\delta, \qquad (d\delta_4^d)_1 = \omega \sin\delta - \omega' \cos\delta;$$
$$(d\mathcal{A}^i)_1 = \omega - \omega' \operatorname{tang}\delta, \qquad (d\delta^i)_1 = -\omega \sin\delta - \omega' \cos\delta.$$

» Nous donnerons ultérieurement les termes qui dépendent du miroir extérieur et les formules complètes de réduction. »

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur l'absorption des matières salines par les végétaux: Sulfate de potasse;* par MM. **Berthelot** et **G. André**.

« Les plantes tirent leurs éléments minéraux du sol; mais les voies et mécanismes suivant lesquels cette absorption a lieu sont encore fort obscurs : les matières absolument insolubles ne peuvent agir qu'au contact des racines, contact nécessairement limité à d'étroites surfaces; tandis que la plupart des réactions s'exercent sur les dissolutions étendues des matières solubles, mises en rapport avec les racines et y pénétrant, conformément aux lois générales de l'endosmose, de la dialyse et de la capillarité. De là diverses réactions chimiques de combinaison et de dissociation, entre les matières contenues dans le sol et les principes dissous dans les sèves et autres liquides de la plante. L'effet de ces actions réunies est de faire pénétrer dans les racines certains composés : les uns identiques à ceux que les plantes contenaient déjà, les autres résultant de leur transformation; tandis que certains autres composés sont excrétés et se répandent en sens inverse dans le sol environnant. Les composés qui pénètrent ainsi dans la plante se répartissent ensuite dans ses tissus et dans ses vaisseaux et organes, de façon à s'accumuler dans quelques-uns, à moins qu'ils n'y soient transformés. Nous avons été conduits, par nos expériences précédentes sur la formation et l'accumulation des azotates dans les Amarantes, à en entreprendre de nouvelles, pour tâcher de jeter un nouveau jour sur le mécanisme intime de ces pénétrations et de ces échanges. Nous nous attacherons aujourd'hui aux composés dérivés de la potasse, substance essentielle à la vie végétale et spécialement à la formation des azotates. En raison de leur solubilité, ces composés se prêtent particulièrement à l'étude des phénomènes. Nous avons opéré sur quatre sels distincts, savoir : le sulfate et le chlorure, qui peuvent être suivis et dosés dans les diverses parties de la plante, et, d'autre part, l'acétate, qui se transforme aisément en devenant une source de potasse; enfin l'azotate, sel également transformable dans la plante, qui peut aussi soit y subsister, soit même y prendre naissance, et qui, d'ailleurs, est facile à reconnaître et à doser, aussi bien que le chlorure et le sulfate, soit dans le sol lui-même, soit dans le végétal.

» Les expériences ont été faites dans les grands pots de terre que nous

avons déjà décrits, lesquels contiennent environ 50^{kg} de terre. La proportion des sels introduits dans la terre a été rendue à dessein considérable, de façon à représenter une dose de potasse voisine de celle que contenait déjà le sol. A la vérité, cette dernière était en grande partie sous forme insoluble et lentement assimilable. En tous cas, nous avons pris soin de rester au voisinage de la limite répondant à la formation, avec l'eau du sol, de solutions salines saturées aux températures des expériences, tout en demeurant toujours au-dessous de cette limite.

» Malgré cette précaution, quelques-uns des essais ont été entravés par l'efflorescence à la surface du sol des sels ramenés en ce point par la capillarité. Cette circonstance a arrêté parfois au début la végétation des plantes repiquées dans les pots : ce qui est arrivé particulièrement avec le chlorure de potassium, en présence duquel elles ne se sont pas développées. Avec les autres sels, la végétation, languissante au début, a fini par reprendre son activité. Ces expériences ont été faites avec les Amarantes queue-de-renard et pyramidal, ainsi qu'avec le Pourpier (*Portulacca oleracea*). En voici le résumé :

1re Série : *Sulfate de potasse.*

» Pot n° 13. — Abrité. — $45^{kg},5$ de terre (supposée sèche à 100°), contenant $8^{kg},1$ d'eau, 76^{gr} d'azote organique et $405^{gr},9$ de potasse (KO), en majeure partie à l'état de composés insolubles, dans l'argile. On a incorporé $395^{gr},4$ de sulfate de potasse, contenant 213^{gr} de potasse (KO). On a arrosé avec de l'eau, dont le volume total s'est élevé à la fin de l'expérience à 7^{lit} ou 8^{lit}.

» A la fin, la terre renfermait encore $4^{kg},37$ d'eau, dose suffisante pour dissoudre la totalité du sel, si elle avait agi sur lui isolément.

» 1. Le 31 mai 1887, on a repiqué dans ce pot dix pieds d'Amarante pyramidal et cinq pieds d'Amarante queue-de-renard, pesant en tout $3^{gr},610$ à l'état sec et contenant $0^{gr},2115$ de potasse (KO).

» 2. Le 5 juillet, on a prélevé trois pieds d'Amarante queue-de-renard non fleuris, pesant $16^{gr},282$ (secs) et contenant $0^{gr},3058$ de potasse, soit 1,87 pour 100. Par la suite, les deux autres pieds de cette espèce ont péri, ainsi que cinq pieds d'Amarante pyramidal.

» 3. Le 2 août, on a arraché un pied d'Amarante pyramidal, en fleurs et vigoureux; il contenait, dans ses diverses parties :

	Plante. — Poids		Potasse totale. — Poids		Sulfate de potasse. — Poids		Potasse du sulfate. — Poids	
	humide.	sec.	absolu.	relatif en cent.	absolu.	relatif.	absolu.	relatif.
Racines	gr 14,6	gr 4,3	gr 0,146	3,4	gr 0,046	1,09	gr 0,025	0,60
Tige	42,9	9,2	0,547	5,9	0,219	2,39	0,118	1,29
Feuilles	41,0	8,4	»	»	0,786	9,35	0,426	5,07
Inflorescences	88,0	21,3	0,955	4,5	0,553	2,59	0,299	1,40
Total	186gr,5	43gr,2	»	»	1gr,604	3,71	0gr,868	2,01

» 4. Le 21 septembre, il reste quatre pieds d'Amarante pyramidal en fleurs, de petite dimension; probablement parce que l'état de saturation de l'eau du sol par le sulfate de potasse a entravé le développement des plantes. On les a arrachés et analysés. Voici les chiffres pour un pied moyen :

Plante.	Poids		Potasse totale. — Poids		Sulfate de potasse. — Poids		Potasse du sulfate. — Poids	
	humide.	sec.	absolu.	relatif.	absolu.	relatif.	absolu.	relatif.
Racines	gr 2,22	gr 0,50	gr 0,041	8,2	gr 0,0212	4,2	gr 0,0115	2,3
Tiges	12,87	2,85	0,219	7,7	0,0785	2,8	0,0425	1,5
Feuilles	7,00	1,67	0,203	12,1	0,1915	11,5	0,1037	6,0
Inflorescences	5,12	1,05	0,076	7,2	0,0136	1,3	0,0074	0,7
Total	27gr,21	6gr,07	0gr,539	8,87	0gr,3048	5,0	0gr,1647	2,7

» Ces nombres accusent, à première vue, l'accumulation de la potasse dans les feuilles; ce qui s'accorde avec les analyses de la même espèce, développée à l'air libre et dans un sol illimité, vers la même période de la végétation (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. V, p. 472; analyse relative au 7 septembre); mais la proportion de la potasse totale, dans la plante sèche, est moindre, 3,5 pour 100 (1), pour cette dernière plante que dans la plante développée au milieu d'un sol saturé de sulfate de potasse, laquelle contenait 8,9 pour 100 de potasse, au 21 septembre. Les nombres observés sur des espèces voisines (p. 466 et suiv.), à la même époque, tels que 3,7 centièmes pour l'*Amarantus caudatus;* 2,8 pour l'*A. nanus;* 4,4 et 3,4 pour l'*A. giganteus;* 5,0 pour l'*A. melancolicus;* 4,2 pour

(1) Dans le Mémoire, 5,1 pour 100, évalués en carbonate. Même réduction pour les nombres ci-dessous.

l'*A. bicolor*, confirment cette conclusion. Dans l'expérience présente, même en retranchant la potasse du sulfate de la potasse totale, il reste encore 6,2 centièmes.

» Si nous examinons spécialement la proportion du sulfate, nous voyons que ce sel s'est accumulé de préférence dans les feuilles, terminus de la circulation des sucs végétaux. Il s'y trouve d'ailleurs, insistons sur ce point, dans une proportion moindre que celle qui saturerait une quantité d'eau égale à celle que renferme la plante (hormis le cas de composés secondaires spéciaux). Cette saturation ne paraît pas compatible avec la vie du végétal, non plus qu'avec la libre circulation qui tend à ramener les liquides de la plante jusqu'au sol, où la solution aqueuse du sel minéral ne serait pas saturée, ainsi qu'il a été dit. Il pourrait en être autrement dans une plante arrivée à la période de marcescence, et nous avons observé quelquefois ce genre de phénomène (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. VIII, p. 39, 53), aboutissant par exemple à l'efflorescence du salpêtre dans une plante mourante; à ce moment, en effet, la plante cesse de pouvoir retenir l'eau qui maintenait ses tissus dans leur état normal de vitalité.

» Quant à la répartition du sulfate de potasse, dans l'Amarante qui l'a absorbé, elle est très digne d'intérêt. On remarquera, en effet, que la proportion relative de ce sel est bien moindre dans les inflorescences que dans les feuilles : ce qui semblerait indiquer quelque influence réductrice plus intense, exercée dans les premiers organes. Ils y seraient réduits, de même que le sont les azotates, au moment de l'activité des fonctions génératrices. Toutefois, d'après nos analyses, la réduction des azotates s'opère plus activement dans les feuilles que dans les inflorescences, au sein des Amarantes (*Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. VIII, p. 76 et suivantes), contrairement à ce qui a été observé ici pour les sulfates. En fait, dans l'expérience présente, la dose de potasse dans les inflorescences est un peu plus que moitié de ce qu'elle est dans les feuilles, d'après les résultats des analyses ci-dessus; tandis que la dose du sulfate de potasse n'en représente guère que le dixième.

» Remarquons spécialement la proportion du sulfate de potasse, comparée à celle de la potasse totale, dans les diverses parties de la plante. Dans la racine et dans la tige, les sulfates sont minimum : soit, le 2 août, le sixième de la potasse totale dans la racine; le cinquième dans la tige, le tiers dans les inflorescences; le 21 septembre, le quart dans la racine, le cinquième dans la tige, le dixième dans les inflorescences; tandis qu'elle forme la moitié de la potasse totale dans les feuilles. Ceci montre d'une part

que les liquides de la plante deviennent de plus en plus riches en sulfate (par suite de l'évaporation), à mesure qu'ils s'y élèvent, en marchant de la racine vers les feuilles; à l'exception toutefois de ceux de l'inflorescence, siège de réactions spéciales.

» Mais il en résulte par contre que les échanges endosmotiques ou autres, qui se font entre les liquides du sol et les liquides de la plante dans les racines, sont opérés conformément à la loi générale de cet ordre de phénomènes, c'est-à-dire, dans des conditions telles que la dissolution du sol que fournit le sulfate aux racines de la plante, demeure toujours plus riche que la dissolution qui pénètre dans les vaisseaux de la racine. Nous insistons particulièrement sur ce résultat, obtenu avec un sel défini et stable, tel que le sulfate de potasse; à cause des inductions qu'il est légitime d'en tirer, relativement à la formation des azotates dans les Amarantes. En effet, les liquides intérieurs des Amarantes sont souvent beaucoup plus riches en azotates que l'eau du sol, où leurs racines sont plongées : les liquides intérieurs des Amarantes, et même ceux des racines, contenant plusieurs millièmes d'azotate de potasse, parfois un et jusqu'à deux centièmes (*Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. V, p. 85, 99, 101, etc.); tandis que la dose des azotates dans l'eau du sol ne montait qu'à un dix-millième (même Recueil, 6e série, t. VIII, p. 121, 125). Les azotates des Amarantes, loin de pouvoir passer du sol dans les racines, d'après les lois connues de l'endosmose, devraient donc au contraire tendre à s'échapper des racines pour retourner au sol. La pauvreté relative des Amarantes en sulfates, dans la tige, contraste également avec la tendance des azotates à s'accumuler (ou à se former), au sein de cette tige, dans les mêmes espèces. Nous reviendrons sur ces questions, en étudiant les plantes développées dans un sol saturé de salpêtre. »

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur les relations de l'azote atmosphérique avec la terre végétale;* par M. **Th. Schlœsing**.

« Les recherches que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie sont une suite de mes études sur les relations de la terre végétale avec l'atmosphère. Après avoir étudié la terre végétale dans ses rapports avec l'ammoniaque, l'acide carbonique, l'oxygène, je vais la considérer dans ses rapports avec l'azote aérien.

» J'ai déjà fait voir que l'azote ne peut, pas plus que l'oxygène, éprou-

ver la moindre condensation physique dans la terre considérée comme un milieu poreux. Peut-il y être condensé chimiquement, c'est-à-dire y passer de l'état d'azote gazeux libre à celui d'azote engagé dans une combinaison? S'il en est ainsi, la propriété de fixer l'azote gazeux doit appartenir exclusivement à la matière organique. Les éléments minéraux du sol, sables divers, argile, calcaire, sels solubles ou insolubles, placés en présence du gaz azote pendant un temps indéfini, demeureront indifférents à son égard; seule, la matière organique est assez peu connue pour qu'il soit permis de lui attribuer la fonction de fixer l'azote.

» Des expériences classiques de Boussingault donnent déjà une solution de la question, au moins pour le sol sur lequel elles ont été faites. L'illustre agronome a enfermé de la terre de son potager du Liebfrauenberg dans de grands ballons scellés, et l'y a laissée pendant onze ans. La capacité des ballons était telle que l'atmosphère confinée devait rester toujours oxygénée, alors même que la totalité de la matière organique aurait brûlé; aucune réduction, celle des nitrates en particulier, n'était donc possible. Boussingault connaissait exactement la quantité d'azote combiné dans sa terre au début des expériences; après les onze ans écoulés, il la détermina de nouveau. Elle n'avait pas augmenté; mais un tiers environ de l'azote primitivement engagé dans des combinaisons organiques s'était combiné à l'oxygène, pour constituer de l'acide nitrique. Ainsi fut démontré définitivement que l'azote des nitrates, engendrés dans la terre végétale, n'est autre que celui de la matière organique consumée par l'oxygène de l'air. En même temps, un autre fait ressortait de la comparaison des quantités d'azote contenues dans la terre, au début et à la fin des expériences : une terre abandonnée pendant onze ans en présence d'une atmosphère oxygénée n'avait pas fixé d'azote gazeux.

» J'avoue que, pour ma part, je m'en serais tenu à ce résultat des mémorables expériences de Boussingault, et je n'aurais entrepris aucune recherche sur la fixation de l'azote gazeux par la terre végétale, si la question n'avait pas été reprise en ces derniers temps et résolue dans le sens inverse. Quand des expériences sur un même sujet conduisent à des résultats divergents, quoiqu'on ne voie pas bien en quoi ces expériences diffèrent, de nouvelles investigations sont nécessaires. C'est pourquoi j'ai voulu apporter ma contribution en une question qui présente un intérêt théorique très considérable.

» Jusqu'ici la méthode inaugurée par Boussingault pour les études de ce genre a été seule employée. Elle consiste à doser l'azote dans la

terre exposée à l'air, avant et après la période de temps consacrée à l'exposition, et à comparer les deux résultats de l'analyse. Ces résultats sont-ils égaux, la terre n'a pas perdu, n'a pas gagné d'azote. Sont-ils différents, selon le sens de la différence, la terre a perdu de l'azote ou en a gagné. Dans ce dernier cas, elle ne peut avoir réalisé son gain qu'en fixant l'azote gazeux de l'air.

» A mon tour, j'ai institué des expériences nombreuses en recourant à cette méthode; j'en présenterai bientôt les résultats à l'Académie. Mais il m'a semblé qu'en une matière si délicate il convenait de varier les méthodes de recherches et d'en employer une que je trouve plus directe, plus sûre, consistant à mesurer l'azote gazeux mis en contact avec les terres pendant un temps prolongé, et à constater soit la variation, soit la permanence de son volume; les variations indiqueront une perte ou un gain, la permanence démontrera l'inertie réciproque du gaz azote et de la terre mis en présence.

» Cette méthode possède un avantage marqué sur la première, celui de s'en tenir à des mesures de volumes gazeux et à des analyses eudiométriques, opérations bien plus sûres, bien plus exactes que des dosages d'azote dans les terres, exécutés soit par le procédé de la chaux sodée, soit par le procédé de la combustion.

» C'est la description de cette méthode, ce sont les résultats que j'ai obtenus, que je désire présenter d'abord à l'Académie. Introduire un poids connu de terre dans un ballon à col étroit et long; extraire de ce ballon la totalité du gaz qu'il contient, pour le remplacer par un volume mesuré d'air pur; retourner le ballon de façon que son col plonge dans une cuvette remplie de mercure; entretenir d'oxygène l'atmosphère confinée dans le ballon, afin qu'elle ne devienne jamais réductrice; extraire finalement la totalité de l'atmosphère confinée, après un séjour prolongé au contact de la terre; en faire l'analyse eudiométrique, pour y déterminer la proportion et par suite le volume de l'azote; enfin comparer les deux volumes initial et final de l'azote : tel est le résumé des opérations à effectuer. Je vais entrer, à leur sujet, dans quelques détails.

» J'ai fait voir qu'une terre végétale humide, qui remplit une capacité fermée, peut en quelques jours absorber la totalité de l'oxygéne de l'air confiné avec elle, lors même que la proportion de la matière organique n'y dépasse pas le taux ordinaire des terres fertiles. La majeure partie de l'oxygène disparu est remplacée par de l'acide carbonique. Mais cette activité dans l'absorption de l'oxygène se ralentit assez promptement, quand

la terre n'est pas remuée, et va s'affaiblissant graduellement; il en résulte que l'entretien de l'oxygène dans mes ballons n'exige pas de manipulations trop répétées. Ces manipulations sont d'ailleurs très simples : elles consistent à transporter le ballon avec sa cuvette sur la cuve à mercure, et à y introduire, avec les précautions d'usage, de l'oxygène pur préparé selon les recommandations de M. Bunsen et mesuré dans des cloches graduées. Mais l'acide carbonique produit ne laisserait bientôt plus de place à l'oxygène; il faut aviser d'avance au moyen de l'absorber à mesure qu'il sera produit. A cet effet, je place à la naissance du col du ballon un tampon d'amiante, sur lequel je verse un mélange de sable grossier, lavé à l'acide et calciné au rouge, et de chaux pure hydratée et en poudre; vient ensuite un deuxième tampon; le mélange occupe une longueur de $0^m,20$ environ; le reste du col, $0^m,30$, demeure vide; le mercure peut s'élever dans cet espace à mesure que le volume du gaz confiné diminue par la disparition de l'oxygène et de l'acide carbonique. D'après la vitesse d'ascension du mercure dans le col, on peut estimer l'activité de la combustion dans la terre; et, d'après la hauteur atteinte par le métal au-dessus de son niveau dans la cuvette, on juge de la convenance d'ajouter de l'oxygène en temps utile, avant que l'atmosphère du ballon cesse d'en contenir.

» Autant que possible, il faut favoriser la circulation des gaz au sein de la terre, afin que l'oxygène introduit s'y diffuse aisément et que l'acide carbonique engendré se rende sans trop de difficulté dans la colonne de chaux. J'évite donc d'émietter la terre au moment de l'introduire; j'en fais, au contraire, par une pression modérée, des fragments aussi gros que le permet le diamètre du col du ballon.

» Pour dire comment j'extrais les gaz du ballon, au début et à la fin d'une expérience, comment j'introduis l'air pur, il me faudrait le secours de plusieurs figures que je ne veux pas donner dans un résumé destiné aux *Comptes rendus*. Chacun d'ailleurs, en pareille occasion, imagine les dispositions qu'il juge convenables. Je mentionnerai seulement une précaution qu'il est indispensable de prendre, lorsque le vide est près d'être réalisé, soit par la trompe à mercure, soit par la pompe de M. Alvergniat; c'est de chauffer légèrement, et à de nombreuses reprises, la paroi du ballon opposée au col, afin de déterminer dans toute la masse de terre un courant de vapeur d'eau qui entraîne les derniers restes de gaz dans l'appareil qui fait le vide. Dans la plupart des cas, ces derniers restes sont de l'acide carbonique presque pur, provenant de la décomposition des bicarbonates; il convient de les recueillir à part, dans de petites cloches, et

d'en constater la nature. Il est bien évident que tout l'azote a été extrait, lorsqu'un fonctionnement prolongé de l'appareil ne fournit plus que de faibles quantités d'acide carbonique.

» L'air destiné à l'introduction dans le ballon est contenu dans un grand volumètre à mercure, entouré d'eau, où les gaz sont toujours mesurés sous volume constant, par la pression qu'ils exercent sur une colonne mercurielle. Cet air a été puisé hors du laboratoire. Au moment voulu, le volumètre est mis en rapport avec le ballon, et l'air est transvasé. Mais il en reste toujours un excès dans le volumètre, excès qui est mesuré à son tour, en sorte que le volume introduit dans le ballon est la différence entre le volume d'air contenu d'abord dans le volumètre, à la pression atmosphérique, et le volume d'air restant après l'introduction.

» Quand, l'expérience ayant pris fin, on extrait les gaz du ballon par le vide, on les recueille dans le même volumètre. Ainsi la capacité constante de celui-ci figure, comme facteur commun, dans toutes les expressions des volumes gazeux ramenés à 0° et à la pression de 760^{mm}; par conséquent, dans la comparaison des deux volumes initial et final de l'azote, les hauteurs des colonnes mercurielles observées et les observations thermométriques et barométriques sont les seules quantités dont dépende soit l'égalité, soit la différence entre les deux volumes : mais la détermination rigoureuse de la capacité du volumètre, bonne en toute occasion, n'est pas nécessaire dans le cas présent, surtout quand il se trouve que les deux volumes en question sont égaux.

» Bien que cette Note ait déjà une certaine longueur, il me resterait assez de place pour la faire suivre d'un résumé succinct des résultats de mes expériences. Mais je tiens à présenter tous les chiffres utiles à la discussion de ces résultats.

» C'était la coutume de Boussingault de mettre chacun en possession de tous les moyens de discuter les faits que lui révélait l'expérimentation, coutume qu'on ne saurait trop suivre, quand les conclusions des recherches reposent uniquement sur l'analyse chimique. Je remettrai donc à une prochaine séance la suite de la présente Communication. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les observations actinométriques faites à Montpellier pendant l'année* 1887. Note de M. **A. Crova**.

« L'intensité calorifique, mesurée à midi, a augmenté du commencement de l'hiver jusque vers la fin du printemps; elle a atteint son maximum mensuel ($1^{Cal},35$) au mois de mai, et son maximum absolu ($1^{Cal},54$) le 24 mai; puis elle a diminué rapidement, et sa valeur moyenne pendant l'été a été inférieure aux moyennes des autres saisons.

» L'intensité, faible en été, a augmenté au commencement de l'automne, puis a diminué et s'est élevée de nouveau vers la fin de l'automne, période pendant laquelle elle a atteint un nouveau maximum de $1^{Cal},26$; une marche analogue avait été signalée vers la fin du mois de novembre de l'année dernière.

» Le maximum du printemps a été très nettement accentué; un troisième maximum est survenu en février; le minimum d'intensité s'est produit, comme d'habitude, en été.

» Ces observations confirment les lois générales que j'avais précédemment données, dans les Notes que j'ai publiées, les années précédentes, dans les *Comptes rendus*. Les circonstances météorologiques déplacent souvent un peu les époques des maxima et des minima, mais sans porter atteinte à la loi générale qui place les maxima de radiation au printemps et les minima en été.

Intensités calorifiques en 1887.

	Moyennes mensuelles.			Moyennes des saisons.	Maxima.
	Cal	Cal	Cal	Cal	Cal
Hiver	1,10	1,27	1,31	1,22	1,41 les 19 et 26 février.
Printemps	1,17	1,23	1,35	1,25	1,54 le 24 mai.
Été	1,07	1,04	1,01	1,04	1,38 le 13 juin.
Automne	1,17	1,11	1,11	1,13	1,26 les 28 et 29 novembre.

» L'intensité moyenne de l'année a été :

	Cal
En 1887	1,160
1886	1,040
1885	0,963
1884	1,025
1883	1,145

» Elle a diminué depuis l'année 1883, pour atteindre un minimum en 1885, et augmente depuis cette époque; nous disposons encore de trop peu d'années d'observations pour pouvoir apprécier s'il y a une loi de variation (qui ne s'accorderait pas avec celle des taches solaires), ou bien une simple apparence accidentelle de régularité dans la variation.

Nombre d'heures d'insolation (relevées avec l'héliographe Campbell).

	Totaux. des mois.			Totaux. des saisons.	
	h m	h m	h m	h m	
Hiver	113.13	115.21	124.27	363. 1	Année : 2346h 16m
Printemps	201.33	177.30	218.29	596. 3	
Été	311.36	288.36	283.11	879.23	
Automne	236.48	179.53	87.28	504. 9	

» Le nombre total des heures d'insolation a été :

	h m
En 1887	2346.16
1886	2387.24
1885	2156.28
1884	2107. 6
1883	2478.23

au lieu de 4380h, si le Soleil avait constamment brillé.

» L'année 1887 présente un nombre d'heures d'insolation à peu près égal à celui de l'année précédente, et supérieur à celui des années 1884-85; ce nombre est le 0,555 de celui qui correspondrait à un ciel constamment découvert; la moyenne de ce rapport pour les cinq dernières années est 0,521.

» La continuité des observations actinométriques pourra nous permettre de constater si l'intensité calorifique de la radiation solaire obéit à une loi de variation; jusqu'à ce jour, nous ne pouvons que constater la régularité des lois des variations annuelles auxquelles nous avions été conduits dès notre première année d'observation, en 1875. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de Commissions chargées de présenter des questions de prix.

Le dépouillement donne les résultats suivants :

Commission chargée de présenter une question de *grand prix des Sciences mathématiques* pour l'année 1890. — MM. Hermite, Darboux, Jordan, Bertrand, Poincaré réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Bonnet et Halphen.

Commission chargée de présenter une question de *prix Bordin* (*Sciences mathématiques*) pour l'année 1890. — MM. Hermite, Bertrand, Darboux, Poincaré, Halphen réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Jordan et Bonnet.

Commission chargée de présenter une question de *prix Damoiseau* pour l'année 1890. — MM. Tisserand, Lœwy, Faye, Janssen, Wolf réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Mouchez et Bertrand.

Commission chargée de présenter une question de *prix Gay* (*Géographie physique*) pour l'année 1890. — MM. d'Abbadie, Grandidier, Bouquet de la Grye, Jurien de la Gravière, Pâris réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. A. Milne-Edwards et Daubrée.

Commission chargée de présenter une question de *prix Vaillant* pour l'année 1890. — MM. Daubrée, de Quatrefages, Fremy, Schlœsing, Duchartre réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Reiset et Dehérain.

Commission chargée de présenter une question de *prix Pourat* (*Physiologie*) pour l'année 1890. — MM. Brown-Séquard, Marey, Ranvier, Chauveau, de Quatrefages réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Mascart et Bouchard.

MÉMOIRES LUS.

CALENDRIER. — *Sur l'unification du calendrier.* Note de M. TONDINI. (Extrait.)

(Commissaires : MM. d'Abbadie, Lœwy, Janssen.)

« En 1862, le Congrès international de Statistique, réuni à Berlin, adressait au Gouvernement russe la demande suivante :

» Le Congrès international de Statistique, reconnaissant que le but principal de son institution consiste dans le perfectionnement des publications statistiques entreprises par divers États, et leur unification nécessaire pour rendre leurs résultats comparables;

» Prenant en considération que, pour plusieurs points importants de la Science, comme par exemple pour l'étude de la répartition des naissances et des morts par mois de l'année, pour les observations météorologiques, pour les jours de l'apparition des épidémies et la constatation de leur durée, pour beaucoup d'observations médicales, etc., la conformité et l'identité générale de la mesure du temps est de la plus haute importance;

» Considérant aussi que cette importance est tout aussi évidente pour chaque espèce de relation internationale, pour le commerce, pour la comptabilité des revenus fournis par les diverses branches de l'industrie, pour les chemins de fer et la simplification de beaucoup de calculs,

» Exprime, très respectueusement, son désir que le Gouvernement de S. M. l'Empereur de Russie et, en général, tous les Chrétiens appartenant au rite grec, adoptent, pour la mesure du temps, le Calendrier généralement usité en Europe.

» Cette demande du Congrès de Statistique de Berlin fut portée à la connaissance du Gouvernement de Saint-Pétersbourg, par S. Exc. M. Pierre Petrovich Séménoff, président de la Société Impériale de Géographie. Le Gouvernement reconnut, sans difficulté, que le maintien du calendrier Julien ne pouvait pas se justifier au point de vue de la Science; mais, en 1862, au lendemain de l'émancipation des serfs, d'autres réformes réclamaient son attention......

» Je ne veux pas examiner jusqu'à quel point le Gouvernement russe se trouve, aujourd'hui, plus à même d'accomplir ce qu'il admettait déjà en principe dès 1862. Je remarquerai plutôt que les embarras et les inconvénients signalés par le Congrès de Statistique de Berlin, comme résultant de l'existence simultanée de plusieurs calendriers, n'ont pas diminué depuis vingt-six ans. Loin de là, il n'y a pas maintenant une seule science qui,

directement ou indirectement, ne s'en ressente, si bien qu'un membre de l'Académie des Sciences de Bologne, profitant de l'Exposition qui aura lieu en cette ville au mois de juin de cette année, pour fêter le huitième centenaire de son Université, proposa de recueillir, comme dit le Rapport officiel, « les avis d'illustres représentants, soit italiens, soit étrangers, des » diverses sciences physiques médicales, historiques, commerciales, so- » ciales, juridiques, sur les avantages résultant, pour chaque science, d'une » unité de mesure pour le temps, agréée entre toutes les nations (1) ».

» Sous l'impulsion de l'Angleterre, le Japon, malgré des difficultés de toute nature, en face desquelles disparaissent, me paraît-il, les difficultés que peuvent alléguer des Gouvernements européens, a adopté, dès 1872, le calendrier grégorien en remplacement du calendrier chinois. J'ai fait une étude spéciale des difficultés qu'il eut à vaincre; elles étaient si graves, qu'un écrivain bien connu en France comme très compétent dans les questions asiatiques, le baron de Hübner, écrivait alors du Japon à un éminent homme d'État qui m'a rapporté ses paroles, « que la réforme projetée par le Japon, fût-elle décrétée, ne pourrait pas durer. » Cette réforme s'accomplit cependant presque sans obstacle, elle dure et durera encore; il faudrait que le monde rétrogradât pour que le gouvernement japonais, dont un journal de Bombay disait naguère qu'il veut devancer tous les autres dans la civilisation, imposât de nouveau à ses sujets le calendrier chinois.

» Une autre nation qui a déjà pris en cela une louable initiative, c'est l'Italie. Dans sa séance du 26 janvier de cette année, l'Institut lombard nommait une Commission, à l'effet d'étudier ce qu'il y aurait à faire pour aider à l'adoption générale du calendrier grégorien; l'Académie des Sciences de Bologne décidait également, dans sa séance du 19 février, d'offrir son appui à l'Institut lombard, et nommait, elle aussi, une Commission dans le même but. D'autres corps scientifiques suivent leur exemple; d'illustres savants secondent ce mouvement, de tout leur pouvoir.

» .... Il ne m'appartient pas d'indiquer ce que pourrait faire l'Institut de France; il me suffit de lui avoir signalé une tâche que je crois de nature à lui assurer la reconnaissance de tous ceux qui ont à cœur le progrès de la Science et de la civilisation. »

---

(1) *Rendiconto delle sessioni della R. Academia delle Scienze dell' Istituto di Bologna*. Adunanza ordinaria del 19 febbr. 1888. Proposta del cav. Prof. Domenico Santagata.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. Fumat présente à l'Académie, par l'entremise de M. Daubrée, un nouveau modèle de lampe de sûreté, pour les mines à grisou.

(Renvoi au concours des Arts insalubres.)

M. Daubrée, en présentant cette lampe à l'Académie, ajoute les observations suivantes :

« Les lampes de sûreté des mines à grisou doivent satisfaire à un certain nombre de conditions qu'il est difficile de concilier. Elles doivent donner une bonne lumière et rester allumées, même lorsqu'elles sont agitées ou lorsqu'elles sont placées dans une position plus ou moins inclinée ; ne pas laisser passer la flamme au dehors quand elles sont soumises à un courant, même très fort, d'un air devenu détonant par son mélange avec le grisou ; ne pas transmettre non plus l'inflammation au dehors lorsque, la lampe se remplissant lentement d'un mélange gazeux détonant, une explosion intérieure se produit, au moment où le mélange dangereux vient en contact avec la flamme. Enfin, placée dans un milieu peu ou point détonant, mais cependant contenant du grisou en proportion notable, la lampe ne doit pas présenter, par suite de sa construction intérieure, une température capable de rougir les toiles métalliques protectrices. Pour réaliser ces conditions principales et d'autres secondaires que je ne citerai pas, on a imaginé, depuis la belle découverte de Davy, les dispositions les plus variées.

» La lampe que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie, de la part de l'auteur, M. Fumat, ingénieur en chef de l'exploitation des mines de la Grand' Combe, est la première dans laquelle on ait pu, tout en la laissant très transportable, faire suivre à l'air frais et aux gaz brûlés le chemin qu'ils suivent dans une lampe d'appartement. Elle a donc le grand avantage de procurer une bonne combustion de l'huile et, par conséquent, une flamme bien éclairante.

» En outre, tout en s'alimentant ainsi exclusivement par sa partie inférieure, cette lampe est capable de supporter, sans s'éteindre, l'agitation la plus vive. Ce résultat, que n'avaient pu obtenir jusqu'à présent les inven-

teurs qui ont essayé ce mode d'alimentation, a été atteint, non vraisemblablement sans de nombreux tâtonnements, par une disposition judicieuse et par un choix heureux des dimensions des diverses parties de l'appareil.

» MM. Mallard et Le Châtelier ont bien voulu expérimenter dans le laboratoire la lampe Fumat, qui a résisté aux diverses épreuves auxquelles elle a été soumise par ces savants.

» Plongée pendant vingt minutes dans un mélange détonant incessamment renouvelé, la lampe n'a pas laissé passer la flamme au dehors.

» La lampe non allumée étant placée dans les mêmes conditions, la détonation du mélange provoquée à l'intérieur de la lampe ne se propage pas au dehors.

» Dans des courants d'un mélange détonant de gaz et d'air, animés d'une vitesse de $4^m, 50$ par seconde, la lampe n'a pas laissé passer la flamme, quelle que soit la position de la lampe par rapport au courant gazeux.

» Au point de vue de la sûreté, elle présente donc des conditions aussi satisfaisantes que les meilleures lampes actuellement employées.

» Elle a d'ailleurs déjà reçu la sanction d'un long usage dans les mines de la Grand'Combe et elle a été adoptée par le Service des pompiers de la Ville de Paris.

» Par les ingénieux perfectionnements qu'elle a réalisés, la lampe Fumat constitue un progrès sérieux dans l'éclairage des mines à grisou. Je demande, en conséquence, qu'elle soit soumise à la Commission des Arts insalubres pour le concours des prix Montyon. »

M. Obrecht adresse un Mémoire intitulé : « Passage de Vénus sur le Soleil; discussion des résultats obtenus par la Photographie en 1874 ».

(Commissaires : MM. Mouchez, Tisserand, Cornu.)

M. Considère adresse, par l'entremise de M. Maurice Lévy, une série de Mémoires imprimés, sur l'emploi du fer et de l'acier dans les constructions, avec une Note manuscrite sur les principales conclusions nouvelles auxquelles il a été conduit.

(Renvoi au concours Dalmont.)

M. Eug. Coutant adresse une étude sur la montgolfière.

(Renvoi à la Commission des Aérostats.)

M. **J.-B. Verrier** adresse un Mémoire relatif aux maladies de la vigne.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

CORRESPONDANCE.

M. **Louis de Bussy** prie l'Académie de vouloir bien le comprendre parmi les candidats à la place vacante dans la Section de Géographie et Navigation.

(Renvoi à la Section de Géographie et Navigation.)

M. le **Président** présente à l'Académie, de la part de S. M. l'Empereur du Brésil, deux Volumes contenant les observations météorologiques faites à Rio-Janeiro pendant les années 1886 et 1887. M. le Président accompagne cette présentation des remarques suivantes :

« L'immense étendue de l'empire du Brésil et sa situation de ce côté de la chaîne des Andes donnent, pour nous, un grand intérêt aux observations qu'on y instituera, surtout si le réseau des stations est bien combiné et suffisamment étendu.

» N'oublions pas qu'il y a à faire pour l'Amérique du Sud ce qui a été si admirablement réalisé dans l'Amérique du Nord. La République Argentine est déjà entrée dans cette voie, et on doit l'en féliciter. Mais, dans ce concert d'efforts, le Brésil est appelé à tenir la tête par l'importance et le nombre des données qu'il peut apporter à la météorologie du grand bassin atlantique.

» Nous savons que telle est la pensée du Gouvernement brésilien et des savants auxquels il a confié le soin de préparer ce vaste système d'observations, et nous ne pouvons que les en féliciter.

» La Météorologie a une importance qu'on ne saurait mesurer, même encore aujourd'hui. La connaissance dès lois qui régissent les phénomènes de l'atmosphère et leur utilisation par l'Agriculture, l'Industrie, la Navigation marine ou aérienne contribueront peut-être autant à développer la richesse et les rapports des nations que la connaissance et l'exploitation des richesses du sol.

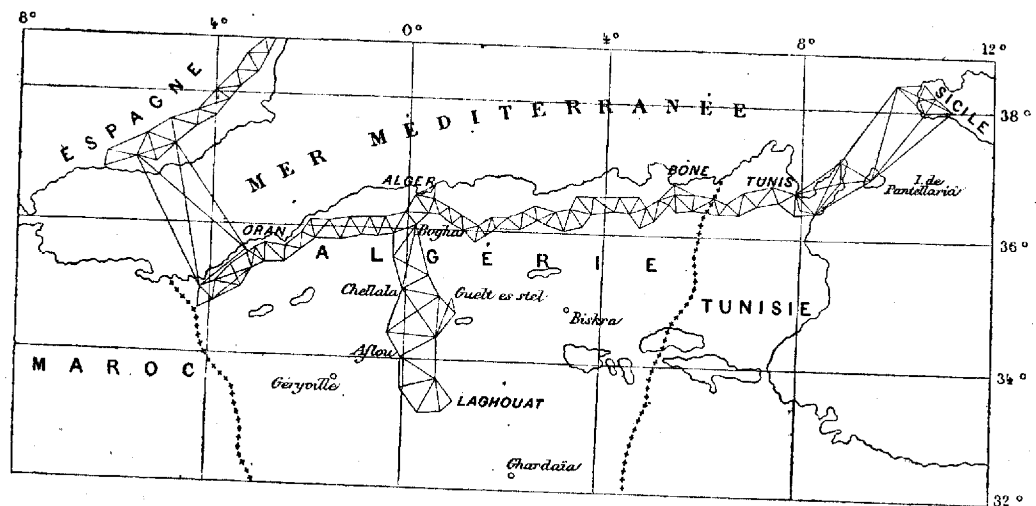
» Aussi, aujourd'hui que la Science météorologique a conquis son indépendance, doit-on souhaiter bien vivement que les Gouvernements en comprennent tout l'avenir, et que ceux qui la cultivent sachent utiliser les

précieuses ressources que les autres Sciences, et en particulier l'Électricité, la Photographie, l'Aérostation, mettent à leur disposition pour la faire progresser rapidement. »

GÉODÉSIE. — *La méridienne de Laghouat*. Note de M. **L. Bassot**, présentée par M. Faye.

« La jonction géodésique de l'Espagne avec l'Algérie, exécutée, en 1879, par les géodésiens français et espagnols au moyen d'un gigantesque quadrilatère jeté par-dessus la Méditerranée, permet de prolonger jusque sur le continent africain la méridienne de France, qui est déjà soudée aux triangulations de l'Angleterre au nord et de l'Espagne au sud et peut s'étendre maintenant sur un développement de 28°, en atteignant les confins du Sahara algérien.

» Le dernier réseau de cette longue chaîne, celui d'Alger à Laghouat, auquel nous avons donné le nom de *méridienne de Laghouat*, vient d'être mesuré, sous ma direction, par les officiers géodésiens du Service géographique de l'Armée, MM. Defforges, Brullard, de Magnin, Tracou, Gueneau de Mussy et Barisien.



» La triangulation part du côté Zaccar-Amrouna du parallèle d'Alger et se termine un peu au sud de Laghouat, s'étendant sur une longueur de près de 300^{km}.

» L'enchaînement était particulièrement difficile à établir : la direc-

tion, suivant laquelle se développe le réseau, quitte immédiatement les hauteurs du petit Atlas, traverse la plaine du Sersou, coupe les arêtes rocheuses qui courent du sud-ouest au nord-est à hauteur de Chellala, et ne retrouve les massifs montagneux du haut Atlas que vers Aflou; la vaste région des hauts plateaux n'a pu être franchie que par d'énormes triangles, dont les côtés atteignent près de 90^{km}.

» Avec d'aussi longues portées, on ne pouvait faire usage de mires ordinaires; nous avons eu recours aux signaux lumineux, en utilisant, de jour des miroirs solaires, de nuit des collimateurs optiques à pétrole.

» En Algérie, l'époque favorable aux observations est très limitée, particulièrement sur les hauts plateaux; on ne peut guère compter, pour faire les mesures d'angles, que sur les mois d'octobre et de novembre: plus tôt, l'atmosphère est troublée par les ondulations que les grandes chaleurs produisent dans l'atmosphère; plus tard, ce sont les intempéries qui rendent impossible tout séjour prolongé sur les hauts sommets.

» D'autre part, l'autorité militaire, qui était chargée de pourvoir à l'organisation des postes optiques, au transport du matériel et au ravitaillement, nous invitait à distraire le moins longtemps possible de leur service les hommes et les animaux qu'elle devait nous fournir en assez grand nombre.

» Sous l'empire de ces deux nécessités, nous avons pris le parti de mesurer toute la chaîne en une seule campagne, et nous avons procédé de la façon suivante: trois groupes d'observateurs ont été organisés; les stations ont été réparties entre eux et les dispositions ont été prises pour que les observations fussent faites simultanément par les trois groupes, qui se trouvaient toujours ainsi aux trois sommets d'un même triangle. Grâce à un programme mûrement préparé d'avance, dans lequel on avait dû combiner les déplacements par étapes, les séjours probables aux stations, les installations des postes optiques, programme qui fut ponctuellement suivi, les opérations ont été conduites avec un ordre et une régularité tels que pas un jour n'a été perdu et que toutes les mesures d'angles étaient terminées au bout d'une période de cinquante-trois jours seulement; nous quittions les dernières stations au moment même où les neiges faisaient leur apparition sur les cimes du Djebel-Amour, dont l'altitude dépasse 1700^{m}.

» C'est la première fois, croyons-nous, que semblable méthode d'exécution a été employée pour les opérations géodésiques; elle est particulièrement expéditive et même économique, et mérite d'être recommandée quand il s'agit de trianguler une région difficile.

» Chaque groupe d'observateurs, comprenant deux officiers, disposait

d'un grand cercle azimutal à quatre microscopes de Brunner et d'un théodolite. Les directions ont été mesurées par tour d'horizon au moyen de vingt séries correspondant à vingt origines équidistantes du limbe. Les triangles ont des erreurs de fermeture, tantôt positives, tantôt négatives, dont la moyenne, en valeur absolue, ne dépasse pas une seconde sexagésimale.

» Les distances zénithales, prises aux heures favorables, ont donné des résultats satisfaisants, malgré la longueur des côtés : le coefficient de la réfraction s'est montré sensiblement constant pendant toute la durée des opérations et égal en moyenne à 0,060; on peut juger de la précision obtenue pour les altitudes par l'accord des deux cotes trouvées pour Laghouat, dont l'une est calculée en suivant le contour oriental et l'autre suivant le contour occidental de l'enchaînement : elles ne diffèrent que de $0^{m},90$.

» Nous avons rattaché à la triangulation les stations astronomiques de Guelt-es-Stel et de Laghouat, situées, la première vers le milieu et la seconde au sud du réseau, et en chacune desquelles on a déjà déterminé la longitude, la latitude et un azimut.

» Enfin, dans le but de pouvoir assurer à cette chaîne une autorité incontestable, nous avons préparé, dans les environs de Laghouat, une base de vérification, dont la mesure sera poursuivie incessamment.

» En réalité, la méridienne de Laghouat, considérée comme chaîne isolée, s'étend d'Alger à Laghouat, sur un développement de $3^{\circ},2$; elle s'appuie sur deux bases et trois stations astronomiques; considérée comme prolongement de la méridienne de France, elle peut figurer maintenant dans le grand arc anglo-franco-espagnol, dont l'étude fournira d'intéressants résultats pour les recherches relatives à la forme et aux dimensions du globe terrestre. »

GÉOMÉTRIE CINÉMATIQUE. — *Sur certains conoïdes et en particulier sur le conoïde de Plücker* [1]; par M. **A. Mannheim**.

« En poursuivant l'étude du conoïde de Plücker, surface importante en Géométrie cinématique, je suis arrivé à ce mode nouveau de génération qui me paraît curieux :

» *Un conoïde de Plücker peut être engendré au moyen du déplacement*

---

(1) En Angleterre, cette surface est désignée sous le nom de *cylindroïde* que lui a donné M. le professeur A. Cayley.

continu d'une ellipse de grandeur invariable et, pour cela, on peut employer une infinité d'ellipses différentes.

» Ce résultat est intéressant, non seulement en lui-même, mais aussi parce que la démonstration directe que je vais en donner est d'une simplicité vraiment remarquable.

» En outre, cette démonstration montre bien ce que doit être la courbe directrice d'un conoïde droit, pour qu'en la déplaçant, sans modifier sa grandeur, elle puisse engendrer ce conoïde.

» Appelons (Cy) un cylindre vertical dont l'axe de révolution est O, et C sa trace sur un plan horizontal (H). Appelons $\left(\frac{Cy}{2}\right)$ un cylindre de révolution qui contient O et tangent à (Cy); désignons par $\frac{C}{2}$ sa trace sur (H). Lorsque $\left(\frac{Cy}{2}\right)$ roule dans (Cy), chacun des points de sa surface décrit une perpendiculaire à O. Une ligne arbitraire L tracée sur $\left(\frac{Cy}{2}\right)$ engendre un conoïde droit qui a pour directrices L et O. De là on voit que :

» *Tout conoïde droit, dont la courbe directrice se projette sur le plan directeur suivant une circonférence qui contient le pied de la directrice rectiligne, peut être engendré au moyen du déplacement continu de cette courbe directrice.*

» Prenons un exemple. On sait qu'un cylindre de révolution qui contient la directrice rectiligne d'un hélicoïde gauche à plan directeur coupe cette surface suivant une hélice. On peut prendre cette hélice pour directrice de l'hélicoïde et appliquer la propriété précédente. Mais, comme le cylindre sécant n'est assujetti qu'à la condition de contenir la directrice rectiligne de l'hélicoïde, il y en a une infinité; donc :

» *Un hélicoïde gauche à plan directeur peut être engendré au moyen du déplacement continu d'une hélice de grandeur invariable et, pour cela, on peut employer une infinité d'hélices différentes.*

» Montrons que le conoïde de Plücker jouit d'une propriété analogue.

» Par le centre de $\frac{C}{2}$ menons un plan arbitraire (P), il coupe $\left(\frac{Cy}{2}\right)$ suivant une ellipse E. Pendant le roulement de $\left(\frac{Cy}{2}\right)$, cette ellipse engendre le conoïde droit dont elle est la courbe directrice. Comme la projection de E sur (H) est $\frac{C}{2}$ qui passe par o, pied de O sur (H), ce conoïde est un conoïde de Plücker : je le désignerai par (Pl). Ce conoïde [1] est une sur-

---

[1] Voir mon *Cours de Géométrie descriptive*, 2e édition, p. 435.

face du troisième ordre, qui a O pour droite double, et un plan arbitraire mené par l'une de ses génératrices le coupe, outre cette droite, suivant une ellipse dont la projection sur (H) est une circonférence qui passe par *o*. On peut alors raisonner comme précédemment, et l'on arrive ainsi au mode de génération que j'ai donné au début de cette Note.

» Il est clair que, par ce mode de génération, on n'engendre que la partie du conoïde qui est dans le cylindre à l'intérieur duquel s'effectue le roulement, mais que cette partie est aussi grande que l'on veut.

» La courbe d'intersection de (P*l*) et d'un cylindre, qui a O pour axe de révolution, est sur ce cylindre la transformée de l'ellipse génératrice de (P*l*); donc : *Un conoïde de Plücker et un cylindre, dont l'axe de révolution est la droite double de ce conoïde, se coupent suivant une courbe dont les arcs sont exprimables en arcs d'ellipse.*

On a aussi les résultats suivants, qu'il suffit d'énoncer :

» *Pendant le déplacement de* E, *son centre décrit une circonférence ;*

» *Le petit axe de cette courbe touche constamment une épicycloïde* G *qui est l'enveloppe d'un segment de grandeur constante dont les extrémités décrivent les côtés* X_1, X_2 *d'un angle droit;*

» *La projection sur* (H) *du grand axe de* E *enveloppe une courbe* G_1 *égale à* G *et dont les axes* X_3, X_4 *sont les bissectrices de l'angle droit précédent;*

» *La surface enveloppe de* (P) *est une surface d'égale pente qui a* G *pour directrice, et dont la projection de l'arête de rebroussement sur* (H) *est la développée de* G, *c'est-à-dire une courbe homothétique à* G_1 *et double de celle-ci.*

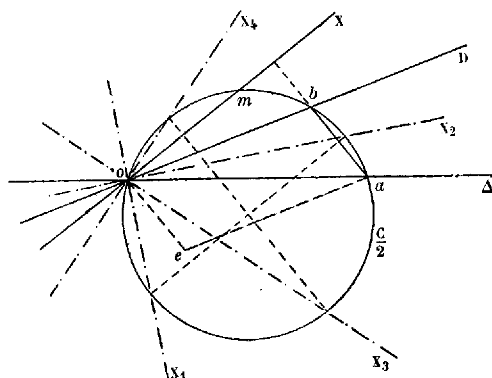
» Par le point *o'*, où (P) coupe O, menons l'horizontale X' de ce plan : cette droite est une génératrice de (P*l*). Menons la corde *a'b'* parallèlement au grand axe de E; pendant le déplacement de E, les extrémités de cette corde décrivent les droites D', Δ', et elle est successivement perpendiculaire aux génératrices de (P*l*). On voit bien ainsi comment ce conoïde peut être engendré au moyen de perpendiculaires communes à O et aux segments tels que *a'b'* qui s'appuient sur D', Δ'.

» Projetons sur (H) toutes les lignes dont nous venons de parler et nous obtenons la *fig.* 1. Le segment *ab*, projection de *a'b'*, reste de grandeur constante pendant le déplacement de ce dernier segment. Il est évident que X_1, X_2 sont les bissectrices des angles formés par D, Δ, et que X_3, X_4 font des angles de 45° avec ces bissectrices.

» Conservons la même figure, en supposant que (P) soit incliné à 45° sur (H). Le segment *ab* est alors égal à la plus courte distance *l* comprise entre D', Δ'. Le segment *om*, dont la longueur est égale à la distance du point central relatif à X' au point où (P) touche (P*l*), donne la longueur du

paramètre de distribution des plans tangents à (Pl) pour la génératrice X'. On construit alors ainsi ce paramètre : *On élève à* X *la perpendiculaire oe égale à l; du point e, on mène ea parallèlement à* D; *on abaisse ab perpendiculairement à* X : *la circonférence oab coupe* X *en m, et le segment om est la longueur demandée du paramètre relatif à* X'.

Fig. 1.



» Appelons k ce paramètre, φ l'angle compris entre D et Δ, ω l'angle que X fait avec Δ; il résulte de cette construction que

$$k = \frac{l}{\sin\varphi}(\cos 2\omega - \varphi).$$

» De là, ou directement, on voit que, *pour les génératrices* X_1, X_2, *qui passent par les extrémités du petit axe de* E, *le paramètre k atteint sa longueur maxima* $\frac{l}{\sin\varphi}$, *qui est celle du diamètre de* $\frac{C}{2}$; et que, *pour les génératrices qui passent par les extrémités du grand axe de* E, *le paramètre k est nul.*

» D'après ce qui précède, on construit facilement les génératrices pour lesquelles k a une longueur donnée, comprise entre zéro et $\frac{l}{\sin\varphi}$.

» En terminant, je crois inutile d'insister sur les nombreuses manières d'assurer le déplacement d'une ellipse de grandeur invariable pour que cette courbe engendre un conoïde de Plücker, et je donnerai seulement l'exemple suivant :

» *Une ellipse de grandeur invariable assujettie pendant son déplacement à avoir les extrémités de son petit axe sur deux des arêtes d'un trièdre trirectangle fixe et à rencontrer la troisième arête engendre un conoïde de Plücker.* »

GÉOMÉTRIE. — *Sur la théorie des cyclides*. Note de Mlle **Bortniker**.

« 1° Étant donnés une sphère S et un point M, j'appelle *distance moyenne de* M *à la sphère* la puissance de ce point par rapport à la sphère, divisée par le rayon.

» 2° Étant donnés un cercle C et un point quelconque M de l'espace, la longueur Mm varie quand le point m se déplace sur le cercle. Il y a deux positions particulières de m, qui correspondent aux maximum et minimum de Mm. Pour les obtenir, il suffit de mener par le centre du cercle et le point M un plan perpendiculaire au plan du cercle. Ce plan coupe le cercle en deux points A et B, qui sont les points cherchés.

» J'appelle *distance du point* M *au cercle* la quantité δ définie par la relation

$$\delta = \frac{\mathrm{MB.MA}}{\mathrm{R}},$$

où R est le rayon du cercle.

» Ces définitions posées, je vais indiquer deux propositions, dont j'aurai à me servir :

» 1° La somme des carrés des distances moyennes d'un point M à trois sphères orthogonales est égale au produit des carrés des distances du point M aux deux points d'intersection des trois sphères, divisé par le carré de la demi-distance des deux points.

» 2° Le carré de la distance d'un point quelconque à un cercle est égal à la somme des carrés des distances à deux sphères orthogonales quelconques (S, R), (S', R'), passant par le cercle.

» *Moment d'un point* M *par rapport à une sphère*. — C'est le produit de sa masse par le carré de la distance moyenne à la sphère.

» *Moment d'un point par rapport à un cercle*. — C'est le produit de sa masse par le carré de la distance au cercle. Il résulte de la proposition précédente que le moment d'un point par rapport à un cercle est égal à la somme des moments par rapport à deux sphères orthogonales quelconques, passant par le cercle.

» *Variation de la somme des moments d'un système par rapport à des sphères passant par un cercle fixe*. — Soit $x^2 + y^2 - \mathrm{R}^2 = 0$ l'équation du cercle fixe C. L'équation d'une sphère quelconque passant par ce cercle est

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2\gamma z - \mathrm{R}^2 = 0 = \mathrm{S}.$$

Les coordonnées du centre de la sphère sont (o, o, γ); le rayon ρ est donné par l'expression $\rho^2 = \gamma^2 + R^2$. Le moment par rapport à la sphère S du système de points considérés est

$$\frac{\Sigma m(x^2+y^2+z^2-2\gamma z-R^2)^2}{\gamma^2+R^2}$$
$$= \frac{\Sigma m(x^2+y^2+z^2-R^2)^2 - 4\gamma\Sigma mz(x^2+y^2+z^2+R^2)+4\gamma^2\Sigma mz^2}{\gamma^2+R^2}.$$

» Posons

$$\Sigma m(x^2+y^2+z^2-R^2)^2 = 4Ma^4,$$
$$\Sigma mz(x^2+y^2+z^2-R^2) = 2Mb^3, \qquad \Sigma mMz^2 = Mc^2,$$

et représentons par $4Mk^2$ le moment du système de points par rapport à S. Nous aurons

$$\frac{4Ma^4 - 8Mb^3\gamma + 4Mc^2\gamma^2}{\gamma^2+R^2} = 4Mk^2;$$

d'où

$$(1) \qquad (c^2-k^2)\gamma^2 - 2b^3\gamma + a^4 - k^2R^2 = 0.$$

» A chaque valeur donnée de k^2 correspondent deux valeurs de γ, c'est-à-dire que par le cercle passent deux sphères de même paramètre, en appelant k^2 le paramètre de la sphère. Soient γ', γ'' les racines de l'équation (1). On trouve

$$(2) \qquad 2b^3\gamma'\gamma'' - (a^4 - R^2c^2)(\gamma'+\gamma'') - 2b^3R^2 = 0.$$

» On voit que γ', γ'' déterminent sur l'axe du cercle deux divisions homographiques involutives.

» Les sphères S_1 et S_2 qui correspondent aux points doubles de l'involution sont orthogonales. Leurs paramètres k_1^2, k_2^2 s'obtiennent en écrivant que l'équation (1) a des racines égales. Le paramètre du cercle est $k_1^2 + k_2^2$. Les deux sphères qui correspondent à une même valeur de k^2 font des angles égaux avec chacune des sphères S_1 et S_2. Les sphères qui correspondent à la valeur $k^2 = \frac{k_1^2+k_2^2}{2}$ sont orthogonales.

APPLICATION AUX CYCLIDES.

» Problème. — *Étant donné un système de points matériels* M, ..., *de masses* m, ..., *trouver l'enveloppe des sphères pour lesquelles le moment du système est constant et qui coupent orthogonalement une sphère fixe* S.

» Je prends pour origine des coordonnées le centre (O) de la sphère

fixe, pour axes les axes principaux relatifs au point O. On aura, par conséquent,

(3) $$\Sigma myz = 0, \qquad \Sigma mxz = 0, \qquad \Sigma mxy = 0.$$

Soit $S = x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0$ l'équation de la sphère fixe. L'équation d'une sphère S_1 orthogonale à S est

(4) $$S_1 = x^2 + y^2 + z^2 - 2\alpha x - 2\beta y - 2\gamma z + R^2 = 0.$$

Son rayon ρ^2 a pour expression

$$\rho^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - R^2.$$

» Représentons par $4Mk^2$ la valeur donnée du moment. Nous aurons

$$\frac{\Sigma\, m(x^2 + y^2 + z^2 + R^2 - 2\alpha x - 2\beta y - 2\gamma z)^2}{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - R^2} = 4Mk^2.$$

Si l'on pose

$$\Sigma\, m(x^2 + y^2 + z^2 + R^2)^2 = 4Mh^2R^2,$$

$$\Sigma Mx^2 = Ma^2, \quad \ldots, \quad \Sigma\, m(x^2 + y^2 + z^2 + R^2)x = 2Ml^3, \quad \ldots,$$

on trouve

(5) $$\left\{\begin{array}{l}(a^2 - k^2)\alpha^2 + (b^2 - k^2)\beta^2 + (c^2 - k^2)\gamma^2 \\ \quad - 2l^3\alpha - 2m^3\beta - 2n^3\gamma + R^2(h^2 + k^2) = 0.\end{array}\right.$$

L'équation (5) représente le lieu des centres des sphères S_1; on voit que, quand k^2 varie, on obtient une série de quadriques ayant mêmes directions des plans principaux et des plans cycliques. Les centres de ces quadriques décrivent une cubique gauche

(6) $$x = \frac{l^3}{a^2 - k^2}, \qquad y = \frac{m^3}{b^2 - k^2}, \qquad z = \frac{n^3}{c^2 - k^2}.$$

C'est la cubique sur laquelle se trouvent les pieds des normales menées par le point $\frac{l^3}{a^2}, \frac{m^3}{b^2}, \frac{n^3}{c^2}$ à la surface $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

» En appliquant aux équations (4) et (5) la théorie des enveloppes, on trouve

(7) $$4\left[\sum \frac{l^6}{a^2 - k^2} - R^2(h^2 + k^2)\right] \sum \frac{x^2}{a^2 - k^2} = \left(x^2 + y^2 + z^2 + R^2 - 2\sum \frac{l^3 x}{a^2 - k^2}\right)^2$$

On a un système de cyclides homofocales générales.

» Je vais chercher si l'on peut choisir la sphère directrice de telle sorte que l'on ait des cyclides à plans de symétrie. Il est clair que les plans de

symétrie seront les plans principaux relatifs au centre de la sphère directrice. Il suffit, par conséquent, d'écrire que les termes du degré impair dans l'équation (7) sont nuls. On aura

$$l^3 = 0, \qquad m^3 = 0, \qquad n^3 = 0.$$

Il faut chercher la signification de l^3, m^3, n^3 quand on rapporte le système à une origine et à des axes fixes. Je prends pour origine le centre de gravité g du système et pour axes les axes principaux d'inertie. On aura

$$(8) \qquad \begin{cases} \Sigma m\,X = 0; & \Sigma m\,Y = 0, & \Sigma m\,Z = 0, \\ \Sigma m YZ = 0, & \Sigma m XZ = 0, & \Sigma m XY = 0. \end{cases}$$

» Soient (x_0, y_0, z_0) les coordonnées du point O par rapport aux axes fixes; $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma', \ldots$ les cosinus des angles de Ox, Oy, Oz avec les axes fixes. Les formules de transformation seront

$$(9) \qquad \begin{cases} x = \alpha\,(X - x_0) + \beta\,(Y - y_0) + \gamma\,(Z - z_0), \\ y = \alpha'(X - x_0) + \beta'(Y - y_0) + \gamma'(Z - z_0), \\ z = \alpha''(X - x_0) + \beta''(Y - y_0) + \gamma''(Z - z_0), \\ x^2 + y^2 + z^2 = (X - x_0)^2 + (Y - y_0)^2 + (Z - z_0)^2; \end{cases}$$

d'où

$$\begin{aligned} 2Ml^3 &= \Sigma m\,x(x^2 + y^2 + z^2 + R^2) \\ &= \Sigma m[\alpha(X - x_0) + \beta(Y - y_0) + \gamma(Z - z_0)] \\ &\quad \times [(X - x_0)^2 + (Y - y_0)^2 + (Z - z_0)^2 + R^2] = 0. \end{aligned}$$

» Si l'on pose

$$S_0 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 + R^2, \qquad \Sigma m X(X^2 + Y^2 + Z^2) = 2a'A^2M, \qquad \ldots,$$
$$\Sigma m X^2 = MA^2, \qquad \ldots, \qquad A^2 + B^2 + C^2 = d_1^2,$$

on trouve, par des transformations faciles,

$$\begin{aligned} &\alpha[2a'A^2 - (S_0 + d^2 + 2A^2)x_0] \\ &\quad + \beta[2b'B^2 - y_0(S_0 + d^2 + 2B^2)] + \gamma[2c'C^2 - z_0(S_0 + d^2 + 2C^2)] = 0 \end{aligned}$$

et deux équations analogues en $\alpha', \beta', \gamma', \alpha'', \beta'', \gamma''$. On conclut de là

$$(10) \qquad \begin{cases} 2a'A^2 - (S_0 + d^2 + 2A^2)x_0 = 0, \\ 2b'B^2 - (S_0 + d^2 + 2B^2)y_0 = 0, \\ 2c'C^2 - (S_0 + d^2 + 2C^2)z_0 = 0. \end{cases}$$

» Pour résoudre ces équations par rapport à x_0, y_0, z_0, je pose

$$S_0 + d^2 = 2\lambda = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 + R^2 + d^2.$$

On trouve alors

$$(11) \qquad x_0 = \frac{a' A^2}{A^2 + \lambda}, \qquad y_0 = \frac{b' B^2}{B^2 + \lambda}, \qquad z_0 = \frac{c' C^2}{C^2 + \lambda};$$

d'où

$$x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = \frac{a'^2 A^4}{(A^2 + \lambda)^2} + \frac{b'^2 B^4}{(B^2 + \lambda)^2} + \frac{c'^2 C^4}{(C^2 + \lambda)^2}.$$

On a, par conséquent, pour déterminer λ, l'équation

$$(12) \qquad \frac{a'^2 A^4}{(A^2 + \lambda)^2} + \frac{b'^2 B^4}{(B^2 + \lambda)^2} + \frac{c'^2 C^4}{(C^2 + \lambda)^2} + R^2 + d^2 - 2\lambda = 0,$$

qui est du septième degré en λ. Donc, à chaque valeur de R^2 correspondent sept points pour lesquels les cyclides sont à plans de symétrie. Les équations (11) montrent que le lieu des points O, quand R^2 varie, est une cubique gauche, la cubique sur laquelle se trouvent les pieds des normales menées du point a', b', c' au second ellipsoïde central

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} + \frac{z^2}{C^2} - 1 = 0.$$

» Proposons-nous de chercher le lieu des points d'où l'on peut mener trois sphères orthogonales entre elles et à la sphère directrice, doublement tangentes à trois cyclides homofocales données (k_1^2, k_2^2, k_3^2).

» Il est aisé de s'assurer que de pareils points existent.

» Soient (x_0, y_0, z_0), (x_1, y_1, z_1) les points d'intersection des trois sphères orthogonales S_1, S_2, S_3, respectivement tangentes aux cyclides k_1^2, k_2^2, k_3^2. On aura

$$\sum m\left(\frac{S_1^2}{R_1^2} + \frac{S_2^2}{R_2^2} + \frac{S_3^2}{R_3^2}\right) = 4M(k_1^2 + k_2^2 + k_3^2).$$

J'ai indiqué plus haut la relation

$$\frac{S_1^2}{R_1^2} + \frac{S_2^2}{R_2^2} + \frac{S_3^2}{R_3^2} = \frac{4[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2][(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2]}{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}.$$

On a, par conséquent,

$$\sum m\left(\frac{S_1^2}{R_1^2}+\frac{S_2^2}{R_2^2}+\frac{S_3^2}{R_3^2}\right)$$
$$=\frac{4\Sigma m[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2][(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2}{(x_1-x_0)^2+(y_1-y_0)^2+(z_1-z_0)^2}$$
$$=4M(k_1^2+k_2^2+k_3^2);$$

d'où

$$\Sigma m[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2][(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2]$$
$$=4(k_1^2+k_2^2+k_3^2)M[(x_1-x_0)^2+(y_1-y_0)^2+(z_1-z_0)^2].$$

» Les sphères S_1, S_2, S_3 étant orthogonales à la sphère directrice, leur axe radical M_0M_1 passe par le centre de la sphère directrice S. On a, par conséquent,

$$OM_0 . OM_1 = R^2;$$

d'où

$$x_1=\frac{R^2x_0}{x_0^2+y_0^2+z_0^2}, \qquad x_0-x_1=\frac{S_0x_0}{x_0^2+y_0^2+z_0^2},$$

en posant

$$S_0=x_0^2+y_0^2+z_0^2-R^2.$$

» On trouve, en remplaçant x_1, y_1, z_1 par leurs valeurs, l'équation suivante

$$(a^2+b^2+c^2-k_1^2-k_2^2-k_3^2)(x_0^2+y_0^2+z_0^2-R^2)^2$$
$$-4(l^3x+m^3y+n^3z)(x_0^2+y_0^2+z_0^2+R^2)$$
$$+4R^2[(a^2+\lambda^2)x_0^2+(b^2+\lambda^2)y_0^2+(c^2+\lambda^2)z_0^2]=0.$$

Le lieu du point (x_0, y_0, z_0) est une cyclide, qui devient une cyclide à trois plans de symétrie pour les points pour lesquels on a

$$l^3=0, \qquad m^3=0, \qquad n^3=0. \text{ »}$$

GÉOMÉTRIE. — *Sur certaines surfaces réglées, à propos d'une Note de M.* Pellet. Note de M. **Ch. Bioche**, présentée par M. Darboux.

« Dans une Note parue aux *Comptes rendus* (séance du 5 mars 1888), M. Pellet cite un travail de M. Astor. Le résultat donné par M. Astor se déduit de la simple remarque suivante.

» On sait que, si l'on peut faire correspondre les génératrices de deux surfaces réglées de façon que les génératrices correspondantes coupent la

ligne de striction sous le même angle et aient des paramètres de distribution égaux, les deux surfaces sont applicables l'une sur l'autre; par suite, les surfaces pour lesquelles le paramètre de distribution est constant, la ligne de striction coupant les génératrices sous un angle constant, sont applicables sur des hyperboloïdes de révolution. D'autre part, on sait que la détermination des lignes géodésiques des hyperboloïdes de révolution dépend d'intégrales elliptiques; il en est de même, évidemment, de la détermination des lignes géodésiques des surfaces applicables sur celles-ci.

» M. Laguerre a démontré (*Bulletin des Sciences mathématiques*, p. 279; 1871) que, si l'on déforme un hyperboloïde de révolution en conservant la rectitude des génératrices, la courbe en laquelle se transforme le cercle de gorge est une courbe de M. Bertrand. C'est le résultat que M. Pellet a obtenu de son côté.

» Enfin M. Pellet remarque que, si la ligne de striction d'une surface de la catégorie précédemment considérée est donnée, la surface est déterminée. On sait que, si l'on appelle a le segment de normale compris entre deux courbes qui ont les mêmes normales principales et ψ l'angle des tangentes aux points situés sur la même normale, on a entre les courbures ω et π de l'une d'elles la relation

$$a\omega - a\pi \cot\psi = 1.$$

» En comparant cette relation à celle qui donne le paramètre de distribution des surfaces déjà considérées, on voit que, *si l'on donne une courbe de M. Bertrand, la surface qui a cette ligne pour ligne de striction et est applicable sur un hyperboloïde de révolution à une nappe s'obtient en menant par chaque point de la courbe donnée une parallèle à la binormale de la courbe conjuguée.* »

GÉOMÉTRIE. — *Sur deux systèmes de courbes orthogonales.* Note de M. V. JAMET.

« 1. Le présent travail a pour but de chercher l'équation, en termes finis, des trajectoires orthogonales des courbes définies par l'équation, en coordonnées bipolaires,

$$\frac{\alpha}{r} + \frac{\beta}{r'} = \frac{2}{a}. \tag{1}$$

α, β désignent deux constantes données; r, r' les distances d'un point, mo-

bile sur l'une des courbes. à deux points fixes P, P'; a un paramètre, variable d'une courbe à une autre. Bien que la solution du problème s'appuie uniquement sur les éléments du Calcul intégral, elle intéressera peut-être les personnes qui s'occupent de la représentation géométrique des phénomènes électriques; on sait, en effet, que l'équation (1) représente le lieu géométrique des points d'un plan ayant un potentiel donné par rapport à deux centres d'action, d'intensité α, β, placés en P, P', et les trajectoires orthogonales du système des courbes obtenues en faisant varier a, sont *les lignes de force* d'un tel système.

» 2. Choisissons deux axes de coordonnées rectangulaires, dont l'un, Ox, coïncide avec PP', et dont l'autre, Oy, passe par le milieu du segment PP'. Posons $PP' = 2c$, nous aurons, pour chaque point du plan,

$$r = \sqrt{y^2 + (x-c)^2}, \qquad r' = \sqrt{y^2 + (x+c)^2}.$$

» Posons aussi

$$r' + r = 2\lambda, \qquad r' - r = 2\mu,$$

et désignons les variables λ, μ sous le nom de *coordonnées elliptiques* du point qui a pour coordonnées cartésiennes x, y; nous aurons, pour chaque point du plan,

$$x = \frac{\lambda\mu}{c}, \qquad y = \frac{\sqrt{(c^2-\lambda^2)(\mu^2-c^2)}}{c}.$$

» En outre, si l'on établit, entre x, y, ou λ, μ, une relation quelconque, on aura constamment

$$(2) \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{\mu(c^2-\lambda^2)\,d\mu + \lambda(c^2-\mu^2)\,d\lambda}{\sqrt{(c^2-\lambda^2)(\mu^2-c^2)}\,(\lambda\,d\mu + \mu\,d\lambda)}.$$

» 3. Abordons maintenant le problème dans le cas particulier où $\alpha = -\beta$, et supposons, comme cela est possible, $\alpha = 1$.

» L'équation (1) prend la forme

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} = \frac{2}{a}$$

et, en coordonnées elliptiques,

$$\frac{\lambda^2 - \mu^2}{\mu} = a.$$

» En chaque point de la courbe β ainsi définie, on aura

$$\frac{d\lambda}{\lambda^2+\mu^2} = \frac{d\mu}{2\lambda\mu}.$$

» Donc, à cause de la formule (2), le coefficient angulaire de la tangente à cette courbe au point (λ, μ) sera égal à

$$\frac{\lambda}{\mu}\,\frac{2\mu^2(c^2-\lambda^2)+(\lambda^2+\mu^2)(c^2-\mu^2)}{\sqrt{(c^2-\lambda^2)(\mu^2-c^2)}(3\lambda^2+\mu^2)}.$$

» Donc, si l'on regarde λ, μ comme les coordonnées d'un point mobile sur la trajectoire cherchée, on doit avoir, en chacun de ses points,

$$\frac{\lambda}{\mu} = \frac{2\mu^2(c^2-\lambda^2)+(\lambda^2+\mu^2)(c^2-\mu^2)}{(c^2-\lambda^2)(\mu^2-c^2)(3\lambda^2+\mu^2)}\,\frac{\mu(c^2-\lambda^2)\,d\mu+\lambda(c^2-\mu^2)\,d\lambda}{\lambda\,d\mu+\mu\,d\lambda}+1=0.$$

» Après quelques réductions, cette équation devient

$$(3)\qquad 2(c^2-\lambda^2)\lambda\mu\,d\mu+(\mu^2-c^2)(\lambda^2+\mu^2)\,d\lambda=0.$$

» 4. L'intégration de cette équation différentielle peut s'effectuer en appliquant un des procédés enseignés dans tous les cours de Calcul intégral. On peut, par exemple, regarder μ^2 comme une fonction de la variable indépendante λ; l'équation (3) est alors une équation de Riccati, admettant l'intégrale particulière $\mu^2=c^2$, ... Le suivant nous paraît préférable à tous les autres.

» Écrivons l'équation (3) comme il suit :

$$2(c^2-\lambda^2)\lambda\mu\,d\mu+(\mu^2-c^2)(\lambda^2+c^2)\,d\lambda+(\mu^2-c^2)^2\,d\lambda=0.$$

» Divisons son premier membre par $-\lambda^2(\mu^2-c^2)^2$, nous trouvons

$$\frac{(\mu^2-c^2)\,d\left(\frac{c^2-\lambda^2}{\lambda}\right)-\left(\frac{c^2-\lambda^2}{\lambda}\right)d(\mu^2-c^2)}{\mu^2-c^2}-\frac{d\lambda}{\lambda^2}=0;$$

puis, en intégrant, et désignant par b une constante arbitraire,

$$\frac{c^2-\lambda^2}{\lambda(\mu^2-c^2)}+\frac{1}{\lambda}=b$$

ou

$$\mu^2-\lambda^2=b\lambda(\mu^2-c^2).$$

» Telle est, en coordonnées elliptiques, l'intégrale cherchée. En coordonnées bipolaires, elle prend la forme

$$2rr'=b(r+r')[4c^2-(r-r')^2].$$

» 5. On peut traiter de la même manière le cas où $\alpha = \beta = 1$. L'équation différentielle à laquelle on parviendra devra différer de l'équation (3) par le changement de r' en $-r'$, c'est-à-dire par le changement de λ en μ et de μ en λ. Cette équation sera

$$(4) \qquad 2(c^2 - \mu^2)\lambda\mu\, d\lambda + (\lambda^2 - c^2)(\mu^2 + \lambda^2)\, d\mu = 0,$$

et l'on verra qu'elle admet l'intégrale

$$\lambda^2 - \mu^2 = b'\mu(\lambda^2 - c^2),$$

où b' désigne une constante arbitraire.

» 6. Le calcul fait au n° 4 montre que le premier membre de l'équation (3) est égal à

$$-\lambda^2(\mu^2 - c^2)^2\, d\left[\frac{\lambda^2 - \mu^2}{\lambda(\mu^2 - c^2)}\right].$$

» Donc, il est égal aussi à

$$(\lambda^2 - \mu^2)^2\, d\left[\frac{\lambda(\mu^2 - c^2)}{\lambda^2 - \mu^2}\right].$$

» De même, le premier membre de l'équation (4) est égal à

$$(\mu^2 - \lambda^2)^2\, d\left[\frac{\mu(\lambda^2 - c^2)}{\mu^2 - \lambda^2}\right].$$

» Cette remarque, jointe à l'étude des deux cas particuliers qui précèdent, peut servir à traiter le problème dans le cas général. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une généralisation d'un théorème de Cauchy.* Note de M. **J.-L.-W. Jensen**, présentée par M. Hermite.

« Cauchy a, dans son *Analyse algébrique*, démontré que l'on a

$$\lim \frac{1}{n} f(n) = \lim[f(n) - f(n-1)] \qquad \text{pour} \quad n = \infty,$$

si le second membre de l'équation est défini. En cherchant à étendre ce théorème, je suis parvenu à un autre plus général, dont voici l'énoncé :

» I. *Si φ_n et a_n sont des fonctions du nombre positif et entier n, et telles*

que φ_n *ait une limite définie* φ_∞ *pour n infini, tandis que*

$$|a_\infty| = \infty \qquad \text{et} \qquad \sum_{\nu=1}^{n} |a_\nu - a_{\nu-1}| : |a_n|$$

soient constamment plus petit qu'un nombre donné (B), *on aura*

$$(1) \qquad \varphi_\infty = \lim_{n=\infty} \frac{(a_1 - a_0)\varphi_1 + (a_2 - a_1)\varphi_2 + \ldots + (a_n - a_{n-1})\varphi_n}{a_n}.$$

» Il faut remarquer que la grandeur toute réelle et positive α_n, croissant sans cesse et indéfiniment avec n, satisfait aux conditions posées pour a_n. On peut même prendre $a_n = \alpha_n^s$, la partie réelle de $s = x + yi$ étant positive, car on a, en posant, pour plus de simplicité, $\delta = \log(\alpha_\nu : \alpha_{\nu-1})$,

$$\frac{|\alpha_\nu^s - \alpha_{\nu-1}^s|}{\alpha_{\nu-1}^x - \alpha_{\nu-1}^x} = \left| 1 + \frac{1 - e^{-\delta y i}}{e^{\delta x} - 1} \right| < 1 + \frac{|y|}{2x},$$

d'où il suit

$$\sum_{\nu=1}^{n} |\alpha_\nu^s - \alpha_{\nu-1}^s| : |\alpha_n^s| < \left[1 - \left(\frac{\alpha_0}{\alpha_n}\right)^x\right]\left(1 + \frac{|y|}{2x}\right) < 1 + \frac{|y|}{2x}.$$

» Avant de démontrer ce théorème, il convient de signaler quelques conséquences qui en dérivent. Remplaçons, par exemple, φ_n par

$$\varphi_n\left(1 - \frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n}\right) : \left[1 - \left(\frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n}\right)^s\right],$$

en supposant toutefois

$$\lim_{n=\infty} \frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n} = 1,$$

on aura

$$(2) \qquad \frac{\varphi_\infty}{s} = \lim_{n=\infty} \frac{(\alpha_1 - \alpha_0)\alpha_1^{s-1}\varphi_1 + (\alpha_2 - \alpha_1)\alpha_2^{s-1}\varphi_2 + \ldots + (\alpha_n - \alpha_{n-1})\alpha_n^{s}\varphi_n}{\alpha_n^s}.$$

» En remplaçant φ_n dans (1) par $\frac{b_n - b_{n-1}}{a_n - a_{n-1}}$, nous aurons la formule très simple, mais aussi générale que (1),

$$(3) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{b_n - b_{n-1}}{a_n - a_{n-1}} = \lim_{n=\infty} \frac{b_n}{a_n},$$

à condition que le premier membre de cette équation ait une valeur définie.

» Du théorème I en découle un autre, en posant

$$\varphi_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_{n-1}$$

et en remarquant que

$$\frac{(a_1 - a_0)\varphi_1 + \ldots + (a_n - a_{n-1})\varphi_n}{a_n} = \varphi_{n+1} - \frac{a_1 u_1 + a_2 u_2 + \ldots + a_n u_n}{a_n}.$$

» II. *Si Σu_n est une série convergente, on aura toujours*

(4) $$\lim_{n=\infty} \frac{a_1 u_1 + a_2 u_2 + \ldots + a_n u_n}{a_n} = 0.$$

» Cette condition est donc une *condition nécessaire pour qu'une série à termes quelconques soit convergente.*

» Posons

$$u_n = c_n \alpha_n^{-s} \qquad \text{et} \qquad a_n = \alpha_n^s,$$

où α_n et s ont la même signification que plus haut; nous aurons

(5) $$\lim_{n=\infty} \frac{c_1 + c_2 + \ldots + c_n}{\alpha_n^s} = 0,$$

si $\Sigma c_n \alpha_n^{-s}$ est convergente. C'est l'extension d'un théorème de M. Stieltjes (¹).

» En posant

$$u_n = \frac{\varepsilon_n a_n - \varepsilon_{n-1} a_{n-1}}{a_n},$$

on voit que la série Σu_n ne peut pas être convergente, sinon que $\varepsilon_\infty = 0$. C'est l'extension d'un théorème d'Abel.

» Pour démontrer le théorème I, posons

$$\sum_{\nu=1}^{n} |a_\nu - a_{\nu-1}| = A_n,$$

et supposons que n' soit le plus petit nombre pour lequel on a

$$A_{n'+1}^2 \geqq A_n.$$

n' devient donc infini en même temps que n et $A_{n'}^2 < A_n$. Posons encore

$$\rho_n = \varphi_n - \varphi_\infty,$$

(¹) *Comptes rendus*, t. CI, p. 369.

et soit ρ' le plus grand parmi $|\rho_1|$, $|\rho_2|$, ..., et ρ'' le plus grand parmi $|\rho_{n'+1}|$, $|\rho_{n'+2}|$, ...; on aura

$$\begin{aligned}
&\left|\frac{(a_1-a_0)\varphi_1+\ldots+(a_n-a_{n-1})\varphi_n}{a_n}-\varphi_\infty\left(1-\frac{a_0}{a_n}\right)\right| \\
&=\left|\frac{(a_1-a_0)\rho_1+\ldots+(a_n-a_{n-1})\rho_n}{a_n}\right| \\
&< \mathrm{B}\,\frac{\mathrm{A}_1|\rho_1|+(\mathrm{A}_2-\mathrm{A}_1)|\rho_2|+\ldots+(\mathrm{A}_n-\mathrm{A}_{n-1})\rho_n}{\mathrm{A}_n} \\
&< \mathrm{B}\,\frac{\mathrm{A}_{n'}\rho'+(\mathrm{A}_n-\mathrm{A}_{n'})\rho''}{\mathrm{A}_n} < \mathrm{B}\left(\frac{\rho'}{\mathrm{A}_{n'}}+\rho''\right),
\end{aligned}$$

où ρ' reste fini, et $\frac{1}{\mathrm{A}_{n'}}$ et ρ'' sont infiniment petits en même temps que $\frac{1}{n}$. C'est ce qu'il fallait démontrer. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur le passage du courant électrique à travers le soufre.* Note de M. E. **Duter**, présentée par M. Lippmann.

« Le soufre, qui est très mauvais conducteur à la température ordinaire, acquiert une conductibilité électrique fort appréciable quand il est porté à la température de l'ébullition, comme le prouvent les expériences dont je donne ici la description.

» Dans un tube de verre placé dans un bain de sable et chauffé, j'ai introduit du soufre cristallisé bien pur et j'ai fait plonger dans ce soufre deux électrodes de platine; un commutateur permettait de mettre ces électrodes en communication soit avec une pile de 100 éléments de Volta, soit avec un électromètre de M. Lippmann.

» J'ai pu ainsi constater que les électrodes de platine se polarisaient dans le soufre. Ayant ensuite remarqué que le platine était légèrement attaqué par le soufre, j'ai remplacé les électrodes de platine par des électrodes d'or pur que le soufre n'attaque pas directement; j'ai fait en sorte que le métal ne touche pas le verre, qui devient légèrement conducteur et polarisable quand on le chauffe.

» Dans ces conditions, les électrodes d'or se sont polarisées comme celles de platine, de sorte que je me suis demandé si, sous l'influence du courant électrique, l'or n'était pas attaqué par le soufre. Pour résoudre cette question, il fallait pouvoir faire passer dans le soufre un courant électrique d'une certaine intensité : c'est ce que j'ai pu faire en opérant sur du soufre pur et bouillant.

» A cet effet, j'ai pris une puissante bobine de Ruhmkorff, actionnée par 6 éléments de Bunsen, et j'ai utilisé le courant direct fourni par cette bobine pour charger une batterie de Leyde de neuf grandes jarres; le courant de décharge de cette batterie passait à travers le soufre au moyen de deux électrodes d'or pur, éloignées soigneusement des parois du vase de verre qui renfermait le soufre.

» Pour apprécier l'intensité de ce courant, j'ai intercalé dans son circuit un vase renfermant une dissolution concentrée de sulfate de cuivre, dans laquelle plongeaient deux électrodes de platine.

» Tant que le soufre ne bout pas, on n'observe rien de particulier; mais, dès qu'il atteint la température de l'ébullition, on voit une des électrodes de platine du voltamètre à sulfate de cuivre se recouvrir de bulles d'oxygène, ce qui montre que le courant passe dans le circuit et, par conséquent, dans le soufre bouillant. De plus, au bout d'un certain temps, l'autre électrode du voltamètre à sulfate de cuivre se recouvre d'un dépôt rouge de cuivre qui augmente à mesure que l'expérience se prolonge. Au bout de huit heures consécutives, j'ai constaté que l'électrode de platine avait reçu un dépôt d'un peu plus de 1^{mgr} de cuivre, ce qui correspond à une intensité moyenne de courant de $\frac{1}{8000}$ d'ampère environ, quantité très appréciable.

» On voit donc qu'il est possible de faire passer de l'électricité en quantité mesurable dans du soufre bouillant.

» Les électrodes d'or, retirées du soufre après huit heures d'expérience, étaient recouvertes de dépôt, que j'étudie en ce moment; j'étudie aussi les phénomènes offerts par le passage de l'électricité à travers du soufre par l'intermédiaire d'électrodes d'aluminium (¹). »

TÉLÉGRAPHIE. — *Le phono-signal pour la télégraphie sous-marine.* Note de M. **Ader**, présentée par M. Mascart.

« Si l'on place un téléphone au bout d'un câble sous-marin qui travaille, on n'entend absolument rien. Cela se comprend aisément : les ondes du courant, à chaque signal, abaissent et relèvent bien la membrane, le téléphone fonctionne, la vibration a lieu ; mais c'est l'oreille qui

---

(¹) Ces expériences ont été faites au laboratoire de Recherches physiques de la Sorbonne.

ne fonctionne pas, par la raison bien connue qu'il faut un minimum de vingt vibrations environ par seconde pour produire le phénomène de l'audition.

» Mettons alors entre le câble et le téléphone un organe indépendant qui coupe l'onde un grand nombre de fois par seconde; aussitôt l'onde sera changée en un son ondulé que le téléphone portera à l'oreille.

» La réception peut avoir lieu de plusieurs manières : la plus simple consiste à avoir un fractionneur de courant et un téléphone récepteur. Le fractionneur est relié au câble, puis à un récepteur téléphonique qui va à la terre; la lame de l'interrupteur est entretenue en mouvement par une pile locale. Au lieu d'un interrupteur actionné par une pile, on peut aussi avoir un cylindre tournant ayant des parties isolées et des frotteurs pour les contacts; une force mécanique quelconque fera tourner constamment le cylindre fractionneur. Si l'on envoie dans le câble des signaux Morse ordinaires, par points et traits, toujours avec des courants de même sens, on entendra dans les récepteurs des sons plus ou moins prolongés et plus ou moins forts, dans lesquels on distinguera facilement les points et les traits de l'alphabet.

» Depuis longtemps il a été reconnu que la transmission gagnait en rapidité en alternant les courants positifs avec les négatifs. On a donc été amené à représenter les signes de l'alphabet Morse : les points par une émission positive, les traits par une négative. C'est ainsi que le miroir et le recorder accusent les points et les traits par une déviation à gauche et à droite. Avec ce mode de transmission appliqué au phono-signal simple, tel qu'il est indiqué ci-dessus, on distinguerait bien les ondulations, mais on ne saurait si elles sont positives ou négatives; il a fallu les séparer et les rendre distinctes l'une de l'autre et voici par quels moyens : un fractionneur V envoie alternativement le courant du câble dans les deux branches d'une fourche renfermant deux récepteurs, destinés l'un à l'oreille gauche et l'autre à la droite. A un endroit de la fourche voisin du fil de terre se trouvent deux piles : une, P, sur la branche de gauche; l'autre, P', sur celle de droite, de façon que leurs courants soient de même sens. Lorsque le fractionneur V est en mouvement, il envoie alternativement dans les récepteurs le courant ondulé du signal arrivé par le câble; si c'est un point ou courant positif, il rencontre à gauche un courant local de même sens que le sien et s'y ajoute; et, à droite, il trouve un courant de sens inverse qui vient l'annuler. Toute l'ondulation positive passe donc par le récepteur de gauche, c'est-à-dire à l'oreille gauche, et le récep-

teur de droite reste muet. Le même effet, mais inverse, se produit pour une onde négative; de sorte que, avec cette disposition, le télégraphiste reçoit les points à l'oreille gauche et les traits à l'oreille droite, ce qui les lui fait distinguer aisément.

» Avec ce principe de courants contraires, on distinguera encore bien mieux les ondes négatives des positives, en leur donnant des tonalités ou des timbres différents. Le câble est relié à deux fractionneurs V et V' : celui de gauche, V, forme un son aigu, un *sol* par exemple; celui de droite, V', un son grave, soit un *ut*. Les piles P et P' d'orientation des courants du câble, qui peuvent être réduites à une seule, produisent les mêmes effets que précédemment : le récepteur de gauche correspond au fractionneur V, c'est-à-dire au *sol*; le récepteur de droite, au fractionneur V', qui donne un *ut*. Lorsqu'il sort des ondulations du câble, si elles sont positives, elles passent par la branche de gauche et produisent un *sol*; si elles sont négatives, elles passent à droite et produisent un *ut*. Ainsi donc, les points seront reçus à l'oreille gauche sous forme de la note *sol*, et les traits, à l'oreille droite, seront représentés par la note *ut*.

» Quand un câble est parcouru par des courants terrestres, on les annule facilement à l'aide d'une pile d'opposition.

» Pour chaque cas, on règle les piles d'orientation ou d'opposition à l'aide de résistances, selon les besoins des applications.

» Comme transmetteurs, avec le phono-signal, on peut utiliser les clefs ordinairement employées sur les câbles, à la main ou automatiques; mais, de préférence, il faut se servir des clefs qui envoient, après chaque courant de signal, un courant inverse de décharge, surtout lorsque les câbles sont de grande longueur : on y gagne de la rapidité. Avec des courants secondaires provenant des condensateurs ou de bobines d'induction, on augmente encore cette rapidité.

» Le phono-signal peut être installé en duplex sans difficulté.

» A cause de sa sensibilité de réception, il permet l'emploi de câbles réduits et, par suite, procure de grandes économies dans les installations des câbles sous-marins. »

PHOTOCHIMIE. — *Sur un photomètre inscripteur et régulateur : le radiographe.* Note de M. **Louis Olivier**, présentée par M. Janssen.

« La méthode que j'ai fait connaître, il y a trois ans, pour doser l'action chimique des radiations (¹), a déjà reçu la sanction d'une multitude d'expériences. Beaucoup de photographes, en France et à l'étranger, l'ont en effet adoptée. Ils déterminent aujourd'hui les *temps de pose* de leurs clichés, suivant mon procédé, en comptant non plus les secondes, mais les révolutions du radiomètre. On cherche une fois pour toutes le nombre de tours requis pour obtenir un bon cliché. Pour un même objectif, un même tirage de la chambre noire, un même diaphragme et des glaces de même nature, ce nombre demeure invariable. Il suffit de l'observer pour que les plaques sensibilisées reçoivent toujours la même somme de lumière.

» Les écrans absorbants, dont j'ai indiqué l'usage dans le but de ne laisser tomber sur le radiomètre que les radiations actives sur les sels d'argent (²), ne sont utiles que pour les expériences réellement scientifiques. La pratique a montré que, dans les opérations courantes de la Photographie, on peut le plus souvent s'en passer. Contrairement à ce que l'on serait tenté de prévoir, les variations de composition de la lumière naturelle, aux différentes heures du jour, n'opposent aucun obstacle sensible à l'emploi du radiomètre sans écrans. Sauf dans le cas de la Photographie dite instantanée, l'instrument règle les *temps de pose* avec précision.

» Pensant qu'il y aurait intérêt à rendre cette régulation automatique, j'ai construit un appareil qui, de lui-même, supprime l'action lumineuse en temps opportun. C'est un radiomètre qui, à chaque rotation complète de son moulinet, ferme un circuit électrique. Voici la disposition de l'instrument :

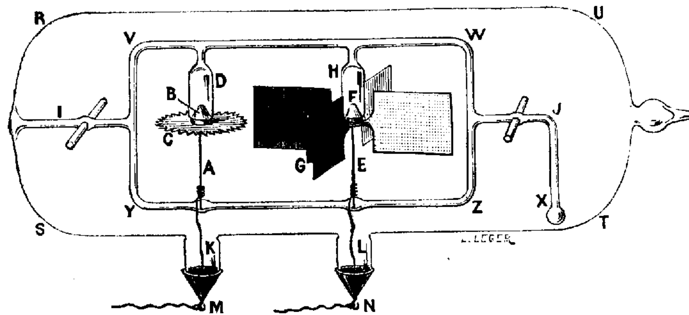
» Dans une enveloppe de verre RSTU, où l'on fait le vide au même degré que dans les radiomètres ordinaires, se trouvent deux aiguilles

---

(¹) Louis Olivier, *Méthode pour régler et mesurer l'action chimique des radiations* (*Comptes rendus,* 19 janvier 1883).

(²) *Ibid.*

d'acier verticales A et E. Sur l'extrémité effilée de chacune d'elles repose une chape d'aluminium à fond d'acier (B et F). La chape B supporte, à sa partie inférieure, une roue d'aluminium à bord denté C. Cette roue est



LÉGENDE.

A, aiguille verticale d'acier supportant la chape B;
B, chape métallique supportant la roue C;
C, roue d'aluminium à bord denté;
E, aiguille verticale d'acier supportant la chape F;
F, chape métallique supportant le moulinet radiométrique
G, index métallique d'une palette;
VYZW, cadre rectangulaire formé de quatre tiges de verre, maintenant les positions relatives de la roue dentée et du moulinet radiométrique;
D et H, tubes de verre soudés au cadre VYZW et destinés à maintenir latéralement les chapes A et F;
I, tige de verre horizontale reliant le cadre VYZW à l'enveloppe de verre RSTU;
JX, tige de verre recourbée pour assurer la fixité du cadre VYZW dans l'enveloppe de verre RSTU;
K et L, électrodes fixées aux aiguilles A et E;
M et N, soudures de l'enveloppe de verre RSTU, laissant passer les électrodes K et L au dehors.

donc mobile autour de l'axe vertical A. La chape F supporte un moulinet radiométrique dont une des palettes est munie d'un index métallique G relié à la chape par un conducteur électrique. A chaque tour du radiomètre, l'index G vient frapper une dent de la roue C. Celle-ci, se mettant à tourner, n'arrête pas l'index G, de sorte que le moulinet continue sa rotation.

» Les aiguilles A et E sont reliées aux pôles d'une pile par des électrodes qui traversent les soudures M et N de l'enveloppe RSTU. Il en résulte qu'un courant électrique peut parcourir le système à chaque révolution complète du radiomètre. Ce courant est faible et de très courte durée. Chaque fois qu'il se produit, il ferme un circuit électrique, sous l'influence duquel l'aiguille d'un cadran gradué avance d'une division. Partant du zéro, l'aiguille arrive à la $n^{\text{ième}}$ division au moment précis où le radiomètre achève son $n^{\text{ième}}$ tour. Elle bute alors contre une

clef mobile. Ce contact provoque, grâce à une forte pile et à un électro-aimant, la chute de l'obturateur photographique.

» L'appareil que représente la figure ci-jointe est susceptible d'applications diverses en Météorologie et en Physique. D'une façon générale, il peut servir comme enregistreur de lumière. Pour cette raison, je propose de le désigner sous le nom de *radiographe* (¹). »

SPECTROSCOPIE. — *Spectre de bandes ultra-violet des composés hydrogénés et oxygénés du carbone*. Note de M. **H. Deslandres**, présentée par M. A. Cornu (²).

« L'étude de ce spectre ultra-violet s'impose, à cause de la présence constante des gaz carbonés dans les tubes spectraux aux basses pressions; cependant, il n'a donné lieu encore à aucune publication. Le spectre lumineux des mêmes gaz, d'autre part, a été l'objet de nombreux Mémoires; la plupart se rapportent à son origine, qui, pourtant, n'est pas encore sûrement déterminée. Il comprend, comme on sait, au moins deux groupes de bandes distincts : l'un de ces groupes est le spectre des hydrocarbures, retrouvé dans les comètes, qui, d'après des travaux récents, serait dû à la vapeur de carbone seule; je l'appellerai le *premier groupe;* l'autre, ou le *second groupe*, qui apparaît surtout aux basses pressions, a été attribué par Angström à l'oxyde de carbone.

» L'oxyde de carbone a été étudié tout d'abord dans des tubes fermés par une lame de quartz. A une pression voisine de la pression atmosphérique, l'étincelle non condensée donne, dans la région lumineuse, le groupe n° 1 seul; mais, dans la région ultra-violette, elle n'offre aucune radiation, sauf une faible trace de la raie caractéristique (λ 247,85 ou N 403,46), qui est la plus longue du spectre de lignes ultra-violet du carbone (³). Aux basses pressions, au contraire, elle donne, dans la partie ultra-vio-

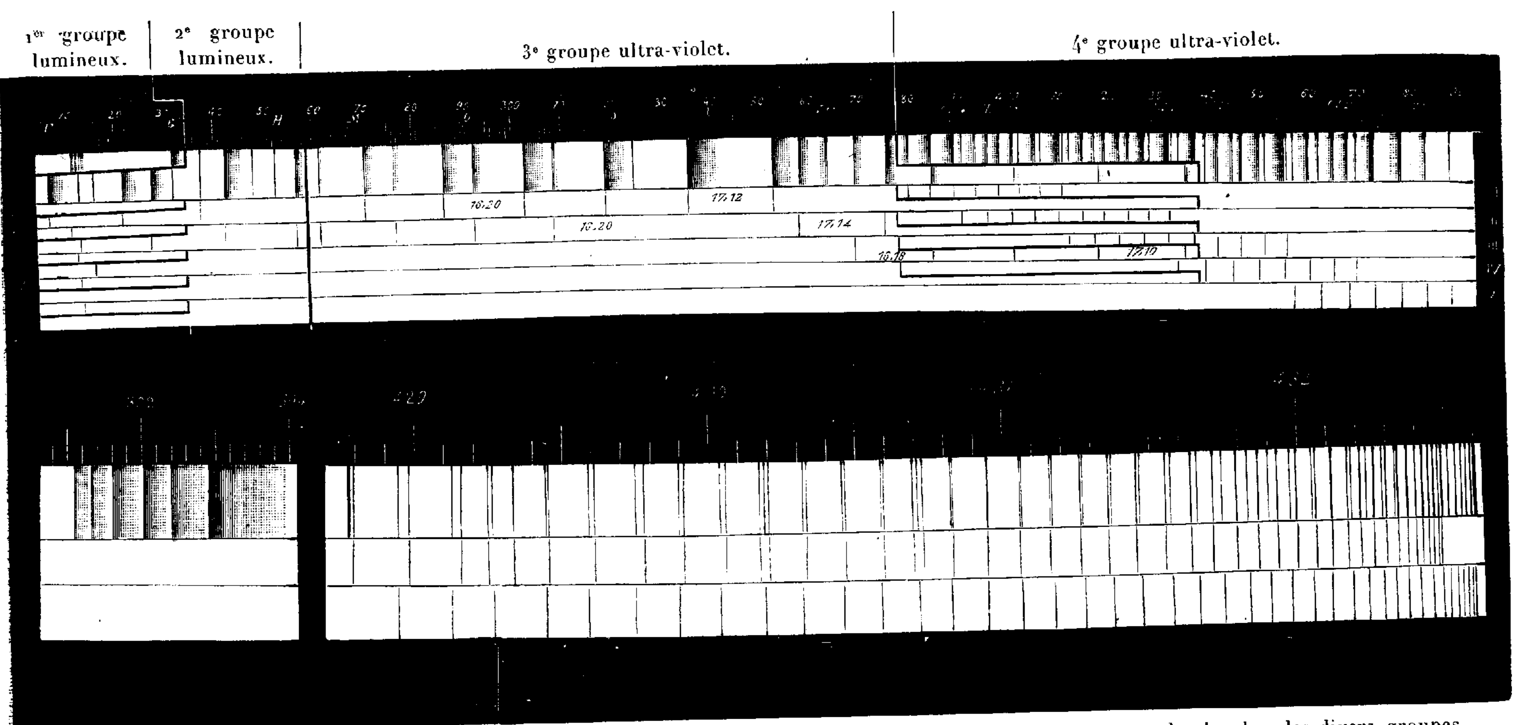
---

(¹) L'instrument a été construit par la maison Vve Seguy et fils. Je remercie particulièrement M. Gaston Seguy de l'habileté qu'il a déployée pour ajuster plusieurs pièces d'une délicatesse extrême, préparer les chapes métalliques et suspendre la roue dentée de façon à réduire au minimum les résistances de frottement.

(²) Ce travail a été fait au laboratoire de l'École Polytechnique.

(³) Avec l'étincelle condensée, on a le spectre de lignes entier du carbone, identique à celui obtenu entre deux pointes de charbon dans l'air.

Spectre de bandes des composés hydrogénés et oxygénés du carbone en nombres de vibrations.



Le dessin supérieur représente l'ensemble du spectre; au-dessous les séries arithmétiques qui comprennent toutes les bandes des divers groupes sont indiquées sur des lignes différentes. Le dessin inférieur comprend, à gauche, une bande du 3e groupe obtenue avec un prisme de spath, et à droite une bande du 4e groupe obtenue avec deux prismes de spath. Au-dessous, les deux séries arithmétiques qui composent cette dernière bande se trouvent séparées.

lette, un magnifique spectre de bandes; de plus, le premier groupe lumineux disparaît et est remplacé par le deuxième, très intense.

» Le spectre ultra-violet est représenté ci-contre, avec une partie des deux groupes lumineux, à l'échelle des nombres de vibrations. Il comprend, outre quelques bandes du deuxième groupe, au moins deux groupes de bandes distincts, qui sont différents des deux groupes lumineux, et que l'on sépare facilement l'un de l'autre. Car le groupe ultra-violet le moins réfrangible ou *troisième groupe* a ses bandes tournées vers la droite; alors que le *quatrième* offre des bandes dégradées vers la gauche ou vers le rouge.

» Ce spectre de bandes a été retrouvé à peu près le même aux basses pressions, avec l'acide carbonique, avec l'acétylène et aussi avec le cyanogène, mais alors mélangé avec les bandes spéciales de l'azote et du cyanogène. Mais la difficulté très grande d'avoir des gaz purs aux basses pressions n'a pas permis de tirer des conclusions fermes au sujet de son origine exacte qui, d'ailleurs, n'a pas été spécialement recherchée. Cependant, les premières expériences, dont le détail ne peut trouver place ici, ont donné le résultat suivant : ces deux nouveaux groupes ne dépendent en aucune façon du gaz azote; mais ils sont liés à la présence du carbone, et certains indices tendent à faire supposer que, probablement, le troisième groupe est dû à un composé oxygéné et le quatrième à la vapeur de carbone seule.

» Mais ces groupes, relevés avec soin, ont été étudiés au point de vue de la répartition des raies et des bandes, et ils ont présenté la loi simple de distribution, déjà posée dans une Communication précédente : les bandes, d'une part, et les raies, d'autre part, offrent des séries qui, à l'échelle des nombres de vibrations, ont des intervalles en progression arithmétique et peuvent être représentées par la formule simple $Am^2 + \alpha$, m étant un nombre entier.

» *Troisième groupe.* — Ce groupe a le même aspect général que le deuxième groupe attribué à l'oxyde de carbone. Il présente, de même que ce dernier, une première série de bandes très fortes, à laquelle se superposent des séries plus faibles. Or les intervalles, dans chaque série, forment une progression arithmétique, de plus ces progressions sont égales; le dessin les montre séparées.

» La disposition générale des bandes est donc simple; mais, par contre, chaque bande est complexe : le dessin d'une bande de la série I, obtenue avec un prisme de spath, montre en effet six maxima succes-

sifs [1]. Avec deux prismes de spath, le premier et le troisième maxima les moins réfrangibles apparaissent nettement comme les têtes de deux séries de raies en progression arithmétique; mais une dispersion supérieure à celle dont je dispose est nécessaire pour la résolution complète en raies fines.

» *Quatrième groupe.* — Ce groupe est l'un des spectres les plus curieux que l'on puisse citer. Il diffère absolument par l'aspect général des autres groupes du carbone et aussi des groupes de l'azote. Parmi les spectres connus, celui qui s'en rapproche le plus est le spectre d'absorption de la vapeur d'iode. Ce dernier spectre a été décomposé par M. Thalén en plusieurs séries de raies semblables, et j'ai montré ultérieurement que ces séries, exprimées en nombres de vibrations, étaient des progressions arithmétiques (*Comptes rendus*, 1887). Or, le quatrième groupe peut aussi être divisé en séries semblables, au nombre de cinq au moins [2], qui sont aussi des séries arithmétiques (*voir* le diagramme sous le dessin du spectre). Ainsi les têtes des dix bandes de la série II sont données par la formule $N = 520,17 - \frac{r}{8}(2n+1)^2$; r, la raison, est égale à 0,1012; et m varie de 41 à 50.

» De plus, ces bandes ont une structure très simple : avec deux prismes de spath d'Islande, la résolution en raies fines est complète, et chaque bande apparaît comme formée de deux séries arithmétiques égales [3], enchevêtrées l'une dans l'autre. La planche ci-contre montre une bande entière de ce groupe et, au-dessous, les deux séries séparées. La série la plus réfrangible est représentée exactement par la formule $N = 432,597 - \frac{r}{8}(2m+1)^2$; r, la raison, étant égale à 0,004048 18 et m variant de 0 à 42. La huitième raie de cette série coïncide presque avec la première de la série moins réfrangible.

---

(1) Dans les mêmes conditions, les bandes du deuxième groupe présentent un seul maximum; aussi est-il facile de séparer les bandes des deux groupes.

(2) Le dessin montre cinq séries; mais il y en a d'autres moins réfrangibles qui se mêlent aux bandes très fortes du troisième groupe, et dont le relevé exact exigerait une très forte dispersion.

(3) L'examen de la bande entière indique à première vue quelques irrégularités des séries par rapport aux progressions exactes; de plus, la série la moins réfrangible offre, à la place des raies simples, des raies doubles, qui ne doivent pas être rapportées à des impuretés. Les bandes du groupe négatif de l'azote offrent des dédoublements analogues, qui coïncident en général avec les irrégularités des séries.

» En résumé, dans ces groupes des carbones, la répartition des raies est la même que dans les divers spectres de bandes étudiés précédemment (*Comptes rendus*, 1887). La division des bandes en séries revient à opérer parmi les raies trois triages successifs, et l'ensemble des raies peut être représenté par une fonction de trois paramètres m^2, n^2, p^2 de la forme $f(n^2, p^2) \times m^2 + Bn^2 + \varphi(p^2)$, m^2, n^2, p^2 étant les carrés des nombres entiers (¹).

» Or, la loi des périodes, dans le mouvement vibratoire le plus général d'un corps solide, et aussi dans tous les problèmes similaires de variations périodiques, est représentée aussi par une fonction de trois paramètres, m^2, n^2, p^2, qui correspondent aux trois dimensions de l'espace. Le rapprochement que l'on établit naturellement entre ces spectres et la solution de ce problème général conduit à des conséquences importantes, qui seront développées dans une Communication prochaine. »

CHIMIE. — *Sur les lois de l'équilibre chimique. Réponse à M.* H. Le Châtelier; par M. **P. Duhem**.

« Dans une Note insérée aux *Comptes rendus* le 13 février 1888, j'ai signalé l'identité presque absolue qui existe entre la loi des équilibres chimiques obtenue par M. Le Châtelier et celle qu'a énoncée M. Gibbs. Dans une Note présentée à l'Académie le 27 février 1888, M. Le Châtelier conteste ce rapprochement. Je demande à l'Académie la permission de lui présenter quelques remarques capables de me justifier.

» M. H. Le Châtelier, tout en reconnaissant l'exactitude de la théorie de M. Gibbs, pense qu'il est impossible d'en déduire aucune conséquence sans « une hypothèse qui n'est énoncée nulle part ». A ce sujet, deux cas sont à distinguer : si les corps entre lesquels l'équilibre chimique s'établit sont des corps homogènes séparés les uns des autres, la prétendue hypothèse est une conséquence immédiate de l'homogénéité des corps; s'il s'agit du cas où l'on a un mélange et *où ce mélange est formé de gaz parfaits* (c'est à ce cas que s'applique la théorie en litige), la discussion de la susdite hypothèse occupe tout un paragraphe de mon Ouvrage *Sur le Potentiel thermodynamique* (Iʳᵉ Partie, Chap. IV, § I, p. 43 à 48).

(¹) Les fonctions f et φ, qui, pour des raisons diverses, n'ont pu encore être déterminées exactement, paraissent être des fonctions simples telles que inverses de carrés, carrés ou racines carrées.

» M. Le Châtelier me reproche d'avoir proposé, pour simplifier la théorie de M. Gibbs, « d'admettre une donnée expérimentale complètement erronée, l'extension de la loi de Dulong et Petit aux gaz et vapeurs ». Je l'ai seulement appliquée aux gaz parfaits, les seuls dont il soit question dans la théorie de M. Gibbs. Or, pour les gaz voisins de l'état parfait, les expériences de Regnault montrent que cette loi est aussi exacte que la loi de Mariotte, dont M. Le Châtelier et moi faisons également usage. Je ne connais pas d'expériences probantes, ayant détruit les résultats des expériences de Regnault. D'ailleurs, une partie de la théorie de M. Gibbs est indépendante de cette loi, dont M. Gibbs ne s'est pas servi.

» M. Le Châtelier donne ensuite pour l'équilibre chimique une formule dont il dit : « M. Duhem aurait certainement pu déduire ce résultat de sa » théorie, mais il ne l'a pas fait. » Or, *pour le cas d'une combinaison sans condensation*, j'ai écrit [p. 56, équation (48)] une équation qui, différentiée, reproduit celle de M. Le Châtelier. *Pour le cas où la combinaison a lieu avec condensation*, après avoir donné [p. 61, équation (50)] l'équation qui, différentiée, reproduit celle que m'attribue M. Le Châtelier, j'ai donné [p. 64, équation (51)] l'expression de la chaleur de combinaison. En reportant celle-ci dans mon équation (50), on aurait, après différentiation, la formule de M. Le Châtelier.

» Si un mathématicien avait donné les deux formules

$$y = \mathrm{A}\ [\text{mon équation (50)}], \qquad \mathrm{A} = f(x)\ [\text{mon équation (51)}],$$

je ne crois pas qu'un autre mathématicien considérât comme nouvelle l'équation $\frac{dy}{dx} = f'(x)$ (équation de M. Le Châtelier).

» M. Le Châtelier dit, en parlant de l'équation $\Sigma \mathrm{H}'\, dm = 0$: « Cette » équation ressemble effectivement à celle que M. Duhem a prise comme » point de départ. Il aurait aussi bien pu écrire directement celle-ci, » mais il ne l'a pas fait. » Je ne crois pas, au contraire, avoir mis en équation un seul problème d'équilibre chimique autrement qu'en écrivant cette formule (à la notation près, bien entendu). En fait, j'ai écrit cette formule *dix-sept fois*, aux pages 19, 29, 36, 50, 59, 75, 78, 87, 127, 128, 129, 130, 137, 144, 146, 154, 171.

» Au sujet de l'analogie de la loi des équilibres chimiques avec le principe des vitesses virtuelles, M. Le Châtelier « avoue que les trois lignes » consacrées à ce sujet dans un Ouvrage de trois cents pages lui avaient

» échappé ». Mais, en premier lieu, cette analogie était signalée aussi dans une phrase de trois lignes d'une note de *trois pages* insérée aux *Comptes rendus* (t. XCIX, p. 1113). En second lieu, je n'ai pris pour les citer que trois lignes de mon Ouvrage; mais toute l'Introduction (p. I à XI) est consacrée à développer cette analogie, dont l'étude remplit encore les pages 7, 8 et 9, soit *treize pages* sur vingt-six consacrées aux généralités. En troisième lieu, j'ai encore consacré à cette analogie une partie de mon *Étude sur les travaux thermodynamiques de M. Gibbs*, insérée au *Bulletin des Sciences mathématiques* (2e série, t. XI, juin et juillet 1887). Enfin j'ai proposé, pour que cette analogie fût mise en pleine lumière, de donner aux fonctions caractéristiques de M. Massieu le nom de *potentiel thermodynamique*, qui sert de titre à mon Ouvrage.

» M. Le Châtelier ajoute : « Cette analogie est seulement énoncée » d'une façon très vague et rendue douteuse par les réserves que con- » tiennent les lignes suivantes, réserves provenant d'une confusion rela- » tive aux équilibres chimiques, analogue à celle qui consisterait, en Mé- » canique, à confondre dans les lois de l'équilibre la force de la pesanteur, » par exemple, avec celle du frottement. » La restriction que j'ai indiquée consiste en ceci : les principes de Thermodynamique donnent des conditions d'équilibre *suffisantes*, mais *non nécessaires*. Le principe des vitesses virtuelles, lorsqu'on ne tient pas compte du frottement (et c'est ainsi que l'ont entendu Lagrange et Gauss), fournit des conditions d'équilibre *nécessaires et suffisantes*. Cette restriction, signalée pour la première fois par M. Gibbs, et précisée avec soin par M. J. Moutier, est absolument essentielle.

» Je crois donc avoir montré, d'une manière entièrement précise, l'analogie entre le principe des vitesses virtuelles et la loi des équilibres chimiques, en signalant les conditions et restrictions auxquelles cette analogie est soumise, bien que M. Le Châtelier écrive : « M. Duhem ne pouvait » faire ce rapprochement avec les formules qu'il avait obtenues. »

» Cette Note, pas plus que la précédente, n'est une réclamation de priorité. Une question de ce genre n'a pas à être débattue entre M. Le Châtelier et moi. La formule présentée par M. Le Châtelier a été donnée, en 1884, par M. J.-H. Van t'Hoff, dans ses *Essais de Dynamique chimique* (p. 127), tandis que les principes de la théorie que j'ai développée ont été donnés, en 1873, par M. Gibbs. La priorité de ces découvertes n'appartient donc ni à M. Le Châtelier, ni à moi. Si j'ai pu apporter quelques

modifications aux travaux de mes devanciers, ce n'est pas à moi qu'il appartient d'en apprécier l'importance. Je laisse ce soin à d'autres plus autorisés [1]. »

CHIMIE. — *Sur l'hydrate d'hydrogène sulfuré.* Note de MM. **de Forcrand** et **Villard**, présentée par M. Berthelot.

« I. L'un de nous a fait connaître, en 1882 [2], la composition de l'hydrate d'hydrogène sulfuré $HS + 12HO$, et mesuré la tension de dissociation de ce composé entre $+0°,5$ et $+29°$. Nous avons repris cette étude, dans le but de déterminer plus exactement cette tension au voisinage de $0°$. A cette température, elle est à peu près égale à la pression atmosphérique.

» La pièce principale de l'appareil que nous avons employé est un réservoir en verre soufflé, à peu près sphérique, de 30^{cc} à 40^{cc} de capacité, soudé par la partie inférieure à l'une des branches verticales d'un tube en Y, l'autre branche verticale ayant environ $0^m,50$ de hauteur. La partie inférieure du tube est munie d'un robinet de verre.

» On commence par verser 1^{gr} ou 2^{gr} d'eau dans la partie courbe, au-dessus du robinet fermé; puis, la pointe effilée étant ouverte, on remplit l'appareil d'hydrogène sulfuré pur. On ferme ensuite la pointe, par un trait de chalumeau, et l'on verse du mercure par la grande branche. On a ainsi emprisonné dans le réservoir un certain volume de gaz, en présence d'un peu d'eau. La pression produite par la colonne de mercure peut être diminuée en ouvrant le robinet, et augmentée en ajoutant dans la grande branche une nouvelle quantité du métal. On la mesure, à chaque instant, en visant le niveau du mercure dans le réservoir et dans le tube, au moyen d'un cathétomètre.

» L'appareil est placé dans une cloche en verre retournée, dans laquelle on peut ajouter de la glace ou de l'eau pour en faire varier la température au voisinage de $0°$. Avant chaque mesure, il est nécessaire d'agiter pendant quelques instants tout l'appareil, jusqu'à ce que le niveau du mercure reste

---

(1) Voir, pour les principes généraux : Georg Helm, *Die Lehre von der Energie* (Leipzig, 1887), et pour la théorie de la dissociation : H.-W. Bakhuis Roozboom, *Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas,* t. VI, p. 268 et 277.

(2) *Comptes rendus,* t. XCIV, p. 967.

invariable. On doit aussi tenir compte des faibles différences de la pression atmosphérique.

» Dans toutes nos expériences, nous avons constaté que, tant que le réservoir ne contient que de l'eau et du gaz, la production des premiers cristaux ne peut avoir lieu par simple pression, et qu'il est nécessaire de refroidir l'eau un peu au-dessous de 0° pour amorcer la cristallisation. Des faits analogues ont déjà été plusieurs fois signalés. Lorsqu'on opère avec l'appareil de M. Cailletet, on peut comprimer lentement l'hydrogène sulfuré et l'eau, jusqu'à la disparition complète du gaz; on a alors deux liquides superposés, qui ne se combinent pas; mais, si l'on produit la détente brusque, de manière à former quelques très petits cristaux de glace, une nouvelle compression fait apparaître l'hydrate bien avant que l'hydrogène sulfuré soit devenu liquide. Dans notre appareil, nous remplaçons la détente en refroidissant un point du réservoir au-dessous de 0°; la cristallisation de l'hydrate rayonne alors autour de ce point, et elle est accompagnée d'une absorption notable de gaz.

» Les tensions obtenues sont représentées par les nombres suivants, comptés à partir de 760mm [1] :

Tensions en millimètres de mercure.	Températures.
— 29	0°
— 17	+0,1
+ 20	+0,6
+ 45	+0,8
+ 48	+0,85
+ 60	+1
+ 70	+1,2
+117	+1,75
+147	+2,1
+222	+2,8
+288	+3,4
+323	+3,8
+337	+3,9
+403	+4,5
+463	+4,9
+490	+5,2

(1) Pour avoir les tensions réelles, il suffit d'ajouter à chacun de ces nombres 760mm.

» La courbe obtenue se raccorde exactement avec celle que l'un de nous avait construite dans la série de mesures que nous avons rappelée. Leurs indications s'éloignent très sensiblement des nombres trop élevés trouvés plus tard par MM. Cailletet et Bordet ([1]).

» Mais le point important que nous avions surtout le désir de vérifier, en reprenant l'étude de cet hydrate, est sa faible tension de dissociation au voisinage de $0°$. En construisant la courbe avec soin, on trouve une tension égale à la pression atmosphérique (exactement 760^{mm}) à $+0°,35$; à $0°$, elle devient inférieure et égale à 731^{mm}.

» A des températures plus basses, la présence de la glace amène des perturbations dont il est difficile de tenir compte, et qui nous ont empêché jusqu'ici d'obtenir des résultats concordants. Cependant nous avons constaté que la tension de dissociation de l'hydrate reste toujours inférieure à la pression atmosphérique. »

CHIMIE. — *Sur un nouvel acide oxygéné du soufre*. Note de M. **A. Villiers**, présentée par M. Berthelot.

« Le nombre des composés oxygénés du soufre actuellement connus, bien qu'assez grand par rapport aux composés oxygénés des autres métalloïdes, n'est pas cependant en rapport avec celui que l'on pourrait prévoir, d'après les propriétés du soufre et de l'oxygène, si voisins l'un de l'autre, et qui par suite doivent se prêter à un très grand nombre de combinaisons, pouvant être considérées comme dérivées les unes des autres par des substitutions variées.

» Un certain nombre de composés oxygénés du soufre paraissent se former dans l'action de l'acide sulfureux sur les hyposulfites. C'est ainsi que l'acide sulfureux colore en jaune les solutions d'hyposulfite, sans donner lieu à la production d'un précipité de soufre, du moins à la température ordinaire, comme le font des acides d'énergie de même ordre. De même, on peut aciduler nettement par un acide minéral, tel que l'acide chlorhydrique, une solution d'hyposulfite contenant en même temps un sulfite alcalin.

» J'ai entrepris l'étude des composés qui peuvent résulter de l'action de l'acide sulfureux sur les hyposulfites. Quelques-uns d'entre eux sont fort instables, et, après les avoir obtenus à l'état cristallisé pendant les froids de l'hiver dernier, je n'ai pu depuis les reproduire, ni les purifier

---

([1]) *Comptes rendus*, t. XCV, p. 60.

par recristallisation. J'en remettrai donc l'étude à une époque ultérieure, et je me bornerai aujourd'hui à décrire un nouveau composé bien défini et stable à la température ordinaire.

» *Préparation.* — Dans un flacon contenant des cristaux d'hyposulfite de soude sur lesquels on a versé une quantité d'eau insuffisante pour les dissoudre, et que l'on refroidit dans de l'eau glacée, on fait passer un courant d'acide sulfureux, en agitant, jusqu'à ce que le liquide n'absorbe plus de gaz. S'il reste à ce moment quelques cristaux, on ajoute un peu d'eau, et l'on sature de nouveau d'acide sulfureux, jusqu'à ce que le tout soit dissous.

» Si l'on évapore immédiatement dans le vide la solution jaune ainsi obtenue, l'acide sulfureux se dégage, et si la température du liquide ne s'est pas élevée au-dessus de zéro, on ne retire guère que de l'hyposulfite de soude par l'évaporation du liquide. Mais, si l'on abandonne la liqueur pendant deux ou trois jours à la température ordinaire, on peut constater qu'elle absorbe une nouvelle quantité d'acide sulfureux. Après l'avoir abandonnée de nouveau un jour ou deux, on l'évapore dans le vide au-dessus de l'acide sulfurique. Les premiers cristaux qui se forment, et qu'il est bon, pour les avoir bien purs, de recueillir à la surface, un peu de soufre se déposant dans le fond du vase pendant l'évaporation et souillant les cristaux inférieurs, se présentent sous la forme de prismes blancs, brillants, enchevêtrés, très cassants. Ils donnent une solution neutre au tournesol.

» Ces cristaux sont anhydres. Leur composition répond à la formule



$$S^4O^8Na.$$

	Trouvé.	Calculé.
S	42,11	42,38
Na	14,90	15,13

» Si on les redissout dans l'eau et si l'on évapore de nouveau la solution dans le vide, au-dessus de l'acide sulfurique, on obtient des cristaux tout différents des premiers, mamelonnés, tendres, d'apparence cireuse; ces cristaux ne sont qu'un hydrate du premier sel. Ils ont pour formule



$$S^4O^8Na, H^2O^2.$$

	Trouvé.	Calculé.
S	37,45	37,87
Na	13,98	13,61
HO	11,00	10,65

» L'eau mère des premiers cristaux donne ensuite, par évaporation, du trithionate de soude [1], sous la forme de petits cristaux déliés de formule



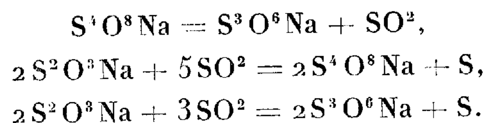
$$S^3O^6Na, 3HO.$$

	Trouvé.	Calculé.
S............	32,07	32,87
Na...........	15,42	15,75
HO..........	18,20	18,49

» Le trithionate de soude n'avait pas encore, je crois, été obtenu à l'état cristallisé.

» D'autres sels paraissent se produire dans cette réaction, et leur étude est nécessaire pour établir l'équation qui représente la formation des précédents.

» La production du composé S^4O^8Na et du trithionate peut être expliquée par les équations



$$S^4O^8Na = S^3O^6Na + SO^2,$$
$$2S^2O^3Na + 5SO^2 = 2S^4O^8Na + S,$$
$$2S^2O^3Na + 3SO^2 = 2S^3O^6Na + S.$$

» Ces équations correspondent à une mise en liberté de soufre. Or, si l'on opère à une température qui ne soit pas trop élevée, il ne se précipite, pendant la préparation que j'ai décrite et pendant l'évaporation des liqueurs, qu'une quantité de soufre insignifiante. Le soufre paraît se porter sur l'hyposulfite. J'ai obtenu, en effet, un sel de soude contenant, combinés à la soude, un plus grand nombre d'équivalents de soufre que d'oxygène, et dont la composition était voisine de celle qui est représentée par la formule S^3O^2NaO; mais je n'ai pas encore obtenu ces cristaux dans un état de pureté suffisant.

» Je reviendrai prochainement sur les propriétés du corps S^4O^8Na, qui peut être regardé comme un dérivé sulfuré de l'acide persulfurique ($S^2O^7, HO + S^2$), soit l'acide disulfopersulfurique. »

---

(1) Plessy a déjà signalé la formation du trithionate de potasse par l'action de l'acide sulfureux sur l'hyposulfite de potasse.

CHIMIE. — *Action de certains oxydes sur les chlorures de zinc et de manganèse dissous.* Note de M. G. ANDRÉ, présentée par M. Berthelot.

« J'ai indiqué antérieurement ([1]) la préparation de chlorures basiques complexes dans lesquels le métal de l'oxyde était différent de celui du chlorure et dont la basicité était comparable à celle de l'oxychlorure simple dérivé du chlorure employé. Voici quelques autres résultats dans le même sens :

» I. *Chlorure de zinc et oxyde jaune de mercure.* — A une solution de chlorure de zinc (500^{gr} de chlorure dans 750^{gr} d'eau), chauffée, mais sans ébullition, on ajoute peu à peu de l'oxyde jaune jusqu'à ce que le liquide devienne opalin. Au début, l'oxyde noircit, puis se dissout abondamment. Le précipité blanc déposé par refroidissement est amorphe, on le sèche sur la porcelaine. On obtient ainsi simplement un oxychlorure de zinc ne renfermant que très peu de mercure (2,6 à 2,7 pour 100) et dont la formule est $2ZnCl, 3ZnO, 11HO$ ([2]). Lavé à l'alcool et séché sur du papier, ce composé se change dans le suivant : $ZnCl, 4ZnO, 6HO$ ([3]), presque exempt de mercure (0,7 pour 100). La dissolution de litharge dans le chlorure de magnésium ainsi que celle de l'oxyde jaune dans ce même chlorure ne m'avaient fourni, par précipitation dans un grand excès d'eau, que des oxychlorures amorphes de plomb et de mercure (*loc. cit.*).

» II. *Chlorure de zinc et litharge.* — La litharge pulvérisée se dissout avec difficulté à chaud dans une solution de chlorure de zinc, telle que la précédente ; cependant, par un contact prolongé et en maintenant une douce ébullition, le liquide décanté laisse déposer par refroidissement de fines aiguilles très brillantes qu'on sèche sur la porcelaine. L'analyse des nombreuses préparations que j'ai faites m'a montré que, si la proportion de chlore restait constante à peu près, il n'en était pas de même des proportions de plomb et de zinc, bien que les conditions de l'expérience fussent sensiblement les mêmes chaque fois : aussi ne puis-je assigner de formule exacte à de semblables composés. Il semble cependant que, dans la plupart des cas, il y ait combinaison de l'oxychlorure $ZnCl, 3ZnO$ avec un composé

([1]) *Comptes rendus,* t. CIV, p. 359 et 431.

([2]) Calculé : $Cl = 19,91$ pour 100, $Zn = 45,58$; trouvé : $Cl = 19,78$, $Zn = 45,29$.

([3]) Calculé : $Cl = 12,50$ pour 100, $Zn = 57,21$; trouvé : $Cl = 12,89$, $Zn = 56,78$.

ZnCl, PbO, lequel représente, si l'on veut, l'oxychlorure de plomb PbCl, PbO, dans lequel ZnCl prend la place de PbCl ([1]).

» III. *Chlorure de zinc et oxyde de cuivre.* — L'oxyde de cuivre, récemment précipité et encore humide, se transforme rapidement, au contact d'une solution bouillante de chlorure de zinc, en une poudre verte. En prolongeant l'ébullition pendant quelques heures, puis lavant par décantation le produit, qu'on sèche ensuite à 100°, on obtient un corps de composition à peu près constante, dans lequel les rapports sont les suivants : $Cl^2Zn^3Cu^5(HO)^6$, ce qui peut s'écrire, en faisant dériver cet oxychlorure complexe de l'oxychlorure bien connu ZnCl, 3ZnO, de la façon suivante : (ZnCl, ZnO, 2CuO) (ZnCl, 3CuO) + 6HO.

» IV. *Chlorure de manganèse et oxyde de cuivre.* — Une solution concentrée de chlorure de manganèse (poids égaux d'eau et de sel), maintenue quelques heures à l'ébullition, transforme l'oxyde de cuivre en une poudre vert-pomme. Cette poudre, recueillie sur filtre, lavée à l'eau froide et séchée à 100°, présente une composition absolument constante et peut être regardée comme un oxychlorure MnCl, 3MnO, encore inconnu, dans lequel l'oxyde de manganèse serait remplacé par l'oxyde de cuivre. La formule peut donc s'écrire MnCl, 3CuO, 3HO :

	Calculé.	Trouvé. I.	II.	III.
Cl	16,98	16,84	16,75	16,76
Mn	13,15	13,56	13,53	13,40
Cu	45,48	44,74	44,38	44,84

» Ce composé, traité de nouveau pendant neuf heures par une solution bouillante de chlorure de manganèse, n'est pas altéré, comme le prouve l'analyse III.

» V. Une solution concentrée de chlorure de manganèse, maintenue longtemps à l'ébullition avec de la litharge, ne donne par refroidissement que

([1]) Je citerai, par exemple, l'analyse suivante d'un produit obtenu presque identique dans deux préparations :

	Pour 100.	Calculé pour $(ZnCl, 3ZnO)^2$, $(ZnCl, PbO)^2+14HO$.
Cl	16,54	16,84
Zn	42,81	43,18
Pb	20,32	19,64

Ces produits avaient été lavés à l'alcool, puis séchés sur papier.

des lamelles de chlorure de plomb; l'eau mère, versée dans un grand excès d'eau froide, laisse déposer un précipité amorphe floconneux qui, lavé et séché à 100°, représente l'oxychlorure $2PbCl, 2PbO, 3HO$.

» VI. Je n'ai pas réussi, malgré de très nombreuses tentatives, à préparer des oxychlorures ammoniacaux dans lesquels le métal de la base combinée à l'ammoniaque serait différent de celui du chlorure. Ainsi, quand on chauffe 1éq d'oxyde de nickel gélatineux avec une solution contenant 2éq de chlorure de zinc, puis qu'on sature ensuite à froid ce mélange par du gaz ammoniac, il se produit un précipité violet abondant, lequel, redissous à une faible chaleur, donne par refroidissement des octaèdres violets de chlorure ammoniacal de nickel seulement. Les cristallisations suivantes ne renferment que du chlorure de zinc ammoniacal ou des mélanges. Le chlorure le moins soluble dans la solution ammoniacale se précipite le premier. Le même fait se produit lorsqu'on chauffe ensemble une solution contenant 2éq de sel ammoniac, 1éq d'oxyde de nickel gélatineux et 1éq d'oxyde de zinc, puis qu'on sature ensuite le tout d'ammoniaque à froid : le chlorure de nickel ammoniacal se précipite d'abord.

» Ces mêmes expériences, répétées avec le chlorure de zinc et l'oxyde de cuivre ou de cadmium et l'ammoniaque, ont donné également, soit des cristallisations ne renfermant que le chlorure ammoniacal d'un seul métal, soit un mélange des deux chlorures, mais en proportion quelconque. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le ditérébenthyle*. Note de M. **Adolphe Renard**, présentée par M. Berthelot.

« *Action de la chaleur*. — L'expérience a été conduite en faisant tomber, goutte à goutte, du ditérébenthyle dans un tube de fer chauffé au rouge sombre, visible seulement dans l'obscurité. Il ne se forme à l'intérieur du tube qu'une quantité inappréciable de charbon; la proportion de liquide condensé est d'environ 80 pour 100 du poids du ditérébenthyle employé, et il se dégage une certaine quantité de gaz, formés, en grande partie, d'hydrogène et d'un mélange d'éthylène et de propylène (1). Le liquide obtenu, soumis à la distillation, ne fournit qu'une petite quantité de produits avant 200°, la majeure partie distillant au delà de 300°.

(1) Ces deux gaz, éthylène et propylène, se forment également, comme je l'ai constaté, par l'action de la chaleur, dans les mêmes conditions, sur le térébenthène, l'heptène et le pentène.

» Dans les produits les plus volatils, bouillant avant 70°, j'ai pu constater la présence de l'amylène, de l'hexylène et des hydrures d'amyle et d'hexyle; le pentène C^5H^8 fait défaut.

» Les portions recueillies vers 70°-80° paraissent renfermer de l'hexène C^6H^{10}, comme semble l'indiquer la coloration bleu-indigo foncé que leur communique le gaz acide chlorhydrique.

» Entre 100 et 110°, la quantité de liquide condensé est plus considérable et la majeure partie consiste en heptène C^7H^{12}, dont la présence est mise hors de doute par l'action de l'acide chlorhydrique aqueux concentré, qui lui communique une coloration bleue caractéristique.

» Mais les produits les plus abondants de la distillation sont recueillis entre 150° et 180°, et sont constitués par un mélange de cymène et de carbures térébéniques. Ces derniers n'ont pu être isolés à l'état de pureté, mais leur présence m'a paru suffisamment démontrée par leur propriété d'absorber l'oxygène, de se polymériser par l'action de l'acide sulfurique, et de se combiner avec l'acide chlorhydrique pour former un chlorhydrate d'odeur camphrée, donnant avec le perchlorure de fer les réactions colorées indiquées par M. Riban, mais que la présence du cymène empêche d'isoler à l'état cristallisé.

» Enfin, quand on traite par l'acide sulfurique concentré l'ensemble des produits distillant de 80° à 200°, les hydrocarbures précédents sont polymérisés et l'on obtient un mélange de toluène, de xylène et de cymène, qui, après leur séparation par distillations fractionnées, ont pu être caractérisés par leur transformation en dérivés nitrés ou sulfonés.

» Quant aux hydrocarbures distillant au delà de 300°, ils sont formés presque uniquement par du ditérébenthyle ayant échappé à l'action de la chaleur, mais dépourvu, en grande partie, de son pouvoir rotatoire.

» Le ditérébenthyle fournit donc, sous l'influence de la chaleur, une série de produits identiques à ceux qui constituent l'essence de résine résultant de la distillation de la colophane, ou encore, sauf le pentène qui fait défaut, aux produits obtenus par M. Tilden dans la pyrogénation de l'essence de térébenthine.

» *Action du brome.* — Le ditérébenthyle traité par le brome en solution sulfocarbonique fournit un bibromure $C^{20}H^{30}Br^2$, peu stable, qui déjà, à la température ordinaire, perd de l'acide bromhydrique. Par l'action de la chaleur, sa décomposition est complète et l'on obtient une huile distillant au delà de 300°, constituée par un nouvel hydrocarbure, le *ditérébenthylène* $C^{20}H^{28}$. Lavé à la soude, agité avec de l'acide sulfurique dans le but d'éli-

miner la petite quantité de ditérébenthyle qu'il peut encore renfermer, puis rectifié à deux ou trois reprises sur du sodium, il se présente sous forme d'une huile épaisse, incolore, légèrement fluorescente, bouillant à 345-350°.

» Sa densité à +12° est 0,9821. Son pouvoir rotatoire, pour une colonne de $0^m,10$ et la lumière du sodium est +4°.

» Son analyse a donné les résultats suivants :

			Calculé pour $C^{20}H^{25}$
C	89,3	89,1	89,56
H	10,6	10,7	10,44

» Sa densité de vapeur, déterminée par la méthode de Dumas sous pression réduite ($h = 253$) dans la vapeur de mercure, est 9,3 (calcul 9,43).

» Il est inaltérable à l'air. L'acide chlorhydrique est sans action sur lui. Le brome le transforme en un dérivé tétrabromé $C^{20}H^{24}Br^4$ (trouvé : Br, 55,0 pour 100; calcul, 54,8), sous forme d'une masse amorphe brun foncé.

» L'acide nitrique fumant et bien refroidi le dissout sans dégagement de vapeurs nitreuses, en le transformant en un dérivé trinitré $C^{20}H^{25}(AzO^2)^3$ (trouvé : Az, 10,1 pour 100; calcul 10,42), qui, par addition d'eau, se sépare sous forme de flocons jaunâtres volumineux.

» L'acide sulfurique ordinaire et froid est sans action sur lui. L'acide sulfurique chaud, ou mieux l'acide sulfurique fumant, le dissolvent en le transformant en un dérivé sulfoné, facile à isoler par la méthode employée pour la préparation de l'acide ditérébenthyle-sulfonique dont il possède toutes les propriétés et ne se distingue que par une fluidité plus grande.

» L'analyse de son sel de calcium $(C^{20}H^{27}SO^3)^2Ca$ a donné les résultats suivants :

		Calculé.
C	65,1	65,39
H	7,5	7,35
Ca	5,3	5,45

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude des ptomaïnes.* Note de M. **Oechsner de Coninck**, présentée par M. Berthelot.

« J'ai étudié les produits basiques qui prennent naissance dans la fermentation bactérienne de la chair des poulpes marins [1]. A cet effet,

(1) *Comptes rendus de l'Association française pour l'avancement des Sciences*, p. 112 et 114 (Congrès de Nancy, août 1886).

quarante et une douzaines de poulpes ont été abandonnés à l'air libre sur l'étang de Thau, près de Cette ([1]). (Les poulpes avaient été préalablement lavés et les poches à sépia avaient été vidées.) Au bout de deux à trois semaines, j'ai examiné les premiers produits basiques formés; lorsque la masse a été en pleine putréfaction, j'ai extrait les composés alcaloïdiques par l'excellente méthode de M. A. Gautier.

» Parmi les premiers produits basiques formés, j'ai rencontré quelques alcaloïdes déjà connus, et décrits avec une grande exactitude par M. Brieger. Je les ai isolés et caractérisés par l'analyse de leurs principaux sels (chlorhydrates, chloromercurates, chloraurates, etc.); je ne m'y arrêterai pas. Dans les produits plus avancés de la putréfaction, j'ai trouvé deux ptomaïnes nouvelles, l'une en $C^8H^{11}Az$, l'autre en $C^{10}H^{15}Az$ ([2]). J'ai l'honneur de présenter aujourd'hui à l'Académie l'étude chimique de la ptomaïne, qui possède la composition et les propriétés d'une collidine.

» A l'état de pureté, cette ptomaïne constitue un liquide jaunâtre, assez mobile, d'odeur vireuse, très peu soluble dans l'eau, plus léger que celle-ci ($d_0 = 0{,}9865$), soluble dans les alcools méthylique et éthylique, dans l'éther, dans l'acétone.

» Bien desséchée sur la potasse fondue, elle bout vers 202°, sans subir aucun commencement de décomposition. Elle brunit à l'air et s'hydrate rapidement. Dans ces conditions, le point d'ébullition se trouve notablement abaissé. Je n'ai pas observé qu'elle attirât l'acide carbonique de l'air.

» Le *chlorhydrate* $C^8H^{11}Az, HCl$ est en masses radiées, blanches ou légèrement jaunâtres; il est déliquescent et très soluble dans l'eau à toute température.

	Théorie.	Trouvé.
Cl pour 100	22,54	22,60

» Le *bromhydrate* $C^8H^{11}Az, HBr$ ressemble au sel précédent; toutefois, il est moins déliquescent et un peu moins soluble dans l'eau froide.

	Théorie.	Trouvé.
Br pour 100	39,60	39,17

» Le *chloroplatinate* se présente sous la forme d'une poudre orangé

([1]) Ce travail a été commencé au laboratoire de la Station zoologique de Cette, fondée et dirigée par M. le professeur Sabatier, auquel je suis heureux d'adresser ici mes remerciements.

([2]) *Loco citato.*

foncé, insoluble ou à peine soluble dans l'eau froide, soluble dans l'eau chaude. Il est assez stable, moins stable cependant que les chloroplatinates des bases pyridiques de l'huile de Dippel ou du goudron de houille. On a déterminé tous les éléments :

		Théorie.	Trouvé. I.	Trouvé. II.	Moyenne.
$(C^8H^{11}Az, HCl)^2 + PtCl^4$, pour 100.	C....	29,35	29,50	29,43	29,46
	H....	3,67	3,82	3,78	3,80
	Az...	4,28	4,13	4,35	4,24
	Cl...	32,57	32,05	32,26	32,16
	Pt...	30,13	29,86	29,94	29,90
		100,00	99,36	99,76	99,56

» Après plusieurs essais, j'ai réussi à préparer une petite quantité du sel totalement modifié; il m'a fallu employer l'eau tiède. L'eau à 80° et l'eau bouillante décomposaient le chloroplatinate :

		Théorie.	Trouvé.
$(C^8H^{11}AzCl)^2 + PtCl^2$, pour 100.	Pt.......	33,90	33,75
	Cl.......	24,44	24,26

» Le sel modifié constitue une poudre brun clair, insoluble dans l'eau froide, à peine soluble dans l'eau chaude.

» Le *chloraurate* est un précipité jaune clair; ce sel est assez stable à froid, très instable à chaud, et même en présence de l'eau tiède. Il m'a été impossible de le modifier par enlèvement de HCl :

		Théorie.	Trouvé.
$(C^8H^{11}Az, HCl) + AuCl^3$ pour 100.	Au.......	42,73	42,85
	Cl.......	30,80	30,23

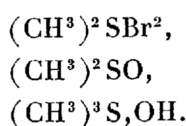
» Il importe de remarquer que la nouvelle ptomaïne donne des sels moins stables, en général, que ceux des bases pyridiques. Elle se rapproche, sous ce rapport, des bases hydropyridiques, bien que les sels de ces dernières soient encore beaucoup plus instables et qu'en somme la différence soit assez facile à apprécier. Mais, en traitant la solution du chlorhydrate, à froid, par un très léger excès de chlorure d'or, j'ai obtenu, dans deux expériences, une réduction notable et presque immédiate.

» En se fondant sur cette seule réaction, on aurait pu aisément conclure à la présence d'un dihydrure pyridique. Les particularités que j'ai observées dans la préparation du chloroplatinate et du sel modifié m'ont conduit à la même conclusion.

» Dans une prochaine Note, j'étudierai l'iodométhylate de la ptomaïne nouvelle et ses principales réactions avec les alcalis. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Composés cyanogénés des sulfines* (1). Note de M. G. **Patein**, présentée par M. Friedel.

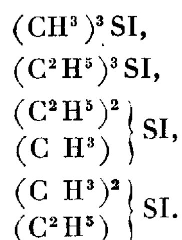
« Les travaux de von Œfele et ceux de M. Cahours ont démontré l'existence de corps tels que $(CH^3)^3SI$, $(C^2H^5)^3SI$, etc., corps appelés *iodures de sulfines*, et dans lesquels M. Cahours fit observer que le soufre se comportait comme élément tétratomique; ce chimiste prépara en outre, comme conséquences théoriques de cette idée et de ses travaux sur les radicaux organo-métalliques, les composés



$$(CH^3)^2SBr^2,$$
$$(CH^3)^2SO,$$
$$(CH^3)^3S,OH.$$

» Les propriétés de ces nouveaux corps, l'état particulier dans lequel s'y trouve le soufre, nous ont engagé à reprendre leur étude, et les expériences que nous allons rapporter montrent la parfaite analogie qui existe entre le soufre dans ces composés et l'azote dans les amines; les deux atomicités supplémentaires du soufre tétratomique se conduisent ici comme les atomicités supplémentaires de l'azote pentatomique.

» Commençant par les composés éthyliques et méthyliques, nous avons modifié quelque peu les procédés de préparation de ces sulfures, de façon à obtenir facilement des rendements se rapprochant le plus possible du rendement théorique. Sans vouloir entrer ici dans de plus amples détails, nous dirons que nous avons obtenu facilement une certaine quantité des quatre sulfines

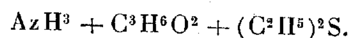


$$(CH^3)^3SI,$$
$$(C^2H^5)^3SI,$$
$$\left.\begin{matrix}(C^2H^5)^2\\(C\,H^3)\end{matrix}\right\}SI,$$
$$\left.\begin{matrix}(C\,H^3)^2\\(C^2H^5)\end{matrix}\right\}SI.$$

(1) Ce travail a été fait au laboratoire de M. le professeur Gautier.

» Nous avons été ainsi amené incidemment à préparer quelques corps dont l'étude nous paraissait incomplète, en particulier les cyanures correspondants. Gauhe s'était occupé de la question :

» En chauffant, dit-il, une solution alcoolique d'iodure de triéthylsulfine avec le cyanure d'argent, il se forme, par précipitation de AgI, la triéthylsulfinecyanine $(C^2H^5)^3SCAz$. En évaporant la solution alcoolique, on obtient un sirop, puis des aiguilles incolores, longues d'un centimètre, très flexibles; en chauffant cette triéthylsulfinecyanine avec les alcalis ou même l'eau à 120°, au lieu d'avoir un acide de la formule $(C^2H^5)^3SCOOH$, on obtient

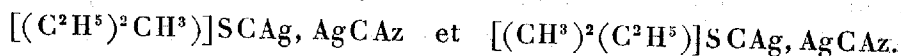


$$AzH^3 + C^3H^6O^2 + (C^2H^5)^2S.$$

» Nous ne connaissons pas d'analyse démontrant l'existence du composé $(C^2H^5)^3SCAz$.

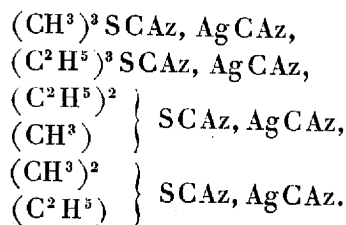
» Dans nos expériences, voici comment nous avons opéré : on a pris l'iodure de triéthylsulfine que l'on a mis dans l'alcool à 90° avec excès de AgCAz; la température s'est élevée par suite de la formation de AgI et, après filtration, la solution a été soumise à l'évaporation dans le vide sec; on obtient ainsi une masse de cristaux presque purs, répondant à la formule $(C^2H^5)^3SCAz, AgCAz$. Pour les purifier, on les dissout dans la plus faible quantité d'alcool absolu, et l'on ajoute de l'éther à 65°. Le corps dissous se sépare sous forme sirupeuse et cristallise très facilement dans le vide en présence d'acide sulfurique.

» La même méthode nous a fourni l'homologue inférieur; pour ce dernier $(CH^3)^3SCAz, AgCAz$, la cristallisation se fait dès l'addition d'éther et l'on peut obtenir des aiguilles de plusieurs centimètres; enfin, nous avons également préparé les deux cyanures doubles



$$[(C^2H^5)^2CH^3)]SCAg, AgCAz \quad \text{et} \quad [(CH^3)^2(C^2H^5)]SCAg, AgCAz.$$

» Ainsi donc, tandis que Gauhe opérait à 100°, pensant obtenir la sulfinecyanine, nous avons opéré à froid et obtenu les corps intermédiaires qui, certainement, se forment les premiers, c'est-à-dire les cyanures doubles de sulfine et d'argent. Nous avons, de plus, étendu cette étude à la série complète et obtenu jusqu'ici :



$$(CH^3)^3SCAz, AgCAz,$$
$$(C^2H^5)^3SCAz, AgCAz,$$
$$\left.\begin{matrix}(C^2H^5)^2\\(CH^3)\end{matrix}\right\} SCAz, AgCAz,$$
$$\left.\begin{matrix}(CH^3)^2\\(C^2H^5)\end{matrix}\right\} SCAz, AgCAz.$$

» Nous nous bornons à donner ici les résultats, sans insister sur les analyses, qui seront publiées prochainement.

» Tous ces corps sont déliquescents, sauf le composé triméthylique, et ils le sont d'autant plus que le radical éthyle y entre en plus forte proportion; l'eau les dissocie partiellement et il se dépose alors du cyanure d'argent; ils donnent tous de très beaux cristaux, sont solubles presque en toute proportion dans l'alcool, et insolubles dans l'éther. Ils fondent très facilement et sans se décomposer, si l'on ne dépasse pas le point de fusion; mais si celui-ci est dépassé de 2° ou 3°, la sulfinecyanine se volatilise et le cyanure d'argent reste comme résidu. En mettant un peu de cyanure double dans un tube fermé à ses deux extrémités, dont l'une est refroidie, on voit, lorsqu'on chauffe le corps à l'autre extrémité, la sulfinecyanine mise en liberté former une couche cristalline sur la paroi refroidie. Si l'on traite une solution de ces corps par un acide, une moitié de CAz est mise en liberté à l'état de CAzH, et il se forme un sel correspondant de sulfine, tandis que le cyanure d'argent se dépose; dans le cas de l'acide chlorhydrique cependant, l'argent se dépose à l'état de chlorure; en traitant la solution de ces cyanures doubles par l'azotate d'argent, on obtient un précipité de cyanure d'argent contenant le cyanogène total et en permettant un dosage très exact.

» Je compte décrire, dans une prochaine Note, de nouveaux cyanures doubles, ainsi que les sulfinecyanines elles-mêmes. »

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Recherches sur la fixation de l'azote par le sol et les végétaux*. Note de MM. **Arm. Gautier** et **R. Drouin**, présentée par M. C. Friedel.

« Après avoir exposé, dans une Note préliminaire [1], les idées *a priori* qui nous ont conduits à examiner le mécanisme de la fixation de l'azote par le sol et les plantes, nous avons rapidement indiqué les méthodes par nous suivies pour doser l'azote total et sous ses différentes formes. Il nous reste, avant de donner nos résultats numériques, à justifier pour ainsi dire le plan de ces recherches.

» Nous avons fait à la campagne, en serre tempérée, une véritable expérience de laboratoire où tous les éléments du problème nous étaient connus. Le sol, composé comme on l'a dit page 755, avait été reconnu fertile par

[1] *Comptes rendus*, t. CVI, p. 754.

une série d'essais comparatifs faits avec de bon terreau, en 1886. Ce sol artificiel, à peu près entièrement exempt de fer, d'azote et de matières organiques, a été étudié seul, puis mélangé des substances que nous supposions aptes à y exciter la fixation de l'azote. Le rôle du sol déterminé, nous avons ensemencé nos terres et étudié à son tour l'influence que les substances excitatrices de la fixation de l'azote exercent en présence des végétaux. Nous sommes ainsi parvenus à faire la part du sol, de chacun de ses constituants et à fixer le rôle de ses plantes.

» Chacune de nos expériences a été faite dans un vase de grès vernissé, contenant 11 à 1200^{gr} de terre, bien perméable à l'air de haut en bas et de bas en haut. Ces conditions avaient été reconnues bonnes : *pour les végétaux*, qui se développaient bien lorsqu'on ajoutait aux terres les éléments de fertilisation; *pour le sol*, qui restait sous ce petit volume également perméable à l'air dans toutes ses parties. Nous avions reconnu que cette condition est d'une importance capitale, dès nos essais de 1886, où, suivant le choix de nos vases et la circulation plus ou moins facile de l'air à travers des masses de terre trop grandes, nous obtenions des résultats variables et d'autant plus favorables que l'air circulait mieux.

» Nous avons dit par quel dispositif dans ces vases de grès vernissés, posés sur trois cailloux dans une assiette, nous avions assuré la circulation de l'air et recueilli les égouttures des arrosages de façon à ne rien perdre de l'azote fixé. Le retour continu au sol de ces égouttures, qui pouvaient contenir de l'azote et des sels fertilisants, nous permettait de tenir nos terres dans un état de composition et d'humidité relativement constant.

» Enfin, quels que fussent la perfection de nos méthodes de dosage et le soin mis à nos analyses, elles pouvaient comporter de légères erreurs; mais l'erreur commise lorsqu'on appliquait le calcul à la totalité du sol se multipliait par un nombre d'autant plus faible que l'on dosait l'azote sur une fraction plus grande du poids des terres en expérience; elle était par conséquent d'autant plus faible que ce poids était plus petit. Quelques-unes de ces conditions avaient déjà déterminé Boussingault à ne pas agir sur des quantités de terre plus considérables, bien que son point de vue n'embrassât pas la fixation de l'azote par le sol lui-même. Dans ces conditions, nos végétaux prospéraient; nos fèves ont, en quelques mois, non seulement donné de hautes tiges, mais elles ont fleuri et elles auraient fructifié si nous ne les avions récoltées.

» Nous exposerons maintenant les variations de l'*azote total :* (A) dans le sol nu; (B) dans le sol ensemencé; (C) dans les végétaux. Nous donne-

rons ensuite les poids d'azote total, ammoniacal, nitrique et organique, et de la comparaison de ces poids nous déduirons nos conclusions.

VARIATIONS DE L'AZOTE TOTAL DANS LE SOL NU (1).

(A). *Sols privés de matière organique.*

» *Expériences I et II.* — Mis en pot 1125gr du mélange de terres (p. 755) ou *fond commun.* Sol maintenu toujours légèrement humide. Eau d'arrosage, 546cc.

» Les variations de l'azote total se résument ainsi dans ces deux expériences :

	I.	II.
	gr	gr
Azote préexistant dans le sol	0,1151	0,1151
Azote introduit par l'arrosage	0,0030	0,0030
Total	0,1181	0,1181
Azote à la fin de l'expérience	0,1137	0,1054
D'où : Azote *perdu* au cours de l'expérience	0,0044	0,0127

» *Expériences III et IV.* — *Sols rendus ferrugineux.* — Expériences conduites comme les précédentes. Eau d'arrosage, 517cc. Composition du sol : *fond commun,* 1087gr,5; Fe^2O^3, 37,5 : soit 5 pour 100 (2).

	III.	IV.
	gr	gr
Azote préexistant dans le sol	0,1252	0,1252
Azote introduit par l'arrosage	0,0029	0,0029
Total	0,1281	0,1281
Azote à la fin de l'expérience	0,0987	0,1106
D'où : Azote *perdu*	0,0294	0,0175

» On remarquera, dès à présent, que dans toutes ces expériences, portant sur des sols non ensemencés et *dépourvus de matières organiques,* il y a eu toujours légère déperdition d'azote total.

(B). *Sols pourvus de matières organiques.*

» *Expérience V.* — *Sol avec acide ulmique et charbon.* — *Fond commun,* 1100gr,25; charbon de bois en poudre, 22,50; acide ulmique, 2,25. Eau d'arrosage, 632cc.

	gr
Azote préexistant dans le sol	0,1126
Azote dans le charbon	0,1183
Azote des eaux d'arrosage	0,0035
Total	0,2344
Azote à la fin de l'expérience	0,3349
D'où : Azote *fixé* au cours de l'expérience	0,1005

(1) Toutes ces expériences comparatives ont été commencées le 14 août et finies le 31 octobre 1887.

(2) Tous les sols dans lesquels nous ajoutions du fer ont reçu un kaolin un peu plus riche en fer et azote que celui des expériences sur les sols sans fer.

» *Expériences VI et VII. — Sols avec matière organique et fer. — Fond commun*, 1062gr,7; Fe^2O^3, 37,5; charbon, 22,5; acide ulmique, 2,25. Eau d'arrosage, 546cc.

	VI.	VII.
	gr	gr
Azote préexistant dans le sol	0,1224	0,1224
Azote dans le charbon	0,1183	0,1183
Azote introduit par l'arrosage	0,0030	0,0030
Total	0,2437	0,2437
Azote à la fin de l'expérience	0,2592	0,4451
D'où : Azote *fixé* au cours de l'expérience.	0,0155	0,2014

» Le gain dans l'expérience VI est bien plus faible que dans l'expérience VII; mais les analyses, plusieurs fois répétées, ont été concordantes. La seule explication de ce fait est dans l'excès de tassement du sol n° VI, confirmation frappante de nos observations relatives à la perméabilité des terres.

» Dans toutes nos expériences portant sur des sols non ensemencés, mais pourvus de matières organiques, il y a donc eu *fixation* d'azote.

» Cette première série d'expériences se résume donc comme suit :

Expériences.		Azote perdu.	Azote fixé.
		gr	gr
I.	Sols privés de matière organique.....	0,0050	»
II.		0,0127	»
III.		0,0294	»
IV.		0,0175	»
V.	Sols pourvus de matière organique.....	»	0,1005
VI.		»	0,0155
VII.		»	0,2014

» Ce qui signifie que les sols pourvus de matières organiques, et ceux-là seulement, fixent l'azote libre ou ammoniacal de l'atmosphère, même en l'absence des plantes; ou encore, que la matière organique, qui existe dans tout sol arable, est l'intermédiaire indispensable de cette fixation d'azote.

» Nous étudierons maintenant l'influence de l'ensemencement. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Contribution à l'étude séméiologique et pathogénique de la rage.* Note de M. G. **Ferré**, transmise par M. Pasteur.

« Les expériences que nous avons faites tendent à démontrer que, dans la rage paralytique du lapin inoculé par trépanation, on peut distinguer,

comme dans la rage des rues, trois périodes : 1° une période de tristesse; 2° une période d'excitation ; 3° une période paralytique. Il est inutile d'insister sur la première et la troisième période. La seconde, quelquefois très apparente, passe, la plupart du temps, inaperçue ; mais elle existe cependant, et peut être décelée en enregistrant la respiration. Elle se traduit par une accélération de cette fonction. Nos recherches ont porté sur vingt-quatre séries de lapins, correspondant aux termes compris entre le seizième et le trente-neuvième passage. Le virus du début de cet ordre de séries provenait du bulbe d'un chien atteint de rage des rues. Elles ont été faites dans les laboratoires de MM. Jolyet et Oré, auxquels nous adressons tous nos remerciements pour leur gracieux accueil.

» Si l'on examine les tracés respiratoires des lapins inoculés par trépanation, on peut observer successivement : 1° un ralentissement primordial ; 2° une accélération intermédiaire ; 3° un ralentissement définitif.

» Le ralentissement primordial n'est pas constant (17 fois sur 30). Il peut être attribué aux suites de l'opération, car on le retrouve chez des lapins inoculés avec du bulbe sain.

» L'accélération intermédiaire, qui peut être considérée comme l'analogue de la période d'excitation dans la rage violente, est beaucoup plus constante (17 fois sur 23). Elle se produit généralement durant le cinquième jour de l'incubation.

» Le ralentissement définitif, débutant au moins un jour avant l'apparition des phénomènes paralytiques, est presque absolument constant (27 fois sur 28). Il est, la plupart du temps, continu et progressif et dure jusqu'à la mort de l'animal.

» Par le simple examen de la respiration, on peut donc montrer qu'il existe dans la rage paralytique régulière, procurée au lapin par trépanation, une période d'excitation. Comme dans la rage des rues, on peut démontrer qu'elle peut être attribuée à des troubles d'origine bulbaire.

» Si l'on examine, en effet, les troubles cardiaques accompagnant les troubles respiratoires, on voit qu'ils suivent une marche inverse : on peut donc estimer que le système du pneumogastrique est le siège de la cause de ces troubles. Si on inocule alors le tronc de ce nerf, au moment où se produisent l'accélération intermédiaire et le début du ralentissement définitif, on voit que le tronc n'est pas virulent. Mais si l'on vient à inoculer la partie inférieure du plancher du quatrième ventricule, portion bulbaire qui contient les origines réelles de ce nerf, on voit qu'elle n'est pas virulente jusqu'au milieu du quatrième jour de l'incubation inclusivement. A

partir du commencement du cinquième jour, nous l'avons trouvée virulente. Ces limites existent pour l'état actuel de nos séries : elles pourraient varier avec la virulence du virus employé.

» Si nous nous rappelons que l'accélération intermédiaire se produit généralement dans le courant du cinquième jour, on voit qu'elle coïncide avec l'envahissement des centres respiratoires par le virus.

» On peut conclure de ces faits :

» 1° Que la rage des rues et la rage paralytique donnée par trépanation, d'une façon très générale, présentent les mêmes phases ;

» 2° Que la période d'excitation se traduit, dans cette forme de rage paralytique, le plus souvent par une accélération de la respiration ;

» 3° Que cette accélération coïncide avec l'apparition de la virulence dans les parties du bulbe qui tiennent sous leur dépendance la fonction respiratoire, et que, par conséquent, elle peut lui être attribuée ;

» 4° Que les deux formes de rage comparées plus haut présentent des points de similitude au point de vue pathogénique, puisque l'une et l'autre débutent par des accidents bulbaires. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Sur une pseudo-tuberculose bacillaire.* Note de MM. **Charrin** et **G.-H. Roger**, présentée par M. Bouchard.

« A l'autopsie d'un cobaye mort spontanément au laboratoire de M. le professeur Bouchard, nous avons trouvé le foie et la rate remplis de granulations miliaires, tout à fait analogues à celles de la tuberculose. Ces organes nous ont servi à ensemencer deux séries de tubes, les uns contenant de la gélatine ordinaire, les autres de la gélatine glycérinée, telle qu'on l'emploie pour la culture du bacille de Koch. Ces derniers tubes restèrent stériles ; les autres présentèrent, au bout de quarante-huit heures, de petites colonies blanchâtres, qui, les jours suivants, augmentèrent de largeur et surtout d'épaisseur, sans liquéfier la gélatine. Avec ces premières cultures, nous avons pu ensemencer d'autres milieux et nous avons reconnu que le microbe se développe très facilement sur la gélatine, l'agar, la pomme de terre ou dans le bouillon.

» L'examen microscopique nous a montré qu'il s'agit d'un petit bacille mobile, qui, dans les cultures sur gélatine, n'atteint pas 1μ. Il s'allonge un peu dans le bouillon ; sur la pomme de terre il acquiert jusqu'à 2μ et même $2^{\mu},5$. Dans des milieux additionnés de substances antiseptiques, particuliè-

rement dans les bouillons contenant 3 à 4 pour 1000 d'acide borique, il donne naissance à des filaments souvent très longs; nous en avons vu qui atteignaient $0^{mm},2$.

» Inoculé aux animaux, ce bacille a reproduit la maladie primitive. C'est chez le lapin qu'on peut étudier le plus facilement les propriétés pathogènes de ce microbe. L'inoculation sous-cutanée donne naissance à une tumeur locale, s'accompagnant d'un engorgement des ganglions correspondants. L'animal maigrit et il succombe vers le treizième jour. A l'autopsie, on trouve une rate volumineuse, remplie de granulations miliaires; quelquefois les nodules sont plus gros et atteignent les dimensions d'une lentille, faisant saillie à la surface de la rate et lui donnant un aspect bosselé. Les granulations du foie sont toujours petites; dans quelques cas elles sont si nombreuses que l'on ne peut trouver sur les coupes un seul point qui soit intact. Le foie et la rate sont constamment atteints; le poumon n'a été envahi que dans un cinquième des cas : la lésion se présente encore sous forme de nodules miliaires entourés quelquefois d'une zone de broncho-pneumonie. Le rein est frappé dans une proportion semblable; mais les nodules ne sont pas nombreux : il n'y en a que deux ou trois dans chaque organe.

» Les altérations sont identiques lorsque l'inoculation a été faite dans le péritoine; jamais, dans ce cas, nous n'avons observé de lésion de cette séreuse. Au contraire, quand on injecte dans la plèvre, on voit parfois se développer une pleurésie séro-fibrineuse qu'on peut reconnaître pendant la vie à la dyspnée violente que présente l'animal et à la matité que donne d'un côté la percussion du thorax. A l'autopsie, on trouve dans les viscères des lésions semblables à celles qui suivent l'inoculation sous-cutanée, Mêmes lésions aussi en inoculant le bacille dans les centres nerveux ou dans la chambre antérieure de l'œil. Dans ce dernier cas, on observe des granulations de l'iris et d'abondants dépôts pseudo-membraneux, qui remplissent la chambre antérieure. Enfin, par l'inoculation intra-veineuse, nous avons observé des phénomènes, qui ont varié suivant la dose injectée. En introduisant par cette voie $0^{cc},5$ à 1^{cc} d'un bouillon de culture, on voit l'animal succomber en deux ou trois jours; l'autopsie ne montre aucune lésion, mais l'ensemencement des différents viscères permet de retrouver le bacille. Si l'on injecte seulement une ou deux gouttes, le lapin meurt en six ou sept jours : le foie et la rate contiennent les nodules caractéristiques.

» Chez le cobaye, lorsqu'on fait une inoculation sous-cutanée, l'évo-

lution est semblable à celle qu'on observe chez le lapin : même lésion locale, même adénopathie, mêmes granulations miliaires dans le foie et la rate. Dans quelques cas, surtout si l'inoculation a été faite dans le péritoine, on ne trouve pas de granulations : la maladie se caractérise anatomiquement par d'abondants dépôts fibrineux qui entourent le foie et la rate d'une sorte de fausse membrane facile à détacher. Il semble du reste que chez le cobaye la maladie ait une certaine tendance à donner des lésions locales; quatre fois sur sept, nous avons vu l'inoculation intra-pleurale être suivie de la production d'un épanchement séreux; la mort survenait au bout d'une huitaine de jours et l'autopsie ne montrait aucune altération viscérale. Enfin, dans deux cas, l'inoculation sous-cutanée n'a pas entraîné la mort; l'animal a guéri, après avoir eu un tubercule d'inoculation et de l'adénopathie.

» Nous avons constaté encore que le bacille peut s'inoculer aux souris : le foie et la rate sont criblés de granulations, remarquables seulement par leur petit volume.

» Le chien et le chat ont résisté à ce microbe, qu'on l'ait introduit dans une séreuse, dans une veine ou sous la peau. Enfin, avec l'aide de M. Nocard, que nous remercions vivement de sa complaisance, nous avons pu inoculer un âne. Des scarifications faites à la région frontale ont été recouvertes avec une culture récente : huit jours plus tard, l'animal n'ayant présenté aucun trouble, M. Nocard a pratiqué une injection intraveineuse. Cette expérience a été faite le 1er mars et jusqu'ici l'animal a continué à se bien porter.

» Les granulations qui caractérisent la maladie que nous décrivons se développent dans les viscères d'une façon irrégulière, n'affectant aucune disposition systématique. Elles sont essentiellement caractérisées, au point de vue histologique, par la production de cellules fusiformes à noyau volumineux. Au centre des nodules, il n'y a pas de dégénérescence caséeuse; quelquefois même les parties centrales sont plus vivement colorées que les périphériques. Exceptionnellement, on peut voir sur quelques préparations un vaisseau oblitéré dont l'aspect rappelle celui d'une cellule géante. Jusqu'ici, nous n'avons pu colorer les bacilles dans les coupes, mais nous les avons nettement observés sur des préparations faites par raclage des pièces fraîches.

» D'après les caractères que nous venons d'indiquer, il est facile de reconnaître que la maladie que nous étudions n'est ni la tuberculose, ni la morve; elle doit prendre place dans le groupe des affections qu'on désigne

maintenant sous le nom de *pseudo-tuberculoses ;* mais nous croyons qu'elle diffère de toutes celles qu'on a décrites jusqu'ici. Sans parler des fausses tuberculoses produites par les œufs de différents nématodes ou par l'*Aspergillus glaucus,* nous citerons tout d'abord la tuberculose zoogléique, décrite par MM. Malassez et Vignal, et retrouvée par MM. Nocard, Chantemesse, Amrusch. Cette affection diffère de la nôtre par la nature de l'agent pathogène et par les caractères microscopiques des lésions. Quant à l'observation de pseudo-tuberculose bacillaire, récemment publiée par Eberth, il nous faut, en l'absence de cultures et d'inoculations, établir le diagnostic différentiel sur les résultats de l'examen histologique. Or les lésions décrites par Eberth sont identiques à celles de la tuberculose zoogléique, ce qui les différencie suffisamment de celles que nous avons observées.

» Nous ferons remarquer, en terminant, que notre maladie, comme celle de Malassez et Vignal, est inoculable en série ; ce caractère n'indique donc pas la nature tuberculeuse d'une lésion, il indique seulement sa nature parasitaire. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Recherches expérimentales sur l'intoxication chronique par l'alcool.* Note de MM. **A. Mairet** et **Combemale**, présentée par M. Charcot.

« Dans une précédente Note, nous avons indiqué l'influence exercée par l'alcoolisme chronique sur le système nerveux et le système musculaire ; dans la Note actuelle, nous voudrions indiquer les effets produits sur les autres systèmes par cette même intoxication.

» *Cœur.* — Dans le premier ou les deux premiers mois qui suivent le début de l'intoxication, on constate une diminution dans le nombre des battements cardiaques, qui parfois, à ce moment, se régularisent. Puis le nombre des battements augmente et dépasse assez vite, mais faiblement, la normale jusque dans les derniers temps de l'intoxication, où cette normale peut être dépassée de 50 pulsations et plus. Assez rapidement aussi, vers le deuxième et le troisième mois, on constate des battements carotidiens ou jugulaires, et, à l'auscultation, les battements cardiaques deviennent énergiques, sourds, s'entendent sur un large espace, et les bruits du cœur sont moins nets qu'à l'état ordinaire, surtout au foyer aortique où l'on peut constater parfois un souffle rude. A l'autopsie on trouve, dans certains cas, que le muscle cardiaque est intact ; dans d'autres cas, il est hypertrophié, mais dégénéré, et au niveau des valvules existe un aspect framboisé, rilleux, déchiqueté, avec un léger épaississement rou-

geâtre, surtout marqué au bord libre, et portant constamment et parfois exclusivement sur le cœur droit.

» *Respiration.* — Dans les troisième et quatrième premiers mois, la respiration se modifie peu, puis elle augmente et, dans les derniers temps, elle peut être doublée de fréquence; elle devient alors courte, superficielle, et, à l'autopsie, on constate de la congestion pulmonaire par îlots, quelquefois même des ecchymoses et de l'œdème des poumons.

» *Tube digestif.* — L'intolérance est plus ou moins marquée, suivant les animaux; mais, d'une manière générale, au bout de quelques semaines, l'accoutumance se produit. Dans le cours de l'intoxication apparaît souvent de la diarrhée, parfois sanguinolente, de l'ascite, un ictère généralisé avec tous ses symptômes, et une augmentation très nette du volume du foie. L'appétit, normal assez longtemps, diminue seulement dans les derniers mois. A l'autopsie, on constate assez souvent une dilatation de l'estomac, des mucosités adhérentes aux parois, une congestion du foie, dont le poids est considérablement augmenté (ainsi, pour un chien de 17^{kg}, le foie pesait 1045^{gr}; pour un autre de 29^{kg}, 1325^{gr}) et une dégénérescence surtout graisseuse du foie. La rate est généralement saine; une fois seulement, nous l'avons trouvée ramollie. Les reins sont volumineux, noirâtres, envahis par la sclérose.

» *Appareil reproducteur.* — Pendant assez longtemps, l'excitation génésique est normale, puis elle diminue; à l'autopsie, on trouve une atrophie des testicules.

» *Température.* — Dans les premiers temps, la température est normale; puis, au bout du deuxième mois environ, la température du matin tend à se rapprocher de celle du soir, la dépasse même, de sorte qu'on a le type inverse, type qui n'est cependant pas régulier. A dater du neuvième mois, il y a des poussées irrégulières de température pouvant dépasser la normale de 2°, poussées surtout marquées le matin; à ce moment, le type inverse est assez constant.

» *Nutrition.* — D'une façon générale, les animaux gagnent en poids, sauf dans les derniers temps; dans les premiers mois, l'hémoglobine peut aussi augmenter, mais elle tombe ensuite à des chiffres inférieurs; le chiffre des globules sanguins diminue aussi, de sorte que, si le poids augmente, le taux de la nutrition diminue.

» On trouve aussi généralement, du côté du cristallin et de la cornée, un peu d'opacité, de défaut de transparence. »

ANATOMIE. — *Sur la structure des fibres musculaires appartenant aux muscles rétracteurs des valves des Mollusques lamellibranches.* Note de M. **Louis Roule**, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« Dans une Note récente, M. H. Fol, décrivant la structure histologique des fibres musculaires de Mollusques appartenant à des muscles susceptibles de contractions fréquentes et énergiques, tels que les muscles rétracteurs des valves des Lamellibranches et les muscles du bulbe pharyngien des Céphalophores, avançait que les fibrilles, au lieu d'être parallèles

à l'axe longitudinal de la fibre qui les possède, décrivent en réalité dans l'intérieur de cette fibre des tours de spires plus ou moins resserrés. Cette disposition donne parfois à l'observateur l'illusion d'une striation véritable, c'est-à-dire d'une différenciation de la substance de la fibrille en disques clairs et disques obscurs superposés. Depuis, M. R. Blanchard, revenant sur d'anciennes recherches, affirme que les fibres des muscles rétracteurs des valves de certains Lamellibranches offrent vraiment une striation semblable de tous points à celle des fibres musculaires d'Arthropodes ou de Vertébrés.

» Je me suis occupé autrefois [1] de la structure histologique des fibres musculaires appartenant aux organes turgescents (siphon, pied) des Lamellibranches, et j'ai toujours vu la substance fibrillaire entièrement homogène, sans striation d'aucune sorte; j'ai remarqué souvent que les fibrilles étaient parfois ondulées dans l'intérieur d'une fibre rectiligne, mais je n'ai attaché alors aucune importance à ce fait. La discussion ouverte entre MM. Fol et Blanchard m'a déterminé à reprendre mes anciennes recherches, et à examiner la structure des fibres appartenant aux muscles rétracteurs des valves des Lamellibranches. J'ai étudié à ce point de vue l'*Ostrea edulis*, la *Mytilus edulis* et la *Tapes decussata*. La méthode que j'ai employée est la suivante : les muscles sont fixés par une solution aqueuse et saturée de sublimé corrosif, tiède, à 40°C.; car une solution froide est peu pénétrante, et une solution bouillante rétracte par trop la substance musculaire; ensuite, les muscles sont lavés à l'eau distillée, puis plongés dans l'alcool au tiers où ils macèrent pendant quatre ou cinq jours, enfin dissociés dans une goutte d'éosine hématoxylique (de Renaut) qui colore les fibres. Cette technique m'a donné les meilleurs résultats; j'ai opéré sur des muscles entièrement contractés et sur des muscles soumis à l'extension forcée par l'introduction de coins entre les valves de l'individu.

» Après un examen attentif, je ne puis que confirmer les vues de M. H. Fol. Les fibres soumises à l'extension forcée ont toutes leurs fibrilles parallèles entre elles et parallèles à l'axe longitudinal de la fibre; de plus, ces fibrilles sont assez difficiles à discerner, et nullement striées en travers. Sur les fibres contractées, les fibrilles sont beaucoup plus nettes; elles sont parfois parallèles à l'axe longitudinal de la fibre, mais sur un trajet assez court; d'ordinaire, tout en restant parallèles les unes aux autres, elles décrivent des spirales plus ou moins amples dans l'intérieur de la fibre, la

---

[1] *Études histologiques sur les Mollusques lamellibranches* (*Journal de l'Anatomie et de la Physiologie*, 1886).

spire variant souvent de largeur d'un tour à l'autre. Comme les fibres sont aplaties et fort minces, la portion de spire placée sur la face supérieure d'un point donné de la fibre se projette sur le plan de la portion de spire placée sur la face inférieure, et cette combinaison produit l'effet d'un carrelage losangique assez régulier. Mais la réalité de cette disposition curieuse est surtout bien nette vers les régions où la fibre est brisée par la pointe de l'aiguille; on suit alors les fibrilles depuis la surface de section jusque assez haut dans la fibre, et on les voit s'infléchir peu à peu pour décrire leur spirale. Bien entendu, il ne s'agit ici que de fibres bien droites, et nullement tordues par le fait de la dissociation. L'aspect offert par une telle structure, bien évidente chez la *Tapes decussata* de préférence, peut être confondu parfois, au premier abord, avec l'aspect que présentent les fibres musculaires striées; mais, en suivant la méthode signalée plus haut, et se servant d'un bon objectif à immersion homogène, la confusion n'est plus possible.

» Il est important de remarquer que les muscles doués de contractions d'une grande amplitude sont les seuls à montrer ces caractères, et que les fibres en extension ont leurs fibrilles parallèles à l'axe longitudinal de la fibre; la disposition spiralée des fibrilles n'est ainsi pas constante, du moins pour les muscles rétracteurs des valves, contrairement à ce qui semble résulter de la Note de M. H. Fol, et provient simplement de la diminution en longueur de la fibre contractée, les fibrilles ne perdant pas dans le sens longitudinal pour gagner dans le sens transversal, mais se recourbant en spirale pour restreindre la distance qui sépare leurs deux extrémités. Peut-être, les stries musculaires, signalées à plusieurs reprises comme existant chez quelques Annélides et divers autres Invertébrés, rentrent-elles dans l'ordre de phénomènes qui vient d'être décrit pour les Mollusques. Ce serait là un sujet d'études intéressant à poursuivre; et, dans le cas où cette supposition correspondrait à la réalité, les seuls animaux munis, dans leurs muscles susceptibles de contractions rapides et nombreuses, de fibres striées, c'est-à-dire dont les fibrilles restent parallèles à l'axe longitudinal de la fibre et sont différenciées en disques clairs et obscurs superposés, seraient les Arthropodes, les Enteropneustes (trompe du *Balanoglossus Hacksii* Marion), les Tuniciers (fibres musculaires cardiaques), et les Vertébrés; c'est-à-dire les Arthropodes et les Chordés. Peut-être aussi devrait-on adjoindre les Échinodermes à cette liste [1]. »

---

[1] Ce travail a été fait au laboratoire de Zoologie de la Faculté des Sciences de Toulouse.

ZOOLOGIE. — *Sur la présence de deux Baleines franches dans les eaux d'Alger.* Note de MM. **Pouchet** et **Beauregard**, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« Le 20 janvier dernier, deux Baleines franches se montrèrent dans les eaux d'Alger. L'une d'elles s'était prise dans des filets à thons, entre Castiglione et Tipaza, et poussant devant elle une masse énorme de ces filets (plusieurs tonnes) s'était échouée sur le sable. Les pêcheurs, non sans courir quelques risques, l'avaient tuée et remorquée à Alger où ils obtinrent l'autorisation de l'exposer sur un chaland.

» Grâce au service d'informations qu'a bien voulu organiser le Ministre de la Marine à la demande de feu M. le professeur Gervais et de son successeur dans la chaire d'Anatomie, le Muséum avait été prévenu; mais un retard survenu dans la transmission de la dépêche a failli tout compromettre. En effet, la police d'Alger, par mesure sanitaire, avait ordonné que l'animal fût immédiatement dépecé et les débris jetés à la mer.

» C'est la seconde fois seulement qu'on constate, d'une manière positive, la présence de Baleines franches dans la Méditerranée (la première fois en 1877, à Tarente, Capellini). La perte était donc irréparable, sans le zèle de M. Pénissat, commissaire de l'inscription maritime d'Alger. Avec un dévouement tout patriotique et l'intelligence des intérêts scientifiques dont l'Administration de la Marine est coutumière, M. Pénissat a fait rechercher ou repêcher sur les grèves environnantes les débris que la mer avait dispersés et réunir ceux que les pêcheurs s'étaient partagés. Le succès le plus complet répondit à ses efforts, et nous possédons aujourd'hui le squelette à peu près complet de l'animal. Cette Baleine, qui mesurait environ 11^{m} de long et $6^{m},60$ de circonférence, n'est autre que la Baleine des Basques (*B. biscayensis*), ou Sarde, ou Nordkaper, devenue aujourd'hui très rare. Les documents que nous avons sur l'animal frais, les rugosités du sommet de la tête, la forme des fanons, la comparaison des os pètro-tympaniques ne laissent aucun doute sur la détermination. On remarquera, de plus, que l'époque où se sont montrées les deux Baleines d'Alger coïncide d'une manière absolue avec l'époque assignée ordinairement aux apparitions de cet animal (février).

» Cette capture a d'autant plus d'intérêt pour nous, qu'elle vient combler une des rares lacunes de la magnifique collection de grands Cétacés

du Cabinet d'Anatomie, collection aujourd'hui unique pour le nombre des espèces représentées. »

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Sur la formation des anthérozoïdes des Hépatiques.* Note de M. **Leclerc du Sablon.**

« On sait que les anthéridies des Hépatiques sont formées par un massif de cellules, arrondi ou ovale. Les cellules de l'assise superficielle restent stériles et constituent l'enveloppe; les cellules intérieures jouent un rôle plus important : chacune d'elles forme un anthérozoïde mobile, capable de féconder l'oosphère, de la transformer en œuf.

» De quelle façon une cellule, formée d'un noyau entouré de protoplasma et d'une membrane, se transforme-t-elle en un filament spiral, doué de mouvements? Les auteurs qui ont étudié la formation des anthérozoïdes ont répondu à cette question de façons fort différentes. Pour les uns, le noyau disparaît, et c'est le protoplasma qui donne le filament spiral; pour les autres, le protoplasma ne joue pas de rôle essentiel, et c'est le noyau qui, en s'allongeant et s'enroulant, forme directement l'anthérozoïde. A la suite de mes recherches sur les Hépatiques, je proposerai une troisième solution, qui me paraît plus conforme aux faits que les précédentes.

» Je prendrai, pour premier exemple, le *Metzeria furcata*. Les anthéridies se trouvent dans des involucres presque entièrement clos et situés eux-mêmes à la face inférieure de la fronde. Lorsque les cellules mères d'anthérozoïdes ont cessé de se diviser, la partie moyenne de la membrane qui les entoure ne tarde pas à se dissoudre; chaque cellule se trouve alors complètement libre, entourée seulement d'une très mince membrane qui disparaîtra plus tard. Le noyau, qui était d'abord central, se rapproche de la surface de la cellule sans changer de forme ni de dimensions. En même temps, tout autour de la cellule, suivant un grand cercle qui touche le noyau devenu excentrique, un mince filet de protoplasma se différencie, devient homogène et brillant, ne se colore que très difficilement par les réactifs ordinaires du protoplasma et du noyau. C'est là le premier indice de la formation de l'anthérozoïde. Remarquons qu'à ce moment le noyau n'a pas notablement changé de forme. On ne peut donc pas dire que le noyau seul forme l'anthérozoïde, en s'allongeant et s'amincissant. Le noyau a, il est vrai, avec le filament, un point de contact; mais, en traitant par l'hématoxyline, on peut suivre le filament incolore à la surface du noyau fortement coloré en violet.

» Cette première phase de la formation de l'anthérozoïde est de courte durée et me paraît avoir, jusqu'à présent, échappé aux observateurs. Dans un état un peu plus avancé, les différentes parties de la cellule-mère ont conservé les mêmes positions relatives, mais le filament est plus épais et plus intimement soudé au noyau, le noyau lui-même est plus petit, et le protoplasma moins dense. Le filament s'accroît donc aux dépens du noyau et du protoplasma.

» Plus tard encore, le noyau semble avoir complètement disparu ; sa substance a été, tout entière, employée à grossir l'anthérozoïde. Le protoplasma a presque tout à fait disparu ; on ne voit plus qu'une lacune incolore au milieu de l'anneau formé par l'anthérozoïde. L'observation directe de ce stade du développement avait fait supposer à quelques auteurs que le noyau disparaissait et que le protoplasma se condensait ensuite à la périphérie de la cellule pour former l'anthérozoïde.

» Bientôt après, l'anneau se rompt, le filament s'allonge alors en s'amincissant, et acquiert peu à peu la forme de l'anthérozoïde adulte. C'est seulement dans cette période que les deux cils apparaissent à l'une des extrémités.

» Les anthérozoïdes des autres Hépatiques que j'ai étudiées (*Radula complanata, Frullania dilatata, Alicularia scalaris*) se forment exactement de la même façon que ceux du *Metzeria furcata*. Ces différentes espèces faisant partie de groupes assez éloignés les uns des autres, il y a lieu de supposer que le mode de formation des anthérozoïdes est très uniforme dans la famille des Hépatiques. Je compte d'ailleurs étendre mes observations à de plus nombreuses espèces et publier des figures qui sont le complément nécessaire de descriptions telles que celle que je viens de faire.

» Les procédés techniques que j'ai employés pour mes observations sont ceux qui sont ordinairement suivis dans l'étude du noyau. J'ai dû, cependant, pour obtenir de bons résultats, ne pas me servir de matériaux durcis dans l'alcool ; dans ces conditions, en effet, le protoplasma devient difficile à distinguer du noyau. Je crois, au moins dans certains cas, pouvoir attribuer à l'emploi de matériaux durcis dans l'alcool la méprise de quelques auteurs. Le traitement par l'hypochlorite de soude très étendu m'a donné de bons résultat.

» En résumé, les anthérozoïdes des Hépatiques sont formés à la fois par le noyau et le protoplasma de la cellule mère. Le corps de l'anthérozoïde ne correspondant donc pas uniquement au noyau de la cellule mère, mais à l'ensemble du noyau et du protoplasma, il n'y a pas seulement change-

ment de forme des éléments de la cellule : il y a, en même temps, changement de propriétés et de structure. Le corps de l'anthérozoïde, plus réfringent et plus homogène que le protoplasma ou le noyau, se colore aussi plus difficilement par les réactifs, surtout au début de sa formation. Il s'est opéré une transformation complète des éléments de la cellule; on peut donc dire que, en se transformant en anthérozoïde, la cellule mère a subi une rénovation totale. »

MINÉRALOGIE. — *Sur la production par voie sèche de quelques séléniates cristallisés.* Note de M. L. **Michel**, présentée par M. Friedel.

« Les séléniates anhydres n'étaient connus jusqu'ici que sous la forme de précipités amorphes; quelques-uns même n'avaient pas été signalés.

» J'ai obtenu, tout récemment, par la voie sèche, les séléniates de baryte, de strontiane et de chaux, en cristaux nettement terminés, et suffisamment volumineux pour se prêter aux mesures cristallographiques et à l'examen optique.

» La méthode de préparation consiste à fondre au rouge vif un séléniate alcalin avec le chlorure du métal qu'on veut faire entrer dans la combinaison et une petite quantité de chlorure de sodium. La masse est maintenue en fusion pendant deux heures environ, puis soumise à un refroidissement lent, et enfin traitée par l'eau qui laisse un résidu composé de quelques cristaux assez nets et d'une poudre cristalline ayant la même composition que les cristaux. Si l'on ajoute à cette poudre cristalline une nouvelle quantité de chlorure de sodium et qu'on porte le mélange à une température assez élevée pour volatiliser la majeure partie du dissolvant, on obtient alors de très beaux cristaux, dont les dimensions atteignent quelques millimètres.

» *Séléniate de baryte.* — Le séléniate de baryte se présente en cristaux transparents, incolores ou d'un bleu céleste, doués d'un éclat vitreux. La dureté est comprise entre 3 et 4. La densité est égale à 4,75.

» Ce composé est difficilement fusible au chalumeau en un émail blanc. Il est insoluble dans l'eau et dans l'acide azotique concentré; l'acide chlorhydrique le transforme à l'aide de l'ébullition en sélénite avec dégagement de chlore.

» Les cristaux de séléniate de baryte appartiennent au système du prisme droit à base rhombe; ils affectent la forme d'octaèdres rectangulaires allongés suivant la grande diagonale et produits par les modifications a^2 et e^1 qui font quelquefois disparaître complètement la base. Ces cristaux se groupent assez souvent en grand nombre pa-

rallèlement à h^1, comme le font certains cristaux de barytine; ils possèdent, comme cette dernière substance, un clivage facile suivant la base.

» J'ai mesuré

$$pa^2 = 141°5', \qquad a^2a^2 \text{ adj} = 77°31', \qquad e^1e^1 = 105°7'.$$

» On trouve, pour la relation axiale,

$$a : b : c = 1,6215 : 1 : 1,2257.$$

» Les angles correspondants de la barytine sont

$$pa^2 = 141°8', \qquad a^2a^2 = 77°43', \qquad e^1e^1 = 105°24'.$$

» En examinant ces cristaux en lumière parallèle entre les nicols croisés, on constate qu'ils présentent des teintes vives de polarisation et qu'ils s'éteignent suivant l'allongement. On voit en lumière convergente deux axes optiques situés dans un plan parallèle à g^1; la bissectrice aigüe est positive et perpendiculaire à h^1. La dispersion est très marquée $\rho < \nu$. L'angle des axes optiques $2E = 58°48'$.

» Ces propriétés optiques sont exactement celles de la barytine.

» Le pléochroïsme des cristaux colorés est très net. On voit suivant

n_g = bleu.
n_p = bleu.
n_m = incolore.

» De l'ensemble de ces déterminations, il résulte que le séléniate de baryte est, cristallographiquement et optiquement, identique à la barytine.

» *Séléniate de strontiane.* — Le séléniate de strontiane n'avait pas été décrit jusqu'à présent. Je l'ai obtenu en très beaux cristaux, présentant les plus grandes analogies avec les précédents sous le rapport de la couleur, de l'éclat, de la dureté, de la fusibilité et des propriétés chimiques. La densité est de 4,23.

» Le séléniate de strontiane cristallise en prismes orthorhombiques. Les cristaux sont aplatis suivant la base et allongés dans le sens de la grande diagonale; ils ont une ressemblance frappante avec les cristaux de célestine provenant du lac Erié (New-York) et présentent comme ces derniers les faces m, la base p et les facettes a^2 très développées. Les mesures goniométriques m'ont donné

$$pa^2 = 140°27'; \qquad a^2a^2 \text{adj} = 78°25'; \qquad mm \text{(angle aigu)} = 75°57'$$

» La relation axiale est

$$a : b : c = 1,6317 : 1 : 1,2795.$$

» Les valeurs angulaires de la célestine sont

$$pa^2 = 140°35', \qquad a^2a^2 = 78°28', \qquad mm = 76°2'.$$

» L'action de ces cristaux sur la lumière polarisée est très vive. On observe en lumière convergente deux axes optiques assez écartés et situés dans le plan g^1. La bissectrice aiguë est positive et perpendiculaire à h^1. Dispersion $\rho < \nu$.

» L'angle des axes optiques $2E = 88°$ environ.

» Ce sont là précisément les caractères optiques de la célestine. Le pléochroïsme est le même que dans les cristaux de séléniate de baryte.

» On voit, d'après ce qui précède, que le séléniate de strontiane est sur tous points analogue à la célestine.

» *Séléniate de chaux.* — M. de Hauer [1] a signalé un séléniate de chaux hydraté $SeO^3, CaO, 2HO$, correspondant au gypse et présentant toutes les propriétés de ce dernier. Mais le composé sélénique correspondant à l'anhydrite n'avait pas été obtenu jusqu'alors. La méthode précédente m'a permis de le préparer en beaux cristaux incolores ou d'un blanc laiteux. La dureté est de 3,5; la densité est égale à 2,93.

» Le séléniate de chaux anhydre fond difficilement au chalumeau sans s'exfolier. Il est très peu soluble dans l'eau et dans l'acide azotique; l'acide chlorhydrique l'attaque lentement à chaud en dégageant du chlore.

» Les cristaux se présentent sous la forme de lamelles rectangulaires qu'on rapporte tout d'abord au système du prisme rectangulaire droit; mais, en examinant très attentivement ces cristaux, on constate qu'ils portent sur les arêtes latérales de petites troncatures dont les traces sur la base sont inégalement inclinées sur les arêtes basiques. On constate, de plus, sur la base p, la présence d'un grand nombre de stries croisées sous un angle de 100°5′ et dirigées parallèlement aux troncatures.

» Il résulte évidemment de cet examen que les troncatures ne sont autres que les faces m d'un prisme rhomboïdal droit, et les stries, les indices de clivages parallèles à ces mêmes faces; et que, par conséquent, la forme primitive du séléniate de chaux anhydre est un prisme orthorhombique de 100°5′. L'anhydrite présente des stries analogues et croisées sous un angle de 100°8′.

» Outre les deux clivages signalés plus haut, le séléniate de chaux anhydre possède trois autres clivages nets et perpendiculaires entre eux.

» L'examen de ces cristaux en lumière polarisée montre qu'ils possèdent la double réfraction positive à deux axes situés dans un plan parallèle à la base; la bissectrice aiguë est perpendiculaire à h^1.

» La plupart des caractères que je viens de citer rappellent ceux de l'anhydrite.

» *Séléniate de plomb.* — La méthode précédemment indiquée ne m'a pas permis de préparer le séléniate de plomb à l'état cristallisé; les produits que j'ai obtenus par cette méthode contenaient tous une petite quantité de chlore.

» Je suis arrivé, après quelques essais, à réaliser la cristallisation de ce composé en chauffant, à une température voisine de 300°, le séléniate de plomb amorphe dans un mélange de nitrate de potasse et de nitrate de soude fondus. On obtient ainsi des petits cristaux présentant tous les caractères de l'anglésite.

» Ces cristaux dérivent d'un prisme droit à base rhombe; ils sont allongés comme les précédents suivant la grande diagonale de la base; la bissectrice aiguë est positive et perpendiculaire à h^1.

» L'analyse de ces quatre substances m'a donné des résultats conformes à leur composition normale.

---

(1) *Wien. Akad. Ber.*, t. XXXIX, p. 299.

» En résumé, il ressort clairement de tout ce qui précède que les séléniates anhydres de baryte, de strontiane, de chaux et de plomb sont, chimiquement, cristallographiquement et optiquement, isomorphes entre eux et avec sulfates naturels correspondants.

» Je donnerai, dans une prochaine Note, le résultat de mes recherches sur les tellurates et les antimoniates des mêmes bases [1]. »

MINÉRALOGIE. — *Sur les macles et groupements réguliers de l'orthose du porphyre quartzifère de Four-la-Brouque, près d'Issoire (Puy-de-Dôme).* Note de M. **Ferdinand Gonnard**, présentée par M. Fouqué.

« Dans une Note sur l'orthose du porphyre quartzifère de Four-la-Brouque, près d'Issoire (*Comptes rendus*, 7 mai 1883), j'ai donné une liste des macles et des groupements réguliers que l'étude d'un très grand nombre de cristaux de cette provenance m'avait permis de dresser. J'ai figuré les plus intéressantes de ces formes complexes dans deux Planches, accompagnant un Mémoire *in extenso* publié dans le *Bulletin de la Société minéralogique de France* (1883). Je viens aujourd'hui ajouter à cette liste, grâce à de nouvelles observations sur les groupements que réalisent les cristaux d'orthose dans la masse de cette belle roche, qui mérite de devenir classique.

» Les groupements triples, quadruples ou sextuples, dont j'ai précédemment rendu compte, ou que j'ai étudiés depuis la publication de ma première Note, peuvent se ranger dans deux catégories, d'après le faciès général qu'ils présentent.

» Comme type de la première, on peut prendre le groupement observé par M. Des Cloizeaux sur des échantillons du cap Enfola (île d'Elbe), et dont il a donné une figure dans l'Atlas de son Manuel de Minéralogie (*Pl. XXV, fig.* 149). Je l'ai retrouvé plusieurs fois à Four-la-Brouque, et en cristaux remarquablement nets. Dans ce groupement, le cristal simple est parfois remplacé par une macle de Carlsbad. De même, et comme seconde variante du type, à la macle de Four-la-Brouque [2] (macle suivant p), vient parfois aussi se substituer une macle de Carlsbad. J'ai men-

---

(1) Laboratoire de Minéralogie de la Faculté des Sciences.

(2) Je rappelle que, cette macle ayant été observée d'abord par un minéralogiste français, M. de Drée, j'ai, dans ma première Note, substitué cette désignation à celle de macle de Manebach.

tionné, dans ma première Note, ces deux cas particuliers. Je viens de trouver une quatrième combinaison se rapportant au même type, celle où se trouvent réunies les deux macles de Carlsbad et de Baveno. Assurément, de même et plus encore que les précédents, ce groupement, non signalé jusqu'ici, peut être considéré comme une rareté assez grande; mais j'ai lieu de croire que, ainsi que je l'ai dit dans les Notes précitées, c'est moins une rareté d'existence que d'obtention. C'est à M. Biélawski, d'Issoire, que je dois ce groupement, qui vient clore cette première série d'assemblages.

» J'ai mesuré l'angle rentrant que présentent ces divers groupements, et je l'ai, en général, trouvé d'environ 116°, avec de petits écarts au-dessus et au-dessous de la valeur indiquée par M. Des Cloizeaux (116°7'), ce qui s'explique par la difficulté d'obtenir des mesures précises sur des cristaux qui, bien que très nets, présentent d'assez nombreuses rugosités. Cependant, dans un groupement d'une macle de Carlsbad et d'une macle de Four-la-Brouque, j'ai trouvé cet angle inférieur à 113°.

» Les groupements de la seconde catégorie, ceux à la composition desquels la macle de Carlsbad ne prend aucune part, offrent le faciès d'un cristal simple allongé suivant pg^1. M. F. Klockmann en a figuré trois dans un Mémoire publié en 1882 [*Die Zwillingsverwachsungen des Orthoklases aus dem Granitit des Riesengebirges* (*Zeitschrift f. Kryst.*, VI, 5)]. Ceux que j'ai étudiés sont les suivants :

» Groupement d'une macle de Four-la-Brouque et d'un cristal simple;

» Groupement de la même macle et de celle de Baveno;

» Groupement d'une macle de Baveno et d'un cristal simple.

» Ces groupements sont plus fréquents que ceux de la première catégorie, peut-être par la seule raison que j'ai déjà donnée, savoir que, n'ayant pas les angles rentrants de celle-ci, ils sont plus faciles à extraire du porphyre. Les deux derniers paraissent même relativement assez communs. J'en ai récemment reçu de fort nets de M. Biélawski. J'ai un certain nombre de macles de Baveno de ce gisement, toutes remarquables en ce que la face g^2 y prend une importance physique beaucoup plus grande que dans les autres macles ou que dans les cristaux simples; ce développement anormal de g^2 les rapproche du faciès de celles de Lommitz (*Bavenoer Durchkreuzungszwilling*, t. X, fig. 13). Je n'ai, pour la plupart, qu'une des extrémités; l'autre appartenait probablement, si j'en juge par comparaison avec les groupements que j'ai pu obtenir dans leur intégrité, à l'une des dernières combinaisons.

» Une particularité qu'offrent ces groupements, c'est que l'on ne voit, le plus souvent, sur les faces p et g^1, aucune trace de suture entre les composants, cristaux simples ou maclés. Quand on peut l'observer, on constate que c'est une ligne irrégulière.

» La tendance à la recherche d'une symétrie plus complète que celle des cristaux simples ou des macles ordinaires, qu'indique la constance de ces divers groupements, est encore accusée par d'autres groupements, dont la régularité n'est qu'approximative. Tel est, par exemple, le cas de l'assemblage d'une macle de Carlsbad et d'une macle de Four-la-Brouque, dans lequel l'angle rentrant formé par les deux composantes est inférieur à 113°. Le remplissage intérieur, au lieu d'être, comme dans le groupement du cap Enfola, cité par M. Des Cloizeaux, de 0°25′ seulement, dépasserait ici 3°. Un autre exemple de cette tolérance de la nature dans ces assemblages est le remarquable groupement cité dans ma première Note sur l'orthose de Four-la-Brouque. Il consiste dans le croisement de deux macles de Carlsbad, dont les faces g^1 font un angle de 90°, et de l'intersection desquelles sort une macle de Baveno. Cette dernière, de même épaisseur que l'une des macles de Carlsbad, a ses faces p et g^1 exactement dans les plans des faces g^1 de cette dernière; moins épaisse, au contraire, que la seconde macle de Carlsbad, elle semble légèrement oblique sur elle, et ses faces p et g^1 font avec les faces g^1 de celle-ci un angle d'environ 30′. D'autre part, les faces p et g_1 de la macle de Baveno ne sont exactement parallèles avec aucune des faces p des cristaux des macles de Carlsbad. Dans ces conditions, l'existence de la macle de Baveno accuse incontestablement la tolérance que j'indiquais plus haut, tolérance qui est, ainsi que l'a montré M. Mallard, la base même de l'explication de la macle de Carlsbad.

» M. Klockmann a également signalé dans le granit du Riesengebirge une pénétration de macles de Carlsbad, mais sans production résultante d'une macle de Baveno. Il dit que ce genre d'assemblages est très fréquent dans ce granit, et il ajoute également que ces doubles macles de Baveno ne sont pas constituées d'une manière très symétrique, remarques qui viennent à l'appui des considérations ci-dessus exposées. »

M. **L.-A. Martel** adresse une Note « Sur la transparence de l'atmosphère, au lever du Soleil, avant la pluie, etc. ».

D'après l'auteur, la plus grande transparence de l'atmosphère, sous les ciels nuageux et au lever du Soleil, a pour cause l'absence ou l'arrêt de l'évaporation naturelle.

M. **Garnault** adresse, par l'entremise de M. de Lacaze-Duthiers, une Note sur la fécondation chez l'*Helix aspersa*.

A 4 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures trois quarts. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 12 mars 1888.

Traité de Physique mathématique; par M. H. Resal. Paris, Gauthier-Villars et Fils, 1888; 2 vol. in-4°.

Discours prononcé aux obsèques du général Perrier; par le général Borson. Montpellier, Charles Boehm, 1888, br. in-8°. (Présenté par M. le général Favé.)

Du travail physiologique et de son équivalence; par M. A. Chauveau (Extrait de la *Revue scientifique*). Paris, Administration des *Deux Revues*, 1888; br. in-8°.

Les courants de la polarité dans l'aimant et dans le corps humain; par le Dr Chazarain et Ch. Dècle. Paris, 1887; br. in-8°. (Trois exemplaires.)

Du rôle économique des joyaux dans la politique et la vie privée pendant la seconde partie du XVIe *siècle; par* M. Germain Bapst. Paris, Alphonse Picard, 1887; br. in-8°. (Présenté par M. Daubrée.)

Ville de Marseille. — Commission sanitaire municipale. Discussion relative à l'épidémie porcine (Communication de M. le professeur Cornil. — Rapport de M. le Dr Queirel. — Communication de M. Rietsch). 1887-1888; br. in-4°. (Deux exemplaires.)

Compte rendu des travaux du Conseil d'hygiène publique et de salubrité du département du Rhône (*du* 1er *janvier* 1860 *au* 31 *décembre* 1885); *par* le Dr A. Lacassagne. Lyon, A. Storck, 1887-1888; 2 vol. in-8°. [Présenté par M. Chauveau et renvoyé au concours Montyon (Arts insalubres).]

Études biologiques sur les Champignons; par le Dr Paul Vuillemin; 1 vol. gr. in-8°. (Extrait du *Bulletin de la Société des Sciences de Nancy*, 1887.)

Sur les homologies des Mousses; par le Dr Paul Vuillemin; br. gr. in-8°. (Extrait du *Bulletin de la Société des Sciences de Nancy,* 1886.)

La phtisie pulmonaire; par H. Hérard, V. Cornil et V. Hanot. Paris, Félix Alcan, 1888; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. Bouchard.)

Anuario del observatorio de La Plata, para el año 1888. Buenos Aires, Stiller et Laass, 1887; 1 vol. in-18.

Atti dell' Accademia pontifica de' nuovi Lincei; anno XXXVIII : sessione Va del 19 aprile 1885; sessione VIa del 17 maggio 1885; sessione VIIa del 21 giugno 1885. Roma, tipografia delle Scienze matematiche e fisiche, 1886; 2 br. in-4°.

Atti della reale Accademia dei Lincei, 1887. Serie quarta, volume III, fasc. 10° e 11°. Roma, tipografia della R. Accademia dei Lincei, 1887; 2 br. in-4°.

Mémoires du Comité géologique de la Russie; volume II. N° 4 : *Die Pflanzenreste der artinskischen und permischen Ablagerungen im Osten des Europaïschen Russlands; von* J. Schmalhausen, 1887; br. in-f°.

Mémoires du Comité géologique de la Russie; volume II. N° 5 et dernier : *La presqu'île de Samara et les Gegoulis, étude géologique; par* A. Pavlow, 1887; br. in-f°.

Mémoires du Comité géologique de la Russie; volume III. N° 3 : *Die Fauna des Mittleren und oberen Devon am West-Abhange des Urals; von* Th. Tschernyschew, 1887; 1 vol. in-f°.

Bulletin du Comité géologique de la Russie. Supplément au t. VI et nos 8-10, 1887; 3 br. in-8°.

Die Regen-Verhältnisse des Russischen Reiches; von H. Wild. St-Petersburg, 1887; 1 vol. in-f° et atlas.

Annalen des physikalischen Central-Observatoriums, herausgegeben von H. Wild; Jahrgang 1886, Theil II. St-Petersburg, 1887; 1 vol. in-f°.

The Characeæ of America; Part I : *Introduction, morphology and classification; by* Timothy Field Allen. New-York, 1888; br. pet. in-4°.

Ouvrages reçus dans la séance du 19 mars 1888.

Sur l'équation d'Euler; par M. G.-H. Halphen. Extrait d'une Lettre adressée à M. G.-B. Guccia; br. in-8°. (Estratto dal tomo II dei *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo.*)

Bulletin des Sciences mathématiques, rédigé par MM. Gaston Darboux et Jules Tannery; deuxième série, tome XII, janvier 1888. Paris, Gauthier-Villars et Fils, 1888; br. in-8°. (Deux exemplaires.)

Bulletin de la Société mathématique de France, publié par les Secrétaires; tome XVI, n° 1. Paris, au siège de la Société, 1888; br. in-8°.

Précis d'Analyse chimique quantitative; par A. CLASSEN, traduit de l'allemand par L. GAUTIER et V. FRANCKEN. Paris, F. Savy, 1888; 1 vol. in-18.

De la cure radicale du varicocèle par la résection du scrotum; par EDMOND WICKHAM. Paris, A. Parent, 1885; br. in-8°. (Renvoi au concours du prix Godard.)

Traction au moyen des locomotives à vapeur sans feu. Système Lamm et Francq. Paris, Chaix, 1888; br. gr. in-8°.

Action meurtrière des poussières charbonneuses pendant et après l'explosion du grisou; par M. le Dr SERVEL. Saint-Étienne, J. Pichon, 1887; br. in-8°.

Matériaux pour l'histoire primitive et naturelle de l'homme; par MM. E. CARTAILLAC et E. CHANTRE; vingt-deuxième volume, 3e série, tome V, 1888, janvier et février. Paris, Ch. Reinwald, 1888; 2 br. in-8°.

Recherches expérimentales sur la vision chez les Arthropodes; troisième Partie : *Vision chez les Chenilles. — Rôle des ocelles frontaux chez les insectes parfaits; par* FÉLIX PLATEAU. Bruxelles, F. Hayez, 1888; br. in-8°.

Mémoire sur l'emploi du fer et de l'acier dans les constructions; par M. CONSIDÈRE. Paris, Vve Ch. Dunod, 1885-1886; 1 vol. in-8° en 2 tomes. (Présenté par M. Maurice Lévy, pour le concours du prix Dalmont.)

Ce qu'il faut croire et ce qu'il faut savoir; par ÉDOUARD L'HOTE. Chauny, Nougarède, 1883-1887; 2 vol. in-18.

Estudos epidemiologicos relativos a la etiologia y profilaxis del colera, basados en numerosas estadisticas, hechos y observaciones, recogidos durante la epidemia colérica de 1884-85 *en España; por* el Dr PH. HAUSER. Madrid, 1887; 3 vol. pet. in-4° et un Atlas. (Renvoi au concours du prix Bréant.)

ERRATA.

(Séance du 12 mars 1888.)

Note de M. *Gruey*, sur une application de l'oculaire nadiral :

Page 727, ligne 2, *au lieu de* entre ceux, *lisez* entre eux.
Page 728, ligne 13 en remontant, mettre une virgule après $\alpha\beta$.

COMPTES RENDUS
DES SÉANCES
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 MARS 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie que, en raison des fêtes de Pâques, la séance de lundi prochain 2 avril sera remise au mardi 3 avril.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur l'évaluation* a posteriori *de la confiance méritée par la moyenne d'une série de mesures.* Note de M. **J. Bertrand.**

« Notre savant Confrère M. de Freycinet appelait récemment mon attention sur la confiance méritée par les mesures concordantes.

» L'observation est très juste, mais il importe d'en préciser le sens. La question peut être posée d'une infinité de manières. Gauss et Bessel ont traité un cas extrême. Je me placerai à l'extrémité opposée.

» Si la concordance des résultats inspire une confiance indiscutable, c'est qu'elle fait croire avec grande raison à la précision des instruments et à l'habileté de l'observateur. On a mesuré un angle trois fois et trouvé trois fois le même résultat à un dixième de seconde près; il est permis de déclarer l'instrument excellent et l'observateur très habile. Gauss et Bessel, en présence d'une série de mesures, ont pris pour inconnue la précision des observations qui les ont fournies. L'erreur à craindre est proportionnelle à la racine carrée de la somme des carrés des différences entre les diverses valeurs trouvées et leur moyenne arithmétique. Si les valeurs obtenues sont égales, la formule déclare l'instrument parfait.

» Le problème que je veux résoudre est différent.

» L'instrument est connu. Les épreuves antérieures et une expérience de chaque jour ne laissent aucune incertitude sur son degré de précision, non plus que sur l'habileté de l'observateur. Le résultat de cinq ou six mesures nouvelles n'y pourra rien changer. L'observateur est Bessel par exemple, l'instrument est son cercle habituel de Königsberg; il serait ridicule, en détachant de ses registres quelques observations d'un même angle, d'en déduire l'appréciation de l'instrument et celle de l'observateur. La précision des mesures est l'une des données du problème.

» Quelle est l'erreur probable de la moyenne, et comment dépend-elle de la concordance, nécessairement fortuite alors, des observations? La réponse est fort simple et, je crois, fort inattendue : elle n'en dépend pas.

» Des mesures concordantes, lorsqu'elles ne peuvent accroître la confiance dans le mérite de l'instrument et de la méthode, ne donnent pas une garantie plus grande que d'autres.

» La conclusion du calcul s'explique. Puisque la concordance n'est pas due à l'habileté de l'observateur, le hasard a donné plusieurs fois la même erreur et il n'y a aucune raison pour qu'elle soit petite. On perd, de plus, le bénéfice de la moyenne. Les erreurs égales ne peuvent se compenser.

» Soient x_1, x_2, …, x_n les erreurs successivement commises dans n observations.

» Posons

$$x_n - x_1 = y_1, \qquad x_n - x_2 = y_2, \qquad \ldots, \qquad x_n - x_{n-1} = y_{n-1}.$$

» Les différences $y_1, y_2, \ldots, y_{n-1}$ sont connues; ce sont celles qui se sont produites entre les évaluations successives de la grandeur inconnue.

» Posons, en outre,

$$x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 = \rho^2.$$

» La probabilité du concours des diverses erreurs étant

$$\frac{k^n}{\pi^{\frac{n}{2}}} e^{-k^2(x_1^2+x_2^2+\ldots+x_n^2)} dx_1\, dx_2 \ldots dx_n,$$

la transformation de cet élément d'intégrale multiple, en adoptant les variables nouvelles, le met sous la forme

$$\frac{k^n}{\pi^{\frac{n}{2}}} e^{-k^2\rho^2} \frac{\rho\, d\rho\, dy_1\, dy_2 \ldots dy_{n-1}}{\sqrt{n\rho^2-\Delta^2}},$$

Δ^2 étant la somme des carrés des différences entre les erreurs considérées deux à deux. On en conclut que, $y_1, y_2, \ldots, y_{n-1}$ étant donnés (ils le sont en effet quand les mesures sont prises), la valeur probable de ρ^2 est

$$\frac{\displaystyle\int_{\frac{\Delta}{\sqrt{n}}}^{\infty} e^{-k^2\rho^2} \frac{\rho^2\, d\rho}{\sqrt{n\rho^2-\Delta^2}}}{\displaystyle\int_{\frac{\Delta}{\sqrt{n}}}^{\infty} e^{-k^2\rho^2} \frac{\rho\, d\rho}{\sqrt{n\rho^2-\Delta^2}}}.$$

» On a identiquement

$$\left(\frac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n}\right)^2 = \frac{\rho^2}{n} - \frac{\Delta^2}{n^2}.$$

» La valeur probable du carré de l'erreur commise en adoptant la moyenne est donc

$$\text{(A)} \qquad \frac{\displaystyle\frac{1}{n}\int_{\frac{\Delta}{\sqrt{n}}}^{\infty} e^{-k^2\rho^2} \frac{\rho^2\, d\rho}{\sqrt{n\rho^2-\Delta^2}}}{\displaystyle\int_{\frac{\Delta}{\sqrt{n}}}^{\infty} e^{-k^2\rho^2} \frac{\rho\, d\rho}{\sqrt{n\rho^2-\Delta^2}}} - \frac{\Delta^2}{n^2}.$$

» Si l'on suppose $\Delta = 0$, les intégrales se calculent aisément et l'expression se réduit à

$$\frac{1}{2nk^2}.$$

C'est précisément la valeur probable du carré de l'erreur commise sur la moyenne lorsque les observations ne sont pas faites encore.

» La concordance absolue des mesures ne change donc rien à la con-

fiance méritée par le résultat, si l'on suppose, comme nous l'avons fait, le mérite de l'observateur, celui de l'instrument et de la méthode employée, assez bien connus à l'avance pour qu'on doive écarter l'idée de les accroître.

» Le résultat obtenu dans le cas le plus favorable ne laisse aucun doute sur la généralité du théorème; la formule (A) doit être indépendante de Δ. Singulier théorème de Calcul intégral déduit du Calcul des probabilités.

» J'ai énoncé ce théorème comme vraisemblable, dans une Leçon faite au Collège de France. M. Rouché, dès le lendemain, m'a remis la démonstration suivante (¹) :

» En substituant à ρ la variable

$$\Delta^2 u^2 = n\rho^2 - \Delta^2$$

et posant

$$\frac{k^2\Delta^2}{n} = h^2,$$

le premier terme de la formule devient

$$P = \frac{\Delta^2}{n^2} \frac{\int_0^\infty e^{-h^2(1+u^2)}(1+u^2)\,du}{\int_0^\infty e^{-h^2(1+u^2)}\,du}.$$

» Si l'on désigne le dénominateur par λ

$$\lambda = \int_0^\infty e^{-h^2(1+u^2)}\,du,$$

on aura

$$\frac{d\lambda}{dh} = -2h\int_0^\infty e^{-h^2(1+u^2)}(1+u^2)\,du;$$

on a, par conséquent,

$$P = -\frac{\Delta^2}{n^2}\frac{1}{2h\lambda}\frac{d\lambda}{dh};$$

(¹) J'ai reçu également une démonstration élégante du même théorème, de M. le capitaine de frégate Guyou, dont les remarquables travaux sur la théorie du navire sont bien connus de l'Académie.

mais, d'après une formule très connue,

$$\lambda = e^{-\frac{h^2\sqrt{\pi}}{2h}},$$

$$\frac{d\lambda}{dh} = -\frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{e^{-h^2}}{h^2}(1 + 2h^2).$$

» On en déduit

$$P = \frac{\Delta^2}{n^2} + \frac{1}{2nk^2},$$

et la valeur probable du carré de l'erreur

$$\frac{1}{2nk^2}$$

est indépendante de Δ.

» La conclusion, il ne faut pas le dissimuler, paraît contraire à cette maxime de Laplace : Le Calcul des probabilités n'est autre chose que le bon sens réduit en formules.

» Si plusieurs observations du même angle sont très inégales, quelle que soit l'habileté connue de l'observateur, on croira que ce jour-là il était fatigué, distrait ou qu'il avait négligé, en préparant ses instruments, quelque précaution indispensable; les mesures discordantes seront rejetées, il les rejettera lui-même, et il aura raison. Mais il ne faut pas reprocher au calcul précédent son désaccord avec les conséquences d'un soupçon que l'énoncé du problème résolu repousse expressément. »

ASTRONOMIE. — *Théorie nouvelle de l'équatorial coudé et des équatoriaux en général. Termes dépendant de la situation du miroir extérieur. Formules générales;* par MM. **Lœwy** et **P. Puiseux.**

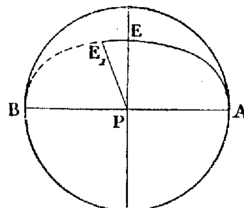
« Nous devons, en dernier lieu, évaluer l'effet produit par l'inclinaison du miroir extérieur sur son axe de rotation.

» Supposons l'instrument réglé dans ses autres parties, c'est-à-dire admettons que l'axe horaire soit parallèle à l'axe du monde, l'axe du bras perpendiculaire à l'axe horaire, enfin qu'un rayon entré dans la lunette suivant l'axe du bras fasse son image au centre du champ. Admettons, de plus, que les erreurs des index soient nulles.

» Appelons $90^\circ + c$ le double de l'angle formé par l'axe du bras et la normale au miroir extérieur, menée du côté qui regarde le ciel.

» Figurons la sphère céleste projetée orthogonalement sur le plan de l'équateur. Soient (*fig.* 7) P le pôle, E la position de l'étoile, PE son cercle horaire; l'axe du miroir extérieur doit être amené dans le cercle horaire AB perpendiculaire sur le premier, en A si le bras précède l'étoile en ascension droite (position directe), en B s'il la suit (position inverse).

Fig. 7.



» Faisons marquer au cercle de déclinaison la lecture qui répond au calage exact de l'étoile. Le point réellement visé, si l'on est dans la position directe, se trouvera dans le grand cercle AE, faisant avec AP l'angle $90° - \delta$, égal au complément de la déclinaison de l'étoile. Le point visé réellement E_1 s'obtiendra en prenant sur ce grand cercle la distance AE_1 égale à $90° + c$. Soient α_1, δ_1 l'ascension droite et la déclinaison du point E_1. Le triangle PAE_1 donne $AE_1 = 90° + c$, $PA = 90°$, $PAE_1 = 90° - \delta$, $PE_1 = 90° - \delta_1$, $E_1PA = 90° + (\alpha_1 - \alpha)$.

» On en déduit aisément $\sin\delta_1 = \cos c \sin\delta$, d'où, en négligeant le quatrième ordre, $\delta_1 - \delta = -\frac{c^2}{2}\operatorname{tang}\delta$. On voit que la correction de déclinaison est négligeable, sauf pour les étoiles très voisines du pôle. Le même triangle donne $-\sin c = -\cos\delta_1 \sin(\alpha_1 - \alpha)$ ou, en négligeant le troisième ordre, $\alpha_1 - \alpha = c \operatorname{séc}\delta$.

» Si l'on dirige l'instrument de manière à viser l'étoile E, on fera sur le cercle d'ascension droite une lecture trop faible précisément de la quantité qui vient d'être trouvée. Nous poserons donc $d\mathcal{A}_8^d = +c \operatorname{séc}\delta$.

» Dans la position inverse, nous aurions eu une figure symétrique de la précédente par rapport au cercle horaire PE. La correction de déclinaison reste la même, la correction d'ascension droite change de signe; ce qui se traduira par la formule $d\mathcal{A}_8^i = -c \operatorname{séc}\delta$.

» X. Nous supposerons que l'erreur totale sur chaque coordonnée peut être prise égale à la somme des erreurs partielles, ce qui revient à négliger les carrés et les produits des constantes instrumentales. On trouve ainsi, pour les corrections des positions observées dans chaque position de

la lunette, abstraction faite du terme tenant à l'aberration diurne,

$$d\mathcal{A}^d = m + a + \omega + \gamma + \operatorname{tang}\delta[n\cos h - \lambda\sin h + (a' + \omega' + 2B + \gamma')] + c\,\text{séc}\,\delta,$$
$$d\mathcal{A}^i = m + a + \omega + \gamma + \operatorname{tang}\delta[n\cos h - \lambda\sin h - (a' + \omega' + 2B + \gamma')] - c\,\text{séc}\,\delta,$$
$$d\delta^d = \quad \mathrm{I} + n\sin h + \lambda\cos h + \sin\delta(a + \omega + \gamma) - \cos\delta(a' + \omega' + B + \gamma'),$$
$$d\delta^i = -\mathrm{I} + n\sin h + \lambda\cos h - \sin\delta(a + \omega + \gamma) - \cos\delta(a' + \omega' + B + \gamma')$$

ou, plus simplement, en posant $a + \omega + \gamma = M_1$, $B + a' + \omega' + \gamma' = M_2$,

$$(1)\quad\left\{\begin{aligned} d\mathcal{A}^d &= m + M_1 + \operatorname{tang}\delta(n\cos h - \lambda\sin h + M_2 + B) + c\,\text{séc}\,\delta,\\ d\mathcal{A}^i &= m + M_1 + \operatorname{tang}\delta(n\cos h - \lambda\sin h - M_2 - B) - c\,\text{séc}\,\delta,\\ d\delta^d &= -\mathrm{I} + n\sin h + \lambda\cos h + M_1\sin\delta - M_2\cos\delta,\\ d\delta^i &= -\mathrm{I} + n\sin h + \lambda\cos h - M_1\sin\delta - M_2\cos\delta.\end{aligned}\right.$$

» On voit, à l'inspection de ces formules, que la détermination séparée des éléments a, ω, γ d'une part, a', ω', γ' de l'autre, est inutile au point de vue des observations de mesure et ne peut, d'ailleurs, se faire par les procédés astronomiques. Le problème de l'installation de l'instrument est donc susceptible d'une solution plus simple que celle que nous avons indiquée. Au lieu d'annuler séparément les quantités a, ω, γ, a', ω', γ', il suffira de rendre nulles les sommes $a + \omega + \gamma$, $B + a' + \omega' + \gamma'$. Les conditions énoncées (p. 707) peuvent donc être remplacées par les deux suivantes, plus simples et plus faciles à réaliser :

» L'axe du bras doit être dirigé perpendiculairement à l'axe horaire;

» Le miroir intérieur doit réfléchir au centre du champ l'image d'un rayon entré dans la lunette suivant l'axe du bras, rendu préalablement perpendiculaire à l'axe horaire.

» Il faut même ajouter que le point où se formera l'image, dans une position initiale choisie arbitrairement, pourra toujours être adopté comme centre du champ. Il n'est pas nécessaire qu'il soit situé sur l'axe horaire ni au centre des mouvements du micromètre.

» Un instrument où ces deux conditions seront remplies répondra à toutes les exigences du travail astronomique. Si les règles plus rigoureuses énoncées (p. 707) étaient réalisées, l'instrument serait réglé physiquement et optiquement, c'est-à-dire que l'axe du faisceau lumineux entrant par l'objectif suivrait l'axe du bras et l'axe horaire et viendrait frapper normalement le plan du réticule au centre du champ. Le seul inconvénient qui résulte de ce que les quantités a, ω, γ, a', ω', γ' ne sont pas absolument nulles consiste en ce que le rayon réfléchi arrivera au centre du champ en faisant un petit angle ε avec l'axe horaire.

» Il est désirable que cet angle reste compris entre des limites étroites,

si l'on veut ne rien perdre du pouvoir optique. Les moyens mécaniques employés par les constructeurs permettent d'atteindre ce but avec une approximation de quelques secondes d'arc. Nous avons donné précédemment tous les procédés physiques ou astronomiques propres à assurer la réalisation de ces diverses conditions.

» Il est aisé de voir quelles modifications doivent subir ces formules pour s'appliquer aux équatoriaux ordinaires. L'axe de déclinaison devra être considéré comme analogue à l'axe du bras. On adoptera sur cet axe, comme direction positive, la ligne qui va du contrepoids à la lunette.

» Nous appellerons $90^\circ - b$ l'angle que fait l'axe de déclinaison avec l'axe horaire, prolongé du côté du pôle Nord.

» On désignera par $90^\circ + c$ l'angle que fait l'axe optique, prolongé du côté de l'objectif, avec l'axe de déclinaison.

» Nous dirons que la lunette est dans la position directe quand le point visé a une ascension droite supérieure de 90° à celle de l'axe de déclinaison, prolongé jusqu'à la rencontre de la sphère céleste. On sera dans la position inverse quand l'ascension droite du point visé sera inférieure de 90° à celle de l'axe.

» Les constantes M_1, M_2 n'ont pas d'analogues dans la théorie des équatoriaux droits, et les termes qui en dépendent devront être considérés comme nuls. La constante c agit sur les coordonnées observées exactement comme la constante qui a été désignée, plus haut, par la même lettre.

» La constante b agit comme B, en ce sens qu'elle change la position du plan instrumental dans le ciel. Ce changement consiste en une rotation d'un angle b autour d'une ligne située dans le plan de l'équateur. La correction qui en résulte est insensible pour les déclinaisons, et égale pour les ascensions droites à $\pm b \tang\delta$, suivant que la lunette est dans la position directe ou inverse. Mais il faut remarquer qu'il n'y a pas déplacement de l'image dans le champ. Un rayon entré dans la lunette suivant l'axe optique fera toujours son image au même point, quelle que soit l'inclinaison de l'axe de déclinaison sur l'axe horaire. Il n'y a donc pas lieu pour l'équatorial droit de doubler le terme $\pm b \operatorname{tang}\delta$, ainsi que cela arrive pour l'équatorial coudé. Les équations (1) prendront en conséquence, pour l'équatorial droit, la forme plus simple

$$(2)\qquad \begin{cases} d\mathcal{A}^d = m + \operatorname{tang}\delta\,(n\cos h - \lambda\sin h + b) + c\,\operatorname{séc}\delta, \\ d\mathcal{A}^i = m + \operatorname{tang}\delta\,(n\cos h - \lambda\sin h - b) - c\,\operatorname{séc}\delta, \\ d\delta^d = \mathrm{I} + n\sin h + \lambda\cos h, \\ d\delta^i = -\mathrm{I} + n\sin h + \lambda\cos h. \end{cases}$$

» L'examen des systèmes d'équations (1) et (2) fera facilement saisir qu'il n'existe pas une différence notable dans la nature et le nombre des opérations à entreprendre pour évaluer les inconnues qui figurent dans les deux genres de formules.

» Si l'on veut recourir aux ascensions droites seules pour mesurer les erreurs instrumentales relatives aux observations de passages, on se trouve en présence des cinq inconnues suivantes : $m + M_1$, n, λ, $M_2 + B$, c.

» Dans la théorie des équatoriaux ordinaires, il est indispensable de considérer les cinq éléments m, n, λ, b, c. L'introduction des deux miroirs plans n'augmente donc pas en réalité le nombre des inconnues.

» Si l'on veut de même chercher les éléments de la réduction pour les déclinaisons, à l'aide des seules observations de distance polaire, on devra déterminer I, n, λ, M_1, M_2.

» Dans la théorie des équatoriaux droits, il suffit de considérer les trois éléments I, n, λ.

» On a donc pour l'équatorial coudé à déterminer la valeur de deux inconnues de plus.

» Si l'on veut se livrer à une étude complète et utiliser à la fois les ascensions droites et les déclinaisons pour la recherche des éléments de réduction, il faudra obtenir, outre les erreurs instrumentales que l'on considère d'habitude, les constantes M_1 et M_2, dues pour la plus grande part à la désorientation du miroir intérieur.

» Passons maintenant à l'exposé des méthodes que l'on peut suivre pour déterminer avec précision toutes les inconnues du problème dans le cas de l'équatorial coudé.

» Dans ce qui suit, nous supposerons que les conditions géométriques les plus favorables pour la détermination exacte des constantes instrumentales se trouvent remplies rigoureusement. Nous remplacerons, en conséquence, par 0 ou 1 les coefficients respectivement très petits ou voisins de l'unité qui se rencontreront dans les calculs. Dans le même ordre d'idées, nous admettrons que, pour les étoiles voisines du pôle, la sécante et la tangente de la déclinaison peuvent se substituer l'une à l'autre. Si les circonstances pratiques du travail ne permettent pas de se placer dans les conditions indiquées, on formera les équations en attribuant aux coefficients voisins de 0 ou de 1 leurs valeurs exactes.

» Nous supposerons en premier lieu que l'on donne la préférence aux observations de passages.

» Si l'on observe en ascension droite une étoile équatoriale, de position

connue, aussi près que possible du méridien et dans les deux positions de la lunette, les corrections des passages seront, d'après ce qui précède,

(2) $$d\mathcal{A}^d = m + M_1 + c, \qquad d\mathcal{A}^i = m + M_1 - c.$$

L'ascension droite de l'étoile étant supposée connue, ainsi que la correction de pendule, on a deux équations qui fournissent $m + M_1$ et c.

» Observons dans les mêmes conditions une étoile connue, voisine du pôle. La sécante et la tangente étant sensiblement égales, on est conduit aux deux équations

(3) $$\begin{cases} d\mathcal{A}^d = m + M_1 + \operatorname{tang}\delta\,(n + M_2 + B + c), \\ d\mathcal{A}^i = m + M_1 + \operatorname{tang}\delta\,(n - M_2 - B - c); \end{cases}$$

$m + M_1$ et c étant donnés par les opérations précédentes, on déduit de ces équations n et $M_2 + B$.

» Pour un observatoire situé dans la région équatoriale, l'observation des polaires devient difficile ou même irréalisable. Dans ce cas, il conviendra d'opérer d'une manière un peu différente. On choisira des étoiles situées symétriquement par rapport à l'équateur et de déclinaison aussi élevée que possible. On obtiendra ainsi deux équations de la forme

$$d\mathcal{A}_1^d = m + M_1 + \operatorname{tang}\delta\,(n + M_2 + B) + c\,\text{séc}\,\delta,$$
$$d\mathcal{A}_2^d = m + M_1 - \operatorname{tang}\delta\,(n + M_2 + B) - c\,\text{séc}\,\delta.$$

Ces deux équations déterminent $m + M_1 + c\,\text{séc}\,\delta$ et $n + M_2 + B$.

» Les mêmes observations, répétées dans la position inverse de la lunette, donnent $m + M_1 - c\,\text{séc}\,\delta$ et $n - M_2 - B$; ces résultats, combinés par addition et soustraction, font connaître $m + M_1$ et c, déjà déterminés par les observations d'étoiles équatoriales, et de plus n et $M_2 + B$. On arrive donc, en définitive, au même résultat que si l'on avait observé une étoile voisine du pôle au méridien. Dans les observatoires dont la latitude ne dépasse pas 50°, cette méthode peut être employée concurremment avec celle qui repose sur l'observation des polaires.

» Pour la détermination de λ, on devra recourir aux observations faites dans le premier cercle horaire, si toutefois ces observations sont possibles, ce qui a lieu pour une latitude un peu élevée. Supposons la lunette dans la position directe. L'observation d'une étoile voisine du pôle, à l'angle horaire de -6^h, donne lieu à une équation de la forme

(4) $$d\mathcal{A}_1^d = m + M_1 + \operatorname{tang}\delta_1\,(\lambda + M_2 + B + c).$$

» Si l'on pouvait, dans la même position de la lunette, observer une étoile polaire à l'angle horaire de $+6^h$, on obtiendrait une seconde équation qui, combinée avec la première, ferait connaître λ indépendamment de toutes les autres constantes.

» En général, la construction des équatoriaux ne permet pas de faire des observations des polaires aux angles horaires de -6^h et de $+6^h$ sans changer la position de la lunette. On sera obligé, pour la seconde observation, de mettre la lunette dans la position inverse, ce qui donne l'équation

$$(5) \qquad d\mathcal{A}_2^i = m + M_1 + \tang\delta_2(-\lambda - M_2 - B - c).$$

» De même que l'équation (4), cette formule nous fait connaître la somme $\lambda + M_2 + B + c$. On sera donc obligé d'emprunter aux observations antérieures la somme $M_2 + B + c$. Cette réserve faite, on voit que la valeur de λ résultera des observations faites au premier cercle horaire.

» Lorsqu'une étoile voisine du pôle traverse le premier cercle horaire, la réfraction agit directement avec toute sa valeur sur l'ascension droite. Il est donc nécessaire d'en corriger les observations, mais on peut se dispenser de refaire pour chaque étoile le calcul direct de la réfraction. Pour toutes les étoiles situées à une distance du pôle inférieure à 5° ou 6°, la correction est sensiblement constante et égale à la réfraction qui répond à la hauteur du pôle. A Paris, cette quantité représente 51″ ou, en temps, $3^s,4$. Le coefficient de $\tang\delta$, dans l'observation faite au cercle horaire de -6^h, sera donc en réalité $\lambda + M_2 + B + c + 3^s,4$.

» Il est d'ailleurs très facile de tenir compte de la température et de la pression atmosphérique dans le calcul de la réfraction.

» Toutes les méthodes qui viennent d'être indiquées sont également applicables aux équatoriaux ordinaires.

» L'observation du passage d'une étoile équatoriale au méridien dans les deux positions de la lunette donne m et c. L'observation d'une étoile voisine du pôle dans les mêmes conditions fait connaître $n + b + c$ et $n - b - c$. Ces équations, rapprochées des précédentes, permettent d'évaluer séparément m, c, n et b.

» L'inconnue λ se déduira de l'observation d'une étoile polaire au premier cercle horaire.

» Dans la région équatoriale les observations ne sont plus possibles à 6^h du méridien, quelle que soit d'ailleurs la déclinaison de l'étoile. On devra donc satisfaire simultanément aux deux conditions suivantes :

» 1° Observer à une certaine distance de l'horizon, par exemple à une hauteur au moins égale à 15°.

» 2° Rendre maximum le produit $\sin h \tang \delta$, par lequel λ est multiplié dans les formules de réduction.

» Supposons que l'on soit à une latitude rigoureusement nulle.

» Appelons δ la déclinaison de l'étoile, z sa distance zénithale au moment de l'observation, m une constante donnée. On aura

$$(6) \qquad \cos z = \cos\delta \cos h = m,$$

et il faudra rendre maximum le produit $y = \sin h \tang \delta$.

» Différentions ces deux équations, en regardant comme nulles les variations de m et de y. Il viendra

$$-\sin\delta \cos h \, d\delta = \cos\delta \sin h \, dh, \qquad -\cos h \tang\delta \, dh = \frac{\sin h}{\cos^2\delta} d\delta;$$

d'où, en multipliant membre à membre, $\sin^2\delta = \tang^2 h$.

» Substituons cette valeur de δ dans l'équation, il vient

$$\cos^2 h = \cos^2 z \qquad \text{et} \qquad \sin^2\delta = \frac{\sin^2 z}{1 + \cos^2 z},$$

équations qui font connaître les valeurs de h et de δ.

» Pour $z = 75°$, on trouve ainsi $h = 43°5'$, $\delta = 69°16'$. Le coefficient $\sin h \tang \delta$ devient alors égal à 1,805.

» Les quantités $m + M_1$, n, $M_2 + B$ et c étant déjà connues par les observations antérieures, une simple observation de passage permettra de calculer λ. La méthode générale, qui sépare mieux les inconnues, devra cependant être préférée, toutes les fois que son application sera possible.

» Nous allons, dans une autre Communication, exposer de nouveaux procédés, basés sur la variation des coordonnées. »

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur les relations de l'azote atmosphérique avec la terre végétale;* par M. **Th. Schlœsing.**

« Je vais rendre compte des expériences que j'ai exécutées, d'après la méthode décrite dans ma Note du 19 mars, pour savoir si la terre végétale fixe l'azote gazeux :

Terres employées.

» A, terre de Sauxmesnil, près Valognes, prise à $0^m,80$ de profondeur; argilo-siliceuse, maigre.

» B, terre de Neauphle-le-Château, prise à $0^m,35$ de profondeur; argilo-siliceuse, grasse.

» C, terre de Grenelle, prise dans une tranchée verticale pratiquée pour extraction du sable sous-jacent; très calcaire.

» D, terre de Fouilleuse; de même genre que la terre A.

» E, terre de Montretout; très sableuse.

» F, kaolin fourni par la fabrique de Choisy.

Analyse mécanique de ces terres.

	A.	B.	C.	D.	E.	F.
Sable grossier { siliceux	48,23	28,83	28,5	47,35	86,02	Analyse
Sable grossier { calcaire	»	»	16,4	»	»	jugée
Sable fin, siliceux	39,04	51,05	8,72	39,61	5,25	inutile
Calcaire fin	»	»	38,78	»	»	»
Argile	12,25	19,10	7,60	12,57	7,30	»
	99,52	98,98	100,00	99,53	98,57	»
Chaux extraite par un acide faible	0,29	0,61	»	0,47	0,19	»

Poids et humidité des terres employées.

	A.	B.	C.	D.	E.	F.
Poids	1,925 kg	1,949 kg	2,112 kg	2,267 kg	2,221 kg	2,195 kg
Humidité °/₀	14,24	14,87	11,78	13,2	14,04	21,3

Volumes d'air, à 0° et 760mm, introduits (¹).

	A.	B.	C.	D.	E.	F.
Volume d'air	796,3 cc	781,1 cc	718,9 cc	824,0 cc	771,6 cc	828,7 cc
contenant { azote	629,4	617,4	568,2	651,3	609,9	655
contenant { oxygène	166,9	163,7	150,7	172,7	161,7	173,7

Durée des expériences.

A.	B.	C.	D.	E.	F.
Du 21 janv. 1886 au 17 mars 1887	Du 28 janv. au 25 mars	Du 23 janv. au 20 mars	Du 29 mars au 5 avril	Du 2 févr. au 6 avril	Du 25 janv. au 22 mars

(¹) La capacité V du volumètre est de 1178cc; le volume d'air introduit est la différence entre la quantité d'air qui remplit le volumètre, à la pression atmosphérique, avant l'introduction, et celle qui reste après l'introduction

$$\text{Air introduit} = V\frac{H-f}{760(1+\alpha t)} - V\frac{H'-h-f'}{760(1+\alpha t')}.$$

Valeurs de H, H′, *h ramenées à* 0°, *et températures :*

	A.	B.	C.	D.	E.	F.
H	745mm,09	758mm,52	748mm,6	757mm,18	748mm,13	744mm,16
t	13°,85	16°,75	13°,48	18°,1	17°,12	13°,8
H′	745mm,09	758mm,64	748mm,55	757mm,01	748mm,46	743mm,56
h	−538mm,78	−534mm,28	−485mm,5	−566mm,21	−529mm,03	−559mm,47
t'	14°,54	17°,2	14°,19	18°,38	17°,3	14°,94

Moyennes mensuelles des températures des terres.

Fin janv. 1886..	15°,6	mai...	20°,6	sept...	22°,3	janv. 1887..	12°,4
fév........	14,2	juin...	20,3	oct...	15,5	fév.........	14,1
mars......	15,3	juillet.	24,1	nov...	15,2	mars.......	14,6
avril......	16,2	août..	23,6	déc...	12,3		

Oxygène introduit pendant les expériences.

A.		B.		C.		D.		E.	F.
5 fév...	79cc,6	5 fév...	126cc,5	7 fév...	85cc,3	11 fév...	122cc,3	0	0
16 mars.	78,4	26 fév...	124,5	15 juin..	35,2	16 mars.	76,5		
17 mai..	72,8	16 mars.	68,5	30 nov..	77,0	15 mai..	121,5		
14 août..	68,1	6 mai..	73,3		197,5	14 août..	98,3		
	298,9	15 juin..	78,3			30 nov..	76,5		
		14 août..	92,1				495,1		
		30 nov..	91,3						
			654,5						

Gaz extraits à la fin des expériences (recueillis et mesurés dans le volumètre).

Valeurs ramenées à 0°.	A.	B.	C.	D.	E.	F.
De { H...........	757mm,05	755mm,55	759mm,36	746mm,68	747mm,85	754mm,16
De { h...........	−306mm,00	−227mm,31	−256mm,56	−192mm,9	−253mm,86	−212mm,95
Et température t...	12°, 6	16°,18	10°,15	15°,28	14°,69	15°, 3
$V\frac{H-h-f}{760(1+\alpha t)}$.....	652cc,19	752cc,9	737cc,58	793cc,91	708cc,31	775cc,64
A ajouter : gaz recueilli en petit tube à la fin de l'extraction.....	7cc,81	0cc,25	0cc,3	0cc,14	0cc,22	0cc,48
	660cc, 0	753cc,15	737cc,88	794cc,05	708cc,53	776cc,12

Analyse eudiométrique de ces gaz [1].

Azote.....................	95,27	82,04	77,06	82,17	86,19	84,35
Oxygène...................	4,60	17,96	22,94	17,57	13,81	15,63
Acide carbonique...........	0,13	»	»	0,26	»	0,02
	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

---

(1)

		h.	t.	H.	$H-h-f$.			
A	Gaz............	−130mm,00	9°,7	767,2	627,61	100,00		
A	Après potasse....	−131,4	»	»	626,81	99,87	0,13 CO^2	
A	Après H.........	+ 38,3	»	»	796,5	126,91	27,04 H	
A	Après étincelle...	− 48,25	»	»	709,96	113,12	13,79 HO	4,60 O ; 9,19 H

(*Voir ci-contre la suite de la note.*)

Azote, oxygène, acide carbonique dans les gaz extraits.

	cc	cc	cc	cc	cc	cc
Azote à 0° et 760mm...........	628,78	617,88	568,61	652,47	610,68	654,66
Oxygène à 0° et 760mm........	30,36	135,27	169,27	139,52	97,85	121,31
Acide carbonique à 0° et 760mm.	0,86	»	»	2,06	»	0,15
	660,00	753,15	737,88	794,05	708,53	776,12

Compte de l'azote.

	cc	cc	cc	cc	cc	cc
Initial.....	629,4	617,4	568,2	651,3	609,9	655,00
Final........................	628,78	617,88	568,61	652,47	610,68	654,66
	−0,62	+0,48	+0,41	+1,17	+0,78	−0,34

Compte de l'oxygène.

	cc	cc	cc	cc	cc	cc
Initial........................	166,9	163,7	150,7	172,7	161,7	173,7
Introduit pendant l'expérience.	298,9	654,5	197,5	495,1	»	»
Total................	465,8	818,2	348,2	667,8	161,7	173,7
Restant......................	30,36	135,27	169,27	139,52	97,85	121,31
Disparu	435,44	682,93	178,93	528,28	63,85	52,39

		h.	*t.*	H.	H − *h* − *f*.			
		mm	o					
B	Gaz.............	− 45,7	18,0	757,8	696,74	100,00	0,0 CO²	
	Après potasse....	− 45,85	»	758,0	696,79	100,007	48,24 H	
	Après H.........	+290,25	»	758,0	1032,89	148,24	53,88 HO	17,96 O
	Après étincelle...	− 85,20	»	758,0	657,44	94,36		35,92 H
C	Gaz.............	−167,0	9,5	760,0	584,13	100,00	0,0 CO²	
	Après potasse....	−167,0	»	760,0	584,13	100,00	59,45 H	
	Après H.........	+180,35	»	759,9	931,38	159,45	68,82 HO	22,94 O
	Après étincelle...	−221,55	»	759,8	529,38	90.63		45,88 H
D	Gaz.............	− 47,2	18,2	748,3	685,55	100,00	0,26 CO²	
	Après potasse....	− 48,9	»	748,2	683,75	99,74	47,05 H	
	Après H.........	+273,75	»	748,1	1006,30	146,79	52,71 HO	17,57 O
	Après étincelle...	− 87,5	»	748,0	644,95	94,08	14,51 O	35,14 H
	Après O.........	+ 12,0	»	748,0	744,45	108,59	17,81 HO	5,94 O
	Après étincelle...	−110,0	»	747,9	622,35	90,78		11,87 H
E	Gaz.............	− 45,55	15,9	751,6	692,6	100,00	0.0 CO²	
	Après potasse....	− 45.55	»	751,6	692,6	100,00	35,33 H	
	Après H.........	+199,05	»	751,7	937,3	135,33	41,44 HO	13,81 O
	Après étincelle...	− 88,1	»	751,8	650,25	93,89	10,08 O	27,63 H
	Après O.........	− 18,35	»	751,9	720,10	103,97	11,43 HO	3,81 O
	Après étincelle...	− 97,60	»	752,0	640,95	92,54		7,62 H
F	Gaz.............	− 35,25	18,4	753,4	702,4	100,00	0,02 CO²	
	Après potasse....	− 35,00	»	753,0	702,25	99,98	35,84 H	
	Après H.........	+216,75	»	753,0	954,0	135,82	46,90 HO	15,63 O
	Après étincelle...	−112,5	18,45	753,0	624,59	88,92		31,27 H

» A ces comptes, je puis ajouter pour les trois premières terres et la dernière, les comptes de l'acide nitrique et de l'ammoniaque, que j'ai dosés avant et après les expériences :

	A.	B.	C.	F.
	mgr	mgr	mgr	mgr
AzO^5 initial	15,2	16,6	458,7	5,9
Final	79,3	144,7	486,4	0,0
Produit	+64,1	+128,1	+ 27,7	+5,9
	mgr	mgr	mgr	
AzH^3 initiale	30,8	10,82	31,7	
Finale	12,1	2,15	21,5	
Disparue	−18,7	− 8,67	−10,2	

» Résumé. — La disparition d'oxygène montre que la combustion des matières organiques s'est poursuivie dans les six terres, à des degrés divers dépendant des quantités et de la nature de ces matières.

» Pendant cette combustion, il s'est formé de l'acide nitrique et de l'ammoniaque a disparu.

» Les volumes d'azote gazeux contenus dans les atmosphères des terres n'ont pas varié sensiblement; les très petites variations observées, tantôt en plus, tantôt en moins, ne dépassent pas l'ordre de grandeur des erreurs commises dans la mesure et l'analyse des gaz.

» En admettant que la plus grande variation en moins observée, — $0^{cc},62$, représente une fixation d'azote par la terre (de Sauxmesnil), on peut calculer que 1^{kg} de terre absorberait, en quatorze mois, $0^{cc},33$ ou $0^{mgr},41$ d'azote; et que les 4000 tonnes de terre constituant une couche de $0^{m},30$ étendue sur 1^{ha} absorberaient dans ce même temps $1^{kg},6$ d'azote, quantité insignifiante, au point de vue de l'utilisation agricole des composés azotés. »

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur l'absorption des matières salines par les végétaux. — Acétate et azotate de potasse;* par MM. **Berthelot** et **G. André.**

« Nous allons exposer nos expériences relatives à l'acétate de potasse, sel organique comparable à ceux qui existent ou se produisent dans les végétaux, et à l'azotate de potasse, dont la formation ou l'accumulation caractérise certaines espèces, telles que les Amarantes déjà étudiées par nous à ce point de vue, avec détail, depuis plusieurs années.

DEUXIÈME SÉRIE. — *Acétate de potasse.*

» Les conditions générales de l'expérience ont été les mêmes, quant au poids de la terre et aux autres circonstances essentielles, qu'avec le sulfate de potasse : les deux pots étaient d'ailleurs juxtaposés; seulement, au lieu de sulfate, on a mélangé à la terre $327^{gr},7$ d'acétate de potasse, contenant 179^{gr} de potasse (KO). Ce sel ne tarde pas, en s'altérant dans la terre, à lui communiquer une réaction alcaline, qui y détermine la formation de matières brunes et humiques, lesquelles entravent d'abord la végétation : cependant celle-ci a fini par prendre le dessus. Voici les résultats observés sur l'Amarante pyramidal :

» 1. 31 mai. 15 pieds ont été repiqués; 1 pied moyen pesait : humide, $2^{gr},43$; sec, $0^{gr},271$. Il contenait : $0^{gr},0183$ de potasse (KO), soit 6,7 pour 100. Presque tous les pieds ont péri aux débuts, sauf trois.

» 2. 15 juillet. Avant floraison. 1 pied assez bien développé. Poids humide : $24^{gr},8$; sec, $3^{gr},8$; potasse, $0^{gr},232$, soit 6,1 pour 100; elle a donc été empruntée au sol, proportionnellement à la formation des principes hydrocarbonés. La proportion n'en diffère guère de celle de la potasse, dans les diverses espèces d'Amarante développées au même degré dans un sol normal (8,0 *A. caudatus* et *melancolicus;* 5,1 *A. nanus;* 4,3 *A. giganteus;* 4,3 *A. pyramidalis,* etc.), d'après nos analyses antérieures.

3. 22 août. 1 pied sans fleurs.

	Plante. — Poids		Potasse. — Poids	
	humide.	sec.	absolu.	relatif en centièmes.
Racine	gr 15,9	gr 2,85	gr 0,196	6,8
Tige	69,9	8,50	1,042	12,3
Feuilles	43,2	7,60	0,181	2,4
Total	$129^{gr},0$	$18^{gr},95$	$1^{gr},419$	7,5

» La potasse totale ne sort pas des limites observées dans un sol naturel. Son accumulation dans la tige répond également aux observations qui ont donné (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. V, p. 547), pour la même espèce, à un degré de développement analogue : 13,8 centièmes de carbonate, c'est-à-dire 9,4 de potasse.

4. 20 septembre. 1 pied bien développé, avec fleurs.

	Plante. Poids humide.	Plante. Poids sec.	Potasse. Poids absolu.	Potasse. Poids relatif.
	gr	gr	gr	
Racine...........	8,9	2,3	0,119	5,2
Tige.............	118,3	26,0	1,529	5,9
Feuilles..........	38,1	7,9	0,636	8,0
Inflorescence	20,8	4,2	0,231	5,5
Total....	186gr,1	40gr,4	2gr,516	6,2

» La potasse a émigré en partie dans les feuilles et les inflorescences, précisément comme dans nos expériences antérieures sur la même espèce. Ses proportions relatives dans les différentes parties de la plante demeurent comprises entre les limites des oscillations déjà observées sur les Amarantes, pour la même période de la végétation. Il en résulte que la présence d'une dose considérable de potasse dans le sol, sous une forme facilement absorbable, n'a pas exercé d'influence marquée sur la fixation de cet alcali dans la plante. Les silicates alcalino-terreux et autres composés insolubles, qui le retenaient à l'état insoluble dans notre terre, le fournissaient déjà à la nutrition du végétal en dose suffisante, sous la seule influence des actions chimiques naturelles : telles que l'action de l'eau, de l'acide carbonique, des carbonates, et des principes organiques divers du sol, qui tendaient à les attaquer lentement.

Troisième série. — *Azotate de potasse.*

» Conditions semblables, sauf que le sel alcalin pèse 361gr,5; renfermant 168gr de potasse (KO); l'eau contenue dans le sol s'élevait au début à 9kg,7; à l'état isolé, elle aurait tenu en dissolution 3,7 pour 100 d'azotate d'après les chiffres ci-dessous, valeur inférieure à la saturation. Cette quantité a été maintenue à peu près constante, par arrosage, jusqu'à la fin. On a planté des pieds d'Amarante pyramidal : la richesse de la plante en potasse a été trouvée du même ordre de grandeur que dans l'expérience précédente, aux mêmes époques de la végétation, c'est-à-dire que la présence de cet alcali, sous forme soluble et facilement absorbable d'une façon immédiate, n'en a pas modifié l'assimilation par la plante. Le poids de l'azotate de potasse a été spécialement déterminé. Voici les résultats observés.

» 31 mai. On repique 9 pieds d'Amarante. 1 pied moyen pèse $2^{gr},43$ humide, $0^{gr},271$ sec. Il contient $0^{gr},0183$ de potasse, soit 6,74 pour 100.

» 3. 22 août. — On enlève 3 pieds, renfermant $1^{gr},55$ d'azotate, soit 6,2 centièmes, qui contiennent 35 centièmes de la potasse totale; rapport du poids de l'azotate à celui de l'eau, 1,6.

» 4. 21 septembre. — Il ne reste qu'un pied très vigoureux, avec peu de fleurs.

	Plante totale. Poids humide.	Plante totale. Poids sec.	Potasse. Poids absolu.	Potasse. Poids relatif.	Azotate de potasse. Poids absolu.	Azotate de potasse. Poids relatif.	Potasse de l'azotate. Poids absolu.	Potasse de l'azotate. Poids relatif.	Rapport du poids de l'azotate au poids de l'eau.
Racines	gr 55,4	gr 17,49	gr 0,897	5,1					
Tiges	383,8	83,74	6,444	7,7					
Feuilles	124,5	36,51	2,490	6,8					
Inflorescences.	13,3	4,09	0,187	4,6					
Total.....	$557^{gr},0$	$141^{gr},83$	$10^{gr},017$	7,1	$9^{gr},68$	6,9	$4^{gr},50$	3,2	2,2

» On n'a pas poussé plus loin; mais il est certain, d'après nos analyses antérieures, que, à mesure que la floraison se serait accomplie, la proportion relative des azotates aurait diminué.

» Comparons ces résultats avec ceux qui ont été observés sur les Amarantes développés en pleine terre, dans un sol naturel, aux périodes correspondantes de leur végétation. La dernière expérience répond à l'analyse d'un pied de la même espèce, à floraison ébauchée (*Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. VIII, p. 56), pesant $81^{gr},58$ (sec) et renfermant 6,4 centièmes d'azotate de potasse : la potasse de l'azotate représentant les 39 centièmes de la potasse totale, au lieu de 47 centièmes dans l'échantillon actuel; rapport au poids de l'eau : 0,9 centième.

» De même (p. 44) l'*A. caudatus*, floraison commençante; 5,7 centièmes d'azotate, renfermant les 31 centièmes de la potasse; rapport au poids de l'eau : 1,2. Pour l'*A. giganteus* (p. 51) : 5,2 centièmes d'azotate, renfermant 30,5 de la potasse totale; rapport au poids de l'eau : 0,9.

» Pour l'*A. melancolicus* (p. 54) : 6,0 centièmes d'azotate, renfermant les 44 centièmes de la potasse; rapport au poids de l'eau : 1,2, etc.

» On voit par ces comparaisons que la formation de l'azotate de potasse dans l'Amarante dépend surtout de la période de la végétation, et non de la proportion du sel dans le sol : attendu qu'elle atteint le même ordre de grandeur relative dans un sol naturel, ne contenant que des traces d'azo-

tates, où le rapport de ces sels à l'eau ne s'écarte guère d'un dix-millième, et dans un sol enrichi à dessein et où la dose de l'azotate, comparée à celle de l'eau, est voisine de 4 centièmes, c'est-à-dire voisine de la saturation à basse température. La formation de l'azotate dans les Amarantes n'est donc pas en relation avec la quantité de ce sel contenue dans le sol; non plus qu'avec le degré de saturation de l'eau du sol.

» A cet égard, ajoutons encore que, dans notre expérience actuelle, la richesse possible des solutions aqueuses d'azotate, contenues dans le sol, est double ou triple de la richesse possible des solutions aqueuses du même sel, contenues dans la plante : rapport qui rendrait possible le passage de ce sel du sol dans la plante, par simple endosmose, dans l'expérience présente; c'est-à-dire conformément aux résultats mis en évidence par nos expériences sur le sulfate de potasse. Au contraire, dans les expériences précédentes, les solutions d'azotate dans la plante, et même dans sa racine, étaient 10 à 20 fois aussi riches que celles du sol : condition dans laquelle l'azotate aurait dû être susceptible de passer en sens inverse de la plante dans le sol, loin d'être absorbée par la première. Ces relations sont caractéristiques. En effet, le procédé suivant lequel les sels passent par simple endosmose, de la terre dans la plante, paraît conforme aux lois physiques de la dialyse, ainsi que le confirment les observations faites avec le sulfate de potasse.

» Or la plupart des plantes renferment de l'azotate de potasse, ainsi que nous l'avons montré; tant qu'il ne s'agit que de traces, il est permis d'invoquer la préexistence de ce sel dans le sol, d'où il pénétrerait à l'état dissous et par endosmose au sein de la plante. Mais la proportion de l'azotate de potasse dans les tissus des Amarantes, et dans leurs racines en particulier, est souvent beaucoup trop forte pour permettre cette explication; en réalité, on se mettrait ainsi en contradiction avec les lois physiques, qui président aux échanges salins entre les liquides du sol et ceux de la racine; c'est donc là une nouvelle induction, propre à établir qu'il s'agit d'une véritable formation accomplie au sein des tissus mêmes de ces végétaux. »

GÉOMÉTRIE. — *Construction géométrique, par deux faisceaux projectifs, de la surface du troisième degré déterminée par diverses conditions données.* Note de M. DE JONQUIÈRES.

« Les ressources de la Géométrie permettent, dans plusieurs cas, selon les données de la question, de *construire* la surface. J'ai récemment fait connaître deux de ces cas; l'objet de la présente Note est d'étudier deux autres cas et d'en donner la solution.

» I. PROBLÈME I. — *On donne trois points a, b, c (qui doivent être doubles sur* S^3*) et sept points simples d, e, f, g, h, i, j; construire la surface* ([1]).

» Chaque point double, donné de position, équivaut à quatre points simples donnés. Les conditions proposées sont donc équivalentes à dix-neuf points simples; ainsi la surface est déterminée, et il s'agit d'en construire les deux faisceaux générateurs, l'un composé de plans, l'autre de surfaces du second ordre.

» Ces surfaces seront ici des cônes du second degré, ayant pour sommet commun l'un quelconque des trois points doubles, a par exemple, et, en outre, quatre arêtes communes, savoir ab, ac (qui sont données), et deux autres *inconnues*, qu'il s'agira de construire.

» Quant aux faisceaux de plans, il est complètement déterminé; l'arête commune sera la droite bc, qui joint les deux points doubles b, c, restant disponibles, et sept de ces plans passeront, respectivement, par les sept points d, e, f, g, h, i, j.

» Coupons la figure par un plan arbitraire M, qui ne passe par aucun des trois points a, b, c, et soient b', c', d', ..., j' les traces sur ce plan des droites qui joignent le point a à tous les autres points donnés.

([1]) Une surface du troisième ordre peut avoir au plus quatre points doubles. La démonstration qu'en a donnée M. G. Salmon s'étend aux surfaces d'ordre quelconque, et l'on a ce théorème :

Une surface d'ordre n peut avoir au plus $\frac{1}{2}n(n-1)(2n-5)+1$ *points doubles.*

Cette formule, que je n'ai vue publiée nulle part, correspond à celle qui, dans la théorie des courbes planes, assigne aux points doubles d'une courbe d'ordre n le nombre maximum de

$$\tfrac{1}{2}(n-1)(n-2).$$

» Les cônes formant un faisceau, il en sera de même des coniques suivant lesquelles ils seront coupés par le plan M. On connaît deux points b', c' de la *base* de ce faisceau de coniques, et sept de ces courbes doivent passer, respectivement, par les sept points d', e', ..., j'; les deux autres points qui compléteront la base du faisceau sont les traces x, y des arêtes (inconnues) ax, ay communes à tous les cônes. Les sept plans précités couperont le plan M suivant sept droites $B[d'', e'', \ldots, j'']$ concourant au point de rencontre B du plan M par la droite bc et correspondant anharmoniquement aux sept plans. Pareillement, les sept coniques du faisceau

$$(b'c'xy)[d', e', f', g', h', i', j']$$

correspondront anharmoniquement aux sept cônes du faisceau

$$a(bcxy)[d, e, f, g, h, i, j],$$

et réciproquement.

» La question est donc ramenée à celle-ci :

» *Déterminer les deux points x, y de façon que ce faisceau de coniques corresponde anharmoniquement à un faisceau connu de sept droites*, car, s'il en est ainsi, les sept cônes correspondront anharmoniquement aux sept plans. L'un quelconque des cônes du faisceau sera donc coupé par le plan qui lui correspond dans l'autre faisceau suivant une conique appartenant tout entière à une surface du troisième ordre passant par les sept points d, e, ..., j, ayant un point double au point a, sommet commun des cônes, et un point double en chacun des points b, c, parce que chacun d'eux fait partie de la *base* des faisceaux des cônes *et aussi* de la base bc du faisceau des plans. Cette surface bien déterminée satisfera donc à toutes les conditions proposées.

» Pour résoudre la question auxiliaire qui vient d'être énoncée, on commencera par construire, sur le plan M, trois points P, P′, P″ tels, que les trois faisceaux de cinq droites

$$P[d', e', f', g', h'], \quad P'[d', e', f', g', i'], \quad P''[d', e', f', g', j']$$

correspondent anharmoniquement aux trois faisceaux de cinq droites

$$B[d'', e'', f'', g'', h''], \quad B[d'', e'', f'', g'', i''], \quad B[d'', e'', f'', g'', j''],$$

respectivement; ce qu'on sait faire (¹).

(¹) Chasles, *Comptes rendus*, t. XXXVI, p. 951 et suivantes, paragraphe intitulé : *Construction de la courbe du troisième ordre déterminée par neuf points donnés.*

» Les sept points d', e', f', g', P, P′, P″ seront situés sur une même conique Σ, *capable* du rapport anharmonique des quatre droites connues Bd'', Be'', Bf'', Bg''; cette conique est donc déterminée, et la question se trouve ramenée exactement au même point que dans le n° 35, § V de mon *Essai sur la génération des courbes géométriques* ([1]), à partir du quatrième alinéa, commençant par ces mots : « Cela posé », etc.; ce qui me dispense d'entrer ici dans de plus longs détails. La construction s'effectue avec la règle et le compas, sans tracer aucune conique, et ne comporte qu'une solution donnant les deux points cherchés x et y. Ces points sont tantôt réels, tantôt imaginaires, selon les positions respectives des points donnés; mais, dans les deux cas, le faisceau des coniques sur le plan M existe, est déterminé, et satisfait aux conditions du problème. Il en est donc de même du faisceau des cônes, et la question est résolue.

» II. Problème II. — *On donne trois droites* L_1, L_2, L_3, *de* S^3 (qui ne se rencontrent pas mutuellement) *et sept points* d, e, f, ..., i, j; *construire la surface, qui est déterminée par ces données, équivalentes à dix-neuf points simples.*

» On prendra l'une des trois droites, L_3 par exemple, pour *base,* ou arête commune, d'un faisceau de plans, dont sept sont connus, savoir ceux qui passent, respectivement, par les sept points donnés et par L_3. Les deux autres droites seront regardées comme étant les *directrices* communes d'un faisceau d'hyperboloïdes à une nappe, dont sept, passant respectivement par les mêmes points, devront correspondre anharmoniquement aux sept plans précités. Les coniques d'intersection des hyperboloïdes et des plans, qui se correspondent dans les deux faisceaux ainsi déterminés, engendreront la surface du troisième ordre demandée.

» Lorsque deux hyperboloïdes à une nappe ont deux directrices communes, ils ont aussi en commun deux génératrices (c'est-à-dire deux droites du second système de génération), réelles ou imaginaires, qui complètent leur courbe d'intersection du quatrième ordre, alors composée de quatre lignes droites. Dans le cas présent, il s'agit donc de déterminer deux droites (inconnues) X, Y, s'appuyant l'une et l'autre sur L_1 et L_2, destinées à compléter la base du faisceau des hyperboloïdes, dans les conditions indiquées.

---

(1) *Mémoires des savants étrangers à l'Académie*, t. XVI (l'*Essai*, etc., dont il s'agit avait été présenté à l'Académie au mois de février 1857.)

» Coupons la figure par un plan arbitraire M. Les droites issues de chacun des sept points donnés et s'appuyant chacune sur L_1 et L_2 (droites faciles à construire) auront pour traces respectives sur le plan M sept points que nous désignerons par d', e', f', ..., i', j'; les génératrices inconnues X, Y le couperont aux points x, y, pareillement inconnus; et les deux directrices L_1, L_2 en deux points l_1, l_2.

» Sur le plan M, nous avons, comme dans le problème I, un faisceau de sept droites, intersection des sept plans précités et qui correspondent anharmoniquement à ces plans. Quant aux hyperboloïdes ayant pour base commune ($L_1 L_2 XY$), ils sont coupés suivant des coniques, formant comme eux un faisceau ayant pour base ($l_1 l_2 xy$), dont sept passent respectivement par les sept points (construits ci-dessus) d', e', ..., i', j', et qui correspondent anharmoniquement aux hyperboloïdes d'où elles dérivent, et réciproquement. Il faut donc, par une détermination convenable des points x, y sur le plan M, faire en sorte que ces sept coniques, et par suite toutes celles du faisceau, correspondent anharmoniquement aux droites, donc aux plans d'où elles proviennent dont l'arête commune est L_3. Or ce problème auxiliaire est identiquement le même que celui qui s'est présenté dans le problème I; la question est donc résolue, et n'admet, comme l'autre, qu'une solution. En effet, une fois que les deux points x, y sont trouvés, on n'a plus qu'à mener par chacun d'eux une droite s'appuyant sur les deux directrices L_1, L_2. Ces deux droites (réelles ou imaginaires) formeront le complément cherché de la base du faisceau des hyperboloïdes générateurs de S^2.

» III. Une construction analogue, je veux dire dérivée du même ordre de considérations, mais non identique quant au problème auxiliaire qui doit y intervenir, s'applique à la construction, par deux faisceaux projectifs, c'est-à-dire avec continuité, de la surface du second ordre déterminée par neuf points, sans que l'on connaisse *a priori* aucune droite de la surface [1].

---

[1] La solution de ce problème a été longtemps regardée par les géomètres comme impossible, et tout récemment encore je la croyais telle. C'est seulement après la rédaction de la présente *Note* que j'ai été informé par M. Rud. Sturm qu'il en a donné une analogue dans le Tome I des *Math. Annalen*, p. 333. Si je conserve néanmoins celle-ci, trouvée, indépendamment, par l'application que j'y fais de résultats obtenus plusieurs années avant la publication précitée, c'est parce qu'elle établit un lien naturel entre des questions de même espèce, et peut, comme les deux qui précèdent

» Soient a, b, ..., h, i les neuf points. Prenons-en deux quelconques, a, b, par exemple. Par chacun de ces points passent deux droites, ax_1 et ax_2 pour l'un, by_1 et by_2 pour l'autre, qui appartiennent à S^2, et qu'on peut regarder : ax_1, by_1 comme étant des *directrices*, ax_2, by_2 comme étant *génératrices* de la surface; droites réelles, dans le cas de l'hyperboloïde à une nappe (et de ses dérivés), et droites imaginaires, dans le cas des autres surfaces non réglées. Raisonnons pour le cas des droites réelles, la construction devant elle-même trancher la question de réalité, ou d'imaginarité, qui dépend de la situation des points donnés.

» Si les paires de droites (ax_1, by_1), (ax_2, by_2) sont convenablement déterminées, les deux faisceaux de sept plans

$$ax_1[c, d, \ldots g, h], \qquad by_1[c, d, \ldots g, h],$$

et pareillement les deux faisceaux

$$ax_2[c, d, \ldots g, h], \qquad by_2[c, d, \ldots g, h],$$

sont homographiques, d'après une propriété fondamentale des surfaces du second ordre. Coupons la figure par un plan arbitraire ne passant ni par a, ni par b. Que les traces sur ce plan des droites inconnues ax_1, by_1 ; ax_2, by_2 soient désignées par X_1, Y_1 ; X_2, Y_2, et celles des droites qui joignent les points a et b aux sept autres par les lettres $C_1, D_1, \ldots, G_1, H_1$ et $C_2, D_2, \ldots, G_2, H_2$, respectivement; les couples de points inconnus $X_1 Y_1$ et $X_2 Y_2$ doivent être déterminés sur le plan, de telle sorte que les deux faisceaux, de sept droites chacun,

$$X_1[C_1 D_1 \ldots G_1 H_1], \qquad Y_1[C_1 D_1 \ldots G_1 H_1],$$

et pareillement

$$X_2[C_1 D_1 \ldots G_1 H_1], \qquad Y_2[C_2 D_2 \ldots G_2 H_2],$$

soient homographiques.

(problèmes I et II), marquer une voie à suivre pour résoudre d'autres problèmes plus difficiles, tels que ceux-ci :

Construire la surface du troisième ordre déterminée par :

1° Deux droites et un point d'une autre droite (toutes trois non concourantes) et 9 points;

2° Deux droites, non concourantes, et 11 points; etc.

» On trouvera la solution de ce problème au n° 24, § I du Mémoire précité; c'est pourquoi je ne le reproduis pas ici. Je me bornerai à rappeler que les points X résultent de l'intersection de deux courbes planes du troisième ordre qui ont cinq points connus *a priori*, et, pareillement, les points Y résultent de l'intersection de deux autres courbes, correspondantes, du même ordre.

» Des quatre points d'intersection complémentaires des courbes du troisième ordre, dans chacun des deux systèmes de C^3, l'un est toujours réel, et un autre, toujours réel aussi, est étranger à la question (*voir* le § 35 de l'*Essai* précité *sur la génération des courbes*). Dans la question qui nous occupe, ces deux points se réunissent en un seul, au point de rencontre du plan M par la droite *ab* (Sturm, *loco citato*), et sont, par suite, tous deux étrangers à la question. Quant aux deux autres, qui sont donc ici les seuls utiles, ils sont tantôt réels, tantôt imaginaires, par paires. Dans le premier cas, la surface déterminée par les neuf points donnés est un hyperboloïde à une nappe (ou une de ses dégénérescences); dans le second cas, la surface est une surface *non réglée*, et l'on en est averti par le résultat même de la construction. »

ASTRONOMIE. — *Nouvelles nébuleuses remarquables, découvertes, à l'aide de la Photographie, dans les Pléiades, par MM.* Henry. Note de M. **Mouchez.**

« L'Académie doit se rappeler que MM. Henry avaient déjà découvert, à l'aide de la Photographie, une nébuleuse nouvelle autour de l'étoile *Maia* des *Pléiades;* cette nébuleuse étant trop faible pour être aperçue à travers l'atmosphère parisienne, même avec nos meilleurs instruments, je l'avais signalée à l'observatoire de Poulkova, qui venait d'être pourvu d'un grand équatorial de $0^m,76$ d'ouverture; quelque temps après, M. Struve m'annonçait qu'il avait pu l'observer. Dès que la lunette, à peu près de même dimension, de l'observatoire de Nice fut établie, M. Perrotin l'observait également et nous en envoyait un dessin.

» Depuis lors, MM. Henry ont continué à perfectionner leurs procédés photographiques : ils refont chaque année le cliché des *Pléiades,* dans le double but de constater les changements qui pourraient s'y produire avec le temps et les progrès qu'ils réalisent dans la révélation des astres très faibles.

» Les dernières épreuves obtenues cette année, à l'aide d'une pose de quatre heures et de plaques très sensibles, ont dévoilé et défini avec beaucoup de détails très nets le grand amas de matière cosmique qui couvre une grande partie de cette constellation et dont on avait pu jusqu'ici à peine constater l'existence, même avec les plus puissants instruments. La nébuleuse de *Maïa* n'en était qu'une très petite partie.

» Mais le fait le plus intéressant à signaler, et dont on n'a trouvé encore aucun autre exemple dans le ciel, c'est un filament rectiligne de matière nébulaire qui sort de la masse principale, se dirigeant à peu près Est et Ouest sur une longueur de 35′ à 40′ d'arc et sur une épaisseur de 3″ à 4″ seulement. Ce filament rencontre sur sa route 7 étoiles qu'il semble réunir comme des grains de chapelet, et change un peu de direction au point où il rencontre la plus grosse de ces étoiles.

» Une seconde ligne, à peu près semblable mais plus courte, s'aperçoit au milieu de la masse nébulaire.

» La première est située par 23°55′ de déclinaison entre $3^h 39^m 40^s$ et $3^h 42^m 10^s$ d'ascension droite.

» La seconde est située par 23°41′ de déclinaison et s'étend entre $3^h 37^m 50^s$ et $3^h 39^m 30^s$ d'ascension droite.

» Une si singulière apparence sur le cliché m'avait fait craindre qu'elle ne fût le résultat de quelque accident de manipulation, mais cette photographie a été refaite quatre fois, reproduisant toujours les mêmes détails; les astronomes peuvent donc les considérer comme absolument certains.

» Il est malheureusement probable qu'on ne pourra observer directement ces deux nébuleuses rectilignes qu'avec les plus puissants instruments existant aujourd'hui, ceux de Nice, de Poulkova, et surtout avec la nouvelle grande lunette de $0^m,90$ d'ouverture qu'on vient d'établir à l'observatoire de James Lick sur le mont Hamilton, aux États-Unis.

» Le nouveau cliché des Pléiades contient en outre près du double d'étoiles que les premiers : on en compte plus de 2000 jusqu'à la 18e grandeur.

» La nébuleuse des Pléiades a été aussi photographiée à l'étranger, mais avec des télescopes qui ont donné des résultats bien moins satisfaisants que notre appareil spécial. Ils ne révèlent l'existence de cette remarquable nébuleuse que sous forme de grosses taches d'un blanc éclatant, mais uniforme, sans aucun contour bien défini; notre lunette, au contraire, donne les détails les plus délicats avec une telle netteté qu'il sera possible, à l'aide d'images semblables obtenues à diverses époques, de découvrir, d'une

manière incontestable, tous les changements de forme qui pourront s'y produire.

» Je dois cependant, à cette occasion, signaler à l'Académie une grave difficulté de plus contre laquelle nous avons à lutter par suite des très mauvaises conditions atmosphériques et physiques dans lesquelles se trouve placé l'Observatoire, au milieu d'une grande ville comme Paris.

» Avec les très longues poses de trois à quatre heures et les clichés extrêmement sensibles indispensables pour révéler l'existence des astres les plus faibles, ces clichés se voilent sous l'action si longtemps prolongée de l'éclairement de l'atmosphère par les becs de gaz des rues voisines.

» C'est un nouvel argument que j'ai à ajouter à tous ceux que j'ai produits déjà pour obtenir la création d'une succursale de l'Observatoire hors de la ville, ce qui nous placerait dans des conditions aussi favorables que celles de tous les observatoires de France et de l'étranger, dont pas un seul n'est resté aujourd'hui dans l'intérieur des villes.

» Cette succursale pouvait se créer, comme je l'ai déjà exposé, sans imposer aucune nouvelle charge à l'État, en réalisant les fonds nécessaires par l'aliénation d'une partie des vastes terrains vagues et inutiles qui dépendent de l'Observatoire.

» Les défauts de notre situation et l'éclairement de l'atmosphère parisienne, qu'il est facile de constater quand on est à quelques kilomètres de distance de la ville, poseront une limite regrettable à la puissance de pénétration de nos appareils photographiques, si habilement perfectionnés par MM. Henry. »

ASTRONOMIE. — *Travaux préparatoires pour l'exécution de la Carte photographique du Ciel. Publication d'un Bulletin spécial.* Note de M. **Mouchez.**

« En présentant à l'Académie le premier fascicule du *Bulletin du Comité d'exécution de la Carte du Ciel*, dont elle a bien voulu assurer elle-même la publication, j'ai l'honneur de lui faire connaître que les expériences et les études préparatoires sont activement poursuivies, par les savants des divers pays qui ont bien voulu s'en charger à la suite du Congrès.

» M. le Dr D. Gill, l'éminent directeur de l'observatoire du Cap de Bonne-Espérance, nous a envoyé un Mémoire très étudié sur la *meilleure méthode de montage des plaques photographiques* et un projet d'organisation d'un bureau international de mesures des clichés, dans des conditions à

peu près semblables à celles du *Bureau international des Poids et Mesures;* M. Gill estime qu'il pourra y avoir 20000 clichés à mesurer, quand tout le travail des observatoires sera terminé.

» M. le Dr Vogel, de Potsdam, qui a bien voulu se charger de la construction des réseaux de repère, est parvenu à en faire d'excellents, dont il nous a envoyé quelques spécimens; il se déclare prêt à entreprendre la construction de tous ceux qui seront nécessaires et à en faire les mesures à moins de 0″, 1 d'arc près.

» Il a également à peu près terminé l'importante étude de la déformation de la couche sensible; cette déformation ne dépasserait pas $0^{mm},01$; un premier Mémoire de M. Vogel a été inséré dans le *Bulletin*, un deuxième Mémoire doit arriver très prochainement.

» M. le Dr Scheiner, chargé par M. Vogel d'étudier l'influence de la durée de pose sur l'exactitude des photographies stellaires, est arrivé à constater que, dans les limites où il a opéré, la durée de pose semble sans influence sur l'exactitude des positions des étoiles.

» Quant à la précision des pointés pour obtenir ces positions sur les clichés, M. le Dr Thiele avait déjà trouvé, dans l'étude très complète qu'il avait faite de nos clichés à l'observatoire de Paris, que l'erreur moyenne n'atteignait ou ne dépassait 0″, 2 que sur les bords des plaques.

» Tous ces premiers résultats, et ceux déjà obtenus par M. Pritchard, sont on ne peut plus satisfaisants et justifient pleinement la confiance absolue que nous avaient inspirée les admirables photographies stellaires de MM. Henry, non seulement pour l'exécution de la Carte du Ciel, mais aussi pour les progrès de l'Astronomie de haute précision.

» Depuis ma dernière Communication à l'Académie, deux nouveaux observatoires sont à ajouter aux onze premiers qui prendront part à l'exécution de la Carte du Ciel, *Potsdam* et *Oxford*.

» C'est M. Warren de la Rue, si connu par son dévouement et sa générosité envers la Science, qui fait les frais de l'instrument destiné à l'observatoire de l'Université d'Oxford. C'est un nouveau titre qu'il acquiert à la reconnaissance des astronomes.

» Bien que ces treize stations soient déjà suffisantes pour assurer l'exécution de la Carte du Ciel en quatre ou cinq années au plus, il est à peu près certain que quelques observatoires encore obtiendront les fonds nécessaires pour prendre part au travail. »

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Traitement des sables aurifères par amalgamation, chez les anciens. — Collection des alchimistes grecs*, seconde livraison; présentée par M. **Berthelot.**

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie la seconde livraison de la *Collection des alchimistes grecs*, publiée avec la collaboration de M. Ch.-Em. Ruelle. Cette livraison renferme les œuvres de Zosime, auteur du IIIe siècle de notre ère, jusqu'ici inédites, texte et traduction : le tout formant un Volume de 300 pages environ. Je demande la permission d'en tirer, en le résumant, un article (p. 214) sur l'extraction de l'or au moyen de ses minerais naturels, traités par le mercure : procédé de traitement de ces minerais qui n'avait pas été signalé jusqu'ici comme connu des anciens (1).

» Prends de la terre des bords du fleuve d'Égypte qui roule de l'or, » pétris-la avec un peu de son...; après avoir fait une pâte..., formes-en de » petits pains...; fais-les sécher au soleil..., mets-les dans une marmite » neuve... et fais du feu au-dessous...; remue avec un instrument de fer, » jusqu'à ce que tu voies que tout est cuit et semblable à une cendre noire... » Ayant pris une poignée de cette matière, jette-la dans un vase de terre » cuite, ajoute du mercure, agite méthodiquement la main...; ajoute une » mesure d'eau et... lave avec précaution, jusqu'à ce qu'on soit parvenu » au mercure. Mets dans un linge, presse avec soin jusqu'à épuisement. » En déliant le linge, tu trouveras la partie solide.... Mets-en une boulette » sur un plat neuf... dans une fossette pratiquée au milieu...; recouvre de » nouveau la marmite, en la faisant adhérer au plat (avec un lut)...; fais » chauffer sur un feu clair, avec du bois sec ou de la bouse de vache » (desséchée), jusqu'à ce que le fond du plat devienne brûlant. Aie de » l'eau auprès de toi, pour arroser la préparation avec une éponge, en » veillant à ce que l'eau ne tombe pas sur le plat. Après la chauffe, » retire le plat du feu; en découvrant, tu trouveras ce que tu cherches »; c'est-à-dire l'or dans le fond; quant au mercure, il a dû se condenser dans le couvercle refroidi.

» Ce traitement des minerais aurifères par le mercure paraît s'être substitué à un traitement plus anciennement usité, dans lequel le minerai

(1) Vitruve a indiqué seulement l'emploi du mercure pour extraire l'or des étoffes tissues avec ce métal. Liv. VII, 8.

était fondu avec du plomb, du sel, un peu d'étain et du son d'orge (¹), et soumis à une véritable coupellation.

» A côté de recettes positives, telles que la précédente, les œuvres de Zosime renferment la description des instruments de digestion, dont j'ai reproduit les figures, avec commentaires, dans mon Introduction. On y trouve en même temps divers commentaires théoriques, les uns purement philosophiques, les autres chimériques, sur la transmutation, des discussions curieuses entre Zosime et les praticiens contemporains (²), et des morceaux gnostiques (³), qui offriront, je crois, quelque importance pour les personnes qui s'intéressent à l'histoire de l'esprit humain. »

M. DE LESSEPS donne quelques nouvelles indications sur les travaux du canal maritime de Panama :

« J'ai entretenu l'Académie, dans une précédente séance, de l'exécution d'une écluse Eiffel pour effectuer en 1890 le passage des navires entre les deux Océans. Je lui soumets aujourd'hui la description technique imprimée de ce projet, dont plusieurs de nos Confrères ont déjà visité le modèle exposé au Champ-de-Mars.

» Une dépêche télégraphique vient de nous annoncer que la première section de 24^{km} a été ouverte ces jours derniers à la petite navigation, à partir de l'océan Atlantique, en présence d'un amiral américain et d'un amiral anglais. Il y avait à enlever dans cette section la butte du Mindi, composée de roches dures. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. EUG. DESVAUX adresse une Note relative à l'unification du calendrier.

« ... Les États de l'Orient qui se détermineraient à se rallier au système grégorien ne devraient pas imiter la mesure radicale qui a été prise en Occident au XVIᵉ siècle, et retrancher tout d'un coup 12 jours à l'année courante, à cause des perturbations que cette mesure apporterait dans les

---

(¹) Agatharchide, cité par Diodore de Sicile, III, 13.

(²) Pages 234, 233, 226, 221, 217, 186, 187, 147.

(³) Spécialement p. 235, 222 à 226, 206, 203.

relations civiles et commerciales. Pour ramener la coïncidence entre les deux moitiés de l'Europe, il suffirait que les États orientaux prissent la détermination de supprimer tout 29 février, pendant un demi-siècle. Dès le 1er janvier 1893, l'écart serait réduit à 11 jours, et l'unification serait définitivement accomplie le 1er janvier 1941. »

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

M. **J. Vinot** rappelle que, le 21 mai 1873, il avait adressé à l'Académie un Mémoire sur la même question.

(Renvoi à la Commission.)

M. **E. Gobbe**, M. **D.-H. Jannussi** adressent diverses Communications relatives au Phylloxera.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, les discours prononcés aux obsèques de notre regretté Confrère, le général *Perrier*. (Adressé par le colonel sous-directeur du Service géographique de l'Armée.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, quatre Mémoires sur la Balistique, adressés par M. *F. Siacci*, officier supérieur d'Artillerie de l'armée italienne, et présentés à l'Académie par M. le général Menabrea. Ces Mémoires ont pour titres :

1° « Balistique rationnelle et Balistique pratique. Nouvelle méthode pour résoudre les problèmes du tir ». (1881.)

2° « Un procédé d'intégration des formules balistiques ». (1886.)

3° « Siacci's Method of solving trajectories and problems in Ballistics », by A. G. Greenhill M. A. and A. G. Hadcock R. A. (1887).

4° « Sugli angoli di massima gittata ». (1887.)

ASTRONOMIE. — *Observation de la comète a 1888, faite à l'observatoire de Paris (équatorial de la tour de l'Ouest)*; par M. G. **Bigourdan**. Communiquée par M. Mouchez.

« Cette comète a été découverte par M. Sawerthal, au Cap de Bonne-Espérance, le 18 février 1888; alors elle n'était guère visible que dans l'hémisphère austral, mais elle montait assez rapidement. Elle est encore australe et voisine du Soleil. Cette position défavorable, jointe à l'état du ciel, n'a pas permis de l'observer avant le 25 mars.

Date. 1888.	Temps moyen de Paris.	☄ — ★. Æ.	Décl.
Mars 25...........	$16^h 40^m 30^s$	$+0^m 21^s,57$	$-1'8'',7$

» L'état du ciel et le crépuscule ont empêché de reconnaître l'étoile de comparaison, qui est peut-être 5536 B.D. — 4°.

» La comète a un noyau elliptique de 20″ de long sur 15″ de large, à bords diffus; il est entouré d'une tête de 3′ de diamètre environ et accompagné d'une queue rectiligne de 20′ de long à peu près, opposée au Soleil. Elle paraît être à la limite de visibilité à l'œil nu; la Lune et le crépuscule ont empêché d'apprécier avec quelque exactitude l'étendue de la tête et de la queue. »

ASTRONOMIE. — *Nouveau bain de mercure, pour l'observation du nadir.* Note de M. **Périgaud**, présentée par M. Mouchez.

« J'ai l'honneur de communiquer à l'Académie une Note relative à une transformation du bain de mercure de Villarceau, du cercle de Gambey.

» On connaît les difficultés que présente l'observation du nadir, à Paris surtout, et toutes les tentatives qui ont été faites pour parer aux agitations de l'atmosphère et aux trépidations du sol.

» L'année dernière M. Gautier, l'habile constructeur des instruments de l'Observatoire, avait fait faire un grand pas à la question en imaginant un bain à double cuvette; seulement on attribuait la netteté des images obtenues avec ce bain au flottage partiel de la cuvette intérieure sur la première. Des expériences répétées m'ont démontré que l'épaisseur de la

couche mercurielle intervient seule dans le phénomène. Plus cette épaisseur est faible et plus brillantes sont les images.

» En conformité de ces idées, j'ai fait modifier ainsi qu'il suit le bain de mercure de Villarceau, affecté au cercle de Gambey.

» J'ai fait substituer à l'ancien plateau un nouveau, analogue à la cuvette intérieure du bain Gautier, c'est-à-dire *séparé de son rebord par une gorge d'une épaisseur de* 5^{mm} *environ;* de plus, trois vis calantes permettent de rendre le plateau sensiblement horizontal.

» Quand on veut se servir de ce bain, on commence par bien nettoyer le plateau et le rendre horizontal, puis on fait tourner la vis de pression. Le mercure jaillissant emplit d'abord la gorge et s'étale ensuite sur le plateau. Pour que le plateau soit entièrement couvert, il faut tourner de quatre tours environ. Cela fait, on peut, expérience curieuse, faire rentrer le mercure dans le réservoir en détournant la vis de trois tours et un quart, sans que le miroir se déforme, sans que l'horizontalité soit altérée, et le mercure, qui couvre alors la même surface qu'auparavant, n'est plus que les $\frac{3}{16}$ de la quantité première, de telle sorte que sur le plateau ne reste plus qu'une très mince couche de métal. A ce moment, les images des fils, invisibles avec l'épaisseur première, apparaissent très brillantes et très nettes, quel que soit l'état de l'atmosphère et quelles que soient les trépidations du sol.

» Si l'on vient à dépasser cette limite de trois tours et un quart, on voit le miroir se briser, comme le ferait un ressort ou une membrane trop vivement tendue.

» Une des principales conditions de succès, c'est que le plateau soit horizontal et qu'il ne contienne aucune poussière. Un grain de sable dans la masse fait instantanément rompre le miroir.

» Avec une inclinaison sensible du plateau, il est impossible de réduire l'épaisseur au même degré sans que le miroir se brise. »

M. C. Wolf appelle l'attention des astronomes et des physiciens sur l'intéressante expérience de M. Périgaud.

« Elle donne enfin la solution, longtemps cherchée, de l'emploi du bain de mercure pour la détermination de la verticale et pour les observations par réflexion, par tous les temps et sur un sol fréquemment ébranlé par le passage des voitures.

» Au point de vue purement physique, elle donne une preuve de la co-

hésion du mercure : on peut assimiler la pellicule de mercure qui reste sur le plateau à celle que forme l'eau de savon à l'intérieur d'un anneau qu'elle mouille. Ici l'anneau est représenté par le mercure qui remplit la rigole annulaire; sans cette rigole, l'expérience devient impossible et la couche horizontale de mercure se brise dès qu'on cherche à l'amincir. »

GÉODÉSIE. — *Sur l'évaluation des erreurs inhérentes au système des coordonnées rectangulaires.* Note de M. **Hatt**, présentée par M. Bouquet de la Grye.

« Les coordonnées rectangulaires des sommets d'une triangulation sont par définition les coordonnées planes que l'on obtient après avoir rabattu tous les triangles de la chaîne sur le plan du premier d'entre eux, que l'on suppose situé dans le plan des axes. Cette définition ne laisse place à aucune ambiguïté quand une chaîne de triangles unique s'éloigne dans deux sens opposés, à partir d'une origine commune, sans s'écarter d'une direction sensiblement rectiligne.

» Il n'en est plus de même quand la chaîne doit couvrir tout un pays ou envelopper une île, en suivant des côtes, et faire retour au point de départ. C'est à ce point de jonction que doit se produire une discontinuité dont j'ai cherché à évaluer numériquement la valeur. Les coordonnées azimutales, dont j'ai proposé l'emploi, permettent, pour une chaîne quelconque, d'établir la position rigoureuse de chaque point du réseau et de faire la part attribuable à l'erreur d'observation. Il a semblé plus avantageux de les employer ici d'une autre manière, pour établir les données d'un exemple choisi en vue de la simplification des calculs.

» L'extrémité A_0 d'une base A_0B_0 est située sur la méridienne de l'origine à 150^{km} au Sud. Cette base a une longueur de 39154^m,31 et son azimut, c'est-à-dire l'angle OA_0B_0, est 142° 30′8″,535.

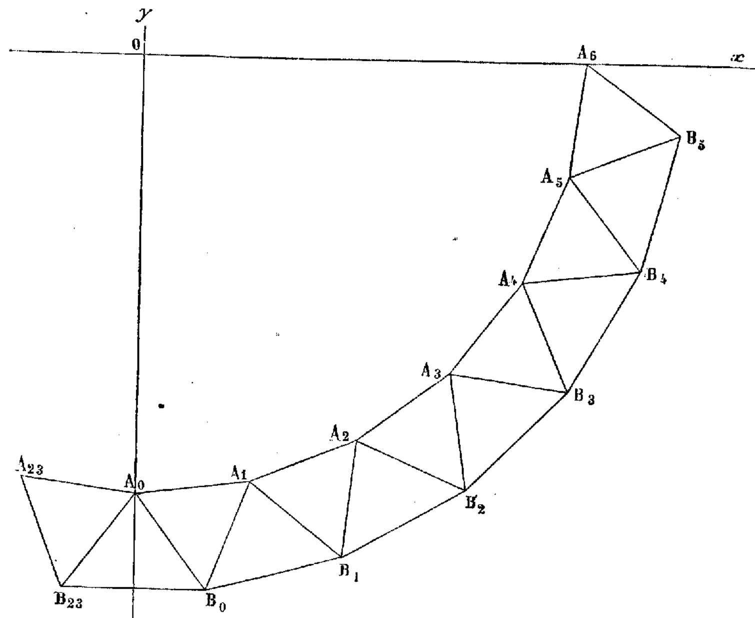
» Le premier triangle définissant le point A_1 a pour angles :

	° ′ ″
A_1	60.0.1,126
B_0	60.0.1,126
A_0	60.0.1,126
Excès sphérique...	3,378

» Le point B_1 se déduit du côté B_0A_1 au moyen du triangle $B_1B_0A_1$ dont les angles sphériques sont :

B_1	52°.30′.10″,428
B_0	52.30.10,428
A_1	74.59.42,930
Excès sphérique...	3,786

» Ces deux triangles se répètent indéfiniment; leurs angles sont calculés de manière que tous les points A_1, A_2, A_3, ...; B_1, B_2, B_3, ... soient les



sommets de polygones réguliers de 24 côtés décrits autour de l'origine. On est assuré de revenir au point de départ en poursuivant les opérations trigonométriques sur le réseau entier.

» Le calcul effectué montre que, les coordonnées rectangulaires de A_0 étant

$$x = 0, \qquad y = -150000^{m},00,$$

celles du point A_{24} seront

$$x = -320^{m},01, \qquad y = -149999^{m},66.$$

» L'écart est considérable et dépasse certainement toutes les prévisions ; on retrouve théoriquement sa valeur en développant le cône tangent à la sphère, le long du réseau trigonométrique.

» La formule qui exprime l'erreur de fermeture est, en désignant par l le rayon moyen du réseau et par R celui de la terre, $\frac{\pi l^3}{R^2}$.

» Dans le cas actuel, l est compris entre 150000^m et 180000^m. Ces deux valeurs donnent respectivement 252^m et 462^m pour l'erreur de fermeture, chiffres comprenant entre eux la valeur 320^m trouvée numériquement.

» Pour une valeur de l trois fois moindre, l'erreur de fermeture dépasserait encore 12^m.

» Il paraît difficile, dans un cas analogue, de recourir aux coordonnées rectangulaires, car nous n'avons aucun moyen de répartir cette erreur. Mais la difficulté est résolue par l'emploi des coordonnées azimutales, qui définissent rigoureusement la position d'un point au moyen de la longueur et de l'orientation de la ligne géodésique qui le joint à l'origine.

» On ne peut leur objecter que la déformation qu'elles font subir au terrain et qui empêche de les utiliser sans une correction préalable. Mais cette correction est simple s'il faut recourir au calcul, et elle est presque insensible dans le cas des constructions graphiques. A 200^{km} de l'origine, une longueur est, dans le cas le plus défavorable, augmentée de $\frac{1}{5000}$ de sa valeur.

» Ces coordonnées permettent aussi de calculer immédiatement les distances rigoureuses des points à la méridienne et à la perpendiculaire, ou les distances à la méridienne et les distances des pieds de ces arcs perpendiculaires à l'origine. J'ai appliqué ces formules de transformation aux points du réseau théorique et j'ai pu calculer la distance de deux points, tels que $B_5 A_6$ ou $A_3 A_4$, en me servant successivement de tous ces systèmes de coordonnées.

» Pour la distance $B_5 A_6$, on trouve, par application de la formule

$$\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2} :$$

Avec les coordonnées rectangulaires	39154,31	(dist. vraie)
Avec les coordonnées azimutales	39155,65	
Avec les coordonnées circulaires, 1re définition	39145,51	
Avec les coordonnées circulaires, 2e définition	39151,28	

» Pour la distance des points $A_3 A_4$, je trouve, en suivant le même ordre,

1° 39154^m,31 ; 2° 39157^m,86 ; 3° 39164^m,11 ; 4° 39158^m,53.

» Dans les deux cas, ce sont les coordonnées azimutales qui ont altéré le moins les distances relatives, « tandis que le maximum de déformation » est produit par les distances rigoureuses à la méridienne et à la perpen- » diculaire ».

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'application de la méthode des moindres carrés*. Note de M. **E. Carvallo**, présentée par M. Bouquet de la Grye.

« 1. J'ai montré ([1]) comment les formules de Cauchy peuvent être adaptées à la méthode des moindres carrés. La démonstration s'applique au cas traité par Gauss ([2]) où la précision des observations est variable, et les formules que j'ai données subsistent moyennant deux modifications : 1° X_a, X_b, ... représenteront non plus $\Sigma u_i X_i$, $\Sigma v_i X_i$, ..., mais $\Sigma h_i u_i X_i$, $\Sigma h_i v_i X_i$, ..., $h_i = \frac{1}{\varepsilon_i^2}$ étant le poids ou l'inverse du carré de l'erreur moyenne de l'observation de rang i; 2° dans les formules relatives aux erreurs moyennes sur les résultats, ε sera remplacé par 1.

» 2. A ces formules j'en ajouterai une nouvelle. Si l'on pose

$$X - \frac{X_a}{u_a} u = \Delta_a X,$$

$$X - \frac{X_b}{v_b} v = \Delta_b X, \qquad \Delta_a X - \frac{(\Delta_a X)_b}{(\Delta_a v)_b} \Delta_a v = \Delta_b(\Delta_a X) = \Delta_{ab}^2 X,$$

on vérifie que l'expression $\Delta_{ab}^2 X$ est symétrique par rapport à u et v, a et b. On a donc symboliquement $\Delta_{ab}^2 = \Delta_{ba}^2$. Il en résulte plus généralement que la différence $\Delta_{abc\ldots l}^n$ est indépendante de l'ordre des indices. D'autre part, on vérifie facilement l'identité

$$\Sigma h . \Delta_a X . \Delta_a Y = \Sigma h . X . \Delta_a Y = \Sigma h . \Delta_a X . Y,$$

qu'on généralise au moyen du résultat précédent. Il vient ainsi, en supprimant les indices, qui deviennent inutiles,

$$\Sigma h . \Delta^n X . \Delta^n Y = \Sigma h . X . \Delta^n Y = \Sigma h . \Delta^n X . Y.$$

» Cette formule, remarquable en elle-même, permet d'établir intuitive-

---

([1]) *Comptes rendus*, 30 janvier 1888.

([2]) Exposition de la méthode des moindres carrés (*Theoria motus corporum cœlestium*).

ment celles que j'ai données pour les erreurs moyennes des résultats. Elle montre aussi que, pour calculer $\Delta^2 X_c$ par exemple, on peut appliquer aux $\Delta^2 X$ les poids $h\Delta^2 w$ au lieu des poids hw, ce qui est généralement plus avantageux pour le calcul; car on évite ainsi des termes négatifs; de plus, les coefficients se groupent mieux, de façon qu'on peut souvent appliquer un coefficient moyen à la somme de plusieurs $\Delta^2 X$.

» 3. J'ai calculé par la méthode précédente une formule de dispersion à l'aide des nombres n trouvés par M. Macé de Lépinay ([1]) pour les indices ordinaires du quartz avec leurs erreurs moyennes ε.

	A.	a.	B.	C.	D.	E.	b_1.	F.	G'.	h.	H.	K.
n....	1,53919	1,54017	1,54100	1,54190	1,54425	1,54717	1,54766	1,54969	1,55413	1,55650	1,55816	1,55861
ε.....	0,8	0,4	0,6	0,8	0,6	0,4	0,4	0,4	0,8	0,7	1,7	1,3

» Ces nombres suggèrent les remarques suivantes :

» Les poids $h_i u_i = \frac{u_i}{\varepsilon_i^2}$ ne comportent pas une plus grande précision que les facteurs $\frac{1}{\varepsilon_i^2}$. Comme l'erreur relative de ceux-ci monte au moins à 0,1, il sera inutile de calculer $\frac{u_i}{\varepsilon_i^2}$ avec une plus grande approximation.

» 2° Si l'auteur avait omis de donner les valeurs de ε, ou *a fortiori* s'il n'avait fait qu'une mesure de n pour chaque radiation, on aurait dû, faute de mieux, supposer les ε égaux et employer les poids u_i. Ces poids auraient été erronés des facteurs $\frac{1}{\varepsilon_i^2}$ dont les rapports varient de 1 à 16 environ. Il eût donc été illusoire de conserver les valeurs compliquées de u_i avec tous leurs chiffres. Ces remarques s'étendent à toutes les mesures, en particulier aux observations astronomiques.

» 4. Il me reste à donner la perte de poids dont sont affectés les résultats par la substitution de valeurs approchées aux multiplicateurs exacts. Soient deux déterminations a_1 et a_2 de poids p_1 et p_2. Désignant par M la moyenne proprement dite et par P son poids, on aura

$$(1) \qquad \mathrm{M} = \frac{a_1 p_1 + a_2 p_2}{p_1 + p_2}, \qquad \mathrm{P} = p_1 + p_2.$$

» Si, au lieu des poids p_1, p_2, on emploie pour multiplicateurs $p_1 x_1$, $p_2 x_2$, on obtient, en désignant par M' la nouvelle moyenne et par P' son

---

([1]) *Journal de Physique*, avril 1887.

poids,

$$(2) \qquad M' = \frac{a_1 p_1 x_1 + a_2 p_2 x_2}{p_1 x_1 + p_2 x_2}, \qquad P' = \frac{(p_1 x_1 + p_2 x_2)^2}{p_1 x_1^2 + p_2 x_2^2} = f(x_1, x_2).$$

» Les formules (2) reproduisent les formules (1) quand on y remplace les x par l'unité. Je calcule l'accroissement $\Delta P = \Delta f(x_1, x_2)$, obtenu en augmentant de dx_1 et dx_2 ces valeurs égales à l'unité. En bornant l'approximation au deuxième ordre, j'obtiens

$$\Delta P = \Delta f = df + \frac{d^2 f}{2},$$

$$df = 0, \qquad \frac{d^2 f}{2} = -\frac{(p_1\, dx_1 + p_2\, dx_2)^2}{p_1 + p_2} - (p_1\, dx_1^2 + p_2\, dx_2^2).$$

» Par ces formules, on vérifie bien que la moyenne M, fournie par la méthode des moindres carrés, a le poids maximum, et l'on en déduit, pour la perte relative de ce poids,

$$(3) \qquad \frac{-\Delta P}{P} = \left(\frac{p_1\, dx_1 + p_2\, dx_2}{P}\right)^2 - \frac{p_1\, dx_1^2 + p_2\, dx_2^2}{P}.$$

» De plus, dans le calcul approché, on remplace le poids $p_1 + p_2$ par une valeur erronée justement de $p_1\, dx_1 + p_2\, dx_2$. L'erreur relative de cette évaluation est

$$(4) \qquad \frac{p_1\, dx_1 + p_2\, dx_2}{P}.$$

» Il importe, en première ligne, que cette erreur ne dépasse pas la limite qu'on s'impose pour l'évaluation du poids, par exemple $\frac{1}{20}$. Un coup d'œil suffit pour réaliser cette condition, en supposant même les termes du numérateur de même signe. Dès lors, les termes de la formule (3) sont négligeables devant le terme (4), et l'on sera certain que l'inexactitude volontaire du calcul n'entraîne pas sur le poids même du résultat, ni sur son évaluation, une erreur relative égale à $\frac{1}{20}$. Ces erreurs seront certainement inférieures, comme je l'ai expliqué, à l'erreur imposée par la nature même de la question.

» Pour simplifier, j'ai considéré seulement la moyenne de deux déterminations; mais, quel que soit leur nombre, la démonstration subsiste, et le problème général se ramène, par mes formules, à des calculs de moyennes. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur la distribution des volumes engendrés par un contour fermé, tournant autour de toutes les droites de l'espace.* Note de M. G. **Kœnigs**, présentée par M. Darboux.

« Prenons un contour fermé $\mathfrak{C}$, plan ou gauche, sur lequel nous fixerons un sens de parcours; et soient, par rapport à trois axes rectangulaires Ox, Oy, Oz liés à $\mathfrak{C}$,

$$\begin{aligned} X &= cy - bz + p = 0,\\ Y &= az - cx + q = 0,\\ Z &= bx - ay + r = 0 \end{aligned}$$

les équations d'une droite quelconque. Je considère sur cette droite la direction dont les cosinus directeurs ont le signe de a, b, c, et autour de l'axe, ainsi représenté en grandeur et direction, je fais tourner le contour $\mathfrak{C}$ d'un angle θ dans le sens direct de rotation; le volume engendré est représenté par l'intégrale

$$(1) \qquad V_\Delta = \frac{\theta}{2}\int \frac{X^2+Y^2+Z^2}{(a^2+b^2+c^2)^{\frac{3}{2}}}(a\,dx + b\,dy + c\,dz),$$

effectuée tout du long du contour $\mathfrak{C}$, et dans le sens fixé *a priori* sur ce contour, ce qui en détermine, sans ambiguïté, le signe.

» Posons maintenant, les intégrations ayant toujours lieu le long de $\mathfrak{C}$ parcouru dans le sens ci-dessus,

$$(2) \qquad \begin{cases} A = \frac{1}{2}\int (y\,dz - z\,dy),\\ B = \frac{1}{2}\int (z\,dx - x\,dz),\\ C = \frac{1}{2}\int (x\,dy - y\,dx); \end{cases}$$

$$(3) \qquad \begin{cases} L = \frac{1}{2}\int (y^2 + z^2)\,dx,\\ M = \frac{1}{2}\int (z^2 + x^2)\,dy,\\ N = \frac{1}{2}\int (x^2 + y^2)\,dz, \end{cases}$$

et un calcul facile de l'intégrale (1) nous donne

$$(4) \qquad V_\Delta = \theta\,\frac{Ap + Bq + Cr + La + Mb + Nc}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}.$$

» Avant d'interpréter cette expression, je ferai remarquer que A, B, C

représentent, avec leurs signes, les aires des projections du contour $\mathfrak{C}$ sur les plans de coordonnées. Le segment R dont A, B, C sont les projections est donc l'*axe aréolaire* du contour $\mathfrak{C}$. Un plan *orienté* étant donné, la projection du contour $\mathfrak{C}$ sur ce plan est une quantité déterminée en grandeur et en signe, que l'on peut représenter par un segment porté sur l'axe d'orientation du plan, dans le sens de cet axe ou dans le sens opposé suivant le signe de l'aire; or, on sait bien que, pour obtenir ce segment, il suffit de projeter l'axe aréolaire du contour sur l'axe d'orientation du plan. L'axe aréolaire R fournit ainsi la distribution de l'aire de projection du contour $\mathfrak{C}$ sur les divers plans de l'espace. Mais la formule (4) attribue un nouveau rôle à ce même segment.

» Je considère un système Σ de segments, dont R sera la résultante de translation et dont L, M, N seront les moments pris par rapport à Ox, Oy, Oz. Le moment de ce système par rapport à l'axe Δ sera précisément

$$M_\Delta = \frac{Ap + Bq + Cr + La + Mb + Nc}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}},$$

et l'équation (4) peut dès lors s'écrire

$$(5) \qquad V_\Delta = \theta . M_\Delta .$$

» De là ce théorème :

» *A tout contour fermé $\mathfrak{C}$, doué d'un sens de parcours, est attaché un système Σ de segments qui est tel que le volume engendré par la rotation du contour autour d'un axe Δ est égal au produit de l'angle de rotation θ par le moment du système Σ pris par rapport à Δ.*

» En faisant abstraction de θ, qui figure en facteur, on peut donc dire que la distribution des volumes suit la même loi que celle des moments d'un système de segments et qu'elle a pour base un *complexe linéaire, lieu des axes de volume nul*. Le lieu des axes d'égal volume est un complexe quadratique; en un mot, la théorie des moments de Poinsot s'applique intégralement aux volumes de révolution. En prenant pour axe Oz l'axe central du système, la formule (4) donne

$$(6) \qquad V_\Delta = \theta(R\varpi \sin\alpha + G\cos\alpha),$$

où α est l'angle fait par l'axe de rotation et le segment R, ϖ la plus courte distance entre l'axe central et l'axe de rotation. On peut dire que G repré-

sente le volume engendré par une rotation d'amplitude unité autour de l'axe central.

» Plusieurs cas particuliers sont dignes de remarque.

» D'abord, le système de segments peut se réduire à un seul segment, le segment R, placé sur une droite déterminée. Par exemple, dans le cas d'un contour plan, cette droite, qui joue ici le rôle d'axe central, n'est autre que la normale au plan du contour élevée au centre de gravité de son aire. La formule (6), qui se réduit ici à

$$V_\Delta = \theta\varpi R \sin\alpha,$$

conduit au théorème suivant :

» *Le volume engendré par un contour plan tournant autour d'un axe* Δ *est égal au chemin* ($\theta\varpi$), *parcouru par le point* P, *pied de la perpendiculaire commune à l'axe de rotation* Δ *et à la normale au plan du contour élevée au centre de gravité de son aire, multiplié par l'aire de la projection de ce contour sur le plan méridien du point* P (aire égale à $R\sin\alpha$).

» Si, en particulier, l'axe Δ est dans le plan du contour, on retrouve le théorème de Guldin.

» Remarquons encore ce théorème : Toute aire plane tournant autour d'un axe, dont la projection sur son plan passe au centre de gravité de son aire, engendre un volume nul.

» Un second cas particulier intéressant est celui où l'axe R est nul : le système Σ se réduit à un couple; *deux axes parallèles quelconques donnent alors le même volume, qui s'obtient en projetant sur ces axes un segment fixe ;* le contour, dénué d'axe aréolaire, possède en quelque sorte un axe de volume.

» Mais cet axe lui-même peut s'évanouir; le système Σ est alors identiquement nul, et l'on obtient un contour dénué à la fois d'aire de projection et de volume de révolution. Tel est le cas d'un contour plan d'aire nulle; exemple, la lemniscate. Dans une prochaine Communication, j'étendrai ces considérations au cas du volume engendré par un contour fermé, animé d'un mouvement fermé quelconque. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les actions électrostatiques dans les liquides conducteurs.* Note de M. **Gouy.**

« Je me suis occupé de poursuivre l'étude des phénomènes décrits dans une Note précédente ([1]). Les expériences préliminaires avaient montré que tout se passe, au point de vue des actions électrostatiques, dans un liquide conducteur comme dans l'air, sauf la grandeur de l'effet produit. Il y a cependant une réserve importante à faire, relativement au rôle que joue la polarisation électrolytique.

» Si l'on dispose un électromètre fonctionnant dans l'eau ou dans une dissolution, et doué d'une grande sensibilité, on reconnaît que, avec des piles de faible force électromotrice, les déviations ne sont nullement proportionnelles au carré de la différence de potentiel des électrodes, mais bien au carré de l'intensité du courant qui traverse l'appareil, que ce courant soit continu ou alternatif. Il en résulte donc que les déviations sont proportionnelles au carré de la différence de potentiel des électrodes, diminuée de la force électromotrice de polarisation, c'est-à-dire au carré de la chute de potentiel V qui a lieu, d'une électrode à l'autre, dans le liquide lui-même. On doit donc définir le coefficient K, le rapport des forces électrostatiques ainsi produites à celles qui auraient lieu dans l'air si la différence de potentiel des électrodes, supposées d'un même métal, était précisément V.

» Il en résulte que les mesures de K, faites en ne tenant pas compte de la polarisation, donnent des valeurs beaucoup trop petites, à moins que l'on ne dispose l'expérience de telle sorte que la polarisation soit négligeable. On peut y parvenir, pour l'eau distillée et les liquides de résistance comparable, en employant des courants alternatifs, qui présentent aussi l'avantage de ne pas produire de dégagement de gaz sur les électrodes. J'ai fait usage pour cela d'un commutateur tournant, qui renversait le courant d'une pile de 2 à 40 fois par seconde. L'expérience montre que, dès que

---

([1]) *Comptes rendus,* 20 février 1888. J'ai appris récemment que MM. Cohn et Arons avaient publié, peu auparavant, des expériences analogues (*Wiedemann Annalen,* janvier 1888). Réserve faite des droits de priorité des auteurs, j'ai cru devoir continuer mes recherches, qui diffèrent notablement, par les méthodes et les résultats, de celles que je viens de citer.

le nombre des interversions dépasse 10 par seconde, la déviation est constante à moins de $\frac{1}{100}$ près; de même, une bobine d'induction produisant environ 200 interversions, donne des résultats très peu différents; on doit donc admettre que, dans ces conditions, la polarisation est négligeable. Pendant ces expériences, on mesure la moyenne des valeurs de V^2 au moyen d'un électromètre Mascart, relié aux électrodes. Soit a le rapport des déviations de l'appareil et de l'électromètre Mascart; on a mesuré, dans une expérience préliminaire, le rapport a' des deux déviations produites dans l'air, en maintenant à l'appareil une différence de potentiel n fois plus grande qu'à l'électromètre Mascart. On a la relation

$$K = n^2 \frac{a}{a'}.$$

Le rapport n est établi au moyen d'une boîte de grande résistance, traversée par un courant constant; on le choisit de telle manière que n^2 soit peu différent de K, en sorte que les rapports a et a' peuvent être peu différents de l'unité et se mesurent avec précision. J'ai trouvé, pour l'eau distillée et des électrodes de platine, le nombre 90, à $\frac{2}{100}$ ou $\frac{3}{100}$ près, pour des températures de 15° à 20°.

» Il était intéressant d'examiner les liquides beaucoup plus conducteurs, afin de s'assurer si le coefficient K augmente avec la conductibilité; j'ai étudié en particulier la dissolution de sulfate de cuivre à $\frac{1}{2000}$, qui conduit 100 à 200 fois plus que l'eau distillée. Dans ces conditions, l'intensité du courant étant 0°,1 à 0°,2, on ne peut pas espérer annuler la polarisation en employant des courants alternatifs, qui sont cependant nécessaires pour empêcher le dégagement des gaz. Pour éliminer l'effet de la polarisation, j'ai employé la méthode suivante : la dissolution est comparée à l'eau distillée, en faisant traverser au courant alternatif l'électromètre à liquide et un voltamètre muni de deux électrodes parasites, qui sont reliées à l'électromètre Mascart. Le voltamètre et l'électromètre à liquide sont remplis de même liquide à la même température; le rapport des déviations de l'électromètre à liquide et de l'électromètre Mascart est égal à CK, C désignant une constante instrumentale, qui est déterminée en opérant d'abord avec l'eau distillée.

» Avec des liquides bons conducteurs, l'échauffement produit par le courant électrique et les courants liquides qui en résultent donne lieu à une erreur notable, qui est mise en évidence par ce fait que la déviation permanente de l'appareil n'est pas, avec la première impulsion, dans le même

rapport que lorsque le courant ne passe pas. On élimine cette cause d'erreur en opérant à la température du maximum de densité de l'eau et des dissolutions étendues; la première impulsion et la déviation permanente donnent alors des résultats concordants.

» Ces expériences ont donné, pour la dissolution de sulfate de cuivre, une valeur de K supérieure de $\frac{1}{10}$ environ à celle de l'eau distillée, différence peu considérable vis-à-vis de l'énorme différence des conductibilités. Le chlorure de sodium et l'acide sulfurique, en solutions de résistances comparables, ont donné des résultats peu différents. Ces mesures sont d'ailleurs assez délicates, et j'espère les améliorer en plaçant les électrodes parasites dans l'électromètre lui-même.

» Enfin, quelques expériences ont été faites en vue d'examiner si la surface de séparation d'une solution conductrice et de l'eau distillée ne produirait pas les mêmes effets que la surface d'une électrode solide; j'ai pu constater qu'il en est ainsi, par l'attraction d'un plateau suspendu, dans l'eau, au-dessus d'une pareille surface de séparation. »

ÉLECTRICITÉ. — *Essai d'un moteur électrique alimenté par des accumulateurs destinés à un bateau sous-marin.* Note de M. A. **Krebs**, présentée par M. Mascart.

« M. Zédé a déjà fait connaître à l'Académie son projet de bateau sous-marin mû par l'électricité. Le Ministre de la Marine a décidé, depuis, la construction de ce navire, qui est actuellement en voie d'achèvement. La machine et les accumulateurs qui lui sont destinés viennent d'être expérimentés à terre, et j'ai l'honneur de présenter à l'Académie le résultat de ces essais.

» La machine principale, qui doit actionner directement une hélice de $1^m,50$ de diamètre, est à 16 pôles, disposés symétriquement autour de l'anneau mobile; celui-ci, de 1^m de diamètre, est muni d'un collecteur avec quatre balais : deux pour la marche avant, deux pour la marche arrière. Le palier de butée est porté par la machine, et le poids de l'ensemble est de 2000^{kg} environ.

» La machine, devant fournir un travail de 52 chevaux, a été calculée pour marcher normalement avec un courant de 200 ampères et une différence de potentiel aux bornes de 192 volts.

» La source électrique qui fournit l'énergie nécessaire au fonctionne-

ment du moteur est produite par des accumulateurs à liquide alcalin, construits par MM. Commelin, Desmazures et Baillehache. La batterie comprend 564 accumulateurs, pesant chacun $17^{kg},500$: soit un poids total de 9840^{kg}.

» Le courant envoyé dans la machine est fourni par la totalité des accumulateurs, qui sont groupés de quatre façons différentes, au moyen d'un appareil spécial permettant d'obtenir quatre vitesses par la manœuvre d'une manivelle.

» Le premier groupement, petite vitesse, comprend 12 accumulateurs en surface, 47 en tension.

» Le deuxième, moyenne vitesse, 6 accumulateurs en surface, 94 en tension.

» Le troisième, vitesse de route, 4 accumulateurs en surface, 141 en tension.

» Le quatrième, grande vitesse, 2 accumulateurs en surface, 282 en tension.

» La Commission nommée par le Ministre de la Marine pour recevoir ces appareils a procédé aux épreuves, le 16 mars dernier, au Havre, dans les ateliers de la Société des Forges et Chantiers de la Méditerranée, où a été construite la machine.

» Le moteur était fixé sur le sol et l'hélice remplacée par une turbine à eau, munie de diaphragmes pour opposer une résistance convenable au mouvement de rotation.

» Les accumulateurs ont été chargés, en prenant le troisième groupement, par un courant de 100 ampères, nécessitant une force électromotrice de 140 volts aux bornes. La durée de charge a été de vingt-trois heures; la force électromotrice a varié de 135 volts au début à 144 à la fin.

» La charge a été prolongée au delà du temps nécessaire, parce que la plupart des accumulateurs étaient chargés pour la première fois, et qu'il y a intérêt, au point de vue pratique, à pousser la première charge jusqu'au dégagement d'hydrogène.

» La capacité totale de chaque accumulateur résultant du poids de zinc contenu dans l'appareil est de 520 ampères-heure. La charge en a fourni 575.

» La décharge sur la machine s'est opérée avec le quatrième groupement, grande vitesse. Elle a duré quatre heures et demie, et le travail aux bornes de la machine a été de 58 chevaux environ pendant les trois premières heures (206 ampères et 208 volts), de 54 chevaux pendant la qua-

trième (200 ampères et 200 volts). A la fin des quatre heures et demie, le travail était tombé à 47 chevaux (190 ampères et 183 volts), mais une vingtaine d'accumulateurs s'étaient déchargés en partie sur eux-mêmes par suite d'un isolement insuffisant. Ceux-ci, pendant toute la durée des essais, étaient restés dans leurs caisses d'emballage, dont plusieurs cloisons en bois étaient devenues conductrices par suite de l'humidité.

» Malgré ces conditions défavorables, la décharge de quatre heures et demie avait utilisé les $\frac{450}{520} = 0,865$ de la capacité totale des accumulateurs.

» En tenant compte de la différence entre les forces électromotrices à la charge et à la décharge, soit 1 et 0,75, l'énergie recueillie a été les $0,865 \times 0,75 = 0,65$ de l'énergie produite. Dans ces conditions, le poids d'accumulateur (vases et liquides compris) par cheval-heure recueilli est de 37^{kg}.

» Le lendemain, sans avoir été rechargés, les accumulateurs fournissaient encore plusieurs heures de travail à différentes allures, pour les essais de changement de marche du moteur et de plusieurs appareils accessoires.

» La résistance du moteur est de $0^{ohm},16$; sa vitesse de rotation à grande vitesse est de 280 tours par minute, avec un courant de 200 à 210 ampères.

» Dans ces conditions, le champ magnétique moyen dans l'entrefer est de 3000 unités C.G.S.; sa température atteignait 40°C. après les quatre heures et demie de marche à grande vitesse. »

PHYSIQUE. — *Sur la propagation du son produit par les armes à feu.* Note de M. DE LABOURET, présentée par M. Sarrau.

« Dans une récente Communication (¹), M. Journée a émis l'hypothèse qu'à tout instant de son mouvement un projectile est le centre d'un ébranlement sonore. Il a pu ainsi calculer approximativement les durées de parcours du son, d'après les conditions initiales de plusieurs tirs, et constater une concordance sensible entre les résultats du calcul et ceux de l'expérience.

» L'étude mathématique de cette hypothèse permet d'analyser le phénomène dans ses détails et conduit aux résultats géométriques suivants :

» 1° Le temps écoulé depuis le départ du coup, jusqu'à la perception de

(¹) *Comptes rendus*, t. CVI, n° 4, p. 244; 23 janvier 1888.

l'onde sonore émise par le projectile en un point déterminé de sa trajectoire, se compose de deux parties : l'une, relative au parcours du projectile, l'autre, à la propagation de l'onde émise par lui.

» La première onde perçue est celle pour laquelle ce temps total est minimum. Cette condition détermine la position qu'occupait le projectile, au moment où il a émis la première onde perçue. Pour abréger, on appellera cette position *centre sonore initial.*

» 2° Si l'on appelle v la vitesse du projectile, a la vitesse de propagation du son, φ l'angle que fait, avec la vitesse, la droite qui joint le projectile à l'observateur, le centre sonore initial est le point de la trajectoire pour lequel l'angle φ a une valeur θ déterminée par la relation $\cos\theta = \frac{a}{v}$.

» 3° Si, autour de la vitesse et en prenant la position du projectile comme sommet, on décrit un cône d'angle θ, ce cône renferme la position de l'observateur pour les positions du projectile, qui précèdent le centre sonore initial.

» Pour celles qui suivent, l'observateur est situé en dehors de ce cône. Lorsque le projectile passe au centre sonore initial, une des génératrices de ce cône passe par l'observateur. Ce cône sera désigné sous le nom de *cône critique*.

» 4° L'enveloppe des cônes critiques a pour caractéristiques des coniques.

» Le plan de chaque caractéristique est perpendiculaire à la direction de l'accélération du projectile, lorsqu'il passe au sommet du cône critique tangent à l'enveloppe le long de la caractéristique considérée.

» 5° On obtient l'équation de l'onde sonore en cherchant le lieu des position, où devraient se placer plusieurs observateurs, pour que la première onde perçue par chacun d'eux leur parvînt au même instant.

» On arrive facilement à prouver que les cônes critiques coupent orthogonalement les ondes sonores suivant des cercles, ce qui montre que la vitesse de propagation de l'onde reste bien égale à la vitesse du son dans le milieu considéré.

» 6° Après la détonation de l'arme, l'onde sonore, qui se propage en tous sens, se compose de deux parties : en dehors du cône critique relatif à l'origine, la surface d'onde est une portion de sphère; dans l'intérieur du cône critique de l'origine, l'onde est une surface située en avant de la sphère et présentant un sommet, où se trouve constamment le projectile. La surface d'onde intérieure au cône critique de l'origine et la partie sphé-

rique extérieure se raccordent le long de leur intersection avec ce cône.

» Les résultats qui précèdent résument la première partie d'un travail dont la deuxième partie aura pour objet les calculs numériques des durées de parcours du son, et la comparaison des durées calculées et des durées observées dans quelques expériences.

» Cette comparaison sera, si l'Académie veut bien me le permettre, le sujet d'une prochaine Communication. »

CHIMIE. — *Sur quelques combinaisons ammoniacales des sels de nickel.* Note de M. G. **André**, présentée par M. Berthelot.

« En étudiant les analogies et les différences que présentent entre eux certains sels métalliques en combinaison avec l'ammoniaque, j'ai été conduit à faire les remarques suivantes relatives aux sels de nickel.

» I. On sait que le zinc, le cuivre et le cadmium donnent plusieurs chlorures ammoniacaux, mais il ne se produit qu'un seul chlorure ammoniacal de nickel par voie humide; celui-ci a pour formule $NiCl, 3AzH^3$. Erdmann a décrit un semblable corps, se déposant en octaèdres violets opaques quand on ajoute de l'alcool à une solution de chlorure de nickel dans l'ammoniaque. La méthode qui consiste à redissoudre, à une faible chaleur, au sein de leur eau mère, les cristaux obtenus, par un courant prolongé de gaz ammoniac à froid, méthode qui permet d'obtenir, avec le zinc (Ed. Divers), le cuivre et le cadmium ([1]), des chlorures ammoniacaux de la forme générale $2MCl, 5AzH^3$, ne réussit pas avec le nickel, en ce sens que, appliquée comme je viens de le dire, elle ne donne que le chlorure $NiCl, 3AzH^3 \frac{1}{2}HO$ en octaèdres transparents violets.

	Trouvé.		Calculé.
Ni	25,12	24,53	24,48
Cl	29,23	29,03	29,46
Az	34,87	34,63	34,85

» Si l'on recueille le volumineux précipité cristallin qui se forme au début du passage du courant gazeux et qu'on le sèche sur du papier, on obtient encore un corps de même formule. Décomposés, soit par l'eau

([1]) *Comptes rendus*, t. CIV, p. 908.

bouillante, soit à 200° en tube scellé, ces chlorures ne donnent que de l'oxyde amorphe.

» II. On prépare aisément ce même chlorure ammoniacal, en mettant en suspension dans une solution de sel ammoniac de l'oxyde de nickel précipité et gélatineux, puis faisant passer un courant de gaz ammoniac dans le mélange refroidi. On redissout à une faible chaleur le précipité violet cristallin et, par refroidissement, on obtient de gros octaèdres opaques renfermant $3^{éq}$ d'eau de cristallisation ([1]). Disons en passant que cette préparation, effectuée avec de l'oxyde de cuivre précipité, ne donne pas de corps bien défini.

» III. Une solution de chlorure de nickel, à laquelle on ajoute peu à peu de l'ammoniaque étendue en quantité insuffisante, laisse déposer un précipité vert clair qui, lavé à l'eau froide et séché à 100°, répond à la formule d'un oxychlorure NiCl, 8NiO, 13HO ([2]).

» IV. Tandis que le chlorure de nickel ne donne pas, ainsi que je l'ai dit plus haut, de composé de la forme $2NiCl, 5AzH^3$, le sulfate, au contraire, fournit un sel $2SO^4Ni, 5AzH^3, 7HO$ quand on fait passer un courant prolongé de gaz ammoniac dans une solution refroidie de sulfate de nickel ([3]) et qu'on chauffe ensuite doucement jusqu'à redissolution du volumineux précipité cristallin d'abord formé. Il se dépose après refroidissement de grandes aiguilles d'un violet pâle, très déliquescentes, qu'on a séchées sur du papier :

	Trouvé.	Calculé pour $2NiSO^4, 5AzH^3, 7HO$.
Ni	19,78	19,47
SO^3	26,42	26,40
Az	23,55	23,10

([1]) Calculé pour $NiCl, 3AzH^3, 3HO$: Ni = 20,63, Cl = 24,82, Az = 29,37; trouvé : Ni = 20,36, Cl = 24,33, Az = 29,28.

Le rapport $\frac{Ni}{AzH^3} = \frac{1}{3}$ qui existe dans ce chlorure ne se présente pas avec ceux de zinc, cuivre et cadmium.

([2]) Calculé : Ni = 55,08 pour 100, Cl = 7,36; trouvé : Ni = 55,22, Cl = 7,47.

([3]) Quand on prolonge suffisamment le courant gazeux, le liquide surnageant les cristaux violacés est presque incolore et ne contient que des traces de nickel. J'ai signalé déjà le même fait pour le sulfate de cuivre (*Comptes rendus*, t. C, p. 1138). Remarquons de plus que les sulfates ammoniacaux de zinc, cuivre et cadmium ne donnent pas de composés de cette formule.

» Il existe un autre sulfate décrit par Erdmann et Laurent, et dont la formule $2AzH^3, NiSO^4, 2HO$ présente le type général des sulfates de zinc, cuivre et cadmium.

» J'ai préparé, de plus, un sulfate double de nickel et d'ammonium avec excès d'ammoniaque, en saturant par du gaz ammoniac à froid un mélange, préalablement chauffé, de $2^{éq}$ de sulfate d'ammonium avec $1^{éq}$ d'oxyde de nickel dissous dans un peu d'eau. On redissout à une faible chaleur le précipité cristallin qui s'est formé et on laisse reposer. Il se dépose de magnifiques prismes orthorhombiques bleus, auxquels l'analyse assigne la formule $NiSO^4, AzH^4SO^4, 3AzH^3 + 3HO$ (¹) :

	Calculé.	Trouvé.
Ni	13,65	13,31
SO^3	36,06	36,11
Az	25,47	25,28

» Ce corps s'effleurit assez vite à l'air en perdant de l'ammoniaque; sa décomposition par un excès d'eau ne donne que de l'oxyde de nickel.

» V. On prépare facilement un nitrate de nickel ammoniacal, soit en opérant avec le nitrate d'ammoniaque et l'oxyde de nickel exactement comme je viens de le dire pour le sulfate en dernier lieu, auquel cas on obtient de très petits cristaux violets transparents, soit en dissolvant du nitrate de nickel cristallisé en excès dans l'ammoniaque refroidie; on décante pour séparer le principe cristallin formé et l'on sature l'eau mère par le gaz ammoniac, on redissout le précipité et on laisse reposer : ces deux corps sont identiques. Leur formule est, après séchage rapide sur du papier : $NiAzO^6, 3AzH^3, 1\frac{1}{2}HO$ (²). Je n'ai pu retrouver le nitrate décrit par Erdmann; en effet, si l'on mélange des solutions chaudes de nitrate de nickel et d'ammoniaque étendue et qu'on laisse refroidir, ou bien si l'on met une couche d'alcool absolu sur une solution ammoniacale de nitrate de nickel étendue, auquel cas il se dépose peu à peu de petits cristaux opaques, on a toujours pour le rapport du nickel à l'ammoniaque le

(¹) On obtient le même composé en saturant directement par l'ammoniaque à froid une solution contenant équivalents égaux de sulfate de nickel et de sulfate d'ammonium. Le reste de la préparation comme plus haut.

(²) Calculé : $AzO^5 = 34,61$ pour 100, $Ni = 18,91$, Azote de l'ammoniaque, 26,92; trouvé : $AzO^5 = 34,49$, $Ni = 18,85$, Azote $= 27,23$.

nombre $\frac{1}{3}$, ces corps sont identiques à ceux dont je viens de donner l'analyse.

» Il n'existe donc qu'un seul nitrate ammoniacal de nickel, comme il n'y a qu'un seul nitrate de cadmium, présentant le même rapport ([1]). Dans les nitrates ammoniacaux de cuivre et de zinc, au contraire, le rapport du métal à l'ammoniaque était égal à $\frac{1}{2}$. »

THERMOCHIMIE. — *Sur la formation des hydrates de gaz.* Note de MM. **de Forcrand** et **Villard**, présentée par M. Berthelot.

« Nous avons décrit précédemment ([2]) un appareil destiné à la mesure exacte de la tension de dissociation de l'hydrate d'hydrogène sulfuré, et fait connaître la valeur de cette tension pour les températures supérieures à zéro. Cet appareil nous a permis de résoudre un autre problème, d'un intérêt plus général.

» Dans son étude de l'hydrate d'acide carbonique, publiée en 1882, M. Wroblewski ([3]) a formulé la loi suivante : « Il est évident que l'eau ne » peut se convertir en hydrate par compression, que lorsqu'elle tient en » dissolution la quantité de gaz correspondante à la composition de cet » hydrate. »

» Cette manière de concevoir la formation des hydrates du gaz, comme le résultat du passage à l'état solide d'une dissolution qui aurait la même composition paraît en effet assez naturelle. Cependant, on n'a pas démontré qu'elle fût d'accord avec l'expérience, et l'on pourrait proposer une hypothèse bien différente. On peut, en effet, supposer qu'au moment de la cristallisation la solution est beaucoup moins riche en gaz que les cristaux, et que ceux-ci, en se formant, absorbent un volume considérable de gaz. La dissolution des gaz dans l'eau et la formation de leurs hydrates seraient alors des phénomènes indépendants.

» Il semble même que cette dernière explication est seule admissible pour les hydrates d'acide sulfureux et de chlore, car la solubilité de ces gaz dans l'eau, à la pression ordinaire et aux températures où se forment les hydrates, est connue et bien inférieure à celle qui correspondrait à la composition de ces hydrates.

([1]) *Comptes rendus*, t. CIV, p. 989.
([2]) *Ibid.*, 19 mars 1888.
([3]) *Comptes rendus*, t. XCIV, p. 1356.

» Déjà, en 1884, M. Roozeboom [1] a critiqué la loi de M. Wroblewski, ou du moins le caractère d'évidence que ce dernier lui avait attribué.

» L'appareil que nous avons décrit nous a permis de répondre à cette question, pour le cas particulier de l'hydrogène sulfuré; il est très probable que les choses se passent de la même manière pour les hydrates analogues.

» Supposons, en effet, que notre réservoir contienne des cristaux d'hydrate, du gaz hydrogène sulfuré et un faible excès d'eau; ce sont les conditions ordinaires de son fonctionnement. La température est, par exemple, de $+1°$ exactement. On observe une différence de niveau de $+60^{mm}$; c'est la tension de dissociation, comptée à partir de 760^{mm}. La température restant constante, ajoutons rapidement du mercure dans la grande branche; une nouvelle lecture faite immédiatement donnera, par exemple, 160^{mm}. Mais si l'on attend quelques minutes, ou si l'on agite l'appareil pour accélérer la formation des cristaux, on voit le mercure baisser dans la grande branche et remplir plus complètement le réservoir; en même temps, de nouveaux cristaux se forment et la tension redevient égale à 60^{mm}. On peut encore répéter l'expérience, ajouter une nouvelle quantité de mercure et constater à la fois une nouvelle absorption et la formation d'une plus grande quantité de cristaux, jusqu'à ce que le réservoir ne contienne plus de gaz.

» Il est impossible de supposer qu'une différence de pression de 100^{mm} ait beaucoup augmenté la solubilité du gaz, à température constante; d'ailleurs, la diminution du volume gazeux est constamment accompagnée de la formation de nouveaux cristaux. On doit donc admettre la seconde hypothèse.

» Dans d'autres essais, faits en vue de déterminer exactement la composition de l'hydrate, nous avons pu constamment faire absorber par moins de 1^{cc} d'eau un volume de gaz voisin de 100^{cc}, à $0°$, et sous une pression constante de quelques centimètres de mercure.

» Dans le cas particulier qui nous occupe, l'expérience est tout à fait démonstrative; car la solubilité de l'hydrogène sulfuré dans l'eau est de 4^{vol} à $+1°$, à des pressions voisines de 760^{mm}, tandis que la composition de l'hydrate $HS + 12HO$ correspond à 102^{vol}. Les cristaux absorbent donc, en se formant, environ 100^{vol} de gaz.

» Cette expérience a été répétée un grand nombre de fois avec l'hydrate d'hydrogène sulfuré, dans des conditions très différentes, en faisant varier les proportions de gaz et d'eau et les dimensions de l'appareil.

---

(1) *Recueil des Travaux chimiques des Pays-Bas*, t. III, p. 47.

» Nous l'avons encore répétée avec le chlorure de méthyle et l'eau : elle a conduit aux mêmes résultats. L'hydrate solide de chlorure de méthyle, que nous étudions actuellement, absorbe aussi, en se formant, des quantités considérables de gaz, bien plus grandes que celles que l'eau peut tenir en dissolution.

» S'il est permis de généraliser ces résultats, on doit donc admettre que, au moment où un gaz (hydrogène sulfuré, hydrogène sélénié, acide carbonique, acide sulfureux, chlore, chlorure de méthyle, etc.) forme avec l'eau un hydrate cristallisé, ce n'est pas simplement la dissolution saturée qui prend l'état solide, mais un excès considérable de gaz disparaît et se combine avec l'eau de cette dissolution, pour donner un composé solide. »

THERMOCHIMIE. — *Expériences sur l'emploi du calorimètre Thompson pour la détermination du pouvoir calorifique pratique de la houille.* Note de M. Scheurer-Kestner, présentée par M. Friedel.

« On se sert, en Angleterre, d'un appareil calorimétrique dû à Thompson, pour déterminer la chaleur de combustion de la houille. Cet appareil se compose d'une cartouche en cuivre, renfermant 2^{gr} de houille mélangés avec huit à dix fois leur poids de chlorate et de nitrate de potasse; la cartouche chargée, après avoir été enflammée au moyen d'une mèche, est promptement recouverte d'une cloche en cuivre, et le tout est introduit dans un vase renfermant 2^{lit} d'eau. Dès que l'inflammation a gagné le mélange, une combustion vive s'opère; les gaz s'échappent par le bas de la cloche et traversent toute la hauteur du liquide avant de se répandre dans l'atmosphère; la combustion dure quarante-cinq à soixante-quinze secondes; la lecture d'un thermomètre placé dans le vase calorimétrique sert à déterminer l'élévation de température produite par la combustion : tels sont l'appareil et son fonctionnement dans leurs lignes générales.

» Un ingénieur anglais, M. Donkin, qui s'occupe avec un vif intérêt de toutes les questions relatives à l'emploi de la houille pour le chauffage des chaudières à vapeur et qui fera paraître prochainement un Mémoire important sur cette question, m'a demandé de comparer les résultats obtenus avec ce calorimètre avec la chaleur de combustion du combustible, mesurée dans l'appareil de Favre et Silbermann.

» Les expériences qui suivent démontrent que l'écart maximum avec la chaleur de combustion réelle n'a pas dépassé 4 pour 100. Il faut, il est vrai, y apporter une certaine habitude. L'isolement, très imparfait, de l'appareil exige une très grande rapidité dans l'opération et les lectures du thermomètre, et il faut une expérience préalable afin de mettre les proportions du mélange oxydant en rapport avec la teneur de la houille en cendres et sa nature; celles indiquées par les opérateurs anglais m'ont semblé insuffisantes. Les proportions que j'ai employées, après de nombreuses expériences préliminaires, ont varié de dix fois et demie à onze fois et demie le poids de la houille. Avec un poids représentant seulement dix fois celui de la houille, je n'ai pas obtenu de combustion complète; il restait dans l'eau du vase calorimétrique des grains noirs de houille non décomposés. Il s'agissait de déterminer quel coefficient il fallait appliquer à l'appareil dont j'ai fait usage et que M. Donkin avait bien voulu mettre à ma disposition. En Angleterre, on a l'habitude d'ajouter 10 pour 100 au résultat obtenu; mais, d'après mes expériences, cette correction est absolument insuffisante; elle représente, à peine, la valeur en eau de l'appareil lui-même, verre et métal.

» M. Stohmann a fait une étude complète de ce mode de détermination des valeurs calorimétriques des substances organiques : les corrections nombreuses qu'il a apportées aux calculs, ainsi qu'à la constitution des mélanges, l'ont amené à des résultats beaucoup plus concordants avec la réalité, mais aux dépens de la facilité et surtout de la rapidité des opérations. Mes expériences ont eu un tout autre but : déterminer si, à l'aide d'une correction établie une fois pour toutes et en se bornant à employer l'appareil sans modifications, il est possible de se rapprocher de la chaleur de combustion réelle, d'une manière suffisante pour les besoins industriels.

» Pour connaître le coefficient applicable à l'appareil dont je me suis servi, j'ai commencé par y brûler du charbon de bois fortement calciné; j'ai obtenu 6986 calories, une fois que les proportions convenables du mélange ont été trouvées; le charbon brûlé renfermant 0,5 pour 100 de cendres, la substance pure aurait produit 7021 calories au lieu de 8080. La différence est de 1059 calories ou de 15,0 pour 100. C'est cette correction dont j'ai fait usage dans mes expériences sur la houille.

» Cependant j'ai tenu à confirmer ce premier résultat, en opérant sur des échantillons de houille dont j'avais préalablement déterminé la cha-

leur de combustion au moyen du calorimètre de Favre et Silbermann. Voici les résultats que j'ai obtenus :

	Calorimètres	
	Thompson. Corr. 15 p. 100.	Favre et Silbermann.
	cal	cal
Houille de Ronchamp (échantillon de 1885)	9179	9130
» (échantillon de 1867)	9237	9163
Houille de Blanzy de 1869	9011	9111
Houille grasse du Creusot de 1868	9521	9622
Houille de Saarbruck	8554	8457
» (autre échantillon)	8433	8462
Houille de la Ruhr de 1886	9128	9111

Les différences ne dépassent pas 1 $\frac{1}{4}$ pour 100 en plus ou en moins; j'en ai conclu que la correction de 15 pour 100 était bien celle qui s'appliquait à mon appareil et à ma méthode de travail. J'ai alors brûlé, dans le calorimètre de Thompson, 20 espèces de houilles différentes; leur chaleur de combustion réelle n'a été déterminée que *postérieurement* dans le calorimètre Fabre et Silbermann :

	Calorimètres		
	Thompson.	Favre et Silb.	Différences pour 100.
1	8972	8858	+ 1,3
2	8559	8853	— 3,2
3	8956	8771	+ 2,1
4	8882	8756	+ 1,5
5	8384	8545	— 1,8
6	8401	8638	— 2,7
7	8865	8727	+ 1,6
8	8408	8714	— 3,5
9	8688	8660	+ 0,3
10	8586	8880	— 3,2
11	8810	8656	+ 1,8
12	8585	8685	— 1,2
13	9232	8943	+ 3,2
14	9021	8893	+ 1,4
15	8996	8801	+ 2,1
16	8627	8933	— 3,3
17	8964	8700	+ 3,1
18	8750	8909	— 1,5
19	9186	9030	+ 1,6
20	8811	8864	— 0,6

» Les écarts maxima sont de 3 $\frac{1}{2}$ pour 100 environ, soit en plus, soit en

moins; ils sont restés onze fois au-dessous de 2 pour 100, et n'ont dépassé 3 pour 100 que six fois (¹).

» En résumé, il résulte de ces expériences que, si le calorimètre Thompson peut donner aux praticiens des indications suffisantes lorsqu'ils ne recherchent qu'une approximation à quelques centièmes près, on ne saurait cependant lui accorder qu'une confiance limitée. Il me semble que l'emploi de la bombe calorimétrique de M. Berthelot remplit toutes les conditions avantageuses des deux appareils dont je viens de faire la comparaison, sans en avoir aucun des inconvénients. Je me propose de profiter de l'obligeance avec laquelle M. Berthelot a bien voulu mettre à ma disposition l'une de ses bombes, pour y essayer la combustion de la houille.

» J'ai été à même de faire, dans le cours de ces expériences, une observation assez curieuse. Des échantillons de houille datant de vingt ans et renfermés depuis cette époque, à l'état de poudre fine, dans des flacons bouchés assez imparfaitement et exposés à la lumière diffuse, n'ont subi aucune altération : témoins, la houille grasse de Ronchamp datant de 1867, la houille grasse du Creusot datant de l'année 1868, la houille maigre de Blanzy datant de 1869, et deux houilles de Saarbruck, Friederichsthal et Von der Heydt provenant de l'extraction de 1868. »

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Recherches sur la fixation de l'azote par le sol et les végétaux*. Note de MM. **Arm. Gautier** et **R. Drouin**, présentée par M. C. Friedel.

« Nous avons montré (²) que les sols nus s'enrichissent en azote dès qu'ils contiennent de la matière organique, fût-elle d'origine purement artificielle, et lors même qu'ils sont exempts de fer ou n'en possèdent qu'une trace à l'état de silicate. Nous verrons que cet azote est en grande partie emprunté aux composés ammoniacaux et nitriques de l'atmosphère, ce qu'indiquent déjà l'influence peu sensible des oxydes de fer et l'importance prépondérante de la perméabilité des terres. Une nouvelle suite d'expériences va

---

(¹) Les causes principales des indécisions dans les résultats obtenus avec le calorimètre de Thompson résident, comme du reste l'a observé M. Stohmann, dans la chaleur de décomposition du mélange oxydant et dans celle de dissolution des sels non décomposés et décomposés, leurs proportions variant avec chaque houille.

(²) Voir même Volume, p. 754 et 863.

nous montrer quel rôle exerce la végétation au point de vue de cette fixation de l'azote par le sol et par la plante. Dans cette seconde série chaque terrain déjà étudié nu, artificiellement constitué avec ou sans fer, avec ou sans matière organique, était ensuite ensemencé. Nous pouvions dès lors tenir compte, d'une part, de l'influence de la composition du sol sur l'assimilation de l'azote par la plante, de l'autre, de l'effet de la végétation sur l'emmagasinement de l'azote dans les terres. Mais, pour que ces influences réciproques fussent comparables, il fallait nous adresser au même végétal. Celui qui, dans nos essais de 1886, nous avait paru réussir le mieux dans les conditions où nous étions placés est la fève de marais. Elle croît bien en été et au commencement de l'automne et appartient à cette famille des Légumineuses dont les représentants sont réputés si particulièrement assimilateurs de l'azote, que depuis longtemps ces plantes passent auprès des agriculteurs pour enrichir le sol, et portent le nom d'*améliorantes*.

» Toutes nos expériences comparatives sur les sols nus ou ensemencés ont été faites simultanément.

VARIATIONS DE L'AZOTE TOTAL DANS LE SOL ENSEMENCÉ.

» *Expérience VIII. — Sol exempt de fer et de matières organiques.* — Mêmes conditions que dans les expériences I et II (p. 865). Pris 1125gr du mélange ordinaire de terre ou *fond commun* (p. 755). Semé le 14 août quatre fèves de marais; elles ont levé les 24, 25 et 29. L'un des pieds, en proie à la gangrène sèche, a mal végété. Les autres ont donné trois tiges de 45cm et 50cm de haut, des feuilles nombreuses, des fleurs le 10 octobre. Eau d'arrosage, 1322cc, quantité plus grande que dans les expériences I et II, par suite de l'évaporation des feuilles.

» Dans cette expérience et les suivantes, on arrachait les plantes à la récolte, on enlevait soigneusement toutes les radicelles et l'on dosait l'azote total, et sous ses trois états, dans le sol et la plante avec ses racines. Voici les nombres relatifs à l'azote total :

		gr
Azote initial.	Azote préexistant dans le sol	0,1151
	Azote dans les semences	0,2342
	Azote apporté par l'arrosage	0,0073
	Total de l'azote introduit	0,3566
Azote final.	Azote du sol à la fin de l'expérience	0,1782
	Azote de la récolte (21gr,02 de plantes sèches)	0,3590
	Total de l'azote final, sol et plantes	0,5372

» D'où : *Azote total fixé* = 0gr,5372 — 0gr,3566 = 0gr,1806.

» *Expérience IX. — Même sol, rendu ferrugineux. — Fond commun*, 1087gr,5; Fe^2O^3 = 37,5; même sol que dans les *Exp. III* et *IV*. Quatre fèves, semées le 14 août,

ont levé du 23 au 27. Même aspect vigoureux et même taille que dans l'*Exp. VIII*. Fleurs fin octobre. Eau d'arrosage, 1293^{cc}. On a trouvé :

		gr
Azote initial.	Azote préexistant dans le sol..................	0,1252
	Azote dans les semences......................	0,2342
	Azote apporté par l'arrosage..................	0,0072
	Total de l'azote introduit..............	0,3666
Azote final.	Azote du sol à la fin de l'expérience............	0,1558
	Azote de la récolte (20^{gr},10 de plantes sèches)...	0,3783
	Total de l'azote final, sol et plantes......	0,5341

» D'où : *Azote total fixé* = 0^{gr},5341 — 0^{gr},3666 = 0^{gr},1675.

» *Expérience X. — Sol non ferrugineux, mais additionné de matières organiques. — Fond commun,* 1100^{gr}; charbon, 22^{gr},5; acide ulmique, 2^{gr},25 comme dans l'*Exp. V*. Quatre fèves, semées le 14 août, ont levé les 1er et 2 sept. Aspect vigoureux des plantes des *Exp. VIII* et *IX*; pas de fleurs le 31 octobre. Eau d'arrosage, 1322^{cc}.

		gr
Azote initial.	Azote préexistant dans le sol..................	0,1126
	Azote dans le charbon..........................	0,1183
	Azote dans les semences......................	0,2342
	Azote introduit par l'arrosage..................	0,0073
	Total de l'azote introduit..............	0,4724
Azote final.	Azote du sol à la fin de l'expérience............	0,3238
	Azote de la récolte (17^{gr},55 de plantes sèches)...	0,3559
	Total de l'azote final, sol et plantes......	0,6797

» D'où : *Azote total fixé* = 0^{gr},6797 — 0^{gr},4724 = 0^{gr},2073.

» *Expérience XI. — Sol ferrugineux, additionné de matière organique. — Fond commun,* 1062^{gr},8; Fe^2O^3 = 37,5; charbon = 22,5; acide ulmique, 2,25, comme dans les expériences VI et VII. Quatre fèves, semées le 14 août, ont levé les 13 et 24. Même aspect que les pieds les plus vigoureux des expériences ci-dessus. Fleurs le 10 octobre. Eau d'arrosage, 1035^{cc}. On a trouvé pour l'azote total :

		gr
Azote initial.	Azote préexistant dans le sol..................	0,1224
	Azote dans le charbon..........................	0,1183
	Azote dans les semences......................	0,2342
	Azote introduit par l'arrosage..................	0,0057
	Total de l'azote introduit..............	0,4806
Azote final.	Azote du sol à la fin de l'expérience............	0,3145
	Azote de la récolte (19^{gr},4 plantes sèches).......	0,4143
	Total de l'azote final, sol et plantes.........	0,7288

» D'où : *Azote total fixé* = 0^{gr},7288 — 0^{gr},4806 = 0^{gr},2482.

» Dans ces deux séries d'expériences, nos essais ayant porté deux à deux sur des sols de même composition et placés dans des conditions identiques,

l'intervention du végétal exceptée, il est intéressant de comparer les poids d'azote fixé ou perdu par le sol nu d'une part, par ce même sol et par sa récolte de l'autre, pour en conclure l'influence attribuable à la végétation :

		Azote total (sol et récolte).	Azote fixé par la végétation (sol et plantes).
A. *Sols privés de fer et de matière organique.*	Sol non ensemencé (Exp. I et II)	— 0gr,0086	+ 0gr,1892
	Même sol ensemencé (Exp. VIII)	+ 0,1806	
B. *Sols pourvus de fer.*	Sol non ensemencé (Exp. III et IV)	— 0,0234	+ 0,1909
	Même sol ensemencé (Exp. IX)	+ 0,1675	
C. *Sols pourvus de matière organique.*	Sol non ensemencé (Exp. V)	+ 0,1005	+ 0,1067
	Même sol ensemencé (Exp. X)	+ 0,2072	
D. *Sols pourvus de fer et de matière organique.*	Sol non ensemencé (Exp. VI et VII)	+ 0,1089	+ 0,1393
	Même sol ensemencé (Exp. XI)	+ 0,2482	

Moyenne : Azote total fixé sous l'influence de la végétation.. + 0gr, 1565.

Soit environ, d'après la surface de nos pots, 185kg d'azote total fixé par hectare.

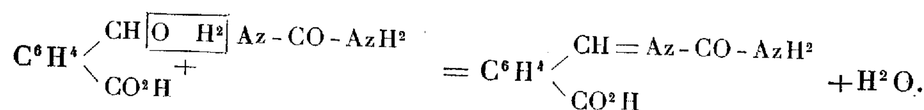
» Notre première série d'expériences nous avait montré que le sol nu fixe de l'azote indépendamment de toute végétation, pourvu qu'il contienne de la matière organique. La seconde série établit que la végétation constitue un mode de fixation de l'azote qui s'ajoute au précédent dans les sols munis de matières organiques, et qui peut suppléer à celles-ci dans les sols qui n'en sont pas encore pourvus.

» Le dosage de l'azote sous ses divers états, nitrique, ammoniacal et organique, dans les sols nus ou ensemencés, va maintenant nous permettre d'interpréter nos expériences et le mécanisme de la fixation de l'azote. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques dérivés de l'acide orthoaldéhydophtalique.* Note de M. S. **Raeine**.

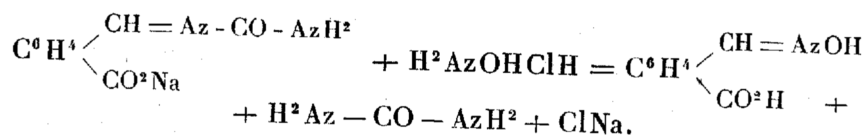
« I. *Action de l'urée sur l'acide orthoaldéhydophtalique.* — L'acide orthoaldéhydophtalique donne très facilement naissance à une uréide : cette

réaction est caractéristique de cet acide. En mélangeant une solution aqueuse de l'acide, même très étendue, avec une solution aqueuse d'urée, on voit bientôt la solution se troubler et se former un dépôt de fines aiguilles incolores. L'analyse élémentaire de ce dépôt conduit à la formule empyrique $C^9H^8O^3Az^2$, d'après laquelle 1^{mol} de l'acide serait entrée en réaction avec 1^{mol} d'urée, avec élimination de 1^{mol} d'eau. L'équation suivante représente la réaction



» La formule de constitution de ce composé serait celle du benzoyl-uréide orthocarboxylé.

» L'uréide est insoluble à froid dans l'eau, l'alcool et l'éther, facilement soluble dans l'eau bouillante, faiblement dans l'alcool bouillant. Il se dissout facilement et à froid dans les alcalis caustiques et carbonatés. Chauffé avec un excès de soude, il dégage de l'ammoniaque. Son sel de sodium, traité en solution aqueuse avec le chlorhydrate d'hydroxylamine, donne un précipité possédant les propriétés physiques et chimiques de l'acide que j'ai décrit sous le nom d'*acide benzoldoxime orthocarbonique* (¹). Cette réaction, caractéristique pour l'uréide, est représentée par l'équation suivante :

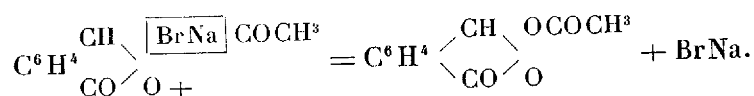


» L'uréide benzoyle-orthocarbonique fond à 240°, en dégageant de l'ammoniaque, et se transforme en un corps jaune dont l'étude n'est pas encore terminée. Les sels ont été obtenus par double décomposition ; le sel d'argent est facilement soluble dans l'eau bouillante, d'où il cristallise en fines aiguilles ; les sels de chaux et de baryte sont à peu près insolubles dans l'eau à chaud et à froid. Le bibromure n'a pu être obtenu, ni par l'action directe du brome sur l'uréide, ni en suspension dans le chloroforme.

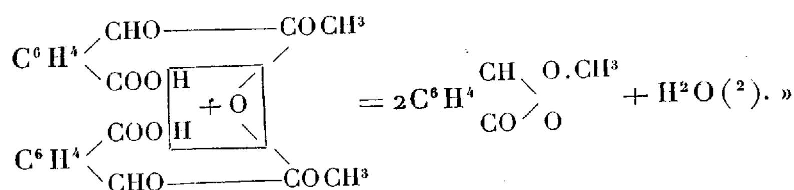
» 2° *Action de l'acétate de sodium sur la bromophtalide α.* — En chauffant l'acide ortho-aldéhydophtalique avec l'anhydride acétique, on obtient un

(¹) *Annalen*, 239.

produit neutre dont la formule empyrique est représentée par $C^{10}H^{8}O^{4}$, composé que j'ai décrit comme l'anhydride mixte qui aurait la constitution $C^6H^4 \begin{smallmatrix} \diagup CHO \\ \diagdown CO\text{-}O\text{-}COCH^3 \end{smallmatrix}$ (1). Ce qui m'a paru parler en faveur de cette constitution pour le composé susmentionné, c'est la propriété qu'il possède de colorer en rouge la fuchsine décolorée par l'acide sulfureux, propriété qui indiquerait la présence du groupe aldéhydique dans sa molécule. L'isomère de ce composé serait le dérivé acétylé de l'oxyphtalide, dont la constitution serait représentée par la formule $C^6H^4 \begin{smallmatrix} \diagup CH \diagdown O.COCH^3 \\ \diagdown CO \diagup O \end{smallmatrix}$. L'action qu'exerce l'acétate de sodium sur la bromophtalide α paraît plaider en faveur de la dernière formule pour le produit obtenu par l'action de l'anhydride acétique sur l'acide aldéhydophtalique : en chauffant des quantités équivalentes de bromophtalide avec de l'acétate de soude anhydre, j'ai pu retirer du produit de la réaction un composé neutre semblable, par toutes ses propriétés, au composé que j'obtiens par l'action de l'anhydride acétique sur l'acide aldéhydophtalique. La réaction se passerait de la manière suivante :



» La transformation, dans le même composé, de l'acide aldéhydophtalique sous l'action de l'anhydride acétique, serait représentée comme il suit :



(1) *Annalen*, 239.
(2) Ce travail a été fait au laboratoire de Chimie minérale du Collège de France.

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Surdité pour les harmoniques de la parole, dans l'otopiésis*. Note de M. **Boucheron**, présentée par M. Bouchard.

« On sait que la parole articulée à haute voix se compose de *sons fondamentaux* produits dans le larynx, et de *sons harmoniques* (vocaux) produits dans les parties de la gorge, de la bouche et du nez placées au-dessus des cordes vocales. Les *vibrations thoraciques* que les médecins perçoivent à la main et les harmoniques du thorax et de la trachée ne servent pas à la formation des voyelles ni des consonnes.

» On sait aussi que la dissociation des sons composants de la parole (sons fondamentaux et harmoniques) se montre en certaines circonstances. C'est ainsi que, dans la paralysie des cordes vocales, le *son fondamental, laryngien, manque;* mais les harmoniques persistent sous forme de *voix chuchotée*. De même, dans la *voix chuchotée*, prononcée en aspirant l'air ou en l'expirant, chez un sujet sain, les *harmoniques* sont intacts, pendant que les sons fondamentaux laryngiens sont supprimés par l'ouverture large de la glotte.

» D'autre part, les sons harmoniques de la parole sont très modifiés, sinon *supprimés,* quand la voûte palatine manque, surtout quand la difformité s'étend aux lèvres, comme dans la *gueule de loup*, où le son fondamental laryngien est intact, et cependant la parole est inarticulée, incompréhensible.

» Cette dissociation des éléments de la parole existe aussi parfois pour l'ouïe, qui perçoit, quelquefois, tantôt les *sons fondamentaux* de préférence, tantôt les *sons harmoniques*. Ces particularités se trouvent le plus souvent dans les affections de l'oreille *à otopiésis* (compression labyrinthique.)

» Ainsi l'on observe (*a*) des *surdités pour les harmoniques de la parole*, (*b*) *des surdités pour les sons fondamentaux* et (*c*) *des surdités mixtes*.

» *a*. Dans *les surdités portant surtout sur les harmoniques de la parole*, les malades entendent assez bien qu'on leur parle (*son fondamental*), mais n'entendent pas les détails de la parole (*harmoniques*). Entre autres exemples, on peut citer celui-ci, qui est fort net :

» Un jeune garçon, de quatorze ans, du service hospitalier de M. Landouzy, entendait assez bien les sons fondamentaux simples, tels que ceux du diapason, et entendait le son de la montre à plusieurs centimètres, mais il n'entendait nullement les harmo-

niques de la parole et ne comprenait pas un seul mot, quoiqu'il fût très intelligent, parlât bien et conversât bien par l'écriture.

» *b*. Dans les surdités *pour les sons fondamentaux* principalement, le malade peut ne plus entendre la montre au contact du crâne et à peine le diapason (*sons fondamentaux simples*), et cependant comprendre parfaitement à la distance de plusieurs mètres, la *voix chuchotée* (*harmoniques*). Ces surdités s'observent soit chez les enfants, soit chez les adultes ou les vieillards.

» Chez les enfants, car c'est au début du mal que l'affection est plus simple et plus favorable à l'étude, on peut les constater, par exemple, dans les crises récentes d'une otopiésis aiguë par rhume d'oreilles.

» Dans un cas, après une surdité totale de quelques jours, l'audition de la *voix chuchotée* (harmoniques) fut de nouveau perçue à plus de 6^{m}, la montre (son fondamental) n'étant entendue qu'à $0^{m},02$. Quelques jours plus tard, la *voix chuchotée* était comprise à 12^{m}, la montre entendue seulement à $0^{m},08$.

» Chez les adultes et les vieillards, cette surdité est souvent la conséquence de nombreuses rechutes d'*otopiésis* (compression labyrinthique) et les patients peuvent encore converser d'assez loin, tout en ayant cessé d'entendre le son de la montre, même au contact des os.

» *b'*. Ici prend place la *surdité paracousique de Willis*, dans laquelle le malade *entend encore très bien les harmoniques de la parole au milieu du bruit*, en voiture, en chemin de fer, quand des ondes sonores nombreuses s'entre-croisent en tous sens. Mais il n'entend plus ou entend fort mal les sons harmoniques vocaux dans le silence, quand les seules ondes de la parole frappent sa tête et ses oreilles. Dans cette surdité paradoxale, très anciennement signalée, la surdité pour les harmoniques de la parole n'existe que dans certaines circonstances connues, le calme relatif de l'air.

» *c*. Dans les *surdités mixtes*, il y a une surdité à peu près égale pour les sons fondamentaux et pour les sons harmoniques. Ces surdités sont encore les plus communes.

» La plupart des faits de *surdités dissociées* que nous avons recueillis existaient dans les maladies auriculaires, à excès de pression labyrinthique (otopiésis); et, dans les cas récents, la décompression labyrinthique par les moyens appropriés a souvent diminué ces diverses surdités. Dans ces cas, la surdité avait donc pour siège l'oreille et non les organes cérébraux de la perception auriculaire.

» Si l'on veut admettre avec nous le siège auriculaire de ces surdités, dont les auristes observent assez fréquemment des exemples, c'est du côté

de l'oreille que le mécanisme devra être cherché; quoique, à vrai dire, la théorie ne puisse pas en être établie définitivement aujourd'hui. Si toutefois on veut aborder cette recherche, parce que la thérapeutique variera selon les théories admises, il faut se rappeler d'abord que *l'oreille est un organe d'analyse,* capable de séparer dans un mélange sonore (surtout avec l'habitude) des ondes de longueurs très différentes; et, en particulier, capable de distinguer les ondes harmoniques d'avec le son fondamental. L'oreille distingue, en effet, une note étant donnée, l'instrument qui la produit (par les harmoniques propres à chaque instrument), et, pour la parole, la personne même qui parle. L'œil est, au contraire, bien moins analyste; car, dans la lumière blanche. il ne sait point distinguer les ondes composantes de longueurs différentes (couleurs du prisme).

» Une expérience de Helmholtz peut donner une idée du mécanisme de ces dissociations des composantes de la parole par l'ouïe. Devant un piano ouvert et débarrassé de ses étouffoirs, on chante, sur une note quelconque, successivement les diverses voyelles, et le piano répond distinctement *a, é, o, u, ou.* Mais, si l'on replace les étouffoirs, le piano se tait aussitôt. Les cordes, décomprimées, vibrent à l'unisson des divers harmoniques de chaque voyelle. Comprimées à un certain degré, les cordes cessent de vibrer et le piano est muet.

» C'est un phénomène de cet ordre qui nous paraît se passer dans l'oreille lorsque, sous un certain excès de pression, il se produit un obstacle ou une gêne pour la vibration des cils des cellules auditives accordées pour les harmoniques de la parole : ou les nerfs trop comprimés ne transmettraient plus ces vibrations délicates; ou enfin l'obstacle siégerait dans l'appareil externe de la transmission des sons. Le plus souvent, et au début surtout, par la décompression labyrinthique, le fonctionnement de l'oreille se rapproche de la normale, ce qui justifie la localisation dans l'oreille des phénomènes que nous venons de décrire. »

CHIRURGIE. — *Sur une nouvelle déformation des mains chez les verriers : mains en crochet.* Note de M. **A. Poncet**, présentée par M. Bouchard.

« Il existe chez les verriers une déformation professionnelle des mains, sur laquelle l'attention n'a pas été appelée. Cette déformation, que nous avons observée pour la première fois chez un jeune homme entré à l'Hôtel-Dieu, est caractérisée par une flexion permanente, très prononcée, des

doigts sur la main. Le petit doigt et l'annulaire sont plus fléchis que le médius et l'index, le pouce est indemne. La flexion porte essentiellement sur la deuxième phalange, qui est inclinée presque à angle droit sur la première; elle n'est point due à une sclérose du derme ou à des brides profondes, mais à la rétraction des tendons fléchisseurs, plus particulièrement du fléchisseur superficiel. Ce diagnostic s'impose par un examen attentif des doigts, alors surtout que le malade a été anesthésié.

» Les articulations phalango-phalanginiennes sont plus ou moins déformées avec tendance à la subluxation, les doigts sont inclinés sur le bord cubital et ne peuvent être redressés. La peau de la face palmaire et des doigts est un peu plus épaisse, plus calleuse qu'on ne l'observe habituellement chez les manouvriers.

» La déformation dont nous parlons est connue, parmi les verriers, sous le nom de *main en crochet, main fermée;* elle survient au bout de peu de temps et s'accroît progressivement. Il résulte des recherches d'un de nos internes, Étienne Rollet, qui s'est transporté dans plusieurs verreries, que la plupart des ouvriers présentent cette lésion; elle est d'autant plus marquée qu'ils sont verriers depuis plus longtemps.

» Si l'on tient compte des manœuvres nécessitées par la fabrication du verre, on se rend aisément compte du mode de formation de la main en crochet. Les ouvriers qui soufflent, en effet, le verre emploient une canne en fer, tube long de $1^{m},20$, du poids de 2^{kg}, à laquelle ils impriment un rapide mouvement de rotation, les mains fermées.

» Pendant la durée du travail, qui est seulement de huit heures par jour, temps pendant lequel un bon ouvrier fabrique de six cents à sept cents pièces, les doigts ne quittent donc pas la canne qu'ils enserrent; aussi dès les premiers mois l'extension complète devient-elle difficile; après un temps variable, la rétraction, qui s'accuse progressivement, entraîne une flexion permanente qui persiste pendant toute la vie. Quant à l'épaississement du derme, il est le fait d'une dermite chronique, produite soit par la pression de la canne, soit par la chaleur parfois considérable que lui communique la boule de verre en fusion.

» La profession de verrier est extrêmement pénible; elle est remplie par des hommes jeunes qui, vers l'âge de trente-cinq ans, sont obligés de l'abandonner.

» La main en crochet est spéciale aux verriers, elle n'a pas été rencontrée chez d'autres ouvriers, examinés en grand nombre dans divers ateliers. Cette déformation, qui compromet gravement l'usage de la main,

a été souvent une cause d'exemption du service militaire; elle intéresse le clinicien, le médecin légiste, et mérite de prendre place à côté de certaines lésions professionnelles caractéristiques. »

EMBRYOGÉNIE COMPARÉE. — *Sur les formes de spermatozoïdes de l'Élédone musquée*. Note de M. **Armand Sabatier**, présentée par M. de Quatrefages.

« Quelques publications récentes, et notamment les observations insérées dans les *Comptes rendus* par MM. Kœhler et Robert, ont attiré l'attention sur un double processus de spermatogénèse et sur une double forme des spermatozoïdes chez quelques Mollusques gastéropodes. Je crois devoir signaler des faits analogues chez l'Élédone musquée (*E. moschata*). On trouve, en effet, dans les culs-de-sac testiculaires de ce céphalopode, deux formes de spermatozoïdes assez nettement différentes, et qui se développent différemment.

» Dans l'une des formes, la tête est constituée par une fine spire très régulière; dans l'autre, la tête, beaucoup plus longue, est un simple filament droit ou très irrégulièrement sinueux. Dans les deux cas, la queue est très longue. Ces spermatozoïdes sont réunis par faisceaux qui se distinguent bien sur les dissociations et sur les coupes.

» Leur développement est différent. Dans les spermatoblastes qui doivent fournir un spermatozoïde *spiriforme*, la chromatine du noyau se condense au centre de la cellule en une masse d'abord globuleuse, qui s'étire bientôt pour prendre la forme d'une massue avec une grosse extrémité et une extrémité atténuée. La membrane nucléaire devient invisible et le bâtonnet chromatique est situé au centre de la cellule, qui prend aussi une forme allongée. Le bâtonnet s'allonge en ligne droite et fait saillie par sa grosse extrémité. Le cytoplasme qui l'entoure s'amincit beaucoup de ce côté, et se porte vers l'extrémité aiguë où il forme un renflement incolore et granuleux, dans lequel se replie en crochet l'extrémité effilée du bâtonnet de chromatine. La grosse extrémité de ce dernier se dégage enfin du sein de la cellule, et acquiert à son sommet un filament très fin, incolore, qui me paraît formé par l'allongement d'une portion du cytoplasme : c'est la queue du spermatozoïde. A mesure que le bâtonnet s'allonge, il devient aussi plus mince, et il arrive un moment où son aspect massif fait place à une spire à tours réguliers et très serrés qui s'écartent

progressivement, en même temps que le diamètre de la spire diminue. Le bâtonnet paraît donc formé par le cordon chromatique du noyau qui s'est disposé d'abord en tours de spire si serrés qu'il est impossible de les distinguer. D'ailleurs, les bords du bâtonnet présentent assez souvent des crénelures fines qui correspondent probablement à cette disposition. La spire s'allonge et le cytoplasme incolore qui est resté attaché à l'extrémité effilée de la tête se résorbe progressivement.

» Les spermatozoïdes *filiformes* se développent autrement. Dans les spermatoblastes, la chromatine se condense, non plus dans le centre du noyau, mais à la périphérie contre la membrane nucléaire. C'est d'abord un arc en croissant qui s'allonge peu à peu, formant un ruban épais enroulé en spire, à tours peu nombreux et irréguliers, dans l'intérieur du corps cellulaire. La cellule devient ovoïde; le ruban se dégage, se redresse et s'amincit dans une de ses extrémités, qui porte une masse de protoplasme granuleux qui me paraît être proprement le cytoplasme restant. L'autre portion du ruban, encore épaisse, reste enroulée autour d'une masse sphérique claire, hyaline, qui me paraît dériver du caryoplasme qui est resté embrassé par les tours de spire du ruban. Ensuite le ruban s'allonge, les tours de spire se dégagent, s'ouvrent plus ou moins, le caryoplasme se résorbe et le spermatozoïde apparaît comme un filament chromatique à direction très capricieuse, portant une queue très longue et attaché par sa base à une masse de cytoplasme granuleux qui disparaîtra à son tour.

» Le mode suivant lequel se fait l'amincissement du ruban chromatique diffère notablement dans les deux cas. Dans le spermatozoïde spiriforme, les tours serrés d'une spire s'écartent régulièrement en même temps que diminue le diamètre de la spire. Dans le spermatozoïde filiforme, le ruban spiral, épais et irrégulier, semble formé par les boucles inégales d'un filament qui se sont tassées et accolées longitudinalement et qui se dégagent progressivement. On voit, en effet, dans la région moyenne de la tête, un renflement irrégulier qui semble diminuer par le redressement des anses des boucles.

» Arrivés à ce degré de développement, les deux groupes de spermatozoïdes se distinguent fort bien l'un de l'autre. Le groupe des filiformes ressemble à un écheveau embrouillé ou à une chevelure ébouriffée, formée de têtes de spermatozoïdes tordues dans tous les sens. Le groupe des spiriformes présente, au contraire, l'aspect d'un faisceau de têtes droites, serrées et régulières. Je ne puis rien dire encore de la loi de la distribution de ces

genres (*Pelargonium, Cercis, Bauhinia, Liquidambar, Platanus*); 2° à la *caractéristique* (coupe transversale et terminale du pétiole), les faisceaux libéro-ligneux sont, chez un très grand nombre de familles, distincts dans

groupes dans le testicule, ni de la signification physiologique de chacune des deux formes.

» J'ai émis, depuis longtemps déjà, l'opinion que les spermatozoïdes vermiformes de la Paludine vivipare sont de vrais cormus de spermatozoïdes, qu'ils correspondent à un groupe de spermatozoïdes dont les têtes sont confondues, tandis que les queues sont distinctes, et que leur formation doit être attribuée à ce que le processus de différenciation du spermatozoïde se produit prématurément, et avant que les gros spermatoblastes des premières générations se soient subdivisés en petits spermatoblastes destinés à fournir chacun un spermatozoïde. Mes observations sur l'Élédone musquée sont de nature à confirmer cette manière de voir. J'ai rencontré assez souvent, en effet, dans les dissociations, de gros spermatoblastes des premières générations dans lesquels se produisaient les processus que je viens de décrire pour les petits spermatoblastes, et de gros spermatozoïdes soit filiformes, soit spiriformes, dont la tête très volumineuse était surmontée de trois ou quatre queues, et rappelaient bien les spermatozoïdes vermiformes de la Paludine. On voit également, çà et là, sur les coupes des éléments semblables. Ces faits-là, aussi bien que ceux qu'ont publiés MM. Kœhler et Robert, me semblent confirmer les vues que j'avais conçues à cet égard.

» Un Mémoire détaillé, sur la spermatogénèse chez l'Élédone, complétera les données renfermées dans cette Note [1]. »

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Note complémentaire sur l'anatomie du pétiole des Dicotylédones*. Note de M. **Louis Petit**, présentée par M. Duchartre.

« Dans un récent travail sur le pétiole des Dicotylédones [2], je suis arrivé aux deux résultats suivants : 1° le trajet des faisceaux pétiolaires permet de reconnaître certaines familles (Cupulifères, Salicinées, Juglandées, Rosacées, Géraniacées, Malvacées, Labiées), et même certains

---

(1) Ces recherches ont été faites au laboratoire de la Station zoologique de Cette. La Note avait été envoyée avant la séance du lundi 19 mars. Une circonstance imprévue en a retardé la présentation.

(2) *Le pétiole des Dicotylédones, au point de vue de l'Anatomie comparée et de la Taxinomie* (*Thèse de la Faculté des Sciences de Paris*, 1887; et *Mémoires de la Société des Sciences physiques de Bordeaux;* 1887).

» Le pétiole des Polygonées herbacées (*Polygonum, Rumex, Rheum*) possède des faisceaux distincts; mais, dans celui des *Antigonon, Mühlenbeckia* (plantes arborescentes), le système libéro-ligneux se compose, à la

genres (*Pelargonium, Cercis, Bauhinia, Liquidambar, Platanus*); 2° à la *caractéristique* (coupe transversale et terminale du pétiole), les faisceaux libéro-ligneux sont, chez un très grand nombre de familles, distincts dans les plantes herbacées, réunis en arc ou en anneau dans les plantes frutescentes et arborescentes.

» L'examen de quelques genres exotiques vient confirmer ces deux faits.

» Dans le *Castanopsis sinensis*, le trajet des faisceaux pétiolaires ressemble à celui du *Castanea* : le système libéro-ligneux de la caractéristique se compose, dans les deux cas, d'un anneau et d'un faisceau intra-médullaire à bois supérieur.

» Dans le *Platycarya strobilacea*, la caractéristique présente un anneau libéro-ligneux triangulaire, surmonté de quelques petits faisceaux : la même disposition se rencontre dans le *Juglans regia*; mais, dans ce dernier cas, les faisceaux supérieurs sont beaucoup plus nombreux et forment une rangée bien régulière.

» J'ai déjà décrit le trajet des faisceaux du pétiole du *Bauhinia racemosa* : celui du *Bauhinia rufescens*, bien que moins long (24^{mm} au lieu de 65^{mm}), présente sensiblement les mêmes phases; à la caractéristique, notamment, la disposition du système libéro-ligneux est la même dans les deux cas.

» Dans le *Biebersteinia Emodi*, j'ai retrouvé la disposition typique des Géraniacées : on y voit, en dehors de la gaine, cinq faisceaux principaux, dont les deux médians supérieurs finissent par se réunir en un seul, de sorte que la caractéristique présente quatre faisceaux principaux : un médian inférieur, deux latéraux et un médian supérieur.

» Dans l'étude des Rosacées, j'avais laissé de côté, faute d'échantillons, deux tribus, les Neuradées et les Chrysobalanées; depuis, j'ai pu constater que, dans ces deux groupes, le trajet des faisceaux pétiolaires diffère de celui des autres Rosacées.

» Dans les *Neurada* et *Grielum*, le système libéro-ligneux débute par trois faisceaux qui se soudent ensemble et forment, à la caractéristique, un anneau circulaire. (Les Neuradées sont du reste séparées des Rosacées par quelques auteurs.)

» La caractéristique des Chrysobalanées présente aussi un anneau, souvent triangulaire (*Chrysobalanus Icaco*), qui renferme assez souvent un faisceau intra-médullaire (*Moquilea guyanensis, Couepia rivularis*) dont la formation a lieu comme dans les *Quercus, Castanea*.

» Le pétiole des Polygonées herbacées (*Polygonum, Rumex, Rheum*) possède des faisceaux distincts; mais, dans celui des *Antigonon, Mühlenbeckia* (plantes arborescentes), le système libéro-ligneux se compose, à la caractéristique, d'un anneau n'offrant que deux petites interruptions latérales.

» Le *Patagonula americana* (arborescent) présente à la caractéristique un anneau libéro-ligneux, tandis que, dans les Borraginées herbacées, le système libéro-ligneux est divisé en faisceaux distincts (*Borrago*) ou forme simplement un arc de cercle (*Heliotropium europæum*).

» Le pétiole des Composées herbacées renferme des faisceaux distincts dans toute leur longueur (*Dahlia, Helianthus*, etc.); il n'en est plus de même dans les Composées arborescentes, où les faisceaux libéro-ligneux sont soudés plus ou moins intimement, au moins à la caractéristique (*Proustia viscosa, Moquinia polymorpha, Augusta grandiflora*) (¹). »

PALÉONTOLOGIE. — *Sur quelques Paléchinides*. Note de MM. **Louis Dollo** et **A. Buisseret**, présentée par M. Albert Gaudry.

« L'un de nous, le Dr Buisseret, doit à la bienveillance du regretté paléontologiste de Koninck et de M. E. Dupont, Directeur du musée de Bruxelles, d'être en possession d'une série de restes d'Échinides paléozoïques, qui lui fut confiée pour la décrire ; il commença à l'étudier sous la direction du premier des naturalistes précités. Après la mort de celui-ci, les auteurs de la présente Note convinrent de faire le travail ensemble. Comme leurs recherches sont déjà fort avancées, ils se proposent, dans ce qui va suivre, de donner un résumé de leurs observations.

» Selon M. K. A. Zittel (²), les *Palechinoidea* se divisent en trois ordres : *Cystocidaridæ, Bothriocidaridæ* et *Perischoechinidæ*. Notre matériel ne renferme que des types de ce dernier groupe

» D'après M. S. Lovèn (³), les *Perischoechinidæ*, à leur tour, se répar-

(¹) Les plantes qui font l'objet de cette Note proviennent de l'herbier et des serres du Jardin des Plantes de Paris; je les dois à l'obligeance de MM. les professeurs Bureau et Maxime Cornu.

(²) K. A. Zittel, *Handbuch der Palæontologie*. Munich, t. I, p. 476; 1879.

(³) S. Lovèn, *Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar*. Stockholm, p. 39; 1875.

tissent en *Lepidocentridæ*, *Melonitidæ* et *Archæocidaridæ*. Nous avons des spécimens de ces trois familles.

» Nos *Lepidocentridæ* se rapportent à deux groupes : *Lepidocentrus* Joh. Müller, connu depuis longtemps (1856), et une forme nouvelle pour laquelle nous proposons le nom de *Koninckocidaris* (¹) D. et B.

» Nos espèces de *Lepidocentrus* comprennent : *L. eifelianus* Joh. Müller, *L. Desori* L. G. de Koninck, mss., et deux Oursins inédits que nous désignerons par *L. Duponti* (²) D. et B. et *L. Gaudryi* (³) D. et B.

» Nous nous bornerons, pour aujourd'hui, à publier la diagnose du genre *Koninckocidaris* D. et B., nous réservant d'apprécier, dans une autre Communication, ses relations avec les Paléchinides en général et les *Lepidocentridæ* en particulier.

» Les seuls restes préservés consistent en un fragment de test et des plaques isolées. La *forme générale*, l'*appareil apical* et l'*appareil masticateur* sont donc inconnus.

» Les *ambulacres* sont larges, composés de deux méridiens de plaques. Celles-ci sont peu élevées, franchement imbriquées et n'alternent pas. Leur zone porifère est déprimée et dirigée vers le méridien adambulacraire de l'interambulacre adjacent. Les pores, au nombre de deux sur chaque plaque, ne sont pas situés sur le même parallèle; celui le plus proche du méridien adambulacraire de l'interambulacre adjacent est placé plus aboralement. Les deux pores sont séparés par une crête oblique. La région non porifère des plaques ambulacraires fait saillie et est couverte de nombreux tubercules secondaires semblables à ceux qui ornent les plaques interambulacraires. Il y a, par conséquent, au centre de chaque ambulacre, une zone proéminente, à la formation de laquelle concourent également les deux plaques ambulacraires dirigées suivant le même parallèle.

» Les *interambulacres* contiennent, selon nous, sept méridiens de plaques : un central, plus étroit, et les six autres sensiblement égaux. Les plaques interambulacraires sont toutes presque deux fois aussi élevées que les plaques ambulacraires; elles sont polygonales, nettement imbriquées et ornées de tubercules secondaires assez espacés. Les méridiens adambulacraires portent, en outre, un tubercule primaire perforé, marginal.

» Les *radioles* sont de deux types : l'un, plus fort, destiné sans doute aux tubercules primaires des plaques adambulacraires; l'autre, grêle, extrêmement délicat, est en rapport de volume avec les tubercules secondaires, qui lui servaient, vraisemblablement, de support. Tous deux sont presque cylindriques et striés longitudinalement.

(¹) En l'honneur de feu L. G. de Koninck.

(²) En l'honneur de M. E. Dupont, Directeur du Musée de Bruxelles, comme un faible témoignage de notre reconnaissance.

(³) En l'honneur de M. A. Gaudry, Professeur au Muséum de Paris.

» Nous n'avons qu'une espèce de *Koninckocidaris* : *K. Cotteaui* (1) D. et B.

» Nos *Melonitidæ* sont représentés par un seul genre : *Palæchinus* Scouler, mss. Celui-ci nous a fourni : *P. elegans* M'Coy, *P. ellipticus* Scouler, mss., et trois espèces nouvelles que nous appellerons : *P. Loveni* (2) D. et B., *P. Agassizi* (3) D. et B., *P. Carpenteri* (4) D. et B.

» Nos *Archæocidaridæ* ne nous ont permis de reconnaître que le genre *Archæocidaris* M'Coy.

» Tous nos fossiles, au moins ceux pour lesquels nous possédons des indications précises, proviennent du calcaire carbonifère de la Belgique. Or, si l'on se reporte aux listes imprimées dans les Ouvrages généraux sur la géologie de ce royaume (5), on constatera que les seuls Paléchinides carbonifères qui y soient mentionnés sont : *Lepidechinus Munsteriana* de Kon., *Archæocidaris Nerei* de Münst., *A. prisca* de Münst., *A. Protei* de Münst., *A. Urii* Flem. et *Palaechinus ellipticus* Scouler.

» Nos recherches introduisent donc un genre nouveau, et au moins sept espèces inédites dans la Science. Quant à la Belgique, c'est la première fois qu'on y signale des *Lepidocentridæ;* nous augmentons donc d'une famille, de deux genres et de neuf espèces la série des formes découvertes actuellement en ce pays. »

GÉOLOGIE. — *Les atterrissements anciens du Sahara, leur âge pliocène et leur synchronisme avec les formations pliocènes d'eau douce de l'Atlas.* Note de M. G. **Rolland**, présentée par M. Daubrée.

« Dans une Note présentée il y a quatre ans à l'Académie des Sciences (6), j'émettais l'opinion que les grandes formations d'eau douce du Sahara, généralement englobées sous la désignation d'*atterrissements sahariens,*

(1) En l'honneur de M. G. Cotteau, l'échinologue bien connu.

(2) En l'honneur de M. S. Loven, Professeur à l'Université de Stockholm.

(3) En l'honneur de M. le Professeur A. Agassiz, de Cambridge (États-Unis).

(4) En l'honneur de M. P.-H. Carpenter, assistant Master, Eton College.

(5) G. Dewalque, *Prodrome d'une description géologique de la Belgique.* Liège, p. 335, 1868; M. Mourlon, *Géologie de la Belgique,* Bruxelles, t. II, p. 51, 1881.

(6) *Comptes rendus,* t. XCVIII, p. 1342.

étaient d'âge moins récent qu'on ne l'avait cru jusqu'ici, et qu'elles étaient, en majeure partie, d'âge pliocène et non pas d'âge quaternaire.

» La suite de mes études sur ces terrains n'a fait que me confirmer dans mon opinion première, à l'appui de laquelle je suis en mesure aujourd'hui d'apporter une preuve paléontologique.

» Je me propose, en outre, de montrer le synchronisme qui existe entre les principaux étages des atterrissements du Sahara oriental, tels que je les ai fait connaître dans le bassin du Melrir ([1]), et les étages correspondants des formations pliocènes et quaternaires d'eau douce de l'Atlas, tels qu'ils ont été distingués et décrits par M. Ph. Thomas dans la province de Constantine ([2]) (voir le Tableau ci-joint).

» On sait que les atterrissements sahariens présentent d'abord deux grandes divisions : les atterrissements *anciens* et les atterrissements *quaternaires* proprement dits.

» Les atterrissements anciens, groupe de beaucoup le plus important, pour lequel j'ai employé la dénomination spéciale de *terrain saharien*, comprennent eux-mêmes plusieurs étages. J'y ai distingué, de bas en haut, dans les régions du chott Melrir, de l'Oued Rir' et de Ouargla (voir la figure ci-jointe) : un premier étage sableux de transport t^1, un second étage marno-lacustre l et l' et un troisième étage sableux de transport $t^2 a$ et $t^2 b$.

» Aucun fossile probant comme âge n'avait encore été rencontré dans ces formations puissantes. Mais au sondage n° 11 de Mraïer, dans l'Oued Rir', un certain nombre de moules d'*Helix* ont été ramenés au jour de la profondeur de 58^{m}, où ils avaient leur gisement vers la base de l'étage lacustre l. Ces précieux échantillons m'ont été remis par M. Jus, et je les ai soumis à M. Douvillé, qui en a fait une étude attentive.

» Ce sont des individus de petite taille, la plupart de forme globuleuse. L'un d'eux se rapporte à une espèce extrêmement voisine de l'*Helix semperiana*, Crosse : la commissure externe présente, de même, une très forte dent; le bord de l'ouverture est également très épaissi; mais l'échancrure y est moindre et s'y trouve remplacée par une simple inflexion, absolument comme dans la variété d'*H. semperiana* des travertins d'Aïn-el-Bey. Cette échancrure fait d'ailleurs aussi défaut dans l'*Helix Tissoti* Bayan, dont l'*Helix* considérée semble n'être qu'une réduction.

([1]) *Comptes rendus*, 26 mai et 9 juin 1884; *Association française pour l'avancement des Sciences*, 1884; *Revue scientifique*, 1884.

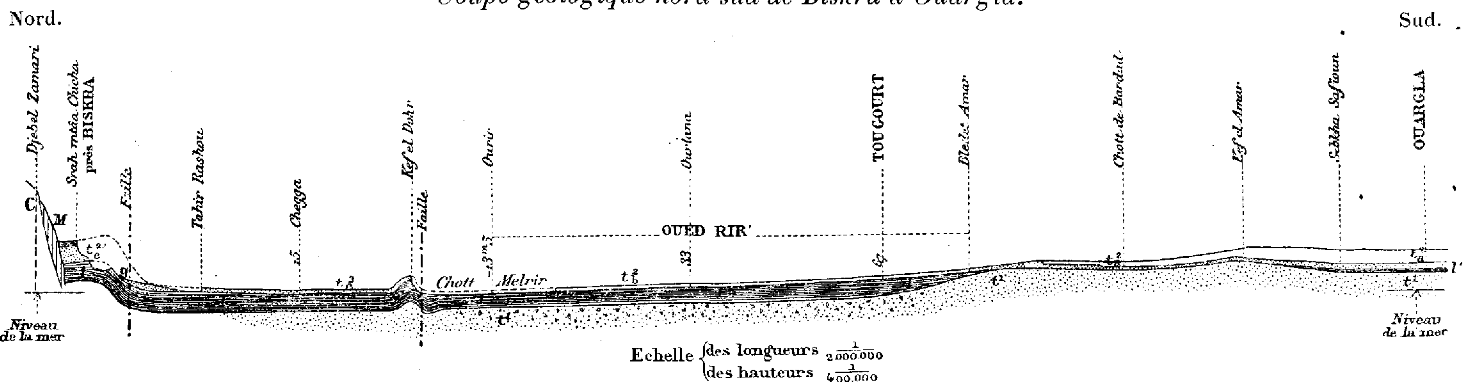
([2]) *Mémoires de la Société géologique de France*, 1884.

TABLEAU DU SYNCHRONISME

DES FORMATIONS QUATERNAIRES ET PLIOCÈNES D'EAU DOUCE DE L'ATLAS DE LA PROVINCE DE CONSTANTINE ET DU SAHARA ORIENTAL.

	Atlas.	Sud de l'Atlas et nord du Sahara.	Sahara.
Quaternaire récent......	Alluvions des vallées du Tell et des chotts des Hauts-Plateaux, avec coquilles d'espèces actuelles.	Alluvions des vallées du sud de l'Atlas et limon de la plaine du Zab oriental, avec coquilles actuelles.	Alluvions des vallées du Sahara et limons gypseux et salifères des chotts, sebkha et daya, avec *Cardium edule* et coquilles actuelles.
	Fin du creusement des vallées principales et des grandes cuvettes de chotts.		
Quaternaire ancien......	Diluvium des Hautes-Steppes (limon rouge et cailloux roulés, croûte gypso-calcaire) et travertins, avec coquilles actuelles.	Poudingues, sables et croûte gypso-calcaire de la lisière nord du Sahara ($q = 5^m$).	Couches à *C. edule* du chott Melrir. / Poudingues, sables et croûte gypso-calcaire, avec coquilles actuelles, des plateaux sahariens.
	Failles et dénivellations.	*Soulèvement de l'est de Biskra.*	*Soulèvement du Kef-el-Dohr.*
Pliocène supérieur...	Conglomérats, sables jaunes et limons ferrugineux à *Bulimus Bavouxi*, à *Hipparion*, *Equus Stenonis* et nombreux vertébrés, d'Aïn-el-Bey, du Mansourah, du Coudiat Ati (environs de Constantine), de Bizot, des environs de Sétif, de Guelma et de la vallée de la Seybouse, etc.	Poudingues, grès et sables gypseux, jaunes ou rouille, du Hodna et de la lisière nord du Sahara ($t^2c = 120^m$, près Biskra).	Poudingues, sables et grès gypseux, jaunes ou rouille, des falaises de l'Oued Rir' ($t^2b = 20^m$) et de Ouargla ($t^2a = 100^m$). (Terrain saharien.)
Pliocène inférieur...	Travertins et marnes à *Bul. Bavouxi*, *Helix semperiana*, var., à *Hipparion* et *Equus*, d'Aïn-el-Bey et d'Aïn-el-Hadj-Baba (environs de Constantine, 100^m). — Marnes sableuses à *lignite* et argiles gypsifères à *Unio Dubocqui*, *Melanopsis Thomasi*, etc., du bassin de Smendou (50^m). — Poudingues à la base. / Marnes gypsifères et conglomérats à *H. semperiana* et nombreuses hélices dentées, du Polygone d'artillerie, du Hamman (environs de Constantine), de Bizot, de Guelma, etc.	Marnes gypseuses, travertins, grès et poudingues à *Helix Tissoti* du Hodna et de la lisière nord du Sahara (l_1). Poudingues à la base.	Argiles, marnes et intercalations sableuses, avec gypse et calcaire concrétionné, du chott Melrir (plus de 150^m), de l'Oued Rir' ($l = 65^m$) et de Ouargla ($l' = 8^m$), avec *H. semperiana*, var. — Poudingues, sables quartzeux et cailloux roulés des nappes artésiennes de l'Oued Rir' et de Ouargla. (t^1, plus de 70^m). (Terrain saharien.)

Coupe géologique nord-sud de Biskra à Ouargla.



Echelle {des longueurs $\frac{1}{2000000}$ / des hauteurs $\frac{1}{400000}$

» En somme, on peut dire que les *Helix* de Mraïer appartiennent incontestablement au petit groupe des *H. Tissoti* et *H. semperiana*, groupe qui caractérise le Pliocène inférieur dans les régions de Biskra et de Constantine.

» J'avais donc pleinement raison quand je me refusais à séparer les atterrissements anciens de l'Oued Rir' et le *terrain pliocène d'eau douce de Biskra*, considéré comme plus ancien par les autres géologues. L'étage marno-lacustre l_1 de Biskra (voir la figure), à *Helix Tissoti*, correspond, avec ses intercalations de poudingues et son substratum, aux étages l et t_1 de l'Oued Rir', et l'étage supérieur t^2c correspond à t^2b.

» Plus au nord, les mêmes formations se poursuivent dans le Hodna; puis, au delà, elles passent aux formations contemporaines d'eau douce des régions de Sétif, de Constantine, de Guelma, etc., dont le Tableau ci-joint indique les principaux termes, d'après les travaux de M. Ph. Thomas, et qui appartiennent respectivement au Pliocène inférieur (¹) et au Pliocène supérieur.

» Comparant les faits ainsi observés indépendamment par M. Thomas dans le nord et par moi dans le sud, on conclut à une correspondance indubitable entre ces formations d'eau douce de l'Atlas et du Sahara.

» Deux grandes phases apparaissent clairement dans cette période pliocène continentale du nord de l'Afrique. La première débute par des phénomènes de transport (étage t^1 du Sahara et poudingues recouvrant souvent en Algérie les couches miocènes à *O. crassissima*), et elle comprend ensuite un long intervalle de calme (marnes lacustres et travertins, l). La seconde est essentiellement clysmienne (terrains de transport, t^2).

» Postérieurement, survint une nouvelle série de phénomènes de dénudation et de transport, avec dépôt d'un grand manteau diluvien q, et c'est là, tout au plus, qu'on peut faire commencer la période quaternaire.

» C'est à ce niveau géologique que se placent les couches lacustres, à *Cardium edule* du chott Melrir. Le *C. edule* ne saurait, d'ailleurs, suffire à caractériser une époque définie : apparu au Sahara au début du Quaternaire, il n'a cessé d'être l'hôte passager des lagunes sahariennes jusqu'à une époque très récente et presque actuelle. »

(¹) Le terme le plus inférieur (couches lacustres à *H. semperiana* de Constantine, marnes de Smendou) serait une sorte de *Mio-pliocène*, d'après M. Thomas.

MÉTÉOROLOGIE. — *Nouvelles indications sur la nature cosmique de certaines poussières de l'air*. Note de dom **Pl. Démoulin**, présentée par M. Daubrée. (Extrait.)

« L'examen régulier des poussières minérales recueillies avec les pluies tombées à Grignon (Côte-d'Or) pendant les mois de juillet et d'août 1887, sans donner lieu jusqu'à présent à des conclusions bien décisives, offrent cependant quelques indices touchant l'origine cosmique de ces poussières.

» ... Les difficultés que présente l'étude de ces poussières non magnétiques m'engagent à les laisser provisoirement de côté, pour m'occuper uniquement de celles qui sont influencées par l'aimant. Les observations faites au microscope me conduisent à répartir ces micro-aérolithes en trois groupes qui, selon toute apparence, peuvent être identifiés aux *holosidères*, *syssidères* et *sporadosidères* de M. Daubrée. Cette répartition se base sur la couleur, la forme et la sensibilité magnétique.

» Le type du premier groupe (*holosidères*) trouve des représentants parfaits dans des corpuscules globulaires, hérissés ou unis, quelquefois échancrés, toujours noirs et très magnétiques, fréquemment rencontrés sous le microscope. Ils répondent exactement aux globules ferrugineux obtenus par incandescence et déjà signalés par les divers observateurs. C'est à ce même groupe aussi qu'il faut rattacher d'autres corpuscules magnétiques, différant des précédents par leur forme et, dans certains cas, par leur couleur; les uns sont des paillettes, ou petits blocs à contours anguleux ou arrondis et toujours noirs; quelques-uns cependant, également en forme de petits blocs et toujours arrondis, présentent au milieu de leur masse un noyau rouge cramoisi. D'autres, lamelliformes, ordinairement très magnétiques, à pourtour généralement anguleux, sont caractérisés par une teinte jaune verdâtre. Toutes ces poussières lamelliformes sont le plus souvent bordées d'un ruban noir d'épaisseur variable, pas toujours complet.

» Les micro-aérolithes formant le deuxième groupe (*syssidères*) se reconnaissent facilement par leur conformation spongieuse. Vus par projection, ils sont fort semblables à des dendrites plus ou moins fines; mais, en variant la mise au point, on constate une forme identique à celle du corail; chose remarquable, les extrémités des ramifications sont le plus souvent

terminées en forme de globules. Ces corpuscules, noirs, sont très magnétiques.

» Les particules ferrugineuses classées dans le troisième groupe (*sporadosidères*) consistent en une pâte pierreuse de diverses couleurs, rouge brun, rouge jaune ou gris, etc., dans la masse de laquelle sont disséminés de petits grains noirs en forme d'anneaux incomplets. Une fois seulement dans le cours de mes observations (de juillet et d'août), ces grains se sont montrés en forme de globules incrustés dans un petit fragment de pierre grise. Ces corpuscules sont, dans la majorité des cas, peu magnétiques. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur la trisection de l'angle.* Note de M. **Saint-Loup**, présentée par M. Mascart.

« En étudiant le pentagone articulé de Kempe dans le cas particulier où la droite décrite passe par un des points fixes, on reconnaît que ce système articulé se transforme en un trisecteur en reliant à la base un troisième point situé dans la direction de la droite décrite et à une distance égale à sa demi-longueur totale. »

M. **Audouard** adresse un Mémoire relatif à ses expériences pour la détermination du coefficient moyen de la réfraction des rayons lumineux, au bord de la mer et dans les conditions où fonctionnent les télémètres de dépression.

A 4 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures trois quarts. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 19 mars 1888.

(*Suite.*)

Estudo clinico da ataxia hereditaria de Friedreich. Thèse do Dr Alvaro Paulino Soares de Souza. Rio de Janeiro, Imprensa nacional, 1888; br. in-4°.

Le stazioni sperimentali agrarie italiane. Diretto dal Prof. Pasquale Freda; volume XIV, fasc. I. Roma, tipografia eredi Botta, 1888; 1 vol. gr. in-8°.

Minutes of proceedings of the institution of civil engineers; vol. XCI, edited by James Forrest. London, 1888; 1 vol. in-8°.

Observations made at the magnetical and meteorological observatory at Batavia, published under the direction of Dr J.-P. Van der Stok; vol. IX, 1886. Batavia, printed at the government printing Office, 1887; 1 vol. in-f°.

Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië; achtste Jaargang, 1886, door Dr J.-P. Van der Stok. Batavia, Landsdrukkerij, 1887; 1 vol. in-8°.

Beobachtungen in Gauss'erdmagnetischem Observatorium der königlichen Universität Göttingen während der Polar-Expeditionen 1882 und 1883, ausgeführt unter der Leitung von Ernst Schering und von Karl Schering. (Separat-Abdruck aus dem *Deutschen Polarwerke.*) Berlin, A. Asher und C°; br. gr. in-4°.

Katalog der Bibliothek der kaiserlichen Leopoldinisch-Carolinischen deutschen Akademie der Naturforscher; Lief. I. Halle, 1887; 1 vol. in-8°.

Leopoldina. Amtliches Organ der kaiserlichen Leopoldino-Carolinischen deutschen Akademie der Naturforscher. Halle, 1886; 1 vol. gr. in-4°.

Nova acta Academiæ cæsareæ Leopoldino-Carolinæ germanicæ Naturæ curiosorum; tomus quadragesimus nonus, cum Tabulis X; tomus quinquagesimus, cum Tabulis XLVI; tomus quinquagesimus primus, cum Tabulis XLIX. Halle, 1887; 3 vol. gr. in-4°.

ERRATA.

(Séance du 30 janvier 1888.)

Note de M. *Fouret*, Sur quelques propriétés géométriques des stelloïdes :

Page 343, lignes 29 et 30, *supprimer les mots* passant par ce point.

Page 345, ligne 8, *au lieu de n* points communs, *lisez n* pivots associés communs.

(Séance du 12 mars 1888.)

Note de MM. *Mairet* et *Combemale,* sur l'intoxication chronique par l'alcool :

Page 759, ligne 14, *au lieu de* membres, *lisez* membranes.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 3 AVRIL 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur l'erreur à craindre dans l'évaluation des trois angles d'un triangle;* par M. J. **Bertrand.**

« Lorsqu'on mesure les trois angles d'un triangle par des méthodes qui laissent pour chacun d'eux la même erreur à craindre, la probabilité d'une erreur z étant

$$\frac{k}{\sqrt{\pi}}e^{-k^2z^2}dz,$$

si, les trois mesures donnant les valeurs A, B, C, on a

$$A + B + C = 180^\circ + \alpha,$$

la théorie prescrit de diminuer chaque angle de $\frac{\alpha}{3}$. Le carré de l'erreur à craindre sur chacun d'eux est $\frac{1}{3k^2}$.

» Cette évaluation est calculée avant que les mesures soient prises. Les méthodes sont connues, la précision de l'instrument a été appréciée depuis longtemps. $\frac{1}{3k^2}$ est la valeur du carré de l'erreur à craindre sur chacun des angles.

» Les mesures sont prises. La valeur de α est connue; diminue-t-elle si elle est grande, accroît-elle si elle est petite la confiance due aux observations?

» Il faut distinguer les cas.

» Si les instruments sont inconnus ou mal connus, la somme trouvée pour les angles est un indice précieux, le seul quelquefois, de la valeur des opérations.

» Mais si l'instrument est bien connu, si la valeur de k ne peut pas être changée, un renseignement de plus étant sans valeur en présence de ceux que l'on a déjà, la valeur, petite ou grande, de α ne change rien à l'évaluation de l'erreur probable. Soient x, y, z les erreurs commises sur les trois angles, on a

$$x + y + z = \alpha.$$

» Posons

$$x^2 + y^2 + z^2 = \rho^2.$$

La probabilité du concours des trois erreurs est

$$\frac{k^3}{\pi\sqrt{\pi}} e^{-k^2\rho^2} dx\, dy\, dz\,;$$

elle est le produit de $\frac{k^3}{\pi\sqrt{\pi}} e^{-k^2\rho^2}$ par l'élément de volume $dx\, dy\, dz$, en considérant x, y, z comme des coordonnées rectangulaires.

» La probabilité pour que, $x + y + z$ étant compris entre α et $\alpha + d\alpha$, ρ le soit entre ρ et $\rho + d\rho$, sera le produit de $\frac{k^3}{\pi\sqrt{\pi}} e^{-k^2\rho^2}$ par le volume compris entre les deux sphères qui correspondent aux rayons ρ et $\rho + d\rho$, et les plans dont les équations sont

$$x + y + z = \alpha,$$
$$x + y + z = \alpha + d\alpha.$$

» Ce volume est

$$2\pi\rho\, d\rho \frac{d\alpha}{\sqrt{3}}.$$

» La probabilité est donc

$$\frac{2k^3}{\sqrt{\pi}\sqrt{3}} e^{-k^2\rho^2} \rho \, d\rho \, d\alpha.$$

» Si α est donné, la probabilité d'une valeur de ρ est de la forme

$$G e^{-k^2\rho^2} \rho \, d\rho,$$

G étant une fonction de α déterminée par la condition nécessaire

$$G \int_{\frac{\alpha}{\sqrt{3}}}^{\infty} e^{-k^2\rho^2} \rho \, d\rho = 1,$$

qui donne

$$G = 2k^2 e^{\frac{k^2\alpha^2}{3}}.$$

» La valeur probable de ρ^2 est

$$2k^2 e^{\frac{k^2\alpha^2}{3}} \int_{\frac{\alpha}{\sqrt{3}}}^{\infty} e^{-k^2\rho^2} \rho^3 \, d\rho,$$

dont la valeur est

(A) $$\frac{\alpha^2}{3} + \frac{1}{k^2}.$$

» Si l'on corrige chaque angle en lui retranchant $\frac{\alpha}{3}$, les erreurs deviendront

$$x - \frac{\alpha}{3}, \quad y - \frac{\alpha}{3}, \quad z - \frac{\alpha}{3};$$

la somme de leurs carrés, $x + y + z$ étant égale à α, est

$$\rho^2 - \frac{\alpha^2}{3};$$

elle a pour valeur probable, α étant donné et la valeur probable de ρ^2 étant (A),

$$\frac{\alpha^2}{3} + \frac{1}{k^2} - \frac{\alpha^2}{3} = \frac{1}{k^2},$$

la même, précisément, qu'avant les mesures prises.

» La somme connue des trois angles ne change donc pas, après correction, la valeur probable du carré de l'erreur, lorsqu'on se refuse à regarder

l'accord des observations comme une preuve de l'habileté avec laquelle elles ont été faites.

» Mais, dira-t-on peut-être, pourquoi s'y refuser?

» Je ne le conseille nullement. Cela dépend des circonstances. Si un observateur, se servant pour la première fois d'un instrument livré par un constructeur qu'il ne connaît pas, obtient en mesurant les trois angles d'un triangle une somme égale à deux droits, il se montrerait fort injuste en refusant de voir, dans ce début, un précieux témoignage en faveur de l'instrument nouveau.

» Mais si l'instrument est connu pour détestable, si plusieurs centaines d'observations l'ont depuis longtemps condamné, la concordance des mesures devra être tenue pour fortuite, sans qu'on ait droit d'y puiser aucun accroissement de confiance, je ne dis pas seulement dans l'instrument, mais dans la valeur trouvée pour les angles. »

ASTRONOMIE. — *Théorie nouvelle de l'équatorial coudé et des équatoriaux en général. Procédés nouveaux pour l'orientation de l'axe polaire. Étude de la flexion du bras;* par MM. **Lœwy** et **P. Puiseux.**

« Nous allons maintenant faire connaître les procédés nouveaux qui permettent d'évaluer les constantes n et λ.

» Supposons que l'on observe une étoile voisine du pôle, trente minutes avant et trente minutes après son passage par le premier cercle horaire.

» Soient h', h'' les angles horaires qui répondent aux deux observations, $\mathcal{A}'$, $\mathcal{A}''$ les ascensions droites instrumentales. On aura sensiblement $\sin h' = \sin h''$. Les observations étant faites symétriquement par rapport au premier cercle horaire, si l'on tient compte en outre que h' et h'' diffèrent peu de 90°, on voit que les termes en $\sin h$ peuvent être considérés comme reprenant exactement la même valeur; dès lors, le changement survenu dans la correction d'ascension droite $\delta\mathcal{A}$ sera dû à la variation du facteur $\cos h$, variation qui atteint son maximum à l'époque du passage par le premier cercle horaire. Si l'on néglige provisoirement la réfraction, il viendra

$$\mathcal{A}' - \mathcal{A}'' = n \operatorname{tang}\delta(\cos h'' - \cos h'), \qquad \text{d'où} \qquad n = \frac{\mathcal{A}' - \mathcal{A}''}{(\cos h'' - \cos h') \operatorname{tang}\delta}.$$

» Pour α Petite Ourse, $(\cos h'' - \cos h')\operatorname{tang}\delta$ devient à peu près $2 \operatorname{tang}\delta \cos 97°30' = 11,6$. Cette opération différentielle, effectuée dans l'espace d'une heure, fournit donc la valeur de n avec une précision tout à fait suffisante pour le but que l'on veut atteindre. De même, en observant

une polaire dans des positions symétriques par rapport au méridien, et embrassant à peu près le même intervalle, on trouve $\lambda = \frac{\mathcal{A}' - \mathcal{A}''}{(\sin h' - \sin h'')\tang\delta}$.

» On obtient donc la valeur de ces deux éléments fondamentaux, relatifs à la position de l'axe horaire, d'une manière directe, indépendamment de toute autre inconnue, et par un calcul des plus faciles. Dans la pratique, nous nous sommes contentés, ce qui fournit une précision suffisante, d'effectuer les deux observations conjuguées dans un intervalle qui ne dépasse pas quarante minutes, et, pour contrôler les résultats obtenus, nous avons observé ces variations aussi bien dans la position directe que dans la position inverse de la lunette. Les procédés qui viennent d'être indiqués s'appliquent aussi avec avantage aux équatoriaux ordinaires.

» On a donc par les observations de passages tous les éléments nécessaires à leur réduction, mais non toutes les données exigées pour la rectification de l'instrument. En effet, les inconnues m et M_1 d'une part, M_2 et B de l'autre, bien que d'origine différente et essentiellement distinctes au point de vue des déclinaisons, ne peuvent encore être séparées. Seules les sommes $m + M_1$, $M_2 + B$ sont déterminées.

» L'emploi des observations de distance polaire nous offre une autre méthode pour la détermination des constantes instrumentales. Dans ce cas encore, nous disposons de procédés indépendants pour obtenir la valeur des inconnues n et λ. Une étoile équatoriale observée au méridien dans les deux positions de la lunette donnera

$$(6)\qquad d\delta^d = I + \lambda - M_2, \qquad d\delta^i = -I + \lambda - M_2.$$

» L'observation d'une étoile polaire au méridien donnera de même les formules suivantes, où nous avons fait, suivant la convention indiquée plus haut, $\sin\delta = 1$, $\cos\delta = 0$,

$$(7)\qquad d\delta^d = I + \lambda + M_1, \qquad d\delta^i = -I + \lambda - M_1.$$

» On arrive aux mêmes équations en observant une étoile polaire au passage supérieur et au passage inférieur, dans une même position de la lunette. Les équations (6), fondées sur les lectures absolues, donnent immédiatement I et $\lambda - M_2$.

» On a de même par les équations (7) λ et $I + M_1$, ce qui permet d'évaluer séparément I, λ, M_1 et M_2.

» Enfin, une étoile polaire observée au premier cercle horaire donnera

$$d\delta^d = I - n + M_1, \qquad d\delta^i = -I + n - M_1;$$

I et M_1 étant connus, ces équations donneront n.

» On a donc, à l'aide des lectures absolues, la valeur de tous les éléments nécessaires à la réduction des distances polaires. Si l'on rapproche les valeurs trouvées pour M_2 et M_1 de celles de $M_2 + B$ et $m + M_1$, qui résultent des observations en ascension droite, on voit que toutes les constantes instrumentales sont obtenues séparément.

» De même que pour les ascensions droites, ce procédé, reposant sur l'observation d'étoiles voisines du pôle, est d'une application difficile ou impossible pour un observatoire de la zone équatoriale.

» On fera usage, comme précédemment, d'étoiles de déclinaison élevée, occupant des positions symétriques par rapport à l'équateur.

» On obtient ainsi pour le moment du passage du méridien

$$d\delta^d = I + \lambda + M_1 \sin\delta - M_2 \cos\delta, \qquad d\delta_1^d = I + \lambda - M_1 \sin\delta - M_2 \cos\delta,$$

et dans la position inverse de la lunette

$$d\delta^i = -I + \lambda - M_1 \sin\delta - M_2 \cos\delta, \qquad d\delta_1^i = -I + \lambda + M_1 \sin\delta - M_2 \cos\delta.$$

» Ces équations combinées donnent

$$I + \lambda - M_2 \cos\delta \quad \text{et} \quad M_1, \qquad -I + \lambda - M_2 \cos\delta \quad \text{et} \quad M_1.$$

» On en déduit I et $\lambda - M_2 \cos\delta$.

» D'autre part, l'observation des étoiles équatoriales a fait connaître $\lambda - M_2$. On voit donc que ces deux dernières équations fournissent avec exactitude les deux inconnues. Le facteur $\cos\delta$ étant très petit, la première donnera λ, la seconde M_2. On obtient donc séparément, avec une précision suffisante, les inconnues I, M_1, λ et M_2.

» Sous une latitude un peu élevée, on pourra encore tirer parti des observations d'étoiles voisines de l'équateur, aux angles horaires de $+6^h$ et de -6^h. On trouve ainsi, dans la position directe de la lunette,

$$d\delta^d = I - n + M_1 \sin\delta - M_2 \cos\delta, \qquad d\delta^i = -I + n - M_1 \sin\delta - M_2 \cos\delta;$$

M_1 étant connu, ces équations déterminent M_2 et $I - n$. Les valeurs trouvées seront en réalité presque indépendantes de celle qui aura été adoptée pour M_1 si la déclinaison de l'étoile observée est assez faible. Les observations d'étoiles équatoriales ont donné I. On pourra donc calculer n. Mais, comme on dispose déjà de méthodes nombreuses pour évaluer n, il ne nous semble pas nécessaire de recourir à ce dernier procédé, qui nécessite le calcul et l'application de réfractions considérables.

» Les observations différentielles en distance polaire peuvent être également utilisées avec avantage pour la détermination rapide des deux constantes n et λ. Supposons que l'on observe une étoile de déclinaison δ dans

deux positions symétriques par rapport au méridien, par exemple trente minutes avant et trente minutes après. Soient h', h'' les angles horaires, δ', δ'' les déclinaisons observées. On est conduit à l'équation

$$\delta' - \delta'' = n(\sin h'' - \sin h'), \qquad \text{d'où} \qquad n = \frac{\delta' - \delta''}{\sin h'' - \sin h'}.$$

» Ce procédé est, comme on le voit, très direct; mais il semble, à première vue, donner lieu à des écarts accidentels notables. En effet, dans le cas que nous avons considéré, le dénominateur diffère peu de $\frac{1}{4}$; dès lors, l'erreur commise sur la différence $\delta' - \delta''$ se trouve multipliée par 4. Si l'on réduit, comme nous l'avons fait quelquefois, l'intervalle des observations à trente minutes, cette différence se trouve même multipliée par 8. Mais il faut faire remarquer que l'évaluation de cette différence se fait avec la précision la plus élevée. La lunette étant bien fixée en déclinaison, vingt minutes avant le passage au méridien, on effectue sur l'étoile vingt pointés pendant qu'elle traverse le champ. On peut répéter cette opération deux ou trois fois pour accroître la précision. On opère de la même façon après le méridien pour la seconde mesure. La différence $\delta' - \delta''$ se trouve affectée d'une erreur que l'on peut réduire, si l'on veut, à quelques dixièmes de seconde d'arc. Ce procédé différentiel est donc plus expéditif que la méthode habituelle. Il est avantageux de se mettre dans des positions symétriques par rapport au méridien, afin d'éviter un effet sensible de la réfraction. Si l'on a négligé cette précaution, un calcul facile permettra d'y suppléer. On atteindra la plus grande exactitude en choisissant une étoile polaire. Dans ce cas, il n'est pas nécessaire d'observer une symétrie aussi exacte pour éviter l'effet de la réfraction, la hauteur d'une étoile voisine du pôle changeant très peu dans l'espace d'une demi-heure.

» Pour l'évaluation de λ, on peut se servir d'un procédé analogue. On choisira une étoile polaire, par exemple, lors de son passage par le cercle horaire de 6^h. Si δ' et δ'' sont les déclinaisons observées, la variation apparente sera $\delta' - \delta'' = \lambda(\cos h'' - \cos h')$, d'où $\lambda = \frac{\delta' - \delta''}{\cos h'' - \cos h'}$.

» Ici l'on devra se borner aux étoiles polaires pour éviter l'effet rapidement variable de la réfraction sur les autres étoiles. Cet effet ne s'élimine pas dans la combinaison d'observations symétriques par rapport au premier cercle horaire.

» La comparaison des formules de réduction pour le cas des distances polaires, entre l'équatorial coudé et l'équatorial ordinaire, montre que le problème est plus simple dans le second cas que dans le premier.

» Les corrections à appliquer deviennent indépendantes de la déclinaison

de l'étoile, et il y a deux éléments de moins à déterminer. Il en résulte que l'on peut omettre deux séries d'observations relatives à des étoiles de déclinaisons différentes. On se dispensera, par exemple, d'observer des polaires au méridien. Le mode d'opération et de recherche pour tous les autres éléments de réduction reste le même que précédemment.

» En résumé, on peut déterminer n par six méthodes distinctes, toutes applicables dans un observatoire de latitude moyenne :

» 1° Par les ascensions droites d'étoiles polaires au méridien; 2° par les ascensions droites au méridien d'étoiles choisies symétriquement par rapport à l'équateur et de déclinaison notable; 3° par l'observation d'une polaire en déclinaison au premier cercle horaire; 4° par l'observation en déclinaison d'étoiles voisines de l'équateur au premier cercle horaire; 5° par la variation de l'ascension droite d'une polaire au premier cercle horaire; 6° par la variation en déclinaison d'une polaire au méridien.

» Pour λ on dispose de cinq méthodes.

» 1° Les déclinaisons au méridien d'étoiles équatoriales, combinées avec des étoiles polaires; 2° les déclinaisons au méridien d'étoiles équatoriales, combinées avec des étoiles symétriques par rapport à l'équateur et de déclinaison notable; 3° les ascensions droites au méridien, combinées avec les ascensions droites au premier cercle horaire; 4° la variation en ascension droite d'une polaire au méridien; 5° la variation en déclinaison d'une polaire au premier cercle horaire.

» Les procédés différentiels, où l'on observe toujours dans les mêmes conditions, sans grand déplacement de l'instrument, et qui n'exigent qu'un calcul facile, nous paraissent les plus appropriés au but poursuivi. Leur avantage est surtout marqué dans le cas où le cercle de déclinaison ne permet pas de lectures précises, ce qui se présente fréquemment.

» Nous avons supposé jusqu'à présent qu'il n'existe pas de flexion, c'est-à-dire que la ligne de visée fasse un angle invariable avec l'axe de déclinaison, et l'axe de déclinaison un angle invariable avec l'axe horaire. Ces hypothèses ne se vérifient pas d'une manière absolue, et, par suite, il se manifeste certaines variations dans les constantes. Leur expression doit être complétée par des termes nouveaux. Nous allons nous proposer, dans ce qui suit, de déterminer la forme et la grandeur de ces termes.

» Dans l'équatorial ordinaire, un élément essentiel à considérer est la flexion de l'axe de déclinaison, due à ce que la lunette appuie en porte-à-faux sur cet axe. La flexion correspondante, dans l'équatorial coudé, est celle du bras, qui peut avoir une longueur de plusieurs mètres, et porte, en plus de son propre poids, celui du miroir extérieur. Mais l'analogie des

deux instruments ne se continue pas si l'on examine la flexion de l'axe horaire, dont il est cependant nécessaire de tenir compte.

» Examinons d'abord l'effet produit par les flexions possibles du bras.

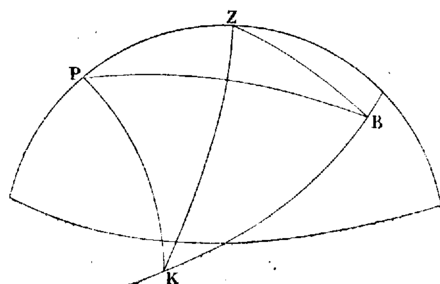
» Soient H l'angle horaire du bras, h l'angle horaire du point visé par la lunette. L'action de la pesanteur sur une molécule quelconque peut être décomposée suivant les trois directions rectangulaires suivantes :

» 1° Une parallèle à l'axe du bras; 2° une parallèle à l'axe horaire; 3° une perpendiculaire au plan des deux axes, menée du côté où croissent les angles horaires.

» La première composante ne tend à produire aucune déviation de l'axe du bras. La seconde est invariable de grandeur, puisque l'angle de l'axe horaire avec la verticale est constant. Elle est appliquée en un point situé toujours à la même distance de l'axe horaire. La flexion aura donc pour résultat d'augmenter un peu l'angle des deux axes, mais on doit considérer cet angle comme indépendant de l'angle horaire.

» Pour évaluer la troisième composante, nous remarquerons qu'elle est égale à la pesanteur multipliée par le cosinus de l'arc ZK (*fig.* 8), changé

Fig. 8.



de signe, K étant le point de l'équateur dont l'angle horaire surpasse de 90° celui du bras. P étant le pôle de la sphère céleste, le triangle PZK donne $\cos ZK = + \cos\varphi \cos(90° + H) = - \cos\varphi \sin H$.

» On peut mettre cette troisième composante sous la forme $K \sin H$, K désignant une constante. Son effet est de faire tourner le bras dans le plan de l'équateur, en le faisant sortir normalement du plan formé par les deux axes dans leur position initiale. Il est évident que pour H positif cette composante tend à dévier le bras du côté des angles horaires croissants. L'inverse a lieu pour H négatif. Comme il s'agit de déformations très petites, on peut admettre que l'effet est toujours proportionnel à la force et, par suite, que le changement produit par la pesanteur sur l'angle

horaire du bras est toujours représenté, en grandeur et en signe, par $\beta \sin H$, β désignant une constante.

» Le rayon entré dans la lunette suivant l'axe du bras et réfléchi sur le miroir intérieur sera, par suite, dévié d'un angle précisément égal à $\beta \sin H$. Cette déviation se fera, perpendiculairement au plan primitif des deux axes, du côté opposé à celui où se trouve ce bras par rapport à ce plan.

» Il en résultera un déplacement de l'image dans le champ perpendiculaire à l'axe du bras et égal à $\beta \sin H$. Si l'on a $\sin H > 0$, ce déplacement s'effectuera du côté des angles horaires décroissants, c'est-à-dire dans la direction choisie pour celle des x négatives.

» On tiendra compte, par conséquent, de la flexion du bras, en tant qu'elle déplace l'image dans le champ en remplaçant dans les formules de réduction M_1 par $M_1 - \beta \sin H$, et comme

$H = 90^\circ + h$ position directe, $\quad H = -90^\circ + h$ position inverse,

on devra changer

M_1 en $M_1 - \beta \cos h$ position directe, $\quad M_1$ en $M_1 + \beta \cos h$ position inverse.

» La correction obtenue en introduisant ces termes est complète pour les déclinaisons. Mais elle ne l'est pas pour les ascensions droites. Il faut, comme on l'a déjà remarqué à propos de l'inclinaison du bras, tenir compte aussi de la désorientation du plan instrumental qui en est la conséquence. En effet, toute déviation du bras dans l'équateur entraîne une déviation du plan instrumental, qui tourne du même angle et dans le même sens autour de l'axe horaire. Il en résulte que l'on doit appliquer à toutes les ascensions droites la correction $-\beta \sin H$, c'est-à-dire

$-\beta \cos h$ position directe, $\quad +\beta \cos h$ position inverse.

» En résumé, on tiendra compte de la flexion du bras en changeant, dans les formules de réduction en ascension droite données (p. 893),

M_1 en $M_1 - 2\beta \cos h$ position directe, $\quad M_1$ en $M_1 + 2\beta \cos h$ position inverse,

et, dans les formules de réduction en déclinaison,

M_1 en $M_1 - \beta \cos h$ position directe, $\quad M_1$ en $M_1 + \beta \cos h$ position inverse.

» Nous donnerons encore les termes tenant à la flexion de l'axe horaire. »

MÉTROLOGIE. — *Résultats des comparaisons de la toise du Pérou au mètre international, exécutées au Bureau international des Poids et Mesures par M.* Benoît, présentés par M. C. Wolf.

« L'Académie se rappelle que l'un des principaux arguments à l'aide desquels j'ai établi l'authenticité de la *toise du Pérou* est fondé sur l'existence, à la surface de la règle de fer conservée à l'Observatoire, des deux gros points qui ont servi, à l'origine, à délimiter la longueur de la toise. De toutes les toises connues, seule la toise du Pérou porte ces points; elle est, en réalité, double : elle comprend une toise *à points* et une toise *à bouts*. La longueur de la toise à points a seule servi dans les opérations géodésiques du Pérou; on en prenait la longueur à l'aide d'un compas à verge muni de deux pointes coniques, et on la transportait sur les règles employées à la mesure des bases (1). Les faces terminales et l'étalon dans lequel elles devaient entrer exactement ne servaient qu'à constater que la longueur de la règle n'avait pas changé.

» En 1766, cette toise, devenue toise de l'Académie et reconnue comme étalon des mesures de longueur françaises par la Déclaration du Roi en date du 16 mai, servit de modèle aux quatre-vingts règles (toise ou pied) qui furent envoyées dans les principales villes du royaume. J'ignore comment fut fait l'étalonnage de ces règles, sur la toise à bouts ou sur la toise à points (2).

» Les deux Commissions du mètre, Borda, Lavoisier et Brisson en premier lieu, puis les Commissaires de l'an VII, ont franchement adopté la distance des faces terminales, prise à une ligne du fond des entailles; et c'est d'après cette distance qu'ont été étalonnés : 1° le mètre provisoire de Borda et Brisson, en 1795; 2° le mètre des Archives, pris égal, à 0°, à $443^{l},296$ de la toise prise à 13° du thermomètre de Réaumur; et 3°, plus tard, les différentes toises envoyées à l'étranger, parmi lesquelles la toise

---

(1) Voir *Observaciones astronomicas y fisicas hechas en Perú,* por D. J. Juan y D. Antonio de Ulloa. Madrid, 1748, p. 149.

(2) Je n'ai retrouvé que deux de ces règles de 1766, un pied-de-roi et une aune dans leurs étalons, à l'arsenal de Cherbourg. J'adresse au public savant un nouvel appel pour que des recherches soient faites dans les Archives des villes et des tribunaux.

de Bessel tient le premier rang, en raison des opérations importantes auxquelles elle a servi.

» Le degré du Pérou, qui constitue encore aujourd'hui un des éléments principaux du calcul des dimensions et de la forme de la Terre, a donc été mesuré avec la toise à points, tandis que toutes les opérations géodésiques du XIXe siècle ont été basées sur la toise à bouts. Ces deux toises sont-elles rigoureusement égales? J'ai fait remarquer, il y a deux ans (*Comptes rendus*, 15 mars 1886), l'importance de cette question et, quelque temps après, j'en apportais à l'Académie une solution provisoire : des expériences différencielles donnaient $0^{mm},11$ environ de plus à la toise à bouts, si bien, qu'exprimé en toises actuelles, l'arc total du Pérou, qui était évalué à $176875^T,5$, devait être réduit à $176865^T,5$. Une autre question non moins importante était de connaître le rapport exact du mètre à chacune des deux toises; il devait en ressortir en effet un argument de haute valeur touchant la conservation de notre Règle de fer.

» A la demande de M. l'Amiral Directeur de l'Observatoire, le Bureau international des Poids et Mesures a bien voulu se charger de ces diverses déterminations, et, avec l'autorisation des deux Directeurs de ces établissements, j'en apporte aujourd'hui les résultats à l'Académie.

» M. Benoît, premier Adjoint du Bureau de Breteuil, a été chargé des comparaisons. Il a bien voulu se conformer, dans ces opérations, à la règle que, d'un commun accord, nous avions adoptée dès le principe : employer des procédés de mesure aussi identiques que possible à ceux qu'avaient employés les anciens observateurs. La longueur de la toise à bouts devait donc être la distance de deux butoirs cylindriques amenés à toucher les faces terminales de la règle suivant toute son épaisseur, à une ligne environ du fond des entailles. La longueur de la toise à points devait être la distance de deux pointes fixes reposant dans le fond des trous coniques gravés sur la règle. Il fallait en outre connaître la dilatation de la toise pour ramener les longueurs à 13°R.

» Je transcris ici les parties du certificat de comparaison délivré par le Bureau international des Poids et Mesures, qui ont trait à l'étude de la toise :

» Dans toutes les études relatives à la toise du Pérou, M. Benoît s'est servi, comme terme de comparaison, de la règle étalon de 2^m du comparateur universel, désignée dans les cahiers du Bureau international par le symbole E. Les intervalles de cette règle, qui ont été employés dans les comparaisons, sont ceux des traits 50^{mm} et 2000^{mm} d'une part, et des traits 51^{mm} et 2000^{mm} d'autre part. Les constantes relatives à la

règle E, dont on avait ici besoin, et qui résultent, soit d'études antérieures, soit de quelques études supplémentaires faites à l'occasion même de l'étude de la toise du Pérou, sont les suivantes :

» Les longueurs à zéro des deux intervalles de comparaison sont :

$$E[50.2000] \text{ à zéro} = 1950^{mm},027^{\mu}.8,$$
$$E[51.2000] \text{ à zéro} = 1949^{mm},027^{\mu}.1,$$

» En outre, la dilatation de la règle E de 0° à $t°$, échelle des thermomètres en verre dur de Tonnelot, est représentée par l'expression

$$l_t = l_0(1 + 0,0000174706\,t + 0,0000000589\,t^2).$$

» *Dilatation de la toise.* — Pour mesurer la dilatation de la toise, on a déterminé, à deux températures différentes, la distance de deux repères placés près de ses extrémités.

» Comme les traits des divisions déjà tracées sur la règle étaient trop grossiers pour fournir des repères suffisamment précis, on a tracé sur la face inférieure de la toise, à chaque extrémité et près du fond des entailles, trois traits transversaux, entre lesquels on a choisi ceux qui se présentaient le plus favorablement comme tracé et comme position. La distance des traits choisis a été comparée à l'intervalle E[51.2000] à deux époques différentes, aux moments où la température de la salle passait à peu près par le maximum et le minimum de l'année.

» Ces mesures ont conduit aux résultats suivants (moyennes de quatre séries d'observations pour l'été, et de six séries pour l'hiver) :

Août 1887	$t = 18°,87$,	$T - E[51.2000] = -178^{\mu},4$,
Décembre 1887....	$t = 3°,22$,	$T - E[51.2000] = +5^{\mu},9$,

T étant la distance des deux repères.

» On déduit de ces résultats et des données sur la valeur de l'intervalle E[51.2000] le coefficient de dilatation de la toise du Pérou :

$$T_t = T_0(1 + 0,00001156\,t),$$

où t désigne la température suivant l'échelle des thermomètres en verre dur de Tonnelot.

» *Toise à bouts.* — Pour les comparaisons de la toise à bouts, M. Benoît a fait construire, dans l'atelier du Bureau, des pièces de contact en fer, ayant la même épaisseur que la toise, et terminées par une surface cylindrique normale aux faces et soigneusement dressée. Ces pièces étaient maintenues par des guides, fixés à frottement aux extrémités de la toise, et l'arête du cylindre était pressée contre la face terminale de la toise par un petit ressort assurant un contact exact. Ce contact avait lieu *à une ligne* à peu près du fond des entailles. Sur les deux faces des pièces étaient tracés des traits, dont la distance était déterminée par comparaison avec la règle E. Comme contrôle et afin d'éliminer autant que possible les erreurs systématiques, on a construit quatre pièces semblables qui, en s'associant les unes aux autres de toutes les manières possibles, pouvaient fournir douze combinaisons différentes. En retournant la toise,

face pour face et bout pour bout, on avait encore douze combinaisons nouvelles, en tout vingt-quatre modes de mesure, différant tous les uns des autres au moins par l'un des contacts.

» On a commencé par déterminer les *constantes* de ces pièces, c'est-à-dire les distances des traits lorsqu'elles sont mises en contact entre elles deux à deux. On a fait ensuite les douze premières combinaisons, puis déterminé de nouveau les pièces de contact, puis fait les douze autres combinaisons, la toise étant retournée, et enfin déterminé une troisième fois les pièces de contact.

» La moyenne de ces vingt-quatre comparaisons, faites à des températures comprises entre 19°,6 et 20°,5 et ramenées à la température de 20°, est la suivante :

$$T_{(\text{bouts})} - E[50.2000] \text{ à } 20°,00 = -1535^{\mu}.$$

» On a, d'après les données indiquées plus haut :

$$E[50.2000]_{20°} = 1950^{\text{mm}},713.$$

Par suite,

$$T_{(\text{bouts})20°} = 1950^{\text{mm}},713 - 1^{\text{mm}},535 = 1949^{\text{mm}},178.$$

» *Toise à points*. — Dans l'étude de la toise à points, on s'est efforcé de se rapprocher autant que possible des conditions des anciennes expériences faites avec cet instrument. M. Benoît a fait construire, à cet effet, de petites pièces triangulaires en fer, portées par trois petites tiges d'acier. L'une de ces tiges était apointée comme une aiguille. Au-dessus d'elle et aussi près que possible de son axe, on avait tracé un trait sur la face supérieure de la pièce. Deux de ces pièces étant placées sur les extrémités de la toise, les pointes dans les *trous*, on mesurait la distance des traits de ces deux pièces par comparaison avec la règle E. On intervertissait ensuite les positions des deux pièces et l'on recommençait l'opération. En prenant la moyenne des deux longueurs ainsi obtenues, on éliminait la somme des distances qui, sur chacune des pièces de fer, existent entre le trait pointé et la projection de la pointe de l'aiguille. Ici encore, comme contrôle, M. Benoît a fait construire quatre pièces semblables, se prêtant à douze combinaisons différentes qui, prises deux à deux, donnent six valeurs indépendantes de la toise. Les douze séries de comparaison ont été répétées deux fois.

» On a trouvé comme moyenne générale des douze valeurs ramenées à la température de 20°,00

$$T_{(\text{points})} - E[51.2000] \text{ à } 20°,00 = -625^{\mu},5.$$

» On a, d'après les données indiquées plus haut :

$$E[51.2000]_{20°} = 1949^{\text{mm}},7118.$$

Par suite,

$$T_{(\text{points})20°} = 1949^{\text{mm}},7118 - 0^{\text{mm}},6255 = 1949^{\text{mm}},0863.$$

» *Conclusions*. — Ainsi on a trouvé

Toise à bouts à 20° =	$1949^{\text{mm}},178$
Toise à points à 20° =	$1949^{\text{mm}},086$
	$0^{\text{mm}},092$

» Donc 1° la toise *à points* est plus courte que la toise *à bouts* de 92$^{\mu}$. C'est à peu près ce qu'avait déjà constaté M. Wolf.

» 2° La longueur de la toise à points à 13° R., c'est-à-dire à 16°, 25 C., est 1949^{mm},001. Celle de la toise à bouts à la même température est 1949^{mm},093. D'après la définition légale du mètre, la longueur de la toise est 1949^{mm},040.

» L'erreur de la toise à points serait donc de 39$^{\mu}$ *en moins*.

» L'erreur de la toise à bouts serait de 53$^{\mu}$ *en plus*.

» La vraie valeur de la toise par définition tomberait donc entre la *toise à bouts* et la *toise à points* de la toise du Pérou.

» De ces déterminations faites par M. Benoît avec le soin et l'habileté que l'Académie a eu plusieurs fois l'occasion d'apprécier chez ce consciencieux observateur, je tire plusieurs conclusions importantes :

» 1° L'arc du Pérou, mesuré avec la toise à points, a été jusqu'ici comparé inexactement avec les autres arcs terrestres. Sa longueur est, en réalité, moindre qu'on ne l'avait cru; je reviendrai plus tard sur la conséquence à en déduire relativement à la forme de la Terre.

» 2° Le mètre international ne diffère de sa définition légale, 443^{l},296 de la toise à bouts de l'Académie prise à 13° R., que d'une quantité, $\frac{1}{100}$ de ligne, qui est tout à fait de l'ordre des erreurs possibles dans les mesures de Borda et de ses successeurs. On sait que la limite de la précision que Borda s'était imposée dans toutes ses déterminations était $\frac{1}{116}$ de ligne.

» 3° L'accord remarquable que nous trouvons aujourd'hui entre les longueurs du mètre et de la toise du Pérou est une preuve du bon état de conservation de cette toise. Si cette règle de fer avait été faussée, puis redressée, comme on l'a prétendu à une certaine époque, nous ne retrouverions pas aujourd'hui, avec une exactitude vraiment surprenante, le rapport qui existait en l'an VII entre sa longueur et celle du mètre. Si ses faces terminales avaient été rouillées, puis nettoyées, la quantité dont la *toise à bouts* l'emporte sur la *toise à points* aurait diminué depuis l'époque où les astronomes de l'Académie trouvaient ces deux toises égales. Donc, en 1735, cette différence eût été plus grande qu'elle n'est aujourd'hui, $\frac{1}{25}$ de ligne, et elle n'aurait pas échappé à l'attention des observateurs, aux procédés de mesure desquels Lalande attribue précisément cette limite d'exactitude, $\frac{1}{25}$ de ligne (Lalande, *Astronomie*, Liv. XV, p. 10). Ainsi se trouve confirmée l'assertion que j'émettais dans mes *Recherches sur les étalons de l'Observatoire* : « Ma conviction est que nous possédons la toise du » Pérou dans l'état même, quant aux surfaces terminales, où elle est sortie

» des mains de Langlois en 1735. » (*Mémoires de l'observatoire de Paris*, t. XVII, p. C,30). »

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur les relations de l'azote atmosphérique avec la terre végétale;* par M. **Th. Schlœsing.**

« Une objection sérieuse peut être opposée aux résultats des expériences que j'ai décrites dans les *Comptes rendus* des 19 et 26 mars; la voici :

» La matière organique de la terre végétale, comme toute autre matière organique morte, est la proie des microbes. Parmi les microbes qui habitent les sols, les uns ne travaillent qu'en l'absence d'oxygène : ce sont des agents de réduction qui n'ont heureusement que de rares occasions d'exercer leur activité, les sols demeurant oxygénés dans les conditions normales de leur exploitation. Les autres sont aérobies; ils transportent l'oxygène sur la matière organique et la brûlent : ce sont des agents d'oxydation, toujours à l'œuvre, quand le froid ou la sécheresse ne les arrêtent pas. La fixation de l'azote gazeux, à supposer qu'elle ait vraiment lieu, peut être, comme la réduction, la combustion, la nitrification de la matière organique, une manifestation de la vie de quelque microbe. Or, dans mes expériences, les atmosphères confinées dans mes terres devaient contenir de la vapeur mercurielle : mes gaz ont été mesurés sur le mercure, et les cols de mes ballons sont restés, pendant quatorze mois, plongés dans ce métal. La vapeur de mercure n'est pas inoffensive pour tous les microbes. Elle n'est certainement pas mortelle pour les agents d'oxydation, pour le ferment nitrique en particulier, puisque mes terres ont consommé des quantités variées, mais assez considérables, d'oxygène et ont continué à nitrifier; mais elle agit sur d'autres organismes, notamment, d'après M. Gayon, sur le *Bacterium denitrificans*. Le microbe fixateur d'azote est peut-être mortellement atteint par elle. Si je l'ai tué dans mes expériences, n'étais-je pas condamné d'avance à n'obtenir que des résultats négatifs?

» Cette objection m'est venue à l'esprit aussitôt après l'installation de mes expériences : elle m'a forcé d'en instituer d'autres fondées sur la même méthode, mais exécutées de manière à proscrire absolument la vapeur mercurielle de mes ballons. La relation de cette deuxième série d'expériences fait l'objet de la présente Note.

» Voici d'abord le résumé des opérations :

» Après avoir introduit la terre dans un ballon, j'étire le col pour faciliter sa fermeture par un trait de chalumeau; je fais ensuite le vide avec la trompe à mercure. Je puis employer cet instrument, bien qu'il fonctionne avec le métal prohibé. En effet, la trompe n'est en relation avec le ballon que par un long tube capillaire en plomb, dans lequel s'établit un courant rapide de gaz que la vapeur mercurielle ne peut certainement pas remonter, et ce courant persiste jusqu'au moment précis où, le vide étant fait, le ballon est séparé du tube en plomb; seulement, vers la fin de l'opération, il est formé exclusivement par la vapeur d'eau qu'on développe par des chauffages légers, mais réitérés du ballon, chauffages nécessaires pour chasser les dernières traces de gaz.

» Il m'est interdit d'employer le volumètre à mercure pour mesurer l'air que le ballon doit recevoir. Je le remplace par un de ces ballons qui portent, à l'opposé du col, une longue tubulure étirée en pointe. Ce ballon, que je désignerai par la lettre A, est suspendu, la tubulure en haut, le col en bas; le col porte un robinet. A côté de A est un autre ballon B, semblable mais un peu plus grand, semblablement placé et suspendu à un ruban passant sur une poulie fixe, de manière qu'on puisse le maintenir à telle hauteur qu'on voudra, soit plus haut, soit plus bas que A. Les deux ballons sont réunis, en dessous, par leurs cols, à l'aide d'un tuyau de caoutchouc qui se recourbe en forme d'U. Ils demeurent toujours plongés dans un grand bain d'eau ; mais leurs pointes émergent. Ils sont lestés par des rondelles de plomb. A et B étant vides, je remplis B d'eau pure, à travers laquelle de l'air a longtemps barboté; l'oxygène et l'azote dissous dans cette eau sont en équilibre de tension avec l'oxygène et l'azote de l'air; l'eau ne pourra donc pas, pendant son emploi, modifier la composition de l'air qui sera en contact avec elle. En élevant B, je fais passer l'eau en A; je mets alors la tubulure de A en rapport avec l'air du dehors, et, abaissant B, je remplis A de cet air; l'eau retourne en B. Ayant fermé le robinet de A, je sépare ce ballon de son associé et je le pèse. Je le remets ensuite en place, je le relie de nouveau à B et j'attends une demi-heure, pendant laquelle l'eau du bain est fréquemment agitée. Ce temps écoulé, je puis être certain que l'air contenu en A a pris la température du bain : je note cette température, ainsi que la pression barométrique, et aussitôt je mets la tubulure de A en relation avec mon ballon à terre. Le robinet étant ouvert, une portion de l'eau de B passe en A pour remplacer l'air introduit dans ma terre. J'élève B de manière que le niveau

de l'eau y soit le même qu'en A : je sais dès lors que l'air introduit dans la terre, comme celui qui reste en A, est à la pression barométrique observée. Alors, je ferme le robinet de A, je ferme également l'accès de l'air dans ma terre, puis je pèse de nouveau le ballon A. L'augmentation de son poids me donne le volume d'air à 0° et 760^{mm} introduit dans ma terre, d'après la formule

$$V_0 = \frac{P(H_0 - f)}{D_t 760(1 + \alpha t) - H_0 d_0 + f(d_0 - \delta_0)},$$

dans laquelle

P est l'augmentation de poids du ballon;
H_0, f, t ont leur signification ordinaire;
D_t est la densité de l'eau à $t°$;
d_0 et δ_0 sont les densités de l'air et de la vapeur d'eau, à 0° et à 760^{mm}, prises par rapport à l'eau.

» Après l'introduction de l'air, le ballon à terre est scellé à la lampe; il reste un peu d'air enfermé dans le bout de tube qui se trouve séparé du col après le scellement. Je mesure cet air dans une très petite cloche graduée, et je le soustrais de V_0.

» Pour l'extraction finale des gaz, j'ai recours à mon volumètre à mercure, dont l'usage n'a plus d'inconvénient: je ne saurais d'ailleurs recueillir les gaz sur l'eau sans altérer leur composition.

» Les ballons à terre, dans ces nouvelles expériences, devaient rester scellés pendant plusieurs mois; aussi ai-je dû n'employer que des terres pauvres en matière organique, afin que l'atmosphère confinée y demeurât jusqu'à la fin oxygénée. Mes terres de Grenelle et de Montretout et le kaolin convenaient fort bien sous ce rapport. Avec chacune de ces terres j'ai institué deux expériences, en tout six, sur lesquelles quatre seulement ont été menées à bonne fin. Les deux expériences avec kaolin ont été perdues : l'une m'a donné un excédent d'azote considérable, 34^{cc}; ce gaz s'est introduit dans le ballon, au moment de l'extraction finale, par une fêlure jusque-là inaperçue; l'autre a été perdue par ma maladresse.

» Voici le compte rendu des expériences faites avec les terres de Grenelle et de Montretout :

Poids et humidité des terres.

	Grenelle.		Montretout.	
	I.	II.	I.	II.
Poids	kg 1,878	kg 1,813	kg 1,717	kg 1,750
Humidité pour 100	13,4	11,8	11	10,9

Air introduit.

	Grenelle. I.	Grenelle. II.	Montretout. I.	Montretout. II.
P	812gr,85	745gr,155	880gr,985	800gr,980
H_0	744mm,38	739mm,4	745mm,37	757mm,26
t	18°,37	19°,48	18°,4	17°,71
V_0	732cc,16	663cc,07	794cc,50	736cc,5
Air contenu dans le bout de tube	−0,58	−1,05	−1,15	−1,04
Air introduit	731cc,58	662cc,02	793cc,35	735cc,46
contenant azote	578,24	523,26	627,06	581,31
contenant oxygène	153,34	138,76	166,29	154,15

Durée des expériences.

Du 13 mai 1886 au 31 mars 1887	Du 13 mai au 30 mars	Du 14 mai au 1er avril	Du 15 mai au 2 avril

Températures.

Les mêmes que dans les expériences de la première série.

Gaz extraits à la fin des expériences

(recueillis et mesurés dans le volumètre de 1178cc).

	Grenelle. I.	Grenelle. II.	Montretout. I.	Montretout. II.
H_0	762mm,74	763mm,77	745mm,87	756mm,07
p_0	−272mm,32	−313mm,19	−198mm,64	−251mm,88
t	14°,45	14°,9	14°	13°,77
$V_0 = \dfrac{H_0 - p_0 - f}{760(1+\alpha t)}$	704,81	643cc,73	789cc,3	726cc,68
Gaz recueilli en petit tube	+0,1	+0,14	+0,04	0
Gaz total	704,91	643,87	789,34	726,68

Analyse eudiométrique de ces gaz [1].

	Grenelle. I.	Grenelle. II.	Montretout. I.	Montretout. II.
Azote	cc 82,14	cc 81,13	cc 79,33	cc 79,88
Oxygène	17,86	17,79	20,35	20,07
Acide carbonique	0 [2]	1,08	0,32	0,05
	100,00	100,00	100,00	100,00

Azote, oxygène, acide carbonique dans les gaz extraits.

Azote à 0° et 760mm	cc 579,01	cc 522,37	cc 626,18	cc 580,47
Oxygène à 0° et 760mm	125,90	114,54	160,63	145,85
Ac. carb. à 0° et 760mm	0	6,96	2,53	0,36
	704,91	643,87	789,34	726,68

Compte de l'azote.

Initial	cc 578,24	cc 523,26	cc 627,06	cc 581,31
Final	579,01	522,37	626,18	580,47
	+0,77	−0,89	−0,88	−0,84

Compte de l'oxygène.

Initial	cc 153,34	cc 138,76	cc 166,29	cc 154,15
Final	125,90	114,54	160,63	145,85
	−27,44	−24,22	−5,66	−8,30

» Il y a deux corrections, très petites, que j'ai négligées dans le calcul de l'air initial : l'une concernant les $\frac{3}{10000}$ d'acide carbonique existant dans l'air; l'autre, la perte de poids dans l'air des poids marqués employés à équilibrer le ballon A. Ces deux corrections valent ensemble $\frac{3}{10000}$. Quand

[1] Je juge inutile de charger les *Comptes rendus* de tous les nombres fournis par les analyses eudiométriques. Ces analyses ont été faites dans le même appareil et par les mêmes mains que celles de la première série : elles présentent les mêmes garanties d'exactitude.

[2] Dans les ballons I (Grenelle) et II (Montretout), j'avais mis, comme dans les ballons de la première série, de la chaux éteinte mêlée à du sable, pour absorber CO^2, ce qui explique l'absence ou la petite proportion de ce gaz dans le mélange extrait.

on les applique aux volumes d'air initial, les différences entre les volumes de l'azote initial et de l'azote final deviennent

$$+1^{cc},06 \qquad -0^{cc},63 \qquad -0^{cc},57 \qquad -0^{cc},55$$

» En résumé, les résultats fournis par la deuxième série de mes expériences sont pareils à ceux de la première série. Que la vapeur de mercure ait été présente ou rigoureusement éliminée, les quantités d'azote gazeux qu'on pourrait supposer fixées au cours des expériences ont été trop minimes pour être mesurables par les procédés les plus délicats dont puisse disposer actuellement l'analyse chimique. »

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur la fabrication du fumier de ferme;* par M. **P.-P. Dehérain.**

« J'ai eu l'honneur, il y a déjà quelques années, d'entretenir l'Académie des fermentations énergiques qui se déclarent dans les litières imprégnées des déjections solides et liquides des animaux, pendant que, amoncelées dans les cours de ferme, elles s'y transforment en fumier ([1]). Je voudrais aujourd'hui préciser les réactions qui prennent naissance dans cette masse de matières organiques et tirer de mes études quelques indications utiles aux praticiens. Si l'on se rappelle que le fumier de ferme est, dans bien des exploitations, le seul engrais employé, on comprendra combien il importe que sa fabrication soit judicieusement conduite.

» Quand on soumet à des lavages multipliés sur des tamis, puis sur des linges, du fumier fait, on en sépare aisément : 1° des pailles à peine altérées; 2° des débris végétaux très fins qui paraissent avoir échappé à la digestion des animaux; 3° enfin, une matière noire dissoute dans les carbonates alcalins qui imprègnent le fumier, mais qui se précipite aussitôt qu'on rend les liqueurs neutres ou acides.

» Cette matière noire découle du tas de fumier terminé, elle se fige en stalactites sur les parois, l'excès colore le purin, c'est elle qui caractérise le fumier. Quand on évapore à sec les liqueurs alcalines qui la renferment, on obtient une substance noire, brillante, ayant l'aspect de la houille ; cette matière est très chargée de cendres, elles s'élèvent jusqu'à près de 40 pour 100; l'analyse y décèle de 3 à 3,5 pour 100 d'azote ; l'addition

---

([1]) *Comptes rendus,* t. XCVIII, p. 377, et t. XCIX, p. 45; *Annales agronomiques,* t. X, p. 385.

d'un acide y détermine une vive effervescence et l'apparition d'un précipité brun, colloïdal, renfermant environ $\frac{5}{100}$ d'azote. C'est ce précipité qui avait été désigné par P. Thenard sous le nom provisoire d'*acide fumique* (¹).

» Le purin, aussi bien que les liquides qui imprègnent le fumier et qui forment les trois quarts de son poids, présentent une puissante réaction alcaline, due aux carbonates de potasse et d'ammoniaque, et quand on a voulu connaître l'origine de l'acide fumique, on a été naturellement conduit à chercher comment les carbonates alcalins agissent sur la paille employée à la confection des litières.

» En attaquant la paille à chaud par une dissolution étendue de carbonate de potasse, on obtient une liqueur très colorée; saturée par un acide, elle se décolore partiellement et donne un précipité brun gélatineux, tout à fait analogue à celui qu'a fourni la matière noire du fumier, mais moins riche en azote. La proportion de cet élément est assez variable d'une préparation à une autre pour faire supposer que l'analyse porte sur un mélange des albuminoïdes de la paille avec une matière non azotée. Si, en effet, on traite la paille à froid par de l'acide chlorhydrique, avant de l'attaquer par les carbonates alcalins, le précipité qu'on obtient par neutralisation de la liqueur alcaline ne renferme plus que 0,5 pour 100 d'azote, mais conserve cependant l'aspect de la matière obtenue dans le traitement direct de la paille par les alcalis.

» L'analyse élémentaire des pailles y décèle une quantité de carbone supérieure à celle que renferme la cellulose et, comme celle-ci forme près de 40 pour 100 du poids total, il est nécessaire qu'elle soit associée à un principe immédiat très chargé de carbone. Ce principe me paraît appartenir au groupe des vasculoses dont M. Fremy a signalé depuis longtemps la présence dans le bois; le précipité obtenu par l'action successive des alcalis et de l'acide chlorhydrique sur la paille présente une composition élémentaire très analogue à celle des dérivés de la vasculose; comme eux, il fournit seulement, par oxydation avec l'acide azotique, de l'acide oxalique. Les analogies sont donc nombreuses; mais, tandis que la vasculose du bois ne se dissout que dans les alcalis caustiques agissant sous pression, la vasculose de la paille se dissout dans les carbonates alcalins et je pense qu'on peut la désigner sous le nom de *vasculose attaquable*.

» On a vu qu'il suffit de laisser la paille pendant quelques instants au contact d'une dissolution alcaline pour lui enlever de la vasculose, et il est

---

(¹) *Comptes rendus*, t. XLIV, p. 980; 1857.

évident que durant leur séjour prolongé sur la plate-forme, les pailles imprégnées de matières alcalines et soumises à l'influence d'une température qui s'élève au delà de 60° abandonnent également cette vasculose et que, par suite, ses dérivés constituent une partie de la matière noire du fumier soluble dans les alcalis.

» Il en faudrait donc conclure que l'acide fumique n'est pas une espèce chimique définie, mais un mélange d'un dérivé de la vasculose avec une matière azotée. C'est ce dont on arrive à se convaincre, en soumettant la matière noire du fumier à l'action de dissolutions alcalines assez étendues pour ne la dissoudre que partiellement; on réussit à enlever à l'état soluble une matière très chargée d'azote et à laisser à l'état insoluble une substance qui en contient de moins en moins, à mesure qne les traitements ont été plus multipliés. Ce résidu présente, au reste, une composition élémentaire analogue à celle de la vasculose de la paille; traité par l'acide azotique, il fournit encore exclusivement de l'acide oxalique.

» Il reste maintenant à préciser l'origine de la matière azotée qui existe dans la matière noire du fumier. Cette origine est multiple : la matière azotée du fumier renferme d'abord les albuminoïdes de la paille ; en effet, on trouve toujours dans les précipités provenant de la paille normale une quantité d'azote notable qui peut dépasser $\frac{3}{100}$. Les excréments solides des animaux abandonnent également une partie de leur matière azotée aux dissolutions alcalines et par suite contribuent à enrichir la matière noire du fumier. Enfin l'ammoniaque provenant de la métamorphose de l'urée se transforme partiellement elle-même en matière organique.

» P. Thenard s'est beaucoup occupé de cette transformation de l'ammoniaque en matière organique azotée, et il a réussi, notamment, à combiner l'ammoniaque à la glycose. Quelque intérêt que présente, au point de vue de la Chimie générale, cette mémorable expérience, elle me paraît n'avoir que des attaches très lointaines avec la fabrication du fumier. Si, en effet, il existe dans la paille de petites quantités d'amidon, la glycose ne s'y trouve qu'en très minimes proportions ; je crois, de plus, que ces hydrates de carbone doivent disparaître par combustion, pendant la fermentation aérobie qui se produit à la partie supérieure du tas de fumier ; en tous cas, ils n'existent plus dans la paille, quand elle subit, à la partie inférieure, la fermentation anaérobie : en effet, toutes les fois qu'on met en fermentation dans des flacons du sucre ou de l'amidon avec les ferments du fumier, on obtient de l'hydrogène. Or M. Reiset a reconnu, il y a plus de trente ans, que le seul gaz combustible provenant du fumier est du for-

mène ou hydrogène protocarboné. C'est également ce que j'ai trouvé; jamais je n'ai trouvé d'hydrogène libre dans les gaz extraits du fumier en place; or j'en aurais trouvé si les matières fermentescibles avaient renfermé des sucres ou de l'amidon.

» J'ai essayé, au reste, à bien des reprises différentes, d'unir l'ammoniaque à la paille et je n'ai jamais réussi que misérablement; la quantité d'ammoniaque qui pénètre en combinaison est sinon nulle, au moins très faible. Il n'en est plus ainsi quand on met en jeu les fermentations. Qu'elles aient lieu au contact de l'air, ou au contraire à l'abri de l'oxygène, on constate toujours qu'une partie notable de l'ammoniaque introduite au début est transformée en matière organique. Il est bon de remarquer que, bien que, dans les conditions où j'ai opéré, j'aie pu éviter absolument les pertes d'ammoniaque, jamais je n'ai pu retrouver, à la fin d'une opération, la quantité d'azote combiné introduite au début; on constate toujours une perte considérable ([1]), qui m'a paru être plus forte quand on opère au contact de l'air. Cet azote se dégage à l'état libre, ainsi que l'a constaté depuis longtemps M. Reiset.

» En résumé, on voit que la matière noire du fumier est produite : 1° par la dissolution, à l'aide des carbonates alcalins, de la vasculose et des albuminoïdes de la paille et des matières azotées contenues dans les déjections solides des animaux; 2° par la transformation de l'ammoniaque en matière organique, transformation due à l'activité vitale des ferments.

» Dans les exploitations rurales, où le fumier fait est particulièrement efficace, il convient de favoriser la production de la matière noire, et il importe de voir comment on peut y réussir.

» Les dissolutions dont il vient d'être question, la fermentation formémique exigent, les unes et les autres, un milieu alcalin. Il est donc manifeste, d'abord, qu'il faut absolument proscrire l'emploi de toutes les matières capables de décomposer les carbonates alcalins; que rien ne serait plus funeste que l'addition au fumier d'acides ou de sulfates, conseillée bien souvent pour diminuer les pertes d'ammoniaque. Ces pertes peuvent être évitées par de simples arrosages au purin; quand bien même elles seraient encore notables, il faut s'y résigner, puisque, je ne saurais trop le répéter, le fumier ne se fait que dans un milieu alcalin et que, par suite, détruire

---

([1]) Ces pertes ont été signalées, il y a déjà plusieurs années, par M. Joulie (*Annales agronomiques*, t. X, p. 289. Voir aussi *Annales agronomiques*, t. XIV, p. 97, le Mémoire que je résume dans la présente Note).

l'alcalinité des liquides, c'est renoncer par cela même à l'opération entreprise.

» En outre, la transformation de l'ammoniaque en matière organique azotée étant due à l'action vitale des ferments, il convient, pour favoriser cette transformation, de donner à la fermentation une certaine activité. Or, le ferment forménique qui entre en jeu dans le fumier est essentiellement aérobie, la température n'est élevée qu'à la partie supérieure du tas ([1]), où l'air peut pénétrer; dans les parties basses, où l'air n'arrive plus, où la fermentation anaérobie transforme la cellulose en volumes égaux d'acide carbonique et de formène, la température est beaucoup moins élevée, on trouve plus de spores que de ferments actifs; il faut donc favoriser, dans une certaine mesure, l'accès de l'air. Je crois que remuer le fumier à la fourche est dangereux : la température s'élève beaucoup et l'on volatilise du carbonate d'ammoniaque; il me paraît que des arrosages à l'aide du purin, plus ou moins fréquents, sont suffisants : ils dissolvent à la fois les sels ammoniacaux et l'acide carbonique qui forme une part importante de l'atmosphère confinée dans le fumier; l'air, appelé par la diminution de pression, pénètre dans la masse, le fumier *chauffe*, suivant l'expression des garçons de cour, ce qui montre que la fermentation a repris une nouvelle activité.

» Pour savoir s'il convient de pousser plus ou moins loin ces fermentations, il faut suivre le fumier dans le sol et préciser les actions très complexes qu'il y exerce. Cette étude est entreprise; aussitôt qu'elle aura conduit à des résultats que je supposerai susceptibles d'intéresser l'Académie, je me ferai un devoir de les lui présenter. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur le blizzard des 11 et 12 mars dernier aux États-Unis.* Note de M. H. Faye.

« Dans un Article remarquable du 28 mars, le journal *le Temps* donne les plus curieux, mais aussi les plus lamentables détails sur ce phénomène qui vient de désoler les grandes villes des États-Unis du côté de l'Atlantique, Washington, Baltimore, Philadelphie, New-York, Boston, peu habituées jusqu'ici à subir de pareils fléaux. Ce nom même de *blizzard*, pour

([1]) U. Gayon (*Comptes rendus*, t. XCVIII, p. 528) est arrivé, par un procédé de recherches différent de celui que j'ai employé, aux mêmes conclusions.

désigner un ouragan de neige, est si peu répandu que je ne l'ai pas encore rencontré dans les *Reports of the Signal Service* de l'armée fédérale. Il ne m'était connu que par les écrits du professeur G. Hinrichs, Directeur du Service météorologique de l'État de Iowa, un des États situés au nord de la vallée du Mississipi où, paraît-il, ce phénomène n'est pas rare :

» En hiver, dit ce savant Directeur (1), le fort gradient thermique de cette immense vallée est la vraie cause des changements de temps qui surviennent soudainement chez nous. Dans ce contraste thermique entre le nord et le sud se trouve l'origine de nos blizzards et de nos ondes de froid (*cold-waves*). Cette grande différence de température nous explique comment nous pouvons avoir en hiver un orage avec tonnerre suivi, peu d'heures après, d'un blizzard.

» Ainsi le blizzard est un ouragan de neige local accompagné d'une baisse extrêmement brusque de température ; mais il est, avant tout, subordonné à un mouvement cyclonique général passant sur une contrée à climat excessif. A ce titre, nous retrouvons ailleurs, en Russie par exemple; de vrais blizzards sous le nom de *bora* ou de *buran*. Quand on rapproche ces phénomènes de ceux que les mouvements cycloniques produisent dans les pays tempérés sous forme d'averses ou de grêle, dans les pays chauds et secs, sous forme d'ouragans de sable (en Afrique), ou de poussière (aux Indes et au Mexique), on conçoit qu'à la rigueur le même cyclone peut souffler ici le froid, ailleurs le chaud, amener des torrents de neige ou soulever des torrents de sable, suivant les climats qu'il franchit à grande vitesse. Ce ne sont là que des variétés d'une même action, toujours et partout la même, à savoir les girations descendantes engendrées dans les courants des hautes régions de l'atmosphère, et ces courants où la tempête débute et où elle s'alimente sont entièrement indépendants des couches inférieures au-dessus desquelles ils se meuvent suivant d'immenses trajectoires, par-dessus les continents et les mers, sans égard aux circonstances locales, aux gradients thermiques, à la distribution des points de rosée, à la constitution du sol ou au souffle des vents locaux.

» Seuls, les phénomènes accessoires, les détails dont nous sommes frappés et auxquels nous donnons les noms d'*orages*, d'*averses*, de *grêle*, de *blizzards*, de *bora*, de *fœhn*, de *sirocco*, de *khamsin*, etc., dépendent de l'état de sécheresse ou d'humidité des couches basses combiné avec la

(1) *The climate of southern Russia and Iowa compared. A climatological study on the transplantation of Russian fruit to Iowa and the upper Mississipi valley*; by Dr G. Hinrichs, Director Iowa Weather Service.

richesse ou la rareté des cirrus charriés par les courants supérieurs. Le même mécanisme produira en été, en certains climats humides, des tempêtes de pluie ou de grêle, avec foudre et tonnerre; en hiver, dans les climats excessifs, un ouragan de neige avec une chute effroyable et soudaine de température, un blizzard ou un buran.

» Aux États-Unis, les circonstances locales qui déterminent le caractère des tempêtes humides sont merveilleusement réunies et toutes prêtes à jouer leur rôle physique lorsque le mécanisme des tourbillons descendants vient à les mettre en jeu.

» Au sud, en effet, règnent les vastes mers tropicales à peine interrompues par des îles ou des langues de terre étroites. La vapeur d'eau qui monte de ces mers chaudes va charger de cirrus les courants supérieurs, tandis que les vents inférieurs amènent une partie de cette humidité dans l'immense vallée du Mississipi, entièrement ouverte au sud à l'action de ces vents, et en font, d'un bout à l'autre, la région la mieux arrosée du globe. Aussi est-ce aux États-Unis que les phénomènes de précipitation aqueuse ou glacée, sous l'influence des cyclones, acquièrent l'intensité formidable dont le passage suivant du journal *le Temps* va nous donner une idée :

» Le blizzard américain a tous les caractères d'une tempête atmosphérique; il arrive avec une rapidité incroyable. Ainsi, le 9 et le 10 mars, à Philadelphie, le ciel était clair, l'air tiède, et l'on croyait le printemps arrivé. Le 11 mars, le vent du sud-ouest se mit à souffler, il amena une pluie chaude; le thermomètre était à 16°C. Le soir, la pluie devint un vrai déluge. Le *Signal Service* avait annoncé un vent de sud-ouest amenant de la pluie, mais rien de plus.

» Le changement subit de température se produisit le 11 mars, à Washington, à 5^h du soir; à Philadelphie à 11^h; à New-York il ne fut ressenti que le 12 à 4^h du matin. A Philadelphie, les effets en furent extraordinaires. La pluie qui tombait à torrents se changea, dans l'espace de dix minutes, en grésil, puis en un mélange de neige et de grêle. Le vent, qui avait passé du sud-est au nord-ouest, commença à souffler en tempête, après minuit.... La tempête abattit à Philadelphie des milliers d'arbres. Le froid devint bientôt intense; le thermomètre tomba bien au-dessous de zéro (— 18°); la neige, poussée par un vent furieux, s'accumulait en grosses vagues que la gelée rendait bientôt solides. Quand le jour se leva, toute vie était paralysée.

» Toutes les communications, même télégraphiques, étaient coupées en effet. Dans la baie de Chesapeake, trente vaisseaux firent naufrage; dans celle de la Delaware, vingt-deux navires se perdirent et soixante bateaux furent jetés à la côte. Sur un navire échoué sur la côte du Maryland tout l'équipage a été trouvé gelé. Pendant la journée du 13, le vent diminua graduellement et la tempête épuisa sa rage.

» Les mêmes phénomènes se produisirent successivement de Washington à Philadelphie, à Baltimore, à New-York, à Boston, suivant exactement la même trajectoire que la tempête qui suggéra à Franklin, au siècle dernier, sa fameuse théorie des tempêtes d'aspiration ([1]).

» Mais je n'ai pas encore présenté le phénomène dans son entier. Un mouvement cyclonique principal, dont ce qui précède paraît n'être qu'un épiphénomène, parcourait alors, précisément dans la même direction du nord-est, la région centrale de la grande vallée, passait au nord du lac Erié, s'engageait dans le bassin du Saint-Laurent et a sévi en particulier à Montréal.

» Nous savons aujourd'hui, grâce aux études approfondies du *Signal Service*, que, sur le demi-cercle dangereux d'un cyclone, à une notable distance du centre, s'établissent fréquemment des tourbillons accessoires donnant lieu, par exemple, à des tornados isolés ou accouplés, marchant par files *parallèlement* à la trajectoire centrale du cyclone.

» Il me paraît probable que le blizzard qui s'est propagé de Washington à New-York et à Boston, en marchant à distance constante de la trajectoire du cyclone principal, justement là où les phénomènes mécaniques sont le plus accusés, c'est-à-dire dans l'octant le plus dangereux, n'a fait que reproduire, avec une intensité exceptionnelle et une particularité toute nouvelle en ces régions, les phénomènes décrits dans ma brochure au sujet des girations latérales des tempêtes. Si, en effet, vous reportez sur le lac Érié la trajectoire du 19 février 1884 ([2]) en l'inclinant un peu plus vers le nord, vous verrez que les tornados qui ont couru parallèlement à ce cyclone viendront se placer sur le blizzard des côtes de l'Atlantique des 11 et 12 mars dernier.

» Les météorologistes du *Signal Service* auront bientôt réuni les détails de ces effrayants phénomènes. En partant de ceux qui nous sont parvenus, je me hasarderai à faire la remarque suivante sur les signaux du temps qui ont été envoyés aux villes de la côte en cette occasion. Le *Signal Service* paraît avoir constaté la dépression susdite, venant des États du centre et se dirigeant au nord-ouest vers le lac Érié. Il était donc naturel d'annoncer, comme cela a été fait, au littoral de l'Atlantique un vent de sud-ouest avec pluie. Mais n'y avait-il pas lieu d'avertir aussi ces mêmes régions que des tornados pourraient s'y produire, à telles dates, courant

---

([1]) Voir ma brochure *Sur les tempêtes*, p. 4 à 7; Gauthier-Villars, 1887.

([2]) *Sur les tempêtes*, p. 42 et suiv.

parallèlement à la trajectoire du cyclone, par exemple de Washington à New-York (1)? Personne assurément ne pouvait prévoir, d'après l'état du temps, que sous l'influence d'une descente inusitée de cirrus ces tornados possibles seraient remplacés par un blizzard formidable; mais il est permis de penser que l'avertissement susdit aurait suffi pour faire éviter ou pour atténuer les désastres maritimes de ces deux terribles journées. »

GÉOMÉTRIE. — *Note sur les surfaces minima et le théorème de Joachimsthal;* par M. **A. Cayley**.

« I. La seule surface minima réglée est l'hélicoïde à plan directeur : ce beau théorème de M. Catalan se démontre par des considérations géométriques très simples.

» Soit un système de droites ..., P, Q, R, ..., tel que, pour trois droites successives P, Q, R quelconques, tout plan Π' perpendiculaire à Q rencontre les trois droites en des points p', q', r' situés sur une droite. En particulier, si qr est la distance la plus petite des droites Q et R, le plan perpendiculaire Π, qui passe par le point q, passera par le point r et rencontrera la droite P en un point p tel que les points p, q, r seront sur une même droite A, perpendiculaire à chacune des droites P, Q, R; c'est-à-dire chacune de ces droites rencontre perpendiculairement une seule et même droite A. Cela étant, pour que les points de rencontre p', q', r' avec un autre plan Π' soient sur la même droite, il faut encore une condition; et, en supposant (ce que l'on peut faire sans perte de généralité) que les distances pq, qr soient égales, cette condition sera : que l'incli-

---

(1) Voir encore à ce sujet ma brochure *Sur les tempêtes*, page 67 et suivantes. Puisque j'ai cité plusieurs fois cette brochure, je dirai que la question de la déviation des flèches du vent par rapport aux isobares, dans les tempêtes, y a été traitée trop succinctement. Des discussions ultérieures m'ont engagé à étudier plus amplement cette question dans le Tome CV des *Comptes rendus*, pages 1050, 1102 et 1213. J'y ai rappelé que cette déviation est considérablement plus faible sur les côtes que sur les continents. Une Note publiée dans le *Journal de la Société météorologique d'Écosse* (third series, n° IV) m'apprend que le même affaiblissement s'observe aussi au sommet du Ben-Névis. C'est une raison de plus de croire que cette déviation ne tient pas à ce que l'air inférieur tend à se mouvoir vers le centre du cyclone, mais à un simple phénomène de frottement sur le sol solide qui ne peut être que notablement atténué par la présence de la mer sur les côtes, ou par une altitude de 1343^{m} sur le Ben-Névis.

naison des plans (PA, QA) est égale à l'inclinaison des plans (QA, RA).

» En considérant de même les droites Q, R, S, on démontre d'abord que la droite S rencontre perpendiculairement la droite A; puis, en supposant que les distances *qr*, *rs* soient égales, on obtient la condition que l'inclinaison des plans (QA, RA) est égale à celle des plans (RA, SA), et ainsi de suite : savoir, on obtient une série de droites ..., P, Q, R, ..., qui rencontrent perpendiculairement la droite A et sont telles qu'en supposant que les distances ..., *pq*, *qr*, *rs*, ... soient égales, les inclinaisons ..., (PA, QA), (QA, RA), (RA, SA), ... sont égales : c'est-à-dire que, en considérant des droites ..., P, Q, R, S, ... consécutives, on a les génératrices d'une hélicoïde à plan directeur; et l'on voit ainsi que cette surface est la seule surface réglée, qui est telle que tout plan perpendiculaire à une génératrice quelconque rencontre la surface selon une courbe qui a, au point de rencontre avec la génératrice, une inflexion (ou, ce qui est la même chose, un rayon infini de courbure). Mais, comme l'avait remarqué M. Catalan, c'est là la condition pour que les deux rayons principaux de courbure soient égaux et opposés, ou enfin pour que la surface soit une surface minima.

» II. Le théorème de Joachimsthal et aussi le théorème plus général de Bonnet et Serret, par rapport aux lignes de courbure planes ou sphériques, se déduisent immédiatement de ce théorème élémentaire de Géométrie : En considérant, dans des plans différents, deux triangles isoscèles PP′O et PP′N avec une base commune PP′ (OP = OP′ et NP = NP′), les angles OPN et OP′N seront égaux. En effet, si, pour une surface quelconque, PP′ est l'élément d'une courbe de courbure sphérique, les normales à la surface aux points P et P′ se rencontrent dans un point N, et les rayons de la sphère aux mêmes points se rencontrent dans un point O; on a ainsi les deux triangles isoscèles PP′O et PP′N, et de là les angles égaux OPN et OP′N, c'est-à-dire que, pour deux points consécutifs P et P′ de la ligne de courbure sphérique, l'inclinaison de la normale de la surface au rayon de la sphère a la même valeur, et cette inclinaison a ainsi la même valeur pour tous les points de la ligne de courbure. En prenant le point O à l'infini, on obtient le théorème pour une ligne de courbure plane, ou, si l'on veut, le théorème pour ce cas se déduit directement de celui-ci : Une droite quelconque PO, perpendiculaire à la base PP′ d'un triangle isoscèle PP′N, est également inclinée sur les deux droites PN et P′N. »

M. **Albert Gaudry**, en présentant à l'Académie, au nom de M. *Marcellin Boule* et au sien, un travail sur l'*Elasmotherium*, s'exprime comme il suit :

« Cet étrange et gigantesque Pachyderme de l'époque quaternaire était encore incomplètement connu. Des échantillons donnés au Muséum par des savants russes, M. de Möller et M. Paul Ossoskoff, nous permettent d'ajouter quelque chose à son étude. Notre Mémoire est accompagné de plusieurs planches.

» Malgré sa singularité, l'*Elasmotherium* nous paraît avoir été voisin des Rhinocéros. Mais, tandis que les premiers Rhinocéros ont vécu dans des temps chauds, l'*Elasmotherium* a vécu à la fin de l'époque glaciaire. Rencontrant des conditions d'existence très différentes, il a dû subir de profondes modifications qui, au premier abord, le rendent méconnaissable. Nous avons réuni dans une même planche des schémas destinés à montrer que ces changements n'ont pas été un fait isolé; ils se sont produits en même temps chez les Éléphants et les Ruminants, au fur et à mesure qu'à la belle végétation des climats chauds ont succédé les plantes herbacées du climat glaciaire. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **Delauney** prie l'Académie de vouloir bien renvoyer à l'examen d'une Commission l'ensemble des Notes astronomiques qu'il lui a adressées récemment.

(Commissaires : MM. Faye, Daubrée, Tisserand.)

M. G. **Armelin** adresse un Mémoire sur la réforme du calendrier.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

M. J. **Vinot** fait remarquer qu'il avait signalé, dès 1872, la suppression des années bissextiles pendant treize périodes consécutives, comme un moyen simple d'amener le calendrier des Orientaux en accord avec le nôtre.

(Renvoi à la Commission.)

M. G. **Leveau** adresse une Note résumée des titres qu'il croit pouvoir faire valoir pour le prix Jérôme Ponti.

(Renvoi à la Commission.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Président** annonce à l'Académie la perte douloureuse qu'elle vient de faire, dans la personne de M. *J.-E. Planchon,* Correspondant de la Section de Botanique, décédé subitement à Montpellier le 1er avril 1888.

La **Société de Prévoyance des médecins de la Corrèze** informe l'Académie qu'elle a ouvert une souscription pour élever un monument au baron *Alexis Boyer*, à Uzerche (Corrèze), sa ville natale.

M. le **Secrétaire perpétuel** communique à l'Académie une Lettre, appartenant à M. L. Lalanne, datée du 11 avril 1813 et adressée à M. Duchêne de Saint-Clair, à Vire. Maire a vu mourir Lagrange et annonce la triste nouvelle à son ami :

« Mon cher Saint-Clair, on m'apporte votre Lettre dans un moment d'affliction la plus vive que j'aie éprouvée de ma vie. Nous sommes tous dans la désolation. M. de Lagrange, cette connaissance que je vous dois, cet homme qui avait tant de bonté pour moi et que je révérais comme un père, vient de mourir dans les bras de ma femme, après douze jours d'une maladie qui n'annonçait pas le moindre danger; il s'est éteint, il n'a pas souffert; ah! si vous l'eussiez vu dans ces derniers moments, quelle bonté! quelle force d'âme! quelle philosophie! toujours cette tête pensante qui ne sera pas remplacée. Son épouse a pensé mourir de douleur. M. Parfous et moi, sommes chargés des tristes fonctions de consoler la femme et de faire rendre à l'époux les derniers devoirs. Il est mort hier à 9h du matin. On l'a embaumé aujourd'hui, mardi on le conduira au Panthéon. Potel a été son médecin, il a montré une sagacité étonnante et un cœur comme il y en a peu. La maison est fermée, nous essuyons des larmes et nous en versons. Les bontés sont de doux poisons; il ne faut point aimer, en amitié comme en amour c'est une source de tourment. » Maire. »

ASTRONOMIE. — *Sur une disposition qui permettrait l'emploi de puissants objectifs dans les observations méridiennes.* Note de M. **G. Bigourdan**, communiquée par M. Mouchez.

« Les instruments méridiens, tels qu'on les construit aujourd'hui, ne peuvent pas recevoir des objectifs bien puissants. Les cercles méridiens de Paris et de Greenwich, les plus grands qui existent, ont des objectifs de

$0^m,24$ d'ouverture, ce qui ne leur permet pas d'observer des astres plus faibles que ceux de 12[e] grandeur; encore ces derniers s'observent-ils avec difficulté.

» Au cercle méridien de Paris, consacré spécialement à l'observation des petites planètes, beaucoup de ces astéroïdes ne peuvent être aperçus à cause de leur faiblesse; on est obligé de les observer aux équatoriaux, ce qui entraîne une grande perte de temps et un accroissement de travail en même temps qu'une diminution de précision; car, pendant le temps qu'exige une observation équatoriale, on effectuerait au moins cinq observations méridiennes. Il serait donc avantageux d'avoir des instruments méridiens dont la puissance fût comparable à celle des équatoriaux actuels : c'est ce que permet la disposition suivante :

» Supposons qu'on veuille observer des astres passant au méridien entre le zénith et l'horizon sud. Pour cela, plaçons une lunette sur deux piliers, son axe optique étant dans le méridien, à peu près horizontal, et l'objectif étant au nord de l'oculaire. Puis devant l'objectif plaçons un miroir plan (¹) tourné vers le sud, mobile autour d'un axe horizontal de direction est-ouest et dont les mouvements autour de cet axe soient mesurés par un cercle gradué. Il est évident que, pour apercevoir tous les astres qui passent au méridien entre l'horizon sud et le zénith, il suffira de faire tourner le miroir de 45° autour de son axe en faisant passer sa normale de la position horizontale à celle où son inclinaison sur l'horizon est 45°. Dans la réflexion, l'angle d'incidence maximum sera 45°, et, si D est l'ouverture de l'objectif, il suffira d'employer un miroir de diamètre égal à $D\sqrt{2}$. Dans le champ, tous les astres se déplaceront suivant une ligne horizontale, de sorte que la direction des fils sera constante.

» Cet instrument pourra s'orienter facilement, car il permet de viser le pôle, l'équateur et le bain de mercure. Son usage sera très commode pour l'observateur, qui n'aura pas à se déplacer, et qui pourra se tenir dans une obscurité complète. Un avantage important de cette disposition, c'est de permettre aussi facilement l'enregistrement des pointés en déclinaison que celui des passages en ascension droite : il suffira, pour cela, de transmettre le mouvement des tambours de déclinaison à deux autres tambours, avec

---

(¹) L'emploi de ce miroir placé devant l'objectif est déjà indiqué dans les Œuvres de Perrault; mais les miroirs construits à cette époque étaient trop imparfaits pour un tel usage. On sait que, plus récemment, M. le colonel Laussedat a tiré un parti avantageux de cette disposition pour l'observation des éclipses de Soleil.

chiffres en relief, par exemple, et placés près du chronographe : la même bande de papier recevrait à la fois l'indication des passages et les empreintes des seconds tambours de déclinaison.

» Cet instrument, avantageux pour observer les petites planètes, le sera plus encore pour l'observation par zones : alors on laissera le miroir fixe et l'on déterminera tous les astres qui traverseront le champ. Pour gagner du temps, on évitera les grands déplacements de la vis micrométrique de déclinaison, en employant plusieurs fils parallèles et pointant chaque astre avec le fil qui s'en trouvera le plus voisin : l'assistant notera sur la bande le numéro du fil employé, la grandeur de l'astre et en général toutes les remarques de l'observateur. »

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Sawerthal, faites à l'observatoire de Nice (équatorial de Gautier, de* $0^m,38$ *d'ouverture).* Note de M. **Charlois**, présentée par M. Faye.

Dates. 1888.	Étoiles de comparaison.	Grandeurs.	✶—✶. Æ.	✶—✶. ℘.	Nombre de comp.
			m s	′ ″	
Mars 14........	*a* Gould, 28961	7	+4.48,97	−3.34,9	1
19........	*b* Yarnall, 9369	7	+0.52,02	+7. 7,7	7
21........	*c* Schjellerup, 8739	8	+0. 6,06	−2.11,6	6

Positions des étoiles de comparaison.

Dates. 1888.	Étoiles de comp.	Ascension droite moy. 1888,0.	Réduction au jour.	Distance polaire moy. 1888,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
Mars 14...	*a*	21. 1. 8,95	−1,34	109.32. 7,6	+1,1	Gould, Vol. XIV.
19...	*b*	21.21.34,29	−1,23	102. 9. 0,9	+3,1	½ (Yarn., 9369 + W_1, 453).
21...	*c*	21.28.44,11	−1,19	99.35. 2,1	+3,8	½ (Schj., 8739 + W_1, 633).

Positions apparentes de la comète.

Dates. 1888.	Temps moyen de Nice.	Ascension droite.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire.	Log. fact. parallaxe.
	h m s	h m s		° ′ ″	
Mars 14.....	17.30.17	21. 5.56,58	$\bar{1},601_n$	109.28.33,8	$0,836_n$
19.....	17.29.43	21.22.25,08	$\bar{1},581_n$	102.16.11,7	$0,825_n$
21.....	17. 1.33	21.28.48,98	$\bar{1},600_n$	99.32.54,3	$0,812_n$

» *Remarques.* — L'observation du 14 mars est le résultat d'une seule

comparaison qui comprend : trois pointés en ascension droite et trois pointés en déclinaison; les nuages nous empêchent de faire d'autres mesures.

» Le 19, la queue n'est visible que dans les environs du noyau. Ce noyau me paraît double dans l'angle de position 240°.

» Le 21, mêmes apparences; le noyau intérieur paraît plus petit et moins brillant que le noyau extérieur. »

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *A propos des deux récentes Communications de M.* J. Bertrand « *Sur la probabilité du tir à la cible* » ([1]). Note de M. **Giuseppe Jung.**

« Soient S le système des n points $o_1, o_2, \ldots, o_n$ successivement frappés par le projectile, G son centre de gravité, O le centre de la cible. Comme on parle du centre de gravité de ce système, il y a lieu de même de considérer et les rayons de giration relatifs à tout axe et l'ellipse d'inertie et les axes principaux relatifs à tout point du plan.

» Par exemple, si Ω est l'ellipse d'inertie relative au centre O de la cible ([2]) et si $OA = a$, $OB = b$ sont les demi-axes de la courbe, on sait que ces droites coïncident avec les axes principaux du point O et que a et b sont les rayons de giration relativement à ces axes : a le rayon de giration relatif à OB, b le rayon de giration relatif à OA.

» Donc, si l'on nomme x_i, y_i les coordonnées du point o_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$, rapportées aux axes principaux du centre de la cible, on aura

$$\frac{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2}{n} = \frac{\Sigma x^2}{n} = a^2,$$

$$\frac{y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_n^2}{n} = \frac{\Sigma y^2}{n} = b^2,$$

$$\frac{x_1 y_1 + x_2 y_2 + \ldots + x_n y_n}{n} = \frac{\Sigma xy}{n} = 0,$$

et l'équation de l'ellipse Ω sera

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

([1]) *Comptes rendus* (6 et 20 février 1888).

([2]) Lorsque G tombe en O (ce qui arrive pour une arme parfaite), l'ellipse d'inertie Ω coïncide avec l'ellipse centrale du système S.

» Il s'ensuit que, par ce choix particulier des axes des coordonnées, les formules de M. Bertrand (*Comptes rendus*, p. 390 et 521) deviennent

$$\frac{1}{2k^2} = \mathcal{A} = a^2, \qquad \frac{1}{2k'^2} = \mathcal{B} = b^2, \qquad \lambda = \mathcal{C} = 0,$$

et l'équation $(k^2x^2 + 2\lambda xy + k'^2y^2 = \mathrm{H})$ des courbes d'égale probabilité prend la forme

$$\frac{x^2}{a'^2} + \frac{y^2}{b'^2} = 1, \qquad \text{où} \qquad \frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \sqrt{2\mathrm{H}},$$

c'est-à-dire que ces courbes sont des ellipses Ω', homothétiques à l'ellipse Ω, le rapport de similitude $m = \frac{a'}{a} = \frac{b'}{b}$ étant donné par $m = \sqrt{2\mathrm{H}}$.

» Ces considérations n'ajoutent vraiment pas grand'chose aux résultats obtenus par M. Bertrand; elles permettent toutefois de condenser ces résultats en une proposition très simple et qui, si je ne me trompe, correspond parfaitement à l'esprit de la règle de Cotes et, en quelque sorte, la complète et la généralise (¹). Cette proposition est la suivante :

» *Les courbes d'égale probabilité sont des ellipses semblables et semblablement placées à une ellipse Ω complètement déterminée par le système des points atteints par le projectile. Précisément, l'arme étant parfaite, Ω est l'ellipse centrale de ce système; l'arme étant imparfaite, Ω est l'ellipse d'inertie de ce même système, relative au centre de la cible. Dans les deux cas l'ellipse Ω est la courbe d'égale probabilité correspondant à la valeur* $\mathrm{H} = \frac{1}{2}$, *et, en en amplifiant les axes dans le rapport* $m = \sqrt{2\mathrm{H}} : 1$, *on en déduit l'ellipse d'égale probabilité correspondant à une autre valeur donnée quelconque de* H.

» Par exemple, aux valeurs

$$\mathrm{H} = \ldots,\ 128,\ 32,\ 8,\ 2,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{8},\ \frac{1}{32},\ \frac{1}{128},\ \ldots$$

correspondent les valeurs

$$m = \ldots,\ 16,\ 8,\ 4,\ 2,\ 1,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{8},\ \ldots \quad \left(m = \frac{a'}{a} = \frac{b'}{b}\right).$$

» Il va sans dire que, si l'on veut, on peut construire graphiquement

(¹) Voici l'hypothèse de Cotes : *Si l'on connaît un nombre quelconque de points où la cible a été frappée, la position la plus probable du point visé est le centre de gravité du système des points atteints* (Cf. *Comptes rendus*, p. 389).

l'ellipse Ω, sans effectuer aucun calcul, et sans même relever par rapport à deux axes les coordonnées des points atteints $o_1, o_2, \ldots, o_n$; à ce but, en effet, il suffit de suivre les méthodes exposées dans tout Traité de Statique graphique (*voir*, par exemple, Maurice Levy, 2ᵉ édit., vol. I, Chap. XXI). »

PHYSIQUE. — *Sur la vitesse de propagation du son.* Note de MM. **J. Violle** et **Th. Vautier**, présentée par M. Mascart.

« Dans une Communication précédente [1], nous avons indiqué les procédés qui nous ont permis de suivre pendant plusieurs minutes la propagation d'une onde à l'intérieur d'un tuyau cylindrique de $0^m,70$ de diamètre. Nous demandons à l'Académie la permission de lui soumettre aujourd'hui les principaux résultats de ce travail.

» Les expériences faites avec le pistolet se résument dans le Tableau suivant, qui donne, pour différentes charges, les temps employés par le front de l'onde à parcourir une première, une deuxième, ... fois le chemin 2 L.

Charges du pistolet.	Durées du parcours 2 L.			
	t_1.	t_2.	t_3.	t_4.
3gr	37s,251	37s,334	37s,384	37s,420
2	262	348	392	»
1	279	350	408	»

» De ces nombres, il résulte incontestablement que la *vitesse de propagation de l'onde diminue avec l'intensité*.

» Nous poserons donc

$$t = A - B\sqrt{\mathfrak{z}_j},$$

A et B étant deux constantes à déterminer et $\mathfrak{z}_j$ la pression moyenne pendant le $j^{\text{ième}}$ parcours, pression donnée par nos mesures manométriques.

» En prenant $A = 37^s,460$ et $B = 0,69$, les pressions étant évaluées en millimètres d'eau, on a :

Charges du pistolet.	Durées calculées.			
	t_1.	t_2.	t_3.	t_4.
3gr	37s,244	37s,335	37s,388	37s,418
2	262	346	394	»
1	280	356	400	»

(1) *Comptes rendus*, t. CII, p. 103.

A représentant la durée du parcours 2L pour une condensation infiniment petite, $\frac{2L}{A}$ est la vitesse de propagation d'une onde infiniment faible dans les conditions de l'expérience.

» On en déduit aisément la vitesse limite, à zéro et dans l'air sec, à l'intérieur du tuyau considéré, et, par suite, la vitesse à l'air libre. Le nombre ainsi déterminé, $331^m,2$, est un peu supérieur à celui de Regnault, mais bien voisin de celui qu'avaient obtenu, il y a plus de soixante ans, les membres du Bureau des Longitudes.

» Par des expériences nombreuses effectuées avec différents instruments (trompe à vapeur, tuyaux d'orgue, cuivres), nous avons constaté que *la hauteur du son n'a aucune influence sur la vitesse de propagation de l'onde.*

» Nous avons trouvé en effet pour les durées de propagation de l'onde suivant le premier parcours 2L :

ut_{-1}.	Bombarde	$37^s,30$
ut_{-1}.	Flûte de 16^{pi}	42
ut_1.	Flûte de 8^{pi}	38
ut_2.	Flûte de 4^{pi}	40
fa_2.	Contrebasse	37
fa_3.	Trompe	38
$si_3{}^\flat$.	Cornet	39
$si_4{}^\flat$.	Cornet	41

» Les petites différences observées paraissent provenir uniquement des différences d'intensité de l'onde dans les divers cas.

» Le mouvement de l'onde est indépendant des vibrations qu'elle emporte avec elle. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Expériences photographiques sur la pénétration de la lumière dans les eaux du lac Léman;* par M. **F.-A. Forel.**

« Mes premiers essais pour déterminer, par voie photographique, la limite de pénétration de la lumière dans l'eau du lac Léman datent de 1873 (1); j'avais déjà alors constaté que la *limite d'obscurité absolue*, pour le chlorure d'argent, était de 45^m de profondeur en été, de 100^m en hiver.

» Depuis lors, des expériences du Dr G. Asper dans les lacs de Zurich et

(1) *Bull. Soc. vaud. Sc. nat.*, t. XIII, p. 24, t. XIV, p. 134; Lausanne, 1874.

de Walenstadt, celles de MM. Fol et Sarasin dans le Léman, ont montré que, pour les plaques extra-sensibles de Monckhoven, cette limite descend à une profondeur à peu près double.

» L'intérêt de ces recherches pour la biologie des faunes profondes m'a engagé à les reprendre d'une manière plus systématique et mieux suivie.

» Dans le but d'arriver à une suite régulière d'observations, j'ai préféré m'en tenir à ma méthode des papiers sensibilisés au chlorure d'argent, laquelle est d'une application plus facile que celle des physiciens génevois. J'ai superposé à la même ligne de sonde, à 10^{m} d'intervalle, des appareils photographiques que j'allais poser de nuit à $3^{km},500$ de la rive, devant Morges, par 130^{m} de profondeur d'eau; je les laissais exposés dans le lac jusqu'à ce qu'une belle journée de brillant soleil m'eût assuré une action photographique suffisante; puis j'allais les relever de nuit. J'ai répété ces expériences chaque deux mois d'une année entière, à partir de mars 1887. Une seule expérience a manqué, celle de janvier 1888 : les vagues ayant usé par frottement la corde qui attachait à la bouée les appareils, ceux-ci ont sombré au fond du lac, et je n'ai pu les retrouver qu'au bout d'un mois, couchés dans le limon.

» Pour apprécier l'effet photographique obtenu dans l'eau, je compare mes papiers impressionnés, à une échelle obtenue en exposant le même papier sensibilisé à l'action du soleil, à l'air libre, pendant un temps exprimé en secondes. L'échelle photographique qui m'a servi est celle du 4 mars 1888, à midi, par un jour de grande limpidité de l'atmosphère.

» Je désigne, dans le Tableau suivant, par le terme de *voile*, un effet photographique presque insaisissable, qui a disparu sur les épreuves après la fixation par l'hyposulfite de soude.

Effet photographique dans le lac, en numéros de l'échelle du 4 mars 1888.

Profondeur.	Mars.	Mai.	Juillet.	Septembre.	Novembre.	Mars.
m 20....	»	»	400	400	500	500
25....	»	400	»	»	»	»
30....	»	»	60	250	400	500
35....	»	250	»	»	»	»
40....	»	»	voile	20	120	»
45....	»	40	»	»	»	»
50....	»	»	0	0	60	400
55....	»	10	»	»	»	350
60....	»	»	0	0	30	»
65....	150	2	»	»	»	120

Profondeur.	Mars.	Mai.	Juillet.	Septembre.	Novembre.	Mars.
m						
70....	»	»	0	0	10	»
75....	40	voile	»	»	»	60
80....	»	»	0	»	voile	»
85....	25	0	»	»	»	25
90....	»	»	0	0	»	»
95....	5	0	»	»	»	10
100....	»	»	»	»	0	»
105....	0	»	»	»	»	2
110....	»	»	»	»	0	»
115....	0	»	»	»	»	0

» En me fondant sur ce Tableau et sur mes études antérieures, j'arrive aux conclusions suivantes :

» 1° Pour le chlorure d'argent, la limite d'obscurité absolue dans le lac Léman a été :

		Limite de visibilité.
Du 8 au 9 mars 1887.............	100 m	15,6 m
Le 11 mai.........................	75	?
Du 5 au 7 juillet..................	45	5,5
Le 6 septembre...................	50	5,0
Du 9 au 12 novembre.............	85	12,3
Le 7 février 1888.................	»	18,0
Du 4 au 6 mars....................	110	16,5

» 2° Les variations de la limite d'obscurité absolue sont parallèles à celles de la *limite de visibilité*, obtenue en cherchant la profondeur à laquelle disparaît à mon œil un disque blanc plongé dans l'eau (méthode du P. Secchi).

» 3° L'eau est plus limpide en hiver qu'en été; cette différence est essentiellement due à la plus grande abondance, en été, des poussières organiques en suspension.

» 4° La décroissance de l'effet photographique près de la limite d'obscurité absolue est plus rapide dans les eaux de l'été que dans celles de l'hiver. »

PHYSIQUE. — *Sur les chaleurs latentes de vaporisation de quelques substances très volatiles*. Note de M. **James Chappuis**, présentée par M. Berthelot.

« J'ai décrit, dans une précédente Note ([1]), la méthode que j'ai employée à la détermination des chaleurs latentes de quelques gaz liquéfiés; appliquée d'abord au chlorure de méthyle, au cyanogène et à l'acide sulfureux, elle m'a conduit à fixer la chaleur latente, à 0°, et sous la tension maximum qui correspond à la fusion de la neige, pour l'acide sulfureux en particulier, à

$$91^{\text{cal}},7.$$

» Depuis que j'ai publié ce résultat, les travaux de MM. Cailletet et Mathias ([2]) sont venus le confirmer.

» La détermination expérimentale qu'ils ont faite des deux sortes de densités de l'acide sulfureux et la connaissance de la variation de la force élastique maximum, mesurée par Regnault entre — 30° et + 65°, permettent de calculer la chaleur latente de vaporisation par la formule bien connue

$$L = \frac{T}{E}\left(\frac{1}{d_l} - \frac{1}{d_v}\right)\frac{dp}{dt}.$$

» Ce calcul donne, pour la chaleur latente à 0°,

$$91^{\text{cal}},2.$$

» L'accord entre ces deux nombres est très satisfaisant.

» J'ai appliqué depuis cette même méthode à l'acide carbonique; les constantes nécessaires au calcul des expériences sont empruntées au travail de MM. Cailletet et Mathias ([3]) sur les densités des gaz liquéfiés et de leurs vapeurs saturées, et sont

$$d_l = 0,9083,$$
$$d_v = 0,0975;$$

([1]) *Comptes rendus*, t. CIV, p. 898.

([2]) Cailletet et Mathias, *Journal de Physique*, 2e série, t. VI, p. 414; 1887.

([3]) Cailletet et Mathias, *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 549; 1886.

on a donc

$$\frac{d_l}{d_l - d_v} = 1,12025,$$

et, par conséquent, on calculera la chaleur latente à 0° par la formule

$$L = \frac{1}{1,2695} \frac{m}{p}.$$

» La moyenne des expériences faites avec les vitesses d'évaporation très variables, mais généralement faibles pour éviter la détente, a donné

$$L = 56^{cal},25.$$

» La formule de Thermodynamique dont nous avons fait usage déjà à propos de l'acide sulfureux a permis de calculer la chaleur latente de l'acide carbonique liquide à 0°.

» Si l'on substitue aux lettres les nombres fournis par les travaux de M. Sarrau, on trouve

$$L = 55^{cal},95.$$

» Avec les nombres lus sur les courbes qui représentent les expériences de MM. Cailletet et Mathias, on calcule la valeur

$$L = 57^{cal},48.$$

Enfin, à l'aide de la formule

$$L_t^2 = 118,485(31 - t) - 0,4707(31 - t)^2,$$

proposée par ces physiciens pour représenter les variations de la chaleur latente de l'acide carbonique avec la température, on trouve

$$L = 56^{cal},75.$$

» Le nombre donné par l'expérience directe se trouverait donc presque exactement sur la courbe représentative des chaleurs latentes calculées. »

THERMOCHIMIE. — *Sur les lois de l'équilibre chimique.* Note de M. **H. Le Chatelier**, présentée par M. Daubrée.

« Répondant aux critiques que j'ai formulées contre la théorie du potentiel thermodynamique, M. Duhem maintient la rigueur absolue des

principes sur lesquels elle repose. C'est, en effet, le résultat habituel de toute discussion sur les questions de principe, de confirmer chacun dans son opinion ; je ne reviendrai donc pas sur ce sujet, n'ayant rien à changer à ce que j'ai dit antérieurement et me proposant de reprendre avec plus de détails cette discussion dans un Mémoire sur les équilibres chimiques, actuellement à l'impression ([1]).

» Je me propose seulement de montrer ici comment on peut, en partant de l'hypothèse de MM. Gibbs et Duhem et employant les mêmes méthodes, établir d'une façon très simple la formule générale indiquée par M. Van t' Hoff, et dont j'ai le premier, je crois, donné une démonstration rigoureuse dans le cas particulier où il est possible de le faire. L'hypothèse de M. Gibbs consiste à admettre que l'entropie d'un mélange gazeux est égale à la somme des entropies des gaz constituants, ce qu'il est impossible de démontrer lorsque la composition du mélange est variable, c'est-à-dire dans le seul cas à considérer pour les équilibres chimiques.

» Soient un mélange gazeux renfermant m, m' molécules des différents corps; n, n' les nombres des molécules entrant simultanément en réaction par le fait de la transformation chimique considérée; H', ... les fonctions caractéristiques ou potentiels thermodynamiques de ces différents corps. Il est important de prendre comme variables indépendantes la pression et la température, puisque ce sont, comme je l'ai fait voir, les facteurs directs de l'équilibre. Le second principe rapproché de l'hypothèse précédemment énoncée donne l'équation

$$\Sigma H'\,dm + \Sigma m\,dH' - AV\,dP = 0$$

pour toute transformation isotherme réversible, qui se réduit dans les cas de réaction chimique nulle à

$$\Sigma m\,dH' - AV\,dP = 0.$$

» Retranchant membre à membre, on a, pour le cas d'une transforma-

---

([1]) Je profite de l'occasion pour préciser le sens d'une phrase de ma dernière Note, à laquelle M. Moutier a donné une interprétation bien loin de ma pensée. J'ai seulement fait allusion aux publications imprimées de M. Moutier, entre autres à l'article *Entropie et énergie libre,* paru dans la *Revue scientifique* de février 1886, où se trouve le passage (p. 205) : *La considération de l'énergie libre a fourni à M. Gibbs une base rationnelle pour résoudre toutes les questions relatives aux équilibres chimiques.* C'est cette affirmation, répétée à plusieurs reprises, dont je ne saurais admettre l'exactitude pour les motifs donnés précédemment.

tion chimique,

$$\Sigma \mathrm{H}' \, dm = \Sigma n \mathrm{H}' = 0.$$

» Remplaçant H' par sa valeur, divisant par T et différentiant, il vient

$$\Sigma n \left(\frac{du - \mathrm{A} p \, dv}{\mathrm{T}} + \frac{u \, d\mathrm{T}}{\mathrm{T}^2} - \frac{du}{\mathrm{T}} \right) = 0$$

ou

$$\Sigma n \left(\mathrm{AR} \, d \log \frac{p}{\mathrm{T}} + \frac{u \, d\mathrm{T}}{\mathrm{T}^2} \right) = 0$$

ou, en remarquant que Σnu n'est autre chose que L', chaleur latente de réaction à volume constant,

$$\mathrm{AR} \Sigma n \log \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{T}} + \int \frac{\mathrm{L}' \, d\mathrm{T}}{\mathrm{T}^2_t} = \text{const.}$$

» Si l'on veut faire le calcul d'une façon plus rigoureuse, on peut compléter la loi de Mariotte par l'adjonction d'un covolume a, et tenir compte du volume des corps solides et liquides, ce qui donne naissance, dans l'équation ci-dessus, à des termes supplémentaires de la forme $\mathrm{AR} \Sigma na \frac{p}{\mathrm{T}}$. Il n'a été nulle part question des chaleurs spécifiques; il n'a pas été besoin d'admettre que des vapeurs comme celles d'iode ou de chlorure de phosphore ont la même chaleur spécifique que les gaz permanents. Il faut bien remarquer que, dans tous ces calculs, l'intervention du potentiel thermodynamique n'a d'autre résultat que de compliquer un peu le langage.

» Mais, je le répète, ce calcul ne présente aucun intérêt au point de vue de la Chimie expérimentale, parce que son point de départ est une hypothèse complètement arbitraire. S'il en était autrement, les chimistes auraient fait preuve d'une indifférence impardonnable en ne s'apercevant pas que, depuis quinze ans, une des lois les plus importantes de la Chimie était établie avec une précision que l'expérience ne saura jamais atteindre.

» Je dois ajouter immédiatement que, si cette théorie ne semble pouvoir rendre aucun service aux chimistes, je ne la considère pas moins comme très intéressante, mais à un point de vue tout à fait différent. Elle me semble appelée à jeter un jour tout nouveau sur l'*entropie*, qui n'est dans l'état actuel de la Science qu'une simple expression mathématique, une intégrale non définie. Il existe pourtant des analogies si nettes entre la variation de l'entropie et celle du volume, de la quantité d'électricité, qu'il est bien difficile de ne pas admettre l'existence d'une certaine gran-

deur physique comparable au volume, à la quantité d'électricité dont la mesure serait donnée par une des valeurs définies de cette intégrale. Or la théorie de M. Gibbs fait intervenir certaines valeurs définies de cette intégrale qui ne sauraient différer des précédentes et elle établit entre elles des relations qui permettent de calculer l'entropie des corps composés au moyen de celles des corps simples supposées connues, de même que le principe de la conservation de l'énergie permet de faire le même calcul pour l'énergie interne des corps composés. Si l'on admet, d'autre part, que l'entropie, rapportée aux poids moléculaires, doit, comme le volume et la quantité d'électricité, être soumise à des lois très simples, ce qui semble du reste résulter du principe du travail maximum de M. Berthelot, de la loi des chaleurs latentes de vaporisation de Deprez étendue par moi aux chaleurs latentes de dissociation, on entrevoit la possibilité de déterminer la valeur numérique de l'entropie de tous les corps, sans en connaître pour cela la nature, en se donnant arbitrairement celle de l'un d'entre eux. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la matière cristallisée active des flèches empoisonnées des Çomalis, extraite du bois d'Ouabaïo.* Note de M. **Arnaud**, présentée par M. Chevreul.

« Les Çomalis, de la côte orientale d'Afrique, préparent leur poison à flèches avec l'extrait aqueux du bois et surtout des racines d'un arbre, appelé *Ouabaïo*, qui croît spontanément sur les versants des montagnes du Çomal. D'après les déterminations de MM. Franchet et Poisson, cet arbre appartient au genre Carissa, de l'importante famille des Apocynées; spécifiquement, il est voisin du *Carissa Schimperi* originaire de l'Abyssinie, cependant il en diffère sensiblement par ses fleurs, formant de petites cimes serrées, au sommet d'un pédoncule commun long de $0^m,02$ à $0^m,03$.

» Nous devons les échantillons des différentes parties de l'Ouabaïo, sur lesquelles nous avons pu expérimenter, à l'obligeance de M. G. Révoil, l'explorateur bien connu de ces régions africaines.

» Dans un premier travail ([1]) fait en collaboration avec le Dr T. de Rochebrune, nous avons recherché le principe actif contenu dans les ra-

([1]) T. de Rochebrune et Arnaud, *Mission Révoil, Ministère de l'Instruction publique;* mars 1882.

cines, mais la faible quantité dont nous disposions ne nous a permis qu'un examen chimique très sommaire; nous avons cependant constaté la présence d'un glucoside, précipitable par le tannin.

» J'ai tout récemment repris l'étude de ce glucoside, qui existe non seulement dans les racines de l'Ouabaïo, mais aussi dans le bois proprement dit, dont M. Révoil m'avait fait un envoi assez considérable à son dernier voyage; ce bois se présente sous forme de grosses bûches, d'une texture très serrée, analogue à celle de l'acacia.

» Après de nombreux insuccès, dus en partie à la facile altération des substances tenues en dissolution, j'ai réussi, en partant de la décoction aqueuse du bois, à séparer une matière cristallisée qui possède, en l'exagérant, toute la toxicité (¹) de l'extrait aqueux, dont je vais rappeler ici les propriétés caractéristiques. Au point de vue physiologique, il amène rapidement la mort en agissant sur le cœur, soit par injection sous-cutanée ou intraveineuse; il n'est nullement toxique, au contraire, par absorption stomacale. Au point de vue chimique, il réduit la liqueur de Fehling, même lorsqu'il a été préparé à froid; on pouvait en conclure à la présence d'un sucre réducteur libre, du glucose probablement; j'ai constaté, en effet, la formation d'une azone par l'action de la phénylhydrazine, et cette azone possède le même point de fusion que la phénylglucosazone. Quand on concentre suffisamment dans le vide la décoction aqueuse du bois, on observe, après décoloration, une déviation à gauche au polarimètre, le pouvoir rotatoire du glucose se trouvant alors compensé par celui de la substance active qui agit en sens inverse.

» *Préparation de l'ouabaïne.* — Pour préparer la matière cristallisée active, que j'appellerai dorénavant *ouabaïne,* le bois, réduit en copeaux, est épuisé méthodiquement par l'eau chaude.

» Les liquides se chargent de plus en plus de matières solubles, en se colorant fortement en brun. Quand on juge que ces liqueurs sont suffisamment concentrées, on décante et l'on précipite les matières colorantes et autres par l'acétate neutre de plomb, puis on enlève au liquide filtré l'excès de plomb par l'hydrogène sulfuré. On filtre de nouveau après ébullition et l'on concentre dans le vide jusqu'à consistance sirupeuse. A ce moment, on ajoute environ six fois le volume d'alcool à 85°, on fait bouillir et, sans filtrer, on verse dans de grandes cuvettes plates, laissant alors l'évaporation s'effectuer à une température modérée. On obtient ainsi, après plusieurs jours de repos, une masse cristalline imprégnée par un sirop fortement coloré; on essore à la trompe,

(¹) D'après les expériences des Drs Rondeau et Gley, il suffit de 2^{mgr} d'ouabaïne pour amener la mort d'un chien de 12^{kgr}, et ceci en quelques minutes.

afin de séparer les cristaux, on les dissout dans l'alcool à 85° bouillant, on concentre et on laisse cristalliser.

» L'ouabaïne ainsi obtenue est déjà presque pure; on achève de la purifier en la faisant recristalliser plusieurs fois dans l'eau bouillante.

» Le rendement est d'environ 3gr par kilogramme de bois.

» *Propriétés.* — L'ouabaïne cristallise en lames rectangulaires, excessivement minces, d'un aspect nacré. Elle est absolument blanche, sans odeur et sans amertume appréciable (1). Elle n'est pas azotée et n'a aucune action sur les réactifs colorés, tels que le tournesol. Elle est peu soluble dans l'eau froide : 100 parties de ce liquide à 11° tiennent en dissolution 0gr,650 d'ouabaïne; elle est très soluble dans l'eau bouillante, et ces dissolutions ont une grande tendance à la sursaturation. Son meilleur dissolvant est l'alcool moyennement concentré : 100 parties d'alcool à 85° tiennent en dissolution à 11° 3gr,750 d'ouabaïne; à chaud, cette solubilité augmente beaucoup.

» Elle est insoluble dans le chloroforme, dans l'éther anhydre et pour ainsi dire dans l'alcool absolu.

» L'ouabaïne ne fond pas nettement; vers 180°, elle prend l'état pâteux, en brunissant et laissant dégager des bulles gazeuses; vers 200°, elle entre en pleine fusion.

» Obtenue par cristallisation dans l'eau, elle est hydratée : elle ne perd complètement son eau de cristallisation que vers 130°; ainsi séchée, on éprouve alors les plus grandes difficultés pour effectuer les pesées, tant elle absorbe facilement l'humidité de l'air sans tomber en déliquescence.

» L'ouabaïne se dédouble, sous l'influence des acides étendus, à l'ébullition, en donnant naissance à un sucre réducteur : c'est donc bien un glucoside; comme beaucoup de ces composés elle a une action sur la lumière polarisée : j'ai trouvé

$$[\alpha]_D = -34°$$

pour une solution dans l'eau chaude.

» Elle est précipitée de ses dissolutions aqueuses concentrées par le tannin.

» L'analyse élémentaire a donné les résultats suivants :

Ouabaïne séchée à 140°.

	1.	2.	3.	Calculé pour $C^{30}H^{46}O^{12}$.
Carbone	59,93	59,40	59,76	60,20
Hydrogène	7,62	7,67	7,67	7,69
Oxygène	32,45	32,93	32,57	32,11
	100,00	100,00	100,00	100,00

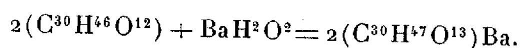
(1) Le bois d'Ouabaïo et son extrait aqueux sont doués d'une grande amertume, dont nous indiquerons plus loin l'origine.

» Le dosage de l'eau contenue dans l'ouabaïne hydratée, séchée sous une cloche en présence de l'acide sulfurique, a donné les résultats suivants :

	1.	2.	Calculé pour $C^{30}H^{46}O^{12}, 7H^2O$.
Eau	17,38	18,00	17,40 pour 100

» L'ouabaïne, en cristallisant dans l'eau, prend donc 7 molécules d'eau de cristallisation.

» La baryte en dissolution aqueuse concentrée réagit à 100° sur l'ouabaïne : il y a fixation d'une molécule d'eau et formation d'un sel barytique :



$$2(C^{30}H^{46}O^{12}) + BaH^2O^2 = 2(C^{30}H^{47}O^{13})Ba.$$

» Ce sel est déliquescent, insoluble dans l'alcool concentré qui le précipite de ses dissolutions aqueuses en petits cristaux; lorsqu'on cherche à le sécher même à froid, ce sel devient amorphe au fur et à mesure de l'évaporation de l'alcool. Séché à 140°, il présente la composition suivante :

		Calculé pour $2(C^{30}H^{47}O^{13})Ba$.
Carbone	52,36	52,66
Hydrogène	6,88	6,87
Baryum	9,93	10,03
Oxygène	30,83	30,44
	100,00	100,00

» Les résultats précités conduisent bien à la formule $C^{30}H^{46}O^{12}$ adoptée pour l'ouabaïne.

» Il me reste à étudier les produits de dédoublement de ce glucoside, ainsi que l'action de différents réactifs; cette étude fera l'objet d'une prochaine Communication. »

AGRONOMIE. — *Influence des engrais chimiques sur la composition de la graine du Soja*. Note de feu M. **Albert Levallois**, présentée par M. Schlœsing.

« On sait que l'agriculteur ne doit pas se préoccuper seulement de mettre de l'engrais dans sa terre, mais qu'il lui faut aussi choisir judicieusement les éléments qui composeront son engrais et tenir compte des proportions dans lesquelles ils seront mélangés. La vigne qui recevra beaucoup de potasse et peu de phosphate donnera un développement de feuilles exagéré ; pour le blé, certains engrais pousseront à la paille plutôt qu'au

grain. Le cas dont on veut parler ici a été observé dans un champ d'expériences de la station agronomique de Nice, sur une légumineuse, le Soja.

» En vue de la production d'une certaine quantité de graines nécessaires pour des essais de culture, on avait semé du Soja jaune dans une terre ayant la teneur suivante par kilogramme :

Cailloux retenus sur un tamis à mailles de 5mm....	173
Gravier retenu sur un tamis à mailles de 1mm......	53
Terre fine....................................	774

» La terre fine, très calcaire, a donné par kilogramme (¹) :

Azote	0gr,424
Potasse.....................	0,480
Acide phosphorique..........	0,639

» Cette terre peut être considérée comme pauvre en azote et acide phosphorique; elle a une grande profondeur qui n'a pas été déterminée. Le champ n'est pas arrosable.

» Peu de jours après les semailles, sur la moitié de la parcelle ensemencée, on versa en abondance un engrais chimique complet; l'autre resta sans engrais.

» Comme on devait s'y attendre, la récolte des plantes dans la parcelle qui avait reçu l'engrais complet fut plus considérable que dans l'autre; mais, dans notre cas, celui de la production de beaux échantillons de graines, les résultats sont tout au désavantage de la parcelle qui a reçu l'engrais.

» En rapportant les résultats à l'hectare :

1. *Parcelle avec engrais complet.*

Plante sèche (feuilles tombées)............	2957kg
Graines..................................	749kg,5

2. *Parcelle sans engrais.*

Plante sèche (feuilles tombées)............	512kg
Graines..................................	274kg

(¹) La potasse a été dosée en détruisant le pouvoir absorbant par l'addition à froid d'eau acidulée; l'acide phosphorique, après avoir traité la terre, à chaud, par l'acide nitrique concentré, jusqu'à destruction complète des matières organiques.

» Le rapport du poids de la plante récoltée au poids de la graine est de 3,9 pour la première parcelle et de 1,9 pour la deuxième. Pour un même poids de plante la récolte des graines dans la parcelle sans engrais a donc été double de la récolte dans la parcelle avec engrais.

» En examinant les graines de l'une et l'autre parcelle, on trouve des différences considérables : mille graines de la parcelle 1 occupent un volume de 185^{cc} et pèsent 126^{gr},5; mille graines de la parcelle 2 occupent un volume de 252^{cc},5 et pèsent 171^{gr},5; elles sont beaucoup plus régulières et plus rondes que les premières qui fournissent, d'ailleurs, une farine plus pauvre.

» Isidore Pierre, dans ses classiques recherches sur le développement du blé, a donné l'analyse de beaux grains du blé et de grains plus petits mais réguliers. Il a trouvé :

	Azote par kilogr.	Acide phosphorique.	Potasse.
Pour les grains les plus beaux [1]........	22^{gr},6	5^{gr},87	4^{gr},14
Pour les grains plus petits mais réguliers.	21^{gr},7	3^{gr},00	4^{gr},01

» Les différences que nous avons trouvées dans l'analyse des graines de Soja des parcelles 1 et 2 sont dans le même sens que celles qui ont été observées sur ces échantillons de grains de blé, c'est-à-dire que les graines de la parcelle sans engrais sont plus riches que les graines de la parcelle qui a reçu l'engrais complet. Voici les résultats de l'analyse :

	Pour 100^{gr} de graine sèche.				
	Azote [1].	Acide phosphorique.	Potasse.	Huile.	Matière soluble dans l'alcool.
Parcelle 1.....	6^{gr},16	1^{gr},25	3^{gr},03	19^{gr},06	22^{gr},20
Parcelle 2....	6^{gr},27	1^{gr},47	3^{gr},16	20^{gr},33	19^{gr},60

» Il faut observer que, pour un même poids de graines, les petites étant plus nombreuses offrent une surface de testa plus considérable que les grandes et que, par suite, une pauvreté relative du testa en azote, acide

(1) Les dosages d'azote ne semblent pas avoir porté sur les mêmes échantillons que les dosages d'acide phosphorique et de potasse.

(1) On remarquera la composition intéressante des graines de Soja. Nous ne connaissons pas de graines aussi azotées; l'acide phosphorique et la potasse sont également en très forte proportion. L'huile et un sucre particulier dont nous avons signalé la présence dans le Soja (*Comptes rendus*, t. XC et XCIII) remplacent l'amidon dans cette graine.

phosphorique et potasse suffirait à expliquer les différences que présentent les chiffres ci-dessus. »

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Falsifications des huiles d'olive.* Note de M. R. **Brullé**. (Extrait.)

« La collection des huiles d'olive provenant des diverses variétés du sud-est de la France et des huiles de graines, réunie par le regretté Directeur de la Station agronomique de Nice, M. A. Levallois, nous a permis de faire de nombreux essais pour l'étude d'une réaction chimique décelant rapidement la présence d'une ou de plusieurs huiles de graines dans une huile d'olive. Nous employons, pour cela, un mélange d'acide nitrique ordinaire et d'albumine d'œuf desséchée.

» Pour opérer dans de bonnes conditions, on prend un tube à essai; on y met $0^{gr},1$ environ d'albumine en poudre, 2^{cc} d'acide nitrique et 10^{cc} environ de l'huile à essayer; on chauffe doucement avec une lampe à alcool, de manière que l'acide et l'huile soient sensiblement à la même température. L'acide commence à bouillir; on incline un peu le tube sur la flamme de la lampe, de façon que l'ébullition mélange l'huile et l'albumine, ce qui se reconnaît à un va-et-vient des bulles et des particules d'albumine qui continuent à se dissoudre. Si l'on a affaire à de l'huile d'olive pure, la teinte du mélange est jaune légèrement verdâtre. Si l'huile est mélangée à 5 pour 100 d'huile de graines, la teinte est franchement jaune d'ambre.

» A mesure que la proportion d'huile étrangère augmente, la teinte se fonce de plus en plus, jusqu'à la couleur orange foncée, qui se produit sur un mélange à 50 pour 100.

» L'acide nitrique seul donne des colorations qui se rapprochent des précédentes, mais seulement sur les huiles colorées. Il est sans effet sur les mélanges où se trouvent de l'huile d'œillette ou d'arachide, qui sont presque incolores.

» Nous avons essayé ce procédé sur des mélanges d'huile d'olive avec les huiles de coton, d'arachide, de sésame, d'œillette, de colza, de cameline, de lin, de diverses provenances. Les résultats ont toujours été d'une grande exactitude.

» Nous avons trouvé une exception dans l'huile connue dans le commerce sous le nom d'*aveline exotique*, qui a donné une teinte rose avec des taches blanchâtres.

» Pour la recherche, dans une huile d'olive, d'une quantité d'huile de

graine inférieure à 5 pour 100, nous renvoyons au procédé imaginé par A. Levallois et qui consiste à traiter les huiles saponifiées par une solution de brome. »

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Sur une méthode simple et usuelle, pour déceler et pour doser les impuretés contenues dans les alcools d'industrie* [1]. Note de M. **L. Godefroy**, présentée par M. L. Troost.

« On sait que les impuretés qu'il s'agit de rechercher dans les alcools d'industrie sont de deux sortes : les premières, assez volatiles, consistent surtout en aldéhydes et autres composés réducteurs connus sous le nom de *produits de tête;* les seconds, plus fixes que l'alcool éthylique, sont principalement formés d'alcools supérieurs; on les désigne sous le nom de *produits de queue*.

» La méthode que je propose consiste essentiellement à transformer ces impuretés, à l'aide de la benzine et de l'acide sulfurique, en dérivés sulfoconjugués dont la présence est manifestée par une coloration plus ou moins foncée. Voici quel est, après quelques tâtonnements indispensables, le procédé opératoire auquel je me suis arrêté.

» On verse dans un tube à essai ordinaire 6^{cc} à 7^{cc} de l'alcool que l'on veut analyser, on ajoute *une seule* goutte de benzine cristallisable parfaitement pure, on agite, on verse dans le mélange 6^{cc} à 7^{cc} d'acide sulfurique pur à 66° et l'on agite de nouveau.

» *Produits de tête.* — Si l'alcool renferme des composés réducteurs, il se produit aussitôt une coloration qui peut varier du *jaune brun clair* au *noir* et qui fonce pendant quelques instants. Avec l'alcool éthylique chimiquement pur, il ne se produit rien au début; mais, au bout de huit à dix minutes, le mélange prend une teinte légèrement rosée.

» Cette réaction est *très sensible;* elle permet, en effet, de déceler *un millionième* de produits réducteurs, soit 1^{cc} dans 1000^{lit} d'alcool.

» Elle est *précise*, en ce sens qu'elle permet de doser avec une approximation suffisante la quantité de produits réducteurs contenus dans l'alcool à analyser. Il suffit, en effet, de comparer la teinte obtenue avec celles que donnent les solutions alcooliques titrées d'aldéhyde acétique et d'exprimer le résultat en fonction de cette dernière substance.

---

(1) J'ai exposé le principe de cette méthode dans un pli cacheté déposé à l'Académie le 28 novembre 1887, sous le n° 4237.

» *Produits de queue.* — Si le mélange reste incolore ou se colore à peine, au bout de quelques minutes, c'est, je l'ai dit, l'indice certain qu'il ne contient pas de composés réducteurs. Pour y rechercher les produits de queue, il suffit de le faire bouillir quelques instants, puis de l'abandonner à lui-même pendant deux ou trois minutes. Avec l'alcool éthylique pur, il se produit une coloration faible jaune d'ocre; avec l'alcool qui renferme des produits de queue on obtient une coloration franchement brune, à fluorescence verte, et d'autant plus foncée que ces produits s'y trouvent en plus grande quantité.

» Pour que cette méthode conduise à des résultats précis, il est important de prendre une précaution, mais une seule, facile d'ailleurs à réaliser : c'est de bien mélanger l'alcool et l'acide sulfurique avant de chauffer, autrement il se produirait, au contact de l'acide trop concentré, des phénomènes de polymérisation. Lorsque le mélange est bien fait, il ne se forme aucun produit polymérisé, mais bien des dérivés aromatiques sulfoconjugués doués d'une belle fluorescence verte; ce sont eux qui, par leur teinte plus ou moins foncée, décèlent la présence des alcools de queue.

» La méthode n'est pas aussi sensible pour les impuretés de queue que pour les impuretés de tête, néanmoins elle permet de constater par comparaison la présence de près de $\frac{1}{100000}$ d'huiles; elle est d'ailleurs fort simple et expéditive.

» On peut lui faire un reproche qui, au premier abord, semble assez sérieux, mais dont on ne doit pas se préoccuper outre mesure. Ce reproche, le voici : lorsque le même alcool renferme à la fois des produits de tête et des produits de queue, il jaunit aussitôt après l'addition d'acide sulfurique et, par conséquent, il devient difficile d'apprécier exactement, après l'ébullition, l'augmentation de teinte due à la présence des produits de queue.

» Je ferai d'abord remarquer que le dosage des huiles, quoique plus difficile, est toujours possible, à moins que l'on ait à analyser des alcools absolument infects, ce qui ne sera jamais le cas.

» Je dirai ensuite que, suivant le désir des législateurs, j'ai surtout imaginé une *méthode simple et facile permettant au premier venu* de constater rapidement la nature des impuretés contenues dans les alcools d'industrie. Ce procédé permet encore, dans la plupart des cas, de les doser avec une grande précision.

» D'ailleurs, si l'on tient à doser avec exactitude les produits de queue

dans l'alcool d'industrie, qui renferme en même temps des produits de tête, on pourra transformer préalablement ces derniers à l'aide de l'amalgame de sodium, puis procéder comme il a été dit.

» Le procédé, comme toute méthode analogue, ne peut être appliqué directement aux vins et aux autres spiritueux qui renferment, soit naturellement, soit artificiellement, des substances capables de masquer la réaction que j'ai signalée. Mais on peut toujours arriver à un résultat pratique, en soumettant ces liquides à la distillation et en étudiant à part les liquides recueillis au début et à la fin de l'opération. On recherchera les produits de tête dans les premiers et les produits de queue dans les seconds.

» Telle est la méthode nouvelle, que je signale comme permettant l'analyse rapide des alcools d'industrie; car je puis affirmer que tout alcool qui, soumis à la réaction ci-dessus, reste incolore à froid, aussitôt après l'addition de l'acide, et se colore seulement en jaune clair après ébullition, peut être considéré comme de l'alcool éthylique chimiquement pur. »

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur la formation des acides organiques, des matières organiques azotées et du nitrate de potasse, dans les différentes parties de la betterave en végétation de première année, par l'absorption par les radicules des bicarbonates de potasse, de chaux et d'ammoniaque.* Note de M. **H. Leplay.**

« J'ai présenté à l'Académie, dans la séance du 31 mai 1886 ([1]) une Note dans laquelle je démontrais expérimentalement que les bases, potasse et chaux, contenues dans le sol à l'état de bicarbonates, sont absorbées par les radicules de la betterave pendant sa végétation et qu'elles se retrouvent dans les racines et dans les feuilles en combinaison avec des acides organiques, comme je l'ai indiqué précédemment dans plusieurs Mémoires présentés à l'Académie pendant l'année 1882 ([2]).

» J'ai répété, en 1887, ces mêmes expériences, en opérant dans les mêmes conditions, c'est-à-dire en semant des graines de betterave à sucre dans du sable de Fontainebleau préalablement chauffé au rouge, pour le priver de

([1]) *Comptes rendus*, t. CII, p. 1254, 31 mai 1886.
([2]) *Ibid.*, 13 et 20 novembre 1882.

toute matière organique. Après le refroidissement, on y a mélangé, pour 100 parties, une partie de phosphate de chaux et une partie de sulfate de chaux; puis il a été arrosé pendant tout le temps de la germination et de la végétation des betteraves, avec de l'eau distillée tenant en dissolution pour 1000^{gr} : $0^{gr},1$ de bicarbonate de potasse, $0^{gr},1$ de bicarbonate d'ammoniaque, 100^{cc} d'eau saturée de sulfate de chaux et 100^{cc} d'eau saturée d'acide carbonique. Le tout a été maintenu à l'air libre, mais à l'abri de la pluie.

» Les arrosages ont eu lieu tous les jours, de telle sorte que les radicules des betteraves, à mesure de leur développement, se sont constamment trouvées dans un milieu humide, contenant en dissolution des bicarbonates de potasse, de chaux et d'ammoniaque.

» Mon but, en faisant cette deuxième expérience, était d'étudier à nouveau la formation des acides organiques en combinaison avec les bases, potasse et chaux; de rechercher et de doser l'azote sous les différentes formes d'ammoniaque, de matières organiques azotées et de nitrate de potasse, dans les différentes parties de la betterave en végétation, racines et feuilles.

» Les graines de betteraves ont été ensemencées le 26 mai; les betteraves ont été récoltées le 14 octobre suivant, soit après cent quarante-trois jours. La végétation a présenté les caractères indiqués dans ma Note de 1886. Les mêmes moyens d'analyse ont été employés.

» Les betteraves récoltées étaient au nombre de 100. Après avoir été bien nettoyées, elles ont été analysées comparativement avec les graines du même lot; tous les nombres obtenus ont été ramenés à 100 graines et aux 100 betteraves récoltées. Le Tableau suivant résume les résultats fournis par ces analyses :

		Dans les betteraves récoltées.			
Composants.	Dans les graines avant l'ensemencement.	Dans les racines.	Dans les feuilles.	Dans les racines et les feuilles réunies.	Produit de la végétation dans les racines et les feuilles réunies pour 1 dans les graines.
	gr	gr	gr	gr	
Avant dessiccation.....	1,949	20,000	127,770	147,770	75,70
Eau..................	0,225	16,660	114,440	131,100	582,00
Matière sèche.........	1,724	3,340	13,330	16,670	9,66
Azote ammoniacal.....	0,000	0,000	0,000	0,000	0,00
Azote organ. et nitrique.	0,0363	0,050	0,3612	0,4112	11,32
Azote organique.......	0,0345	»	0,3313	»	»
Azote nitrique........	0,0018	»	0,298	»	16,50

Composants.	Dans les graines avant l'ensemencement.	Dans les betteraves récoltées. Dans les racines.	Dans les feuilles.	Dans les racines et les feuilles réunies.	Produit de la végétation dans les racines et les feuilles réunies pour 1 dans les graines.
	gr	gr	gr	gr	
Potasse à l'état de carbonate	0,0000	0,000	0,0000	0,000	0,00
Chaux à l'état de carbonate	0,0000	0,000	0,0000	0,000	0,00
Potasse en combinaison avec des acides organ.	1°,090 (1)	2°,638	17°,460	20°,098	18°,43
Chaux en combinaison avec des acides organ.	0°,930	3°,106	13°,990	17°,096	18°,38

» Il résulte des nombres groupés dans ce Tableau que, pour 1 de chacun des composants contenus dans les graines de betteraves ensemencées, il a été produit, en poids, dans la totalité de la récolte de betteraves :

Dans l'ensemble de la récolte, racines et feuilles réunies..	74,70
En eau	581,00
En matière sèche	8,66
En azote organique et nitrique réunis	10,32
En azote nitrique dosé seulement dans les feuilles	15,50
En potasse en combinaison avec des acides organiques	17,43
En chaux en combinaison avec des acides organiques	17,38

» Les betteraves récoltées ne contenaient pas de potasse, de chaux et d'ammoniaque, soit libres, soit combinées à l'acide carbonique.

» Les bicarbonates de potasse, de chaux et d'ammoniaque absorbés par les radicules de la betterave, pendant sa végétation, se retrouvent donc à l'état de matières organiques azotées, de nitrate de potasse, et de sels de potasse et de chaux à acides organiques dans les différentes parties de la betterave en végétation, c'est-à-dire dans les racines et dans les feuilles. »

(1) Chaque degré représente la quantité de base pouvant saturer 0gr,05 d'acide sulfurique SO^3HO.

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *De l'influence qu'exercent les substances antipyrétiques, et en particulier l'antipyrine, sur la teneur du foie en glycogène.* Note de MM. **R. Lépine** et **Porteret**, présentée par M. Brown-Séquard.

« L'un de nous a remarqué autrefois que, dans certaines conditions au moins, l'acétanilide paraît à la fois augmenter la dénutrition des matières azotées et diminuer la production de chaleur ([1]). Il y avait, dès lors, lieu de se demander si, sous l'influence des substances antipyrétiques, la consommation des matières ternaires n'était pas restreinte, et, parmi ces dernières, on devait tout d'abord avoir en vue le glycogène hépatique. Tel a été le point de départ de nos recherches.

» Toutes nos expériences ont été faites sur le cobaye. Nous avons eu, en premier lieu, à déterminer la quantité de glycogène qui existe normalement dans le foie de cet animal.

» Cette quantité est assez variable : non seulement elle est en rapport avec l'âge de l'animal, avec la nature de son alimentation, etc., mais elle diffère d'une manière sensible chez des animaux de même poids et de la même portée, paraissant dans des conditions semblables d'alimentation. Ces variations sont produites soit par une proportion centésimale variable du glycogène, soit par des différences de poids du foie des animaux. Aussi ne suffit-il pas de doser le glycogène comparativement sur *un* animal témoin et sur *un* animal en apparence semblable et soumis à l'action d'un antipyrétique : pour être à l'abri d'erreurs, il est nécessaire d'opérer sur deux lots, chacun de plusieurs animaux; de soumettre tous les animaux d'un lot à l'action d'un antipyrétique et de prendre la *moyenne* des quantités de glycogène de l'un et de l'autre lot.

» En procédant de cette manière, les résultats sont de la plus grande netteté : sous l'influence des antipyrétiques et notamment de l'antipyrine [avec laquelle nous avons fait le plus grand nombre de nos expériences ([2]), vu son peu de toxicité, à la dose de $0^{gr},10$ à $0^{gr},20$ par kilogramme], on

---

([1]) *Revue de Médecine*, p. 310 et 521 ; 1887.

([2]) Nous avons aussi expérimenté avec l'acétanilide, le sulfate de quinone et le salicylate de soude.

trouve, *au moins*, *un cinquième en plus* de glycogène hépatique par kilogramme d'animal.

» Quant à la proportion relative de sucre hépatique, elle est en général sous l'influence des antipyrétiques, un peu diminuée ([1]).

» Ainsi, *les antipyrétiques mettent obstacle à la transformation du glycogène en sucre*. Ce résultat est en parfaite harmonie avec la notion de la relation existant entre la consommation de glycose et la production de chaleur, si bien mise en lumière par les récents travaux de M. Chauveau.

» L'un de nous a dit le premier que l'antipyrine ([2]) et tous les antipyrétiques ([3]) sont des *nervins*, proposition qui a été depuis confirmée par plusieurs médecins et qui paraît généralement acceptée. En conséquence, nous nous sommes posé la question de savoir si l'arrêt de la transformation du glycogène causé par les antipyrétiques dépend exclusivement d'une action nerveuse ou peut être en partie le résultat d'une action directe sur le parenchyme hépatique. L'expérience suivante répond à cette question :

» Nous avons pris un très gros foie, très riche en glycogène, et nous l'avons, dès son extraction de l'abdomen, divisé en deux moitiés. Chacune d'elles, finement broyée, a macéré près de quatre heures, à la température du laboratoire, la moitié A dans de l'eau pure et la moitié B dans une solution concentrée d'antipyrine ; puis, au bout du temps susindiqué, on a fait bouillir l'une et l'autre et dosé le sucre et le glycogène. Or, dans la moitié B, il y avait *moins de sucre* et *davantage de glycogène*.

» Ainsi l'action d'arrêt de l'antipyrine s'exerce, *en partie*, directement sur la cellule hépatique. Ce dernier résultat ne saurait surprendre ; on savait déjà qu'il en est de même avec la quinine, M. Binz ayant en effet montré que, chez un chien intoxiqué par la quinine, le développement de chaleur *post mortem*, c'est-à-dire après la cessation des actions nerveuses, est entravé.

» Dans une prochaine Note, nous étudierons l'action des antipyrétiques sur le glycogène musculaire.

» En terminant, nous ferons remarquer que la question traitée dans cette Note n'a qu'une relation fort lointaine avec celle qui a fait l'objet d'une

---

([1]) Dans toutes nos expériences, nous avons précipité le foie dans l'eau bouillante dès son extraction de l'abdomen, et celle-ci était faite l'animal vivant encore.

([2]) *Lyon médical*, 15 août 1886.

([3]) *Revue de Médecine*, p. 529; 1887.

intéressante Note de MM. Brouardel et Loye et qui est relative à la conservation *in vitro* du sucre du sang sous l'influence de l'antipyrine. »

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Expériences sur les fonctions motrices du cerveau.* Note de M. **Eugène Dupuy**, présentée par M. Brown-Séquard.

« Depuis 1873 (1), j'ai vu que l'irritation électrique d'un lambeau de la dure-mère cranienne, au-dessus des parties pariétales des hémisphères cérébraux, donne lieu à des mouvements musculaires bien différenciés dans les membres des animaux qui sont les sujets de l'expérience. D'autres observateurs ont même vu depuis que des irritations mécaniques de cette membrane (2) peuvent aussi être suivies de mouvements musculaires. J'ai eu l'occasion de m'assurer que ces résultats sont constants quand l'animal sur lequel on expérimente n'est pas dans un état d'anesthésie incompatible avec les manifestations de la vie animale et qu'il n'a pas perdu trop de sang.

» En reprenant ces expériences dernièrement, j'ai trouvé que la section cruciale et le renversement des lambeaux de la dure-mère qui couvre la partie pariétale, surtout, du cerveau chez le lapin et le chien donne lieu à un état bien marqué de parésie dans les membres du côté opposé et quelquefois du côté correspondant au siège de la lésion expérimentale, mais constamment dans les muscles de la face du côté même de la lésion. C'est à la face surtout que ce trouble moteur est bien marqué. La paupière inférieure devient pendante et forme une anse qui laisse voir la conjonctive exposée; la narine est plus rapprochée de la lèvre supérieure, laquelle est pendante, et la ligne médiane entre les lèvres est tirée du côté opposé. La sensibilité paraît accrue dans ce côté de la face, aussi bien que dans les autres parties du corps qui sont le siège de la paralysie.

» Je n'ai pu m'assurer assez exactement s'il y avait des altérations de la température. Cet état peut persister. Il cesse cependant assez rapidement lorsqu'on irrite à l'aide d'un courant induit relativement faible (supportable à la pointe de la langue) la dure-mère dans une partie quelconque du siège de la lésion.

(1) *Examen de quelques points de la physiologie du cerveau* (*Thèse inaugurale*. Paris, 1873).

(2) M. Bochefontaine.

» Il arrive aussi qu'une seconde opération pareille à la première, mais faite sur la dure-mère de l'autre hémisphère cérébral, a le même résultat que l'irritation faradique dont il est parlé plus haut, c'est-à-dire fait disparaître les troubles moteurs qui ont suivi la première section.

» J'avais déjà vu des faits analogues à la suite de lésions des circonvolutions elles-mêmes, et ces faits ont été rapportés à la Section de Médecine psychologique de l'Association médicale britannique d'Édimbourg, en 1875.

» On peut, en s'y prenant convenablement, enlever la calotte cranienne d'un côté seulement sur un animal (chien, chat, singe) et exposer la dure-mère en ayant soin de ne point la percer; elle est alors distendue par le liquide céphalo-rachidien qui la tient écartée de la surface des circonvolutions par un espace de près de deux millimètres qu'occupe le liquide. Un courant faradique (tolérable à la pointe de la langue) appliqué sur cette dure-mère, en des points toujours les mêmes pour les mêmes réactions obtenues, fait naître des mouvements musculaires semblables à ceux que l'on observe à la suite de l'application du courant faradique aux centres dits *psychomoteurs* des circonvolutions cérébrales, comme on les connaît depuis les mémorables recherches de Fritsch et Hitzig et celles de Ferrier, à savoir :

» 1° La rétraction de l'avant-bras (patte) du côté opposé, avec flexion du carpe (quelquefois aussi des mouvements analogues dans le membre postérieur correspondant); 2° occlusion de l'œil et élévation de la lèvre supérieure; 3° rétraction de l'oreille du côté opposé; 4° rotation de la tête du côté correspondant.

» On voit que les résultats de cette dernière expérience sont tout à fait semblables à ceux que j'ai obtenus déjà en 1874 et que M. le professeur Burdon-Sanderson a étudiés avec une rare précision et que, après lui, d'autres expérimentateurs ont vu survenir lorsqu'on applique un courant faradique faible sur une surface de section de la capsule interne : ce qui, du reste, est identique avec ce que l'on voit se produire à la suite de l'application d'un courant faradique aux points dits *psychomoteurs* de l'écorce cérébrale autour du sillon crucial du cerveau du chien, du chat, du singe et d'autres animaux, comme on le sait.

» Si, dans ces dernières expériences, on peut objecter que les parties de la capsule interne où l'on applique le courant électrique sont les surfaces de section des fibres qui viennent précisément des cellules de l'écorce où sont les points psychomoteurs, et que, par conséquent, on a les mêmes

résultats que si l'on irritait les parties centrales cellulaires d'où ces fibres tirent leur origine, on ferait d'abord une pétition de principe puisqu'il s'agit justement d'établir que la couche corticale contient des centres psychomoteurs. Mais, d'ailleurs, l'objection n'a plus de valeur du tout lorsqu'il s'agit de l'expérience où l'application du courant électrique a porté sur la dure-mère, comme je l'ai rapporté plus haut, où l'on voit cette membrane intacte et distendue par le liquide céphalo-rachidien qui la tient éloignée des centres dits *psychomoteurs;* ou bien, sectionnée simplement, donner lieu à des paralysies bien différenciées, ou, irritée électriquement, faire disparaître ces mêmes paralysies.

» Les résultats d'expériences rapportés dans le présent travail, où l'on voit l'excitation de la dure-mère faire disparaître des troubles moteurs provoqués par une simple section préalable et surtout où l'on voit aussi une seconde opération pareille à la première, mais faite sur la dure-mère de l'autre hémisphère cérébral, annuler les effets de la première opération, paraissent ne pouvoir pas être compris dans la théorie qui a cours actuellement dans la Science pour expliquer le mode de production des mouvements ou des paralysies d'origine cérébrale. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Pseudo-tuberculose bacillaire.* Note de M. **L. Dor**, présentée par M. A. Chauveau.

« MM. Charrin et Roger ont communiqué à l'Académie, dans la séance du 19 mars, une Note relative à une affection pseudo-tuberculeuse des lapins et des cobayes; nous avons eu l'occasion d'observer la même maladie et nous désirons faire connaître les résultats auxquels nous sommes arrivé sans avoir eu connaissance des expériences de MM. Charrin et Roger.

» C'est à la suite de cas spontanés, survenus d'avril à juillet 1887, que nous avons fait nos recherches. Nous avons fait trente autopsies, parmi lesquelles s'en trouvent dix de lapins morts spontanément, quinze de lapins, trois de cobayes et deux de rats blancs décédés après inoculation.

» Les jeunes lapins succombent dans un délai de quinze jours à trois semaines, tandis que les lapins et cobayes adultes peuvent guérir après avoir présenté des symptômes manifestes de l'affection.

» C'est une maladie infectieuse à rapprocher de la tuberculose et de l'infection purulente; elle est caractérisée par :

» 1° Une tumeur, souvent abcédée, siégeant au point d'inoculation;

lorsque la maladie paraît spontanée, on trouve cette tumeur dans la langue ou dans la paroi interne de la bouche;

» 2° Une adénopathie qui est inguinale lorsque l'inoculation a été faite dans une patte postérieure, et cervicale lorsque l'abcès primitif siège dans la bouche;

» 3° De nombreuses granulations métastatiques, de consistance caséeuse, qui ressemblent soit à des tubercules arrondis, soit à une multitude de nodules irréguliers ayant l'aspect de choux-fleurs. Ces nodules varient du volume d'un grain de mil à celui d'un gros pois. Ils siègent toujours en grande abondance dans la rate, qui est au moins doublée de volume; généralement dans le foie; dans un tiers des cas, dans les reins; dans un cinquième des cas, dans les poumons et dans le tissu du myocarde; nous en avons trouvé deux fois dans le cerveau.

» Nous avons noté deux péritonites : une fois le mésentère et les épiploons étaient criblés de petits noyaux ressemblant à une généralisation de cancer ou de tuberculose; une fois nous avons rencontré une péricardite avec symphyse et hypertrophie du péricarde; une fois une arthrite du genou avec tissu lardacé et destruction du cartilage; enfin, souvent nous avons constaté une leucocytose qui, une fois, a atteint la proportion de 1 globule blanc pour 10 globules rouges; dans ces cas, la rate n'était pas notablement hypertrophiée, mais elle était criblée de nodules.

» L'examen microscopique a démontré que l'affection ne pouvait être considérée ni comme un sarcome généralisé, ni comme une tuberculose, ni comme une leucocythémie, ni comme une infection purulente; les nodules métastatiques sont constitués par une agglomération de leucocytes ayant subi une fermentation de nature spéciale : c'est ce que M. le professeur agrégé Bard nous a affirmé après avoir vu nos préparations; ces nodules se colorent vivement par le carmin, ils ne sont pas bien délimités sur leurs bords.

» Nous avons trouvé un bacille qui, dans le bouillon, prend la forme de chaînettes : c'est un strepto-bacille; il ne liquéfie pas la gélatine, sur laquelle il donne des colonies constituées par de toutes petites aires circulaires entourées d'une auréole due à un précipité louche de la gélatine; entre l'auréole et la colonie se trouve une zone claire; à l'examen microscopique la colonie a des expansions villeuses. Ce bacille se développe avec une très grande rapidité sur la pomme de terre; on constate alors dans chaque bacille une spore terminale.

» Nous pensons que ce bacille est le même que celui qu'ont décrit

MM. Charrin et Roger; malheureusement, sur dix expériences d'inoculation faites en nous entourant de toutes les précautions nécessaires, nous n'avons jamais reproduit la maladie, tandis que nous reproduisions facilement celle-ci en inoculant directement le suc des nodules métastatiques. Cela tient peut-être à ce que nous nous sommes toujours servi de troisièmes cultures pour pratiquer nos inoculations; nous cherchions à avoir une culture plus pure, peut-être avons-nous eu une culture atténuée. »

ANATOMIE ANIMALE. — *Les Pélécypodes (ou Lamellibranches) sans branchies.* Note de M. **Paul Pelseneer**.

« En 1886, un malacologiste américain, M. Dall, demanda (*Nature*, vol. XXXIV, p. 122) que l'on contrôlât, sur des spécimens européens, des faits qu'il avait observés dans l'organisation du genre *Cuspidaria* (*Neæra*) : il pensait que celui-ci n'avait ni branchies, ni palpes labiaux. La réserve avec laquelle il annonçait ces particularités provenait de ce que ses observations avaient été faites sur des spécimens imparfaitement conservés. Depuis cette époque, aucune réponse n'a été donnée à la Note de M. Dall.

» J'ai pu étudier, cette année, quatre espèces de *Cuspidaria* et, à l'aide de ces matériaux, dissiper les doutes qui existent au sujet des branchies de ce genre.

» I. Le genre *Cuspidaria* ne possède aucune branchie comparable à celle des autres Pélécypodes. Lorsqu'on ouvre le manteau d'un animal de ce genre, on se trouve en présence d'une surface musculaire, qui a été considérée par Dall comme la paroi du corps.

» Or, cette surface musculaire est une cloison qui sépare, dans la cavité palléale, deux chambres distinctes, dorsale et ventrale. En effet, cette cloison, traversée par le pied, s'étend d'un adducteur à l'autre et est joint au manteau, de chaque côté, par une membrane qui la continue sur toute sa longueur; en outre, elle se réunit postérieurement à la cloison séparant les deux siphons. Les deux chambres palléales sont ainsi entièrement séparées.

» Dans la chambre dorsale, se trouve la masse viscérale, qui ne la remplit pas entièrement. Entre cette dernière et le manteau, il n'y a absolument rien qui corresponde à une branchie.

» Quant aux palpes labiaux, ils sont présents, mais fort petits.

» II. L'étude des genres voisins, *Lyonsiella, Poromya* et *Silenia*, m'a amené à ce résultat inattendu, que la cloison musculaire qui sépare les deux chambres palléales du genre *Cuspidaria* n'est autre chose que les branchies transformées. En effet :

» A. Dans la *Lyonsiella abyssicola*, les branchies sont unies au manteau sur toute leur longueur, soudées entre elles en arrière du pied, puis jointes à la séparation des deux siphons. Elles forment ainsi deux grandes chambres palléales correspondant exactement aux deux chambres des *Cuspidaria*, et, comme dans ce dernier genre, la masse viscérale ne remplit pas entièrement la chambre dorsale.

» Nous avons donc ici le point de départ de la disposition étrange qui caractérise le genre *Cuspidaria*.

» Mais, dans le genre *Lyonsiella*, la structure des branchies s'est conservée, et les lamelles branchiales couvrent la cloison, depuis l'adducteur antérieur jusqu'à la séparation des siphons.

» B. Un premier stade de réduction s'observe chez les *Poromya* (le spécimen de *P. granulata* que j'ai étudié m'a été gracieusement envoyé de Naples par le professeur Dohrn). Nous y trouvons une cloison toute pareille à celle des *Lyonsiella*, quant à la disposition et aux rapports, mais cette cloison est déjà devenue musculaire ; elle a cependant conservé, de chaque côté, deux groupes de lamelles branchiales, séparées l'une de l'autre par des fentes qui font communiquer les deux chambres palléales.

» C. La réduction est encore plus grande dans le genre *Silenia*, qui possède aussi la même cloison que les genres précédents, mais les lamelles branchiales y ont disparu ; cependant, les fentes qui se trouvaient entre elles, chez les *Poromya*, ont persisté et se trouvent réunies, de chaque côté, en trois groupes séparés.

» D. Enfin, le genre *Cuspidaria* nous montre la réduction poussée à l'extrême. La surface de la cloison est tout à fait uniforme ; mais, en y regardant bien attentivement, on voit, de chaque côté, quatre petits orifices séparés, restes des trois groupes du genre *Silenia*. Les quatre espèces étudiées, *C. rostrata* Spengler, *C. curta* Jeffreys, *C. fragilissima* Smith, et *C. platensis* Smith, sont toutes pareilles sous ce rapport.

» III. Le genre *Lyonsiella* ci-dessus appartient au groupe *Anatinacea*. C'est aussi dans ce groupe que l'on range les trois autres genres, *Poromya*, *Silenia* et *Cuspidaria*. Mais ceux-ci y constituent (peut-être avec d'autres dont l'organisation n'a pas encore été étudiée) un sous-groupe tout différent des autres Pélécypodes avec lesquels on les a classés.

» En effet, ces derniers (*Anatinacea sensu stricto*) sont de vrais Lamellibranches, c'est-à-dire qu'ils possèdent des branchies à structure typique normale. Au contraire, chez les *Poromya, Silenia* et *Cuspidaria*, les branchies se sont entièrement transformées dans leur structure et dans leur aspect : elles constituent une cloison musculaire, traversée par le pied et divisant la cavité palléale en deux chambres, dorsale et ventrale, entièrement séparées.

» Tel est, en effet, le caractère commun des trois genres ci-dessus, caractère unique parmi tous les Pélécypodes connus. Je propose, en conséquence, le nom de *Septibranchia* pour le sous-groupe formé par ces trois genres.

» IV. On peut caractériser et distinguer ces derniers de la façon suivante :

» 1. Cloison branchiale présentant des orifices réunis en groupes :

» A. Deux groupes d'orifices, de chaque côté : *Poromya;*

» B. Trois groupes d'orifices, de chaque côté : *Silenia;*

» 2. Cloison présentant quatre paires d'orifices séparés : *Cuspidaria.*

» Pour les deux premiers genres, on peut parfaitement employer le nom familial *Poromyidæ*, créé par Dall; pour le troisième, il faut former une famille spéciale, *Cuspidariidæ*, du même auteur.

» Quant au groupement des *Septibranchia*, suivant les relations phylogénétiques qu'ils présentent entre eux et avec le genre le plus voisin, on peut l'exprimer en plaçant ces formes sur une même ligne droite, dans l'ordre suivant : *Lyonsiella, Poromya, Silenia, Cuspidaria.*

» Nous avons montré, en effet, que ces différentes formes constituent, au point de vue de l'appareil branchial, des stades successifs de régression, et que, parmi ceux-ci, le genre *Lyonsiella* est le plus primitif, tandis que le plus spécialisé est représenté par le genre *Cuspidaria.* »

PÉTROGRAPHIE. — *Sur la syénite éléolithique de Pouzac (Hautes-Pyrénées).* Note de M. A. **Lacroix**, présentée par M. Fouqué.

« La *syénite éléolithique* a été signalée, pour la première fois, à Pouzac (Hautes-Pyrénées), par M. V. Goldschmidt ([1]). J'ai l'honneur de présenter à l'Académie les résultats sommaires de l'étude pétrographique de cette roche. Je suis redevable à M. Frossard, bien connu de ceux qui s'intéressent aux choses des Pyrénées, et à M. Goguel de nombreux échantillons de cette syénite.

» A l'œil nu, on peut voir des cristaux d'amphibole et de sphène disséminés dans une masse feldspathique blanche, d'où se détachent en gris

---

([1]) *Ueber Verwendbarkeit einer Kaliumquecksilberjodidlösung bei mineralogischen und petrographischen Untersuchungen* [*Neues Jahrb. f. Miner. Beilage, Bd. I* (1881), p. 217].

ou en rosâtre de petites plages à éclat gras de néphéline (éléolithe). L'examen pétrographique permet d'y distinguer les éléments suivants :

» *L'apatite* est englobée par tous les éléments de la roche : elle renferme fréquemment de nombreuses inclusions noires extrêmement fines. Le *sphène* atteint parfois plusieurs millimètres, il est d'un beau jaune et constitue des cristaux bien distincts. La *magnétite* et l'*ilménite* sont assez abondants, et se groupent parfois autour de l'amphibole.

» *Låvénite*. — La présence de ce minéral dans la syénite de Pouzac est un fait qui méritait d'être signalé. Décrit par Brogger dans la syénite éléolithique de Lavö (Norvège), ce silicozirconate de soude et de chaux a été retrouvé depuis au Brésil, dans l'Afrique occidentale, aux Açores, dans des gisements analogues. Les échantillons de ces dernières localités, que j'ai eus entre les mains, sont en tous points semblables à ceux qui sont étudiés dans cette Note. La låvénite est très irrégulièrement répartie dans la roche. Ses cristaux monocliniques sont allongés suivant l'arête $h^1 g^1$ (100) (010) : ils possèdent un clivage facile et une macle suivant h^1(100) fréquemment polysynthétique. La bissectrice négative n_p fait dans g^1(010) un angle d'environ 20° avec h^1(100). L'angle des axes optiques est très grand. Assez souvent zonés, les cristaux possèdent un polychroïsme variable dans les teintes jaunes et brunes avec minimum d'absorption suivant n_p; la biréfringence maximum $n_g - n_p$ est voisine de 0,03. La låvénite est de formation très ancienne : on la trouve incluse dans les feldspaths et les bisilicates. Grâce à sa grande densité, elle reste avec le sphène et le grenat, lorsqu'on traite par l'électro-aimant les minéraux lourds séparés par les liqueurs denses.

» *Pyroxène*. — Le pyroxène est vert, légèrement polychroïque en lames minces avec n_g = brun verdâtre, n_m = brun clair, n_p = jaune verdâtre; les extinctions dans g^1(010) se font à environ 39° : jamais intact, il est toujours entouré par l'amphibole d'ouralitisation.

» *Amphibole* (*arfvedsonite*). — Il existe deux variétés d'amphibole, l'une brune, l'autre verte, passant par des graduations insensibles de l'une à l'autre : elles renferment une forte teneur en soude et appartiennent au groupe de l'arfvedsonite. Les cristaux sont très allongés suivant $h^1 g^1$ (100)(010) : maclés suivant h^1(100) et groupés en croix ou en éventail.

» L'amphibole brune occupe d'ordinaire le centre de l'assemblage. Le polychroïsme est net dans les deux variétés; les teintes suivant n_p sont très voisines dans ces deux amphiboles (jaune brun et jaune verdâtre): $n_m > n_g > n_p$; n_m et n_g étant verts dans une des variétés, et brun rouge

plus ou moins foncé dans l'autre. Les angles d'extinction sont peu différents dans ces deux amphiboles et voisins de 15° dans la face g^1(010).

» *Biotite*. — La biotite est de formation postérieure aux minéraux énumérés plus haut : elle possède un polychroïsme intense : suivant n_g, vert foncé, presque noir; suivant n_p, vert jaunâtre ou jaune d'or.

» *Feldspaths*. — Les feldspaths forment en quelque sorte la trame de la roche, laissant entre eux des cavités polyédriques que remplissent l'éléolithe, la sodalite et les produits secondaires. Ils sont constitués par un mélange d'*orthose*, d'*anorthose* et d'un feldspath du groupe de l'*oligoclase* : ils sont fréquemment creusés de cavités remplies de sodalite.

» *Néphéline et sodalite*. — Dans les intervalles laissés entre eux par les cristaux de feldspaths, ont cristallisé la néphéline et la sodalite. La première constituant des plaques irrégulières avec clivages prismatiques très nets, dans lesquels se glissent les produits secondaires (*damourite sodique*, calcite, etc.); la seconde en plaques isotropes sans forme distincte ou en rhombododécaèdres.

» *Grenat*. — Les cavités de la roche sont, en outre, très souvent remplies par un grenat présentant d'intéressantes anomalies optiques. Ce minéral se forme également entre les clivages de la néphéline. Sa biréfringence maximum est d'environ 0,007. Bien qu'il soit difficile, dans des sections d'orientation quelconque, de se rendre un compte exact du type auquel se rapportent les anomalies optiques si remarquables de ce grenat, il semble que l'on se trouve ici en présence du type offert par l'ouwarowite, c'est-à-dire celui dans lequel l'assemblage cristallin est formé par douze pyramides orthorhombiques hémimorphes ayant pour base b^1(110) et leur sommet au centre du cristal. On constate assez aisément que dans les sections losangiques [b^1(110)] le plan des axes optiques est parallèle à la bissectrice de l'angle aigu du losange; la bissectrice est négative n_p et perpendiculaire à ces mêmes faces b^1(110). — 2V est voisin de 45°.

» *Damourite*. — Dans les échantillons altérés de la roche, la néphéline, la sodalite et parfois les feldspaths renferment des paillettes d'un mica blanc hydraté à deux axes presque réunis autour d'une bissectrice négative ; ce mica est caractérisé par l'abondance de la soude, la rareté ou l'absence de la magnésie ; il constitue une variété sodique de *damourite*.

» *Mésotype*. — L'éléolithe et la sodalite sont parfois épigénisées par de la mésotype formant, en général, de petits sphérolithes ou rosettes, rappelant les variétés (*bergmannite*) que l'on rencontre dans de semblables conditions au milieu de la syénite éléolithique de Norvège.

» A ces produits secondaires il y a lieu d'ajouter l'épidote ([1]), la chlorite (pennine), la calcite, la pyrite et, très vraisemblablement, la cancrinite et l'ægyrine, que je n'ai pu encore caractériser d'une façon suffisante. Lorsque la roche tombe en décomposition (sablière de Pouzac), on rencontre alors d'autres minéraux, et parmi eux la *leuchtenbergite* (chlorite de Mauléon), qui seront l'objet d'une étude spéciale.

» En résumé, la composition de la roche est la suivante :

» I. Apatite, sphène, låvénite, magnétite, ilménite; — pyroxène, amphiboles (arfvedsonite), biotite; — oligoclase, anorthose, orthose.

» II. Néphéline et sodalite.

» III. Grenat, amphibole (d'ouralitisation), mésotype, damourite, épidote, calcite, chlorite, pyrite ([2]). »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur le déplacement des grands centres d'action de l'atmosphère.* Note de M. le général **Alexis de Tillo.**

« Saint-Pétersbourg, 16/28 mars 1888.

» Au niveau de la mer, pour l'hémisphère boréal, les Cartes des isobares moyennes pour les mois de janvier et juillet indiquent quatre grands centres d'action atmosphérique, que je désignerai sous les noms de *pacifique*, *américain*, *atlantique* et *asiatique*.

» D'après les dernières Cartes générales de MM. L. Teisserenc de Bort et J. Hann, la pression barométrique de ces grands centres est à peu près identique; leur latitude est aussi assez concordante, à l'exception des minima de juillet. Pour rendre compte de ces données, j'ai composé le Tableau suivant :

	Janvier.				Juillet.			
	Pression barom.		Latitude Nord.		Pression barom.		Latitude Nord.	
Centres d'action.	T. de Bort.	J. Hann.	T. de Bort.	J. Hann.	T. de Bort.	J. Hann.	T. de Bort.	J. Hann.
Pacifique	752 mm	752 mm	54°	50°	770 mm	768 mm	37°	37°
Amérique du Nord	768	768	41	45	756	758	40	20
Atlantique	746	746	61	63	768	766	37	36
Asie	780	778	53	56	748	748	26	32
Latitude moyenne des centres		Janvier :	52	53		Juillet :	35	31

([1]) M. Des Cloizeaux a trouvé autrefois les formes suivantes : m, h^1, a^2, a^1, $b^{\frac{1}{2}}$, $b^{\frac{1}{4}}$ sur un cristal trouvé par M. Frossard.

([2]) Laboratoire de M. Fouqué, au Collège de France.

» On voit, d'après ce Tableau, que les centres d'action se trouvent, dans l'hémisphère boréal, à la latitude moyenne de 53° au mois de janvier et de 33° au mois de juillet. Il y a donc déplacement de 20° de latitude entre ces mois extrêmes.

» Ces centres peuvent être envisagés comme cyclones et anticyclones moyens de l'hémisphère boréal. A défaut de Cartes isobariques pour tous les mois de l'année (les Cartes de Buchan n'étant pas assez précises), nous ne sommes pas en état de tracer la marche des centres à travers les mois intermédiaires.

» Mais nous prétendons que les cyclones et les anticyclones moyens se déplacent de la manière suivante :

	Janvier-Juillet.	Juillet-Janvier.
1er cyclone....	Du Pacifique dans l'Amérique du Nord	De l'Amérique du Nord dans l'Atlantique
2e cyclone....	De l'Atlantique dans l'Asie	De l'Asie dans le Pacifique
1er anticyclone.	De l'Amérique du Nord dans l'Atlantique	De l'Atlantique dans l'Asie
2e anticyclone.	De l'Asie dans le Pacifique	Du Pacifique dans l'Amérique du Nord

» En admettant un pareil déplacement, j'ai mesuré que l'angle moyen de la direction *initiale* pour les centres d'action du mois de janvier est égale à 110° N.-E., et pour ceux du mois de juillet à 70° N.-E., ce qui donne en moyenne 90° N.-E., c'est-à-dire que les déplacements généraux des cyclones et anticyclones moyens de l'hémisphère boréal, entre les latitudes 20° et 65°, s'effectuent dans la direction de l'Est. »

M. **J. Luvini** adresse, de Turin, par l'entremise de M. Faye, une Note concernant les cyclones et les trombes.

La séance est levée à 4 heures trois quarts. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 26 mars 1888.

Bulletin du Comité international permanent pour l'exécution photographique de la Carte du Ciel; premier fascicule. Paris, Gauthier-Villars et Fils, 1888; br. in-4°. (Présenté par M. Mouchez.)

Collection des anciens alchimistes grecs; par M. BERTHELOT, avec la collaboration de CH.-EM. RUELLE; seconde livraison, comprenant les *Œuvres de Zosime*. Paris, G. Steinheil, 1888; 1 vol. in-4°.

Annuaire de la Société météorologique de France; 35e année, 1887, octobre-novembre. Paris, Gauthier-Villars; br. gr. in-8°.

Les orages dans la péninsule Scandinave; par H. MOHN et H. HILDEBRAND HILDEBRANDSSON. Upsal, Edv. Berling, 1888; br. in-4°.

Physique; par C.-M. GARIEL. Paris, Baudry et Cie, 1888; 2 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. Cornu.)

Exploration scientifique de la Tunisie. — Rapport sur une mission botanique exécutée en 1884 *dans le nord, le sud et l'ouest de la Tunisie; par* A. LETOURNEUX. Paris, Imprimerie nationale, 1887; br. gr. in-8°. (Présenté par M. Cosson.)

Excursions zoologiques dans les îles de Fayal et de San Miguel (Açores); par JULES DE GUERNE (3e année des campagnes scientifiques de l'*Hirondelle*). Paris, Gauthier-Villars et Fils, 1888; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. A. Milne-Edwards.)

Exploration du Sahara; par K***. Paris, L. Baudoin et Cie, 1888; br. in-8°.

Annuaire de la Marine et des Colonies, 1888. Paris, Berger-Levrault et Cie; vol. in-8°.

La Chirurgie journalière. — Leçons de Clinique chirurgicale; par ARMAND DESPRÉS. Paris, J.-B. Baillière et Cie, 1887; 1 vol. gr. in-8°. (Deux exemplaires.) (Renvoi au concours Montyon, Médecine et Chirurgie.)

La Bourboule actuelle; par le Dr AD. NICOLAS. Paris, G. Masson, 1888; 1 vol. pet. in-4°.

La cocaïne en Chirurgie dentaire. Recherches expérimentales; par A. PRÉTERRE. Paris, J.-B. Baillière et Cie, 1887; br. in-8°.

Bulletin de la Société académique d'Agriculture, etc., de Poitiers; bulletins de mars à décembre 1887. Poitiers, Oudin, 1887; 5 br. in-8°.

Balistique rationnelle et balistique pratique. — Nouvelle méthode pour résoudre les problèmes du tir; par F. SIACCI. Paris, Berger-Levrault et Cie, 1881; br. in-8°.

Un procédé d'intégration des formules balistiques; par F. SIACCI. Paris, Berger-Levrault et Cie, 1886; br. in-8°.

Siacci's Method of solving trajectories and problems in ballistics; by A. G. GREENHILL and A. G. HADCOCK. Woolwich, printed at the Artillery institution, 1887; br. in-8°.

Sugli angoli di massima gittata. Nota del Socio Francesco Siacci. (*Rendiconti della R. Accademia dei Lincei.*) Roma, 1887; br. gr. in-8°.

Delle cause probabili del vulcanismo presente ed antico della Terra. Memoria seconda del P. D. Timoteo Bertelli. Torino, Collegio degli Artigianelli, 1886; br. in-f°.

Giornale del Genio civile; anno XXVI, gennaio 1888, fascicolo 1°. Roma, tipografia del *Genio civile*, 1888; br. in-8° et planches.

Official copy. The monthly weather report of the Meteorological Office for january and february 1887. London, 1888; 2 br. in-f°. (Deux exemplaires.)

The increase of cancer in England and its cause; by John Francis Churchill. London, David Stott; br. in-8°.

Flora Batava. Afbeelding end Beschrijving van nederlandsche Gewassen. Aangevangen door wijlen Jan Kops, Hoogleeraar te Utrecht; voortgezet door F. W. Van Eeden te Harlem; 277e aflevering-280e aflevering. Leiden, de Breuk und Smits; 4 br. gr. in-4°.

Nederlandsch kruidkundig Archief. Verslagen en mededeelingen der nederlandsche botanische vereeniging; tweede serie, 5e deel, 1e stuk. Nimegen, Thieme, 1887; br. in-8°.

Ouvrages reçus dans la séance du 3 avril 1888.

Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève; t. XXIX, seconde Partie. Genève, 1886-1887; 1 vol. in-4°.

Matériaux pour l'histoire des temps quaternaires; par Albert Gaudry et Marcellin Boule. Troisième fascicule. Paris, F. Savy, 1888; br. in-4°.

Éléments de Zoologie; par C. Claus, traduit de l'allemand par G. Moquin-Tandon; fascicule I. Paris, F. Savy; 1 vol. in-18.

Les stations d'eaux minérales du centre de la France. — La caravane hydrologique de septembre 1887; *par* MM. le Dr P. de Pietra Santa et A. Joltrain. Paris, Georges Carré, 1888; 1 vol. in-8°.

Mémoires de la Société nationale des Sciences naturelles et mathématiques de Cherbourg; tome XXV (3e série, tome V). Paris, J.-B. Baillière et Fils, 1887; 1 vol. in-8°.

La Tempérance. — Bulletin de la Société française de tempérance; 2e série, tome VIII, année 1887, nos 3 et 4; 1 vol. in-8°.

Annales de l'École Polytechnique de Delft; tome III, 1888, 4e livraison. Leide, E.-J. Brill, 1888; br. in-4°.

Boletins mensaes do 1° observatorio meteorologico da repartição dos telegraphos do Brasil na ilha do Governador; vol. I, anno de 1886; vol. II, anno de 1887. Rio de Janeiro; 2 br. pet. in-4°.

Proceedings of the royal physical Society; session 1886-87. Edinburgh, Mc Farlane and Erskine, 1887; br. in-8°.

Proceedings of the royal Institution of Great Britain; vol. XII, Part I, n° 81. London, december 1887; 1 vol. in-8°.

Proceedings of the Academy of natural Sciences of Philadelphia; Part III, september-december 1887. Philadelphia, Academy of natural Sciences, 1887; 1 vol. gr. in-8°.

Bulletin of the Museum of comparative Zoology, at Harvard College; vol. XIII, n° 7 : *Studies from the Newport marine laboratory,* communicated by ALEXANDER AGASSIZ; XIX : *On certain Medusæ from New England; by* J. WALTER FEWKES. Cambridge, printed for the Museum, february 1888; br. in-8°.

ERRATA.

(Séance du 20 février 1888.)

Note de M. *de Jonquières,* sur la construction géométrique de la surface du troisième ordre :

Page 527, ligne 4, *lisez* quatre *au lieu de* trois.

Ce dernier nombre se rapporte à la courbe gauche du quatrième ordre et de *genre* 0, et le nombre 4 à celle du genre 1, la seule qui, provenant de l'intersection de deux quadriques, puisse former la base d'un faisceau de ces surfaces.

(Séance du 19 mars 1888.)

Note de M. *Mannheim,* sur certains conoïdes :

Page 821, ligne 25, *après* déplacement continu, *ajouter* non hélicoïdal.



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 9 AVRIL 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Observations des petites planètes, faites au grand instrument méridien de l'observatoire de Paris pendant les troisième et quatrième trimestres de l'année* 1887. Communiquées par M. **Mouchez**.

Dates. 1887.	Temps moyen de Paris.	Ascension droite.	Correction de l'éphémér.	Distance polaire.	Correction de l'éphémér.
		(43) Ariane (1).			
	h m s	h m s	s	° ′ ″	″
Sept. 15......	11.19. 1	22.57.22,12	+ 3,84	89.19. 6,1	−26,5
		(2) Pallas.			
Sept. 21......	9.51.15	21.53. 1,49	− 0,71	89. 5.25,5	− 2,5
Oct. 11......	8.25.49	21.46.12,52	− 0,40	»	»
12......	8.21.45	21.46. 4,61	− 0,54	93.11.17,6	− 1,9

(1) On n'a pu s'assurer si l'astre observé est bien la planète.

Dates. 1887.	Temps moyen de Paris.	Ascension droite.	Correction de l'éphémér.	Distance polaire.	Correction de l'éphémér.
		(258) Tyche.			
	h m s	h m s	s	° ′ ″	″
Sept. 21......	10.34.52	22.36.45,59	»	81.18. 2,6	»
Oct. 11......	9.12. 6	22.32.37,41	»	85.52.40,5	»
15......	8.56.55	22.33.10,10	»	86.41.34,8	»
21......	8.35. 4	22.34.54,27	»	87.48.34,2	»
22......	8.31.31	22.35.17,69	»	87.58.50,8	»
		(130) Électre.			
Oct. 11......	9.47.57	23. 8.34,33	»	113.52.15,2	»
13......	9.39.36	23. 8. 4,51	»	114. 2.50,3	»
15......	9.31.20	23. 7.40,02	»	114.12.15,0	»
		(57) Mnémosyne.			
Oct. 11......	10.31.39	23.52.22,88	»	»	»
13......	10.22.45	23.51.20,46	»	85.11.11,8	»
14......	10.18.18	23.50.49,48	»	85.20.31,5	»
15......	10.13.53	23.50.20,16	»	85.29.50,9	»
		(181) Eucharis.			
Oct. 13......	11.49.22	1.18.12,46	»	105.28.19,8	»
15......	11.40. 4	1.16.45,93	»	105.43. 3,9	»
17......	11.30.47	1.15.19,87	»	»	»
25......	10.53.46	1. 9.45,61	»	»	»
26......	10.49	»	»	106.47. 3,9	»
		(84) Clio.			
Oct. 14......	11.38.49	1.11.33,81	»	64.58.15,5	»
15......	11.33.48	1.10.28,84	»	65. 0.24,6	»
26......	10.39.38	0.59.31,35	»	65.39.50,6	»
		(1) Cérès.			
Oct. 14......	11.49.58	1.22.45,06	+ 0,33	96.44.31,0	— 6,7
15......	11.45.11	1.21.53,19	+ 0,50	96.47.39,3	— 5,6
17......	11.35.35	1.20. 9,22	+ 0,43	96.53.27,5	— 5,7
22......	11.11.41	1.15.53,36	+ 0,51	97. 5.14,9	— 3,8
25......	10.57.24	1.13.24,51	+ 0,38	97.10.16,0	— 4,6
26......	10.52.40	1.12.36,11	+ 0,43	97.11.35,3	— 4,9
30......	10.33.50	1. 9.28,98	+ 0,29	97.15. 7,5	— 2,5

Dates. 1887.	Temps moyen de Paris.	Ascension droite.	Correction de l'éphémér.	Distance polaire.	Correction de l'éphémér.
			① Cérès (suite).		
	h m s	h m s	s	° ′ ″	″
Nov. 2......	10.19.51	1. 7.17,24	+ 0,40	97.15.47,5	− 4,0
3......	10.15.13	1. 6.34,98	+ 0,29	97.15.38,4	− 4,8
15......	9.21. 2	0.59.34,02	+ 0,26	96.59.31,9	− 3,1
16......	9.16.39	0.59. 6,90	+ 0,28	96.56.58,6	− 4,6
			③ Junon.		
Oct. 25......	11.20.26	1.36.30,40	+13,91	95.41. 7,1	−32,3
26......	11.15.53	1.35.52,61	+14,01	95.51.34,4	−31,6
30......	10.57.44	1.33.26,86	+13,90	96.30.13,9	−32,4
31......	10.53.13	1.32.52,14	+13,77	96.39. 8,6	−28,7
Nov. 2......	10.44.15	1.31.45,59	+13,73	96.55.48,8	−28,7
15......	9.47.53	1.26.29,67	+12,85	98. 8.29,6	−23,2
16......	9.43.43	1.26.15,58	+12,71	98.11.26,2	−23,0
Déc. 15......	7.55.41	1.32.15,54	+10,25	97.11.48,6	−14,6
			(169) Zélia.		
Nov. 15......	9.51. 5	1.29.42,35	»	»	»
16......	9.46.32	1.29. 4,59	»	73.38.31,4	»
			(82) Alcmène.		
Déc. 7......	11.11.18	4.16.51,95	+ 1,92	65.16.59,4	− 8,1
14......	10.36.59	4.10. 3,84	+ 2,05	65.28.48,4	− 6,0
15......	10.32. 9	4. 9. 9,08	+ 1,86	65.30.34,1	− 7,4
21......	10. 3.34	4. 4. 9,04	»	65.41.25,3	»
			(154) Bertha.		
Déc. 15......	11.17. 1	4.54. 8,57	− 0,91	46.59.16,7	− 2,2
16......	11.11.57	4.53. 0,26	− 0,66	46.58. 0,3	− 0,7

» Les comparaisons de Cérès, Pallas et Junon se rapportent aux éphémérides publiées par le *Nautical Almanac;* celles d'Alcmène, à l'éphéméride du *Bulletin astronomique* (t. IV, p. 428); celles d'Ariane et de Bertha, aux éphémérides du *Berliner Jahrbuch.*

» Les observations des 15 et 21 septembre, 30 octobre, 2 et 3 novembre ont été faites par M. F. Boquet; celle du 31 octobre, par M. L. Barré, et toutes les autres, par M. O. Callandreau. »

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les lois de mortalité de Gompertz et de Makeham;* par M. **J. Bertrand.**

« Thomas Simpson a-t-il connu l'une ou l'autre de ces lois? Il ne les a pas énoncées; mais, dans un de ses Ouvrages, il propose, pour calculer les rentes viagères sur plusieurs têtes, une méthode dont le principe n'est compatible avec aucune autre loi.

» Nous n'avons pas à les distinguer : la première est un cas particulier de la seconde, et les deux n'en font qu'une.

» La remarque a été faite par M. de Morgan. Le but de cette Note est de la démontrer très simplement.

» L'assertion de Simpson est la suivante :

» On peut, pour calculer les conditions d'une rente viagère sur deux têtes, substituer aux deux âges différents un âge unique convenablement choisi.

» Si l'on nomme $\varphi(z)$ le nombre de survivants à l'âge z par un nombre donné de naissances, le principe de Simpson, interprété dans sa plus grande généralité, peut se traduire par l'équation suivante

$$\varphi(a+x)\varphi(b+x) = F[\varphi(c+x)], \tag{1}$$

dont il faut déduire les fonctions φ et F, de telle sorte qu'une relation convenable entre a, b et c puisse rendre l'équation (1) identique.

» Prenons les logarithmes, puis les dérivées par rapport à x : posons

$$\frac{\varphi'(u)}{\varphi(u)} = \psi(u);$$

l'équation (1) deviendra

$$\psi(a+x) + \psi(b+x) = \varpi(c+x), \tag{2}$$

ϖ étant une fonction aisément déduite de F et de φ.

» Faisons, dans l'équation (2), $x=0$; elle devient

$$\psi(a) + \psi(b) = \varpi(c). \tag{3}$$

» Si l'on donne ensuite à x une valeur infiniment petite dx, les deux membres de (3) devront croître également; on en déduit

$$\psi'(a) + \psi'(b) = \varpi'(c). \tag{4}$$

» Le second membre de (4) est une fonction du second membre de (3), puisque tous deux dépendent d'une même variable c. Une relation doit donc exister entre les premiers membres. Le déterminant de ces deux fonctions de a et de b doit être nul; on en conclut

$$\psi'(a)\psi''(b) - \psi'(b)\psi''(a) = 0.$$

» Le rapport $\frac{\psi''(u)}{\psi'(u)}$ est donc constant; il en résulte

$$\psi'(u) = Ce^{Ku},$$
$$\psi(u) = C_1 e^{Ku} + C_2,$$
$$\frac{\varphi'(u)}{\varphi(u)} = C_1 e^{Ku} + C_2,$$
$$\varphi(u) = He^{Ge^{Ku} + C_2 u},$$

H, G, K et C_2 sont des constantes.

» C'est la loi proposée par Makeham.

» Si l'on suppose $C_2 = 0$, elle se réduit à celle de Gompertz que Makeham connaissait et dont, pour en accroître l'exactitude, il a cherché la généralisation. »

MÉCANIQUE. — *Équilibre d'élasticité d'un solide sans pesanteur, homogène et isotrope, dont les parties profondes sont maintenues fixes, pendant que sa surface éprouve des pressions ou des déplacements connus, s'annulant hors d'une région restreinte où ils sont arbitraires;* par M. **J. Boussinesq.**

« I. Comme le corps dont il s'agit n'est à considérer que dans le voisinage de sa région superficielle, sensiblement plane, assujettie aux pressions ou aux déplacements de valeurs autres que zéro, l'on peut, en adoptant pour plan des xy le plan tangent en un point central de cette région et pour axe des z la normale correspondante dirigée vers l'intérieur, le regarder comme limité d'un côté par ce plan et indéfini dans tous les autres sens, ou comme remplissant la moitié de l'espace où les ordonnées z sont positives. Alors, si u, v, w, θ représentent, suivant l'usage, les trois composantes du petit déplacement élastique et la dilatation cubique en (x, y, z); que, de plus, k désigne le rapport de coefficients d'élasticité $\frac{\mu}{\lambda + \mu}$ (nota-

tions de Lamé), les trois équations indéfinies de l'équilibre seront

$$(1)\quad \frac{d\theta}{d(x, y, z)} + k\Delta_2(u, v, w) = 0, \qquad \text{avec} \qquad \theta = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz};$$

et, abstraction faite du facteur constant 2μ, les composantes p_x, p_y, p_z de la pression extérieure, s'exerçant en un point quelconque (x, y) de la surface $z = 0$, auront les expressions

$$(2)\quad (\text{pour } z = 0)\quad p_x = -\frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx} + \frac{du}{dz}\right), \qquad p_y = -\frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dy} + \frac{dv}{dz}\right), \qquad p_z = -\frac{1-k}{2k}\theta - \frac{dw}{dz}.$$

» Si les composantes p_x, p_y, p_z égalent des fonctions connues de x et de y, ces relations (2) seront, en u, v, w, trois conditions spéciales à la surface. Nous y suppléerons, dans les cas contraires, en prenant, encore pour $z = 0$, u, v égaux à des fonctions connues u_0, v_0 de x et de y, si p_x, p_y ne sont pas donnés, et w égal à une fonction analogue w_0 de x et de y, si c'est p_z qu'on ne se donne pas. Enfin, l'hypothèse d'une annulation asymptotique de u, v, w aux points (x, y, z) très éloignés de l'origine achèvera de déterminer le problème.

» La question ainsi définie est une des plus propres à montrer comment se transmettent et se répartissent dans l'intérieur des solides les actions exercées à leur surface. Aussi, restreinte d'abord au cas le plus utile, qui est celui de pressions normales p_z quelconques avec composantes tangentielles p_x, p_y nulles, a-t-elle été abordée, presque dès l'origine de la théorie de l'élasticité, par Lamé et Clapeyron, dans leur célèbre Mémoire de 1828 (*Savants étrangers*, t. IV, p. 541). Mais, s'étant bornés à y employer la formule de Fourier pour l'intégration du système (1) et (2), ils n'ont obtenu u, v, w que sous la forme d'intégrales quadruples trop complexes pour permettre de se représenter les phénomènes. Il y avait donc lieu de reprendre le problème par des méthodes capables d'en exprimer immédiatement la solution au moyen d'intégrales doubles, comme il arrive dans les questions analogues de Physique mathématique que l'on a pu traiter. C'est ce que nous avons fait, par des voies très différentes, moi-même, dans les *Comptes rendus*, le 20 mai 1878, puis le 27 novembre 1882, et M. Val. Cerruti, professeur à l'Université de Rome, dans l'intervalle (*Ricerche intorno all'equilibrio de' corpi elastici isotropi; Acc. dei Lincei*, 1882), pour les deux cas principaux, qui sont ceux où l'on connaît soit les pressions exercées à la surface, soit les petits déplacements qu'elle éprouve.

» Mais il restait à traiter les cas où les données relatives à la surface

concernent en partie les pressions et en partie les déplacements, comme, par exemple, la composante normale p_z de la pression avec les composantes tangentielles u_0, v_0 du déplacement, ou, au contraire, la composante normale w_0 du déplacement avec les composantes tangentielles p_x, p_y de la pression. Former, pour ces deux cas mixtes, les valeurs de u, v, w, après une revue d'ensemble de la question, tel est le but de la présente Note.

» II. Les expressions générales de u, v, w seront, en posant, pour abréger, $2k+1=k'$,

$$(3) \qquad (u, v, w) = (\alpha, \beta, \gamma) - \frac{z}{k'} \frac{d\Phi}{d(x, y, z)};$$

α, β, γ, Φ y désignent quatre fonctions de x, y, z, à dérivées partout finies et continues (même pour $z=0$), à paramètre différentiel Δ_2 nul, et liées entre elles par la relation

$$(4) \qquad \frac{d\Phi}{dz} = \frac{d\alpha}{dx} + \frac{d\beta}{dy} + \frac{d\gamma}{dz},$$

qui permet à ces valeurs (3) de vérifier identiquement le système (1). Prenons pour α et β des valeurs de l'une des deux formes

$$(5) \qquad (\alpha, \beta) = \frac{d(\mathrm{U}, \mathrm{V})}{dz} \qquad \text{et} \qquad \alpha = \frac{d\varphi}{dx} - 2\frac{d\varphi_1}{dy}, \quad \beta = \frac{d\varphi}{dy} + 2\frac{d\varphi_1}{dx},$$

ou composées avec les dérivées partielles de fonctions U, V, φ, φ_1 à paramètre différentiel Δ_2 nul, savoir, les premières, avec des dérivées en z seulement, et les secondes, avec des dérivées en x et y. La condition (4), en y faisant, dans le premier cas, pour l'analogie, γ égal à la dérivée en z d'une nouvelle fonction W à paramètre différentiel Δ_2 nul, et en y remplaçant, dans le second cas, $\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2}$ par $-\frac{d^2\varphi}{dz^2}$, deviendra intégrable en z et conduira à poser soit $\Phi = \frac{d\mathrm{U}}{dx} + \frac{d\mathrm{V}}{dy} + \frac{d\mathrm{W}}{dz}$, soit $\gamma = \frac{d\varphi}{dz} + \Phi$. Les expressions (3) prendront ainsi, respectivement, les deux formes

$$(6) \qquad (u, v, w) = \frac{d(\mathrm{U}, \mathrm{V}, \mathrm{W})}{dz} - \frac{z}{k'} \frac{d}{d(x, y, z)}\left(\frac{d\mathrm{U}}{dx} + \frac{d\mathrm{V}}{dy} + \frac{d\mathrm{W}}{dz}\right);$$

$$(7) \qquad \begin{cases} u = \dfrac{d\varphi}{dx} - \dfrac{z}{k'}\dfrac{d\Phi}{dx} - 2\dfrac{d\varphi_1}{dy}, \\ v = \dfrac{d\varphi}{dy} - \dfrac{z}{k'}\dfrac{d\Phi}{dy} + 2\dfrac{d\varphi_1}{dx}, \\ w = \dfrac{d\varphi}{dz} - \dfrac{z}{k'}\dfrac{d\Phi}{dz} + \Phi. \end{cases}$$

» Il conviendra d'y joindre les formules qui en résultent pour les expressions (2) de p_x, p_y, p_z et qui, par exemple, avec les valeurs (7) de u, v, w, se réduiront à

$$(7\ bis)\quad (\text{pour } z = 0)\begin{cases} p_x = -\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{d\varphi}{dz} + \dfrac{k}{k'}\Phi\right) + \dfrac{d^2\varphi_1}{dy\,dz}, \\ p_y = -\dfrac{d}{dy}\left(\dfrac{d\varphi}{dz} + \dfrac{k}{k'}\Phi\right) - \dfrac{d^2\varphi_1}{dx\,dz}, \\ p_z = -\dfrac{d}{dz}\left(\dfrac{d\varphi}{dz} + \dfrac{1+k}{k'}\Phi\right). \end{cases}$$

» Tels sont, pour u, v, w, les deux types respectivement utilisables, le premier, (6), quand on se donne les déplacements u_0, v_0, w_0 à la surface et le second, (7), quand les pressions p_x, p_y, p_z y sont connues.

» III. En effet, les valeurs (6) de u, v, w se réduisant, lorsque $z = 0$, aux dérivées premières de U, V, W en z, il suffira de choisir, comme fonctions U, V, W, les quotients, par -2π, des potentiels ordinaires ou inverses de trois couches matérielles fictives, étalées sur le plan des xy et de *densités superficielles* (ou masses par unité d'aire) égales partout aux valeurs données de u_0, v_0, w_0, pour satisfaire, tout à la fois, aux équations

$$\Delta_2(\text{U}, \text{V}, \text{W}) = 0,$$

aux conditions d'évanouissement de u, v, w à l'infini et, enfin, aux relations $(u, v, w) = (u_0, v_0, w_0)$ à la surface, d'après la propriété, dont jouit le potentiel ordinaire relatif à toute couche plane infiniment mince, d'avoir sa dérivée première dans le sens normal (c'est-à-dire prise, ici, par rapport à z) égale en chacun de ses points au produit de -2π par la densité superficielle de la couche au même endroit.

» IV. Quant à l'emploi des formules (7) et (7 *bis*) pour le cas où l'on connaît les pressions p_x, p_y, p_z, il est bon d'y considérer à part les valeurs de φ, Φ, φ_1 lorsque les pressions sont normales ou que l'on a $p_x = 0$, $p_y = 0$, $p_z =$ une fonction donnée de x, y, et, à part, ce qu'y deviennent φ, Φ, φ_1 lorsque les pressions sont, au contraire, tangentielles ou que $p_z = 0$, p_x et p_y étant deux fonctions données de x et y. Il est clair que l'addition de ces valeurs donnera celles qui conviennent au cas général de p_x, p_y, p_z, quelconques.

» On satisfait d'abord au premier cas (où $p_x = 0$ et $p_y = 0$), d'après les

expressions (7 *bis*) de p_x et p_y, en posant $\varphi_1 = 0$ et $\Phi = -\frac{k'}{k}\frac{d\varphi}{dz}$, ce qui réduit la troisième (7 *bis*) à $p_z = \frac{1}{k}\frac{d^2\varphi}{dz^2}$ ou à $\frac{d^2\varphi}{dz^2} = kp_z$ (pour $z=0$). Il ne reste donc plus qu'à choisir φ, seule fonction inconnue, de manière à vérifier cette dernière condition où p_z est donné. Or j'ai imaginé, dans ce but, le *premier potentiel logarithmique à trois variables* d'une couche plane, de masse $\int dm$, étalée sur le plan des xy : j'appelle ainsi l'intégrale $\int \log(z+r)dm$, dont les éléments se forment en multipliant chaque fragment dm de la couche par le logarithme naturel de la somme de sa distance r et de la distance z de son plan au *point potentié* (x, y, z). Ce potentiel a son Δ_2 nul et ses dérivées premières de l'ordre de r^{-1} aux grandes distances; de plus, sa dérivée en z étant le potentiel ordinaire ou inverse, il a évidemment pour dérivée seconde par rapport à z, en chaque point (x, y) de la surface de la couche, le produit de -2π par la densité de celle-ci au même point. Vu cette dernière propriété, on n'aura donc qu'à prendre pour φ l'expression $-\frac{k}{2\pi}\int \log(z+r)dm$, en attribuant à la couche $\int dm$ une densité partout égale à p_z.

» V. Dans le cas contraire où $p_z = 0$, la troisième condition (7 *bis*) conduit à poser $\Phi = -\frac{k'}{1+k}\frac{d\varphi}{dz}$; ce qui réduit les deux premières (7 *bis*), dont il faudra se servir pour déterminer les deux seules fonctions restant inconnues φ et φ_1, à

$$(8)\quad (\text{pour } z=0)\quad p_x = -\frac{1}{1+k}\frac{d^2\varphi}{dx\,dz} + \frac{d^2\varphi_1}{dy\,dz},\qquad p_y = -\frac{1}{1+k}\frac{d^2\varphi}{dy\,dz} - \frac{d^2\varphi_1}{dx\,dz}.$$

» Or on y *sépare* φ de φ_1 en formant les deux expressions $\frac{dp_x}{dx} + \frac{dp_y}{dy}$ et $\frac{dp_x}{dy} - \frac{dp_y}{dx}$, que l'on trouve, respectivement, égaler $-\frac{1}{1+k}\left(\frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dy^2}\right)\frac{d\varphi}{dz}$ et $\left(\frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dy^2}\right)\frac{d\varphi_1}{dz}$, c'est-à-dire $\frac{1}{1+k}\frac{d^3\varphi}{dz^3}$ et $-\frac{d^3\varphi_1}{dz^3}$ (vu les équations $\Delta_2\varphi=0$, $\Delta_2\varphi_1=0$). Il vient ainsi, pour contribuer à la détermination de φ et φ_1, les deux conditions

$$(9)\quad (\text{pour } z=0)\quad \frac{d^3\varphi}{dz^3} = (1+k)\left(\frac{dp_x}{dx}+\frac{dp_y}{dy}\right),\qquad \frac{d^3\varphi_1}{dz^3} = -\left(\frac{dp_x}{dy}-\frac{dp_y}{dx}\right).$$

» On y satisfait, ainsi qu'à $\Delta_2\varphi = 0$, $\Delta_2\varphi_1 = 0$ et à l'évanouissement asymptotique de u, v, w aux distances infinies, en adoptant pour φ et φ_1

(à des facteurs constants près) les *seconds potentiels logarithmiques à trois variables*, $\int [z \log(z+r) - r]\, dm$, de certaines couches $\int dm$ étalées sur la surface $z = 0$, fonctions ayant leur paramètre différentiel Δ_2 nul et pour dérivée en z les premiers potentiels logarithmiques $\int \log(z+r)\, dm$ ou, par suite, pour dérivée seconde de cette dérivée, c'est-à-dire pour *dérivée troisième en* z, à la limite $z = 0$, le produit de -2π par la densité superficielle de ces couches au point atteint. L'on est donc conduit à prendre pour les fonctions φ et φ_1 les quotients respectifs, par -2π, des seconds potentiels logarithmiques de couches ayant leurs densités égales aux seconds membres de (9). Or le premier de ces potentiels est $(1+k)\left(\frac{d\mathfrak{P}_x}{dx} + \frac{d\mathfrak{P}_y}{dy}\right)$, et le second, $-\frac{d\mathfrak{P}_x}{dy} + \frac{d\mathfrak{P}_y}{dx}$, si l'on appelle $\mathfrak{P}_x$, $\mathfrak{P}_y$ les deux potentiels analogues de couches ayant respectivement les densités p_x, p_y *supposées être, sur tout le plan, des fonctions continues de* x *et de* y. En effet, lorsque le point potentié (x, y, z) se déplace de dx ou de dy dans le sens des x ou des y, chaque élément de toute couche potentiante parallèle aux xy est remplacé, quant au rôle qu'il joue dans la formation du potentiel considéré, par un autre élément ayant sa coordonnée correspondante plus grande que la sienne de dx ou dy; de sorte que la dérivée en x ou y d'un potentiel quelconque de la couche s'obtient en différentiant la densité superficielle par rapport à la coordonnée analogue. Ainsi, les dérivées de $\mathfrak{P}_x$ ou de $\mathfrak{P}_y$ en x ou y ne diffèrent pas des seconds potentiels logarithmiques de couches ayant leurs densités exprimées par les dérivées $\frac{d(p_x, p_y)}{d(x, y)}$, qui figurent aux seconds membres de (9). L'on aura donc

$$(10) \qquad \varphi = -\frac{1+k}{2\pi}\left(\frac{d\mathfrak{P}_x}{dx} + \frac{d\mathfrak{P}_y}{dy}\right), \qquad \varphi_1 = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{d\mathfrak{P}_x}{dy} - \frac{d\mathfrak{P}_y}{dx}\right),$$

expressions qui vérifient toutes les équations du problème, et notamment les conditions (8) (à cause des valeurs $-2\pi p_x$ et $-2\pi p_y$, pour $z = 0$, des dérivées troisièmes de $\mathfrak{P}_x$ et $\mathfrak{P}_y$ en z) [1]. »

---

[1] Pour plus de détails sur ces diverses solutions, sur leurs conséquences et sur les potentiels qui les ont fournies, on peut voir un Volume intitulé : *Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques, avec des notes étendues sur divers points de Physique mathématique et d'Analyse* (Paris, 1885, Gauthier-Villars).

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Observations sur la fixation de l'azote par certains sols et terres végétales;* par M. **Berthelot**.

« Je demande à l'Académie la permission de présenter quelques observations sur la fixation de l'azote par la terre végétale et sur les Notes publiées à ce sujet dans les dernières séances par notre Confrère, M. Schlœsing. Il y a là une question de méthode, fort importante pour les études sur la vie des plantes et la fertilité des sols. Je rappellerai d'abord les conditions spéciales dans lesquelles j'ai constaté la fixation de l'azote; puis j'examinerai si les expériences négatives citées par notre Confrère sont conformes à ces conditions.

» L'aptitude à fixer l'azote appartient à certains sols et sables argileux, pauvres en azote, riches en potasse (¹). On les reconnaît à cette propriété en vertu de laquelle ces sables argileux, extraits de la terre et répandus à sa surface, se couvrent rapidement de végétation, par semis naturels ou artificiels, sans le concours d'aucun engrais (²), et en même temps que le sol s'enrichit peu à peu en azote. Un sol calcaire ou siliceux quelconque, peu favorable à la végétation, ne leur est pas assimilable.

» Est-il besoin de rappeler qu'il s'agit de végétation spontanée, et non de culture intensive, où l'on enlève à mesure les récoltes?

» Pour préciser au point de vue chimique, les sols et terres homogènes, sur lesquels j'ai observé cette fixation d'azote, contenaient, au début, par kilogramme, de $0^{gr},10$ à $1^{gr},10$ et $1^{gr},30$ d'azote. Dans les plus riches (ce Volume, p. 573), la fixation de cet élément a cessé d'être observée, après quelques années, au delà de $1^{gr},30$ à $1^{gr},70$ (³).

(¹) $4^{gr},5$ à $8^{gr},9$ par kilo.

(²) *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XIII, p. 19.

(³) Un mot sur les limites d'erreurs que comportent ces analyses, limites qui paraissent avoir donné lieu à quelque méprise. Ces limites sont de deux ordres. L'une concerne le dosage de l'ammoniaque mise en liberté, lequel peut être exécuté à un trentième de milligramme près, par liqueur titrée, ce qui répond à 1 milligramme d'azote par kilogramme, lorsqu'on opère sur 30 à 40 grammes de terre pauvre; comme je l'ai fait pour les terrains étudiés dans mon premier Mémoire, terrains renfermant une dose d'azote inférieure à $0^{gr},200$ par kilo, et auxquels se rapporte cette indication. La limite d'erreur du procédé de titrage est, comme il convient, plus étroite que celle attribuable à la réaction qui produit l'ammoniaque au moyen de la chaux sodée. J'ai

» Elle n'a eu lieu que sur une terre ameublie, non cohérente, perméable, où l'air pouvait circuler.

» La dose de l'eau ne doit pas en général dépasser 12 à 15 centièmes, du moins dans un sol exempt de végétaux. « Cette dose est surtout nuisible, si elle existe d'une manière continue dans le sol, sans des alternatives de sécheresse relative, qui ameublissent de nouveau le sol et permettent la circulation des gaz. » J'ai insisté fortement sur tous ces points et j'ai reconnu que, en dehors d'eux, la fixation d'azote ne peut plus être constatée (ce Volume, p. 570 et 571).

» Enfin, j'ai établi, toujours par des expériences numériques (p. 572), que les sols argileux ci-dessus ne fixent pas d'azote, lorsqu'ils sont portés dans une étuve à une température voisine de 40° ou 45°.

» J'ai ainsi établi, dans des publications antérieures à la discussion actuelle, un certain nombre des conditions, — et non les seules peut-être, — qui président à la fixation de l'azote. Ces conditions sont, d'ailleurs, des résultats immédiats d'expériences, indépendants de toute hypothèse sur la cause, quelle qu'elle soit, qui détermine la fixation de l'azote. On va voir que les expériences négatives présentées aujourd'hui par notre Confrère ne satisfont à aucune de ces conditions.

» Disons d'abord que je regrette que le nom vénéré de Boussingault ait été prononcé à cette occasion : il y a presque toujours inconvénient à citer des observations anciennes, exécutées à des points de vue qui ont changé depuis, et à les faire intervenir dans des controverses actuelles, en vue desquelles elles n'avaient pas été dirigées. Au temps des recherches de Boussingault, il y a trente ans et plus, la terre végétale était envisagée comme un support purement chimique, passif, inerte, simple association de matériaux privés de vie, parmi lesquels les plantes puisaient les éléments chimiques nécessaires à leur nutrition. On croyait pouvoir lui substituer sans inconvénient, parfois presque sans s'en apercevoir, des mélanges

---

pris soin d'évaluer cette dernière, en comparant les nombres qu'elle fournit avec le dosage absolu de l'azote par le procédé Dumas. Cette autre limite d'erreur a été trouvée, avec une terre renfermant $1^{gr},309$ d'azote au kilogramme, de 1 milligramme sur 30 grammes environ, soit, pour un kilogramme, de $\pm 0^{gr},032$; double, avec une terre deux fois aussi riche ($2^{gr},495$). On voit que c'est là une erreur relative de 2,5 à 3 centièmes sur l'azote total, ainsi que je l'ai indiqué expressément. — Or les doses d'azote fixées se sont élevées jusqu'à 40 et 50 centièmes de l'azote initial, c'est-à-dire qu'elles ont été 12 à 15 fois aussi considérables que l'erreur possible.

supposés équivalents, diversement manipulés, souvent même chauffés ou calcinés, en vue de simplifier les expériences.

» Aujourd'hui, au contraire, d'après les idées que nous cherchons à faire prévaloir, la terre végétale est regardée un support actif, comme une chose vivante; c'est-à-dire que l'on explique ses propriétés par l'existence des micro-organismes dont elle est remplie, et dont l'action propre est liée à celle de la vie végétale et concourt au développement des plantes. Aux conditions d'ordre purement minéral, en quelque sorte, que l'on se bornait à envisager autrefois, il convient d'ajouter maintenant les conditions physiologiques, délicates et complexes, qui président à la vie propre de ces organismes microscopiques.

» De là cette nécessité, si fréquente dans les Sciences naturelles, de reprendre les anciennes expériences, qui ont cessé d'être concluantes, et d'en exécuter de nouvelles, mises en conformité avec les faits et les idées modernes.

» I. Examinons, à ce point de vue, les expériences de Boussingault, rappelées par M. Schlœsing. Nous devrons écarter d'abord toutes les expériences réputées naguère les plus décisives, je veux dire celles qui ont été faites avec des sols calcinés; car de tels sols ne renferment plus les organismes vivants qui sont supposés déterminer la fixation de l'azote. Mais il en est autrement de cette expérience en vase clos, qui a duré onze ans, de 1860 à 1871, et qui est rappelée spécialement par notre Confrère ([1]). Elle avait été instituée pour rechercher si l'azote atmosphérique intervient dans la formation des nitrates. En raison de cette destination, la matière employée n'était pas une terre végétale prise dans la campagne, mais une terre de potager, assimilable en réalité à un terreau, en raison de sa richesse en azote et en matière organique; car elle contenait, par kilogramme, $4^{gr},72$ d'azote; $0^{gr},200$ d'ammoniaque; $36^{gr},6$ de carbone; mais $0^{gr},10$ seulement de potasse. L'auteur ajouta à 100 parties de cette matière 56 parties d'eau et 300 parties de sable quartzeux calciné.

» J'insiste sur ces chiffres : la composition d'une terre de ce genre, fort bien choisie pour l'étude de la nitrification, est absolument différente des terres sur lesquelles ont porté mes observations; et elle réalise, certes à l'insu de Boussingault qui n'avait pu prévoir l'usage que l'on prétend faire aujourd'hui de ses expériences, des conditions incompatibles avec la fixation de l'azote.

([1]) *Agronomie*, etc.; par Boussingault, t. V, p. 315 et suiv.

» Rappelons en effet, de nouveau, que dans mes études les sables argileux et terres, sur lesquels l'azote s'est fixé, contenaient au début, par kilogramme, seulement de $0^{gr},10$ à $1^{gr},1$ et $1^{gr},3$ d'azote ; et que, dans les plus riches, la fixation de cet élément (ce Volume, p. 573) a cessé d'être observée au delà de $1^{gr},3$ à $1^{gr},7$ d'azote. On voit combien ces limites sont éloignées des $4^{gr},72$ contenus dans la terre ammoniacale employée par Boussingault : une terre renfermant une semblable quantité d'azote n'est guère apte à en fixer davantage.

» La dose de l'eau offre des différences non moins capitales; car elle s'élevait aux 56 centièmes du poids de la terre proprement dite, et à 14 centièmes du poids du mélange de cette terre avec le sable calciné [1], dans l'expérience de Boussingault, doses qu'il a jugées utiles pour la nitrification. Or j'ai constaté (ce Volume, p. 571) que la fixation de l'azote dans mes sols cessait d'avoir lieu lorsque la dose permanente de l'eau y surpassait 12 à 15 centièmes. Les conditions favorables à la nitrification sont d'ailleurs, je l'ai montré, fort différentes de celles de la fixation de l'azote.

» Enfin la durée de l'expérience de Boussingault donne lieu à d'autres observations. Que s'est-il passé pendant les onze années où la terre a été abandonnée à elle-même? Beaucoup de générations d'êtres vivants se sont succédé dans cet intervalle, en déterminant des réactions chimiques ignorées, et peut-être contraires. En fait, cette terre, lorsqu'elle a été retirée du vase qui la renfermait, avait perdu la propriété de se nitrifier davantage; c'est-à-dire que les microbes de la nitrification y étaient morts depuis une époque inconnue, et sans doute bien d'autres espèces avec eux.

» En résumé, l'expérience de Boussingault est fort instructive pour la question de la formation des nitrates, en vue de laquelle elle avait été faite; mais elle a été instituée dans un milieu peu compatible avec les conditions, ignorées à cette époque, de la fixation de l'azote.

» II. Arrivons aux observations nouvelles de M. Schlœsing : observations dans lesquelles, je le répète, il n'a pas tenu compte des conditions expérimentales que j'avais reconnues nécessaires pour la fixation de l'azote.

» Le mot *terre* est un mot vague, qui désigne des matières trop diverses pour que l'on puisse conclure de l'une à l'autre, sans autre renseignement.

---

(1) Ou plus exactement 15 ou 16 centièmes; si l'on remarque que cette terre n'avait été desséchée qu'à la température ordinaire, et non rapportée à 110°, comme dans mes propres essais.

Or je ne sais jusqu'à quel point on peut qualifier de *terres végétales* les mélanges hétérogènes employés par notre Confrère (p. 899), lesquels renferment pour la plupart la moitié, et même jusqu'à 86 centièmes de leur poids « de sables grossiers » siliceux et calcaires, matériaux incohérents et non ameublis, peu propres au développement des êtres vivants et que j'avais soigneusement écartés de mes propres études.

» En tout cas, il ne nous a fait connaître ni la dose d'azote, ni celle du carbone organique, ni celle de la potasse contenues dans ces mélanges.

» Les seules données sur lesquelles il insiste sont des mesures gazométriques fort compliquées, où interviennent des extractions de gaz, transvasements, chauffages, manipulations diverses, effectuées sur 2^{kg} de terres imbibées d'eau, absorbant de l'oxygène et émettant de l'acide carbonique. Je crois que les physiciens attribueront à de telles mesures un degré de précision bien moindre que l'auteur; surtout si l'on se rappelle quelles difficultés présente l'extraction totale des gaz contenus dans des masses de matières poreuses, et comment la proportion extraite varie avec la température, parfois jusqu'au rouge et au delà.

» Même en acceptant ses indications, il est permis d'observer que les matières qu'il a mises en œuvre renferment seulement 19, 12 et même 7 centièmes d'argile, seul support probable des microbes fixateurs d'azote : la dose de $1^{kg},6$ d'azote, dont il admet la fixation comme possible par hectare, s'élèverait donc en réalité à 8^{kg}, 13^{kg} ou 23^{kg}, pour une terre argileuse proprement dite; ces évaluations pourraient être sans doute fort accrues, sans sortir des limites d'erreurs véritables de ce genre d'expériences. En tout cas, prises telles quelles, elles sont de l'ordre de grandeur des fixations d'azote que j'ai observées sur les sols argileux (*Ann. de Ch. et de Phys.*, 6e s., t. XIII, p. 48, 72, etc.). On voit par cela seul que la méthode employée par M. Schlœsing n'est pas susceptible de résoudre la question.

» En réservant ce point, je préfère m'attacher davantage aux conditions physiologiques de ses expériences; car les circonstances propres à l'existence des êtres vivants y ont été singulièrement oubliées.

» Il l'a reconnu lui-même, en ce qui touche la présence délétère de la vapeur du mercure, dans l'air de la première partie de ses essais, puisqu'il les abandonne : je n'y insisterai donc pas.

» Dans la seconde partie des essais, faits ceux-ci sans mercure (p. 986), il y a des circonstances singulières : les doses d'oxygène absorbées ont été incomparablement plus faibles : 27^{cc} au lieu de 179^{cc}, avec la terre de

Grenelle; $5^{cc},7$ au lieu de 64^{cc}, avec la terre de Montretout. Les actions chimiques de ces terres étaient donc bien moins intenses dans la seconde série : ce qui montre combien il est difficile de reproduire les mêmes résultats, quand il s'agit de phénomènes de cet ordre.

» Je reviens aux conditions de la fixation de l'azote.

» La constitution physique de la terre employée par M. Schlœsing n'y était pas favorable; loin de l'ameublir, comme j'en ai établi la nécessité, l'auteur prend soin au contraire « d'en faire par une pression modérée », exercée sur cette terre qui contenait une forte dose d'eau, « des fragments aussi gros que le permet le diamètre du col du ballon ».

» D'ailleurs, la dose d'eau contenue dans ces échantillons s'élevait de 13 à 26 centièmes (de la matière sèche). Compacité de la terre, excès d'eau, ces deux conditions, réalisées par M. Schlœsing, sont précisément celles où l'absorption de l'azote n'a pas lieu, d'après mes expériences antérieures.

» Ce n'est pas tout : il y a quelque chose de beaucoup plus grave. M. Schlœsing indique (p. 808 et 983) « une précaution qu'il est, dit-il, indispensable de prendre », lorsque l'on extrait les gaz du ballon rempli de terre en y faisant le vide au début de l'expérience. « C'est de chauffer légè-
» rement et à plusieurs reprises la paroi du ballon opposée au col, afin de
» déterminer dans toute la masse de terre un courant de vapeur d'eau,
» qui entraîne les derniers restes de gaz ». La température de ce chauffage est inconnue; mais elle a dû être suffisante pour faire pénétrer la chaleur jusqu'au centre d'une masse de deux kilogrammes, peu conductrice, discontinue, formée de gros fragments agglomérés, d'où l'on se proposait d'expulser les gaz par la vapeur d'eau. Un semblable chauffage, si modéré qu'il soit, constitue un procédé éminemment propre à paralyser l'action des microbes fixateurs d'azote : je l'ai démontré directement, par des expériences précises que je vais rappeler. Par exemple, dans un échantillon qui renfermait au début $0^{gr},159$ d'azote par kilogramme, et qui a été chauffé vers 40° à 45°, j'en ai trouvé à la fin $0^{gr},157$. Dans une argile qui en renfermait $0^{gr},037$, traitée de même, on en a retrouvé $0^{gr},036$, etc. « La
» fixation de l'azote, ajoutais-je, n'a pas eu lieu dans ces circonstances : soit
» qu'une température de 45° fasse périr les microbes qui la déterminent;
» soit que l'eau de la terre, prenant une tension de vapeur considérable et
» manifestée par son transport et sa condensation aux parois des vases,
» exerce une influence nuisible. »

» Or, c'est là précisément ce que M. Schlœsing a réalisé.

» En supposant même que la terre employée par lui eût été choisie parmi celles qui ont la propriété de fixer l'azote, et que son procédé de mesure eût le degré de précision nécessaire pour constater le phénomène, ce que je ne pense pas; on voit que ses expériences ont réalisé un grand nombre des conditions démontrées nuisibles à cette fixation, telles que la compacité de la terre, la présence d'un excès d'eau, enfin le chauffage de la terre, avec production d'un courant de vapeur d'eau dans la masse. Chacune de ces circonstances, prise isolément, aurait suffi pour arrêter le phénomène : probablement en détruisant la vitalité des microbes fixateurs d'azote. Si l'existence de ceux-ci ne repose que sur des inductions, les conditions que je viens de rappeler sont plus certaines : car je ne parle pas *a priori*, mais d'après les expériences précises que j'ai présentées à l'Académie, avant qu'aucune discussion fût engagée. C'est en en tenant compte, et non en prenant une terre au hasard et en la traitant à la façon d'un simple composé chimique, que l'on réussira à obtenir les résultats observés, qu'ils soient ou non attribuables à la vie des micro-organismes. »

PHYSIQUE. — *Nouveau thermomètre à gaz;* par M. L. Cailletet.

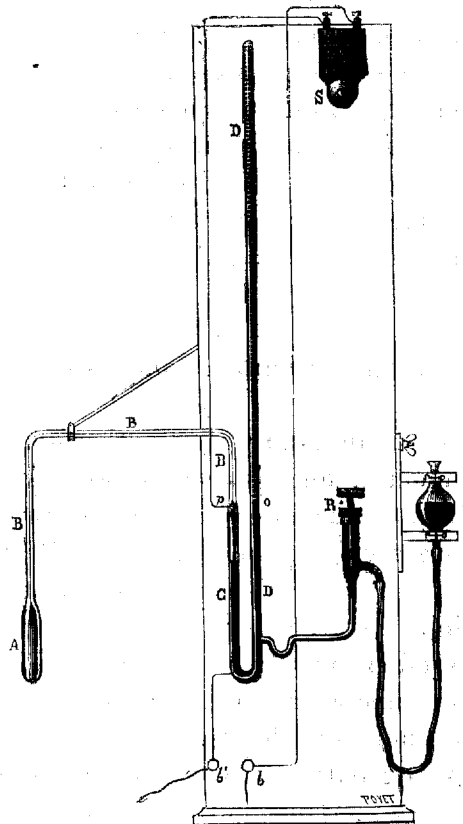
« La mesure des températures au moyen du thermomètre à gaz nécessite des manipulations longues et des calculs dans lesquels entre la mesure de la pression atmosphérique prise au commencement et à la fin de l'expérience. Plusieurs savants, et en particulier M. Berthelot (¹) puis M. Crafts (²), ont apporté d'ingénieuses modifications au thermomètre à gaz, dans le but d'en simplifier l'emploi.

» D'après la définition même de la température, adoptée depuis Regnault, dans le cas d'une masse gazeuse qu'on observe à volume constant, la détermination de la température se déduit de la variation de la pression. Dans ce cas, une température donnée correspondrait toujours à une même colonne manométrique de mercure, mise en relation avec le gaz contenu dans le thermomètre, à la condition que la pression atmosphérique ne changeât pas. Dans le but d'éviter les corrections que nécessiterait la variation de la pression atmosphérique, il suffit de faire le vide au-dessus de la colonne de mercure que renferme le tube manométrique.

(¹) *Annales de Chimie et de Physique*, 4ᵉ série, t. XIII, p. 144.
(²) *Ibid.*, 5ᵉ série, t. XXIV, p. 409.

» C'est cette disposition que j'ai adoptée pour la construction du thermomètre à gaz que j'ai l'honneur de faire connaître à l'Académie. L'appareil est à volume constant, il est destiné à mesurer de très basses températures; c'est pour cette raison que je me sers d'hydrogène comme corps dilatable.

» Un réservoir en verre de 25^{cc}, A, terminé par des calottes sphériques, est réuni par un tube capillaire BBB à un tube de plus grand diamètre C. C'est cette partie de l'appareil qui contient l'hydrogène. Le tube manomé-



trique DD qui fait corps avec l'appareil est relié par un tube de caoutchouc à une ampoule également en verre G, mobile dans une rainure verticale.

» Lorsqu'on veut faire une observation, le réservoir A étant placé dans le milieu dont on doit mesurer la température, on fait mouvoir l'ampoule G de façon à amener le niveau du mercure en contact avec un fil de platine (p) qui pénètre par soudure dans le tube C et se trouve sur la

même ligne horizontale que le zéro de la graduation du tube manométrique. Au moment où le mercure touche la pointe du fil de platine, un courant électrique amené aux bornes b, b' est fermé et la sonnerie S se fait entendre ([1]); on abaisse alors le robinet à vis R qui arrête l'arrivée du mercure et immobilise la colonne manométrique, dont on note la hauteur.

» On a construit d'avance une Table en calculant à quelle hauteur doit s'élever la colonne manométrique pour une température donnée de la masse gazeuse; on a constaté du reste la parfaite concordance qui existe entre les indications du thermomètre à hydrogène et celles d'un thermomètre étalon à mercure, dans les limites comprises entre $+50°$ et $-30°$.

» Dans l'appareil construit avec grand soin par M. Alvergniat, le tube C qui contient le fil de platine p est de même diamètre que le tube manométrique, afin d'éviter les erreurs dues à la capillarité; de plus, la pointe du fil de platine est placée très près du tube capillaire BBB, dans le but de réduire l'espace nuisible qui renferme de l'hydrogène, dont la température varie suivant une loi inconnue, depuis le réservoir jusqu'au fil de platine, mais le volume du tube capillaire et de l'espace nuisible n'est que le 0,006 du volume du réservoir; en admettant que la totalité de cet espace nuisible reste à la température ordinaire sur toute la longueur du tube, l'erreur commise serait très faible et n'atteindrait pas, pour une différence de 200°, 0,3 de degré, soit $\frac{1}{600}$ de la température à mesurer.

» On a supposé que la température de la colonne manométrique était sensiblement à $+15°$; dans le cas où elle varierait, il suffirait d'apporter une légère correction, facile à calculer, aux nombres inscrits dans la Table.

» Cet appareil, qui m'a servi depuis longtemps déjà et, en particulier, dans des recherches faites avec M. Bouty sur la mesure des résistances électriques à basses températures, possède une assez grande sensibilité, puisqu'il donne des différences de hauteur de $2^{mm},36$ pour 1° de température; il dispense en outre l'observateur de tout calcul et de toute manipulation. »

M. **Émile Blanchard** fait hommage à l'Académie d'un Volume qu'il vient de publier, sous le titre : « La vie des êtres animés ».

([1]) Le mercure ne peut être altéré par l'étincelle de rupture du courant, puisqu'elle se produit au sein de l'hydrogène.

RAPPORTS.

ASTRONOMIE. — *Rapport sur les Communications de M.* Delauney.

(Commissaires : MM. Daubrée, Tisserand, Faye rapporteur.)

« L'auteur a réuni en un Volume, en grande partie manuscrit, les Communications qu'il a adressées à l'Académie pendant son séjour en Cochinchine. Il y traite des sujets les plus variés, et ses calculs représentent un effort considérable. En voici l'énumération :

» Loi des distances des planètes au Soleil;

» Loi des distances des satellites à leurs planètes respectives;

» Loi des distances de certains groupes d'étoiles à l'astre central de leurs systèmes;

» Distance des bolides au Soleil : leur action sur les taches du Soleil, sur les éruptions de nos volcans, sur les phénomènes météorologiques de notre atmosphère et sur le magnétisme terrestre, résulte principalement de leur passage dans la nébuleuse solaire, représentée par la lumière zodiacale;

» Formation des systèmes d'étoiles et, en particulier, du système de Sirius dont le Soleil ferait partie, ainsi que Procyon, α du Centaure, Véga, Arcturus, etc. Sirius, avec son cortège d'étoiles, serait, à son tour, un satellite de l'étoile η du Navire. La Voie lactée elle-même circulerait autour d'un astre obscur gigantesque, dont la place serait peut-être indiquée par un des espaces noirs qu'on voit dans la Voie lactée.

» Revenant au système solaire, l'auteur montre comment il a dû se former aux dépens de la nébuleuse de Sirius, de même que nos planètes se sont complétées par leurs passages successifs dans la nébuleuse du Soleil.

» Au fond, ces spéculations, d'une hardiesse singulière, paraissent être basées sur les trois lois de distances que l'auteur formule ainsi :

» 1° Les distances des planètes au Soleil seraient représentées par une exponentielle de la forme

$$A^{a^n},$$

A et a étant des constantes à déterminer empiriquement et n le rang de la planète à partir du Soleil, avec facilité d'intercaler des planètes hypothétiques;

» 2° Les distances des satellites auraient pour expression

$$A^n;$$

» 3° Et celles des étoiles à leur astre central, brillant ou obscur, seraient

$$An.$$

» Nous avons remarqué que la première formule, numériquement évaluée par l'auteur et mise sous la forme

$$86^{1,0669^n},$$

représente la distance de Neptune bien mieux que la loi de Bode, la seule loi empirique dont disposaient MM. Adams et Le Verrier à l'époque de la recherche de cette planète. Ces deux illustres astronomes avaient absolument besoin d'avoir une valeur approchée de cette distance avant de pouvoir commencer leurs calculs. Ils la tirèrent de la loi de Bode qui leur donna le nombre grossièrement erroné 39, au lieu de 30. Cette erreur vicia leurs calculs en ce sens que, tout en assignant à très peu près la direction de la planète troublante pour l'époque de leur travail, ils furent conduits à des éléments entièrement faux pour l'orbite de la planète inconnue. Il en aurait été autrement s'ils avaient pu tirer cette distance de la loi de M. Delauney qui donne 29, valeur bien voisine de la véritable. Mais il faut ajouter que M. Delauney a calculé les constantes de sa formule postérieurement à la découverte de la véritable distance de cette planète et que, pour représenter assez correctement Neptune, il a été obligé de sacrifier un peu la planète Uranus. Voici, en effet, la comparaison des nombres de Bode et des siens avec les distances réelles [1] :

	Bode.	Delauney.	Distances réelles.
Mercure	0,55	0,38	0,39
Vénus	0,70	0,73	0,72
La Terre	1,00	1,05	1,00
Mars	1,60	1,55	1,52
Jupiter	5,20	5,79	5,20
Saturne	10,00	9,55	9,54
Uranus	19,60	16,30	19,18
Neptune	38,80	28,82	30,06

[1] Nous avons divisé les nombres de M. Delauney par 306 pour avoir les distances exprimées en rayons de l'orbite terrestre.

» Bode ou Titius intercalaient une planète entre Mars et Jupiter; M. Delauney en met deux, plus une troisième entre Mercure et Vénus.

» Disons cependant que, cette loi ayant le mérite de donner d'assez près la distance de Neptune, elle pourra peut-être servir à donner quelque idée de la distance de la planète transneptunienne dont plusieurs astronomes commencent à se préoccuper.

» Quant à la loi des distances des satellites à leur planète, il est assez remarquable que, dans le système solaire, ces distances soient assez bien représentées par des puissances entières de la fraction $\sqrt{\frac{3}{2}}$.

» Quant au reste des travaux de M. Delauney, nous ne pouvons qu'engager l'auteur à se fier moins aux déductions qu'il tire avec tant de hardiesse de lois purement empiriques. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. L. **Leblanc** adresse une Note relative à la destruction du Phylloxera, au moyen d'un insecticide qu'il ne fait pas connaître.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, un nouveau fascicule du « Cours de Physique, par M. *J. Violle;* tome II, 1re Partie, Acoustique ».

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Sawerthal* (*a* 1888), *faites à l'Observatoire de Paris* (*équatorial de la tour de l'Ouest*); par M. G. **Bigourdan**, communiquées par M. Mouchez.

Dates. 1888.	Étoiles de comparaison.	Grandeurs.	✶ — ✶. Æ.	Déclinaison.	Nombre de comp.
			m s	′ ″	
Mars 25........	*a* 5536 BD — 4°	9,6	+0.21,57	−1. 8,7	4.4
Avril 3........	*b* 157 Weisse$_1$	9	−0.27,34	−4.39,8	21.18
6........	*c* 43672 Lalande	7,5	+0.57,41	+6.20,8	12.12

Positions des étoiles de comparaison.

Dates. 1888.	Étoiles.	Ascension droite moy. 1888,0.	Réduction au jour.	Déclinaison moy. 1888,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
Mars 25.....	*a*	21.41.13,7	−1,11	−4.17.59	−7,0	B. D.
Avril 3.....	*b*	22. 9.58,26	−0,99	+6. 5.15,3	−7,5	Weisse₁
6.....	*c*	22.17.32,58	−0,93	+8.53.37,0	−8,1	Obs. mérid. Paris 1879

Positions apparentes de la comète.

Dates. 1888.	Temps moyen de Paris.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Déclinaison apparente.	Log. fact. parallaxe.
	h m s	h m s		° ′ ″	
Mars 25.....	16.40.30	21.41.34,2	$\bar{1},567_n$	−4.19.15	0,829
Avril 3.....	16.39.50	22. 9.29,93	$\bar{1},564_n$	+6. 0.28,0	0,805
6.....	16.28. 5	22.18.29,06	$\bar{1},573_n$	+8.59.49,7	0,797

» *Remarque.* — 1886 avril 6, à $16^h 59^m 40^s$, temps moyen de Paris, la direction de la queue par rapport au noyau est par 260°,3 d'angle de position.

» L'étoile 43672 Lal. paraît avoir un mouvement propre annuel de $+ 0^s,02$ en ascension droite. »

ASTRONOMIE. — *Observations de la nouvelle planète Palisa (découverte le 3 avril 1888), faites à l'observatoire d'Alger au télescope de* $0^m,50$, par MM. **Trépied** et **Sy**. Communiquées par M. Mouchez.

Date. 1888.	Étoile de comparaison.	Planète — Étoile. Asc. droite.	Déclinaison.	Nombre de comp.	Observateurs.
Avril 4....	$W_1 12^h$ n° 776	$+2^m 30^s,07$	−7′52″,8	10 : 10	T.
»	»	$+2^m 28^s,82$	−7′47″,0	10 : 12	S.

Position de l'étoile de comparaison.

Grandeur.	Ascension droite moy. 1888,0.	Réduction au jour.	Déclinaison moy. 1888,0.	Réduction au jour.	Autorité.
8.9....	$12^h 47^m 22^s,16$	$+1^s,16$	+1°3′10″,4	−6″,2	$W_1 12^h$ n° 776

Positions apparentes de la planète.

Date. 1888.	Temps moyen d'Alger.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parall.	Déclinaison apparente.	Log. fact. parall.
Avril 4....	$9^h34^m45^s$	$12^h49^m53^s,39$	$\bar{1},436_n$	$+0°55'11'',4$	0,715
»	$10^h16^m15^s$	$12^h49^m52^s,14$	$\bar{1},297_n$	$+0°55'17'',2$	0,714

Grandeur estimée de la planète, 12,5.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Sawerthal, faites à l'équatorial de* $0^m,38$ *de l'observatoire de Bordeaux;* par MM. **G. Rayet** et **Courty.**

Dates. 1888.	Temps moyen de Bordeaux.	Ascension droite apparente.	Log. facteur parallaxe.	Distance polaire apparente.	Log. fact. parall.	Étoile de comp.	Observat.
	h m s	h m s		° ′ ″			
Avril 4....	16.21.23,3	22.12.30,80	$-\bar{1},611$	82.57.56,2	−0,777	*a*	G. Rayet.
5....	16. 1.18,0	22.15.27,71	$-\bar{1},611$	81.59.30,1	−0,780	*b*	G. Rayet.
6....	16.16. 0,7	22.18.28,01	$-\bar{1},615$	81. 0. 4,8	−0,773	*c*	Courty.

Position moyenne des étoiles de comparaison pour 1888,0.

Étoiles de comparaison.	Ascension droite.	Réduction au jour.	Distance polaire.	Réduction au jour.
	h m s	s	° ′ ″	″
a. Argelander + 6°, n° 4984..	22. 7. 4,24	− 0,94	83.8.30,1	+ 7,56
b. Cat. de Glasgow n° 5759...	22.10.24,18	− 0,93	82.0.26,1	+ 7,81
c. { Lalande 43671-72, Pégase, Armagh. 2, n° 3008.... }	22.17.31,94	− 0,94	81.6.21,2	+ 8,03

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la formule de Fourier et ses analogues.* Note de M. **A. Pellet**, présentée par M. Hermite.

« Soient $f(z)$ une fonction holomorphe en tous les points situés dans le contour fermé ACDBEFA et AB un arc de cercle compris entièrement dans ce contour et joignant deux de ses points, arc que nous supposerons avoir pour centre l'origine. L'intégrale $\int \frac{f(z)\,dz}{z-x}$ prise le long du contour est nulle si x correspond à un point situé à l'extérieur du contour et égale

à $2\pi i f(x)$ si x correspond à un point pris dans son intérieur. Supposons que x corresponde à un point de la circonférence à laquelle appartient l'arc AB autre que A ou B. La portion ACDB du contour étant située à l'extérieur de ce cercle, on a

$$\int_{\text{ACDB}} \frac{f(z)\,dz}{z-x} = \int_{\text{AB}} \frac{f(z)\,dz}{z} + x\int_{\text{AB}} \frac{f(z)\,dz}{z^2} + \cdots + x^n \int_{\text{AB}} \frac{f(z)\,dz}{z^{n+1}} + r_n,$$

où $r_n = \int_{\text{ACDB}} \frac{x^{n+1} f(z)\,dz}{z^{n+1}(z-x)}$ tend vers zéro lorsque n tend vers l'infini. De même,

$$\int_{\text{BEFA}} \frac{f(z)\,dz}{z-x} = \frac{1}{x}\int_{\text{AB}} f(z)\,dz + \frac{1}{x^2}\int_{\text{AB}} z f(z)\,dz + \ldots$$
$$+ \frac{1}{x^n}\int_{\text{AB}} z^{n-1} f(z)\,dz + r'_n,$$

où $r'_n = \int_{\text{BEFA}} \frac{z^n f(z)\,dz}{x^n(z-x)}$ tend aussi vers zéro lorsque n tend vers l'infini. Ajoutant membre à membre, il vient

$$(1)\quad \int_{\text{ACDEFA}} \frac{f(z)dz}{z-x} = \frac{1}{2\pi}\int_{\varphi_0}^{\varphi_1} f(\mathrm{R}e^{\varphi i})\,d\varphi + \frac{1}{\pi}\int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \sum_1^n f(\mathrm{R}e^{\varphi i}) \cos m(\varphi-\omega)\,d\varphi + \mathrm{R}_n,$$

en posant $x = \mathrm{R}e^{\omega i}$, $z = \mathrm{R}e^{\varphi i}$, $\mathrm{R}_n = r_n + r'_n$ et φ_0, φ_1 correspondant aux points A, B. Si, pour $\omega = \varphi_0$, $f(z_0) = 0$, l'intégrale du premier membre est égale à 0, R_n tend encore vers 0 et l'égalité subsiste. Si $f(z_0)$ est différent de 0, en appliquant la formule à $f(z) - f(z_0)$, on trouve que le second membre de la formule (1) se réduit à $\frac{1}{2} f(\mathrm{R}e^{\varphi_0 i})$ pour $\omega = \varphi_0$; quant au premier membre, il n'a aucun sens. De même, pour $\omega = \varphi_1$, il se réduit à $\frac{1}{2} f(\mathrm{R}e^{\varphi_1 i})$. Si la fonction offre un point critique T sur l'arc AB, en remplaçant la portion CD du contour par la courbe C*pqrs*D décrivant un cercle infiniment petit autour de T, on voit que la formule subsiste pourvu que l'intégrale $\int f(z)\,dz$ prise le long de ce petit cercle tende vers 0 avec son rayon. De ce qui précède, on déduit facilement la formule de Fourier sous sa forme ordinaire.

» La méthode s'applique au développement des fonctions suivant les polynômes X_n de Legendre ou, plus généralement, des polynômes prove-

nant du développement en fraction continue de l'intégrale

$$\int_0^1 \frac{z^{\alpha-1}(1-z)^{\beta-1}}{z-x}\,dz$$

ordonnée suivant les puissances décroissantes de x. Soit X_n le dénominateur de degré n de la réduite de rang n, où nous supposerons le coefficient de la plus haute puissance de x égal à 1.

» On a

$$\int_0^1 X_n X_{n'} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}\,dx = 0$$

si $n \gtrless n'$. Posons

$$\int_0^1 X_n^2 x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}\,dx = J_n.$$

» La fonction $\frac{1}{z-x}$ est égale à la limite de la série

$$\frac{X_0 Q_0}{J_0} + \frac{X_1 Q_1}{J_1} + \cdots + \frac{X_n Q_n}{J_n} + \cdots, \qquad \text{où} \qquad Q_n = \int_0^1 \frac{X_n x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{z-x}\,dx,$$

si x est à l'intérieur de l'ellipse ayant pour foyers les points 0 et 1, et passant par le point z (Darboux, *Mémoire sur l'approximation des fonctions de grands nombres*). Q_n est définie pour tous les points du plan, à l'exception du segment 01 qui est une ligne de coupure, en donnant à ce mot le sens de M. Hermite (*Mémoire sur quelques points de la théorie des fonctions*). On a

$$\lim[Q_n(z+\zeta_i) - Q_n(z-\zeta_i)] = 2\pi i X_n(z) z^{\alpha-1}(1-z)^{\beta-1},$$

z étant compris entre 0 et 1 et ζ un infiniment petit positif. Soit $f(x)$ une fonction holomorphe en tous les points situés dans le contour fermé ACDBEFA coupant le segment 01 aux points A et B. On a

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\text{ACDEFA}} \frac{f(z)}{z-x}\,dz = \sum_{n=0}^{n=\infty} X_n(x) \int_{\text{AB}} \frac{f(z) X_n(z) z^{\alpha-1}(1-z)^{\beta-1}}{J_n}\,dz$$

pour toutes les valeurs de x comprises entre 0 et 1, autres que A et B.

» La méthode s'applique encore au développement d'une fonction de deux angles suivant les fonctions Y_n de Laplace. »

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les courbes de M.* Bertrand, *considérées comme lignes géodésiques de surfaces cerclées.* Note de M. G. DEMARTRES, présentée par M. Darboux.

« Si, de chaque point d'une courbe à torsion constante $\frac{1}{a}$, on décrit, dans son plan osculateur, un cercle de rayon a, les trajectoires orthogonales de ce cercle ont une torsion constante et égale à $\frac{1}{a}$.

» Ce théorème, dû à M. Lie, conduit, comme l'a montré M. Darboux, à des conséquences importantes dans la théorie des surfaces applicables sur la sphère. J'ai fait voir, d'autre part [1], que la surface cerclée ainsi engendrée est, en dehors des surfaces de révolution, la seule qui admette comme lignes géodésiques les trajectoires orthogonales de ces génératrices. Or, si l'on cherche à généraliser cette dernière propriété, on obtient une extension remarquable du théorème de M. Lie. Proposons-nous le problème suivant :

» *Trouver les surfaces dont chaque génératrice circulaire est inclinée d'un même angle i sur une même famille de lignes géodésiques, cet angle pouvant d'ailleurs varier d'une génératrice à la suivante.*

» Les équations qui déterminent les lignes géodésiques sont (*loc. cit.*, p. 127)

$$\left(\mathrm{MN} - \mathrm{H}\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \varphi}\right) dl + \mathrm{RM}\, d\varphi - \mathrm{RH}\, di = 0,$$
$$(\mathrm{N}\, dl + \mathrm{R}\, d\varphi)\sin i + \mathrm{H}\, dl \cos i = 0.$$

» Si l'on suppose que i soit une fonction de l et qu'on élimine $\frac{d\varphi}{dl}$, on obtient l'identité

$$\mathrm{HM}\cos i - \mathrm{H}\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \varphi}\sin i - \mathrm{RH}i'\sin i = 0,$$

qui doit avoir lieu pour toutes les valeurs de φ. On voit d'abord que H doit être une fonction linéaire de $\sin\varphi$, $\cos\varphi$. La surface est donc, ou une enveloppe de sphères, auquel cas elle se réduit à une surface canal, ou

[1] *Sur les surfaces à génératrice circulaire* (*Annales de l'École Normale supérieure*, p. 152; 1885).

une de celles que j'ai nommées à *focale isotrope*. En appliquant à ce dernier cas la méthode particulière donnée à la page 159 du Mémoire cité plus haut, on est conduit, après la suppression du facteur H, à une identité du premier degré en $\sin\varphi$, $\cos\varphi$. On arrive, en définitive, aux équations de condition suivantes, qui caractérisent les surfaces cherchées :

$$i'=0, \qquad R'=0, \qquad pR=1, \qquad u=\sin i, \qquad v=0, \qquad w=\cos i.$$

» L'interprétation est immédiate : d'abord i et R sont constants ; en outre, si l'on calcule la courbure $\frac{1}{\rho}$ et la torsion $\frac{1}{T}$ de la ligne des centres, on a

$$\frac{1}{\rho}=r\sin i-\frac{1}{R}\cos i, \qquad \frac{1}{T}=-r\cos i-\frac{1}{R}\sin i;$$

d'où l'on déduit immédiatement, en éliminant r, que la ligne des centres est une courbe de M. Bertrand. En résumé, on est conduit à la solution suivante :

» *On prend une ligne dont les deux courbures soient liées par la relation*

$$\frac{\cos i}{\rho}+\frac{\sin i}{T}+\frac{1}{a}=0;$$

de chaque point de cette courbe, comme centre, on décrit un cercle de rayon a, le plan de ce cercle passant par la normale principale et faisant un angle $\frac{\pi}{2}-i$ *avec le plan osculateur. Le cercle ainsi défini engendre la surface cherchée. Les trajectoires, sous l'angle i des génératrices circulaires, sont des lignes géodésiques.*

» J'arrive à la propriété annoncée. Les formules (11), (12), (13), (14) du Mémoire cité (p. 129) permettent de calculer les variations des cosinus des angles que fait l'axe du cercle avec la tangente, la binormale et la normale principale de l'une quelconque des lignes $i=$ const.

» Le calcul conduit sans difficulté aux deux équations suivantes, où ρ_1, T_1 sont les rayons de courbure et de torsion :

$$-\frac{1}{\rho_1}=\frac{\sin^2 i}{1+\cos i\sin\varphi}\frac{d\varphi}{ds}+\frac{\sin\varphi+\cos i}{\sin i}\frac{dl}{ds}, \qquad \frac{1}{T_1}=\frac{\sin i\cos i}{1+\cos i\sin\varphi}\frac{d\varphi}{ds}-\frac{1}{a}\frac{dl}{ds}.$$

» D'autre part, on a

$$\frac{dl}{ds}=\frac{\sin i}{1+\cos i\sin\varphi};$$

On en déduit, par l'élimination de $\frac{d\varphi}{ds}$, $\frac{dl}{ds}$,

$$\frac{\cos i}{\rho_1} + \frac{\sin i}{T_1} + \frac{1}{R} = 0;$$

donc :

» *Toutes les trajectoires considérées sont des courbes de M. Bertrand et, par suite, d'une pareille courbe on peut, par les trajectoires d'un cercle de rayon constant, en déduire une infinité d'autres, aux mêmes paramètres que la première.* »

» *Remarques.* — 1° Les lignes géodésiques trouvées divisent homographiquement les génératrices circulaires.

» 2° En faisant $i = \frac{\pi}{2}$, on retrouve le théorème de M. Lie. L'hypothèse $i = 0$ donne les surfaces canaux dont l'axe a un rayon de courbure constamment égal au rayon de la caractéristique. Ces surfaces ne donnent ici rien d'intéressant; mais, à un autre point de vue, elles conduisent au théorème suivant, que je ne démontrerai pas, parce qu'il se rapporte à une autre partie de mes recherches.

» THÉORÈME. — *Lorsqu'une surface canal, de rayon a, admet pour axe une ligne dont la courbure est constamment égale à $\frac{1}{a}$, les génératrices circulaires sont divisées homographiquement par les* deux *séries de lignes asymptotiques.* »

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les fonctions discontinues logarithmiques.* Note de M. **Bougaïef**, présentée par M. Darboux.

« Parmi les fonctions discontinues, sont dignes d'attention celles qui dépendent de la représentation naturelle des nombres entiers sous la forme des produits des nombres premiers. On peut les appeler les fonctions discontinues *naturelles*. Pour un nombre entier $n = a^\alpha b^\beta c^\gamma$, où a, b, c sont les nombres premiers, la fonction discontinue naturelle $\psi(n)$ prend ordinairement la forme

$$(1) \qquad \psi(n) = \psi(a^\alpha b^\beta c^\gamma) = F(a, b, c, \alpha, \beta, \gamma).$$

Les propriétés des fonctions naturelles dépendent de la forme de la fonction F.

» Parmi les fonctions naturelles, sont remarquables les fonctions discontinues *logarithmiques*.

» Les fonctions logarithmiques $L(n)$ satisfont aux deux conditions logarithmiques suivantes :

$$(2) \qquad L(1) = 0, \qquad L(n'n'') = L(n') + L(n'').$$

Ces fonctions sont les fonctions linéaires des exposants α, β, γ.

» Pour un nombre entier $n = a^\alpha b^\beta c^\gamma$, elles ont la forme générale

$$(3) \qquad L(n) = L(a^\alpha b^\beta c^\gamma) = \varphi(a).\alpha + \varphi(b).\beta + \varphi(c)\gamma,$$

où $\varphi(n)$ est une fonction arbitraire analytique ou numérique.

» Le logarithme ordinaire est un cas particulier des fonctions discontinues logarithmiques; car, pour la fonction logarithmique ordinaire $l(n)$, la fonction arbitraire $\varphi(n)$ est égale dans l'expression (3) à $l(n)$.

» Les fonctions logarithmiques discontinues donnent un moyen puissant pour trouver une quantité infinie de nouvelles lois numériques. Chaque fois qu'on a une identité numérique présentée sous la forme de deux produits de différents nombres entiers, en prenant le logarithme discontinu de deux produits, on obtient immédiatement une nouvelle loi numérique avec une fonction arbitraire $\varphi(n)$. En donnant à cette fonction les différentes formes, on obtient les lois numériques particulières.

» Pour donner un exemple de cette transformation, nous prenons une identité suivante :

$$(4) \qquad 2^{2E\left(\frac{n}{2}\right)}.3^{2E\left(\frac{n}{3}\right)}.4^{2E\left(\frac{n}{4}\right)}.5^{2E\left(\frac{n}{5}\right)}\ldots = 2^{\rho(2)}.3^{\rho(3)}.4^{\rho(4)}.5^{\rho(5)}\ldots n^{\rho(n)},$$

où la fonction numérique $\rho(n)$ représente le nombre des diviseurs de l'entier n et la fonction $E(x)$ représente le plus grand nombre entier non supérieur à x.

» En prenant le logarithme discontinu de l'égalité (4), on a l'identité

$$2E\left(\frac{n}{2}\right)L(2) + 2E\left(\frac{n}{3}\right)L(3) + 2E\left(\frac{n}{4}\right)L(4) + \ldots$$
$$= \rho(2)L(2) + \rho(3)L(3) + \ldots + \rho(n)L(n).$$

» En remplaçant les quantités $L(2)$, $L(3)$, $L(4)$, ..., suivant la for-

mule (3), on a une loi numérique générale

$$(5)\quad \left\{\begin{aligned} &2\Big\{\varphi(2)\mathrm{E}\left(\frac{n}{2}\right)+\varphi(3)\mathrm{E}\left(\frac{n}{3}\right)+2\varphi(2)\mathrm{E}\left(\frac{n}{4}\right)\\ &\quad+\varphi(5)\mathrm{E}\left(\frac{n}{5}\right)+[\varphi(2)+\varphi(3)]\mathrm{E}\left(\frac{n}{6}\right)+\ldots\Big\}\\ &\qquad=\varphi(2)\rho(2)+\varphi(3)\rho(3)+2\varphi(2)\rho(4)\\ &\qquad\quad+\varphi(5)\rho(5)+[\varphi(2)+\varphi(3)]\rho(6)+\ldots.\end{aligned}\right.$$

» En appliquant les propriétés des fonctions logarithmiques discontinues à une identité, nous avons obtenu la loi suivante :

$$(6)\quad \left\{\begin{aligned} &\mathrm{S}_\psi[n]+\mathrm{S}_\psi[\sqrt{n}]+\mathrm{S}_\psi[\sqrt[3]{n}]+\mathrm{S}_\psi[\sqrt[4]{n}]+\ldots\\ &\quad=\mathrm{S}\psi(a)\mathrm{E}\left(\frac{n}{a}\right)-\mathrm{S}[\psi(a)+\varphi(b)]\mathrm{E}\left(\frac{n}{ab}\right)\\ &\qquad+\mathrm{S}[\psi(a)+\psi(b)+\psi(c)]\mathrm{E}\left(\frac{n}{abc}\right)-\ldots\\ &\quad=\mathrm{S}\psi(a)\mathrm{E}\frac{\mathrm{L}(n)}{\mathrm{L}(a)}=\psi(2)\mathrm{E}\frac{\mathrm{L}(n)}{\mathrm{L}(2)}+\psi(3)\mathrm{E}\frac{\mathrm{L}(n)}{\mathrm{L}(3)}\\ &\qquad\qquad+\psi(5)\mathrm{E}\frac{\mathrm{L}(n)}{\mathrm{L}(5)}+\psi(7)\mathrm{E}\frac{\mathrm{L}(n)}{\mathrm{L}(7)}+\ldots.\end{aligned}\right.$$

» Dans la formule (6), la fonction $\mathrm{S}_\psi[n]$ représente la somme des fonctions $\psi(x)$, prise pour tous les nombres premiers qui ne surpassent pas le nombre entier n, c'est-à-dire

$$\mathrm{S}_\psi[n]=\Sigma_\psi(a)=\psi(2)+\psi(3)+\psi(5)+\psi(7)+\ldots.$$

La somme $\mathrm{S}[\psi(a)+\psi(b)+\psi(c)]\mathrm{E}\left(\frac{n}{abc}\right)$ s'étend à tous les nombres premiers.

» Dans le cas où $\psi(x)=1$, la formule (6) prend la forme de la formule (4) ([1]) de ma précédente Note.

» Pour $\psi(n)=\theta[n]$, $\theta[n]$ étant la fonction qui représente combien il y a de nombres premiers qui ne surpassent pas n, la formule (6) donne la loi

$$(7)\quad \left\{\begin{aligned} &\tfrac{1}{2}\theta[n](1+\theta[n])+\tfrac{1}{2}\theta[\sqrt{n}](1+\theta[\sqrt{n}])+\tfrac{1}{2}\theta[\sqrt[3]{n}](1+\theta[\sqrt[3]{n}])+\ldots\\ &\quad=\mathrm{E}\frac{\mathrm{L}(n)}{\mathrm{L}(2)}+2\mathrm{E}\frac{\mathrm{L}(n)}{\mathrm{L}(3)}+3\mathrm{E}\frac{\mathrm{L}(n)}{\mathrm{L}(5)}+4\mathrm{E}\frac{\mathrm{L}(n)}{\mathrm{L}(7)}+\ldots\\ &\quad=\mathrm{S}u\mathrm{E}\frac{n}{\theta_u}-\mathrm{S}(u+v)\mathrm{E}\left(\frac{n}{\theta_u\theta_v}\right)+\mathrm{S}(u+v+t)\mathrm{E}\left(\frac{n}{\theta_u\theta_v\theta_t}\right)+\ldots.\end{aligned}\right.$$

([1]) *Comptes rendus*, t. CVI, n° 10, p. 653; 1888.

» Dans cette formule, θ_u représente le nombre premier qui occupe la place u dans les Tables des nombres premiers.

» L'introduction des fonctions discontinues logarithmiques est très utile pour la théorie des nombres. »

THÉORIE DES NOMBRES. — *Caractère de la divisibilité d'un nombre par un nombre premier quelconque* (7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ...). Note de M. **Loir**.

« Soit N le nombre donné, dont a est le chiffre des unités, P le nombre premier.

» *Règle.* — Du nombre $\frac{N-a}{10}$, formé des dizaines du nombre N, on retranche le produit du nombre a par le nombre formé des dizaines d'un des multiples du nombre premier, multiple ayant le chiffre de ses unités égal à 1. Soit $a\frac{mP-1}{10}$.

» On aura donc, pour l'expression de cette différence, $\frac{N-a}{10} - a\frac{mP-1}{10}$.

» On appliquera ces mêmes opérations aux différences successives que l'on obtiendra, jusqu'à ce que l'on ait épuisé le nombre donné N. Si la dernière différence à laquelle on arrivera est égale au nombre premier considéré, ou bien à zéro, le nombre donné N sera divisible par le nombre premier P.

» Pour que les opérations soient plus simples, on choisira le plus petit des multiples du nombre premier, ayant l'unité pour chiffre de ses unités.

» 1° Si le nombre premier est terminé par 1, (11, 31, 41, ...), ce plus petit multiple sera ce nombre lui-même ; alors l'expression de la différence indiquée ci-dessus deviendra, pour le nombre 11, $\left(\frac{N-a}{10} - a\right)$; pour le nombre 31, $\left(\frac{N-a}{10} - 3a\right)$, ... ;

» 2° Si le nombre premier est terminé par un 3, (13, 23, 43, ...), ce plus petit multiple sera son produit par 7, (91, 161, ...) ; alors l'expression de la différence indiquée deviendra, pour le nombre 13, $\left(\frac{N-a}{10} - 9a\right)$, pour 23, $\left(\frac{N-a}{10} - 16a\right)$, ... ;

» 3° Si le nombre premier est terminé par 7, (7, 17, 37, ...), ce plus

petit multiple sera son produit par 3, (21, 51, 111, ...); l'expression de la différence indiquée ci-dessus deviendra, pour le nombre 7, $\left(\frac{N-a}{10}-2a\right)$; pour 17, $\left(\frac{N-a}{10}-5a\right)$, ...;

» 4° Si le nombre premier est terminé par 9, (19, 29, ...), ce plus petit multiple sera son produit par 9, (171, 261, ...) : l'expression de la différence indiquée ci-dessus, deviendra, pour 19, $\left(\frac{N-a}{10}-17a\right)$, pour 29, $\left(\frac{N-a}{10}-26a\right)$, ...;

» On trouve ainsi, par exemple, que le nombre 230 529 299 est divisible par 7, par 11, 13, 17 et 31.

» *Démonstration.* — Si le nombre N est divisible par le nombre premier P, soit $N = Pd$, je dis que la différence $\frac{N-a}{10} - a\frac{mP-1}{10}$, obtenue comme nous l'avons indiqué ci-dessus, sera aussi divisible par P.

» Représentons cette différence par D, on aura $\frac{N-a}{10} - a\frac{mP-1}{10} = D$, d'où l'on tire $N - am = 10D$. Substituons à N la valeur Pd, on aura $P(d-am) = 10D$. Le produit 10D est divisible par P; or, comme le facteur 10 est premier avec P, il faut que D soit divisible par P.

» Réciproquement, si la différence $\frac{N-a}{10} - a\frac{mP-1}{10}$, obtenue comme nous l'avons indiqué ci-dessus, est divisible par le nombre premier P, je dis que le nombre N sera aussi divisible par P.

» En effet, posons

$$\frac{N-a}{10} - a\frac{mP-1}{10} = Pq,$$

on en tirera

$$N - a - amP + a = 10Pq,$$

d'où

$$N = P(10q + am):$$

le nombre N est donc divisible par P.

» Par conséquent, si l'on reconnaît qu'une des différences obtenues, dans la série d'opérations successives que nous avons indiquées, est divisible par le nombre premier P, il en résulte que la différence antérieure sera aussi divisible par P, et ainsi de suite : on arrivera au nombre N, qui sera divisible par P. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Résolution des équations par l'électricité.* Note de M. **Félix Lucas.**

« Considérons une équation algébrique du degré p,

$$(1) \qquad F(z) = A_0 z^p + A_1 z^{p-1} + \ldots + A_p = 0,$$

à coefficients réels donnés numériquement.

» Pour la résoudre, en recourant à l'emploi de l'électricité, on peut prendre arbitrairement, sur l'axe des x, $p+1$ points L, dont les abscisses λ permettront de former le polynôme

$$(2) \qquad f(z) = \Pi(z - \lambda),$$

ainsi que la fraction rationnelle décomposable en fractions simples

$$(3) \qquad \frac{F(z)}{f(z)} = \Sigma \frac{\mu}{z - \lambda}.$$

J'ai démontré précédemment [1] qu'en prenant pour plan de la figure une plaque conductrice et faisant arriver aux points L des extrémités d'électrodes déversant des quantités d'électricité (positives ou négatives) proportionnelles aux μ correspondants, on obtiendra un régime électrique dont les lignes équipotentielles auront pour *points nodaux* les *points racines* de l'équation proposée (1).

» Le polynôme $f(z)$ étant supposé du degré $(p+1)$, la formule (3) donne

$$(4) \qquad F(z) = z^p \Sigma \mu + \ldots;$$

on a, par conséquent,

$$(5) \qquad \Sigma \mu = A_0;$$

la somme des μ positifs diffère donc nécessairement de celle des μ négatifs. De là l'obligation de compenser cette différence par une électrode périphérique, correspondant à la circonférence de grand rayon qui limitera la plaque conductrice.

---

[1] *Résolution immédiate des équations au moyen de l'électricité* (*Comptes rendus*, séance du 5 mars 1888).

» Pour s'affranchir de cette sujétion, il suffit de donner une unité de plus au degré du polynôme auxiliaire $f(z)$; en d'autres termes, il suffit de prendre, sur l'axe des x, $p+2$ au lieu de $p+1$ points L. La théorie exposée dans ma Communication du 5 mars dernier subsiste, en effet, quel que soit le degré de $f(z)$, pourvu que ce degré soit supérieur à p. Si l'on prend ce degré égal à $p+2$, la formule (3) donne

(6) $$F(z) = z^{p+1}\Sigma\mu + \ldots;$$

par conséquent, puisque $F(z)$ n'est que du degré p, on a

(7) $$\Sigma\mu = 0.$$

» La compensation existe donc entre les quantités d'électricité positive et celles d'électricité négative que les électrodes à pointe doivent déverser sur les points L.

» Soit, par exemple, l'équation du quatrième degré

(8) $$F(z) = z^4 + 2z^3 + 2z^2 + 10z + 25 = 0.$$

Prenons, sur l'axe des x, de gauche à droite, les six points

A, B, C, D, E, F,

qui ont respectivement pour abscisses

$$-3,\quad -2,\quad -1,\quad +1,\quad +2,\quad +3.$$

Nous aurons

(9) $$f(z) = z^6 - 14z^4 + 49z^2 - 36$$

et

(10) $$240\frac{F(z)}{f(z)} = -\frac{40}{z+3} + \frac{52}{z+2} - \frac{80}{z+1} + \frac{200}{z-1} - \frac{340}{z-2} + \frac{208}{z-3},$$

en sorte que les quantités d'électricité à déverser sur les points

A, B, C, D, E, F

seront proportionnelles aux nombres

$$-40,\quad +52,\quad -80,\quad +200,\quad -340,\quad +208.$$

La somme des électricités positives et celle des électricités négatives ont la même valeur absolue 460.

» Les points nodaux des lignes équipotentielles du régime électrique ainsi obtenu auront pour coordonnées affixes respectives

$$-2+\sqrt{-1},\quad -2-\sqrt{-1},\quad 1+2\sqrt{-1},\quad 1-2\sqrt{-1}$$

et seront les quatre points-racines de l'équation (8).

» Il est à remarquer que les points nodaux des lignes équipotentielles correspondent, d'une part, aux minimum ou aux maximum du potentiel électrique et, d'autre part, aux zéros du flux électrique sur la plaque conductrice. C'est en rendant *tangible* l'état électrique de cette plaque que l'on peut obtenir les points-racines de l'équation proposée. Les explorations galvanométriques et les actions électrochimiques sont deux moyens déjà connus; mais ces deux moyens ne sont certainement pas les seuls possibles. »

CHIMIE. — *Action du tétrachlorure de carbone sur les composés oxygénés minéraux exempts d'hydrogène.* Note de M. **H. Quantin**, présentée par M. Debray.

« Geuther a annoncé autrefois que la potasse et la baryte chauffées au rouge dans la vapeur du tétrachlorure de carbone se transforment en chlorures et en carbonates; plus récemment, les expériences de M. Demarçay et les nôtres [1], confirmées par un travail postérieur publié par M. Lothar Meyer [2], ont établi que les oxydes inattaquables par le chlore seul sont dans les mêmes circonstances transformés en chlorures. Nous nous proposons, dans cette Note, de préciser et de généraliser les résultats déjà obtenus :

» 1° *Action de* C^2Cl^4 *sur les carbonates indécomposables.* — Les carbonates de soude et de baryte, chauffés au rouge sombre dans la vapeur du tétrachlorure de carbone, passent à l'état de chlorures; il se dégage de l'acide carbonique et de l'oxychlorure de carbone. Si donc Geuther a obtenu des carbonates dans ses expériences sur les oxydes, c'est que la fusion des chlorures simultanément engendrés préservait les carbonates de l'action du tétrachlorure de carbone. En revanche, l'acide carbonique libre présente, vis-à-vis de ce réducteur, une résistance comparable à celle des anhydrides borique et silicique : il était donc intéressant de voir si les borates et les silicates se comporteraient comme les carbonates.

(1) *Comptes rendus*, 10 et 17 janvier 1887.
(2) *Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft*, 28 mars 1887.

» 2° *Action de* C^2Cl^4 *sur les borates et les silicates.* — Nous avons opéré de préférence sur des borates et des silicates infusibles dans les conditions de nos expériences.

» Au rouge, les borates de fer et d'alumine sont totalement volatilisés par le tétrachlorure de carbone, une partie de l'acide borique passe à l'état de chlorure de bore, l'autre disparaît par entraînement.

» Les kaolins sont nettement attaqués dans les mêmes conditions : ceux qui sont très riches en silice ne donnent que des traces de chlorure de silicium; la fraction de la silice, qui est transformée en chlorure de silicium, est d'autant plus importante que le kaolin renferme plus d'alumine, comme si la transformation de cette base entraînait celle de la silice qui lui est combinée; quoi qu'il en soit, la transformation est très nette, même avec les feldspaths grossièrement pulvérisés, vers la température de décomposition totale du tétrachlorure de carbone. Au rouge sombre le tétrachlorure de carbone enlève au kaolin un peu d'alumine, et la totalité des oxydes métalliques proprement dits qu'ils peuvent renfermer.

» Les acides borique et silicique combinés ne résistent donc pas aussi bien que lorsqu'ils sont isolés : il en est vraisemblablement de même pour l'acide carbonique des carbonates qui dans l'expérience précitée passerait à l'état d'oxychlorure de carbone, mais d'une manière transitoire, puisque cet oxychlorure lui-même possède également un pouvoir réducteur et chlorurant considérable.

» 3° *Action de* C^2Cl^4 *sur les sulfates de potasse et de baryte.* — Les sulfates chauffés au rouge dans la vapeur du tétrachlorure de carbone se transforment partiellement en chlorure; il se dégage de l'acide carbonique chloroxycarbonique et monochlorosulfurique S^2O^5Cl.

» 4° *Action de* C^2Cl^4 *sur le phosphate tricalcique.* — Nous avons établi antérieurement [1] que les phosphates de sesquioxyde se volatilisent complètement au rouge dans la vapeur du tétrachlorure de carbone; dans les mêmes conditions le phosphate tricalcique fournit du perchlorure de phosphore, la formation de chlorure de calcium empêche la transformation d'être complète : M. Riban, en faisant agir le chlore, l'oxyde de carbone et le charbon sur le phosphate tricalcique, avait obtenu de l'oxychlorure de phosphore à basse température; si nous avons obtenu du perchlorure dans notre expérience, c'est que l'oxychlorure chauffé au rouge avec le tétrachlorure de carbone se transforme en perchlorure, comme il arrive pour l'oxychlorure de chrome [2].

» 5° *Action de* C^2Cl^4 *sur les acides tungstique et molybdique.* — L'acide tungstique, chauffé au rouge sombre dans la vapeur de tétrachlorure de carbone, se volatilise très rapidement et donne dans ces conditions deux oxychlorures, l'un $TuCl^2O$, l'autre $TuClO^2$; l'acide molybdique donne de même de l'oxychlorure de molybdène, mais, de plus, du chlorure de molybdène soluble dans le tétrachlorure et le sulfure de carbone. Cette solution, d'un rouge sang très foncé, bleuit instantanément à l'air humide; l'acide d'uranium donne pareillement un mélange d'oxychlorure et de chlorure d'uranium.

---

(1) *Comptes rendus*, 17 janvier 1887.

(2) *Ibid.*

» Comme on le voit, on ne saurait résumer, comme on l'a fait jusqu'ici, l'action qu'exerce le tétrachlorure de carbone sur les oxydes en disant qu'il les transforme en chlorures et carbonates; de plus, son action s'étend à tous les corps oxygénés; elle peut être formulée ainsi :

» Tous les corps oxygénés qui ne renferment pas d'hydrogène sont attaqués, à des températures variables, par le tétrachlorure de carbone; le métalloïde et le métal qu'ils renferment passent à l'état d'oxychlorures toutes les fois que ces composés peuvent subsister, dans les conditions de l'expérience, en présence d'un excès de tétrachlorure de carbone: celui-ci passe lui-même à l'état d'oxychlorure et d'acide carbonique; si les conditions de température sont telles que les oxychlorures engendrés puissent être réduits, on obtient des chlorures.

» Les mêmes résultats peuvent être obtenus en faisant agir un mélange de chlore et d'oxyde de carbone à la place du tétrachlorure. Ces expériences montrent donc une fois de plus que le carbone engagé dans des combinaisons gazeuses conserve le pouvoir réducteur qui le caractérise à l'état solide [1]. »

CHIMIE. — *Sur le sesquichlorure de rhodium* [2]. Note de M. E. **Leidié**, présentée par M. Debray.

I. — Examen des procédés de préparation du sesquichlorure anhydre antérieurement employés.

« *a. Action du chlore sur le rhodium chauffé.* — Lorsque Claus reprit le travail de Berzélius sur le sesquichlorure de rhodium, il remarqua qu'il était impossible de faire absorber au métal plus de 99,67 pour 100 de son poids de chlore, au lieu de 102,41, chiffre exigé par la théorie; il attribuait cette différence à l'incertitude qui régnait alors sur la valeur exacte de l'équivalent du rhodium. J'ai répété les expériences de Claus en observant toutes les précautions qu'il indique. En opérant au rouge naissant, qui est la plus basse température à laquelle le rhodium soit attaqué par le chlore d'une façon complète, je n'ai jamais pu atteindre un chiffre même aussi voisin que le sien du chiffre théorique. En faisant varier les condi-

(1) Dans aucune de ces expériences la température n'a été portée jusqu'à la destruction totale du tétrachlorure avec mise en liberté de carbone.

(2) Ce travail a été fait dans le laboratoire de recherches de l'École Normale.

tions de température, on observe que la teneur en chlore du chlorure obtenu est d'autant moindre que la température est plus élevée. En opérant au rouge vif, dans un courant rapide de chlore, et en refroidissant autant que possible les parties de l'appareil voisines de la nacelle qui renferme le métal, on obtient dans la portion refroidie du tube un corps couleur fleur de pêcher, d'apparence cristalline, qui a été décrit comme le chlorure sublimé; ce corps n'a pas de composition constante, c'est un produit de dissociation. On n'obtient même pas le sesquichlorure en soumettant le rhodium, si divisé qu'il soit, à l'action prolongée du chlore, aux températures relativement basses de 440° ou de 350°, l'action du chlore est extrêmement faible et limitée; une grande partie du métal échappe à la chloruration.

» *b. Action du chlore sur le sulfure de rhodium.* — Fellemberg prétend avoir obtenu un chlorure de rhodium en chauffant le sulfure de rhodium au rouge dans un courant de chlore. Le sulfure sur lequel il opérait n'offre pas, ainsi que je le démontrerai plus tard, de composition constante et les résultats fournis par ce procédé ne sont pas comparables entre eux.

» J'ai employé alors le sesquisulfure Rh^2S^3. Or, à 440°, il est impossible de chasser tout le soufre par l'action du chlore; il faut opérer au rouge pour déplacer totalement ce corps. Mais alors, à mesure que la teneur en soufre diminue, la teneur en chlore n'augmente pas proportionnellement, puisqu'à cette température le chlorure se décompose, et finalement, quand tout le soufre a été chassé, on n'a qu'un chlorure partiellement dissocié.

» *c. Action de l'acide sulfurique sur les chlorures doubles.* — D'après Claus, en mélangeant un des chlorures doubles formés par le chlorure de rhodium et les chlorures alcalins avec un excès d'acide sulfurique, chauffant le mélange et traitant ensuite par l'eau pour enlever le sulfate alcalin formé, on obtient un sesquichlorure insoluble ayant les propriétés du chlorure anhydre. En répétant cette expérience, on observe qu'il se dégage, même à froid, de l'acide chlorhydrique; si l'on évapore le mélange à 440°, on chasse la totalité de l'eau, de l'acide chlorhydrique et de l'acide sulfurique en excès, et le résidu est constitué par du sulfate de rhodium $Rh^2O^3, 3SO^3$ peu soluble, mélangé de sulfate alcalin qu'il est très difficile de lui enlever par des lavages à l'eau; si l'on chauffe au-dessus de 440°, on obtient les produits de décomposition du sulfate.

» *d. Calcination au rouge du chlorure hydraté.* — En chauffant seulement à 440° et dans l'azote parfaitement sec et exempt d'air soit le sesquichlorure hydraté, soit le chlorure double $Rh^2Cl^3, 3AzH^4Cl, 3HO$, il se dégage de l'acide chlorhydrique dans le premier cas, de l'acide chlorhy-

drique et du chlorhydrate d'ammoniaque dans le second; quant au résidu, il ne renferme que du sesquioxyde de rhodium. On obtient, cependant, du sesquichlorure anhydre en chauffant à 440° dans un courant d'azote bien desséché le chlororhodate d'ammoniaque déshydraté $Rh^2Cl^3, 3AzH^4Cl$.

II. — Préparation du sesquichlorure de rhodium anhydre.

» Le meilleur procédé consiste à faire agir le chlore sur l'alliage de rhodium et d'étain $RhSn^3$ décrit par M. Debray [1]; cette méthode permet d'obtenir le sesquichlorure à 440°, température à laquelle il est parfaitement stable. L'alliage est disposé de façon à être chauffé dans une étuve à vapeur de soufre. On commence par chasser à la température ordinaire, au moyen d'un courant de gaz inerte, azote ou acide carbonique, parfaitement desséché, l'air et l'humidité que renferme l'appareil, puis on remplit celui-ci de chlore bien sec et bien exempt d'air et l'on chauffe progressivement la matière à 440° en maintenant un courant rapide de chlore. Lorsque tout le bichlorure d'étain est chassé, on laisse refroidir dans le chlore, puis on remplit de nouveau l'appareil d'acide carbonique sec avant de retirer la nacelle.

» Le corps ainsi obtenu est une poudre rouge-brique, conservant l'aspect cristallin de l'alliage qui a servi à le préparer : c'est le véritable sesquichlorure de rhodium Rh^2Cl^3. Pour l'analyser, on le réduit dans l'hydrogène au rouge sombre, ce qui donne le métal; on recueille l'acide chlorhydrique dégagé, que l'on dose à l'état de chlorure d'argent.

		Trouvé.				Calculé.
Rh^2........	104,000	49,31	49,51	49,47	49,27	49,406
Cl^3.........	106,500	50,39	50,31	50,07	50,11	50,594
Rh^2Cl^3.....	210,500					100,000

III. — Chlorures doubles formés par le sesquichlorure hydraté.

» *a. Chlorure de rhodium et d'ammoniaque*, $Rh^2Cl^3, 3AzH^4Cl, 3HO$. — J'ai reproduit ce sel et vérifié sa composition : mes analyses concordent avec celles de Claus; leur forme cristallographique est celle décrite par Keferstein. On a prétendu que ce sel se dédoublait à 100° en donnant naissance à un autre chlorure $Rh^2Cl^3, 2AzH^4Cl, 2HO$. Je n'ai jamais pu reproduire ce sel, qui a d'ailleurs été décrit par Vauquelin et

[1] *Comptes rendus*, t. CIV, p. 1470.

par Claus avec des caractères tellement différents, qu'il y avait lieu de croire *a priori* non seulement qu'ils n'avaient pas eu entre les mains le même corps, mais aussi que chacun de ces corps n'était qu'un mélange.

» *b. Chlorure de rhodium et de sodium :* Rh^2Cl^3, $3NaCl$, $18HO$. — C'est le mieux connu des chlorures doubles. Le seul doute qui ait été élevé sur sa composition est relatif à l'eau de cristallisation. Claus lui donnait $24HO$ et Berzélius $18HO$. C'est ce dernier chiffre que j'ai obtenu dans mes expériences.

» *c. Chlorure de rhodium et de potassium :* Rh^2Cl^3, $2KCl$. — Ce composé, préparé suivant le procédé indiqué par Berzélius, cristallise en prismes orthorhombiques ([1]), mais, contrairement à son assertion, il ne renferme pas d'eau de cristallisation.

» Claus prétend avoir obtenu, en mélangeant les dissolutions des deux chlorures pris en proportions convenables, un autre chlorure double Rh^2Cl^3, $3KCl$, $6HO$ qui perdrait $3HO$ à la température ordinaire et les $3HO$ restants à 100°. En opérant comme lui, je n'ai jamais pu reproduire que le corps Rh^2Cl^3, $2KCl$. »

CHIMIE. — *Sur la passivité du fer et du nickel.* Note de M. **Ernest Saint-Edme.** (Extrait.)

« En 1861 ([2]), je présentais à l'Académie une Note sur la passivité de l'acier, faisant suite à mes recherches sur la passivité du fer. Je désire lui communiquer aujourd'hui quelques résultats sur la passivité du nickel.

» Le nickel du commerce, que l'on obtient en lames, est immédiatement passif dans l'acide azotique ordinaire (on savait seulement qu'il devient passif, comme le fer, dans l'acide fumant).

([1]) Je dois la description cristallographique de ce sel à l'obligeance de M. Dufet, maître de conférences à l'École Normale supérieure.

Cristaux orthorhombiques aplatis suivant (p).

mm......... 105°, 30′

e^1e^1 sur (p).. 110°, 4′

d'où

$$a : b : c :: 0,7604 : 1 : 0,6993.$$

([2]) *Comptes rendus*, 13 mai 1861.

» Le fer, en pleine attaque dans l'acide azotique ordinaire, devient passif au contact du nickel.

» L'acier, en entrant dans l'acide azotique, présente une *effluve* due à une attaque d'une durée infiniment petite; la passivité est instantanée pour le nickel. Si l'on introduit ensemble l'acier et le nickel dans l'acide, le premier métal ne présente plus d'effluve : le nickel commande la passivité de l'acier.

» J'ai préparé du nickel en traitant par voie électrochimique le sulfate de nickel et le chlorure rendus alcalins par l'ammoniaque. Ce nickel est rigoureusement passif.

» Le *fer azoté* est passif, comme toutes les variétés de fers carburés. On peut penser dès lors que le nickel, ainsi que le fer, doivent à l'azote le caractère de passivité. J'ai essayé de faire perdre son azote au nickel ainsi obtenu. Ce métal a été soumis pendant sept à huit heures, au rouge vif, à un courant d'hydrogène chimiquement pur. On a constaté la production d'ammoniaque; le métal a pris une belle teinte d'argent; il est resté passif. Le fer azoté réduit n'est plus passif.

» Le nickel retient donc énergiquement une proportion d'azote en combinaison; elle a pour effet de lui imprimer le caractère passif.

» Je me propose de poursuivre ces recherches sur le nickel, et de les étendre au cobalt qui semble devoir présenter des caractères analogues [1]. »

CHIMIE. — *Action du cyanure de zinc sur quelques chlorures.* Note de M. RAOUL VARET, présentée par M. Berthelot.

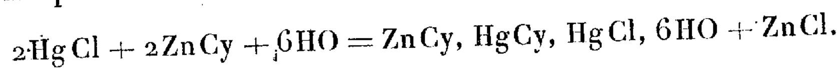
« I. *Chlorure de mercure et cyanure de zinc.* — A une solution concentrée de bichlorure de mercure maintenue à une température de 50° à 60°, on ajoute du cyanure de zinc pur bien exempt d'oxyde (6^{gr} de ZnCy pour 14^{gr} de HgCl). Dans la liqueur ainsi obtenue, on dissout une nouvelle quantité de chlorure mercurique, on agite avec un excès de cyanure de zinc, et le liquide filtré est abandonné sur l'acide sulfurique. Au bout de quelques jours, il se dépose de gros cristaux transparents prismatiques, répondant à la formule $ZnC^2Az, HgC^2Az, HgCl + 6HO$.

(1) Je dois remercier M. Goursat, mon collègue à l'école Lavoisier, pour sa part de collaboration à l'effet d'obtenir le nickel pur.

» L'analyse a donné :

		Théorie.
Hg	52,95	53,19
Zn	8,67	8,64
Cl	9,38	9,44
C	6,19	6,41
Az	»	7,48
HO	»	14,84
		100,00

» L'équation de la réaction est



$$2HgCl + 2ZnCy + 6HO = ZnCy, HgCy, HgCl, 6HO + ZnCl.$$

» C'est un corps efflorescent, très soluble dans l'eau; chauffé à 100°, il perd son eau.

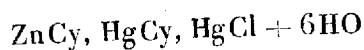
» Traité par le gaz ammoniac, il se déshydrate et fixe $1^{éq},5$ de AzH^3. Quand on le traite par l'ammoniaque aqueuse, il blanchit, échange son eau contre de l'ammoniaque et se dissout; on facilite la dissolution en chauffant légèrement. Par refroidissement, il se dépose des petits mamelons cristallins répondant à la formule $(ZnC^2Az, HgC^2Az, HgCl)^2, 3AzH^3$.

» L'analyse a donné :

		Théorie.
Hg	57,22	57,88
Zn	9,08	9,40
AzH^3	7,13	7,38

» C'est un corps décomposable par l'eau; exposé à l'air, il perd de l'ammoniaque. A froid, il est peu soluble dans l'ammoniaque aqueuse ou alcoolique; il est très soluble à chaud.

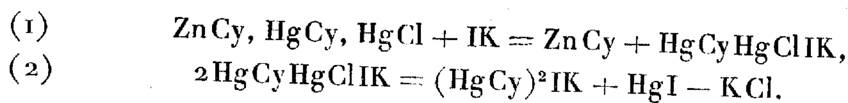
» Il semble qu'il soit plus simple de considérer le composé



$$ZnCy, HgCy, HgCl + 6HO$$

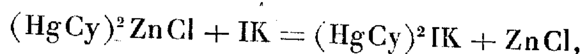
comme une combinaison de cyanure de mercure avec le chlorure de zinc : on aurait alors $(HgCy)^2, ZnCl + 6HO$. Cette formule doit être rejetée, et ce corps est bien (comme nous l'avons indiqué) une combinaison de cyanure double de mercure et de zinc avec le bichlorure de mercure. En effet, si, à sa solution aqueuse, on ajoute de l'iodure de potassium, il se fait d'abord un précipité de cyanure de zinc, puis il y a précipitation d'iodure mercurique. En opérant rapidement, on peut séparer le cyanure de zinc avant que l'iodure se soit formé.

» La réaction suivante a lieu



$$(1)\qquad ZnCy, HgCy, HgCl + IK = ZnCy + HgCyHgClIK,$$
$$(2)\qquad 2HgCyHgClIK = (HgCy)^2IK + HgI - KCl.$$

» Si la seconde hypothèse était exacte, on aurait



$$(HgCy)^2ZnCl + IK = (HgCy)^2IK + ZnCl,$$

ce qui n'est pas vérifié par l'expérience. On ne peut admettre que, sous l'influence de IK, il se soit produit une réaction inverse de celle qui a donné naissance au corps HgCy, ZnCy, HgCl + 6HO; car, comme l'a montré M. Berthelot, l'iodure de potassium se combine au cyanure de mercure en dégageant $5^{Cal},3$, tandis qu'il ne se combine pas avec le cyanure de zinc.

» Le fait suivant confirme aussi notre hypothèse. Quand on dissout le corps ZnC^2Az, HgC^2Az, $HgCl + 6HO$ dans l'ammoniaque, il se transforme, comme nous l'avons indiqué, en



$$(ZnCy, HgCy, HgCl)^2 + 3AzH^3;$$

si, dans la solution ammoniacale de ce composé, on plonge une lame de cuivre, elle se recouvre immédiatement de mercure, la liqueur bleuit et au bout de quelques jours il se dépose des aiguilles bleues, transparentes, prismatiques. Ces aiguilles contiennent trois métaux : Zn, Cu, Hg (j'ai obtenu trop peu de produit pour en faire l'analyse quantitative). Le cuivre, plongé dans une solution ammoniacale de cyanure de mercure, ne déplace pas le mercure; avec le corps HgCyHgCl il n'y a déplacement que de la moitié de Hg.

» Ces expériences montrent donc bien que, dans les combinaisons que nous venons d'étudier, le mercure se trouve d'une part à l'état de cyanure non déplaçable par le cuivre, d'autre part à l'état de chlorure remplaçable par ce métal.

» II. *Chlorure cuivrique et cyanure de zinc. Préparation du cyanogène.* — Quand, sur du cyanure de zinc, on verse une solution concentrée de chlorure de cuivre CuCl, il se fait du cyanure cuivrique brun, la masse s'échauffe; il y a dégagement de cyanogène par suite de la transformation du cyanure cuivrique CuCy en cyanure cuivreux Cu^2Cy. Cette réaction est intéressante, car elle fournit un moyen commode de préparer le cyano-

gène pur par voie humide. Le cyanure de zinc a l'avantage, sur le cyanure de potassium dont on a proposé l'emploi, d'être toujours exempt de carbonate de zinc.

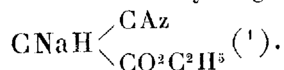
» Quand on chauffe au bain d'huile un mélange à équivalents égaux de cyanure de zinc sec et de chlorure cuivrique sec, il y a dégagement de cyanogène; la réaction commence vers 150°, elle est régulière entre 160° et 170°. Le cyanure de zinc, chauffé seul dans les mêmes conditions, ne se décompose que vers 300°.

» III. *Chlorures alcalins, alcalino-terreux*, etc. — Les chlorures des métaux alcalins et alcalino-terreux, ainsi que les chlorures des autres métaux (Ni, Mn, Co, Fe, Au, Pt, etc.), ne forment pas de combinaisons avec le cyanure de zinc. Ils donnent, au contraire, toute une série de sels doubles avec le cyanure de zinc ammoniacal.

» En résumé, le cyanure de zinc ne forme pas de combinaisons moléculaires avec les chlorures. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèses au moyen de l'éther cyanacétique.* — II. *Homologues supérieurs de l'éther acétylcyanacétique*. Note de M. **Alb. Haller**, présentée par M. Berthelot.

« Dans une Communication antérieure, il a été démontré que l'éther cyanacétique, traité par l'alcoolate de sodium, est susceptible d'échanger un atome d'hydrogène contre le métal alcalin pour fournir le composé



$CNaH\langle^{CAz}_{CO^2C^2H^5}$ (1).

» Nous avons également fait voir que ce dérivé sodé, mis en présence d'une solution éthérée de chlorure d'acétyle, fournit de l'éther acétylcyanacétique (2) identique avec celui que nous avions préparé, M. Held et moi, en traitant l'éther acétylacétique sodé par du chlorure de cyanogène.

» Cette réaction de l'éther cyanacétique sodé a pu être généralisée et nous a permis de préparer les dérivés cyanés d'autres éthers β-acétoniques, inconnus jusqu'à ce jour, et qui constituent les homologues supérieurs de

(1) *Bulletin de la Société chimique*, t. XLVIII, p. 27.

(2) *Comptes rendus*, t. CV, p. 115.

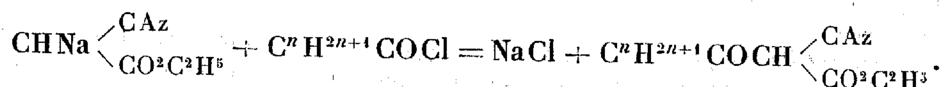
l'éther acétylcyanacétique. Nous avons en effet obtenu, par cette méthode, les corps suivants :

Éther propionylcyanacétique .... $CH^3.CH^2.CO.CH\langle{}^{CAz}_{CO^2C^2H^5}$

Éther butyryl (normal) cyanacétique .... $CH^3.CH^2.CH^2.CO.CH\langle{}^{CAz}_{CO^2C^2H^5}$

Éther isobutyrylcyanacétique .... $^{CH^3}_{CH^3}\rangle CH.CO.CH\langle{}^{CAz}_{CO^2C^2H^5}$

» Le mode opératoire employé consiste à ajouter, à un mélange de 22,6 (1 molécule) d'éther cyanacétique rectifié et de 30gr d'alcool absolu, une solution de 4,6 de sodium dans 100 parties d'alcool anhydre; à laisser refroidir, et, sans se préoccuper du précipité de $CHNa\langle{}^{CAz}_{CO^2C^2H^5}$ qui se forme, à ajouter à cette liqueur, peu à peu et en la maintenant froide, la quantité théorique de chlorure acide étendu de quatre à cinq fois son volume d'éther anhydre. La réaction peut se traduire par l'équation suivante :



$$CHNa\langle{}^{CAz}_{CO^2C^2H^5} + C^nH^{2n+1}COCl = NaCl + C^nH^{2n+1}COCH\langle{}^{CAz}_{CO^2C^2H^5}.$$

» Quand l'opération est terminée, on chasse l'éther et l'alcool par distillation; on reprend le résidu par une solution de carbonate de soude, et l'on agite le tout avec de l'éther, pour enlever les dernières portions d'éther cyanacétique non entré en réaction.

» Après avoir enlevé l'éther par décantation, on sursature avec de l'acide sulfurique étendu, et l'on épuise le liquide de nouveau avec de l'éther, jusqu'à ce qu'une portion de la solution aqueuse ne donne plus de coloration rouge avec les sels ferriques.

» Les liqueurs éthérées réunies sont mises en digestion avec du chlorure de calcium. Au bout de quarante-huit heures, on filtre et on élimine l'éther par distillation. Le résidu est généralement plus ou moins foncé; on le filtre de nouveau, et on le rectifie dans le vide.

» Les corps ainsi obtenus constituent des liquides incolores, à odeur rappelant à la fois celle des acides qui concourent à leur formation et celle de l'éther acétylcyanacétique.

» Ils possèdent une réaction fortement acide et se comportent vis-à-vis des bases et des carbonates comme leur homologue inférieur. Leurs sels

sont en général solubles dans l'alcool et se déposent souvent de leur solution, sous la forme d'un produit visqueux, difficile à cristalliser. Pour les obtenir cristallisés, il vaut mieux les dissoudre dans de l'eau légèrement alcoolisée et abandonner les liqueurs sous des cloches à dessiccation.

» Comme l'éther acétylcyanacétique, ils colorent les sels ferriques en rouge foncé.

» *Éther propionylcyanacétique* : $CH^3.CH^2.CO.CH\langle{}^{CAz}_{CO^2C^2H^5}$. — Liquide incolore, à odeur rappelant celle de l'éther acétylcyanacétique. Il distille à 155-165° sous une pression de 50^{mm}.

» *Sel de calcium* : $(C^8H^{10}AzO^3)^2Ca + 2H^2O$. — A été obtenu en dissolvant du carbonate de calcium dans de l'éther étendu d'alcool à 60°. — La solution, abandonnée sous une cloche à dessiccation, fournit le sel sous la forme de longues aiguilles, très solubles dans l'eau et dans l'alcool.

» *Éther butyryl (normal) cyanacétique* : $CH^3.CH^2.CH^2.CO.CH\langle{}^{CAz}_{CO^2C^2H^5}$. — Liquide incolore, distillant à 166°-178° sous une pression de 66^m.

» *Son sel de calcium*, $(C^9H^{12}AzO^3)^2 + 2H^2O$, a été préparé comme le sel ci-dessus. Il cristallise confusément, sous forme de croûtes solubles dans l'alcool, peu dans l'eau.

» *Son sel de baryum*, $(C^9H^{12}AzO^3)^2 + 3\frac{1}{2}H^2O$, a été obtenu en dissolvant du carbonate de baryum dans une solution alcoolique d'éther. Il se présente sous la forme de cristaux à éclat nacré, réunis en mamelon, solubles dans l'alcool et peu dans l'eau.

» Le sel ferrique, qu'on a également tenté de préparer, a une apparence visqueuse et ne semble pas pouvoir cristalliser. Il est rouge et soluble dans l'éther.

» *Éther isobutyrocyanacétique* : ${}^{CH^3}_{CH^3}\rangle CH.CO.CH\langle{}^{CAz}_{CO^2C^2H^5}$. — Cet éther est également incolore, possède une odeur rappelant celle de l'acide butyrique et de l'éther acétylcyanacétique. Il distille à 170°-177° sous une pression de 85^{mm}.

» *Sel de calcium* : $(C^9H^{12}AzO^3)^2Ca + 2H^2O$. — Cristallise très nettement, est soluble dans l'alcool et peu dans l'eau.

» Cette méthode de synthèse d'éthers β-acétoniques cyanés nous a permis de préparer encore d'autres corps de ce groupe et, en particulier, des homologues supérieurs de l'éther benzoylcyanacétique. Quand l'étude de ces nouveaux dérivés sera terminée, nous aurons l'honneur d'en présenter les résultats à l'Académie.

» Nous nous proposons ensuite d'étudier l'action de différents agents sur ces éthers : en particulier, celle de l'eau, de l'ammoniaque et des ammoniaques composées. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les hydrocarbures qui accompagnent le ditérébenthyle dans les huiles de résine.* Note de M. **Adolphe Renard**, présentée par M. Berthelot.

« Les huiles de résine, qui, à elles seules, forment la majeure partie des produits de la distillation de la colophane, ont un point d'ébullition compris entre 300° et 360° environ.

» Quand on les traite par l'acide sulfurique, le ditérébenthyle $C^{20}H^{30}$, dont j'ai indiqué précédemment les propriétés et qui en constitue la majeure partie, est transformé en acide ditérébenthyle-sulfonique, soluble dans l'eau, et en polymères qui restent en dissolution dans une portion de l'huile inattaquable par l'acide sulfurique. Celle-ci, soumise à la distillation, laisse comme résidu le ditérébenthyle polymérisé, sous forme d'une masse dure, cassante, brunâtre, semi-transparente, semblable à la colophane. Quant aux produits distillés, traités à nouveau par l'acide sulfurique, d'abord à froid, puis à la température de 50° à 60°, lavés à la soude et rectifiés sur du sodium, ils fournissent un mélange de deux hydrocarbures, bouillant de 330° à 350°, qu'on ne peut séparer par distillations fractionnées. Les portions les moins volatiles, distillant de 340° à 350°, renferment surtout du ditérébenthylène $C^{20}H^{28}$, identique à celui que donne la décomposition par la chaleur du bibromure de ditérébenthyle, et dont la présence peut facilement être constatée par sa transformation, au moyen de l'acide sulfurique fumant, en acide ditérébenthylène-sulfonique, ou en dérivé trinitré, au moyen de l'acide azotique fumant.

» Dans les portions distillant de 330° à 340°, se rencontre également du ditérébenthylène; mais la majeure partie est constituée par un nouvel hydrocarbure, qu'on peut isoler à l'état de pureté par un ou deux traitements à l'acide sulfurique fumant ou l'acide nitrique fumant. Le ditérébenthylène est transformé, soit en dérivé sulfonique soluble dans l'eau, soit en dérivé nitré qui reste dissous dans l'acide nitrique, et la portion inattaquable, lavée à la soude et rectifiée sur du sodium, fournit l'hydrocarbure pur.

» Il se présente sous forme d'une huile incolore, non fluorescente, bouillant à 330°-335°. Sa densité à + 12° est 0,9362. Son pouvoir rotatoire, pour une colonne de 10^{cm} et la lumière du sodium, est — 2°.

» Son analyse a donné les résultats suivants :

			Calculé pour $C^{20}H^{36}$.
C	87,0	86,9	86,96
H	13,1	13,1	13,04

» Il est inaltérable à l'air. Les acides sulfurique fumant, nitrique fumant, l'acide chlorhydrique, le brome à la température ordinaire, sont sans action sur lui.

» Cet hydrocarbure, par sa composition et ses propriétés, doit donc être considéré comme un polymère du décène $C^{10}H^{18}$ ou *didécène* $C^{20}H^{36}$, homologue supérieur des diheptène $C^{14}H^{24}$ et dioctène $C^{16}H^{28}$ obtenus par polymérisation, sous l'influence de l'acide sulfurique, de l'heptène $C^{7}H^{12}$ et de l'octène $C^{8}H^{14}$.

» En tenant compte de la polymérisation que subit une portion du térébenthyle sous l'influence de l'acide sulfurique, il résulte des faits précédents que les huiles de résine, qui représentent près des $\frac{9}{10}$ des produits de la distillation de la colophane, sont constituées par un mélange d'environ 80 pour 100 de ditérébenthyle, 10 pour 100 de ditérébenthylène et 10 pour 100 de didécène. »

THERMOCHIMIE. — *Chaleur de formation de l'aniline.* Note de M. **P. Petit**, présentée par M. Berthelot. (Extrait.)

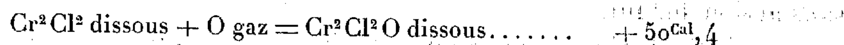
« J'ai mesuré la chaleur de formation de l'aniline par deux procédés distincts : l'un, par voie humide, au moyen de la nitrobenzine ; l'autre, par voie sèche, au moyen de sa combustion par l'oxygène comprimé, dans la bombe calorimétrique de M. Berthelot, sous la direction duquel le présent travail a été exécuté.

» I. La formation de l'aniline au moyen de la nitrobenzine ne peut être effectuée complètement à la température ordinaire, dans un espace de temps très court, par les réducteurs employés jusqu'à présent, tels que les sels de protoxyde de fer notamment. Mais le protochlorure de chrome, dont M. Recoura a étudié les propriétés, fixant l'oxygène avec un dégagement de chaleur très considérable, $+ 50^{Cal},4$ par équivalent, j'ai songé à utiliser cette propriété ; j'ai, en effet, constaté que le protochlorure de chrome dissous transforme intégralement la nitrobenzine en aniline, et cela à la température ordinaire ; la durée de la réaction ne dépasse pas dix mi-

nutes. Je me suis assuré, par des essais préliminaires, que l'aniline était le seul produit de la réaction et que la transformation était complète.

» Le procédé que j'ai utilisé au point de vue calorimétrique consiste à réduire un poids connu de nitrobenzine par une solution titrée de protochlorure de chrome.

» La chaleur dégagée par l'oxydation du chlorure a été déterminée : pour une concentration donnée ($2^{\text{éq}} = 10^{\text{lit}}$), M. Recoura a trouvé



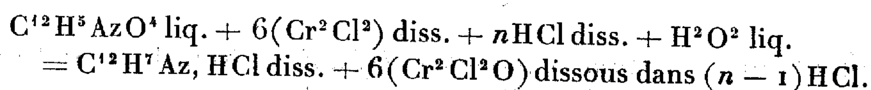
Cr^2Cl^2 dissous + O gaz = Cr^2Cl^2O dissous ...... $+50^{\text{Cal}},4$

Comme il est presque impossible de débarrasser absolument le protochlorure d'acide chlorhydrique, j'ai pris le parti d'opérer en présence de cet acide, ajouté en quantité suffisante pour transformer l'aniline en chlorhydrate ; d'ailleurs, le mélange d'une petite quantité de HCl avec une solution étendue de CrCl ne donne lieu à aucun phénomène thermique.

» La nécessité d'opérer toutes les manipulations à l'abri de l'air complique beaucoup les opérations, qui ont été effectuées, avec un soin scrupuleux, dans une atmosphère d'azote.

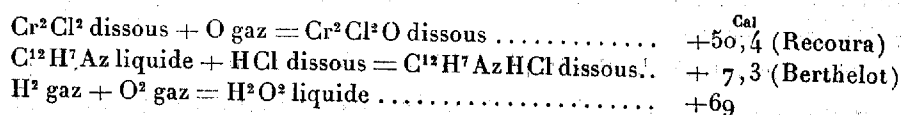
» On introduisait dans la fiole une ampoule scellée, remplie d'azote et contenant un poids connu de nitrobenzine.

» La réaction peut être représentée par l'équation suivante :



$$C^{12}H^5AzO^4 \text{ liq.} + 6(Cr^2Cl^2) \text{ diss.} + nHCl \text{ diss.} + H^2O^2 \text{ liq.}$$
$$= C^{12}H^7Az, HCl \text{ diss.} + 6(Cr^2Cl^2O) \text{ dissous dans } (n-1)HCl.$$

» Il est facile d'en tirer la chaleur de formation de l'aniline. Soit, en effet, A la chaleur de formation de l'aniline liquide à partir des éléments (carbone diamant). On sait, par les expériences de M. Berthelot, que la formation de la nitrobenzine par les éléments, dans les mêmes conditions, dégage $+4^{\text{Cal}},2$ et que



Cr^2Cl^2 dissous + O gaz = Cr^2Cl^2O dissous .... $+50^{\text{Cal}},4$ (Recoura)
$C^{12}H^7Az$ liquide + HCl dissous = $C^{12}H^7AzHCl$ dissous.. $+7,3$ (Berthelot)
H^2 gaz + O^2 gaz = H^2O^2 liquide .... $+69$

» Par suite

$$Q = +6 \times 50,4 + 7,3 + A - 4,2 - 69,$$
$$A = Q - 236,5.$$

» J'ai obtenu, comme moyenne de nombreuses déterminations concordantes : $A = -12^{\text{Cal}},4$, c'est-à-dire



C^{12} diamant + H^7 gaz + Az gaz = $C^{12}H^7Az$ liquide .... $-12^{\text{Cal}},4$

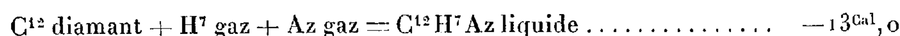
» II. *Chaleur de combustion de l'aniline, dans la bombe calorimetrique.* — Après avoir vérifié par l'analyse la pureté de l'aniline employée, j'ai opéré dans une capsule de platine, en employant comme amorce quelques fibres de coton-poudre. J'ai d'ailleurs tenu compte de ce coton, dont la chaleur de combustion est connue.

» L'acide azotique formé pendant la combustion a été titré après l'expérience; le poids obtenu est excessivement faible, à peine supérieur à celui qui se produit dans la combustion des corps non azotés.

» J'ai obtenu les nombres suivants :

Poids.	Chaleur de combustion de 1^{gr} d'aniline.
$0^{gr},648$	$+8^{Cal},805$
0,6157	+8,786
0,5696	+8,792
Moyenne	+8,794

Ce qui conduit à $+817^{Cal},8$ pour la chaleur de combustion de $1^{éq}$ à volume constant, et à $+818^{Cal},5$ pour la même quantité à pression constante. On en déduit que



C^{12} diamant $+ H^7$ gaz $+$ Az gaz $= C^{12}H^7$Az liquide .... $-13^{Cal},0$

» L'accord entre les deux nombres $-13,0$ et $-12,4$, obtenus par des méthodes aussi différentes, peut être regardé comme satisfaisant.

» Je poursuis ces expériences sur les dérivés azoïques de l'aniline, ainsi que sur les alcalis homologues et autres alcalis azotés de toute nature. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la volatilité dans les composés carbonés polyoxygénés.* Note de M. **Louis Henry**, présentée par M. Friedel.

« La substitution de l'oxygène à de l'hydrogène dans un hydrocarbure élève le point d'ébullition de celui-ci, quelle que soit d'ailleurs la position de l'oxygène par rapport au carbone. Cette diminution dans la volatilité est, dans une certaine mesure, proportionnelle à l'élévation dans le poids moléculaire de l'hydrocarbure, c'est-à-dire qu'elle est d'autant plus considérable que le poids moléculaire de celui-ci est plus faible.

» Il est intéressant de rechercher quelle est l'influence exercée sur la volatilité des molécules carbonées par la présence simultanée de plusieurs atomes d'oxygène fixés sur le carbone.

» Parmi les dérivés oxygénés, les plus simples sont les acétones qui renferment le chaînon intercalaire > CO. S'offrent par conséquent tout d'abord à l'examen les *acétones multiples*. Les composés suivants, que l'on trouve aux étages C^4, C^5 et C^6, fournissent des éléments suffisants pour résoudre la question posée plus haut :

Étage C^4.

	Ébullition.
Butane normal : $CH^3-CH^2-CH^2-CH^3$	+ 1°
Acétone méthyléthylique : $CH^3-CO-CH^2-CH^3$	78
Diacétyle : $CH^3-CO-CO-CH^3$	88

Étage C^5.

Pentane normal : $CH^3-CH^2-CH^2-CH^2-CH^3$	39
Acétone méthylpropylique : $CH^3-CO-CH^2-CH^2-CH^3$	101
Acétylacétone : $CH^3-CO-CH^2-CO-CH^3$	137

Étage C^6.

Hexane normal : $CH^3-CH^2-CH^2-CH^2-CH^2-CH^3$	68
Acétone méthylbutylique : $CH^3-CO-CH^2-CH^2-CH^2-CH^3$	127
Acétonylacétone : $CH^3-CO-CH^2-CH^2-CO-CH^3$	187

» L'examen comparatif de ces composés, quant à la volatilité, permet d'établir les propositions suivantes :

» 1° Une double substitution de H^2 par O réalisée dans la même région d'un hydrocarbure diminue la volatilité de celui-ci dans une mesure proportionnelle beaucoup plus faible qu'une seule.

Étage C^4.

	Ébull.			Ébull.	
C^4H^{10}....	1°	77°	C^4H^{10}....	1°	87°
C^4H^8O...	78°		$C^4H^6O^2$..	88°	

En moyenne 43°,5 pour O.

Étage C^5.

	Ébull.			Ébull.	
C^5H^{12}....	39°	62°	C^5H^{12}....	39°	98°
$C^5H^{10}O$..	101°		$C^5H^8O^2$..	137°	

En moyenne 49° pour O.

» Calculées en fonction des augmentations des poids moléculaires, ces diminutions de volatilité s'expriment comme suit :

Étage C^4.

	Substitution unique. Poids molécul.	Substitution unique. Ébullition absolue.
C^4H^{10}	58	274°
C^4H^8O	72	351
Différence	14	77
Augmentation pour 100	24,13	28,10

	Substitution double. Poids molécul.	Substitution double. Ébullition absolue.
C^4H^{10}	58	274°
$C^4H^6O^2$	86	361
Différence	28	87
Augmentation pour 100	48,27	31,75

» Suivant la proportion constatée lors de la substitution oxygénée unique, l'élévation dans le point d'ébullition par suite de la substitution double devrait être de 56,21 pour 100, au lieu de 31,75.

» Le même fait se constate à l'étage C^5 dans les dérivés du pentane normal. L'élévation de 38,88 pour 100 dans le poids moléculaire, résultat du remplacement de deux fois H^2 par O^2, correspond à une élévation de 32,25 pour 100 dans le point d'ébullition absolu; suivant la proportion constatée lors de la substitution oxygénée unique, ce devrait être 41,27 pour 100.

» 2° Une seconde substitution de H^2 par O réalisée dans la molécule d'un hydrocarbure, dans la même région que la première, détermine dans la volatilité une diminution moins considérable que celle-ci.

» Voici les données expérimentales :

Étage C^4.

	Ébull.	
$CH^3-CH^2-CH^2-CH^3$...	1°	77°
$CH^3-CO-CH^2-CH^3$...	78	
$CH^3-CO-CO-CH^3$...	88	10°

Étage C^5.

	Ébull.	
$CH^3-CH^2-CH^2-CH^2-CH^3$...	39°	62°
$CH^3-CO-CH^2-CH^2-CH^3$...	101	
$CH^3-CO-CH^2-CO-CH^3$...	137	36°

» Calculées en proportion des augmentations dans les poids moléculaires, ces diminutions de volatilité s'expriment comme suit :

Étage C^4.

		Première substitution oxygénée.	Deuxième substitution oxygénée.
Augmentation pour 100	dans le poids moléculaire	24,13	19,44
	dans le point d'ébullition absolu	28,10	2,84

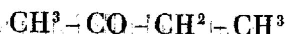
» Suivant la proportion de la première substitution, ce devrait être 22,67 au lieu de 2,84 pour 100.

Étage C^5.

		Première substitution oxygénée.	Deuxième substitution oxygénée.
Augmentation pour 100	dans le poids moléculaire..........	19,44	16,27
	dans le point d'ébullition absolu....	20,64	9,62

» Suivant la proportion constatée lors de la première substitution oxygénée, ce devrait être 17,29 pour 100 au lieu de 9,62.

» Il est à remarquer que l'acétone méthyléthylique



$$CH^3 - CO - CH^2 - CH^3$$

et le pentane normal ont le même poids moléculaire 72. Or, par le remplacement de H^2 par O dans l'acétone, le point d'ébullition ne s'élève que de 10°, soit 2,84 pour 100 dans le point d'ébullition absolu; dans le pentane, la même substitution détermine une élévation de 64° dans le point d'ébullition. Soit une augmentation de 20,64 pour 100 dans le point d'ébullition absolu.

» Il résulte à l'évidence de ces faits que la présence simultanée de plusieurs atomes d'oxygène dans la même région d'une molécule carbonée constitue pour celle-ci une influence volatilisante. »

THERMOCHIMIE. — *Chaleur de combustion de la houille du nord de la France (département du Nord).* Note de M. **Scheurer-Kestner**, présentée par M. Friedel.

« Je dois à l'obligeance de M. Cornut, ingénieur en chef de l'Association des propriétaires d'appareils à vapeur de Lille, les échantillons sur lesquels ont porté mes recherches. Ils appartiennent aux trois bassins du Nord, du Pas-de-Calais et de Charleroi, et ont été choisis de manière à en représenter des types bien caractérisés. J'ai déterminé leur chaleur de combustion dans le calorimètre de Favre et Silbermann, et leurs analyses ont été faites par les soins de l'Association.

» La houille a été brûlée en petits fragments et dans un courant d'oxygène pur, assez intense pour éviter presque complètement la formation des gaz combustibles. Dans ces conditions, la combustion, plus complète, ne laisse, dans la capsule calorimétrique, que peu de carbone non brûlé; on en tient cependant toujours compte dans le calcul des calories obtenues, en ce sens que le carbone non brûlé, ou coke

restant, fait partie des cendres qui sont déduites de la quantité de substance employée. Dans ces déterminations calorimétriques, je suis parvenu à ne laisser dans les cendres que quelques milligrammes de coke; quelquefois même, la combustion a été complète. Ce résultat est dû à deux causes : à l'emploi d'un fort courant d'oxygène et à celui de la houille fragmentaire au lieu de houille en poudre. Nous réduisions autrefois la houille en poudre, afin d'avoir un échantillon moyen, mais j'ai reconnu que cette précaution n'est pas indispensable; les différentes parties d'un même morceau de houille ou d'un même tas de houille, provenant de la même couche, ne varient pas d'une manière sensible dans leur chaleur de combustion, du moment qu'on tient compte des cendres qu'elles fournissent.

» Comme dans nos expériences précédentes, les résultats calorimétriques sont exprimés en nombres correspondant à l'eau en vapeur, et le calcul de la chaleur de combustion est fait en se servant, pour l'hydrogène, du coefficient 29087 et non de celui de 34500, qui représente l'eau condensée.

» Les expériences ont été faites avec l'eau à l'état de condensation, l'oxygène ayant été employé à l'état humide; pour ramener le nombre de calories données par l'expérience à l'eau en vapeur, on en retranche le nombre de calories obtenu en mnltipliant 5413 (différence entre 34500 et 29087) par la teneur de la houille en hydrogène. Ainsi, avec une houille renfermant 4 pour 100 d'hydrogèue et ayant une chaleur de combustion de 9000 calories avec l'eau condensée, on a

$$0,04 + 5413 = 216,5,$$
$$9000 - 216,5 = 8783,5,$$

c'est-à-dire que la chaleur de combustion avec l'eau à l'état de vapeur est de 8783 calories.

Bassin du Nord proprement dit.

1. Houille grasse d'Anzin. Fosse Lebret.
2. Houille maigre d'Anzin. Fosse Lambrecht.
3. Houille maigre d'Anzin. Fosse Saint-Louis.
4. Houille maigre d'Aniche.

	1.	2.	3.	4.
Carbone fixe	77,2	86,2	82,2	84,8
Carbone volatil	7,3	6,0	1,8	4,6
Carbone total	84,5	92,2	84,0	89,4
Hydrogène	4,2	4,0	3,7	4,0
Azote	»	0,9	0,7	0,6
Oxygène	11,3	2,9	11,6	6,0
	100,0	100,0	100,0	100,0
Partie volatile	22,8	13,79	17,78	15,25
Nature du coke	aggloméré	pulvérulent	pulvérulent	pulvérulent

Composition de la partie volatile.

	1.	2.	3.	4.
Carbone	31,9	43,8	10,2	30,2
Hydrogène	18,5	29,3	20,8	26,3
Oxygène et azote	49,6	26,9	69,0	43,5
	100,0	100,0	100,0	100,0
Chaleur de combustion	9257	8664	8460	8522

Chaleur de combustion calculée.

Addition de celle des éléments.	8048	8625	7861	8376
Selon la loi de Dulong	7641	8518	7441	8159
Selon la formule de M. Cornut.	8276	8799	7916	8512

» Comme on le voit, le calcul ne conduit pas à des résultats même approchés de la vérité. La formule de M. Cornut, cependant, s'en éloigne le moins et celle de Dulong s'en éloigne le plus. C'est la confirmation de toutes les observations que nous avons déjà faites, M. Meunier-Dollfus et moi. La formule de M. Cornut repose sur la différence de la chaleur de combustion entre le carbone fixe et celui des hydrocarbures, pour lequel il admet le coefficient 11214, qui est celui du carbone en vapeur.

» La chaleur de combustion de la houille déjoue toutes les prévisions qui reposent sur le calcul. Ainsi, à ne considérer que la composition chimique des houilles n° 1 et n° 2, on attribuerait certainement à la houille n° 2 une chaleur de combustion très supérieure à celle de la houille n° 1 ; et, en effet, la simple addition des éléments donne, pour la houille n° 2, 577 calories de plus que pour le n° 1 ; la houille n° 1 renferme, de plus, 11 pour 100 d'oxygène, tandis que l'autre n'en renferme que 3 pour 100, et cependant c'est la houille n° 1 qui a le pouvoir calorifique le plus élevé ; il dépasse de 593 calories celui du n° 1, et de 1209 calories, ou de 15 pour 100, la somme de la chaleur de combustion du carbone et de l'hydrogène. C'est que la houille n° 1 est une houille grasse, tandis que la houille n° 2 est une houille maigre, et les houilles grasses donnent, à composition égale, toujours une quantité de calorique plus grande que les houilles maigres. »

ANATOMIE ANIMALE. — *Sphincter du trou ovale*. Note de M. **P. Duroziez**, présentée par M. Bouchard. (Extrait.)

« Le sang est empêché de revenir sur ses pas, par des valvules et des sphincters. Nous trouvons une application du rôle des sphincters dans les conditions anatomiques du trou ovale.

» Le trou ovale est muni d'un sphincter et d'une valvule, chez le fœtus. Le sphincter n'agit que pendant la présystole, pendant la période active de l'oreillette. Il se contracte et ferme l'orifice; le sang de l'oreillette gauche ne peut reculer dans la veine cave inférieure. Dès que l'oreillette gauche ne se contracte plus, le sang y afflue de la veine cave inférieure. Pendant la présystole, l'oreillette droite ne peut envoyer du sang que dans le ventricule droit; le passage est fermé, du côté de la veine cave inférieure et du trou ovale, par un sphincter. La valvule du trou ovale contribue à l'occlusion.

» Chez l'adulte, les deux valves se collent plus ou moins complètement et se transforment en un septum en partie musculeux. Le sphincter n'a plus qu'un rôle accessoire. Chez l'adulte, il est encore utile que l'oreillette droite, pendant la présystole, ne chasse pas en arrière, contre les valves du trou ovale, du sang qui parviendrait à les décoller; un sphincter pourvoit à la tâche.

» Nous retrouvons, dans les auteurs du siècle dernier, la notion de ce sphincter. Méry parle d'un cercle musculeux, de 4 ou 5 lignes de diamètre; d'une espèce de sphincter, qui s'élève d'environ une demi-ligne sur la surface de la cloison. Duverney note un sphincter qui borde la membrane du trou ovale, un sphincter qui se resserre et qui rend l'ouverture plus petite. Il a observé le resserrement dans un chat vivant; la valvule peut alors couvrir le trou ovale plus facilement. Les faisceaux qui bordent le trou ovale, dit Sénac, doivent être regardés comme un véritable sphincter.... Ce sphincter est double; il y en a un du côté gauche de la cloison, et un du côté droit; ils sont très visibles dans les deux oreillettes; si l'on sépare ces deux sacs, ce qui peut se faire très facilement, il reste, après la séparation, un sphincter de chaque côté.

» Mais ces auteurs n'ont pas tenu, dans l'occlusion du trou ovale, un compte suffisant du sphincter qu'ils ont décrit.... Après Sénac même, il y avait quelque chose à faire. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *L'épidémie des porcs à Marseille en 1887.* Note de MM. **Rietsch** et **Jobert**, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« A la date du 28 janvier 1887, nous avions l'honneur d'adresser à l'Académie le résultat de recherches entreprises par nous dès le mois d'août, sur une maladie qui décimait les porcs de Marseille [1].

» Des études analogues ayant été faites par Löffler, Schutze et Salmon, nous nous sommes demandé, dès le début de nos recherches, s'il n'y avait pas identité entre la maladie de Marseille et la *Schweineseuche* des Allemands, ou le *Hog Cholera* des Américains. D'après les publications des auteurs cités, la maladie de Marseille paraissait se rapprocher beaucoup du *Hog Cholera* de Salmon et différer de la *Schweineseuche :*

» 1° Par la prédominance des lésions intestinales;

» 2° Par la mobilité de son microbe et l'action pathogène plus lente de celui-ci;

» 3° Par l'absence de réaction au point d'inoculation.

» Grâce aux envois de M. Salmon et de M. le Dr Frank, assistant du professeur Koch, nous avons pu étudier comparativement les microbes de ces trois maladies. Nous sommes arrivés jusqu'à présent aux résultats suivants :

» *Culture en gélatine, par piqûre.* — A 18°-19°, après vingt-quatre heures, le microbe de Marseille montre un développement notable : la piqûre *Hog Cholera* se voit à peine à l'œil nu, celle de la *Schweineseuche* ne devient visible qu'après quarante-huit heures. Les différences se maintiennent dans cet ordre, et, après quelques jours, le bacille de Marseille produit une strie opaque, blanc jaunâtre à l'œil nu; à la loupe, elle est brune par transparence et blanc opaque avec nuance bleuâtre par réflexion; la strie Schutze, beaucoup plus claire, moins épaisse, moins opaque, est composée de colonies plus petites, à peine colorées. Hog Cholera est intermédiaire entre les deux précédentes.

» *Culture en gélatine sur plaques.* — Même inégalité dans le développement. Colonies peu caractéristiques, comme cela est assez fréquent pour celles qui ne liquéfient pas la gélatine; elles montrent cependant des différences, sur lesquelles nous reviendrons.

» *Cultures sur sérum, agar, agar glycériné.* — A 37°, 30°, 20° et 16°, ici encore multiplication plus rapide pour le bacille de Marseille que pour l'américain, Schütze venant toujours en dernier lieu. Le revêtement formé par le premier est blanc, opaque,

(1) Des Communications ont été faites sur ce sujet, le 7 novembre 1887, au Conseil d'hygiène départemental de la Côte-d'Or; le 24 décembre 1887, 3 janvier, 1er et 2 février 1888, à la Commission sanitaire municipale de Marseille; le 23 janvier, à l'Académie des Sciences; le 21 janvier, à la Société de Biologie.

épais avec reflets bleuâtres et roses qui manquent à la couche moins épaisse et moins transparente du *Hog Cholera*, celle de Schütze étant encore plus mince et plus hyaline.

» *Culture sur pommes de terre, par traits parallèles faits sur une même tranche.* — Revêtement épais, saillant, opaque, jaunâtre par le bacille de Marseille; enduit beaucoup plus mince par le bacille américain; développement presque nul pour le bacille allemand. Ces cultures ne sauraient être confondues avec la culture si caractéristique du bacille de la fièvre typhoïde, à laquelle ressemble celle du bacille de la *Schweinepest* de Selander.

» *Bouillon non peptonisé, préparé avec l'intestin de veau.* — Aucun trouble, après trois jours à 37°, avec le bacille Löffler-Schutze. Ce microbe semble donc exiger une plus grande concentration des principes nutritifs que les deux autres; car, dans les mêmes conditions, le bacille de Marseille donne en vingt-quatre heures un liquide trouble, avec pellicule à la surface et dépôt au fond, tandis que le microbe de Salmon fournit un liquide bien moins louche.

» *Bouillon peptonisé.* — A 20°, trouble manifeste en vingt-quatre heures avec le bacille de Marseille; trouble beaucoup moindre avec le bacille *Hôg Cholera;* léger louche après quarante-huit heures seulement avec le bacille Löffler-Schutze; à 37° les deux premières cultures sont troubles en seize heures, la troisième reste limpide; après vingt-deux heures, elle louchit.

» *Inoculations.* — Ces cultures, très inégalement riches en bactéries, ont servi à inoculer des lapins.

» A 4h du soir, injection sous-cutanée d'une demi-seringue de Pravaz, de chaque liquide, à deux lapins (cuisse postérieure).

» Le lendemain matin à 8h, les deux lapins (culture Schutze) sont trouvés morts : œdème au point d'inoculation; les quatre autres paraissent bien portants, cependant les deux inoculés avec *Hog Cholera* présentent une tumeur au point piqué; avec la culture du bacille de Marseille, pas de réaction locale. Le quatrième jour, à 1h de l'après-midi, l'un des lapins inoculé avec Hog Cholera meurt; le deuxième, le cinquième jour, à 8h du matin, est trouvé mort également.

» Le sixième jour, un des lapins inoculés avec le bacille marseillais meurt, avec convulsion à 11h du matin; l'autre est encore vivant (après vingt et un jours); il est amaigri et inappétent.

» Les bacilles de Marseille et d'Amérique sont très mobiles, l'*allemand ne l'est pas;* dans les mêmes cultures, le bacille américain est plus court, plus mince, que le bacille de Marseille; le bacille allemand est encore plus fluet et moins long.

» Il s'agit donc bien ici de trois bactéries distinctes, dont aucune n'est identique avec la bactérie étudiée par Selander (1), qui a causé l'épizootie de Suède et de Danemark et dont la culture sur pomme de terre ne diffère pas de celle du bacille de la fièvre typhoïde.

» Notre étude sur l'épidémie de Marseille, et les divers travaux publiés

---

(1) *Ueber die Bacterien der Schweinepest,* par Selander, Stabsarzt à Stockholm (in *Centralbl. f. Bacter.*, t. III, n° 12, mars 1888).

sur les maladies des porcs, montrent que ces animaux sont exposés à diverses affections, plus ou moins analogues par leur anatomie pathologique, mais distinctes par leur étiologie. La réceptivité des cochons n'a rien de bien étonnant, si l'on songe à la façon dont ces animaux sont souvent nourris, parqués ou brusquement changés de leurs habitudes, par de longs transports par terre ou par mer. »

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Recherches sur la fixation de l'azote par le sol et les végétaux* ([1]). Note de MM. **Arm. Gautier** et **R. Drouin**, présentée par M. Friedel.

« En dehors de toute hypothèse sur l'état sous lequel l'azote assimilé préexistait dans l'atmosphère, nous avons établi, dans nos précédentes Communications, que, emprunté à l'air, cet élément se fixe dans le sol privé de tout végétal, ou s'introduit dans les plantes dont on l'ensemence, grâce à l'intermédiaire indispensable des matières organiques, et même, à leur défaut, dans les terrains qui en étaient primitivement dépourvus, sous l'influence de celles qu'apportent les radicelles dans les sols que l'on ensemence. Nous allons maintenant montrer que les algues monocellulaires et, sans doute, d'autres êtres aérobies jouent un rôle dans cette fixation; que les parties aériennes des végétaux semblent aussi prendre directement part à ce phénomène, et que, quel que soit l'état initial de cet azote, il passe à l'état organique aussi bien dans le sol que dans la plante.

» C'est, entre autres conclusions, ce qui résulte de l'examen que nous avons fait, non plus seulement des variations de l'azote total, mais encore, dans chacune de nos expériences, des variations de l'azote sous ses trois états, nitrique, ammoniacal et organique.

» *Azote nitrique.* — Il a été recherché, en le transformant en bioxyde, par l'excellente méthode de M. Schlœsing. *Dans toutes nos expériences, le résultat de cette recherche, faite avec le plus grand soin, a été négatif.* Le ferment nitrique n'a donc joué aucun rôle dans nos terres, artificielles de composition, mais d'une fertilité éprouvée. Ce résultat suffirait déjà à démontrer que les nitrates ne constituent pas la seule source où les végétaux vont puiser l'azote qui leur est nécessaire; observation qui a été plusieurs fois mise en doute.

» *Azote ammoniacal et azote organique.* — L'absence d'azote nitrique établie, l'azote organique se déduisait par différence de l'azote total et de l'azote ammoniacal. Dans chacune de nos expériences, le gain d'azote total G se composait de la somme

([1]) *Voir* même Volume, p. 754, 863 et 944.

algébrique du gain de l'azote organique γ et de celui de l'azote ammoniacal g. On avait donc $G = \gamma + g$; d'où $\gamma = G - g$.

» L'azote ammoniacal a été dosé chaque fois sur 150gr de terre, traités par l'acide chlorhydrique et lavés à l'eau distillée. Les résultats étaient corrigés des traces d'ammoniaque préexistant dans cet acide et dans l'eau employée. En voici le résumé sous forme de Tableaux :

1re Série. — Sols non ensemencés.

		Azote total (G).	Azote ammoniacal (g).	Azote organique (γ).
Expérience I. Sol privé de fer et de matière organique.	Du fond commun......	0,11512	0,11512	»
	De l'arrosage..........	0,00303	0,00303	»
		0,11815	0,11815	»
	A la fin de l'expérience.	0,11368	0,09450	0,01918
		Perte. 0,00447	*Perte.* 0,02365	*Gain.* 0,01918
Expérience II. Sol privé de fer et de matière organique.	Du fond commun.....	0,11512	0,11512	»
	De l'arrosage.........	0,00303	0,00303	»
		0,11815	0,11815	»
	A la fin de l'expérience.	0,10545	0,10050	0,00495
		Perte. 0,01270	*Perte.* 0,01765	*Gain.* 0,00495
Expérience III. Sol pourvu de fer.	Du fond commun.....	0,12520	0,12520	»
	De l'arrosage.........	0,00286	0,00286	»
		0,12806	0,12806	»
	A la fin de l'expérience.	0,09866	0,09450	0,00416
		Perte. 0,02940	*Perte.* 0,03356	*Gain.* 0,00416
Expérience IV. Sol pourvu de fer.	Du fond commun.....	0,12520	0,12520	»
	De l'arrosage.........	0,00286	0,00286	»
		0,12806	0,12806	»
	A la fin de l'expérience.	0,11056	0,08400	0,02656
		Perte. 0,01750	*Perte.* 0,04406	*Gain.* 0,02656
Expérience V. Sol pourvu de matière organique.	Du fond commun.....	0,11258	0,11258	»
	Du charbon..........	0,11833	»	0,11833
	De l'arrosage.........	0,00350	0,00350	»
		0,23441	0,11608	0,11833
	A la fin de l'expérience.	0,33493	0,01230	0,32263
		Gain. 0,10052	*Perte.* 0,10378	*Gain.* 0,20430
Expérience VI. Sol pourvu de fer et de matière organique.	Du fond commun.....	0,12235	0,12235	»
	Du charbon..........	0,11833	»	0,11833
	De l'arrosage.........	0,00303	0,00303	»
		0,24371	0,12538	0.11833
	A la fin de l'expérience.	0,25925	0,01290	0,24635
		Gain. 0,01554	*Perte.* 0,11248	*Gain.* 0,12802

		Azote total (G).	Azote ammoniacal (g).	Azote organique (γ).
Expérience VII. Sol pourvu de fer et de matière organique.	Du fond commun.....	0,12235	0,12235	»
	Du charbon..........	0,11833	»	0,11833
	De l'arrosage.........	0,00303	0,00303	»
		0,24371	0,12538	0,11833
	A la fin de l'expérience.	0,44506	0,01070	0,43436
		Gain. 0,20135	*Perte.* 0,11468	*Gain.* 0,31603

2e Série. — Sols ensemencés.

		Azote total (G).	Azote ammoniacal du sol (g).	Azote organique du sol (γ).
Expérience VIII. Sol privé de fer et de matière organique.	Du fond commun.....	0,11512	0,11512	»
	Des semences.........	0,23420	»	»
	De l'arrosage.........	0,00733	0,00733	»
		0,35665	0,12245	»
	Du sol après expérience.	0,17820	0,11827	0,05993
	De la récolte..........	0,35900	»	»
		0,53720	»	»
		0,35665	»	»
		Gain. 0,18055	*Perte.* 0,00418	*Gain.* 0,05993
Expérience IX. Sol pourvu de fer.	Du fond commun.....	0,12520	0,12520	»
	Des semences.........	0,23420	»	»
	De l'arrosage.........	0,00716	0,00716	»
		0,36656	0,13236	»
	Du sol après expérience.	0,15581	0,11085	0,04496
	De la récolte..........	0,37830	»	»
		0,53411	»	»
		0,36656	»	»
		Gain. 0,16755	*Perte.* 0,02151	*Gain.* 0,04496
Expérience X. Sol pourvu de matière organique.	Du fond commun.....	0,11258	0,11258	»
	Du charbon..........	0,11833	»	0,11833
	Des semences.........	0,23420	»	»
	De l'arrosage.........	0,00733	0,00733	»
		0,47244	0,11991	0,11833
	Du sol après expérience.	0,32377	0,10307	0,22070
	De la récolte..........	0,35590	»	»
		0,67967	»	»
		0,47244	»	»
		Gain. 0,20723	*Perte.* 0,01684	*Gain.* 0,10237

		Azote total (G).	Azote ammoniacal du sol (g).	Azote organique du sol (γ).
Expérience XI. Sol pourvu de fer et de matière organique.	Du fond commun.....	0,12235	0,12235	»
	Du charbon..........	0,11833	»	0,11833
	Des semences.........	0,23420	»	»
	De l'arrosage.........	0,00573	0,00573	»
		0,48061	0,12808	0,11833
	Du sol après expérience.	0,31455	0,10312	0,21143
	De la récolte.........	0,41430	»	»
		0,72885	»	»
		0,48061	»	»
		Gain. 0,24824	*Perte.* 0,02496	*Gain.* 0,09310

» Nos conclusions tiennent tout entières dans ces chiffres. Il nous reste seulement, avant de les formuler dans leur ensemble, à signaler quelques particularités intéressantes, notamment en ce qui concerne le rôle des organismes microscopiques du sol dans la fixation de l'azote. »

MINÉRALOGIE. — *Sur une pseudomorphose de l'acerdèse. Production artificielle de la pyrolusite.* Note de M. **A. Gorgeu**, présentée par M. Friedel.

« Le sesquioxyde de manganèse hydraté naturel, Mn^2O^3HO, connu sous les noms d'*acerdèse* ou de *manganite*, peut être transformé en bioxyde pur et anhydre. Il suffit, pour réaliser cette oxydation, de chauffer le minerai entre 270° et 310°, *au contact de l'air*, jusqu'à ce que son poids ne varie plus.

» En opérant le grillage pendant sept heures, sur 2gr d'acerdèse finement pulvérisée, l'analyse démontre que, dans le produit oxydé, le manganèse se trouve à l'état de bioxyde pur. L'oxydation effectuée sur des cristaux isolés ou groupés est naturellement plus lente. Deux lots de minerai, l'un contenant de petites agglomérations de 5gr à 10gr, l'autre formé par deux fragments pesant 100gr et 200gr, ont été oxydés pendant cinquante et cent trente heures. Dans ces conditions, les résultats fournis par l'analyse prouvent que les beaux cristaux superficiels sont complètement suroxydés et que ceux qui sont placés au centre des plus gros morceaux renferment de $\frac{94}{100}$ à $\frac{96}{100}$ de bioxyde.

» Les produits de l'oxydation de l'acerdèse ont conservé l'éclat métallique. Le reflet un peu violacé des cristaux primitifs a fait place à la teinte

gris de fer des pyrolusites. La friabilité des bioxydes obtenus est beaucoup plus grande que celle de l'acerdèse; leur dureté, 3, est sensiblement la même que celle des pyrolusites, variable de 2 à 3,5; enfin, leur densité, 5,03, est à peu près identique à la densité, 5,05, des polianites et des pyrolusites à peu près anhydres et plus élevée que celle, 4,39, du minéral pris pour point de départ.

» M. Mallard a bien voulu examiner, au point de vue cristallographique, l'acerdèse oxydée. Les résultats de cet examen et les réflexions qu'ils ont suggérées à ce savant minéralogiste peuvent être ainsi résumés :

» Les cristaux d'acerdèse transformés en bioxyde par M. Gorgeu ont conservé intacte leur forme cristalline; les faces sont très réfléchissantes, et celles d'entre elles qui ne sont pas striées donnent de bonnes images. J'ai observé sur quelques-uns des cristaux les incidences des faces $m(110)$, $g^1(010)$, $h^3(210)$, $h^4(310)$ et $h^{\frac{9}{5}}(720)$. J'ai trouvé :

	Angles des normales	
	observés.	calculés d'après la valeur mm.
$mm(110)(\bar{1}10)$ sur g^1	99°13′	99°13′
$mg^1(110)(010)$	49.36	»
$g^1h^3(010)(210)$	66.53	66.57
$g^1h^4(010)(310)$	74.32	74.10
$g^1h^{\frac{9}{5}}(010)(720)$	76.19	76.20

» Les cristaux d'acerdèse non transformés qui m'ont été confiés par M. Gorgeu m'ont donné :

$mm(110)(\bar{1}10)$ sur g'............ 99°39′,5

Ce nombre est presque identique à celui de Haidinger, qui est 99°40′.

» Les cristaux d'acerdèse, en passant de la formule $Mn^2H^2O^4$ à la formule Mn^2O^4, ont donc conservé leur structure cristalline, au moins apparente, et les incidences mutuelles des faces n'ont subi, malgré cette transformation chimique profonde, que des modifications légères, qui ne dépassent guère celles qui peuvent être produites par de simples modifications dans la température.

» Il est peut-être intéressant de remarquer, ajoute encore M. Mallard, que les paramètres de la polianite donnés par Philipps et admis par Köchlin sont dans un rapport simple avec ceux de l'acerdèse. Peut-être est-ce à

cette circonstance que les cristaux d'acerdèse doivent de ne pas éprouver de dislocation notable en se transformant en bioxyde cristallisé.

» L'acerdèse ou manganite peut donc être convertie en un bioxyde identique à la pyrolusite sous le rapport de la densité, de la dureté, de la friabilité et de la composition chimique. Il restait à savoir si la forme d'acerdèse que présente ce bioxyde était différente de celle que l'on observe sur la pyrolusite naturelle.

» M. Köchlin a repris en 1887 (1) l'étude de la manganite, de la pyrolusite et de la polianite, afin de contrôler les observations faites sur ces minéraux par Haidinger en 1828, par Breithaupt en 1844 et par M. Groth en 1878. Il est arrivé, au sujet de la polianite et de la pyrolusite, aux deux conclusions suivantes, émises avant lui par Breithaupt :

» 1° La polianite est le seul bioxyde de manganèse naturel qui ait une forme propre, différente de celle de la manganite, et qui constitue une espèce définie.

» 2° La pyrolusite, et sous ce nom il désigne les bioxydes friables, tendres et renfermant de $\frac{1}{100}$ à $\frac{3}{100}$ d'eau, serait un produit d'altération. Ce minéral n'aurait pas de forme qui lui soit personnelle; il affecterait le plus souvent celle de l'acerdèse et plus rarement celles de la polianite, de la calcite, etc.

» En rapprochant de cette dernière conclusion les faits observés sur les cristaux obtenus par l'oxydation de l'acerdèse au-dessous de 300°, il est permis de croire que j'ai réalisé, dans ces conditions, une pseudomorphose à forme d'acerdèse de la polianite et, en d'autres termes, la production artificielle de la pyrolusite avec ses propriétés principales et la forme qu'elle affecte en général dans la nature.

» Ce mode de transformation de l'acerdèse en pyrolusite est-il celui qui a été mis en jeu dans la nature? Sa simplicité et sa forme si naturelle porteraient à le croire; mais, comme il faut ici tenir grand compte des conditions de gisement des pyrolusites à forme de manganite, je dois me contenter de soumettre la question, envisagée sous ce point de vue, à l'appréciation des savants minéralogistes.

» Quittant le terrain scientifique pour aborder le fait au point de vue industriel, j'ajouterai que la transformation de l'acerdèse, trop pauvre en bioxyde pour servir à la préparation du chlore, en un minerai riche en oxy-

(1) *Mineralogische und petrographische Mittheilungen*; von G. Tschermak; 1887.

gène et utilisable me paraît être une opération réalisable en grand. J'ai du moins constaté, en agissant sur 100^{gr} de manganite grossièrement pulvérisée, c'est-à-dire passant au tamis n° 30, que la quantité de bioxyde, $\frac{50}{100}$, contenu dans le minéral naturel pouvait être portée à $\frac{70}{100}$, $\frac{81}{100}$, $\frac{88}{100}$ et $\frac{91}{100}$ après une heure et demie, trois heures, quatre heures et demie et six heures de chauffe entre 275° et 310°.

» La seule précaution à prendre est d'opérer à une température qui chasse lentement l'eau de l'acerdèse, autrement l'absorption de l'oxygène serait entravée. Il se produirait moins de bioxyde dans le même temps de grillage et finalement la teneur en oxygène serait inférieure de $\frac{2}{100}$ à $\frac{3}{100}$ à celle que l'on obtient en ne dépassant pas notablement la température de 300°.

» En chauffant de 200° à 425°, au contact de l'air, la braunite, la hausmannite et diverses psilomélanes, je n'ai pas observé que ces minerais absorbassent l'oxygène d'une manière notable. Le carbonate manganeux naturel, dans les mêmes conditions, s'oxyde lentement et d'une manière très incomplète, même après onze heures de chauffe. »

CHIMIE. — *Recherches sur la blende hexagonale phosphorescente.* Note de M. A. Verneuil, présentée par M. Friedel.

« La wurtzite a été découverte par M. Friedel en 1861 (1). MM. Deville et Troost l'ont reproduite à la même époque, en sublimant la blende ordinaire ou le sulfure de zinc amorphe dans un courant lent de gaz hydrogène (2). M. Sidot (3) a signalé, le premier, la vive phosphorescence que possède ce sulfure lorsqu'il est préparé par la volatilisation de la blende dans l'acide sulfureux.

» Les échantillons de blende hexagonale naturelle que j'ai pu observer n'ont jamais présenté de phosphorescence notable ; en rapprochant ce fait de ceux que j'avais eu l'occasion d'observer dans quelques expériences préliminaires qui donnaient des blendes hexagonales non phosphorescentes, j'ai été amené à rechercher si la wurtzite lumineuse ne doit pas cette propriété à la présence de quelque matière étrangère, confor-

---

(1) *Comptes rendus*, t. LII, p. 983.
(2) *Ibid.*, t. LII, p. 920.
(3) *Ibid.*, t. LXII, p. 999, et LXIII, p. 188.

mément à ce que j'ai reconnu pour le sulfure de calcium, que j'ai spécialement étudié (¹).

» Lorsqu'on distille à la température du rouge orangé (²) du sulfure de zinc placé dans une nacelle de porcelaine, ou en contact direct avec le tube, dans un courant d'hydrogène sec passant avec une vitesse de une bulle par seconde environ, il se dégage une quantité notable d'hydrogène sulfuré (0,3 à 0,4 pour 100), et il se forme dans les parties les moins chaudes, où la condensation s'effectue, des cristaux hexagonaux de sulfure de zinc soudés entre eux et à demi fondus. Ce produit est doué d'une magnifique phosphorescence verte et brille encore avec éclat plusieurs minutes après l'insolation.

» La blende naturelle, qui a été le plus souvent employée dans ces expériences, est la variété presque pure qu'on trouve dans la province de Santander. Je me suis servi parallèlement de blende artificielle préparée en calcinant au rouge, dans un courant d'hydrogène sulfuré, le sulfure de zinc amorphe soigneusement purifié. On sait qu'à cette température le sulfure amorphe se transforme intégralement en blende hexagonale, qui cristallise presque entièrement sur place.

» Cette blende hexagonale artificielle, non phosphorescente, donne un produit semblable à celui que fournit la blende naturelle, c'est-à-dire que la partie sublimée du côté opposé à celui par où arrive le courant gazeux se compose de diverses régions dont la phosphorescence va en augmentant depuis la partie la plus chaude, où la condensation s'effectue, jusqu'à la portion la plus froide; la première zone est généralement très peu phosphorescente et d'une couleur jaune brun.

» On observe souvent, après la blende phosphorescente, un anneau peu abondant formé de petits cristaux hexagonaux lanugineux et très peu phosphorescents; ils possèdent la même composition que la blende (³); plus loin encore, un faible anneau de zinc métallique indique que la dissociation produite dans les parties les plus chaudes du tube n'est pas suivie d'une recombinaison intégrale dans les régions froides; sa présence

---

(¹) *Comptes rendus,* t. CIII, p. 600, et CIV, p. 501.

(²) J'emploie comme appareil de chauffage le petit four à gaz de MM. Forquignon et Arth; il donne des températures constantes, variant depuis le rouge sombre jusqu'au blanc éblouissant. Les tubes de porcelaine employés sont obturés par des tubes de verre et de la cire protégée du rayonnement par des écrans et un courant d'eau.

(³) Trouvé : $S = 32,87$; $Zn = 66,46$. Théorie : $S = 32,96$; $Zn = 67,03$.

fait du reste défaut lorsque le courant gazeux n'est pas trop rapide ; enfin un enduit, extrêmement mince et tout à fait noir, s'étend sur une longueur de plusieurs centimètres ; il est inattaquable par l'acide chlorhydrique étendu. Je n'ai pu encore déterminer sa nature.

» Je dois noter que la petite quantité de blende sublimée du côté par où arrive le gaz est complètement phosphorescente et que son éclat est toujours maximum.

» Dans ces conditions, la blende attaque assez fortement la couverte du tube, qu'on retrouve scoriacée et épaissie dans les régions les plus chaudes.

» Le gaz hydrogène dans lequel se produisait la dissociation de la blende, préparé avec le zinc redistillé, était lavé dans une solution de permanganate de potasse, purifié ensuite sur une colonne de cuivre au rouge et desséché par l'acide phosphorique. Il me semble donc permis de conclure dès maintenant que la phosphorescence de la wurtzite obtenue n'est pas due à une impureté provenant du gaz employé ; elle n'est pas due non plus à la matière qui forme le vernis du tube de porcelaine ; car elle se présente également lorsque la blende est placée dans une nacelle d'alumine pure ou lorsqu'on la distille dans un tube de charbon ou de fer.

» Ces premiers résultats obtenus, j'ai étudié l'influence de la vitesse du courant gazeux sur la production du corps phosphorescent; j'ai pu constater que dans un courant de vitesse nulle, obtenu en scellant les extrémités du tube dès qu'il atteint le rouge orangé, la zone phosphorescente, quoique moins étendue que celle qui se forme dans un courant rapide (deux bulles par seconde), est encore très large.

» Faisant ensuite varier la température, j'ai reconnu que la phosphorescence du produit obtenu au blanc éblouissant n'est pas plus vive qu'au rouge orangé ; la quantité de matière lumineuse n'est guère augmentée, mais la distillation devient extrêmement rapide. Si j'ajoute enfin que la wurtzite obtenue au rouge-cerise est encore très phosphorescente, j'aurai montré que le sulfure de zinc est toujours lumineux quand on le produit dans l'hydrogène, quelles que soient son origine primitive, les conditions de température et de vitesse du courant gazeux.

» Il n'en est plus ainsi lorsque la blende est placée dans une nacelle de platine et que le courant d'hydrogène possède une vitesse nulle : la distillation est extrêmement lente; au rouge orangé, la blende obtenue est colorée en jaune brun ; elle n'est plus phosphorescente lorsqu'on l'observe une seconde après l'insolation. Le gaz qui reste dans le tube après l'expé-

rience est fortement chargé d'hydrogène sulfuré : on constate un abondant dépôt de soufre et le platine est transformé en un alliage riche en zinc, souvent fondu. Mise sous cette forme, cette expérience équivaut à une sublimation de la blende dans une atmosphère d'hydrogène saturée d'hydrogène sulfuré ; elle représente une volatilisation véritable, la dissociation de la blende étant impossible dans ces conditions.

» Tant que la vitesse du courant gazeux est insuffisante pour que tout le soufre séparé du zinc puisse être éliminé à l'état d'acide sulfhydrique, la distillation est très lente et le produit obtenu n'est pas phosphorescent ; avec une vitesse plus grande (une bulle par seconde environ), la phosphorescence apparaît et finalement, dans un courant rapide, le produit devient presque identique à celui obtenu lorsque la blende est placée directement en contact avec le tube.

» La suite de cette étude fera l'objet d'une prochaine Communication. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Relations entre les mouvements barométriques et les positions de la Lune et du Soleil.* Note de M. **A. Poincaré**, présentée par M. Mascart.

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie un diagramme qui résume la marche du baromètre à différentes latitudes, pendant l'année météorologique 1883.

» Trois courbes donnent les moyennes des hauteurs barométriques de chaque jour, à midi 13^m de Paris, sur les parallèles $30°$ et $10°$ et les différences de hauteurs entre les deux parallèles.

» Trois autres courbes teintes en rouge sont déduites chacune de l'une des précédentes par l'élimination des effets lunaires à courtes périodes.

» Ces courbes rouges doivent porter la trace d'influences autres que celle du Soleil. Il est cependant impossible de méconnaître que leur tracé est par-dessus tout la conséquence obligée des effets de la chaleur solaire et des grandes ondes provoquées, aux différents étages atmosphériques, par la marche de l'astre. Tous les détails le montrent : la différence générale entre les hauteurs des deux profils de $30°$ et $10°$, la forme en bateau creux de celui de $30°$, celle, presque plate dans son ensemble, de celui de $10°$, où les hautes cotes n'ont quelque persistance qu'au cœur de l'hiver, les grandes ondulations successivement produites dans les deux profils par le passage au solstice d'hiver, l'entrecroisement des deux profils par abais-

sement du premier et relèvement du second à l'équinoxe du printemps, leur rapprochement vers le solstice d'été par suite du déplacement de l'équateur thermique, les dépressions dans celui de 10° aux deux passages zénithaux du Soleil, etc.

» Les effets attribuables à la Lune sont en complet accord avec les résultats de nos études antérieures sur les déplacements du champ des alizés.

» Dans le résumé que nous allons en donner, nous désignerons, pour simplifier le langage, du nom de *cotes normales* les hauteurs barométriques correspondant aux courbes rouges.

Révolution tropique.

LUNISTICES AUSTRAUX.

Cotes à la latitude 30°
en millimètres, le 1er chiffre 7 supprimé. Les lunistices sont dans l'ordre des dates; celle du 1er est le 10 décembre 1882, celle du 14e le 30 novembre 1883).

															Moyennes
Cotes réelles....	63,75	64,66	64,59	62,63	62,14	60,65	59,59	58,60	59,31	60,58	60,02	61,00	63,12	64,66	
Cotes normales.	64,65	66,20	66,30	64,00	63,10	62,80	60,40	59,95	59,90	61,40	60,70	62,00	64,00	65,20	mm
Diff. négatives.	0,90	1,54	1,71	1,37	0,96	1,15	0,81	1,35	0,59	0,82	0,68	1,00	0,88	0,54	−1,02

Cotes à 10°.

Cotes réelles....	60,16	61,57	59,95	59,88	60,58	59,73	59,59	59,95	60,16	59,73	59,52	60,37	59,45	60,44	
Cotes normales.	59,00	60,95	59,00	59,10	59,50	57,80	58,15	57,80	58,10	58,00	58,80	59,80	59,10	59,00	
Diff. positives.	1,16	0,62	0,95	0,78	1,08	1,93	1,46	2,15	2,06	1,73	0,72	0,57	0,35	1,44	+1,21

Gradients (30°-10°).

Gradients réels.	3,59	3,09	4,64	2,75	1,56	0,92	0,00	−1,35	−0,85	+0,85	+0,50	0,63	3,67	4,22	1,73
Grad. normaux.	5,65	5,25	7,30	4,90	3,60	4,00	2,25	2,15	1,80	3,40	1,90	2,20	4,90	6,20	3,96
Diff. négatives.	2,06	2,16	2,66	2,15	2,04	3,08	2,25	3,50	2,65	2,55	1,40	1,67	1,23	1,98	−2,23

LUNISTICES BORÉAUX.

(du 23 décembre 1882 au 13 décembre 1883).

Cotes à 30°.

Cotes réelles....	66,22	63,82	65,02	62,56	63,19	60,44	61,71	62,35	60,37	60,86	61,71	65,02	66,36	64,17	
Cotes normales.	63,40	62,70	64,20	60,95	62,00	60,00	60,80	61,80	59,10	59,70	60,60	63,95	64,90	63,30	
Diff. positives.	2,82	1,12	0,82	1,61	1,19	0,44	0,91	0,55	1,27	1,16	1,11	1,07	1,46	0,87	+1,17

Cotes à 10°.

Cotes réelles....	60,44	60,09	58,88	59,66	59,52	58,31	57,82	58,31	57,82	57,89	58,74	59,17	57,46	59,09	
Cotes normales.	61,25	60,50	60,30	60,50	60,10	59,90	59,45	59,90	59,90	59,10	59,00	60,00	59,20	60,40	
Diff. négatives.	0,81	0,41	1,42	0,84	0,58	1,59	1,63	1,59	2,08	1,21	0,26	0,83	1,74	1,31	−1,17

Gradients.

Gradients réels.	5,78	3.73	6,14	2,90	2,67	2,13	3,89	4,04	2,55	2,97	2,97	5,85	8,90	5,08	4,33
Grad. normaux.	2,15	2,20	3,90	0,45	1,90	0,10	1,35	1,90	−0,80	+0,60	1,60	3,95	5,70	2,90	1,99
Diff. positives.	3,63	1,53	2,24	2,45	1,77	2,03	2,54	2,14	3,25	2,37	1,37	1,90	3,20	2,18	+2,34

» Sans nous arrêter ici à montrer les coïncidences fortuites, ou plutôt probablement périodiques, qui ont amené une grande différence entre les moyennes des cotes normales aux lunistices austraux et boréaux, nous dirons qu'en fait le gradient moyen de l'année est de $2^{mm},81$. Or la révolution tropique a pour effet de diminuer le gradient d'environ $2^{mm},3$ au lunistice austral et de l'augmenter d'autant au lunistice boréal.

» Et cependant l'amplitude de l'oscillation de la Lune en déclinaison est, dans cette année, inférieure à 40°. Que devient l'effet dans une année où elle est de 57°? En ce qui concerne les déplacements du champ des alizés, nous avions trouvé que, pour 1880 et 1883, ils sont proportionnels aux amplitudes.

» Abstraction faite des autres influences lunaires, le mouvement barométrique se produit comme suit :

» A 30° : en partant du minimum de lunistice austral, la courbe réelle s'élève très lentement et reste, pendant 3 jours, presque parallèle à la courbe normale; elle met ensuite 2 jours à le rejoindre, 5 environ à la suivre, 3 à monter au maximum, qu'elle atteint la veille du lunistice boréal. Après ce maximum, il lui faut 2 ou 3 jours pour rejoindre la normale; elle reste 6 à 8 jours à la suivre et, en 3 ou 4 jours, descend au minimum suivant.

» A 10° : marche semblable en sens inverse, un peu irrégularisée par un renflement au passage de la Lune à — 10° et un affaissement à son passage à + 10°.

Révolution anomalistique.

» (Dans l'année, les périgées vont du voisinage de l'équilune ascendante à celui du lunistice boréal; les apogées du voisinage de l'équilune descendante à celui du lunistice austral.)

» Le passage au périgée produit, sur la cote du parallèle 30°, une légère inflexion suivie d'une hausse de $0^{mm},50$ à 1^{mm} en deux jours, puis d'une chute égale. A 10°, même mouvement, mais antérieur et moins fort, d'où, après le passage, ressaut brusque dans le gradient. Quand le périgée se rapproche du lunistice boréal, les effets tendent à se confondre.

» Après l'apogée en lune australe, relèvement sur le parallèle 10°, accompagné d'un léger abaissement à 30°, d'où, dans le gradient, chute brusque et momentanée d'environ 1^{mm}.

» Les effets sur un parallèle déterminé dépendent essentiellement de la déclinaison lunaire au moment du passage au périgée ou à l'apogée. C'est une question à étudier de plus près.

Équidéclinaison australe.

» Léger ressaut à 30° et léger affaissement à 10°.

Équidéclinaison boréale.

» Chute d'environ $0^{mm},50$ à 30° et hausse à peu près égale à 10°.

Révolution synodique.

» *Pleine lune.* — En lune boréale (hiver), relèvement qui peut atteindre $0^{mm},50$ à 30° et un peu moins à 10°; en lune australe, rien d'appréciable.

» *Nouvelle lune.* — En lune australe (hiver), très légère chute à 30° et à 10°, en lune boréale, rien de facilement appréciable.

» Ce n'est pas, du reste, dans les moyennes barométriques par parallèle que peuvent être recherchées la valeur et la marche de l'onde correspondant à la révolution synodique. C'est une question à réserver. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la vitesse de transmission des ébranlements souterrains.* Note de M. **A.-F. Noguès.**

« La vitesse de propagation des ondes sismiques a été déterminée par l'observation directe du mouvement dans les tremblements de terre : on a obtenu ainsi des nombres très différents, selon les milieux où les phénomènes se produisaient et les conditions où les observateurs étaient placés.

» Quelques sismologues ont eu recours à l'expérimentation, pour mesurer avec quelque approximation la vitesse de propagation des secousses dans diverses roches données ; mais la plupart de ces observateurs n'ont fait usage que des procédés de laboratoire, et les nombres obtenus n'ont qu'une valeur fort contestable. Sir Robert Mallet et M. Abbot ont expérimenté sur le terrain, en produisant des ébranlements par des coups de mines : ils ont obtenu cependant des résultats peu concordants entre eux. La disparate entre les nombres obtenus par des procédés différents et sur des roches différentes ne doit pas surprendre. En effet, la vitesse de propagation des ondes séismiques est fonction de nombreuses variables : les milieux, la nature et la composition de la roche, son état moléculaire, la nature même de l'ébranlement, l'orientation des masses minérales, leur genre de stratification, leur densité, leur état d'imprégnation aqueuse, la position du plan ébranlé, normal ou parallèle au plan de vibration initiale, etc.

» Il y a donc un certain nombre de coefficients dont il faudrait tenir compte dans le calcul de la vitesse; la formule de Newton $V = \sqrt{\frac{gE}{d}}$, qui donne cette vitesse en fonction de la densité de la roche et d'un coefficient de compression, est donc incomplète et insuffisante.

» MM. Fouqué et Michel Lévy ont déterminé, en opérant sur le terrain, *dans des positions données* et *sur des roches données*, la vitesse de progagation des secousses à travers le sol. Ces habiles expérimentateurs, aidés par des instruments parfaits, ont obtenu des résultats *qui, dans les conditions où ils ont opéré, représentent un maximum d'exactitude.*

» J'ai opéré dans d'autres conditions et sur d'autres roches ; mes résultats ne pouvaient concorder avec ceux des autres expérimentateurs. Ma profession de mineur m'a permis de faire plusieurs séries d'expériences *sur la vitesse de transmission d'ébranlements souterrains*, dans des mines de 50^m à 100^m de profondeur et sur des roches diverses.

» Mes appareils étaient loin d'avoir la perfection de ceux de MM. Fouqué et Michel Lévy. Un bain de mercure était ébranlé par la secousse transmise par le sol ; un petit miroir à déclenchement indiquait l'instant du coup de mine à la poudre ou à la dynamite. Les erreurs provenant de l'allumage, du temps des déclenchements, de la durée de l'observation, etc., ont été *en partie corrigées* par la méthode des moyennes. Dans une autre Communication à l'Académie, je donnerai la description de mes expériences et des appareils ; aujourd'hui, je fais connaître les résultats numériques obtenus de 1880 à 1885. La vitesse de propagation des ébranlements souterrains a été :

» 1° Dans les *trachytes porphyroïdes* du cap de Gates (province d'Almeria) :

	Par seconde.
En direction des filons métallifères	1500^m
Normalement à la direction des filons	1400^m à 1450^m

» 2° Dans les *granites* de la sierra de Santa Elena et de Linarès (province de Jaen) :

	Par minute.
En direction des filons de galène	1480^m à 1500^m
Normalement	1400^m à 1450^m

» 3° Dans les *calcaires compacts* triasiques de la sierra Alhamilla et Gador (province d'Almeria) :

	Par seconde.
En direction des filons ou parallèlement aux couches	1400^m
Perpendiculairement aux strates	1200^m

» 4° Dans les *schistes anciens* de la sierra Alhamilla et de Santa Elena :

	Par seconde.
En direction des filons	800^m
Perpendiculairement aux strates	750^m à 700^m

» Donc : 1° la vitesse de transmission des ébranlements souterrains ne varie pas seulement avec la nature de la roche, mais elle dépend de plusieurs facteurs dont quelques-uns sont fort difficiles à déterminer.

» 2° On ne saurait appliquer les nombres trouvés par l'expérience, sur des roches données, au calcul de la vitesse des ondes sismiques dans les

tremblements de terre, quand ceux-ci se produisent en dehors des régions où les expériences ont été faites. »

M. V. Jamet adresse une suite à sa Communication précédente « Sur deux systèmes de courbes orthogonales ».

M. Léopold Hugo adresse une Note « Sur une valeur de π, déduite des nombres premiers ».

M. P. Pelseneer adresse une Note « Sur la classification des Gastropodes, d'après le système nerveux ».

M. Navel adresse une Note relative à l'emploi des engrais azotés.

La séance est levée à 4 heures trois quarts.

J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 9 avril 1888.

Journal de Mathématiques pures et appliquées; quatrième série, publiée par Camille Jordan. Tome quatrième, année 1888, fasc. n° 2. Paris, Gauthier-Villars et Fils, 1888; br. in-4°.

Notice sur la vie et les travaux du professeur A.-L. Gosselin; par M. Chauvel. Paris, G. Masson, 1888; br. in-8°. (Présenté par M. le baron Larrey.)

Cours de Physique; par J. Violle. Tome II : *Acoustique et Optique*. Première Partie : *Acoustique*. Paris, G. Masson, 1888; 1 vol. gr. in-8°.

La vie des êtres animés; par Émile Blanchard. Paris, G. Masson, 1888; 1 vol. in-18.

Extraits du Dictionnaire encyclopédique des Sciences médicales. Articles : *Plaie* et *Piqûre anatomique; par* M. Chauvel; *Pied; par* MM. Chauvel et Paulet. Paris, G. Masson; 2 vol. gr. in-8° et une brochure. (Présentés par M. le baron Larrey et renvoyés au concours Montyon, Médecine et Chirurgie.)

Traité de l'albuminurie et du mal de Bright; par E. Lecorché et Ch. Talamon. Paris, Octave Doin, 1888; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. Charcot. Renvoi au Concours Montyon, Médecine et Chirurgie.)

Bulletin de la Société géologique de France. Troisième série ; tome seizième, 1888, n° 2; br. gr. in-8°.

Bulletin de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale, publié sous la direction de MM. E. Peligot et Collignon ; 87e année, février 1888, n° 26, tome III, 5e série; br. in-4°.

Atti della reale Accademia dei Lincei; volume III, fasc. 12e e fasc. 13e. Roma, 1887 ; 2 br. in-4°.

Untersuchungen über Heterogenese; III, von Dr A.-P. Fokker. Gröningen, 1888; br. in-8°.

Annals of Mathematics. Office of publication : University of Virginia. Volume 3, number 6. Charlottesville, december 1887 ; br. in-4°.

Report of the meteorological Council to the royal Society, for the year ending 31st of march 1887. London, 1888; br. in-8°.

The observatory, a Monthly Review of Astronomy; n° 135, april 1888. London; br. in-8°.

Proceedings of the royal geographical Society and monthly record of Geography; april 1888. London; br. in-8°.



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 16 AVRIL 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la méthode des moindres carrés;* par M. J. **Bertrand**.

« L'histoire de la méthode des moindres carrés est singulière. Legendre, qui, le premier, l'a proposée, en 1805, aux calculateurs, ne la rattachait à aucune idée théorique. Gauss, qui depuis longtemps en faisait usage, a publié, en 1809, une démonstration acceptée sans contestation et reproduite quelques années après par Laplace. Gauss, cependant, avait fait de prudentes réserves, et ces réserves, dans son Mémoire de 1821 sur la combinaison des observations, se transforment en un abandon complet de la démonstration proposée en 1809. Les règles, qui subsistent, sont tout autrement démontrées. Le progrès paraît considérable. La démonstration de

1809 supposait, pour la probabilité des erreurs, une loi très particulière, dans laquelle ne figure qu'une seule constante; celle de 1821 est affranchie de toute hypothèse.

» Le succès d'une telle entreprise semble, *a priori*, l'un des plus merveilleux résultats de l'analyse.

» Comment déduire rigoureusement d'une loi qui reste inconnue une règle certaine et précise ?

» La simplicité du résultat doit redoubler l'étonnement.

» Si des grandeurs $l_1, l_2, \ldots, l_n$ ont été observées, la probabilité d'une erreur comprise entre z et $z + dz$, pour l'une d'elles, étant $\varphi(z)\,dz$, la probabilité du concours des erreurs $z_1, z_2, \ldots, z_n$ est proportionnelle à

$$(1) \qquad \varphi(z_1)\,\varphi(z_2)\ldots\varphi(z_n);$$

le produit doit être rendu maximum.

» La fonction $\varphi(z)$ restant inconnue, le problème paraît insoluble.

» L'hypothèse la plus plausible est, d'après le résultat du calcul, celle qui rend minima la somme

$$(2) \qquad z_1^2 + z_2^2 + \ldots + z_n^2.$$

» Si le produit (1) est maximum quand la somme (2) est minima, il doit rester constant en même temps que celle-ci et la fonction φ doit satisfaire à une équation de la forme

$$\varphi(x_1)\,\varphi(x_2)\ldots\varphi(x_n) = \mathrm{F}(x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2).$$

» On déduit de cette équation bien connue

$$\varphi(z) = \mathrm{G}\,e^{-k^2z^2}.$$

» C'est la loi proposée en 1809; elle seule peut justifier la règle qu'on en a déduite.

» Le chevalier de Méré, ayant cru rencontrer un cas analogue, accusait, sans hésiter, l'Arithmétique de se démentir; mais il n'était pas géomètre, grand défaut, au jugement de Pascal, pour ceux, tout au moins, qui veulent traiter de telles questions.

» L'explication est simple : on a fait, sans en rien dire, l'hypothèse qui précise la forme de la fonction; elle consiste à supposer les erreurs infiniment petites. L'identité de tous les problèmes n'est pas, dès lors, plus étrange que celle de la loi des courbures, la même sur toutes les surfaces pour toutes les courbes issues d'un même point.

» Toutes les équations, dans la théorie de Gauss, sont réduites au premier degré.

» Si l'on nomme $\varphi(z)\,dz$ la probabilité pour qu'une erreur d'observation soit comprise entre z et $z+dz$, on peut, z étant très petit, remplacer $\varphi(z)$ par son développement

$$\varphi(z)=\varphi(0)+z\,\varphi'(0)+\frac{z^2}{2}\varphi''(0)+\frac{z^3}{6}\varphi'''(0)+\frac{z^4}{24}\varphi^{\text{IV}}(0)+\ldots.$$

» Les erreurs constantes étant écartées, c'est une des hypothèses de Gauss, on a

$$\varphi(z)=\varphi(-z)$$

et, par conséquent,

$$\varphi'(0)=0,\qquad \varphi'''(0)=0.$$

On peut, puisqu'on est convenu de négliger z^2 par rapport à z, négliger z^4 par rapport à z^2 et réduire $\varphi(z)$ à la forme

$$\varphi(z)=\varphi(0)+\tfrac{1}{2}\varphi''(0)z^2=a+bz^2.$$

Mais on a, dans les mêmes conditions,

$$Ge^{-k^2z^2}=G-Gk^2z^2.$$

Si donc on pose

$$G=a,\qquad k^2=-\frac{b}{a},$$

on aura

$$\varphi(z)=Ge^{-k^2z^2}.$$

» La fonction $\varphi(z)$, quelle que soit sa forme véritable, est réductible, dans les conditions où l'on veut résoudre le problème, à celle que Gauss avait proposée d'abord.

» L'introduction d'une loi de probabilité indéterminée n'est pas le vrai progrès accompli dans le Mémoire de 1821. La condition à remplir y a été remplacée par une autre de beaucoup préférable. Au lieu de rendre maxima la probabilité d'une erreur nulle, on cherche, dans la théorie définitive, à diminuer, pour chaque inconnue, la valeur probable du carré de l'erreur commise. »

SPECTROSCOPIE. — *Sur les spectres de l'oxygène;* par M. J. Janssen.

« Il vient de se produire récemment la constatation d'un fait qui fournit une démonstration remarquable de la loi sur la production des bandes obscures que j'ai découvertes dans le spectre de l'oxygène.

» L'Académie se rappelle que j'ai annoncé [1] que les phénomènes d'absorption élective dans le gaz oxygène se traduisent par deux systèmes spectraux très différents :

» Un premier système, constitué par des raies fines et qui obéit à la loi du produit de l'épaisseur gazeuse traversée par la densité du gaz;

» Un second système, formé par des bandes estompées beaucoup plus difficilement résolubles, qui est régi par la loi du produit de l'épaisseur par le carré de la densité.

» Cette seconde loi étant toute nouvelle en analyse spectrale, j'ai dû m'attacher, d'une part, à instituer toutes les expériences nécessaires pour démontrer que ce système de bandes obscures appartenait bien à l'oxygène, et ensuite toutes celles qu'exigeait la constatation de cette loi nouvelle.

» Ces expériences ont embrassé une échelle très étendue, depuis plus de 100^{atm} jusqu'à quelques-unes seulement, et avec des longueurs de tubes allant de $0^m,42$ jusqu'à 60^m.

» En même temps, j'entrepris de longues observations sur l'atmosphère, observations mises en rapport avec les expériences des tubes.

» Ces observations, et notamment celles que je faisais pendant l'automne dernier au pic du Midi, m'ont démontré que toutes les bandes du spectre de l'oxygène se retrouvent dans le spectre de la lumière solaire, à la condition de faire traverser à celle-ci des épaisseurs suffisantes du milieu atmosphérique. Mais j'ai fait plus : j'ai comparé, en m'aidant de la Photographie, les intensités des bandes du spectre atmosphérique avec celles que donnaient les tubes, et je me suis assuré que les intensités de ces bandes atmosphériques, avec certaines corrections, satisfaisaient encore à la loi du carré. Il en résultait que cette loi était vérifiée depuis une densité nulle de l'oxygène, jusqu'à celle qui correspond à plus de 100^{atm}.

---

[1] *Comptes rendus*, t. CII, p. 1352.

» Or j'apprends, par le numéro de mars dernier des *Annales* de M. Wiedemann, que M. Olszewski, en liquéfiant de l'oxygène, a eu l'idée d'en examiner le spectre, et qu'il y a constaté l'existence des bandes dont j'ai entretenu l'Académie à plusieurs reprises. M. Olszewski dit les avoir reconnues avec une épaisseur de 7^{mm} d'oxygène liquide. D'après la loi dont je parle, et en admettant une densité de l'oxygène voisine de celle de l'eau, il faudrait une épaisseur de ce liquide de 4^{mm} à 5^{mm} pour que la plus forte bande, celle qui est voisine de D, commençât à être perceptible.

» On voit qu'il y a là une confirmation bien remarquable de la loi que j'ai énoncée.

» Les recherches que je poursuis sur les spectres du gaz, et spécialement celles sur l'oxygène, embrassaient, ainsi que je l'ai dit, l'étude des effets de la densité depuis les plus faibles jusqu'aux plus élevées, c'est-à-dire jusqu'à la liquidité et à la solidification.

» Un des buts principaux de ces études est de permettre la recherche de la présence de l'oxygène dans le Soleil et les autres astres. Cette étude, pour laquelle j'ai pris date (*Comptes rendus*, 16 août 1887), a déjà été commencée l'année dernière, elle sera continuée.

» J'espère donc qu'on me permettra de poursuivre ces recherches en y mettant le temps et le soin qu'elles exigent. »

MÉCANIQUE. — *Équilibre d'élasticité d'un solide sans pesanteur, homogène et isotrope, dont les parties profondes sont maintenues fixes, pendant que sa surface éprouve des pressions ou des déplacements connus, s'annulant hors d'une région restreinte où ils sont arbitraires. — Cas où les données sont mixtes, c'est-à-dire relatives en partie aux pressions et en partie aux déplacements* (1); par M. **J. Boussinesq.**

» VI. Il reste enfin les deux cas, que je me propose de traiter spécialement ici, où l'on connaît soit u_0, v_0 et p_z, soit p_x, p_y et w_0. Il y a lieu de superposer alors les expressions (6) et (7), mais réduites, les unes, (6), à ce qu'elles sont quand, d'après les indications du n° III, l'on s'y donne à la surface soit $u = u_0$, $v = v_0$, $w = 0$, soit $u = 0$, $v = 0$, $w = w_0$, et les autres, (7), à ce qu'elles deviennent lorsqu'on y annule, au contraire,

(1) Voir le précédent numéro des *Comptes rendus*, p. 1043.

u et v à la surface, dans le premier cas, w dans le second ; en sorte que la superposition des deux systèmes (6) et (7) conduise bien aux composantes données, ou tangentielles u_0, v_0, ou normale w_0, des déplacements de la surface. A cet effet, il suffira, d'après les formules (7) de u, v, w, d'où l'hypothèse $z = 0$ fera disparaître les deuxièmes termes, de prendre pour tous les points (x, y, z) du corps, dans le premier cas, $\varphi = 0$, $\varphi_1 = 0$ et, dans le second cas, $\frac{d\varphi}{dz} + \Phi = 0$, c'est-à-dire $\Phi = -\frac{d\varphi}{dz}$. Les expressions (7 *bis*), de p_z dans le premier cas, et de p_x, p_y dans le second, s'ajouteront respectivement à celles que donne la substitution, dans (2), des valeurs (6) de u, v, w, ainsi simplifiées par les suppositions respectives $w_0 = 0$ ou $W = 0$, et $(u_0, v_0) = 0$ ou $(U, V) = 0$. Il viendra, pour le premier cas, où l'on se donne u_0, v_0, p_z,

$$(11)\quad (\text{pour } z = 0)\quad p_z = \frac{k}{k'}\left(\frac{du_0}{dx} + \frac{dv_0}{dy}\right) - \frac{1+k}{k'}\frac{d\Phi}{dz}$$

et, pour le second cas, où l'on se donne p_x, p_y, w_0,

$$(12)\quad (\text{pour } z = 0)\left\{\begin{aligned} p_x &= -\frac{d}{dx}\left(\frac{k}{k'}w_0 + \frac{1+k}{k'}\frac{d\varphi}{dz}\right) + \frac{d^2\varphi_1}{dy\,dz},\\ p_y &= -\frac{d}{dy}\left(\frac{k}{k'}w_0 + \frac{1+k}{k'}\frac{d\varphi}{dz}\right) - \frac{d^2\varphi_1}{dx\,dz}.\end{aligned}\right.$$

» VII. On voit donc que, dans le premier cas, l'unique fonction encore inconnue Φ devra se déterminer de manière à avoir, pour $z = 0$, sa dérivée première en z égale à $-\frac{k'}{1+k}p_z + \frac{k}{1+k}\left(\frac{du_0}{dx} + \frac{dv_0}{dy}\right)$; ce qui lui assignera comme valeur le quotient, par -2π, du potentiel ordinaire ou inverse d'une couche dont la densité serait cette dernière expression, valeur évidemment réductible à celle-ci

$$(13)\qquad \Phi = -\frac{k'}{1+k}P_z + \frac{k}{1+k}\left(\frac{dU}{dx} + \frac{dV}{dy}\right),$$

si P_z, U et V sont les quotients, par -2π, des potentiels ordinaires $\int\frac{dm}{r}$ de couches minces $\int dm$ étalées sur la surface $z = 0$ et ayant les densités superficielles respectives p_z, u_0, v_0. Or, l'expression (13) de Φ, portée dans les formules (7) où φ et φ_1 sont actuellement nuls, fournira des valeurs partielles de u, v, w ne contenant évidemment que les dérivées de U, V, P_z, avec le facteur z dans la plupart des termes. Il serait facile d'en éliminer

ce facteur z, mais à la condition d'introduire les dérivées de potentiels autres que $-2\pi U$, $-2\pi V$, $-2\pi P_z$, savoir celles de *potentiels directs*, de la forme $\int r\,dm$. L'on observerait, à cet effet, que les produits $-2\pi z U$, $-2\pi z V$, $-2\pi z P_z$, de la forme $z\int\frac{dm}{r}$, sont les dérivées en z des potentiels directs $\int r\,dm$ des couches mêmes $\int dm$ dont $-2\pi U$, $-2\pi V$, $-2\pi P_z$ désignent les potentiels inverses.

» J'ai trouvé pour les valeurs définitives de u, v, w, en y comprenant les parties qui proviennent du type (6) :

$$(14)\quad \begin{cases} (u, v) = \dfrac{d(U, V)}{dz} - \dfrac{z}{1+k}\dfrac{d}{d(x, y)}\left(\dfrac{dU}{dx} + \dfrac{dV}{dy} - P_z\right), \\ w = \dfrac{k}{1+k}\left(\dfrac{dU}{dx} + \dfrac{dV}{dy} - \dfrac{k'}{k}P_z\right) - \dfrac{z}{1+k}\dfrac{d}{dz}\left(\dfrac{dU}{dx} + \dfrac{dV}{dy} - P_z\right). \end{cases}$$

» L'on constate directement que ces expressions satisfont à toutes les équations du problème et, en particulier, à $(u, v, p_z) =$ les trois fonctions données de x et y, pour $z = 0$.

» VIII. Quant au second cas, où, p_x, p_y et w_0 étant connus, il s'agit de choisir les deux fonctions φ et φ_1 de manière à vérifier les relations (12), la séparation de φ et φ_1, dans celles-ci, s'effectuera comme au n° V, c'est-à-dire en évaluant les deux expressions $\frac{dp_x}{dx} + \frac{dp_y}{dy}$, $\frac{dp_x}{dy} - \frac{dp_y}{dx}$, et en remplaçant encore, dans les résultats, $\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2}\right)\frac{d(\varphi, \varphi_1)}{dz}$ par $-\frac{d^3(\varphi, \varphi_1)}{dz^3}$. Il vient ainsi, finalement,

$$(15)\quad (\text{pour } z = 0)\quad \begin{cases} \dfrac{d^3\varphi}{dz^3} = \dfrac{k}{1+k}\left(\dfrac{d^2 w_0}{dx^2} + \dfrac{d^2 w_0}{dy^2}\right) + \dfrac{k'}{1+k}\left(\dfrac{dp_x}{dx} + \dfrac{dp_y}{dy}\right), \\ \dfrac{d^3\varphi_1}{dz^3} = -\left(\dfrac{dp_x}{dy} - \dfrac{dp_y}{dx}\right). \end{cases}$$

» Donc, pour former φ et φ_1, l'on n'aura qu'à employer (au diviseur près -2π), comme au n° V où les relations analogues étaient (9), le second potentiel logarithmique de couches étalées sur la surface $z = 0$ et ayant leurs densités représentées par les deuxièmes membres de (15). Chacun de ces potentiels s'exprimera d'ailleurs, pareillement à ce qu'on a vu au même endroit, par les dérivées en x et y des potentiels, de même espèce, que donneraient des couches ayant pour densités les quantités p_x, p_y, w_0 dont les dérivées analogues figurent aux seconds membres de (15).

Appelons respectivement $\mathfrak{P}_x$, $\mathfrak{P}_y$ les deux premiers de ces potentiels (déjà employés au n° V), $\mathfrak{P}$ le troisième ; et nous aurons, en remplaçant finalement $-\frac{d^2\mathfrak{P}}{dx^2}-\frac{d^2\mathfrak{P}}{dy^2}$ par $\frac{d^2\mathfrak{P}}{dz^2}$, dérivée identique au potentiel inverse $-2\pi W$,

$$(16)\quad \left\{\begin{aligned} \varphi &= -\frac{k}{1+k}W-\frac{k'}{2\pi(1+k)}\left(\frac{d\mathfrak{P}_x}{dx}+\frac{d\mathfrak{P}_y}{dy}\right),\\ \varphi_1 &= \frac{1}{2\pi}\left(\frac{d\mathfrak{P}_x}{dy}-\frac{d\mathfrak{P}_y}{dx}\right)=\frac{k'+1}{4\pi(1+k)}\left(\frac{d\mathfrak{P}_x}{dy}-\frac{d\mathfrak{P}_y}{dx}\right).\end{aligned}\right.$$

» Or la substitution directe de ces valeurs de φ et φ_1 dans (12) montre qu'elles ne vérifient pas moins ces relations que les équations indéfinies $\Delta_2\varphi=0$, $\Delta_2\varphi_1=0$ et la condition d'évanouissement des expressions partielles obtenues (7) de u, v, w aux distances infinies.

» En mettant au lieu de φ et φ_1 les derniers membres de (16) dans (7), où Φ est ici $-\frac{d\varphi}{dz}$, et en observant d'ailleurs que les potentiels $\mathfrak{P}_x$, $\mathfrak{P}_y$, de la forme $\Psi=\int[z\log(z+r)-r]\,dm$, ont leurs dérivées en x et y évaluables par la double identité

$$(17)\quad \frac{d\Psi}{d(x,y)}=z\frac{d^2\Psi}{d(x,y)\,dz}-\frac{d\int r\,dm}{d(x,y)},$$

on verra que u, v, w s'expriment seulement au moyen de potentiels inverses (dérivées secondes en z de $\mathfrak{P}_x$, $\mathfrak{P}_y$, $\mathfrak{P}$) et des parties $-\int r\,dm$ des seconds potentiels logarithmiques, parties qui, changées de signe, s'appellent les *potentiels directs* des couches $\int dm$ et ont pour paramètre Δ_2 le double des potentiels inverses correspondants. Il viendra, en effet, si $\int dm$, $\int dm'$, $\int dm''$ désignent respectivement les trois couches ayant pour densités p_x, p_y, w_0, et si l'on ajoute d'ailleurs les parties de u, v, w qui proviennent de (6) :

$$(18)\quad \left\{\begin{aligned} (u,v,w) &= \frac{1}{\pi}\int\left(\frac{dm}{r},\frac{dm'}{r},-\frac{d}{dz}\frac{dm''}{r}\right)\\ &\quad -\frac{1}{2\pi(1+k)}\frac{d}{d(x,y,z)}\left[\frac{d\int r\,dm}{dx}+\frac{d\int r\,dm'}{dy}\right.\\ &\qquad\left.+(1-k)\int\frac{dm''}{r}-\frac{d^2\int r\,dm''}{dz^2}\right].\end{aligned}\right.$$

» On vérifie aisément que ces valeurs satisfont bien aux équations du problème, et notamment aux conditions concernant p_x, p_y, w_0.

» IX. En résumé, dans le cas mixte où l'on connaît, pour chaque point de la surface, les composantes tangentielles du déplacement avec la composante normale de la pression, les potentiels ordinaires ou inverses de couches minces étalées sur la surface suffisent, avec la coordonnée normale z en facteur dans certains termes, pour exprimer la solution, tandis qu'il y faut des seconds potentiels logarithmiques ou tout au moins des potentiels directs de couches analogues, dans le cas mixte inverse où l'on se donne les composantes tangentielles de la pression avec la composante normale du déplacement. L'introduction des dérivées de pareils potentiels directs permet d'ailleurs d'éliminer le facteur z des formules du cas précédent. Et l'on voit que l'intégration s'effectue, dans ces deux cas, par les mêmes types de fonctions que dans ceux où, sur la totalité de la surface, les données relatives à chaque point concernaient toutes les trois des pressions ou toutes les trois des déplacements. »

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur les relations de l'azote atmosphérique avec la terre végétale. Réponse aux observations de M.* Berthelot, *insérées aux « Comptes rendus » du 9 avril;* par M. **Th. Schlœsing.**

« Les observations de mon Confrère, M. Berthelot, se divisent en trois parties. Dans la première, il rappelle les conditions spéciales dans lesquelles il a observé la fixation de l'azote; je ne m'y arrête pas. Dans la deuxième, il discute les expériences de Boussingault sur la formation du nitre, expériences que j'ai rappelées dans ma Communication du 19 mars. Dans la troisième, il discute les expériences dont j'ai présenté le résumé à l'Académie les 26 mars et 3 avril.

Expériences de Boussingault.

» M. Berthelot commence en exprimant le regret que le nom vénéré de Boussingault ait été prononcé par moi au début de mon travail. J'ai lieu de m'en réjouir, au contraire, parce que l'occasion va m'être fournie de rendre à l'illustre maître un honneur qui lui est dû.

» Au temps des recherches de Boussingault (dit M. Berthelot), il y a trente ans et plus, la terre végétale était envisagée comme un support chimique, passif, inerte, simple association de matériaux privés de vie.... Aujourd'hui, au contraire, d'après les idées que nous cherchons à faire prévaloir, la terre végétale est regardée comme

un support actif, comme une chose vivante, c'est-à-dire que l'on explique ses propriétés par l'existence des micro-organismes dont elle est remplie....

» La plupart des lecteurs des *Comptes rendus* ne sont pas au courant des travaux dont la terre végétale a été l'objet. En lisant les lignes précédentes, ils penseront que l'œuvre de Boussingault, celle du moins qui concerne la terre végétale, est maintenant surannée, et ils seront portés à croire que M. Berthelot a ouvert, en cette question, une voie nouvelle à la Science. Ce serait une grave erreur; ce serait en même temps, j'en suis sûr, une fausse interprétation de la pensée de mon Confrère.

» Dans son deuxième Mémoire sur la terre végétale, écrit en 1859, Boussingault dit :

» Un examen plus approfondi m'a fait voir d'ailleurs que la terre végétale ne renferme pas seulement de la matière organisée morte, mais aussi des êtres vivants, des germes dont la vitalité, d'abord suspendue par l'effet de la dessiccation, se rétablit aussitôt qu'ils sont placés dans des conditions favorables d'humidité et de température.... Ainsi, quoi qu'on fasse, on ne saurait enfermer dans un appareil de la terre végétale exempte de germes qui produiront bientôt une végétation souterraine consommant à son profit une partie des principes fertilisants.... En un mot, il arrive avec la terre végétale convenablement humectée ce que M. Bineau a si heureusement constaté avec l'eau pluviale, dans laquelle les cryptogames qui y naissent font disparaître les nitrates et les sels ammoniacaux dont ils fixent l'azote pour se constituer, ajoutant ainsi à l'eau ce qu'elle n'avait pas, de la matière organisée....

» Ainsi, l'idée de considérer la terre végétale non comme une chose morte, mais bien comme un habitat d'êtres vivants, n'est pas aussi neuve que pourrait le laisser supposer la rédaction de M. Berthelot. Au reste, au moment où Boussingault l'énonçait, M. Pasteur avait déjà publié ses Mémoires sur les fermentations lactique et alcoolique; il allait donner celui sur les corpuscules organisés de l'air. Boussingault avait, des premiers, adopté ses idées; il suivait ses travaux avec une attentive admiration. Comment n'aurait-il pas appliqué lui-même à la matière organique de la terre végétale, objet de ses recherches, la notion si nette et si simple, révélée dès lors par M. Pasteur, du rôle joué dans la nature par les micro-organismes, chargés de restituer à l'air et au sol les matériaux que la végétation leur a empruntés?

» Depuis lors, quelques progrès dans la connaissance du travail des micro-organismes du sol ont été obtenus : on a isolé quelques-uns de ces êtres et défini leurs opérations, les conditions de leur vie. Aujourd'hui, M. Berthelot s'efforce d'ajouter à ceux qui nous sont connus un nouveau

micro-organisme, chargé d'une fonction synthétique, celle de fixer l'azote gazeux. Voilà, jusqu'à présent, sa part dans l'ensemble des travaux par lesquels on cherche, depuis 1859, à mieux définir les actions des infiniment petits sur la matière organique de la terre végétale.

» Examinant *les expériences de Boussingault rappelées par M. Schlœsing*, M. Berthelot dit qu'il faut « écarter d'abord toutes les expériences réputées » naguère les plus décisives, celles qui ont été faites avec des sols calci- » nés; car de tels sols ne renferment plus les organismes vivants qui sont » supposés déterminer la fixation de l'azote ». Mais, parmi les expériences que j'ai rappelées, et relatives à la nitrification de la terre végétale, il n'y en a pas une seule faite en sol calciné; cela se comprend de reste. Quand Boussingault étudiait la végétation indépendamment du sol, il fallait bien annuler l'action de celui-ci par le feu; quand il étudiait la nitrification, il se gardait bien de détruire la matière organique. Alors, pourquoi parler des sols calcinés, qui n'ont rien à faire ici? N'est-ce pas mêler des recherches du maître d'ordres absolument différents et introduire gratuitement une confusion qui peut dérouter le lecteur.

» Puis, mon Confrère s'efforce de démontrer que les expériences de Boussingault que j'ai citées réalisent des conditions incompatibles avec la fixation de l'azote. Je ne le suivrai pas sur ce terrain, n'ayant pas à défendre Boussingault de n'avoir pas réussi dans une entreprise qu'il ne poursuivait pas.

Mes expériences.

» M. Berthelot en fait une critique extrêmement vive :

» Les matières qui m'ont servi sont des mélanges hétérogènes et ne méritent pas le nom de terres.

» Je n'ai pas donné leur teneur en azote, carbone, potasse.

» Mes mesures gazométriques n'ont pas l'exactitude que je leur suppose.

» Mes terres contiennent trop peu d'argile.

» Je n'ai rempli aucune des conditions physiologiques du développement du microbe fixateur; ainsi, dans ma première série d'expériences, j'ai fait périr le microbe par la vapeur mercurielle; aussi ai-je abandonné ces expériences [1]; mes terres, dans la deuxième série d'expériences, ont

---

[1] Où M. Berthelot a-t-il vu que j'abandonne ces expériences? Voilà une singulière façon de traduire les scrupules d'un savant qui recommence des essais très laborieux pour réfuter d'avance une objection qu'on pourrait lui opposer.

absorbé beaucoup moins d'oxygène que dans la première; elles étaient trop compactes; elles étaient trop humides; enfin, chose grave, j'ai tué le microbe fixateur, par la chaleur, dès le début de mes expériences.

» On pourrait se demander tout d'abord si ces conditions physiologiques, que M. Berthelot fait valoir avec tant d'insistance, sont aussi bien définies qu'il le pense. Il y aurait sur ce point matière à discussion, en prenant pour base ses nombreuses expériences; mais je laisse ce sujet.

» Je dis seulement que mes terres ont été dans des conditions toutes pareilles à celles où se trouvaient des terres de M. Berthelot *qui ont fixé de l'azote :* c'est ce que je vais montrer.

» Je ne sais, dit mon Confrère, jusqu'à quel point on peut qualifier de *terres végétales* les mélanges hétérogènes employés par notre Confrère, lesquels renferment pour la plupart la moitié et même jusqu'à $\frac{86}{100}$ de leur poids de sables grossiers, siliceux ou calcaires, matériaux incohérents et non ameublis, peu propres au développement des êtres vivants....

» M. Berthelot n'a jamais vu mes terres; comment peut-il en juger de la sorte? Ses appréciations ne sont nullement autorisées par les analyses que j'ai rapportées, faites, selon l'habitude, sur les éléments *qui ont traversé un crible à mailles de* 1^{mm}.

» M. Berthelot se trompe absolument sur les caractères physiques de mes terres : celles-ci sont essentiellement homogènes et parfaitement ameublies, ayant été tamisées. Au reste, je n'insiste pas sur ce premier reproche; car, tout à l'heure, M. Berthelot va, par une singulière contradiction, accuser les mêmes terres d'un excès de compacité. Comment des matériaux incohérents forment-ils des masses compactes sous la simple pression des doigts? Je laisse à mon Confrère le soin de résoudre ce problème.

» Les doses d'azote dans mes terres ont varié depuis les taux les plus faibles (kaolin, Montretout) jusqu'au taux de $\frac{1}{1000}$ (sous-sol de Neauphle), à peu près comme dans les expériences de M. Berthelot. Je n'ai pas trouvé dans les Mémoires de mon Confrère (insérés aux *Annales de Chimie et de Physique*, numéro de janvier 1888) les teneurs de ses terres en potasse et en carbone. Pourquoi me demande-t-il ces teneurs dans les miennes?

» Mes terres étaient certainement plus accessibles aux gaz, sous la forme de fragments poreux, ayant au plus 15^{mm} dans leur plus grande dimension, laissant entre eux de larges interstices, que ne l'ont été celles de M. Berthelot au cours des expériences qui lui ont donné ses résultats les plus brillants. Dans ces expériences, en effet, les terres ont été exposées en plein champ dans de grands vases contenant 50^{kg} de chacune, où elles ont

éprouvé sans doute l'inévitable tassement produit par les eaux pluviales.

» Mes terres n'étaient pas plus humides que celles de M. Berthelot dans ces mêmes expériences. Voici, en effet, les humidités de mes terres, rapportées à 100 de matière sèche (¹) :

A.	B.	C.	D.	E.	Grenelle.		Montretout.	
16,6	17,4	13,3	15,2	16,3	15,4	13,4	12,3	12,2

» Or l'humidité des terres exposées en plein champ de M. Berthelot a varié entre 10 et 16,7 pour 100. Ces terres ont d'ailleurs été fréquemment imbibées à saturation par les pluies, et fréquemment on a recueilli des eaux de drainage; néanmoins, les quantités d'azote fixées, rapportées à l'hectare (4000 tonnes de terre), ont été considérables : l'une d'elles a atteint le chiffre de 1920^{kg}! On voit combien M. Berthelot exagère la critique quand il accuse mes terres d'un excès de compacité et d'un excès d'humidité.

» Ai-je fait périr le microbe fixateur par la chaleur? Quand M. Berthelot m'accuse de sa mort, il oublie que les terres chauffées étaient dans le vide. Faut-il lui rappeler que la plus légère élévation de température suffit alors pour déterminer la formation de la vapeur nécessaire pour l'entraînement des dernières traces de gaz? En fait, j'ai exécuté une distillation dans le vide à une température qui n'a certainement pas dépassé, si même elle les a atteints, trente degrés. Une pareille température ne peut être mortelle pour le microbe fixateur d'azote.

» M. Berthelot trouve que les terres employées par moi sont trop pauvres en argile, seul support probable du microbe; elles contiennent, d'après mes analyses, 19, 12, 7 pour 100 de cette substance. Partant de là, mon Confrère se croit autorisé à multiplier par $\frac{100}{19}$, $\frac{100}{12}$, $\frac{100}{7}$ le nombre 1^{kg},6 que j'ai bien voulu considérer comme une limite maxima de la fixation d'azote, par hectare, d'après l'une de mes expériences, la plus favorable à l'hypothèse de la fixation d'azote par la terre végétale. Mon Confrère ne connaît probablement pas ma méthode d'analyse mécanique des sols, généralement adoptée aujourd'hui; sans quoi, il saurait qu'une terre, qui donne 19 pour 100 d'argile, est déjà notablement forte; que le maximum d'argile que puisse donner une terre arable est aux environs de 35 pour 100;

(¹) Je laisse de côté l'expérience faite avec kaolin (F), parce que, l'humidité de cette matière ayant été de 27 pour 100, M. Berthelot ne manquerait pas de rejeter l'expérience.

qu'au delà de cette proportion une terre n'est plus labourable : c'est une masse argileuse trop plastique pour se prêter à la culture. Il n'est donc pas permis de calculer comme le fait M. Berthelot et de rapporter à 100 d'argile pure le chiffre de $1^{kg},6$. D'ailleurs, avant de faire ses multiplications, M. Berthelot devrait démontrer que la quantité de microbes fixateurs dans une terre est proportionnelle à la quantité d'argile. Au reste, quelle est donc la constitution de ces sables argileux qui jouent un si grand rôle dans les Mémoires de M. Berthelot? On ne sait. Seulement, je constate que le mot *sable*, tantôt seul, tantôt avec le mot *argileux*, revient à chaque instant dans ces Mémoires. Sable n'est pas synonyme d'argile, et il faut bien croire que M. Berthelot a lui-même opéré sur des mélanges de vrai sable et d'argile. En quoi le sable de Montretout est-il si différent du sable de Meudon, que l'un soit privé du microbe fixateur, quand l'autre le possède?

» Mes mesures volumétriques mêmes ne trouvent pas grâce devant mon Confrère. Il insiste sur la variété des opérations qu'il me faut exécuter, extractions de gaz, transvasements, chauffage, manipulations diverses, effectuées sur 2^{kg} de terre imbibée d'eau absorbant l'oxygène et émettant de l'acide carbonique. Je puis affirmer à mon Confrère que tout cela se fait aisément, proprement, sans perte, quand l'opérateur a quelque habitude du maniement des gaz. Qu'importe que l'air, qui vient d'être mesuré dans un volumètre à mercure ou à eau, éprouve une altération dès qu'il est au contact de la terre? Je suis certain que, si M. Berthelot avait une fois extrait les gaz contenus dans de la terre, il aurait été frappé de la simplicité de l'opération; il aurait appris que le vide se maintient sans aucun dégagement de quelque gaz occlus dans je ne sais quels éléments de la terre qui n'abandonneraient ce gaz occlus qu'à la température de la chaleur rouge.

» Quant à l'exactitude de mes mesures, je suis prêt à la discuter quand M. Berthelot le désirera. En attendant, je l'engage à remplacer dans les formules qui donnent les volumes gazeux à $0°$ et 760^{mm} toutes les hauteurs mercurielles observées H, H', h, ... par $H \pm 0^{mm},1$, $H' \pm 0^{mm},1$, $h \pm 0^{mm},1$, et à effectuer les calculs dans le cas le plus défavorable, celui où toutes les erreurs s'ajoutent en plus ou s'ajoutent en moins : il verra que l'erreur maxima n'atteint pas $\pm 1^{cc}$. Je m'en rapporte avec confiance à l'opinion des physiciens, auxquels M. Berthelot fait appel. Ils jugeront, comme moi, qu'une méthode d'analyse directe, donnant une approximation de 1^{cc}, soit de $1^{mg},25$ d'azote, dans des expériences sur 2^{kg} de terre, est infiniment supérieure à une méthode indirecte fondée sur des dosages par la chaux sodée, qui commet *des erreurs du même ordre en grandeur absolue* que les

miennes, quand elle est appliquée à 30^{gr} de terre, c'est-à-dire à une quantité soixante fois moindre [1].

» Je me résume :

1° M. Boussingault n'a pas considéré la terre végétale comme une chose inerte et sans vie.

2° Les vives critiques que formule M. Berthelot à l'égard de mes propres expériences ne sont nullement fondées.

3° Enfin, pour qu'on ne puisse jamais dénaturer ma propre pensée, je déclare nettement, comme je l'ai fait déjà verbalement dans la dernière séance, que je ne nie pas la possibilité de la fixation de l'azote atmosphérique dans la terre végétale : je dis seulement que jusqu'ici mes expériences ne la constatent pas, et que je ne la trouve pas démontrée avec une précision suffisante par les analyses de M. Berthelot. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **H. Leplay** soumet au jugement de l'Académie une Note ayant pour titre : « Sur la formation des acides organiques, des matières organiques azotées et du nitrate de potasse dans les différentes parties de la betterave en végétation de deuxième année, dite *porte-graines,* par l'absorption par les radicules des bicarbonates de potasse, de chaux et d'ammoniaque ».

(Commissaires : MM. Peligot, Schlœsing.)

M. **L. Abram** adresse la description et le dessin d'un nouveau manipulateur pour le télégraphe Morse.

(Renvoi à l'examen de M. Mascart.)

---

[1] Voici l'écart entre deux dosages par lesquels M. Berthelot a contrôlé le procédé de la chaux sodée :

	Azote.
	gr
I rapporté au kilo sec	1,3417
II »	1,2772
Différence	0,0635

Pour 1^{kg} l'écart des dosages est de	64^{mgr},5
Pour 2^{kg} il serait de	149^{mgr},0

M. **Bourchani** adresse une Communication relative au Phylloxera.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

CORRESPONDANCE.

M. **Bertin**, M. **Cloué** prient l'Académie de les comprendre parmi les candidats à la place devenue vacante, dans la Section de Géographie et de Navigation, par suite du décès de M. le général *Perrier*.

(Renvoi à la Section de Géographie et de Navigation.)

M. le **Secrétaire perpétuel** donne lecture d'une Lettre, adressée à l'Académie par M. le Ministre de l'Instruction publique.

« A la suite d'un vœu exprimé par le Conseil supérieur de Statistique, le Ministère de la Guerre, sur la demande de M. le Ministre du Commerce et de l'Industrie, a fait procéder à la détermination de la superficie territoriale de la France continentale. Cet intéressant travail a été entrepris par le Service géographique de l'armée sous la direction du regretté général Perrier.

» Il résulte d'un premier Rapport adressé par l'éminent géographe à M. le Ministre de la Guerre, le 1er décembre dernier, que la superficie de la France, calculée par la méthode planimétrique, sur la Carte de l'État-Major au $\frac{1}{80000}$, doit être estimée à 536408^{kmq}, c'est-à-dire à une superficie de 8012^{kmq} plus grande que celle qui est indiquée par le Bureau des Longitudes, et de 2929^{kmq} supérieure à l'évaluation produite par le général russe Strelbitsky.

» Mais, quelle que soit la précision avec laquelle ce premier travail ait été exécuté, M. le général Perrier ne l'a fourni qu'à titre de document destiné à être complété avant qu'il soit possible de fournir les chiffres définitifs, non plus par kilomètres carrés, mais par hectares. En effet, la surface mesurée à l'aide du planimètre le long de la frontière maritime a été limitée, en général, à la laisse de basse mer. Partout où il y avait incertitude, on a tracé en rouge sur les cartes la ligne suivie par la pointe du planimètre. L'évaluation de la superficie territoriale de la France ne pourra donc être rendue définitive qu'après la fixation précise de la position de la ligne de

laisse de basse mer sur tous les points des côtes où elle se trouve encore incertaine. Or c'est cette indication que le service géographique de l'armée demandait au Conseil supérieur de statistique de lui donner.

» Saisi de la question par M. le Ministre du Commerce et de l'Industrie, le Conseil supérieur de Statistique n'a pas cru avoir une compétence légale suffisante sur une matière qui touche autant à la Science et à la Législation qu'à l'Administration et à la Statistique. Il lui a paru que l'étude de la fixation de la ligne de laisse de basse mer pourrait, au contraire, être très utilement confiée à une Commission spéciale.

» M. le Ministre de l'Instruction publique invite l'Académie à désigner deux de ses Membres pour prêter aux travaux de cette Commission l'appui de leurs lumières.

» La détermination de la superficie territoriale de la France par département et par arrondissement intéresse non seulement la Science, mais aussi tous les départements ministériels, car elle seule peut leur fournir les moyens de dresser les statistiques administratives sur des bases scientifiques fixes et concordantes, toutes les fois qu'il y a lieu d'établir le rapport entre un phénomène observé et la circonscription administrative qui lui sert de support. »

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, un Ouvrage de M. *G. Planté*, intitulé : « Phénomènes électriques de l'atmosphère ». (Présenté par M. Becquerel.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques familles d'opérateurs différentiels.* Note de M. **R. Perrin**, présentée par M. Halphen.

« Parmi les opérateurs différentiels, en nombre indéfini, qu'on peut concevoir appliqués à des fonctions homogènes et isobariques de μ séries de quantités $a_0, a_1, \ldots, a_n$; $a'_0, a'_1, \ldots, a'_{n'}, \ldots$; $a^{\mu}_0, a^{\mu}_1, \ldots, a^{\mu}_{n_\mu}$ (qui seront par exemple les coefficients de μ formes binaires simultanées d'ordre $n, n', \ldots, n_\mu$ respectivement); quelques-uns sont bien connus comme jouant un rôle important dans la théorie des formes. Je me propose de montrer qu'on peut les rattacher à un petit nombre de familles dont tous les membres jouissent de propriétés offrant un certain intérêt au point de vue de cette même théorie.

» Soit d'abord la famille (ζ), définie par la formule

$$(1)\quad \zeta_p = \sum_{\mu} \left[a_0 \frac{d}{da_p} + \frac{p+1!}{p!\,1!} a_1 \frac{d}{da_{p+1}} + \ldots + \frac{p+r!}{p!\,r!} a_r \frac{d}{da_{p+r}} + \ldots \right],$$

où p est un entier quelconque positif ou nul : ζ_0 est l'opérateur d'Euler, qui multiplie toute fonction homogène par son degré; ζ_1 est l'annulateur de tout péninvariant du système des μ formes binaires (dans cette formule comme dans toutes celles qui suivront, on devra remplacer $0!$ par 1).

» *L'alternant de deux opérateurs ζ quelconques est nul*, c'est-à-dire qu'on a, quels que soient p et q,

$$(2)\qquad \zeta_p \zeta_q - \zeta_q \zeta_p = 0.$$

On le vérifie sans peine à l'aide de la notation de Sylvester, suivant laquelle

$$\zeta_p \zeta_q = \zeta_p . \zeta_q + \zeta_p * \zeta_q,$$

en formant directement le terme général et les termes extrêmes de $\zeta_p * \zeta_q$, ainsi que $\zeta_q * \zeta_p$.

» La relation (2), pour $q = 1$, donne cette propriété remarquable, que *tout opérateur de la famille (ζ), appliqué à un péninvariant, fournit un autre péninvariant.*

» Appliqué à un péninvariant d'étendue n et à une seule série de coefficients a, l'opérateur ζ_n se réduit à $a_0 \frac{d}{da_n}$: on retrouve ainsi le théorème connu, que la dérivée d'un péninvariant par rapport au coefficient de rang le plus élevé est encore un péninvariant.

» Appliqué à la forme $(a_0 a_1 \ldots a_n)(x, y)^n$, l'opérateur ζ_p équivaut à $\frac{1}{p!} y^p \frac{d^p}{dx^p}$. *Appliqué à un covariant ou à un semi-covariant de cette forme, il fournit un semi-covariant, en général de même ordre*, comme on le vérifie aisément à l'aide de la relation (2).

» Une seconde famille (ω) est définie par la formule

$$(3)\quad \omega_p = \sum_{\mu} \left[a_1 \frac{d}{da_p} + \frac{p+1!}{p!\,1!} a_2 \frac{d}{da_{p+1}} + \ldots + \frac{p+r!}{p!\,r!} a_{r+1} \frac{d}{da_{p+r}} + \ldots \right].$$

» ω_0 est l'opérateur qui a été récemment étudié sous la désignation de

$\frac{d}{d\zeta}$, par M. d'Ocagne et par moi-même, sous celle de $\frac{d}{d\omega_0}$, par M. Deruyts; ω_1 est l'opérateur isobarique qui reproduit toute fonction isobarique en la multipliant par son poids.

» *L'alternant de deux opérateurs de la famille* (ω) *appartient à la même famille :*

$$(4) \qquad \omega_p\,\omega_q - \omega_q\,\omega_p = (p-q)\frac{p+q-1!}{p!\,q!}\,\omega_{p+q-1}.$$

» *L'alternant d'un opérateur* ζ *et d'un opérateur* ω *appartient à la famille* (ζ) :

$$(5) \qquad \zeta_q\,\omega_p - \omega_p\,\zeta_q = \frac{p+q-1!}{p!\,q-1!}\,\zeta_{p+q+1}.$$

» On conclut de (4) que les seuls opérateurs ω, réellement distincts, sont les quatre premiers, car on obtient pour les autres l'expression générale

$$\omega_{p+3} = \frac{3.2^{p+1}}{p!\,p+3!}\Big[\omega_3\,\omega_2^p - p\,\omega_2\,\omega_3\,\omega_2^{p-1} + \frac{p(p-1)}{1.2}\,\omega_2^2\,\omega_3\,\omega_2^{p-2} - \ldots + (-1)^p\,\omega_2^p\,\omega_3\Big].$$

» On conclut de (5) :

» 1° Que ζ_2 et ω_0, appliqués, une seule fois chacun, à un péninvariant, sont commutatifs;

» 2° Que ζ_p, pour $p>1$, peut s'exprimer comme suit en fonction de ω_2 et de ζ_1 :

$$\zeta_p = \frac{2^{p-1}}{p!\,p-1!}\Big[\zeta_1\,\omega_2^{p-1} - (p-1)\,\omega_2\,\zeta_1\,\omega_2^{p-2} + \frac{(p-1)(p-2)}{1.2}\,\omega_2^2\,\zeta_1\,\omega_2^{p-2} - \ldots + (-1)^{p-1}\,\omega_2^{p-1}\,\zeta_1\Big];$$

» 3° Que, pour un péninvariant de degré θ, on a

$$\zeta_1\,\omega_0^m = m\theta\,\omega_0^{m-1},$$

relation à laquelle j'étais déjà parvenu par une autre voie (*Comptes rendus*, 18 avril 1887);

» 4° Que, pour une fonction quelconque de degré θ, on a

$$\zeta_1^m \omega_p = \omega_p \zeta_1^m + m\zeta_p \zeta_1^{m-1}.$$

» Donc ω_p, *appliqué au coefficient du dernier terme d'un covariant ou d'un semi-covariant d'ordre* $m - 1$, *fournit le coefficient du dernier terme d'un semi-covariant, en général d'ordre* m : c'est l'extension d'une propriété déjà connue pour ω_0, et évidente pour ω_1.

» Si l'on introduit l'opérateur

$$\eta = \sum_\mu \left[na_1 \frac{d}{da_0} + (n-1)a_2 \frac{d}{da_1} + \ldots + a_n \frac{d}{da_{n-1}} \right],$$

qui joue, dans la théorie des invariants, un rôle symétrique de celui de ζ_1, on trouve sans peine les deux relations (pourvu que $n = n' = \ldots = n_\mu$)

$$\zeta_p \eta - \eta \zeta_p = (n - p + 1)\zeta_{p-1} - 2p\omega_p,$$
$$\omega_p \eta - \eta \omega_p = (n - p + 1)\omega_{p-1} - (2p - 1)\omega'_p$$

(ω' désignant une troisième famille qui se déduit de ω comme ω se déduisait de ζ, en augmentant d'une unité les indices des a multiplicateurs), lesquelles permettent, dans ce cas, d'exprimer tous les ω et ω' autres que ω_0, ω'_0, ω_1, par des combinaisons de η avec ω, ω'_0 et les ζ.

» Je ferai remarquer, pour terminer, que l'on a, d'une manière générale,

$$\zeta_p \star \zeta_q \star \zeta_r \star \ldots \star \zeta_t = \frac{p + q + \ldots + t!}{p!\,q!\ldots t!} \zeta_{p+q+\ldots+t}.$$

» On démontre dès lors sans difficulté que $\zeta_p \zeta_q \ldots \zeta_t$, c'est-à-dire

$$\sum_\mu \sum_{p,q,\ldots,t} \left(\frac{p+p'!\,q+q'!\ldots t+t'!}{p!\,q!\ldots t!\,p'!\,q'!\ldots t'!} a_p a_q \ldots a_t \frac{d^s}{da_{p+p'}\,da_{q+q'}\ldots da_{t+t'}} \right)$$

(s étant le nombre des lettres a employées), *appliqué à un péninvariant, donne un péninvariant.*

» Si donc φ est un péninvariant d'étendue n, de degré θ et de poids π, et qu'on prenne $s = \theta$, $p' + q' + \ldots + t' = \pi - 1$, puisqu'il n'existe pas de péninvariant de poids 1, l'opérateur ci-dessus devra donner zéro : d'où autant de relations entre les coefficients numériques de φ qu'il existe de

manières de former $\pi - 1$ avec θ entiers au plus égaux à n. On retrouve ainsi précisément les mêmes équations de condition que fournit la relation $\zeta_1(v) = 0$, quand on annule séparément les coefficients des divers termes du résultat. »

ALGÈBRE. — *Sur une source d'équations algébriques ayant toutes leurs racines réelles.* Note de M. G. FOURET, présentée par M. Halphen.

« On rencontre, dans diverses questions d'Analyse et de Géométrie, des types remarquables d'équations algébriques ayant toutes leurs racines réelles. Telles sont notamment les équations auxquelles conduit la division d'un arc de cercle en parties égales, et celles qu'on obtient en égalant à zéro certains polynômes, comme ceux de Legendre et de M. Hermite, qui satisfont à des équations différentielles du second ordre d'une forme spéciale. Laguerre, dans un de ses derniers Mémoires ([1]), a exposé d'ingénieuses méthodes pour former de pareilles équations, en employant exclusivement les ressources de l'Algèbre ([2]). Je vais indiquer, en me plaçant au même point de vue, un artifice algébrique qui permet de combiner entre elles des équations ayant toutes leurs racines réelles, de manière à en déduire de nouvelles possédant la même propriété. Je m'appuie, pour cela, sur le théorème suivant, qui me paraît intéressant en lui-même.

» THÉORÈME. — *Si l'équation*

$$F(x) \equiv a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_{n-1} x + a_n = 0$$

a toutes ses racines réelles, l'équation

$$\Phi(x) \equiv a_0 f(x) + a_1 f'(x) + a_2 f''(x) + \ldots + a_{n-1} f^{(n-1)}(x) + a_n f^{(n)}(x) = 0,$$

dans laquelle $f(x)$ représente un polynôme entier d'un degré égal ou supérieur à n, a au moins autant de racines réelles que l'équation $f(x) = 0$ ([3]), *et si elle en a davantage, l'excédent est un nombre pair.*

([1]) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 3e série, t. IX, p. 99 à 146.

([2]) *Voir*, sur le même sujet, une Communication de M. d'Ocagne, à la page 731 du présent Volume.

([3]) Dans tout le cours de cette Note, les racines sont comptées avec leur degré de multiplicité.

» De là on conclut immédiatement que, *si les équations* $F(x)=0$ *et* $f(x)=0$ *ont toutes leurs racines réelles, il en est de même de l'équation* $\Phi(x)=0$.

» La démonstration du théorème qui vient d'être énoncé repose sur le suivant :

» *L'équation*

$$\varphi(x)\equiv f(x)+uf'(x)=0,$$

dans laquelle $f(x)$ *désigne un polynôme entier et* u *un nombre réel quelconque* (¹), *a au moins autant de racines réelles que l'équation* $f(x)=0$, *et, si elle en a davantage, l'excédent est un nombre pair.*

» On démontre ce théorème très simplement, en substituant, dans $\varphi(x)$, $\pm\infty$ et les racines de $f'(x)=0$, ce qui, au point de vue des signes, donne les mêmes résultats qu'en opérant les mêmes substitutions dans $f(x)$.

» Cette proposition une fois établie, on en conclut que l'équation

$$f(x)+u_1f'(x)+u_2[f'(x)+u_1f''(x)]=0,$$

c'est-à-dire, sous une forme plus symétrique,

$$f(x)+(u_1+u_2)f'(x)+u_1u_2f''(x)=0,$$

a un nombre de racines réelles qui égale, ou surpasse d'un nombre pair, le nombre des racines réelles de $f(x)=0$; et, en généralisant, on démontre aisément qu'il en est de même de l'équation

$$f(x)+S_1f'(x)+S_2f''(x)+\ldots+S_{n-1}f^{(n-1)}(x)+S_nf^{(n)}(x)=0,$$

dans laquelle S_1, S_i, S_n désignent respectivement la somme de n nombres réels $u_1, u_2, \ldots, u_n$ arbitrairement choisis, S_i la somme des produits de ces nombres i à i, et S_n leur produit.

» En remarquant que les nombres $u_1, u_2, \ldots, u_n$ sont les racines de l'équation

$$x^n-S_1x^{n-1}+S_2x^{n-2}-\ldots+(-1)^nS_n=0,$$

et que cette équation peut s'écrire sous la forme de l'équation $F(x)=0$, on obtient le théorème qu'il s'agissait d'établir.

» *Applications.* — On peut déduire de ce théorème un assez grand

(¹) Ce théorème subsiste, lorsqu'on remplace u par une fonction linéaire de x, dans laquelle le coefficient de x est positif.

nombre de conséquences intéressantes, en prenant pour $f(x)$ ou $F(x)$ des polynômes d'une forme particulière, dont tous les facteurs linéaires soient réels. Je vais en donner quelques exemples, choisis parmi les plus simples.

» 1° En faisant $f(x) = x^n$, on obtient immédiatement cette proposition :

» *Si l'équation*

$$F(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_{n-2} x^2 + a_{n-1} x + a_n = 0$$

a toutes ses racines réelles, il en est de même de l'équation

$$a_0 \frac{x^n}{1.2.3\ldots n} + a_1 \frac{x^{n-1}}{1.2.3\ldots(n-1)} + \ldots + a_{n-2} \frac{x^2}{1.2} + a_{n-1} x + a_n = 0,$$

et, plus généralement, de l'équation

$$a_0 \frac{x^n}{(1.2.3\ldots n)^\mu} + a_1 \frac{x^{n-1}}{[1.2.3\ldots(n-1)]^\mu} + \ldots + a_{n-2} \frac{x^2}{(1.2)^\mu} + a_{n-1} x + a_n = 0,$$

dans laquelle μ désigne un nombre entier positif quelconque.

» C'est un cas particulier d'un théorème dû à Laguerre (¹).

» En supposant $F(x) = (x+1)^n$ dans l'énoncé précédent, on en conclut que *l'équation*

$$\frac{x^n}{(1.2.3\ldots n)^\mu} + n \frac{x^{n-1}}{[1.2.3\ldots(n-1)]^\mu} + \frac{n(n-1)}{1.2} \frac{x^{n-2}}{[1.2.3\ldots(n-2)]^\mu} + \ldots + nx + 1 = 0$$

a toutes ses racines réelles.

» Le polynôme qui forme le premier membre de la dernière équation, dans l'hypothèse $\mu = 1$, a fait l'objet d'importantes recherches de la part de plusieurs géomètres, Abel, MM. Tchébichef, Laguerre et Halphen.

» 2° Remplaçons successivement, dans l'énoncé du théorème général, $F(x)$ par le polynôme de M. Hermite

$$x^n - \frac{n(n-1)}{1.2} x^{n-2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3.4} x^{n-4} - \ldots,$$

et par le polynôme

$$\frac{x^n}{(1.2.3\ldots n)^\mu} + n \frac{x^{n-1}}{[1.2.3\ldots(n-1)]^{\mu-1}} + \ldots + nx + 1 = 0,$$

(¹) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 3ᵉ série, t. IX, p. 133.

dont tous les facteurs linéaires sont réels, ainsi qu'on l'a vu tout à l'heure. On arrive alors aux conséquences suivantes :

» *Le nombre des racines réelles des équations*

$$f(x) - \frac{n(n-1)}{1.2} f''(x) + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3.4} f^{\text{IV}}(x) - \ldots = 0,$$

et

$$\frac{f(x)}{(1.2.3\ldots n)^{\mu}} + n \frac{f'(x)}{[1.2.3\ldots(n-1)]^{\mu}} + \frac{n(n-1)}{1.2} - 1 \frac{f''(x)}{[1.2.3\ldots(n-2)]^{\mu}} + \ldots + n f^{(n-1)}(x) + f^{(n)}(x) = 0$$

égale, ou surpasse d'un nombre pair, le nombre des racines réelles de l'équation $f(x) = 0$. De sorte que, *si l'équation* $f(x) = 0$ *a toutes ses racines réelles, il en est de même des deux premières équations.*

» 3° On voit encore immédiatement, toujours en vertu du théorème général, que *le nombre des racines réelles de l'équation*

$$f(x) + p f'(x) + q f''(x) = 0$$

égale, ou surpasse d'un nombre pair, le nombre des racines réelles de $f(x) = 0$, *lorsque l'on a* $p^2 - 4q > 0$.

» La même conclusion s'applique à l'équation

$$f(x) + p f''(x) + q f'''(x) = 0,$$

dans le cas où l'on a $4p^3 + 27q^2 < 0$.

» On pourrait multiplier ces applications, en faisant intervenir divers autres polynômes de forme intéressante, tels que les polynômes de Legendre, ceux qui ont été étudiés par M. Catalan (¹), par M. d'Ocagne (²), et dont tous les facteurs linéaires sont réels; mais les quelques exemples donnés plus haut suffiront, je pense, pour montrer la fécondité du théorème qui fait l'objet principal de cette Note. »

(¹) *Mémoires de l'Académie de Belgique*, t. XLIII.
(²) *American Journal of Mathematics*, vol. IX.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur deux théorèmes de Jacobi relatifs aux lignes géodésiques.* Note de M. **Paraf**, présentée par M. Hermite.

« La ligne géodésique qui joint deux points d'une surface n'est pas nécessairement la ligne la plus courte que l'on puisse tracer entre ces deux points sur la surface, et n'est même pas toujours minima par rapport aux courbes infiniment voisines, ainsi qu'on le voit déjà dans le cas simple de la sphère.

» Dans un Mémoire inséré au tome 17 du *Journal de Crelle*, Jacobi donne sans démonstration une règle pour décider si une ligne géodésique jouit vraiment de la propriété du minimum entre deux de ses points. Il énonce également cette proposition, que sur toute surface à courbures opposées les lignes géodésiques sont véritablement les plus courtes. Voici comment on peut démontrer simplement les deux théorèmes.

» Étant donnée une famille de géodésiques sur une surface, on sait que l'élément linéaire de la surface peut être ramené à la forme

$$ds^2 = du^2 + G dv^2,$$

les lignes $v =$ const. étant les géodésiques considérées et, par suite, $u =$ const. représentant leurs trajectoires orthogonales.

» G est une fonction de u et de v qui n'est jamais négative, car l'élément ds^2 ne peut être décomposé en facteurs réels.

» L'équation d'une courbe quelconque est $v = \varphi(u)$, et la longueur d'un arc AB de cette courbe est

$$l = \int_A^B \sqrt{1 + G v'^2}\, du,$$

v' désignant la dérivée de v, $\frac{dv}{du}$.

» Nous allons calculer la variation de l quand on passe d'une géodésique AB à une courbe quelconque AB infiniment voisine. Cette variation sera nécessairement du second ordre. Remplaçons v par $v + \varepsilon w$, w étant une fonction quelconque de u et ε un infiniment petit indépendant de u.

» Le radical devient, en se souvenant que $v' = 0$ pour la géodésique,

$$\sqrt{1 + \varepsilon^2 w'^2 G(v + \varepsilon w)} = \sqrt{1 + \varepsilon^2 w'^2 G + \varepsilon^3 \ldots} = 1 + \tfrac{1}{2}\varepsilon^2 w'^2 G + \ldots.$$

» Le terme principal de la variation de l est donc

$$\delta l = \frac{1}{2}\varepsilon^2 \int_A^B w'^2 G\, du,$$

et la géodésique AB sera un véritable minimum si ce terme est constamment positif, ce qui arrivera nécessairement si G ne s'annule en aucun point de la ligne AB. Il est d'ailleurs facile de voir ce qui se passe en un point pour lequel G s'annulerait.

» $\sqrt{G}\, dv$ est l'arc élémentaire d'une courbe $u =$ const. C'est donc, au point u, v, la distance de deux géodésiques infiniment voisines. Cette quantité est généralement du premier ordre, mais devient d'ordre supérieur si G s'annule. Ainsi, quand G s'annule en un point M, c'est qu'en ce point passent deux géodésiques infiniment voisines du système considéré.

» Si donc nous prenons pour les courbes $v =$ const. toutes les géodésiques passant par le point A, nous aurons le théorème de Jacobi, qui s'énonce ainsi :

» *L'arc de géodésique* AB *est véritablement un minimum, si la géodésique voisine* AM *ne va pas couper* AB *entre* A *et* B.

» Le second théorème de Jacobi se déduit sans peine de ce qui précède. La courbure de la surface en un point a pour valeur $-\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial^2\sqrt{G}}{\partial u^2}$. Considérons alors une portion de surface S à courbure négative, c'est-à-dire en tous les points de laquelle on ait

$$\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial^2\sqrt{G}}{\partial u^2} > 0.$$

» Soient A et B deux points de cette région, $v =$ const. toutes les géodésiques passant par A, $v = a$ la géodésique particulière AB. Alors G s'annule au point A et il suffit de montrer que G ne peut s'annuler en un second point à l'intérieur de S. C'est ce qui arrivera si, quelle que soit la constante a, la fonction d'une variable $G(u, a)$ est finie, continue et uniforme à l'intérieur de S.

» En effet, dans cette hypothèse, l'équation $G(u, a) = 0$ ne peut avoir que des racines d'ordre pair, puisque d'ailleurs G ne peut changer de signe. Donc $\sqrt{G}$ est aussi finie, continue et uniforme, et s'annule en A. Supposons qu'elle puisse encore s'annuler en un second point B.

» Alors $\sqrt{G(u, a)}$, qui est d'abord nulle, puis positive (si l'on prend la détermination positive du radical) quand on parcourt l'arc AB, serait d'abord croissante. Sa dérivée $\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}$ serait donc d'abord positive. Mais elle s'annule entre A et B, puisque $\sqrt{G}$ s'annule en A et B. Il y aurait donc un moment où $\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}$ serait décroissante et, par suite, où $\frac{\partial^2\sqrt{G}}{\partial u^2}$ serait négative. Donc $\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial^2\sqrt{G}}{\partial u^2}$ serait négatif en des points de S, ce qui est contraire à l'hypothèse. On raisonnerait de même si l'on avait pris la détermination négative de $\sqrt{G}$.

» Il est donc impossible qu'une ligne géodésique partant de A aille couper AB dans l'intérieur de S. C. Q. F. D.

» Ainsi, par exemple, sur une pseudo-sphère, deux géodésiques ne se coupent jamais qu'en un point.

» Remarquons, en terminant, que, si l'équation $G(u, v) = 0$ définit une fonction *réelle* v de u, la courbe ainsi définie sera l'enveloppe des géodésiques $v =$ const. C'est ainsi que, sur une développable, pour laquelle on peut prendre $ds^2 = du^2 + [u - \varphi(v)]^2 dv^2$, la courbe $u = \varphi(v)$ est l'arête de rebroussement.

» Si, au contraire, l'équation $G(u, v) = 0$ ne définit pas une courbe réelle, les géodésiques $v =$ const. n'ont pas d'enveloppe, et l'on verra facilement que l'équation $\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u} = 0$ représente en général le lieu du point qui, sur chaque géodésique, est le plus près de la ligne voisine. Ainsi, pour une surface gauche, on peut prendre $G = (u - \alpha)^2 + \beta^2$, α et β étant des fonctions de v, et $v =$ const. étant les génératrices. Alors $u - \alpha = 0$ représente la ligne de striction. »

M. **Ossian Bonnet** fait observer qu'il a publié, il y a plus de trente ans, dans les *Comptes rendus*, t. XL, p. 1311, et t. XLI, p. 32, deux Notes renfermant les résultats qui font l'objet de la Communication précédente. On trouve même, dans la première Note, plusieurs propriétés que Jacobi n'avait pas données, entre autres ce théorème assez curieux : *Si dans une surface convexe la courbure totale toujours positive est supérieure à la constante* $\frac{1}{a^2}$, *toute ligne géodésique de la surface ne pourra être minima dans une étendue supérieure ou égale à* πa.

ALGÈBRE. — *Sur deux récentes Communications de M.* Jensen. Note de M. E. Cesaro.

« Je demande à l'Académie la permission de faire remarquer que la *généralisation d'un théorème de Cauchy*, exposée par M. Jensen dans la séance du 19 mars, a été précédemment donnée dans les *Rendiconti* des *Lincei*, le 5 février. On trouve d'autres généralisations dans les *Rendiconti* du *Circolo Matematico* de Palerme (1887), et dans la livraison de février des *Nouvelles Annales*. Dans une autre Communication, portant la date du 12 mars, M. Jensen démontre un intéressant théorème sur les séries à termes positifs. Si le produit du terme général par une fonction positive a_n admet une limite finie et déterminée, la série

$$(1) \qquad (a_1 u_1 - a_2 u_2) + (a_2 u_2 - a_3 u_3) + (a_3 u_3 - a_4 u_4) + \ldots$$

est convergente, et, par suite, il en sera de même de la série à termes positifs $u_1 + u_2 + u_3 + \ldots$ si, k étant un nombre positif, on a constamment, à partir d'une certaine valeur de n,

$$k u_{n+1} < a_n u_n - a_{n+1} u_{n+1},$$

c'est-à-dire

$$a_n \frac{u_n}{u_{n+1}} - a_{n+1} > k.$$

D'ailleurs cette condition exige que la fonction positive $a_n u_n$ finisse par décroître, et, par suite, qu'elle tende vers une limite positive ou nulle. Je remarquerai, à ce propos, que si $a_n u_n$ admet une limite positive, et que la série $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \ldots$ soit divergente, il en sera de même de la série $u_1 + u_2 + u_3 + \ldots$; mais le théorème énoncé par M. Jensen à la fin de sa Communication sera impuissant pour constater cette divergence. En effet, si

$$\lim a_n u_n = \lambda > 0, \qquad \lim \left(a_n \frac{u_n}{u_{n+1}} - a_{n+1} \right) = \mu,$$

on a

$$\lim a_n (a_{n-1} u_{n-1} - a_n u_n) = \lambda\mu;$$

mais, en vertu de la convergence de (1), le premier membre est nul. Donc $\lambda\mu = 0$, $\mu = 0$, et c'est précisément dans ce cas que le théorème cité ne

permet pas de reconnaître le caractère de la série, d'autant plus que l'expression considérée ne saurait tendre à zéro par valeurs négatives. Du reste, le théorème dont il s'agit est connu depuis longtemps. Il est dû à M. Kummer. On peut lire, dans le t. IX des *Annali dell' Univ. Tosc.* (1867), un intéressant Mémoire de M. Dini *Sur les séries à termes positifs*. M. Dini démontre, entre autres choses, qu'il existe une infinité de séries convergentes et une infinité de séries divergentes, pour lesquelles l'expression considérée tend vers zéro par valeurs positives, de sorte qu'il est impossible de trouver une fonction a_n, telle que la règle de Kummer devienne décisive pour *toutes* les séries. »

MÉCANIQUE. — *Sur une solution élémentaire du problème du gyroscope de Foucault.* Note de M. **E. Guyou**, présentée par M. Bouquet de la Grye.

« L'étude du mouvement du gyroscope de Foucault a fait l'objet de nombreux et savants Mémoires, dont M. Gilbert a donné l'analyse complète dans une intéressante Notice intitulée : *Étude historique et critique du problème de la rotation d'un corps solide* (*Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, 2e année; 1878). Ainsi que le fait remarquer M. Gilbert, les auteurs de ces Mémoires se sont placés à deux points de vue différents pour traiter le problème, les uns, parmi lesquels Bour (1) et Lottner, ont supposé que l'attraction de la Terre était constante dans l'étendue occupée par le corps; les autres, parmi lesquels Quet (2), M. Resal et, plus tard, M. Gilbert, ont supposé que c'était la pesanteur apparente, c'est-à-dire la résultante de l'attraction de la Terre et de la force centrifuge qui était constante.

» Lorsque l'on ne se préoccupe que de prouver la rotation de la Terre par la concordance des résultats de la théorie avec ceux de l'expérience, l'une et l'autre hypothèse sont également acceptables, car les équations auxquelles elles conduisent ne diffèrent que par des termes dépendant du carré de la rotation diurne, termes assurément négligeables; mais la première hypothèse offre du moins l'avantage de conduire à une solution plus simple, puisque Bour l'obtient par des fonctions circulaires, tandis

(1) *Journal de Liouville*; 1863.
(2) *Ibid.*; 1853.

que l'autre hypothèse, plus généralement adoptée, conduit aux fonctions elliptiques.

» L'hypothèse que l'attraction de la Terre seule est constante offre un second avantage, non moins appréciable pour un problème de cette nature, celui de conduire à la solution rigoureuse par un raisonnement élémentaire de quelques lignes.

» Lorsque, en effet, on veut étudier le mouvement d'un corps ou d'un système de corps relativement à des axes animés d'un mouvement de translation, on peut traiter le problème comme si les axes étaient immobiles, à la condition de joindre aux forces qui sollicitent le système des forces égales et contraires à celles qui donneraient à chacun des points matériels le mouvement dont ils seraient animés si, à l'instant considéré, ces points étaient immobiles relativement aux axes. Si le système est composé de plusieurs corps solides, ces forces ont pour résultantes des forces appliquées aux centres de gravité et égales aux produits des masses des corps par l'accélération de l'origine des axes. Si enfin, comme dans le gyroscope de Foucault, les centres de gravité des différentes pièces du système coïncident entre eux et que l'on veuille rapporter le mouvement à des axes *animés d'un mouvement de translation ayant pour origine le point de réunion*, on pourra traiter le problème comme si ce point était immobile, sans tenir compte d'aucune force apparente.

» D'un autre côté, si les dimensions des diverses pièces du gyroscope sont assez petites pour que l'on puisse admettre que l'attraction de la Terre et même d'un astre quelconque soit constante dans son étendue, il n'y aura pas lieu non plus de tenir compte des actions de cette nature, puisque leurs résultantes passeront également par l'origine des axes.

» Supposons donc d'abord que l'on néglige les masses des anneaux; dans ce cas, le tore est entièrement libre autour de son centre de gravité, et, relativement à des axes de direction constante dans l'espace absolu et passant par ce point, le mouvement sera le même que si l'origine était fixe et le corps affranchi de toute action extérieure, par conséquent la direction de l'axe du plan du maximum des aires sera invariable, c'est-à-dire pointée vers la même étoile, et l'axe de révolution de l'instrument décrira d'un mouvement uniforme un cône circulaire autour de cette direction. Enfin le mouvement, relativement à la Terre, sera le résultat de la superposition du mouvement diurne à ce mouvement simple; c'est la conclusion à laquelle l'analyse a conduit Bour (p. 35 du Mémoire précité).

» Si, au lieu de considérer un corps de révolution, on considérait un corps quelconque, on obtiendrait le mouvement d'inertie décrit par Poinsot combiné avec le mouvement diurne; c'est le résultat qu'aurait obtenu Bour s'il avait poussé jusqu'au bout l'analyse qu'il n'a fait qu'indiquer pour ce cas général (p. 42).

» Supposons maintenant que l'on veuille tenir compte des masses des anneaux; on remarquera alors que deux des pièces du système ne sont plus libres de se mouvoir d'une manière quelconque autour du point fixe; car, relativement à des axes de direction invariable, l'un des diamètres de l'anneau extérieur tourne d'un mouvement uniforme autour d'une parallèle à la ligne des pôles. On pourra néanmoins, d'après ce qui précède, négliger l'entraînement du point fixe de la Terre, ainsi que l'attraction, et le problème sera ramené à l'étude du mouvement que prendrait un gyroscope de Foucault affranchi de toute action extérieure et dont le bâti serait assujetti à tourner uniformément autour d'une ligne fixe passant par le centre de gravité commun des pièces mobiles de l'instrument. On est ainsi conduit à cette remarque que, si, au même instant et en des points quelconques de la Terre, on dispose de gyroscopes identiques, parallèles entre eux et animés de la même vitesse de rotation, ces instruments prendront le même mouvement relativement aux étoiles et resteront, par suite, parallèles entre eux à tout instant.

» La solution à la fois simple et générale que je viens d'exposer ne m'a pas paru avoir été signalée jusqu'ici; mais cette omission de la part des savants géomètres qui ont traité le problème, en partant de la même hypothèse, s'explique facilement par la remarque que l'objet principal de leurs Mémoires était l'exposition d'une méthode générale pour l'étude des mouvements relatifs et que le problème du gyroscope n'y est traité que comme application de la méthode.

» J'ai dit plus haut que les résultats auxquels conduit le raisonnement élémentaire qui précède concordaient avec ceux auxquels l'analyse a conduit Bour; on peut encore trouver une autre vérification dans les résultats auxquels a été conduit Quet, en partant de la deuxième hypothèse, pour le cas particulier où les trois axes de l'ellipsoïde d'inertie du corps sont égaux (¹). Dans ce cas, en effet, les deux hypothèses doivent conduire au même résultat, car les variations des forces centrifuges dans les corps sont précisément les forces centrifuges qui résulteraient d'une rotation uniforme

(¹) *Journal de Liouville*, p. 271 et suivantes; 1853.

du corps égale à la rotation diurne autour d'une parallèle à la ligne des pôles passant par le centre de gravité, et les moments de ces forces relativement au point fixe disparaissent quand les trois axes d'inertie sont égaux.

» Des deux intégrales obtenues par Quet, la première ([1]) est conforme aux conclusions exprimées plus haut; la deuxième ([2]), celle qui exprime le mouvement de précession, est donnée sous la forme d'une série très compliquée; mais, si on laisse de côté les longs calculs employés par Quet pour obtenir ce développement et que l'on reprenne les équations différentielles du Mémoire ([3]), on arrive aisément à l'expression, sous forme finie, de l'intégrale qui représente le complément de la solution à laquelle conduit immédiatement l'application des principes élémentaires de la Mécanique rationnelle. »

PHYSIQUE. — *Sur une nouvelle méthode de mesure de la chaleur de vaporisation des gaz liquéfiés.* Note de M. **E. Mathias**, présentée par M. Lippmann.

« Les méthodes calorimétriques ordinairement employées sont des méthodes *à température variable*, ou à la température *fixe* de la glace fondante; pour l'objet de mes recherches, il fallait employer une méthode calorimétrique *à température constante* et donner différentes valeurs à cette température.

A cet effet, je compense à chaque instant le refroidissement du calorimètre *à eau* provenant de la vaporisation du gaz liquéfié au moyen d'une source de chaleur connue. C'est la chaleur développée par la dissolution dans l'eau du calorimètre d'un poids connu d'acide sulfurique concentré. On voit que la méthode proposée est une *méthode de zéro;* elle est d'ailleurs susceptible de généralisation ([4]).

([1]) Page 273.
([2]) Page 275.
([3]) Page 271.
([4]) On peut évidemment prendre comme source de chaleur la dissolution dans l'eau de l'acide chlorhydrique, de l'acide azotique, ou d'un corps solide convenable, chaleur de dissolution que l'on détermine directement sur le corps employé. M. Ch. Fabre a employé, le premier, la dissolution dans l'eau de l'acide sulfurique pour introduire une quantité connue de chaleur dans un calorimètre (*Annales de Chimie et de Physique*, t. X, 475). Plus récemment, MM. Berthelot et Recoura s'en sont également servis pour

» C'est la première fois, je crois, qu'une semblable *méthode calorimétrique à température constante* est proposée et appliquée; ses avantages sont évidents lorsqu'il s'agit de la chaleur de vaporisation qui est fonction de la température, et varie très rapidement avec elle au voisinage du point critique. A la fin de l'expérience, comme à toutes les époques intermédiaires, la température du calorimètre, et par suite celle du gaz liquéfié, est la température *initiale* t^o; la vaporisation s'effectue toujours à t^o et sous la pression p de la vapeur saturée.

» Soient donc

P le poids du liquide vaporisé;
Q la chaleur fournie au calorimètre, correction faite du refroidissement;
λ_t la chaleur de vaporisation à t^o.

» On a

$$\lambda_t = \frac{Q}{P}.$$

» La partie essentielle de l'appareil employé est un récipient cylindrique de cuivre, R, fermé en bas et communiquant à la partie supérieure avec un long serpentin de petit diamètre enroulé autour de lui; ce serpentin a un développement de 1^m environ. L'ensemble est plongé dans un calorimètre de M. Berthelot et est *doré extérieurement* pour empêcher l'attaque de l'acide. Le réservoir peut résister à une pression de 100^{atm}. Le serpentin est soudé avec un premier robinet à pointeau A, en nickel; celui-ci communique avec un second, B, et avec un manomètre sensible. De B, le gaz se rend au dehors en passant à travers un barboteur à glycérine qui permet de se rendre compte de la régularité de la vaporisation. L'isolement thermique du récipient R est réalisé au moyen d'un accord en *celluloid*, matière plus isolante que le bois (1).

» Lorsque le réservoir et le calorimètre sont bien à la température du laboratoire, et que le refroidissement est très lent, on commence l'expérience en ouvrant le robinet A, le second étant fermé. Le manomètre indique la pression p de la vapeur saturée à la température t de l'expérience.

---

déterminer la valeur en eau de la bombe calorimétrique (*Comptes rendus*, t. CIV, p. 876). Mais ces précédents intéressants ne constituent pas une méthode calorimétrique distincte, telle que la méthode de compensation exposée ci-dessus.

(1) Ce raccord, ainsi que les parties essentielles de l'appareil décrit ci-dessus, ont été très habilement construits, sur mes indications, par M. Ducretet.

On ouvre alors lentement le robinet B, et l'on règle l'écoulement du gaz de façon qu'il se fasse sous une pression $p - \varepsilon$ constante; la diminution de pression ε est aussi petite que l'on veut, et, en la faisant varier, on fait varier le débit. La détente est ainsi réduite au minimum. A la fin de l'expérience, on ferme brusquement le robinet B; la pression remonte brusquement, non à la valeur p primitive, mais à une valeur $p - \varepsilon'$ un peu inférieure, et qui est la tension de la vapeur saturée à la température t' de l'intérieur du récipient, laquelle est un peu plus basse que la température constante du calorimètre; puis, l'appareil se réchauffant, la pression reprend sa valeur initiale p. La connaissance de ε' permet de calculer l'abaissement $t - t'$ de la température intérieure; celui-ci n'a pas dépassé 0°,3 dans les expériences ci-dessous.

» Pendant tout le temps de la vaporisation du liquide, on fait couler goutte à goutte dans le calorimètre l'acide sulfurique contenu dans un flacon de verre taré, en ayant soin de mélanger les couches d'eau. On peut ainsi, avec quelques précautions, maintenir la température constante à 0°,05 près en plus ou en moins de la température initiale; on a d'ailleurs soin de rendre la variation de la température alternativement positive et négative pour que la température moyenne soit toujours t°.

» Lorsque la chaleur de dilution a été déterminée expérimentalement, la connaissance du poids d'acide employé permet de connaître exactement la chaleur fournie au gaz liquéfié. De la diminution de poids du récipient R, on déduit aisément le poids P du liquide vaporisé. On a donc tout ce qu'il faut pour connaître λ_t. En opérant à des températures différentes, on trouve la variation de la chaleur de vaporisation avec la température.

» J'ai appliqué cette méthode à l'acide sulfureux. Voici les nombres obtenus :

t°.		Poids de liquide vaporisé.		λ.	Calculé.
5°,74		30gr,987		89Cal,3	89Cal,67
9,44		11,936		88,0	88,24
10,525	10°,50	25,960	87,1	87,3	87,84
10,50		33,798	87,4		
10,445		20,314	87,3		

» On voit que la chaleur de vaporisation décroît lorsque la température s'élève. Il était intéressant de comparer les nombres fournis par l'expérience à ceux donnés par la formule de Clapeyron

$$L = \frac{T}{E}(u' - u)\frac{dp}{dt}.$$

» Ces nombres ont été publiés dans un travail antérieur [1], en collaboration avec M. Cailletet; j'ai essayé de les représenter en calculant par la méthode des moindres carrés une formule à trois termes, $\lambda = a + bt + ct^2$, en me servant de treize chaleurs de vaporisation de 0° à 60°. On représente ainsi d'une façon satisfaisante les nombres calculés par la formule

$$\lambda = 91,87 - 0,3842t - 0,000340t^2.$$

» On voit que, de 0° à 40° ou 50°, le terme en t^2 est négligeable, et qu'on peut représenter la chaleur de vaporisation par la formule linéaire

$$\lambda = 91,87 - 0,3842t.$$

» Pour $t = 0$, on trouve $\lambda = 91^{\text{Cal}},87$, nombre presque identique à la valeur $91^{\text{Cal}},7$ trouvée par M. J. Chappuis. Cette même formule représente aussi très bien les nombres que j'ai donnés plus haut, comme le montre la quatrième colonne du Tableau ci-dessus.

» J'ai cité les nombres précédents pour prendre date, l'application de la méthode offrant surtout de l'intérêt pour les gaz qui, comme l'éthylène, l'acide carbonique et le protoxyde d'azote, ont leur point critique à la température ordinaire. Ce sont ces corps que nous nous proposons d'étudier; si l'Académie veut bien le permettre, je lui communiquerai le résultat de mes recherches à ce sujet [2]. »

PHYSIQUE. — *Sur une sorte de courants électriques, provoqués par les rayons ultra-violets.* Note de M. **A. Stoletow**, présentée par M. Mascart.

« Les recherches de MM. Hertz, E. Wiedemann et Ebert, Hallwachs, ayant démontré l'influence des rayons ultra-violets sur les décharges électriques de haute tension, j'ai eu l'idée d'essayer si un pareil effet pouvait être obtenu avec de l'électricité de faible potentiel.

» Deux disques métalliques de $0^{m},22$ de diamètre sont placés verticalement vis-à-vis l'un de l'autre devant une lanterne à arc voltaïque alimentée par une dynamo (12 ampères, 70 volts). Le disque tourné vers la lampe est un réseau en fil de métal, l'autre disque est plein; les deux forment une

---

(1) Cailletet et Mathias, *Comptes rendus*, t. CIV, p. 1563, et *Journal de Physique*, 2e série, t. VI, p. 414.

(2) Ce travail a été fait au laboratoire d'enseignement physique, à la Sorbonne.

sorte de condensateur, dont une armature peut être éclairée sur sa face intérieure à travers les mailles de l'autre.

» Je prends une pile quelconque et j'en joins le pôle négatif au disque plein et le pôle positif au réseau. Un galvanomètre astatique de sir W. Thomson est introduit dans ce circuit interrompu par une couche d'air.

» Aussitôt qu'on allume l'arc, le galvanomètre dévie et reste dévié : une sorte de courant traverse le circuit. Tout écran opaque, toute sorte de verre, placés entre l'arc et le réseau, font disparaître la déviation; une plaque de quartz ne l'affaiblit que peu. La déviation reste assez constante tant que la lampe fonctionne bien; toute irrégularité de l'arc se fait sentir instantanément par des changements du courant.

» Si l'on intervertit les pôles de la pile, on n'a qu'une déviation très petite : il paraît que l'éclairement de l'armature positive n'est pas efficace.

» Évidemment, c'est l'action des radiations ultra-violettes qui provoque ici l'écoulement de l'électricité négative, tout comme dans les expériences citées : la couche d'air éclairée acquiert une sorte de conductibilité unipolaire.

» J'ai répété ces expériences avec des piles de 1 à 100 éléments. Pour 2 daniells, la distance des disques étant de 2^{mm} à 3^{mm}, la déviation est de 30 à 50 divisions de l'échelle, 1 division correspondant à $9^{amp}.10^{-11}$. Avec 100 éléments zinc | eau | cuivre, on aperçoit les traces d'un courant, même avec les disques séparés de $0^{m},10$.

» Le nettoyage du disque plein renforce l'effet. L'intensité de l'arc exerce une grande influence. Pour étudier les lois que suit le phénomène, il faut tâcher de maintenir l'arc bien constant et faire les comparaisons aussi vite que possible.

» En observant ces précautions, j'arrive aux conclusions suivantes :

» 1. Si l'on diminue la surface éclairée (en couvrant $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ du réseau par un écran), le courant diminue proportionnellement.

» 2. Quand on varie la distance l des disques, le courant varie aussi; mais il n'est pas inversement proportionnel à l et semble plutôt suivre la loi $i = \frac{E}{a + bl}$.

» 3. Quand on augmente la force électromotrice E qui charge les disques, le courant croît toujours; tant que E reste petite (jusqu'à 2 daniells), il lui est proportionnel, puis il croît de plus en plus lentement. La résistance apparente de la couche d'air paraît donc croître avec la force électromotrice.

» Si les deux disques sont en métaux différents, il faut tenir compte de leur différence électrique en évaluant la force électromotrice E. La proportionnalité de *i* à la force électromotrice *extérieure* est alors masquée par ladite différence. Si la force électromotrice *totale* rend le disque plein positif, on n'a aucun effet.

» Cela m'a donné l'idée que l'on pourrait obtenir un courant dans mon circuit *même sans pile*, pourvu que le réseau soit en métal plus positif que celui du disque plein. En effet, avec un disque troué en zinc comme réseau et un disque plein en cuivre argenté, j'ai obtenu un courant. On a ici une sorte de pile où l'air éclairé tient lieu de liquide et qui fonctionne tant que dure l'éclairement, le courant étant maintenu aux frais de l'énergie rayonnante. Quand on rapproche les deux disques jusqu'au contact, le courant croît jusqu'à une certaine limite, puis il passe par le zéro et change de signe (effet thermo-électrique).

» En comparant le courant dans le condensateur zinc-argent à celui qu'y provoque 1 daniell, j'ai pu évaluer la différence Zn | Ag de $0^{volt},97$ à $1^{volt},06$. On a donc ici une méthode *galvanométrique* pour comparer les différences électriques des métaux, qui semble fournir des résultats d'accord avec ceux des méthodes ordinaires.

» Il sera intéressant d'étendre cette recherche sur des gaz différents et en variant la pression. La méthode ébauchée permet d'étudier les effets électriques des radiations sous des conditions plus simples et plus susceptibles de mesures que cela n'a lieu dans les expériences des auteurs cités plus haut (¹).

» On renforce énormément l'effet de l'arc voltaïque en y introduisant certains métaux; parmi ceux que j'ai essayés, l'aluminium est le plus efficace; viennent ensuite le zinc et le plomb. Ce sont, je crois, les métaux dont le spectre ultra-violet est le plus riche; il est à remarquer que ce sont aussi les métaux les plus positifs dans la série de Volta.

» Je viens de faire quelques expériences d'après une autre méthode. Ayant chargé mon condensateur à réseau par une pile, je le laisse isolé

(¹) Cette Note avait été rédigée quand j'ai pris connaissance d'un travail tout récent de M. Arrhenius (*Wied. Ann.*, n° 4; 1888), qui obtient des résultats analogues, en opérant tantôt avec de l'*air phosphorescent* qui fait partie d'un tube à décharges électriques, tantôt avec de l'air raréfié qui est éclairé du dehors. La méthode de M. Arrhenius n'est pas assez sensible pour les pressions excédant 20^{mm}, et elle ne fait pas ressortir la différence de rôle qui existe entre les deux électrodes du circuit à air.

sous l'action des rayons pendant un temps donné, et je mesure ensuite le courant de décharge. Pour augmenter la charge et ralentir la perte due aux rayons, une capacité grande et connue (condensateur étalon à mica) est jointe au condensateur éclairé. De cette manière, on peut calculer la résistance de la couche d'air; les résultats sont d'accord avec ceux obtenus par la première méthode. Si les disques sont en métaux différents, l'effet des rayons tend à égaliser leurs potentiels, et, en réunissant les deux armatures par le galvanomètre, après un temps suffisant, on obtient un courant de charge qui correspond à la différence électrique des métaux. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la variation de la conductibilité calorifique du mercure avec la température.* Note de M. **Alphonse Berget**, présentée par M. Lippmann.

« Dans une précédente Communication ([1]) j'ai eu l'honneur de faire connaître à l'Académie les résultats de mes recherches sur la mesure de la conductibilité calorifique moyenne du mercure entre 0° et 100°.

» Dans les conditions où je m'étais placé, je mesurais le flux de chaleur qui traversait une colonne conductrice sans déperdition latérale, et qui pouvait, par conséquent, être considérée comme une portion d'un *mur* indéfini. Dans cette colonne, la distribution des températures était sensiblement une fonction linéaire.

» Je me suis proposé de voir si le coefficient k trouvé variait quand on fait croître la température de la face supérieure. Pour cela, j'ai étudié suivant quelle loi variait la distribution des températures dans la colonne à mesure que croissait la température la plus haute.

» J'ai repris pour cela la disposition que j'avais déjà employée, d'un cylindre de garde formé d'une masse mercurielle considérable, renfermée dans un vase cylindrique de fer; ce vase était doublé intérieurement de carton, mauvais conducteur de chaleur, pour éviter ainsi une trop grande altération des surfaces isothermes par suite de la plus grande conductibilité du fer.

» Dans ces conditions, la face inférieure étant maintenue à 0° par de la glace fondante, je chauffais la partie supérieure d'abord par de l'alcool du commerce bouillant à 84°, puis avec de la vapeur d'eau, puis avec un cou-

([1]) *Comptes rendus*, 25 juillet 1887.

rant de vapeur d'alcool amylique pur bouillant à 133°. Si nous prenons deux intervalles de température entre trois points A, B, C de la colonne, et si nous désignons par Δt et $\Delta t'$ les différences de températures correspondantes, le quotient $\frac{\Delta t}{\Delta t'}$ restera constant si K est indépendant de la température; il variera au contraire si ce coefficient est fonction de la température. C'est une façon d'observer qualitativement le phénomène.

» Le phénomène, moins sensible au-dessous de 100°, devient très net quand on prend les deux valeurs de $\frac{\Delta t}{\Delta t'}$ en chauffant d'abord à 100°, puis à 133°.

» Reste à mesurer la variation du coefficient k. Pour cela, supposons comme première approximation que le coefficient k soit fonction linéaire de la température

$$k = \varphi(t) = k_0(1 + \alpha t).$$

Nous prendrons pour k_0 la valeur trouvée pour le coefficient moyen. L'équation d'équilibre, lorsque le régime permanent est établi, deviendra alors

$$k_0(1 + \alpha t)\frac{dt}{dz} = c, \tag{1}$$

équation différentielle facile à intégrer, les variables étant séparées : nous en tirons

$$k_0 t + k_0 \frac{\alpha}{2} t^2 + k' = cz + c'.$$

On détermine $k' = c' = 0$ par la condition que, pour $z = 0$, $t = 0$; si l désigne la longueur de la colonne, et T la température supérieure, nous en tirons

$$c = \frac{1}{l} k_0 \mathrm{T}\left(1 + \frac{\alpha}{2}\mathrm{T}\right).$$

Nous pourrons donc, dans l'équation

$$k_0 t + k_0 \frac{\alpha}{2} t^2 = \frac{k_0}{l}\mathrm{T}\left(1 + \frac{\alpha}{2}\mathrm{T}\right)z, \tag{2}$$

porter les données de l'expérience et en déduire les valeurs de α; de plus, connaissant les valeurs de α, nous pourrons, en les reportant dans (1), tirer $\frac{dt}{dz}$, c'est-à-dire construire la tangente à la courbe au point consi-

déré, ce qui nous donnera le moyen de construire cette courbe exactement.

» Voici quelques nombres correspondant à diverses expériences : chaque nombre est la moyenne de cinq expériences, la température supérieure T étant toujours de 133°, la température inférieure étant 0°.

	t				
l	en (A).	en (C).	en (B) observé.	en (B) calculé.	α.
15.........	35	105,8	69,9	70	— 0,001302
16.........	32,6	97,8	65	65,1	— 0,00127
20.........	26	77,2	51	51,2	— 0,00126
23.........	21,2	64	42,4	42,4	— 0,00124

» La valeur moyenne de α est donc

$$\alpha = -0,001267$$

avec une approximation de $\frac{1}{26}$ au moins.

» On voit d'abord que k est négatif; donc la conductibilité calorifique du mercure va en décroissant à mesure que la température s'élève. Quant au coefficient k de conductibilité, sa variation peut être exprimée par la relation

$$k = k_0(1 - 0,001267\, t).$$

» Cette approximation suffit pour les limites de température entre lesquelles on a étudié la variation, c'est-à-dire entre 0° et 133°. Dans ces conditions, la courbe qui représente la distribution des températures le long de la colonne conductrice est une parabole du second degré, comme le montre l'équation (2).

» Si nous comparons cette variation de la conductibilité calorifique du mercure, 0,001267, avec la variation de la conductibilité électrique qui est très voisine de 0,001, tout en lui restant toujours inférieure, nous voyons que les deux nombres, tout en différant dans une proportion assez notable, sont néanmoins du même ordre de grandeur, voisin du millième.

» Pour effectuer toutes ces déterminations, j'ai mesuré les températures aux trois points A, B, C, à l'aide de trois fils de fer qui, en contact avec le mercure par leur section extrême, constituaient avec lui des couples thermo-électriques dont les forces électromotrices étaient mesurées par la

méthode de Poggendorff. Les distances verticales des fils étaient déterminées par une lecture au cathétomètre, grâce à une fenêtre munie d'une glace parallèle, pratiquée dans la paroi du cylindre de fer. Les hauteurs des colonnes de mercure étaient appréciées par le contact électrique avec une pointe de fer dont on connaissait la distance à la base du cylindre (¹) ».

ÉLECTRICITÉ. — *Régulateur de lumière électrique fondé sur la dilatation thermique des fils conducteurs*. Note de M. **Charles Pollak**, présentée par M. Lippmann.

« Dans cet appareil, le mouvement qu'il est nécessaire de commuiquer aux charbons pour fournir l'arc électrique et pour le maintenir est obtenu par la dilatation thermique des fils rhéophores.

» A cet effet, le courant est amené à chacun des charbons par un fil de laiton tendu rectilignement et suffisamment mince ($0^{mm},45$ de diamètre) pour s'échauffer sensiblement par le passage du courant. Le fil est maintenu tendu par l'action d'un ressort. Ce ressort est constitué par un gros fil, également en laiton, lequel est enroulé en hélice de telle façon qu'il forme à la fin ressort tenseur, levier amplificateur et porte-charbon. Le second charbon est disposé comme le premier; l'appareil est construit symétriquement. Cela posé, les charbons étant primitivement en contact, dès qu'on ferme le circuit, les fils rectilignes s'allongent thermiquement et les charbons s'écartent. L'arc se forme; la résistance qu'il introduit dans le circuit limite l'échauffement des fils rectilignes et, par suite, leur allongement; l'arc demeure dès lors constant. Au fur et à mesure que l'usure des charbons se produit, l'accroissement de résistance qui en résulte a pour conséquence une diminution de l'allongement thermique et, par suite, un rapprochement correspondant des charbons.

» L'appareil ainsi construit règle l'arc électrique pendant trois heures de suite. Le rallumage y est automatique; le fonctionnement en est régulier et satisfaisant. Mais il faut ajouter que, conformément à la théorie, l'intensité électrique et lumineuse va en croissant lentement pendant la durée du fonctionnement.

(¹) Ce travail a été effectué au laboratoire de Recherches physiques, à la Sorbonne.

» Un pareil régulateur semble pouvoir rendre des services, en raison de son extrême simplicité : point de mécanisme ni d'électro-aimants; il suffit, pour le constituer, d'une planchette de bois et de quatre fils de laiton. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Contribution à l'étude des fontes*. Note de M. F. **Osmond**, présentée par M. Troost.

« Si l'on soumet les fontes de l'industrie à un chauffage ou à un refroidissement régulier, entre 500° et leur point de fusion, et qu'on suive, à l'aide du couple thermo-électrique (fils de platine pur fondu et de platine rhodié) de M. H. Le Châtelier, la marche de la température en fonction du temps, on constate une série de perturbations intéressantes.

» Ces perturbations, à part celles qui sont communes aux fontes et aux aciers et que j'ai étudiées antérieurement [1], semblent généralement dues à la fusion (ou à la solidification) de composés définis ou d'alliages du fer ou du manganèse avec le carbone, le silicium et le phosphore. Mais la définition précise de chaque point singulier exige de nouvelles recherches, et je demanderai à l'Académie la permission de ne lui présenter aujourd'hui que des résultats presque bruts d'expérience.

» *Fonte grise d'hématite, très pure.* — Le chauffage et le refroidissement présentent quatre points singuliers :

» 1° Fusion vers 1240°;

» 2° Ralentissement, beaucoup plus accentué au chauffage qu'au refroidissement, avec maximum vers 1135° en moyenne;

» 3° Station prolongée, avec ou sans rebroussement (également constatée par M. H. Le Châtelier sur d'autres échantillons de fontes grises), vers 1100°;

» 4° Ralentissement progressif pendant le chauffage, avec maximum vers 785°, et station correspondante à 708° pendant le refroidissement. (Phénomène commun aux aciers et déjà connu.)

» *Fonte grise de moulage* (silicium, pour 100 : 2,13; phosphore : 0,16; manganèse : 2,12). — Résultats tout à fait analogues à ceux fournis par l'échantillon précédent. J'ai constaté que l'apparition du graphite coïncide avec la troisième perturbation.

» *Fonte truitée phosphoreuse* (type des fontes de la Moselle). — Cinq points singuliers :

» 1° Fusion, non déterminée à cause de l'attaque des fils du couple;

---

(1) *Comptes rendus*, 26 octobre et 6 décembre 1886, 4 avril 1887.

» 2° Ralentissement, avec maximum vers 1070° pendant le refroidissement, et ne se retrouvant pas isolé pendant le chauffage ;

» 3° Station prolongée, vers 1025° pendant le refroidissement, vers 1045° pendant le chauffage ;

» 4° Station prolongée vers 900°, caractéristique des fontes phosphoreuses. Cette station correspond manifestement à la liquation, découverte par M. Lencauchez, d'un phosphure de fer ou, tout au moins, d'un alliage très riche en phosphore ;

» 5° Ralentissement progressif pendant le chauffage, avec maximum vers 800°, et station correspondante à 698° pendant le refroidissement (Phénomène commun aux aciers).

» *Ferro-silicium.* — Solidification vers 1130°. La fusion paraît se produire régulièrement à une température notablement inférieure, ce qui permet de supposer l'existence de deux phénomènes superposés. Aucune autre perturbation notable.

» *Silico-spiegel.* — Cinq points singuliers :

» 1° Fusion vers 1210° ;

» 2° Ralentissement, particulier au chauffage, vers 1110° ;

» 3° Station vers 1040°, pendant le chauffage ; ces deux perturbations se confondent en une seule station vers 1050° pendant le refroidissement ;

» 4° Ralentissement, avec maximum vers 1000° ;

» 5° Ralentissement peu accentué, avec maximum vers 950°.

» *Ferro-manganèse à* 20 pour 100. — Deux points singuliers :

» 1° Fusion vers 1085° ;

» 2° Station prolongée vers 1050°.

» *Ferro-manganèse à* 50 pour 100. — Trois points singuliers :

» 1° Fusion vers 1145° ;

» 2° Station vers 1100° ;

» 3° Ralentissement, avec maximum vers 1030°.

» *Ferro-manganèse à* 80 pour 100. — Quatre points singuliers :

» 1° Fusion vers 1210° ;

» 2° Ralentissement, très irrégulier d'allures, assez rapproché du point de fusion (formation de graphite ?) ;

» 3° Très faible ralentissement, avec maximum vers 1090° ;

» 4° Ralentissement, avec maximum vers 985°.

» La plupart des points singuliers dont j'ai indiqué l'existence n'ont pas une position rigoureusement fixe. Ils se déplacent notamment par suite de l'action d'une atmosphère un peu oxydante sur la composition des

fontes ; mais l'allure générale des courbes reste la même pendant plusieurs essais successifs [1].

» Les résultats obtenus, comparés à ceux qu'ont fournis les investigations microscopiques de M. Sorby et d'autres savants, montrent que les fontes du commerce sont des mélanges extrêmement complexes de composés ou d'alliages différents. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un carbonate sodico-potassique.* Note de MM. L. **Hugounenq** et **J. Morel**, présentée par M. Friedel.

« Nous avons obtenu un carbonate sodico-potassique en abandonnant à l'air libre, à la température de 12°-15°, une solution de carbonate de soude renfermant du carbonate de potasse, en présence d'un grand excès d'iodure de potassium, mêlé de phosphate et de chlorure de sodium. Un échantillon d'eau mère prélevé pendant la cristallisation a donné les nombres suivants :

	Par litre.
Iodure de potassium	495,86
Carbonate de potassium	10,34
Carbonate de sodium	177,30
Phosphate disodique	42,00
Chlorure de sodium	58,30

» De ces eaux mères se déposent de gros prismes parfaitement transparents, dont les arêtes atteignent jusqu'à $0^m,04$ de longueur, dont le poids est de plusieurs grammes. Ces cristaux sont légèrement efflorescents à l'air ; ils commencent à fondre vers 40°, et sont solubles dans leur poids d'eau : soumis à l'analyse, ils ont donné les nombres suivants :

H^2O	48,10
CO^2	19,39
Na	15,34
K	9,60

» La formule $CO^3K^2Na^3$, $12H^2O$ exigerait :

H^2O	48,64
CO^2	19,81
Na	15,54
K	8,78

---

[1] Ce travail a été fait au laboratoire d'enseignement et de recherches de M. Troost, à la Sorbonne.

» L'analyse du sel que nous avons étudié le rapprocherait donc d'un carbonate double de soude et de potasse, dans lequel le carbonate $CO^3Na^2, 6H^2O$ serait uni au carbonate double $CO^3KNa, 6H^2O$. L'examen cristallographique autoriserait encore ce rapprochement. Ces cristaux appartiennent en effet au système clinorhombique et présentent très nettement le type octaédral : leur forme dominante est me^1 ; cependant quelques échantillons offrent des troncatures, probablement a^1 et o^1 sur les sommets correspondants, ainsi que la face b^1.

» La mesure des angles a présenté quelques difficultés à cause de la rapidité avec laquelle ces cristaux s'effleurissent à la surface ; voici quelques résultats :

Angles.	Trouvés.	Calculés.
	°	°
* $m : m$	107.32′	»
* $e^1 : e^1$	102.19′	»
* $m : e^1$ (en arrière).	102.22′	»
$m : e^1$ (en avant) ..	120.31′	121.12′

» On en déduit, pour le rapport des axes,

$$a : b : c = 0,7104 : 1,0000 : 0,7800,$$

avec une inclinaison

$$\omega = 75°35'.$$

» Le corps que nous venons d'étudier est-il chimiquement défini ? Doit-on le considérer au contraire comme un mélange de sels isomorphes ? Cette dernière opinion est la plus probable, car nous n'avons pu reproduire ce sel qu'en nous plaçant exactement dans les conditions où il avait pris naissance. Si l'on essaye de le faire recristalliser, on recueille des cristaux dont la composition diffère sensiblement de la composition des cristaux générateurs. C'est ainsi que l'analyse d'un produit obtenu par évaporation d'une solution concentrée, a donné

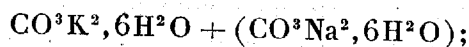
H^2O	48,80
K	11,19

» Ces nombres sont voisins de ceux qu'exigerait le sel découvert par Margueritte : $CO^3K^2, 6H^2O + 2(CO^3Na^2, 6H^2O)$.

» En résumé, les carbonates de soude et de potasse peuvent cristalliser ensemble en donnant des mélanges isomorphes qu'on ne peut guère repré-

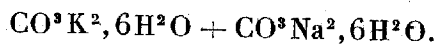
senter par des formules, car une simple cristallisation suffit pour y faire varier dans de notables proportions la teneur en sodium et en potassium.

» Le corps que nous avons étudié paraît se rapprocher d'un carbonate sodico-potassique en $CO^3K^2, 6H^2O + 3(CO^3Na^2, 6H^2O)$: Margueritte avait déjà décrit un sel qui semble voisin du composé



$$CO^3K^2, 6H^2O + (CO^3Na^2, 6H^2O);$$

enfin Marignac a découvert la combinaison



$$CO^3K^2, 6H^2O + CO^3Na^2, 6H^2O.$$

Mais il existe entre les termes définis par ces formules des corps intermédiaires n'ayant ni stabilité, ni fixité de composition, les carbonates de soude et de potasse, comme ceux de chaux et de magnésie, donnant lieu à toute une série de mélanges isomorphiques. »

THERMOCHIMIE. — *Chaleur de combustion de la houille du nord de la France [bassin de Charleroi]* (1). Note de M. **Scheurer-Kestner**, présentée par M. Friedel.

Bassin de Charleroi.

1. Houille maigre de Bascoup I.
2. Houille maigre de Sart-les-Moulins I.
3. Braisette non lavée de Gilly-lès-Charleroi et Viviers réunis.
4. Houille mi-grasse de Monceau-Fontaine-Martinez. Fosse Monceau.
5. Houille maigre de Bascoup II.
6. Houille maigre de Sart-les-Moulins II.

Il n'y a pas, au point de vue de leur chaleur de combustion, de différences bien grandes entre ces six houilles, 204^{cal} seulement entre les deux qualités extrêmes (1 et 6), et cependant, par leur composition, elles varient considérablement.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Carbone fixe......	84,42	84,13	86,71	82,71	82,79	85,74
Carbone volatil....	7,66	3,01	3,75	0,57	2,11	7,97
Carbone total...	92,08	87,14	90,46	83,28	84,90	93,71

(1) Voir la première Partie, *Comptes rendus*, séance du 9 avril 1888.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Hydrogène........	6,04	6,31	3,76	3,98	4,58	4,10
Azote............	0,84	0,84	0,65	0,89	0,69	0,73
Oxygène..........	1,04	5,71	5,13	11,85	9,83	1,46
	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
Partie volatile.....	15,58	15,87	13,29	17,29	17,21	14,26
Nature du coke....	pulv.	pulv.	pulv.	agglut.	pulv.	pulv.

Composition de la partie volatile.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Carbone..........	49,3	18,9	28,2	3,3	12,2	56,0
Hydrogène........	38,5	39,8	28,2	23,2	26,6	28,6
Oxygène et azote..	12,2	41,3	43,6	73,5	61,2	15,4
	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
Chaleur de combustion observée....	8639	8460	8553	8499	8437	8435

Chaleur de combustion calculée.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Addition de celle des éléments........	9199	8870	8406	7849	8194	8760
Selon la formule de Dulong.........	9161	8665	8221	7459	7844	8708
Selon la formule de M. Cornut......	9419	8960	8549	7908	8259	8992

» Les différences les plus remarquables sont celles qui caractérisent les houilles de Gilly et de Sart-les-Moulins II (n°s 3 et 6). La première renferme 5 pour 100 d'oxygène, avec une chaleur de combustion de 8553, tandis que la seconde, qui ne renferme que 1 ½ pour 100 d'oxygène, ne donne que 8435^{cal}. La houille de Monceau (4), qui donne, cependant, un coke agglutiné, ne renferme que 0,57 pour 100 de carbone volatil, tandis que la houille maigre de Sart-les-Moulins (n° 6) en renferme 7,97 pour 100 et donne un coke pulvérulent.

» Il n'est possible de tirer aucune conclusion de la comparaison des résultats des expériences avec ceux du calcul; tantôt ces dernières restent au-dessous de l'expérience, tantôt ils les dépassent, sans que ces différences puissent être attribuées à des causes connues ou même seulement soupçonnées. »

THERMOCHIMIE. — *Thermochimie des composés diazoïques.* Note de M. **Léo Vignon**, présentée par M. Berthelot.

« On sait que tous les composés organiques renfermant un groupement AzH^2 lié à un noyau benzinique sont capables de se transformer, sous l'influence convenablement réglée de l'acide nitreux, en composés diazoïques. Indépendamment des réactions chimiques auxquelles ils peuvent donner naissance, les composés diazoïques à l'état de dissolution sont dignes de remarque à un double point de vue. En opérant dans des conditions exactement déterminées, ils prennent naissance en quantité théorique; en outre, ils sont très instables, et ne peuvent exister que dans des limites de température extrêmement restreintes.

» Ces deux particularités, en apparence contradictoires, m'ont fait penser que l'étude thermochimique de la formation de quelques composés diazoïques, à l'état de dissolution, pourrait présenter un intérêt spécial.

» Mes déterminations ont porté d'abord sur la formation des chlorures de diazobenzol, de diazoorthotoluol et diazoparatoluol.

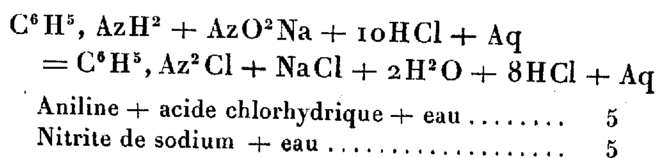
» Si l'on prépare deux solutions A et B :

» A. L'une de 93^{gr} (1^{mol}) d'aniline et de 365^{gr} (10^{mol}) d'acide chlorhydrique dissous dans un volume d'eau suffisant pour former 5^{lit};

» B. L'autre de 69^{gr} (1^{mol}) de nitrite de sodium dissous dans la quantité d'eau nécessaire pour former 5^{lit} de dissolution, et qu'on mélange des volumes égaux de ces deux liqueurs, il se forme exactement 1^{mol} de chlorure de diazobenzol. Aucune trace d'acide nitreux ne se dégage, la liqueur reste parfaitement limpide et, après réaction, elle ne renferme plus ni aniline ni acide nitreux. En outre, si l'on a effectué le mélange des deux liqueurs au-dessous de 10°, le chlorure de diazobenzol ne commence à se décomposer et à dégager de l'azote que cinq minutes après sa formation complète, attestée par l'arrêt du thermomètre.

» L'orthotoluidine et la paratoluidine pures, dans les mêmes conditions, se transforment intégralement en chlorure de diazoorthotoluol et en chlorure de diazoparatoluol.

» *Chlorure de diazobenzol.* — On a réalisé dans le calorimètre de M. Berthelot la réaction suivante



$$C^6H^5, AzH^2 + AzO^2Na + 10HCl + Aq$$
$$= C^6H^5, Az^2Cl + NaCl + 2H^2O + 8HCl + Aq$$

Aniline + acide chlorhydrique + eau	5
Nitrite de sodium + eau	5

pour former

Chlorure de diazobenzol + eau 10

» L'aniline employée était incolore, elle passait tout entière à la distillation au voisinage de 182°, dans un intervalle d'un demi-degré. Sa densité à 0 était 1,035. Le nitrite de sodium était chimiquement pur. Le dosage de l'acide nitreux, effectué au moyen d'une solution titrée de permanganate de potassium, a donné 99,8 pour 100 de AzO^2Na.

» Le mélange d'eau, d'acide chlorhydrique et d'aniline étant placé dans le calorimètre, on y ajoutait, par un tube plongeant au fond du liquide, la solution de nitrite de sodium. La réaction est presque instantanée; au bout d'une minute, le maximum thermométrique est atteint.

» Plusieurs expériences concordantes ont donné, pour la chaleur dégagée par la formation de 1^{mol} de chlorure de diazobenzol,

$$+31^{Cal},4.$$

» *Chlorure de diazoorthotoluol.* — On a substitué l'orthotoluidine à l'aniline dans l'expérience précédente, toutes les autres conditions étant identiques. L'orthotoluidine employée était pure. La densité, le point d'ébullition montraient qu'elle était exempte d'aniline. On n'a pas trouvé de proportion appréciable de paratoluidine au moyen d'une solution éthérée d'acide oxalique, suivant la méthode de M. Rosenstiehl.

» Le mélange à volumes égaux des deux solutions

Orthotoluidine + eau + acide chlorhydrique.......... 5^{lit}
Nitrite de sodium + eau.............................. 5^{lit}

a dégagé pour la formation de 1^{mol} de

Chlorure de diazoorthotoluol + eau.................. 10^{lit}

$$+33^{Cal},6.$$

» *Chlorure de diazoparatoluol.* — On a employé de la paratoluidine blanche, fondant exactement à 45°.

» Pour la formation de 1^{mol} de chlorure de diazoparatoluol, on a obtenu, dans les conditions des expériences précédentes,

$$+33^{Cal},1.$$

» La mesure des quantités de chaleur dégagées dans ces réactions permet de calculer la chaleur de formation à partir des éléments des trois composés diazoïques dissous correspondant à l'aniline, l'ortho et la para-

toluidine. Il suffit de connaître les éléments thermochimiques entrant dans l'équation de formation de ces composés.

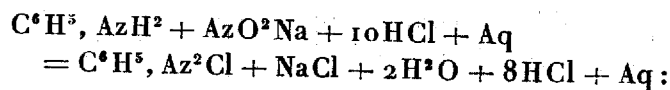
» Or, on connaît la chaleur de formation de l'acide chlorhydrique, du chlorure de sodium, de l'eau. Celle du nitrite de sodium se calcule en partant de la chaleur de formation de l'acide nitreux dissous, établie par M. Berthelot dans son beau Travail sur la formation thermique des oxydes de l'azote.

» Si l'on admet que la saturation de l'acide nitreux par la soude dégage la même quantité de chaleur que par la baryte, on trouve que la chaleur de formation du nitrite de sodium dissous à partir des éléments est égale à

$$82^{\mathrm{Cal}},7\ (^1).$$

» Les chaleurs de formation des chlorhydrates d'aniline, d'orthotoluidine et de paratoluidine se trouvant à la veille d'être déterminées dans le laboratoire de M. Berthelot, j'ai laissé subsister dans mes calculs ces éléments comme inconnus.

» En appliquant ces données au calcul des chaleurs de formation des composés diazoïques dissous que nous avons examinés, on aura, d'après l'équation



$$\begin{aligned} &C^6H^5, AzH^2 + AzO^2Na + 10HCl + Aq \\ &\quad = C^6H^5, Az^2Cl + NaCl + 2H^2O + 8HCl + Aq: \end{aligned}$$

Premier cycle.

	Aniline.	Orthotoluidine.	Paratoluidine.
Chaleur de formation de l'amine : amine (1^{mol}) + acide chlorhydrique (10^{mol}) + eau = 5^{lit}	A	B	C
$N + O^2 + Na$ étendu	82,7	82,7	82,7
$2(H + Cl)$ étendu	78,6	78,6	78,6
Chaleur dégagée dans les réactions	31,4	33,6	33,1
Somme	A + 192,7	B + 194,9	C + 194,4

(1)

$N + O^2 + H$	$-4,2 + 34,5$
$Na + O^2 + H$	$+112,1$
Union	$+\ \ 9,3$
	$+151,7$
$-H^2O^2$	69
	$+\ 82,7$

Second cycle.

	Aniline.	Orthotoluidine.	Paratoluidine.
Chaleur de formation du chlorure diazoïque dissous	x	x_1	x_2
Na + Cl étendu	96,2	96,2	96,2
8 HCl dissous, étendu avec l'eau qui renferme NaCl, d'après une mesure directe.	2,5	2,5	2,5
$2(H^2 + O)$ liquide	138	138	138
	$x + 236,7$	$x_1 + 236,7$	$x_2 + 236,7$

d'où l'on tire

$x = A + 192,7 - 236,7 = A - 44$ chlorure de diazobenzol,
$x_1 = B + 194,9 - 236,7 = B - 41,8$ » orthotoluol,
$x_2 = C + 194,4 - 236,7 = C - 42,3$ » paratoluol.

» Sans assigner à x, x_1, x_2 des valeurs absolues, on peut néanmoins conclure de ces formules que les chaleurs de formation de ces trois composés diazoïques sont négatives. L'énorme dégagement de chaleur produit par la réaction qui leur a donné naissance est dû à la formation de l'eau et à celle du chlorure de sodium, les composés diazoïques en ayant au contraire absorbé. Ainsi s'explique l'instabilité de ces corps et la nécessité de refroidir très fortement, par l'addition directe de glace, les solutions moyennement concentrées des corps aromatiques amidés qu'on veut transformer en corps diazoïques, sous l'action de l'acide nitreux. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la volatilité dans les composés carbonés polyoxygénés*. Note de M. **Louis Henry**, présentée par M. Friedel.

« Quelle est l'étendue du rayon de l'action volatilisante, dont nous avons parlé dans notre précédente Note, et que doit-on entendre par ces mots « même région d'un hydrocarbure » ?

» D'une manière générale, on peut dire que ce rayon est fort restreint. Les quatre propositions suivantes en donnent la mesure :

» 3° Cette influence volatilisante s'exerce à son maximum, alors que les deux atomes d'oxygène, dont la présence en est l'origine, sont dans le plus étroit voisinage, c'est-à-dire fixés sur le même atome de carbone.

» Un seul composé de ce genre est à signaler : c'est le gaz carbonique CO^2.

» 4° Cette influence s'exerce puissamment encore, quoique moins énergiquement, alors que les deux atomes d'oxygène sont fixés sur des atomes de carbone distincts, mais voisins et immédiatement soudés l'un à l'autre, comme dans le système $-CO-CO-$.

» 5° Elle s'exerce encore, mais plus faiblement, alors que les deux atomes d'oxygène sont fixés sur des atomes de carbone distincts, médiatement unis, c'est-à-dire séparés seulement par un seul atome de carbone auquel ils sont attachés, comme dans le système $-CO-CH^2-CO-$.

» Les chiffres suivants démontrent cette décroissance successive de l'influence volatilisante, résultat de la présence de deux atomes d'oxygène dans la molécule, à mesure qu'ils s'écartent davantage dans celle-ci.

» Étage C^1. — *Système* $C{\lessgtr}^{O}_{O}$. — Transformation du méthane CH^4 (p. m. : 16; éb. : — 164°) en gaz carbonique CO^2 (p. m. : 44; éb. : — 80°). Une augmentation de 175 pour 100 dans le poids moléculaire correspond seulement à une augmentation de 77,06 pour 100 dans le point d'ébullition absolu.

» Étage C^4. — *Système* $-CO-CO-$. — Transformation du butane normal en diacétyle $CH^3-CO-CO-CH^3$.

» Une augmentation pour 100 de 48,27 dans le poids moléculaire correspond à une augmentation pour 100 de 31,75 dans le point d'ébullition absolu; suivant la proportion constatée à l'étage C^1, dans le système CO^2, ce ne devrait être que 21,25 pour 100.

» Étage C^5. — *Système* $-CO-CH^2-CO$. — Transformation du pentane normal en acétylacétone $CH^3-CO-CH^2-CH^3$.

» Une augmentation pour 100 de 38,88 dans le poids moléculaire correspond à une augmentation de 32,25 pour 100 dans le point d'ébullition absolu; ce ne devrait être, suivant la proportion constatée à l'étage C^1, dans le système CO^2, que 17,12 pour 100, que 25,27 suivant celle constatée à l'étage C^4, dans le système $-CO-CH^2-CO-$.

» 6° Toute influence volatilisante cesse alors que les deux atomes d'oxygène sont fixés sur deux atomes de carbone distincts, unis par l'intermédiaire de deux autres atomes de carbone, comme dans le système $-CO-CH^2-CH^2-CO-$.

» Ce fait se vérifie à l'étage C^6 :

	Ébullition.	
Hexane normal : $CH^3-CH^2-CH^2-CH^2-CH^2-CH^3$........	68°	59°
Acétone méthylbutylique : $CH^3-CO-CH^2-CH^2-CH^2-CH^3$.	127	60°
Acétonylacétone : $CH^3-CO-CH^2-CH^2-CO-CH^3$........	187	

» La seconde substitution oxygénée (transformation de $C^6H^{12}O$ en $C^6H^{10}O^2$) correspond à une augmentation pour 100 : dans le poids moléculaire, de 14; dans le point d'ébullition absolu, de 15; suivant la proportion constatée lors de la première substitution (transformation de C^6H^{14} en $C^6H^{12}O$), ce devrait être 14,82. Il y a donc concordance.

» On peut encore remarquer que l'acétone méthylpropylique



$$CH^3-CO-CH^2-CH^2-CH^3$$

et l'hexane normal ont le même poids moléculaire, 86. Or la transformation de l'acétone en acétylacétone $CH^3-CO-CH^2-CO-CH^3$ n'est accompagnée que d'une élévation de 36° dans le point d'ébullition, soit 9,62 pour 100 dans le point d'ébullition absolu. A l'étage C^6, la même substitution dans l'hydrocarbure intact élève le point d'ébullition de 59°, soit de 17,30 pour 100.

» Il est intéressant de mettre en regard les dérivés *nitriliques* et *acétoniques* correspondants :

	Ébullition.		Ébullition.
CN-CN gaz	— 26°	$CH^3-CO-CO-CH^3$	88°
CN-CH^2-CN solide	+220	$CH^3-CO-CH^2-CO-CH^3$	137
Différence	+246	Différence	+ 49

» On voit par là que l'action volatilisante qui résulte du voisinage de l'azote est plus énergique que celle qui résulte du voisinage de l'oxygène, et que l'intercalation d'un seul atome de carbone l'affaiblit beaucoup plus considérablement.

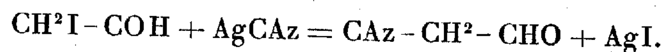
» Dans une prochaine Communication, je m'occuperai de la volatilité dans les composés polyhydroxylés et leurs dérivés éthérés. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la cyanaldéhyde.* Note de M. **P. Chautard**, présentée par M. Friedel.

« L'aldéhyde cyanée n'a pas encore été préparée à l'état de pureté. M. Glinsky [1] a décrit sous ce nom le produit de la réaction du cyanure de potassium sur l'aldéhyde monochlorée. La cyanaldéhyde se forme en effet dans ces conditions, mais il est à peu près impossible de la séparer des corps qui l'accompagnent; aussi les propriétés observées par M. Glinsky

(1) *Bulletin de la Société chimique*, 1870, t. XV, p. 73.

se rapportent-elles non pas à l'aldéhyde cyanée, mais à un mélange de ce corps avec l'aldéhyde chlorée. J'ai obtenu l'aldéhyde cyanée à l'état de pureté, par double décomposition entre l'iodaldéhyde et le cyanure d'argent, dans les proportions indiquées par la formule



$$CH^2I - COH + AgCAz = CAz - CH^2 - CHO + AgI.$$

» Presque tous les cyanures métalliques réagissent sur l'aldéhyde iodée à la température ordinaire; avec le cyanure de potassium notamment, la réaction est d'une violence extrême si le produit iodé n'est pas en dissolution étendue, mais son emploi ne m'a donné que de mauvais résultats.

» *Préparation.* — On introduit, dans un ballon de 2^{lit}, 170^{gr} d'iodaldéhyde en dissolution dans le double de son poids d'alcool environ, et 134^{gr} de cyanure d'argent sec et pulvérisé.

» Le mélange s'échauffe légèrement; on le chauffe au bain-marie, à l'ébullition, dans un appareil à reflux, pendant dix heures; puis on distille le contenu du ballon jusqu'à siccité et l'on soumet le liquide distillé à la distillation fractionnée dans un appareil de Le Bel et Henninger à quinze boules.

» Après quatre ou cinq fractionnements, le dernier sur le chlorure de calcium, on recueille la portion du liquide qui passe à 71°-72°; c'est de l'aldéhyde cyanée pure.

» L'analyse du liquide ainsi préparé a fourni les résultats suivants :

	Trouvé.				Calculé pour
	I.	II.	III.	IV.	C^3H^3AzO.
C.	51,62	52,03	»	»	52,17
H.	5,11	4,82	»	»	4,34
Az.	»	»	19,88	20,41	20,28
O.	»	»	»	»	23,21

» La densité de vapeur, prise par la méthode de Dumas, a été trouvée de 2,33; la théorie exige 2,38.

» *Propriétés et réactions.* — La cyanaldéhyde, aldéhyde monocyanée, ou hydrure de cyanacétyle, CAz - CH² - CHO, isomérique avec le cyanure d'acétyle, est un liquide incolore, limpide, assez réfringent, miscible avec l'eau qui ne l'altère pas, soluble en toutes proportions dans l'alcool, l'éther, le chloroforme et l'acétone. Son odeur rappelle celle de l'éther acétique, avec un arrière-goût très prononcé.

» Il est très volatil et inflammable, il brûle avec une flamme éclairante mais non fuligineuse. Il bout à 71°,5, sous la pression normale. Densité à 15° = 0,881. Il ne se solidifie pas à — 20°.

» La cyanaldéhyde forme avec le bisulfite de soude une combinaison cristallisée.

» Elle réduit à chaud la liqueur de Fehling.

» La potasse, la soude et l'ammoniaque la décomposent à haute température, en donnant naissance à des produits résineux.

» L'acide chlorhydrique donne également naissance à des résines, à moins que l'on n'opère dans un mélange réfrigérant; dans ce cas, il se forme quelques cristaux, que je n'ai pu avoir en quantité suffisante pour les analyser. L'acide nitrique, à l'ébullition, transforme la cyanaldéhyde en acide cyanacétique.

» *Action de l'aniline.* — L'aniline réagit à une température élevée sur la cyanaldéhyde. On chauffe le mélange des deux corps, qui doit toujours contenir un grand excès d'aniline, en tubes scellés, à 300° pendant seize heures.

» A l'ouverture, il y a peu ou pas de pression; le liquide est séparé en deux couches; l'inférieure est formée par l'eau qui a pris naissance dans la réaction, on la rejette. La couche supérieure est soumise à la distillation pour chasser l'excès d'aniline; le résidu se prend en masse par le refroidissement. Cette masse cristalline est purifiée par des cristallisations et des compressions répétées, et l'on obtient enfin de grands cristaux incolores de plus d'un centimètre. C'est l'*éthylidène-diphényl-diamine cyanée* $(CAz\text{-}CH^2\text{-}CH)(C^6H^5)^2Az^2H^2$, formée par l'union de deux molécules d'aniline et d'une molécule de cyanaldéhyde avec élimination d'une molécule d'eau. Cette base fond exactement à 113°.

» *Sulfocyanaldéhyde.* — On prépare ce corps en chauffant au bain-marie de l'iodaldéhyde en dissolution alcoolique et du sulfocyanure d'argent.

» On filtre sur un tampon d'amiante, pour séparer l'iodure d'argent formé, et l'on soumet le liquide filtré à la distillation pour chasser l'alcool; la sulfocyanaldéhyde, qui n'est pas volatile, reste dans le ballon.

» La sulfocyanaldéhyde $CAzS\text{-}CH^2\text{-}CHO$, isomérique avec le sulfocyanure d'acétyle, se distingue de ce dernier corps par sa stabilité en présence de l'eau; c'est un liquide épais, très dense, d'une odeur fétide, et qui ne peut être distillé sans décomposition.

» L'acide nitrique le transforme en acide sulfocyanacétique, fusible vers 128°. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des acides et des anhydrides sur les terpilénols.* Note de M. J. **Lafont**, présentée par M. Friedel.

« Les terpilénols ou hydrates de terpilène $C^{20}H^{16}H^2O^2$ ont été signalés depuis longtemps par plusieurs observateurs; mais ils n'ont été préparés à l'état de pureté, c'est-à-dire à l'état cristallisé, que dans ces dernières années.

» C'est sur ces hydrates purs que j'ai fait agir l'acide formique et l'acide acétique cristallisables, en mettant en présence des poids des deux corps proportionnels à leurs équivalents.

» Les expériences ont porté sur deux terpilénols d'origine différente : l'un provenait de la saponification de l'acétate de caoutchine, l'autre du terpinol de List.

» A la température ambiante, l'acide formique est éthérifié et, après deux mois de contact, la proportion d'acide combiné est un peu inférieure au cinquième de l'acide mis en réaction. En outre, la limite d'éthérification paraît atteinte après ce temps de contact; il semble qu'il se produise, en prolongeant l'expérience plus longtemps, une action inverse.

» Si l'on opère à 100°, ou bien en mettant en présence, à froid, poids égaux de terpilénol et d'acide formique, le phénomène est tout différent : l'hydrate est séparé en ses éléments, eau, d'une part; de l'autre, terpilène, qui se transforme partiellement en polymères.

» L'acide acétique, à la température ordinaire, est aussi éthérifié, mais très lentement; après quatre mois et demi de contact, la proportion d'acide combiné n'égale pas encore le cinquantième de l'acide mis en réaction. L'action devient plus manifeste et plus rapide, si l'on opère à 100° et à 150°. En maintenant cette dernière température pendant quarante-huit heures, l'éthérification porte environ sur le vingtième de l'acide employé, ce qui correspond à une formation d'acétate en faible proportion.

» J'ai, au contraire, obtenu très facilement la transformation totale des terpilénols en acétates $C^{20}H^{16}C^4H^4O^4$ à l'aide de l'anhydride acétique. Il suffit de chauffer en tube scellé, à 100° pendant vingt-quatre heures, $1^{éq}$ de terpilénol et un peu plus de $1^{éq}$ d'anhydride. Ces acétates régénèrent les terpilénols primitifs, lorsqu'on les saponifie avec la potasse alcoolique à 100°.

» Les résultats obtenus avec les deux terpilénols sont identiques, que l'on considère soit l'action de l'acide formique, soit l'action de l'acide acétique.

» Le terpilénol du terpinol, traité par l'acide chromique en solution aqueuse, n'a donné ni aldéhyde, ni acétone. Dans cette expérience, j'ai isolé de l'acide acétique, que j'ai caractérisé par sa transformation en acétate de baryte; l'oxydation a par conséquent provoqué la destruction de la molécule de l'hydrate $C^{20}H^{18}O^2$. En outre, dans cette action, une partie du terpilénol s'est transformée par hydratation en terpine.

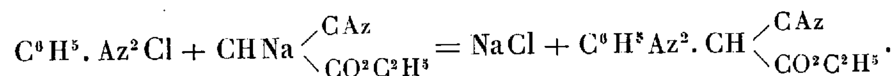
» Les terpilénols peuvent donc être transformés en éthers, soit par l'anhydride acétique, soit par les acides formique et acétique; mais, dans ce dernier cas, l'éthérification est lente, surtout avec l'acide acétique; en outre, l'oxydation de ces hydrates par l'acide chromique détruit leur molécule, c'est-à-dire qu'ils possèdent plusieurs caractères des alcools tertiaires : aussi mes expériences m'engagent à les classer dans ce groupe de composés. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèses au moyen des éthers cyanacétiques. — III. Éthers, benzol, orthotoluol et paratoluolcyanacétiques.* Note de M. **Alb. Haller**, présentée par M. Berthelot.

« Les éthers cyanacétiques se comportant à l'égard de l'alcoolate de sodium comme les éthers malonique et acétylacétique, il était intéressant de rechercher s'ils sont également susceptibles de fournir des dérivés azoïques quand on traite leurs produits sodés par les chlorures de diazobenzol et de diazotoluol.

» Les essais entrepris dans ce sens ont démontré que ces éthers sodés soumis au traitement indiqué fournissent en effet de véritables composés azoïques qui ne paraissent pas cependant avoir la même constitution que ceux qui dérivent des éthers malonique et acétylacétique.

» La réaction se passe dans le sens indiqué par l'équation



$$C^6H^5.Az^2Cl + CHNa\begin{cases}CAz\\CO^2C^2H^5\end{cases} = NaCl + C^6H^5Az^2.CH\begin{cases}CAz\\CO^2C^2H^5\end{cases}.$$

» Pour obtenir ces corps, on opère de la façon suivante :

» On prépare : 1° une solution aqueuse d'azotite de sodium renfermant exactement une molécule de ce sel par litre ; 2° une solution aqueuse de

chlorhydrate d'aniline contenant une molécule de la base plus 3HCl par litre ; 3° des liqueurs demi-normales, de chlorhydrate de para- et d'orthotoluidine, c'est-à-dire des solutions renfermant, par 2^{lit}, 1^{mol} d'amine plus 3^{mol} d'acide chlorhydrique.

» A 100^{cc} de la solution de chlorhydrate d'aniline, ou à 200^{cc} de celles des toluidines, étendues de glace et d'eau, on ajoute peu à peu, et en maintenant toujours la température à 0°, 100^{cc} de la solution d'azotite de sodium. Le chlorure diazoïque ainsi préparé est ensuite additionné de la solution de l'éther cyanosodé obtenue en traitant 11,3 de cyanacétate d'éthyle étendu de 50^{gr} d'alcool absolu par 2,3 de sodium dissous dans 50^{gr} du même alcool. Dans le cas où l'on veut préparer les éthers méthylés, on prendra $9^{gr},9$ de cyanacétate de méthyle dissous dans 30^{gr} d'alcool méthylique qu'on traitera par 2,3 de sodium dans 50^{gr} du même alcool.

» L'addition de ces composés sodés au chlorure diazoïque provoque la formation d'un corps jaunâtre qui se précipite et qu'on redissout dans la potasse. La solution d'un jaune plus ou moins foncé est filtrée, puis sursaturée par de l'acide sulfurique qui déplace le composé azoïque. On recueille celui-ci sur filtre et on le lave avec de l'eau distillée. Après lavage et dessiccation, on le dissout dans l'alcool bouillant, on décolore au charbon animal et l'on fait cristalliser.

» Dans ces préparations on peut substituer aux alcools sodés des solutions de soude dans de l'alcool à 95°, renfermant la quantité d'alcali équivalente à celle du métal employé plus haut.

» Les corps ainsi obtenus se présentent généralement sous la forme de fines aiguilles d'un jaune clair, insolubles dans l'eau, peu solubles dans l'alcool froid, solubles dans l'alcool bouillant, la benzine, l'éther et les alcalis caustiques. Les carbonates alcalins les dissolvent également à chaud, mais les solutions se troublent par le refroidissement et laissent déposer des cristaux.

» On a obtenu ainsi :

» *L'azobenzolcyanacétate de méthyle* : $C^6H^5.Az^2.CH\left\langle\begin{matrix}CAz\\CO^2CH^3\end{matrix}\right.$. — Fines aiguilles jaunes fondant à 86°,5 (corr.) et possédant les propriétés générales signalées plus haut.

» *L'azobenzolcyanacétate d'éthyle* : $C^6H^5.Az^2.CH\left\langle\begin{matrix}CAz\\CO^2C^2H^5\end{matrix}\right.$. — Ce corps ressemble au précédent. Les cristaux fondent à 124,9 (corr.).

» *L'azotoluolcyanacétate de méthyle* (ortho) : $C^6H^4\left\langle\begin{matrix}CH^3\\Az^2.CH\left\langle\begin{matrix}CAz\\CO^2CH^3\end{matrix}\right.\end{matrix}\right.$ .1.2. — Aiguilles soyeuses fondant à 167,2 (corr.)

» *L'azoparatoluolcyanacétate de méthyle* : $C^6H^4\left\langle\begin{matrix}CH^3\\ Az^2.CH\left\langle\begin{matrix}CAz\\ CO^2CH^3\end{matrix}\right.\end{matrix}\right.$. 1.4. — Même aspect que son isomère. Les aiguilles fondent à 133,5 (corr.).

» *L'azoorthotoluolcyanacétate d'éthyle*: $C^6H^4\left\langle\begin{matrix}CH^3\\ Az^2.CH\left\langle\begin{matrix}CAz\\ CHCO^{5\ 22}\end{matrix}\right.\end{matrix}\right.$. 1.2. — Aiguilles jaunes et soyeuses fondant à 125,8 (corr.).

» *L'azoparatoluolcyanacétate d'éthyle* : $C^6H^4\left\langle\begin{matrix}CH^3\\ Az^2.CH\left\langle\begin{matrix}CAz\\ CO^2C^2H^5\end{matrix}\right.\end{matrix}\right.$. 1.4. — Même aspect et mêmes propriétés que le dérivé ortho. Il fond à 74,4.

» Ainsi qu'il a été dit plus haut, ces composés sont solubles dans les alcalis caustiques et même dans les carbonates alcalins. Ils paraissent donc pouvoir fournir des combinaisons métalliques sur lesquelles nous nous proposons de revenir.

» Cette propriété permet de leur assigner la formule de constitution $R.Az^2.CH\left\langle\begin{matrix}CAz\\ CO^2R\end{matrix}\right.$, que nous avons adoptée, formule qui en fait des composés azoïques, et non celle $R.AzH.Az.C\left\langle\begin{matrix}CAz\\ CO^2R\end{matrix}\right.$, que, par analogie avec les dérivés obtenus dans les mêmes conditions avec les éthers malonique et acétylacétique, on serait tenté de leur donner. Cette formule en ferait des hydrazides; mais on sait que les hydrazides malonique et acétylacétique sont insolubles dans les alcalis, ce qui n'est pas le cas avec nos éthers, et que c'est précisément cette propriété qui a fait que M. Victor Meyer (1) les considère comme telles, et non plus comme des composés azoïques, ainsi qu'il le faisait primitivement.

» La solubilité de nos éthers azoïques, dans le carbonate de soude, montre, en outre, que l'introduction du groupe Az^2 dans CH^2 des éthers cyanés, imprime à ces molécules une fonction acide plus accentuée que celle qu'ils possédaient. MM. Japp et Klingemann (2), M. V. Meyer (3) ont observé des faits analogues; ce dernier, avec les dérivés azoïques des nitroéthanes, et les premiers avec la benzolazoacétone. En effet, tandis que les nitroéthanes sont difficilement solubles dans les alcalis, leurs com-

---

(1) *Berichte der deutsch. Chem. Gesellschs.*, p. 12; 1888.

(2) *Ibid.*, p. 3192; 1887.

(3) *Ibid.*, p. 11; 1888.

posés azoïques $C^n.H^{2n+1}CH\left<\begin{matrix}AzO^2\\Az^2C^6H^5\end{matrix}\right.$ s'y dissolvent avec la plus grande facilité. Quant à la benzolazoacétone, traitée par de l'alcoolate de soude elle fournit un dérivé sodé $CH^3.CO.CNa = Az.AzH.C^6H^5$ qui, en présence de CH^3I, a donné le produit méthylé.

» Nous continuons l'étude de ces composés et nous nous proposons de préparer un certain nombre de dérivés de substitution. »

CHIMIE AGRICOLE. — *Recherches sur la fixation de l'azote par le sol et les végétaux* (¹). Note de MM. **Arm. Gautier** et **R. Drouin**, présentée par M. Friedel.

« Dans notre précédente Communication, nous avons donné le Tableau général des poids d'azote fixé sous ses différents états : total, ammoniacal et organique, dans les sols nus ou ensemencés, privés ou non de fer et de matière organique. Avant d'en déduire les conclusions générales, il nous reste à exposer, relativement au mécanisme de cette fixation, quelques considérations tirées de ces dosages.

» A. *Azote des sols non ensemencés* (*Expériences I à VII*). — Dans ces sept expériences, il y a eu disparition d'azote *ammoniacal*. Dans les expériences V, VI et VII on pourrait supposer que cet azote s'est uni à l'état organique à l'acide ulmique dont le sol était pourvu; mais il ne saurait en être ainsi dans les expériences I à IV où le sol était exempt de toute matière organique. Dans ces quatre expériences, dans lesquelles l'azote initial était tout entier à l'état ammoniacal, l'azote total ayant finalement diminué et l'azote ammoniacal diminué dans une proportion plus forte encore, il faut qu'une partie de l'azote se soit échappée du sol à l'état d'ammoniaque. Une autre y a persisté à l'état de sels ammoniacaux. Quant au surplus (en moyenne $0^{gr},014$ par kilogramme de terre, ou $1^{gr},750$ par mètre carré), *il est passé à l'état d'azote organique*.

» Ce fait, de prime abord surprenant, car il s'agit de sols primitivement exempts de matière organique et organisée, trouve son interprétation dans l'intervention des cryptogames de la classe des *protistes*. Nous avons, en effet, reconnu que la surface de nos terres artificielles revêtait ordinairement une très légère teinte verte. L'étude microscopique nous a révélé que

(¹) *Voir* même Volume, p. 754, 863, 944 et 1098.

cette coloration était due à des algues unicellulaires de 4 μ à 8 μ de diamètre, se reproduisant par segmentation. Ce sont ces cryptogames polymorphes qui constituent l'enduit verdâtre des sols humides, des pierres, des troncs d'arbres, etc. (*Pleurococcus vulgaris, Protococcus viridis*, etc.).

» Ces algues, en proportion très discrète, dans nos expériences, grâce à l'abri sous lequel nous nous étions placés, n'en ont pas moins joué un rôle très remarquable. En effet, dans les expériences I et II, où les sols et les autres conditions étaient identiques, la quantité d'azote ammoniacal transformé en azote organique a été près de quatre fois plus grande dans le cas I, où les algues étaient assez abondantes, que dans le cas II où elles étaient à peine sensibles. Il faut donc que l'azote qui tendait sans cesse à s'échapper de ces sols ait été fixé grâce à l'intervention de ce léger voile d'algues superficielles.

» Sans doute, on pourrait dire que ces protistes ont aussi pu agir en fixant à l'état organique l'azote libre de l'atmosphère, mais cette hypothèse n'est pas nécessaire puisqu'il est impossible de ne pas admettre que ces algues n'aient emprunté une grande proportion de l'azote de leurs matériaux organiques à cette ammoniaque que nous venons de montrer tendre à s'exhaler sans cesse du sol et qui baigne pour ainsi dire leurs cellules. Cette transformation de l'azote des composés ammoniacaux en azote albuminoïde dans les cellules des végétaux inférieurs et des ferments a du reste été démontrée directement, et la quantité que le sol mettait, dans nos expériences, à la disposition de ces algues était *plus que suffisante*, puisqu'un excès s'est perdu dans l'atmosphère. D'autre part, nous pouvons affirmer que dans nos essais l'intervention de ces protistes n'a pas joué, au point de vue de l'accumulation de l'azote, un rôle prépondérant. En effet, dans l'expérience V (*sol pourvu de matière organique*), où la végétation cryptogamique n'est pas sensiblement intervenue, il y a eu gain notable d'azote, tandis que dans les expériences I, III et IV (*sols privés de matières organiques*) cette végétation, qui était assez abondante, n'est parvenue, ainsi qu'il résulte de nos dosages, qu'à atténuer légèrement, grâce à la formation de composés organiques azotés, la perte de l'azote ammoniacal existant au début. Il nous semble donc que, dans tous ces cas, les algues monocellulaires ont agi moins comme agents d'acquisition de l'azote libre que comme agents de transformation en composés organiques de l'azote ammoniacal du sol. Grâce à ce phénomène d'absorption de l'ammoniaque, le sol reprend sans cesse toute son énergie assimilatrice pour l'azote. En pleine campagne, où les algues vertes sont universellement répandues,

leur rôle est plus actif encore, mais jamais prépondérant. En somme, au point de vue de l'accumulation de l'azote, le rôle majeur a été joué, dans nos expériences, par la matière organique et il demeure démontré qu'elle en enrichit le sol en l'absence des ferments nitriques, aussi bien qu'en l'absence presque complète des algues monocellulaires.

» B. *Azote des sols non ensemencés.* — Ici encore, l'analyse révèle dans le sol une diminution constante de l'azote ammoniacal préexistant, et une augmentation de l'azote organique. L'intervention de la germination et du végétal ne trouble donc en rien l'ordre des transformations de l'azote tel qu'il avait été observé dans le sol nu. Mais il faut remarquer que la présence du végétal a doublé la quantité d'azote total fixé au cours de l'expérience (sol et récolte). Le végétal agit donc d'une façon manifeste dans cette fixation de l'azote, sans doute, à la fois, par ses organes aériens et souterrains qui l'absorbent pour le transformer incessamment en produits organiques, aussi bien que par les réactions qui interviennent entre les sécrétions acides de ses radicelles et les éléments d'un sol convenablement aéré.

» Pour ne point trop allonger ces Communications, nous tirerons ailleurs les conséquences intéressantes que comportent nos dosages relativement aux quantités d'azote contenues *dans les récoltes* faites sur nos sols ensemencés.

» Nous renvoyons nos conclusions générales à une dernière Note. »

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la fonction biologique des éthers cholestériques nommés* lanoline. Note de M. **Oscar Liebreich**, présentée par M. Berthelot.

« En 1860, M. Berthelot, dans sa Chimie organique basée sur la synthèse, écrivait, à propos de la synthèse des éthers cholestériques, qu'il ne lui paraissait pas impossible que quelques-uns de ces éthers se trouvassent, soit à l'état normal, soit à l'état pathologique, dans l'organisme.

» Huit ans plus tard, Hartmann et Schultze ont trouvé dans la graisse extraite de la laine les substances devinées par M. Berthelot, ainsi que divers acides gras qui se trouvaient non seulement en combinaison avec la cholestérine, mais aussi avec l'isocholestérine.

» Quoiqu'on se soit beaucoup occupé de ces éthers, on n'avait pas pensé à les étudier au point de vue biologique; je me suis demandé si ces éthers existaient seulement dans la laine des moutons ou s'ils étaient plus répandus. Me livrant alors à une série de recherches pour les découvrir, je

les ai extraits de beaucoup de substances kératinisées et de substances qui en dépendent : des poils, de l'enduit sébacé des nouveau-nés, de l'écaille, de la baleine, des cornes des bovidés, du bec de la corneille, des plumes des oies, des poules, des pigeons, du pigeon-paon, des piquants du porc-épic et du hérisson, du sabot du cheval, etc.

» Depuis l'époque de la publication intitulée : *Reliqua librorum Frederici II Imperatoris, de arte venandi cum avibus, cum Manfredi regis additionibus*, l'opinion que les oiseaux portent avec leur bec toute la graisse qui imbibe leurs plumes, des glandes uropygiènes sur ces dernières, est devenue courante. Je ne veux pas combattre d'une façon absolue cette opinion, mais je veux cependant faire remarquer que les oiseaux qui sont dépourvus de ces glandes, tels que le pigeon voyageur, possèdent néanmoins de la graisse dans leurs plumes et que cette graisse se trouve dans la substance kératinisée.

» La démonstration, que l'origine de cette graisse est bien dans la substance kératinisée, se voit d'une façon fort nette dans le sabot du cheval, où il n'existe pas de glandes sébacées, ainsi que dans la peau de l'aï paresseux (*Brandypus cuculliger*) qui, d'après les recherches de Leydig, est dépourvue aussi de glandes sébacées.

» Il est probable que cette substance se forme uniquement dans les tissus kératinisés; car, d'après les recherches de J. Munck, si on l'introduit en émulsion dans le tube digestif, elle le traverse sans s'altérer.

» D'après mes recherches, il me semble qu'on peut conclure que, chez tous les animaux, le revêtement cutané exposé au contact de l'atmosphère est imbibé par cet éther cholestérique ou isocholestérique, que j'ai nommé *lanoline anhydre*, de *lana oleum*. La lanoline jouerait donc chez les animaux le même rôle que la cire à la surface des plantes.

» Comme cette graisse imbibe le revêtement externe, on est conduit à penser qu'elle possède d'autres qualités que les graisses glycériniques, en cherchant quelles sont ses propriétés chimiques; on voit que cette substance se laisse difficilement décomposer par les alcalis caustiques, et, de plus, comme Gottstein l'a trouvé dans mon laboratoire, elle ne se laisse pas non plus décomposer par les micro-organismes, et protège contre leur invasion le lait et la gélatine nutritive qu'elle recouvre, ce que ne font pas l'axonge et les autres graisses glycériniques.

» Cet éther cholestérique, la *lanoline anhydre*, possède la remarquable propriété d'absorber plus que son poids d'eau; enfin, mêlée avec une solution alcaline, elle forme un lait.

» Comme la lanoline se trouve à l'état normal dans la peau, de plus, comme elle s'imbibe facilement, ce qui était à prévoir, comme elle vient des tissus kératinisés, j'ai pensé qu'elle pourrait être utile lorsqu'elle manque et que son absence peut être la cause des affections venant des micro-organismes : aussi l'ai-je proposée comme excipient. »

ZOOLOGIE. — *Sur la répartition du tissu musculaire strié chez divers Invertébrés.* Note de M. **H. Fol**, adressée par M. de Lacaze-Duthiers.

« On admet que le véritable muscle strié se contracte par secousses, le muscle lisse, d'une manière plus lente et plus durable. Chez les Vertébrés, ces deux tissus sont, en effet, répartis dans les divers systèmes d'organes en raison de cette différence physiologique, sauf certaines exceptions. Mais, chez les Invertébrés, cette règle ne s'applique pas à tous les embranchements.

» Elle est vraie pour les Cœlentérés, où le tissu strié ne se rencontre que chez les formes nageantes, et cela seulement dans les muscles contracteurs de l'ombrelle et parfois des tentacules. Elle est encore exacte pour les Tuniciers, dont les espèces nageantes, Appendiculaires, Salpes, *Doliolum*, n'ont que des muscles striés, tandis que les formes fixées ou sociales, Ascidies simples et composées, Pyrosomes, n'ont que des muscles lisses. Toutefois, la paroi du cœur est striée chez les uns comme chez les autres, et les Têtards des Ascidies ont les muscles de la peau striés tout comme leurs homologues de la queue des Appendiculaires ou des larves de *Doliolum*.

» La règle s'applique déjà moins bien aux Vers; car ces animaux sont, pour la plupart, dépourvus de striation, quoique parfois très agiles. Les Chétognathes présentent une striation des muscles locomoteurs, et il en est de même de certains Annélides, tels que *Nephthys scolopendroïdes* (C. Émery) et probablement toute une série de Polychètes (Rohde). C'est à tort que M. R. Blanchard a affirmé dans une Note récente que les Annélides n'ont que des muscles lisses.

» Mais les exceptions les plus frappantes à la règle admise sont présentées par les embranchements des Arthropodes et des Mollusques. Chez les Arthropodes on n'a pas à ma connaissance rencontré jusqu'à présent une seule fibre musculaire lisse, pas même dans les organes digestifs ou reproducteurs de ces animaux; et pourtant leur intestin présente des con-

tractions péristaltiques et non pas des secousses. En revanche, les organes les plus mobiles des Mollusques, les bras, le siphon, le cœur des Céphalopodes, les nageoires des Ptéropodes et des Hétéropodes ne renferment pas une seule fibre striée véritable.

» J'ai eu l'honneur d'exposer ces faits à l'Académie, dans une Note récente, et d'indiquer en même temps l'enroulement spiral des fibrilles comme la cause probable de l'erreur de mes devanciers. Toutefois, dans cette Note, j'ai commis une erreur à mon tour, en avançant que le tissu strié véritable ne se rencontrait chez aucun Mollusque. On le trouve dans une portion du muscle adducteur de *Pecten*, ainsi que M. Raphaël Blanchard l'a fait observer avec raison. Cette striation est même si facile à voir qu'on la retrouve par toutes les méthodes. Si elle m'avait précédemment échappé, ce ne peut être par suite d'une préparation défectueuse, mais bien plutôt par l'effet de quelque méprise dans l'étiquetage des parcelles de muscles mises en macération.

» La description de M. R. Blanchard renferme, à côté de ce fait exact, plusieurs erreurs. J'ai à peine besoin de dire que le muscle de *Pecten* ne se compose pas de « *fibrilles nucléées* se rendant d'une valve à l'autre ». Les noyaux appartiennent aux fibres et celles-ci se composent à leur tour d'un très grand nombre de fibrilles plus ou moins agglutinées en un faisceau rubané. Les fibres paraissent être unicellulaires et s'étendre d'une valve à l'autre, mais les fibrilles sont trop difficiles à dissocier pour qu'il soit possible de rien affirmer quant à leur longueur. La striure n'est nullement comparable à celle de l'Hydrophile, car les disques anisotropes ne sont pas accompagnés de disques accessoires. Ils sont très longs, interrompus au milieu par la bande claire de Hensen et ne sont séparés des disques terminaux ou cloisons que par de minces couches de substance isotrope.

» Chez *Lima* j'ai revu la striure à chevrons vue par Wagener et puis affirmer qu'elle est réelle et que son obliquité ne provient ni d'un enroulement de fibrilles ni d'une faute dans la préparation.

» L'existence de ces exceptions n'affecte en rien l'exactitude des autres faits énoncés dans ma dernière Note; mais elles sont de nature à nous rendre très circonspects dans les généralisations. Aussi me suis-je astreint à revoir tous les Mollusques et tous les organes précédemment cités, examinant non plus un spécimen pris au hasard, mais de nombreuses parties du tissu musculaire de chaque organe. Je suis arrivé aux mêmes résultats que précédemment.

» L'antithèse entre la structure musculaire des Arthropodes et des Mollusques (malgré l'exception de *Pecten* et de *Lima*) persiste et nous autorise à penser que cette structure est influencée non seulement par la fonction physiologique de l'organe, mais aussi par la position des animaux dans le système de classification. »

ZOOLOGIE. — *Sur les* Nephromyces, *genre nouveau de Champignons parasites du rein des Molgulidées.* Note de M. **A. Giard.**

« Dans un beau travail sur le *Cyclostoma elegans*, M. Garnault [1] a signalé récemment l'existence chez ce Mollusque d'un organe fermé (*glande à concrétions* de Claparède) qui contient à la fois des produits uriques et des bacilles symbiotes. J'ai observé depuis bien des années des phénomènes de symbiose de même nature dans l'organe rénal entièrement clos des Ascidies de la famille des Molgulidées. Mais chez ces animaux les Champignons symbiotes appartiennent à un groupe beaucoup plus élevé que les Schizomycètes. Les anciens auteurs ont décrit et incomplètement figuré dans le rein des Molgules des corps étrangers qu'ils ont appelés filaments confervoïdes, corps grégariniformes, etc., et qu'ils supposaient appartenir à des *êtres divers* [2]. En réalité, ces productions doivent être rapportées à des Champignons de la tribu des Siphomycètes (Sorokine) et de la famille des Chytridinées. Les parasites des diverses espèces de Molgulidées appartiennent à des espèces différentes; mais dans une même espèce d'Ascidie on ne trouve en général qu'une seule espèce de parasite à des stades très variés d'évolution. Je donne à ces Champignons le nom générique de *Nephromyces*. Le genre le plus voisin me paraît être le genre *Catenaria* Sorokine, dont l'espèce type, *Catenaria anguillulæ*, est parasite des Nématodes. Toutefois, dans les *Nephromyces*, les sporanges sont toujours terminaux.

» J'ai particulièrement étudié deux espèces de *Nephromyces* ayant pour hôtes deux Molgulidées très communes à Wimereux : 1° le *Nephromyces Molgularum*, parasite de *Molgula socialis* Alder; 2° le *Nephromyces Sorokini*, parasite de *Lithonephrya eugyranda* de L.-D.

» Le *Nephromyces Molgularum* forme autour des concrétions isolées qui

---

(1) Garnault, *Recherches anatomiques et histologiques sur le* Cyclostoma elegans, p. 49-60; 1887.

(2) De Lacaze-Duthiers, *Archives de Zoologie exp. et gén.*, t. III, Pl. XI; 1874.

remplissent le rein de *Molgula socialis* un mycélium unicellulaire à filaments très délicats et fortement enchevêtrés, dont les extrémités libres sont terminées par des renflements sphéroïdaux; malgré leur apparence, je n'ai jamais vu ces renflements terminaux se détacher de leur support et se comporter comme des spores conidiales.

» Ce mycélium délicat et transparent produit un grand nombre de tubes beaucoup plus épais, de forme irrégulièrement cylindrique, plus ou moins contournés sur eux-mêmes et remplis d'un protoplasme finement granuleux, opaque, qui se colore fortement par le picrocarmin. A côté de ces amas protoplasmiques naissent, en énorme quantité, des zoosporanges de formes très variées, souvent bifurqués à leur extrémité libre et dans lesquels se développe une multitude de zoospores très agiles et de taille excessivement petite. La formation des zoospores est précédée par un aspect spumeux du protoplasme, comme cela a été indiqué chez diverses Chytridinées et par la formation de cloisons plus épaisses séparant le sporange du reste du mycélium. Pendant longtemps je n'ai eu qu'une notion fort insuffisante de ces zoospores et je n'ai pu mener à bien leur étude qu'avec l'aide des excellents objectifs apochromatiques de Zeiss. Les zoospores sont complètement sphériques et munies d'un flagellum assez long, mais très ténu; elles contiennent un granule fortement réfringent vers la naissance du flagellum. Il est probable que ces corps agiles s'introduisent dans la branchie des jeunes Molgules et pénètrent par diapédèse dans l'organe rénal, puisqu'on n'a trouvé, ni par les injections, ni par les coupes, aucune ouverture à cet organe.

» Vers la fin de l'été, les zoosporanges vides et séparés du mycélium encombrent souvent les préparations; ils présentent généralement, en divers points de leurs parois, surtout aux extrémités, des renflements formés par une couche de protoplasme réfringent non différencié.

» Pendant le mois d'automne, chez les Molgules nées au printemps, le mycélium présente une très grande quantité de zygospores. Ces corps reproducteurs, beaucoup plus gros que les zoospores, prennent naissance chacun isolément, mais en des points très rapprochés, où plusieurs filaments de mycélium (généralement quatre ou cinq) viennent se conjuguer. Les zygospores ont une enveloppe finement granulée, peut-être même légèrement échinulée. Pendant l'hiver, au commencement de février, ces zygospores germent en émettant deux filaments égaux, terminés en pointe et un peu divergents, qui donnent à la spore en évolution la forme d'un compas. Les deux branches de ce compas s'ouvrent de plus en

plus et le stade compas se transforme graduellement en un stade fusiforme où la spore n'est plus visible que comme un renflement médian qui ne tarde pas à disparaître complètement.

» A côté de ces formes diverses on trouve pendant toute l'année des tubes assez longs, plus larges que le mycélium dont ils se séparent facilement, et arrondis aux deux extrémités. Ces tubes présentent sur leurs parois un fin dépôt plasmatique disposé en deux spires entrecroisées, ou peut-être disséminé autour de vacuoles placées bout à bout sur toute la longueur du tube. La signification de ces parties m'échappe complètement.

» L'*Anurella Roscovitana* L. D. renferme un *Nephromyces* (*N. Roscovitanus*) très voisin du *N. Molgularum*, mais cependant bien distinct.

» L'espèce parasite de *Listhonephrya, eugyranda* et que je nomme *Nephromyces Sorokini*, est très nettement caractérisée par la forme de ses zoosporanges régulièrement pyriformes avec deux amas réfringents, l'un au sommet, l'autre à la base, au point où le sporange s'insère sur le mycélium. Chez les *Lithonephrya*, le rein est presque entièrement rempli par une concrétion unique très volumineuse. Il reste donc un espace fort limité pour le Champignon symbiote; aussi ce dernier est-il bien moins abondant que ses congénères parasites des Molgules.

» L'installation insuffisante du laboratoire de Wimereux ne m'a pas permis de réaliser jusqu'à présent des expériences de culture des champignons du genre *Nephromyces* dans des milieux artificiels renfermant de la guanine ou de l'acide urique. Je crois que de pareilles cultures seraient possibles et que ces champignons sont utiles aux Tuniciers, qu'ils infestent, en les débarrassant des produits excrétés qui, sans eux, obstrueraient rapidement le rein dépourvu de tout canal évacuateur. »

GÉOLOGIE. — *Sur l'oligocène du bassin de Narbonne et la formation des couches à végétaux d'Armissan.* Note de M. **Viguier**, présentée par M. Fouqué.

« L'oligocène narbonnais repose transgressivement sur le secondaire et supporte presque en concordance le miocène.

» L'épaisseur totale du groupe peut être évaluée à 200^m environ dans les collines d'Armissan :

1° Calcaires blancs à *Helix Ramondi*.................................... 5^m
2° Calcaires blancs à *Hydrobia Dubuissoni*, Potamides indét., marnes et poudingues.................................... 5^m

3° Marnes et calcaires blancs, jaunâtres, marneux, quelquefois avec des nodules de silex, avec débris de planorbes, lymnées, etc....	40^m
4° Calcaires blancs et jaunâtres, marneux, marnes sableuses et argiles..	50^m
5° Calcaires marneux gris avec poissons, reptiles, oiseaux, *Planorbis cornu* et quelques empreintes végétales......................	$0^m,80$ à 1^m
6° Banc du calcaire à dalles, avec nombreuses plantes, les autres débris étant les mêmes que ceux des couches inférieures et supérieures, mais beaucoup plus rares............................	$0^m,29$ à $0^m,31$

» Ce banc se subdivise ensuite en huit dalles de la manière suivante :

A. Zone supérieure de $0^m,16$ d'épaisseur, comprenant une première dalle de 30^{mm}, une deuxième de 35^{mm}, une troisième de 50^{mm} et une quatrième de 45^{mm}. B. Zone inférieure de $0^m,15$, comprenant la cinquième dalle de 38^{mm}, la sixième de 39^{mm}, la septième de 36^{mm}, et enfin la huitième de 47^{mm} environ.

7° Calcaires marneux et marnes grises à lignites, présentant dans la partie supérieure, au contact de la dalle, une zone où l'on rencontre : *Planorbis cornu*, *Cyclas Devezei*, etc................	60^m à 100^m
8° Conglomérats littoraux à cailloux calcaires du crétacé inférieur.	

» Le système à dalles occupe, dans les profondeurs du sol du vallon d'Armissan, une surface qui peut être évaluée à un demi-kilomètre carré environ, et j'insisterai d'abord sur la faible épaisseur de cette zone.

» Le banc est exploité à l'aide de galeries qui suivent l'inclinaison des couches (12° à 15° nord-ouest); il présente deux couches, l'une de $0^m,15$ et l'autre de $0^m,16$, qui se disjoignent facilement, bien qu'il n'y ait entre les deux aucune ligne de séparation apparente.

» Chacun de ces deux bancs secondaires ne présente non plus sur sa tranche aucun indice d'une nouvelle subdivision facile; mais les carriers savent qu'ils peuvent déterminer une séparation suivant des plans dont la distance au bord est constante et ils opèrent à l'aide de coins frappés graduellement sur tout le pourtour de la dalle. La séparation a lieu brusquement et est rendue sensible par un léger craquement.

» C'est sur les faces de chacune de ces dalles naturelles que se trouvent en abondance les empreintes végétales, et celles beaucoup plus rares qui se rencontrent dans l'épaisseur même de la dalle sont rarement couchées parallèlement au plan de cette dalle et paraissent avoir été brusquement empâtées dans une masse encore peu compacte.

» Au mur du banc, la proportion d'argile devient tout de suite 12 pour

100 au lieu de 9 pour 100, comme dans les dalles, et augmente encore dans les couches plus inférieures.

» Le toit, où les ossements sont plus nombreux, est toujours riche en éléments bitumineux, et la proportion de ces éléments et de l'argile est d'environ 16 pour 100.

» Le quartz clastique, à peine plus fréquent dans les couches du toit et du mur, ne se rencontre que très rarement dans la dalle, et ses dimensions n'y dépassent guère $0^{mm},02$; il n'y forme qu'une minime partie des éléments argileux. Je n'y ai jamais rencontré de débris de mica. Cette composition est intéressante à rapprocher de celle des calcaires blancs à hydrobies du ruisseau de Dams, qui renferment seulement 6 pour 100 de matière insoluble, presque uniquement constituée par un sable de quartz hyalin en grains à contours assez émoussés, souvent arrondis, de $0^{mm},08$ en moyenne, mais dont beaucoup atteignent $0^{mm},2$. On rencontre avec ce quartz quelques débris feldspathiques et de nombreux grains de glauconie à peu près de la même dimension, ce qui identifie absolument ce sable avec celui qui résulte de la désagrégation des grès glauconieux du gault de la région. Comme la dalle, ce calcaire ne renferme jamais, au contraire, de débris de mica. Ces observations prouvent que tantôt le gault, tantôt les calcaires plus ou moins marneux du crétacé inférieur, ont toujours constitué les berges des lacs et des cours d'eau oligocènes. Ces cours d'eau n'ont jamais traversé les grès micacés du crétacé supérieur des basses Corbières, cependant si peu éloignés et auxquels ils auraient certainement emprunté des paillettes de mica et de grossiers débris de quartz. Ainsi se trouve confirmée l'idée du cantonnement de ces lacs oligocènes sur le versant oriental de la chaîne de Fontfroide, où le crétacé supérieur ne se rencontre pas.

» Au microscope, chaque dalle se montre composée d'une manière uniforme de calcite ayant tous les caractères d'un précipité chimique, en grains très irrégulièrement rhomboédriques, de $0^{mm},005$ à $0^{mm},008$. Dans cette masse, sans trace de zones distinctes, se trouvent disséminés de nombreux granules bitumineux opaques, dont les plus gros ont $0^{mm},02$; ils sont rarement alignés parallèlement au plan des dalles et ne sont pas sensiblement plus abondants au voisinage de la surface. En somme, l'orientation de la dalle en plaque mince n'est indiquée sous le microscope que par de petites zones d'oxyde de fer bientôt interrompues, et dépassant rarement 1^{mm} de longueur sur $0^{mm},002$ d'épaisseur.

» Enfin, les dalles n'ayant pas encore subi d'altération montrent sur

une lame taillée perpendiculairement au plan des couches les deux axes de l'ellipsoïde de conductibilité thermique sensiblement égaux.

» Tous les caractères que je viens d'énumérer montrent suffisamment qu'il n'existe dans les dalles normales absolument aucun indice de subdivision possible en feuillets parallèles secondaires. Ce feuilletage n'apparaît que dans des dalles soumises depuis de longues années à l'action des agents atmosphériques; il est presque toujours consécutif à la peroxydation des sels de fer.

» La disposition si régulière de la couche à dalles en huit assises, à la jonction desquelles se trouvent réunies toutes les empreintes végétales, conduit naturellement à en rechercher la cause dans un phénomène extérieur se reproduisant périodiquement. Le cours des saisons est le seul qu'il soit possible d'invoquer, et il faut alors considérer une dalle complète, de 35^{mm} d'épaisseur en moyenne, comme représentant une couche annuelle. Le banc à dalle ne correspondrait donc qu'à la courte période de huit ans. »

ANATOMIE. — *Étude sur la position du cristallin de l'œil humain.* Note de M. **Tscherning**, présentée par M. Bouchard.

« Lorsqu'on examine l'œil humain au moyen d'une source lumineuse assez forte, on aperçoit trois images catoptriques, connues sous le nom *d'images de Sanson* ou *de Purkinje.*

» L'une de ces images, plus brillante que les deux autres, est due à la réflexion de la surface antérieure de la cornée; la deuxième, plus grande, mais aussi plus diffuse que les deux autres, est due à la réflexion de la surface antérieure du cristallin; la troisième, plus petite, est produite par la réflexion de la surface postérieure du cristallin.

» L'étude de ces images a une grande importance pour la physiologie de l'œil; si on l'a un peu négligée, depuis les travaux importants de Cramer et de Helmholtz, cela tient surtout à la difficulté qu'il y a de trouver une source lumineuse suffisante et d'un emploi commode.

» Suivant le conseil de mon maître, le Dr Javal, je me suis servi de petites lampes électriques, qui, munies d'un miroir réfléchissant et d'une lentille convergente, donnent des images très distinctes.

» Si l'on considère les trois surfaces dont il s'agit comme sphériques, ce qui n'est en réalité qu'une première approximation, on peut se figurer

une ligne droite passant par les centres de courbure des deux surfaces du cristallin. Nous appellerons cette ligne droite l'*axe du cristallin*. La question que nous nous posons est si cet axe coïncide avec la ligne visuelle.

» Supposons l'axe du cristallin prolongé en dehors de l'œil et une source lumineuse placée sur ce prolongement; les deux images cristalliniennes se formeraient alors sur l'axe même [1] et, si l'on regardait l'œil au moyen d'une lunette dont l'axe coïnciderait avec cette ligne, on verrait les deux images cristalliniennes au milieu du champ de la lunette. Un tel arrangement rencontrerait cependant des difficultés pratiques. C'est pourquoi j'ai eu recours au moyen suivant : sur l'arc de l'ophtalmomètre de Javal et Schivetz placé verticalement, je fixai deux lampes, l'une au-dessus et l'autre au-dessous de la lunette de l'instrument. J'enlevai le prisme biréfringent, de façon que l'instrument ne fonctionnât que comme une simple lunette, à travers laquelle j'observai l'œil du sujet, qui fixait constamment un point donné. Je déplaçai la lunette horizontalement, jusqu'à ce que les quatre images cristalliniennes se trouvassent toutes sur le diamètre vertical de la pupille. Ce résultat obtenu, l'axe de la lunette se trouvait dans le même plan vertical que l'axe du cristallin. Puis je donnai à l'arc une position horizontale et déplaçai l'instrument verticalement, jusqu'à ce que les quatre images fussent sur le diamètre horizontal de la pupille. L'axe de la lunette se trouvait alors à la fois dans le même plan horizontal et dans le même plan vertical que l'axe du cristallin et coïncidait, par conséquent, avec celui-ci.

» En effet, en tournant l'arc, quelque position qu'on lui donnât, les quatre images se trouvaient toujours sur un même diamètre de la pupille.

» Il restait alors à mesurer : 1° l'angle formé par l'axe de la lunette et par la ligne visuelle de l'observé, et 2° l'angle que le plan passant par ces deux lignes formait avec un plan déterminé, par exemple un plan vertical passant par la ligne visuelle.

» En pratique, on peut se contenter d'une seule lampe et l'on peut substituer au déplacement de l'instrument des changements de direction du regard de l'observé, l'erreur que l'on commet ainsi étant négligeable.

» Il résulte des observations que j'ai faites de cette manière sur un certain nombre de personnes que, sauf de rares exceptions, l'axe du

---

(1) Ceci ne serait complètement vrai que si l'axe du cristallin passait par le centre de la cornée, ce qui en général n'a pas lieu; mais, comme la déviation n'est que très faible, on peut la négliger.

cristallin ne coïncide jamais avec la ligne visuelle. La déviation principale est telle qu'elle serait si le cristallin avait subi une rotation autour d'un axe vertical, le côté externe en arrière. Dans les yeux que j'ai examinés, cette déviation varie entre 3° et 7°.

» Mais souvent l'axe du cristallin ne se trouve pas non plus dans le même plan horizontal que la ligne visuelle, comme si le cristallin avait subi une rotation autour d'un axe horizontal et transversal. Le plus souvent, c'est la partie supérieure qui est penchée en avant. Cette déviation est plus petite que la précédente. Dans les yeux examinés jusqu'à présent, elle varie entre 0° et 3°.

» Sans vouloir trop entrer dans la théorie des lentilles placées obliquement, on peut dire qu'elles ont un effet qui se rapproche de celui produit par la combinaison d'une lentille sphérique placée perpendiculairement à l'axe du pinceau lumineux avec une lentille cylindrique. La première des déviations du cristallin a pour effet de donner à l'œil un faible degré d'astigmatisme « contre la règle », le méridien le plus réfringent étant horizontal. Mais, d'autre part, l'astigmatisme de la cornée étant, comme règle, de nature contraire, ces deux se compensent en partie. Ces observations expliquent un fait, remarqué souvent par M. Javal, à savoir que l'astigmatisme total est plus petit que celui de la cornée, lorsque celui-ci est « selon la règle », le méridien vertical étant le plus courbé, tandis que le contraire a lieu si l'astigmatisme cornéen va dans le sens contraire.

» Lorsque la deuxième déviation du cristallin est plus prononcée, elle a pour effet de changer la position du méridien le plus réfringent, qui devient oblique. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Recherches bactériologiques sur l'utérus après la parturition physiologique.* Note de MM. **Straus** et **D. Sanchez Toledo**, présentée par M. Bouchard.

« Nous avons fait chez les femelles de différents animaux un certain nombre de recherches et d'expériences relatives à l'état de la cavité utérine et de son contenu après la parturition physiologique; en voici les principaux résultats :

» I. La première partie de ces recherches a consisté dans l'examen bactériologique de la cavité utérine et du liquide qu'elle renferme à des moments variables après la parturition.

» Ces recherches ont porté sur des lapines, des femelles de cobayes, de souris et de rats. Les animaux étaient sacrifiés dans un espace de temps, après la mise bas, variant entre trois heures et trois jours. Immédiatement après la mort, les cornes utérines et le corps de l'utérus étaient ouverts avec toutes les précautions voulues.

» On recueillait à l'aide d'un fil de platine recourbé en anse des parcelles du liquide muco-sanguinolent qui remplit ces cavités; ce liquide était semé dans des milieux de culture variables (bouillon de veau alcalin, bouillon gélatiné, gélose); les ballons et les tubes étaient maintenus à l'étuve à 20° et à 37°. Cette expérience, répétée un grand nombre de fois et sur un grand nombre de femelles, donna toujours le même résultat : *les milieux de culture demeurèrent stériles*.

» En même temps, on étalait sur des lamelles cette sécrétion ainsi que du raclage provenant de la paroi interne de l'utérus. Ces préparations furent soumises à l'action de divers réactifs colorants : *dans aucune on ne constata la présence de micro-organismes*.

» Enfin, des fragments de l'utérus et les cornes furent durcis dans l'alcool absolu et sur des coupes on pratiqua les mêmes essais de coloration, également avec des résultats négatifs.

» Il faut conclure de ces faits que, chez ces animaux, après la parturition physiologique, la paroi utérine ainsi que la sécrétion qui y est contenue *ne renferment pas de micro-organismes*. Les nombreux germes que renferment les premières voies génitales ne pénètrent donc pas à l'intérieur de l'utérus, ou, s'ils y pénètrent, ils y sont rapidement détruits.

» Ces faits expérimentaux, observés chez les femelles des animaux, trouvent leurs analogues dans des recherches faites récemment par M. Döderlein [1] sur les lochies des femmes en couches. Il constata que ces lochies, prises avec pureté dans l'utérus chez les accouchées ne présentant pas de fièvre, ne renfermaient pas de bactéries et pouvaient être inoculées sans effet appréciable sous la peau des animaux; tandis que les lochies des femmes fébricitantes contenaient des microbes et provoquaient des accidents chez les animaux auxquels on les injectait.

» II. Nous avons, en outre, procédé à des expériences d'un ordre différent. Nous avons introduit également, à des époques variables après la parturi-

[1] *Untersuchung über das Vorkommen von Spaltpilzen in den Lochien der Uterus und der Vagina gesunder und kranker Wöchnerinnen* (*Archiv für Gynaekologie*, Band XXXI, p. 412; 1887).

tion, dans l'intérieur des cornes utérines, des cultures pures de divers microbes pathogènes (*Bacillus anthracis, Vibrion septique, Staphylococcus pyogenes aureus, Choléra des poules*).

» La plupart de ces injections ont été faites de trois à dix heures après la mise bas, quelques-unes au bout d'un jour ou deux.

» Les résultats auxquels nous sommes arrivés sont les suivants :

» Dix femelles (lapines et cobayes) reçurent dans les cornes utérines une à trois seringues de Pravaz, chargées d'une culture virulente de *Bacillus anthracis : les dix demeurèrent saines*, alors que les animaux témoins qui avaient reçu quelques gouttes du même virus sous la peau mouraient régulièrement du charbon.

» Deux lapins et deux femelles de cobayes reçurent dans la cavité utérine une culture de *Vibrion septique :* elles demeurèrent indemnes, tandis que les animaux témoins inoculés sous la peau succombèrent tous.

» Deux femelles de cobayes reçurent dans l'utérus chacune une seringue de Pravaz de culture de *Staphylococcus pyogenes aureus :* l'injection demeura sans effet.

» Deux lapines reçurent en injection dans l'utérus une culture du microbe du *Choléra des poules :* au bout de vingt-quatre heures, elles étaient mortes, présentant dans le sang une invasion abondante du microbe caractéristique.

» Ces expériences conduisent donc à des données inattendues; elles montrent que l'on peut impunément introduire dans la cavité utérine de femelles qui viennent de mettre bas des quantités énormes de microbes, éminemment pathogènes pour ces animaux, sans provoquer aucune infection.

» Un seul micro-organisme a fait exception : celui du *Choléra des poules;* mais on sait combien le lapin est sensible à son action et avec quelle facilité il s'infecte par toutes les voies naturelles, par le tube digestif notamment.

» Nous n'essayerons pas, pour le moment, d'expliquer cette singulière résistance de la plaie utérine, après la parturition, chez ces animaux, qui contraste avec la vulnérabilité si grande que présente cette même plaie utérine à l'égard des microbes pathogènes chez la femme en couches. »

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Nouvelles expériences sur l'inoculation antirabique en vue de préserver les animaux herbivores de la rage à la suite des morsures de chiens enragés.* Note de M. V. **Galtier**, présentée par M. Chauveau.

« Mes expériences sur la rage, remontant à 1880-81, avaient démontré que l'injection de virus rabique dans les veines du mouton et de la chèvre,

ne leur donne pas la maladie et qu'elle leur confère l'immunité contre les effets du virus introduit postérieurement ou simultanément ou quelques instants avant dans leur organisme par un procédé d'inoculation (piqûres, scarifications hypodermiques) réalisant les conditions des morsures de chiens enragés. Des recherches faites par MM. Nocard et Roux ont confirmé le bien-fondé de mes déductions, de même que les nombreuses tentatives que j'ai renouvelées depuis 1881 m'ont invariablement donné les mêmes résultats. Des expériences nouvelles, faites depuis un an sur des moutons, sont venues démontrer que l'injection intra-veineuse de virus rabique, pratiquée quelques heures ou même un jour complet après l'inoculation ou la morsure qui devait donner la rage, préserve à coup sûr les animaux. Voici, entre autres, le résumé de deux de ces expériences :

» Le 13 décembre 1887, un fragment (20^{gr}) de moelle allongée d'un chien rabique mort depuis trois jours fut trituré et additionné de 100^{cc} d'eau; ce mélange servit à faire les inoculations et vaccinations suivantes :

» 1° Un mouton en reçut par trépanation $0^{cc},5$ et mourut rabique neuf jours après.

» 2° Deux moutons en reçurent chacun 2^{cc} sous la peau du cou, et aussitôt après on leur en injecta à chacun 2^{cc} nouveaux dans la jugulaire; à la date du 13 février 1888, ils n'avaient rien présenté d'insolite.

» 3° Deux autres moutons reçurent pareillement, le même jour, chacun 2^{cc} du même mélange en injection hypodermique sous le ventre; le lendemain, vingt-quatre heures après cette inoculation, on injecte, dans la jugulaire droite de chacun d'eux, une dose de 2^{cc} du mélange, qui avait été conservé dans un flacon immergé dans de l'eau ne dépassant pas 10°; cinq heures et demie après cette première injection intra-veineuse, soit vingt-neuf heures et demie après l'inoculation sous-cutanée, on injecta 2^{cc} nouveaux dans la jugulaire gauche de chacun de ces deux sujets. Le mélange avait conservé toute sa virulence; car, inoculé le lendemain, 15 décembre, par trépanation, à un chien, il le rendait enragé au bout de douze jours. Les deux moutons, vaccinés une première fois vingt-quatre heures après l'inoculation et une seconde fois entre la 29e et la 30e heure, ne sont pas devenus enragés; de plus, l'immunité conférée les a protégés dans la suite, car, réinoculés, le 10 février 1888, par injection hypodermique, dans la région parotidienne, avec un virus très actif, qui a tué trois autres animaux de la même espèce, en dix-neuf, vingt-cinq et vingt-neuf jours, ils n'ont pas cessé un seul instant de présenter tous les signes de la santé jusqu'au 12 avril, jour où l'on s'en est débarrassé.

» 4° Un cinquième mouton, inoculé le 14 décembre, par injection sous-cutanée au plat de la cuisse, avec 2^{cc} du mélange préparé la veille, mourut rabique le 30e jour.

» Le 10 février, trois brebis ont reçu, en injection hypodermique, dans la région parotidienne, 1^{cc} d'une émulsion de substance rabique très virulente; une a été conservée comme témoin et est morte rabique le 8 mars; les deux autres ont été vaccinées par injection intra-veineuse avec la même matière, une première fois le 11 février, vingt-quatre heures après l'inoculation sous-cutanée, et une seconde fois le 12; elles ont résisté, et le 12 avril on s'en est défait.

» Ces données, auxquelles d'autres viendront s'adjoindre incessamment, permettent de concevoir dès aujourd'hui la légitime espérance de préserver contre la rage les animaux herbivores qui ont été mordus par des chiens enragés. On peut empêcher de devenir enragés les animaux mordus depuis un jour, en leur pratiquant successivement, à quelques heures ou à un jour d'intervalle, deux injections intra-veineuses de virus rabique, provenant de l'animal qui a fait les morsures ou de tout autre. Abattre le chien qui a mordu les animaux d'un troupeau de moutons ou de bœufs, extraire son bulbe, en faire une émulsion et s'en servir pour pratiquer des injections intra-veineuses à tous les sujets mordus, telle est la conduite qui s'impose désormais en vue de diminuer les pertes de l'éleveur et les dangers de transmission par les mordus qui pourraient devenir enragés dans la suite. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Les cyclones et les trombes*. Note de M. **Jean Luvini**, présentée par M. Faye. (Extrait.)

« .... La rotation du tourbillon se fait dans le sens de la rotation terrestre; car la vitesse angulaire initiale de l'air affluant vers le centre du bassin est commune avec celle de la Terre, et sa valeur est de $15'' \sin\lambda$ par seconde, λ exprimant la latitude. Cette vitesse, d'abord uniforme dans toute l'étendue du bassin, augmente rapidement dès que le tourbillon commence, et peut devenir énormément grande.

» Si l'entonnoir est petit, le météore formé est une trombe; mais si les dimensions de l'entonnoir excèdent une certaine limite, il en résulte un cyclone; car l'air affluant vers le centre du bassin, à une certaine distance de l'axe, acquiert dans le tourbillon une force centrifuge capable de contrebalancer la force qui le pousse vers le centre. Il se forme à cette distance et aux environs un anneau ou un tore immense tournant et s'enfonçant dans l'atmosphère, tandis que de l'air nouveau des parois du bassin vient le remplacer, et ainsi de suite. Dans le cercle limité par le tore existe une région centrale de calme relatif.

» Le tore descendant communique de proche en proche son mouvement à l'air environnant et plus particulièrement à l'air qui se trouve sur ses pas au-dessous de lui. Ce mouvement peut ainsi se propager jusqu'au sol.

» L'auteur croit démontrer, par des raisonnements et par des expériences, que la région de calme doit être plus étendue près du sol que dans

les régions élevées; il explique la marche des cyclones d'occident en orient, la manière dont se produit leur segmentation, l'origine des *orages* dits *locaux,* l'action limitée des trombes et la cause de leur électricité. Enfin il parle du cône ascendant que l'on observe bien souvent au-dessous des trombes et que plusieurs observateurs ont confondu avec la trombe elle-même, et il explique la manière dont il est engendré.

» Dans le second paragraphe, l'auteur décrit quelques-unes de ses expériences servant à la démonstration de plusieurs des principes énoncés dans le premier.

» Dans le troisième paragraphe enfin, il applique la théorie expliquée aux tourbillons des corps célestes, et particulièrement au Soleil. Il conclut de ces démonstrations que M. Faye avait raison d'affirmer que les taches de cet astre sont des cyclones.

» Ces cyclones marchent nécessairement sur le Soleil, comme la plupart de ceux de la Terre, d'occident en orient, d'où il résulte que la durée de la rotation du Soleil est plus grande que celle que l'on a déterminée d'après le mouvement des taches; l'auteur pense qu'elle est, probablement, comprise entre vingt-huit et trente-deux jours.

» La grande vitesse qu'acquièrent les matériaux de la chromosphère de la photosphère tombant dans le gouffre des taches produit une altération bien sensible des raies du spectre. Les résultats de l'observation spectrale des taches sont une preuve de la vérité de la théorie exposée. »

M. C. **Huart** adresse des « Considérations sur la nécessité d'introduire dans la Géométrie l'idée de l'élément infinitésimal ».

MM. **Ch. Reignier** et **P. Bary** adressent deux Notes ayant pour titres : « Sur les phénomènes d'induction, théorie du transformateur »; et « Solution des intégrales de la forme $\int e^{\frac{t}{A}}\Theta(t)\,dt$, par le développement d'une certaine fonction suivant ses dérivées successives ».

M. **E.-J. Maumené** adresse une Note « Sur l'origine chimique des principes immédiats dans les plantes et les animaux ».

A 4 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures trois quarts.

J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 16 avril 1888.

Annuaire de la Société météorologique de France; 36e année, 1888, janvier. Paris, Gauthier-Villars; br. in-4°. (Deux exemplaires.)

Ministère de l'Agriculture — Bulletin. — Documents officiels. — Statistique. — Rapports. — Comptes rendus de missions en France et à l'Étranger; septième année, n° 1. Paris, Imprimerie nationale, mars 1888; br. in-4°.

Rapport sur l'état des fouilles de Sanxay, *au mois de novembre* 1882; *par* M. le capitaine Quévillon. Montauban, Forestié, 1883; br. in-8°.

Conférence sur la Topographie; par le commandant F. Quévillon. Le Havre, 1888; br. in-8°.

Paléontologie française; Ire série : *Animaux invertébrés;* livraison 13 : *Terrains tertiaires : Éocène, Échinides.* Tome Ier, par M. Cotteau, avril 1888. Livraison 86 : *Crinoïdes, par* M. de Loriol. Tome XI, seconde Partie du *Terrain jurassique;* avril 1888. Paris, G. Masson; 2 br. in-8°. (Présenté par M. Hébert.)

Phénomènes électriques de l'atmosphère; par Gaston Planté. Paris, J.-B. Baillière et Fils, 1888; 1 vol. in-18. (Présenté par M. Becquerel.)

Les tables tournantes; par le Cte Ag. de Gasparin. Paris, Calmann Lévy, 1888; 1 vol. in-18.

Manuel de Métallothérapie et de Métalloscopie; par le Dr J. Moricourt. Paris, Delahaye et Lecrosnier, 1888; 1 vol. in-18. (Renvoi au concours Montyon, Médecine et Chirurgie.)

Memorias de la Sociedad cientifica « Antonio Alzate »; Tomo I, cuaderno num. 1 à num. 8. Mexico, 1887-1888; 7 br. in-8°.

Memorias de la real Academia de Ciencias exactas, fisicas y naturales de Madrid. Tomo XII : *Estudio elemental teorico-practico de las maquinas dinamo-electricas;* Tomo XIII, Parte Ia : *Cuestiones biologico-ontogénicas y fisiologicas sobre los Afidios.* Madrid, 1887; 1 vol. in-4° et 1 br. in-4°.

Revista de los progresos de las Ciencias exactas, fisicas y naturales. Tome XXII, n° 4. Madrid, 1887; br. in-8°.

Abhandlungen der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen; Vierunddreissigster Band. — *Der Georgia Augusta zur Feier ihres einhundert und funfzigjährigen Bestehens dargebracht und ueberreicht* am 8. Au-

gust 1887. Göttingen, in der Dieterichschen Buchhandlung, 1887; 1 vol. in-4°.

ERRATA.

(Séance du 9 avril 1888.)

Note de M. *Loir*, Caractère de la divisibilité d'un nombre par un nombre premier quelconque :

Page 1071, ligne 14, *au lieu de* $N - am = 10D$, *lisez* $N - amP = 10D$.



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 AVRIL 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la précision d'un système de mesures;* par M. J. Bertrand.

« Lorsque la difficulté d'un problème n'en permet pas la solution rigoureuse, on doit s'imposer, comme condition nécessaire, l'appréciation certaine des limites de l'erreur commise.

» On s'affranchit souvent de cette condition; rien ne marquant alors la limite de la tolérance, on peut la reculer indéfiniment. A toute objection, la réponse devient facile : la théorie n'a pas été proposée comme exacte; de quoi le lecteur peut-il se plaindre?

» Gauss, dans ses études sur la combinaison des observations, a exprimé

par des formules précises des appréciations simplement plausibles et proposées comme telles; on a transformé en théorèmes devenus classiques des conditions très légèrement motivées.

» Je veux parler surtout de l'appréciation de la précision d'un système d'observations, dont le poids, inconnu *a priori*, est le même pour toutes. On peut présenter sur cette règle et sur la démonstration qu'on en donne des observations utiles.

» La méthode des moindres carrés prescrit de rendre minima la somme des carrés des différences entre les grandeurs observées et les fonctions des inconnues dont elles devraient, d'après les conditions du problème, représenter la valeur exacte.

» La valeur de cette somme, divisée par l'excès du nombre des équations sur celui des inconnues, sert de mesure à la précision des mesures.

» La démonstration se compose de deux parties.

» La somme des carrés qui sert de numérateur à la fraction peut s'exprimer par une fonction homogène du second degré de toutes les erreurs réellement commises.

» La valeur exacte de cette fonction étant rigoureusement connue, en l'égalant à sa valeur probable, on obtiendra une équation vraisemblable qui est l'expression du théorème universellement adopté.

» L'égalité acceptée n'est nullement certaine. Le rapport des quantités ainsi égalées peut varier, sans qu'on s'en étonne, entre des limites très écartées; en le déclarant explicitement, on se met à l'abri de tout reproche.

» *Valor verus ipsius* M, dit Gauss, *prout fors errores obtulit, major minorve medio fieri potest*.

» On égale cependant la valeur de M à cette valeur moyenne que le hasard peut rendre plus petite ou plus grande. On peut, en acceptant le principe, en déduire pour l'expression de la précision des valeurs très différentes, on peut même dire contradictoires; deux valeurs approchées de la même grandeur peuvent être inégales, mais leur différence doit avoir une limite.

» Si l'on a formé, entre n inconnues, $n+p$ équations qui les rattachent à $n+p$ grandeurs directement mesurées, l'élimination des inconnues fournira entre les grandeurs mesurées $l_1, l_2, \ldots, l_{n+p}, \ldots$ p équations de condition. On déduira de ces équations, entre les erreurs commises, p relations linéaires qui les rattachent aux valeurs véritables des fonctions que

des mesures irréprochables auraient rendues égales à zéro. Si l'on a ainsi

$$(1)\quad \begin{cases} P_1 e_1 + P_2 e_2 + \ldots + P_{n+p} e_{n+p} = \alpha_1, \\ Q_1 e_1 + Q_2 e_2 + \ldots + Q_{n+p} e_{n+p} = \alpha_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ S_1 e_1 + S_2 e_2 + \ldots + S_{n+p} e_{n+p} = \alpha_p, \end{cases}$$

toute fonction homogène du second degré de $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$ est, par cela même, une fonction des erreurs véritablement commises, et la valeur numérique de cette fonction est donnée par les observations.

» Les équations déduites ainsi du système (1) sont en nombre infini; en égalant la valeur vraie de la fonction à sa valeur probable, on aura une équation aussi *plausible* précisément que celle de Gauss et démontrée par le même principe. La valeur probable du carré d'une erreur e_1^2 étant désignée par m^2, la même pour toutes les mesures, et celle d'un produit tel que $e_1 e_2$ étant nulle, on obtiendra, pour déterminer m^2, une relation de la forme

$$m^2 G = L,$$

dans laquelle L et G contiendront $\frac{p(p+1)}{2}$ constantes arbitraires et dont le théorème de Gauss est un cas particulier.

» Un tel résultat accuse clairement l'indétermination du problème. On pourra, en disposant des constantes, trouver, pour m^2, à volonté, une valeur infinie ou une valeur nulle.

» Supposons, pour donner un exemple, que d'une même station on ait visé quatre points A_1, A_2, A_3, A_4 et mesuré les angles formés par les directions extrêmes OA_1, OA_4 avec les trois autres. En nommant x l'angle total A_1OA_4 et y et z ceux dont il est la somme, on aura

$$x = l_1, \qquad y = l_2, \qquad z = l_3, \qquad z - x = l_4, \qquad z - y = l_5.$$

» Les relations nécessaires sont

$$l_4 + l_1 - l_3 = 0,$$
$$l_5 + l_2 - l_3 = 0.$$

» Ces différences ne seront pas nulles; en les nommant α_1 et α_2, la mé-

thode des moindres carrés assigne aux grandeurs mesurées les valeurs

$$l_1 - \tfrac{3}{8}\alpha_1 + \tfrac{1}{8}\alpha_2,$$
$$l_2 + \tfrac{1}{8}\alpha_1 - \tfrac{3}{8}\alpha_2,$$
$$l_3 + \tfrac{1}{4}\alpha_1 + \tfrac{1}{4}\alpha_2,$$
$$l_4 - \tfrac{3}{8}\alpha_1 + \tfrac{1}{8}\alpha_2,$$
$$l_5 + \tfrac{1}{8}\alpha_1 - \tfrac{3}{8}\alpha_2;$$

la somme

$$\mu_1\alpha_1^2 + \mu_2\alpha_2^2 + \mu_3\alpha_1\alpha_2$$

a pour valeur probable, en nommant m^2 la valeur moyenne inconnue du carré de l'erreur à craindre,

$$(3\mu_1 + 3\mu_2 + \mu_3)m^2.$$

» En égalant cette valeur probable à la valeur vraie qui est connue, on trouve

$$m^2 = \frac{\mu_1\alpha_1^2 + \mu_2\alpha_2^2 + \mu_3\alpha_1\alpha_2}{3\mu_1 + 3\mu_2 + \mu_3},$$

valeur entièrement arbitraire, qui peut être nulle ou infinie, selon le choix, fait pour μ_1, μ_2, μ_3.

» En choisissant

$$\mu_1 = 3, \qquad \mu_2 = 3, \qquad \mu_3 = -2,$$

on obtient la formule classique, et la précision est exprimée par

$$m^2 = \frac{3\alpha_1^2 + 3\alpha_2^2 - 2\alpha_1\alpha_2}{16}.$$

» Rien ne donne à cette expression une plus grande chance d'exactitude qu'à toute autre, résultant d'un choix arbitraire des facteurs.

» La recherche, dans chaque cas, du choix le plus avantageux de μ_1, μ_2, μ_3 est un problème facile. La solution est très différente, en général, de la règle universellement acceptée. »

ASTRONOMIE. — *Influence de la pesanteur sur les coordonnées mesurées à l'aide des équatoriaux. Formules générales de réduction;* par MM. **Lœwy** et **P. Puiseux.**

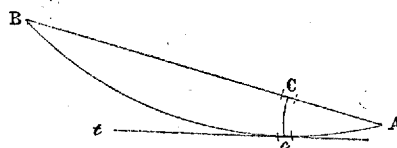
» Un second genre de flexion qui altère les mesures dans les équatoriaux ordinaires consiste en ce que l'objectif et le réticule s'abaissent de quantités inégales sous l'action de la pesanteur. L'équatorial coudé est sujet à une autre déformation qui peut produire des effets sensibles. La lunette étant équilibrée, le poids de tout l'instrument peut être regardé comme appliqué en un point de l'axe horaire, voisin de son extrémité inférieure. L'axe horaire doit donc fléchir dans un plan vertical et entraîner avec lui le système formé par le bras de l'instrument et les deux miroirs. Pour bien faire saisir la nature de ce déplacement, supposons l'axe horaire horizontal. Pendant la rotation, il est évident que le cube central, qui porte le petit miroir, éprouvera, sous l'action de la pesanteur, un faible déplacement vertical. L'effet analogue qui se produit dans les instruments méridiens est sans influence sur les observations, parce que l'objectif et l'oculaire sont entraînés dans le même mouvement de translation. Ici, au contraire, le bras portant les deux miroirs se trouve entraîné avec le cube, tandis que le réticule reste immobile. La flexion du cube provoque donc un déplacement de l'image, et la direction de ce déplacement, rapportée à celle du mouvement diurne, change avec la position de la lunette.

» Dans les équatoriaux coudés bien construits, tel que le grand instrument destiné à l'observatoire de Paris, la grandeur de ce déplacement ne paraît pas devoir surpasser quelques secondes d'arc. Le cube, en effet, est construit dans des conditions de solidité remarquables, et son attache se trouve située près du pivot inférieur de l'instrument. Dans l'équatorial dont nous nous sommes servis, pour des raisons que nous avons déjà indiquées ailleurs, la partie mécanique est trop faible, et le mode d'attache du petit miroir au cube peut donner lieu à quelques critiques. On doit donc s'attendre à trouver pour cette flexion une valeur sensible.

» Nous supposerons, ce qui a lieu en réalité, que le système formé par le bras de l'instrument et les deux miroirs est lié à une partie déterminée de l'axe horaire et l'accompagne dans son mouvement lorsqu'il fléchit. On est en droit de considérer le déplacement de ce système comme identique

en grandeur et direction à celui d'un certain élément linéaire très petit pris sur l'axe horaire. Comme nous avons déjà étudié à part la flexion propre au bras, nous devrons admettre que le changement de direction qu'il éprouve est précisément égal à celui qui se produit à son point de liaison avec l'axe horaire. Si l'axe horaire était d'une rigidité absolue, on pourrait l'assimiler à une ligne droite AB (*fig.* 9), déterminée en direction

Fig. 9.



par le centre du pivot inférieur et par celui du collier qui porte l'instrument, près de l'oculaire. En réalité, l'axe horaire fléchit sous l'action de la pesanteur dans l'intervalle des deux points fixes A et B. La lunette étant équilibrée, le point C où le bras vient se relier à l'axe horaire supporte en entier le poids de la partie mobile de l'instrument, composée du bras et de son contre-poids, et une partie du poids de la portion fixe. L'axe prendra une certaine courbure A*c*B, en désignant par *c* la nouvelle position du point C. Cette courbe sera située dans un plan vertical, et sa forme aussi bien que sa position seront indépendantes de la position de la lunette, si l'on néglige les termes de flexion d'ordre supérieur.

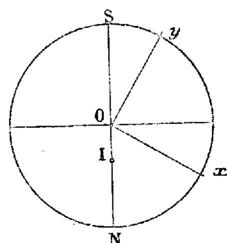
» Le point d'insertion du bras dans tous les équatoriaux en construction est voisin du pivot inférieur. Il n'arrivera donc pas en général que le point C réponde à la plus grande flèche de la courbe. La tangente *ct* ne sera donc pas parallèle à la ligne AB. Quand on déplacera la lunette en angle horaire, la rotation de l'instrument s'effectuera, en réalité, autour de la tangente *ct*, qui se trouve substituée à l'axe primitif AB. Un premier effet de la flexion de l'axe horaire sera donc d'accroître la constante λ, d'un angle égal à celui que forment les directions AB, *ct*. Comme cet angle est invariable, il n'en résulte pas de changements dans les formules. On devra seulement regarder la valeur de λ déduite des observations comme relative non pas à l'axe horaire idéal, défini par les deux points fixes A et B, mais à la droite *ct* qui est devenue l'axe horaire réel, par suite, de la flexion.

» Un autre effet que ce genre de flexion provoque consiste dans le déplacement qu'éprouve l'image du rayon entré dans la lunette suivant

l'axe du bras. Si l'instrument était parfaitement réglé et la flexion nulle, ce rayon serait renvoyé suivant la direction CB. Supposons maintenant que la flexion se produise. L'axe du bras, les deux miroirs et la portion de l'axe horaire voisine du point C gardant leurs positions relatives, il est clair que la direction du rayon réfléchi sera celle de la tangente *ct*. L'image éprouvera, dans le champ, un déplacement linéaire indépendant de la position de la lunette et toujours situé dans un plan vertical. Pour trouver le changement qui en résulte dans les coordonnées observées des étoiles, représentons par un cercle le champ de la lunette. Soient :

» 1° O le centre du champ, tel qu'il a été défini; 2° SN une parallèle au méridien, et menée par le centre du champ. C'est parallèlement à cette direction vers la partie inférieure du champ que la flexion déplacera l'image; 3° Ox, Oy les axes menés par le point O et définis précédemment;

Fig. 10.



4° I (*fig.* 10) l'image du rayon qui viendrait faire son image en O s'il n'y avait pas de flexion. Le déplacement OI aura une valeur angulaire μ indépendante de la position de la lunette; 5° enfin H l'angle horaire du bras, h l'angle horaire du point visé par l'instrument. On aura $SOy = H$,

$$H = h + 90^\circ \text{ position directe}, \qquad H = h - 90^\circ \text{ position inverse.}$$

» Les coordonnées du point I suivant les axes Ox, Oy seront respectivement $\mu \sin H$ et $-\mu \cos H$ ou $\pm \mu \cos h$ et $\pm \mu \sin h$.

» Ces quantités s'ajoutent évidemment avec leur signe aux coordonnées M_1, M_2 qui ont été définies. On devra donc, pour tenir compte de la flexion de l'axe horaire, remplacer dans les formules

M_1 par $M_1 \pm \mu \cos h$ $\left\{\begin{array}{l}\text{position directe,}\\ \text{position inverse;}\end{array}\right.$ M_2 par $M_2 \pm \mu \sin h$ $\left\{\begin{array}{l}\text{position directe,}\\ \text{position inverse.}\end{array}\right.$

» Si l'on a égard simultanément à la flexion du bras et à la flexion de

l'axe horaire, les formules de réduction prennent la forme définitive

$$(8)\quad \left\{\begin{aligned} d\mathcal{A}^d &= m + M_1 + (\mu - 2\beta)\cos h \\ &\quad + (n\cos h - \lambda\sin h + M_2 + \mu\sin h + B)\operatorname{tang}\delta + c\operatorname{séc}\delta, \\ d\mathcal{A}^i &= m + M_1 - (\mu - 2\beta)\cos h \\ &\quad + (n\cos h - \lambda\sin h - M_2 + \mu\sin h - B)\operatorname{tang}\delta - c\operatorname{séc}\delta, \\ d\delta^d &= I + n\sin h + \lambda\cos h \\ &\quad + [M_1 + (\mu - \beta)\cos h]\sin\delta - (M_2 + \mu\sin h)\cos\delta, \\ d\delta^i &= -I + n\sin h + \lambda\cos h \\ &\quad - [M_1 - (\mu - \beta)\cos h]\sin\delta - (M_2 - \mu\sin h)\cos\delta. \end{aligned}\right.$$

» En résumé, la théorie de l'équatorial coudé exige l'introduction de deux constantes nouvelles, tenant à la position du miroir dans le cube de la lunette. Les termes de flexion sont en même nombre que dans l'équatorial ordinaire. La flexion du bras correspond à la flexion de l'axe de déclinaison dans les lunettes droites. La flexion de l'axe horaire remplace la différence des flexions des deux extrémités de la lunette, différence que la théorie doit faire entrer en ligne de compte. Ces termes de flexion n'ont aucune influence sur les mesures différentielles auxquelles on destine habituellement l'équatorial. Il devient seulement nécessaire d'évaluer leur effet, si l'on veut déterminer avec précision les constantes de l'instrument et obtenir des lectures de calage très exactes sur les cercles.

» Dans un instrument bien construit, il n'existe aucune raison physique, en dehors de la flexion de l'axe horaire, susceptible de donner lieu à un déplacement du petit miroir ou à un mouvement de l'image dans le champ. Ce fait a pu être constaté sur l'équatorial coudé de l'observatoire de Paris, quoique sa construction mécanique ne soit pas irréprochable.

» Des considérations analogues à celles qui précèdent permettent de tenir compte de la flexion dans les équatoriaux ordinaires.

» La flexion de l'axe horaire peut être considérée comme insensible, parce que le point de cet axe autour duquel tourne la lunette se trouve très près du point d'appui. Son unique effet serait de modifier un peu le sens de la constante λ que l'on peut appeler *erreur de latitude*. Les formules de réduction resteront les mêmes à condition de définir λ non plus au moyen de la ligne déterminée physiquement par les deux tourillons de l'axe horaire, mais au moyen de la tangente à la courbe de flexion, autour de laquelle s'effectue réellement la rotation.

» Un second effet de la pesanteur consistera dans un déplacement, va-

riable avec l'angle horaire, de l'axe de déclinaison. Ce déplacement correspond de tout point à celui que nous avons étudié sous le nom de *flexion du bras*, et peut se décomposer de la même manière. Cette flexion pourra acquérir des valeurs importantes : car, pour se donner la faculté d'observer dans une certaine étendue de part et d'autre du méridien, sans changer la position de la lunette, on est obligé de donner à l'axe de déclinaison une longueur assez grande, et tout le poids de la lunette porte à faux sur l'extrémité de cet axe.

» Pour les raisons que nous avons indiquées (p. 975), la pesanteur tend à modifier l'angle que forment entre eux l'axe horaire et l'axe de déclinaison, mais son influence est indépendante de l'angle horaire, du moins si l'on néglige les termes du second ordre. On devra donc, dans les formules de réduction, traiter b comme invariable.

» La seule composante efficace de la pesanteur est celle qui tend à faire tourner l'axe de déclinaison autour de l'axe horaire dans le plan de l'équateur. On s'assure aisément que la grandeur de cette composante et, par conséquent, son effet varient comme le sinus de l'angle horaire H de l'axe de déclinaison. Si l'on représente par $\beta' \sin H$ l'angle dont l'axe de déclinaison a tourné dans le plan de l'équateur, il est clair que le plan instrumental tourne du même angle et dans le même sens autour de l'axe horaire. Sur les déclinaisons l'effet est négligeable; pour les ascensions droites on en tiendra compte en introduisant dans les formules le terme

$$\delta\mathcal{A} = -\beta' \cos h \text{ position directe}, \qquad \delta\mathcal{A} = +\beta \cos h \text{ position inverse}.$$

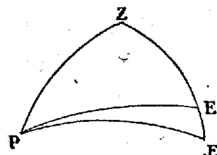
» La correction ainsi trouvée est complète, car la flexion ne déplace pas l'image dans le champ. Un rayon entré dans la lunette suivant l'axe optique fera toujours son image au même point, quel que soit l'angle de l'axe horaire avec l'axe de déclinaison. Un troisième effet à considérer est la flexion astronomique, due à ce que l'objectif et l'oculaire peuvent s'abaisser inégalement sous l'action de la pesanteur. Cette circonstance devra se présenter dans la plupart des cas; car les deux moitiés de la lunette ont un poids considérable, des structures différentes et des longueurs souvent inégales. Nous admettrons, comme on le fait habituellement, que le déplacement de l'axe optique se fait toujours dans un plan vertical et qu'il est proportionnel à la distance zénithale du point visé. Soient

P (*fig.* 11) le pôle de la sphère céleste, Z le zénith, φ la latitude du lieu; E le point qui serait visé par la lunette s'il n'y avait pas de flexion;

h, δ, z son angle horaire, sa déclinaison et sa distance zénithale;

E′ le point réellement visé, dh et $d\delta$ les variations subies par les coordonnées quand on passe du point E au point E′.

Fig. 11.



» On devra poser, d'après ce qui précède, $EE' = f \sin z$, le coefficient f étant une constante positive ou négative suivant la construction de la lunette.

» Si l'on projette EE′ sur la direction EP et sur la direction perpendiculaire, on trouve : $dh \cos\delta = -f \sin z \sin E$, $d\delta = f \sin z \cos E$. Mais, dans le triangle PZE, on a

$$\sin z \sin E = \sin h \cos\varphi \qquad \text{et} \qquad \sin z \cos E = \sin\varphi \cos\delta - \cos\varphi \sin\delta \cos h;$$

par conséquent,

$$d\mathcal{A} = \frac{f \sin h \cos\varphi}{\cos\delta}, \qquad d\delta = f(\sin\varphi \cos\delta - \cos\varphi \sin\delta \cos h).$$

» Ces formules restent les mêmes, que la lunette soit dans la position directe ou inverse. On voit que le terme introduit dans les formules d'ascension droite n'a pas d'analogue dans la théorie de l'équatorial coudé, à moins qu'on ne considère l'angle du miroir extérieur avec l'axe du bras comme susceptible de varier proportionnellement au cosinus de l'angle horaire du bras. Les termes introduits dans les formules de déclinaison pour représenter la flexion astronomique agissent, l'un comme la constante $M_2 + B$, l'autre comme la constante $\mu - \beta$.

» Les formules de réduction complètes pour l'équatorial ordinaire seront, par conséquent,

$$\left\{\begin{aligned}
d\mathcal{A}^d &= m - \beta' \cos h + (n \cos h - \lambda \sin h + b) \operatorname{tang}\delta + (c + f \sin h \cos\varphi) \operatorname{séc}\delta,\\
d\mathcal{A}^i &= m + \beta' \cos h + (n \cos h - \lambda \sin h - b) \operatorname{tang}\delta - (c - f \sin h \cos\varphi) \operatorname{séc}\delta,\\
d\delta^d &= \quad \mathrm{I} + n \sin h + \lambda \cos h - f \cos\varphi \cos h \sin\delta + f \sin\varphi \cos\delta,\\
d\delta^i &= -\mathrm{I} + n \sin h + \lambda \cos h - f \cos\varphi \cos h \sin\delta + f \sin\varphi \cos\delta.
\end{aligned}\right.$$

» Nous allons maintenant chercher les procédés les plus appropriés à la

détermination des quantités m, M_1, M_2, μ, B, β, n, λ, c, I, qui figurent dans les formules de réduction de l'équatorial coudé. Un premier ensemble de procédés repose sur l'observation des passages. Une étoile équatoriale connue, prise au méridien dans les deux positions de la lunette, donnera, en appliquant les formules (8), $m + M_1$ et $c + \mu - 2\beta$.

» L'observation d'une étoile voisine du pôle, dans les mêmes conditions, fera connaître $n + M_2 + B + c$ pour la position directe et $n - M_2 - B - c$ pour la position inverse. On en déduit, par addition et soustraction, les quantités n et $M_2 + B + c$.

» L'observation d'une étoile voisine du pôle, à l'angle horaire de -6^h, devra nécessairement être faite dans la position directe et donnera, en tenant compte de la réfraction,

$$\lambda + M_2 - \mu + B + c = K, \tag{9}$$

K étant la quantité connue déduite de l'observation.

» L'observation à l'angle horaire de $+6^h$ ne peut être faite que dans la position inverse, et l'on s'assure aisément qu'elle conduit à la même équation de condition. Elle pourra seulement être utilisée comme vérification.

» Si l'on veut obtenir la collimation c indépendamment des termes de la flexion, il faut observer dans le premier cercle horaire des étoiles de déclinaison aussi faible que possible et combiner le résultat avec la valeur de K donnée par les observations de polaires au premier cercle horaire. Dans ce genre de mesures, il sera particulièrement nécessaire de tenir compte de la réfraction. Dans quelques-unes des observations que nous avons effectuées, son effet s'est élevé jusqu'à seize secondes de temps.

» Les corrections trouvées pour l'ascension droite instrumentale ont pour valeur, dans la position directe,

$$m + M_1 + (\lambda + M_2 - \mu + B) \operatorname{tang}\delta + c \operatorname{séc}\delta$$

et, dans la position inverse,

$$m + M_1 - (\lambda + M_2 - \mu + B) \operatorname{tang}\delta - c \operatorname{séc}\delta.$$

» Ces deux expressions additionnées fournissent $m + M_1$, déjà obtenu par une autre méthode. Retranchées, elles donnent

$$c \operatorname{séc}\delta + (\lambda + M_2 - \mu + B) \operatorname{tang}\delta = K'.$$

Si nous rapprochons de cette équation celle qui définit la constante K, nous trouverons $c(\operatorname{séc}\delta - \operatorname{tang}\delta) + K \operatorname{tang}\delta = K'$, équation qui fera con-

naître la valeur de c. Dans la pratique on aura, en moyenne, $\tang\delta = 0{,}40$, $c \sec\delta = 1{,}10$, ce qui donne environ 0,7 pour le coefficient de c.

» L'emploi exclusif des observations de passages fournit donc les inconnues $m + M_1$, c, n, $\mu - 2\beta$, M_2, $\lambda - \mu$, c'est-à-dire l'ensemble des constantes nécessaires à la réduction des observations de passages. Nous indiquerons ultérieurement les procédés d'observation pour des lieux voisins de l'équateur, et les méthodes fondées sur l'emploi des distances polaires. »

CHRONOMÉTRIE. — *Sur le réglage de l'amortissement et de la phase d'une oscillation synchronisée réduisant au minimum l'influence des actions perturbatrices. — Réglage apériodique.* Note de M. **A. Cornu.**

« L'une des propriétés les plus avantageuses du dispositif synchronisateur décrit précédemment (*Comptes rendus*, t. CV, p. 1106) est la facilité avec laquelle ce dispositif entre en fonction et s'y maintient. Aucun réglage préalable de construction n'est nécessaire : il suffit que l'amortissement électromagnétique du balancier soit notable. La grandeur de cet amortissement peut même être modifiée entre des limites étendues : l'amplitude de l'oscillation varie, mais la synchronisation persiste.

» La théorie rend aisément compte de cette propriété aussi utile que singulière : elle montre qu'il existe effectivement dans le réglage du synchronisme un élément indéterminé *a priori*, la *phase* (fraction de période s'écoulant entre l'époque moyenne de l'action périodique et l'origine de l'oscillation synchronisée), élément que la plupart des systèmes en usage déterminent par construction, mais qui reste arbitraire, comme l'amortissement, dans le dispositif précité et donne au réglage cette latitude si précieuse.

» On est amené naturellement à examiner le rôle que jouent cette phase et l'amortissement corrélatif dans la stabilité du régime et à rechercher si un choix convenable de ces éléments ne permettrait pas d'accroître encore l'efficacité du dispositif.

» La conclusion de cette étude est qu'on doit adopter le coefficient d'amortissement le plus fort compatible avec les conditions expérimentales, et donner à la phase une valeur aussi rapprochée que possible de *zéro;* on tend alors vers le *réglage apériodique* dont les propriétés seront exposées plus loin. C'est dans ces conditions qu'on réduit au minimum l'influence des causes perturbatrices les plus fréquentes.

» La démonstration de ces résultats se déduit de la théorie des oscillations synchronisées faiblement amorties [1], exposée précédemment (*Comptes rendus*, t. CIV, p. 1656).

» Je dirai qu'une oscillation est *synchronisée* lorsque, sous l'influence d'une force périodique, elle est parvenue à un régime permanent tel que *la phase demeure invariable*.

» Les lois qui régissent le régime permanent obtenu à l'aide du dispositif précité sont résumées par les expressions (13) et (14) (*Comptes rendus*, t. CIV, p. 1661), qu'on peut écrire sous diverses formes

$$(13)\qquad \mathfrak{A} = \frac{u}{\sqrt{\alpha^2\Theta^2 + 4\pi^2\left(\frac{\Theta - T}{T}\right)^2}} = \frac{u\cos\gamma}{\alpha\Theta} = \frac{u\sin\gamma}{2\pi\left(\frac{\Theta - T}{T}\right)},$$

$$(14)\qquad \operatorname{tang}\gamma = \frac{2\pi}{\alpha\Theta}\left(\frac{\Theta - T}{T}\right) = \frac{2\pi}{\alpha T}\left(\frac{\Theta - T}{\Theta}\right) = \frac{2\pi}{\alpha\mathfrak{T}}.$$

» On en déduit les résultats suivants :

» 1° *La phase limite γ d'une oscillation synchronisée est indépendante de l'intensité u de l'action synchronisante et de l'amplitude limite $\mathfrak{A}$.*

» Cette propriété, très importante au point de vue pratique, montre que les réglages des deux caractéristiques de l'oscillation, la phase et l'amplitude, peuvent être rendus indépendants. Il suffit, en effet, α, T et Θ étant donnés, de commencer par régler la phase; l'amplitude limite peut être réglée à son tour sans altérer le précédent réglage, en agissant exclusivement sur l'intensité de l'action synchronisante à laquelle elle est proportionnelle.

» 2° *La phase limite est proportionnelle à la différence des périodes.*

» L'observation de la phase limite, qui change de signe avec cette différence, permet donc de décider, sans avoir besoin d'arrêter la synchronisation, si l'oscillation rendue libre serait en avance ou en retard sur l'action directrice. Le signe et la grandeur de la phase indiquent ainsi dans quel sens et de combien il faudrait modifier la période du système synchronisé

---

(1) Dans les applications à l'horlogerie, des coefficients relativement élevés sont encore très éloignés de la limite imposée à l'oscillation par la condition d'être faiblement amortie : à savoir que α^2T^2 soit négligeable devant l'unité. Ainsi, déjà pour $\alpha T = \frac{1}{100}$, on atteint un amortissement énorme pour des appareils de précision; car, avec cette valeur, l'amplitude $A = A_0e^{-\alpha t}$ se réduit dans le rapport de e (ou 2,71828) à 1 au bout du temps $t = 100T$, soit 3^m20^s si la période T est de 2^s.

pour la rendre égale à la période directrice. Cette propriété est fort utile pour le réglage et le contrôle *en marche* des appareils synchronisés.

» 3° *Le coefficient d'amortissement qu'on doit imposer au système oscillant à synchroniser pour compenser une différence de période donnée* ($\Theta - T$) *est défini par la phase qu'on veut maintenir entre l'oscillation synchronisée et l'action directrice, et réciproquement.*

» La relation entre ces deux éléments est précisément l'expression (14). Comme la valeur de la phase est, en général, indéterminée *a priori*, on voit que le coefficient d'amortissement est également indéterminé, et les limites qui le comprennent sont extrêmement étendues : ces limites sont, d'une part, α_0 voisin de zéro (à l'exclusion de $\alpha = 0$, valeur pour laquelle aucun régime permanent ne pourrait s'établir); de l'autre, α_1 tel que $\alpha_1^2 T^2$ soit encore négligeable devant l'unité, condition nécessaire à la validité des formules (13) et (14) : γ varie alors de $\gamma_0 = \pm \frac{\pi}{2}$ à $\gamma_1 = 0$.

» On voit là l'explication du fait signalé au début, à savoir le fonctionnement immédiat du dispositif, quelle que soit la grandeur de l'amortissement. C'est qu'en effet l'équation (14) donnant toujours une valeur réelle pour γ, quels que soient $\Theta - T$, T et α, il s'établit nécessairement un régime stable; l'oscillation est donc *toujours* synchronisée. Quant à la valeur de la phase, elle est le plus souvent indifférente; elle constitue une constante instrumentale qu'on élimine par une observation préalable.

» Nous sommes donc en présence d'une indétermination réelle de la phase et du coefficient d'amortissement, et nous ne trouvons dans les formules du régime permanent aucune condition qui puisse les définir. C'est dans la grandeur des variations probables des éléments en jeu que nous allons chercher à lever cette indétermination.

» *Variation de la phase causée par la variation lente des éléments de réglage.* — Nous remarquerons d'abord que les trois éléments Θ, T, α qui figurent dans l'expression de la phase ne varient en général que fort lentement, le plus souvent sous l'influence de causes météorologiques, particulièrement des variations de température qui modifient les dimensions des systèmes oscillants, la résistance des conducteurs électriques ou le magnétisme des aimants. Ces variations, s'accomplissant pendant une durée extrêmement grande relativement aux périodes d'oscillation, modifient insensiblement les valeurs limites de la phase et de l'amplitude, mais sans altérer le caractère du régime, qui ne cesse pas d'être stable et d'être représenté par les formules précédentes. L'élément le plus mobile est évidem-

ment la différence $\Theta - T$ (et le seul qu'il soit utile de considérer, les variations relatives de α et de T étant trop faibles pour agir d'une manière appréciable sur γ); la formule (14) donne le moyen d'en atténuer l'influence : c'est d'augmenter la valeur de α. On en conclut :

» *L'erreur sur la phase causée par une variation lente de la différence de période décroît lorsque le coefficient d'amortissement augmente.*

» On a donc intérêt à augmenter autant que possible le coefficient α d'amortissement, ce qui fait tendre la phase vers zéro. On déduirait de l'expression (14) un moyen de déterminer cette valeur de la phase et par suite de α, en recherchant quelle grandeur on doit donner à ce coefficient pour que l'erreur sur la phase soit inférieure à une quantité donnée.

» *Variations de la phase causées par la variation brusque des éléments de réglage.* — Les variations brusques des éléments Θ, T, α et u ont évidemment pour effet d'interrompre le régime permanent et d'imprimer à l'oscillation un régime variable, pendant la durée duquel la phase présente des erreurs périodiques dont il importe de se rendre compte, afin de chercher à les ramener dans les limites de la précision adoptée.

» Ces variations brusques, à la rigueur possibles sur tous les éléments, ne sont guère à craindre que sur l'action synchronisante produite par un courant électrique : il faudrait, en effet, supposer aux appareils des vices de construction bien graves pour y prévoir la production habituelle de variations brusques et notables dans la valeur des périodes T, Θ ou du coefficient α. Il n'en est pas de même des piles électriques, des distributeurs de courants ou des lignes télégraphiques : là, au contraire, des altérations inévitables se produisent, et l'on doit toujours redouter des variations brusques de la force synchronisante. Nous nous bornerons donc à examiner l'influence de ce genre de variations; la discussion serait d'ailleurs toute semblable dans le cas d'un autre élément.

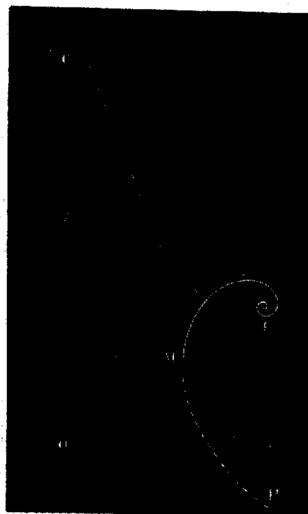
» La considération de l'*indicatrice de synchronisation* (*Comptes rendus*, t. CIV, p. 1660) donne la solution immédiate de toutes les questions relatives au régime variable qui se produit alors. L'indicatrice est une spirale logarithmique dont l'angle caractéristique est γ. Comme on suppose que u seul varie, l'angle γ, qui en est indépendant, reste le même que dans le régime permanent antérieur; le point asymptotique C de la spirale (*fig.* 1) est donc sur le rayon vecteur OM incliné de l'angle γ sur l'axe des y.

» La phase représentée par l'angle du rayon vecteur ON, avec l'axe Oy, oscillera donc périodiquement autour de sa valeur normale yOC.

» On doit se demander d'abord pendant combien de temps cette erreur

périodique de la phase se prolongera : théoriquement, cette durée est infinie, puisque le régime permanent ne s'établit qu'après un temps infiniment grand. Mais, en fait, le régime permanent est pratiquement établi quand le rayon moyen de la spire sous-tend, vu de l'origine, un angle $\Delta\gamma$

Fig. 1.



assez petit pour que la fraction de période auquel il correspond soit négligeable. Calculons donc le temps nécessaire pour que le rayon vecteur $CM = \rho_0$ de la spirale devienne une fraction donnée $\frac{1}{n}$ de sa valeur initiale. La spirale ayant pour angle γ a pour équation polaire

$$\rho = \rho_0 e^{-\omega \cot \gamma} \qquad \text{avec} \qquad \frac{\omega}{t} = \frac{2\pi}{\mathfrak{G}},$$

car le rayon vecteur tourne avec une vitesse angulaire $\frac{2\pi}{\mathfrak{G}}$. Substituant la valeur (14) de $\cot\gamma$, il vient

$$\rho = \rho_0 e^{-\alpha t}, \qquad \text{d'où} \qquad t = \frac{1}{\alpha}\log\frac{\rho_0}{\rho} = \frac{1}{\alpha}\log n.$$

» Donc, *le temps nécessaire pour réduire à une fraction donnée l'erreur périodique de la phase pendant le régime variable qui suit une variation brusque de la force synchronisante est, toutes choses égales d'ailleurs, en raison inverse du coefficient d'amortissement.*

» D'autre part, le *maximum maximorum* de l'erreur $\Delta\gamma$ est évidemment

NOC, donné par la tangente ON issue de l'origine O à la première spire

$$\frac{\Delta\gamma}{\sin\gamma} = \frac{NC}{OC} = \frac{NC}{OM + MC}; \qquad \text{d'où} \qquad \Delta\gamma < \frac{\Delta u}{u + \Delta u}\sin\gamma,$$

en remplaçant NC par MC qui lui est supérieur.

» Donc *l'erreur maximum à craindre sur la phase est proportionnelle au sinus de la phase limite.*

» Ainsi, qu'il s'agisse de variations brusques ou lentes, *on a intérêt à donner au coefficient d'amortissement la plus grande valeur compatible avec les conditions expérimentales et à faire tendre la phase limite vers zéro.*

» Telles sont les conditions théoriques; on peut aisément les réaliser.

» 1° *Amortissement.* — Le coefficient α n'a jamais besoin d'atteindre la valeur $\alpha T = \frac{1}{100}$ (ce qui correspond à une réduction de l'amplitude du balancier libre dans le rapport de $e = 2,718$ à 1 en 100 périodes T) : on doit le diminuer, si l'on désire éviter l'arrêt en cas de la rupture du courant.

» 2° *Réduction à zéro de la phase.* — On y parvient en agissant sur la période T du balancier de manière à la rendre sensiblement égale à la période directrice Θ. A cet effet, lorsque le régime stable est établi, on observe au chronographe, ou simplement au téléphone, l'*époque moyenne* du courant synchronisant : si elle a lieu *avant* le passage du balancier à la position d'équilibre (le sens du mouvement étant le sens de l'attraction de la bobine), le balancier *retarde;* si elle a lieu *après,* il *avance.* A l'aide de cette règle, facile à démontrer, on corrige aisément *en marche* ce retard ou cette avance au moyen de poids placés au milieu de la tige du balancier, et l'on arrive à la phase nulle, $\gamma = 0$, lorsque l'époque moyenne de l'attraction coïncide avec le passage à la verticale.

» *Régime et réglage apériodiques.* — Je propose de donner le nom d'*apériodique* à ce mode de réglage pour rappeler que, dans ce cas ($\gamma = 0$), tout régime variable de la phase et de l'amplitude est *apériodique,* ces éléments atteignant leur valeur limite sans la dépasser.

» La *fig.* 1 résume les propriétés du *régime apériodique* comparativement avec le régime périodique ordinaire : dans le cas général, une oscillation, dont le point représentatif est P au moment où la synchronisation intervient, a pour *indicatrice* une spirale logarithmique d'angle γ allant de P en C (point asymptotique), tel que $yOC = \gamma$. Dans le cas de $\gamma = 0$, la spirale dégénère en une droite PC_0. Le point C_0 a pour coordonnées $\gamma = 0$ (axe Oy) et $OC_0 = u : \alpha\Theta$ conformément à l'expression (13) : c'est le point asymptotique de l'indicatrice rectiligne, car le point représentatif de l'oscillation s'en approche suivant la loi $\rho = \rho_0 e^{-\alpha t}$, ρ étant la distance des deux points.

La figure donne aussi la loi des amplitudes limites pendant le réglage de la pé-

riode T; car, d'après (13), le lieu des points asymptotiques (γ, $\mathfrak{B}$) correspondant à un amortissement α et une force u donnés est un cercle décrit sur OC_0 comme diamètre : on voit que l'amplitude limite passe par un maximum pour $\gamma = 0$, condition qui la rend indépendante des petites variations de $\theta - T$.

» En raison de l'importance de ce régime apériodique, j'ai tenu à étudier cette indi-

Fig. 2.

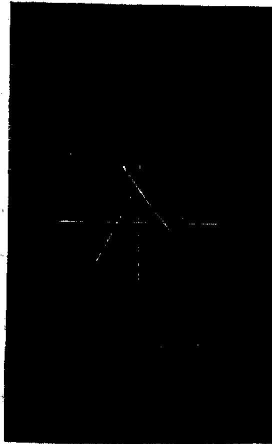
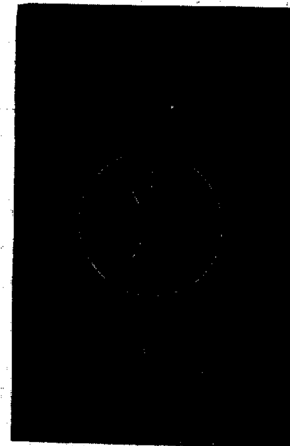


Fig. 3.



catrice rectiligne et à l'enregistrer dans les mêmes conditions que la spirale : la *fig.* 2 est la reproduction (procédé Dujardin) d'un cliché photographique obtenu comme précédemment (*loc. cit.*, t. CIV, p. 1665); elle représente les axes coordonnés rectan-

Fig. 4.

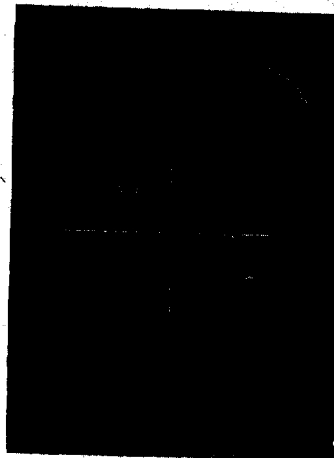


Fig. 5.



gulaires et réalise l'indicatrice rectiligne PC_0 (doublée parce qu'elle est produite non par l'époque moyenne, mais par le début et la fin du courant synchronisant). Le point

asymptotique est évidemment à l'extrémité la plus *empâtée* du trait. On comparera avec la double spirale (*fig.* 4 qui est la reproduction de la *fig.* 3 de la page 1665). La *fig.* 3 donne la vérification de l'égalité approchée des périodes; elle représente, outre l'axe des déplacements (axe des x) et l'oscillation initiale complète (cercle et son diamètre), le décroissement d'une oscillation libre comme le faisait la spirale concentrique [*fig.* 5 (*fig.* 4 de la page 1665)].

» L'analogie de ces figures dispense de plus amples explications : on remarquera seulement que la spirale de la *fig.* 1 correspond à une *avance* du balancier, tandis que celles des *fig.* 4 et 5 (dont les axes sont d'ailleurs, comme ceux des *fig.* 2 et 3, tournés d'un angle droit) correspondent à un *retard*.

» En résumé, le *réglage apériodique* offre l'avantage :

» 1° De ne pas dérégler l'appareil pour le synchroniser, comme l'exigent certains systèmes;

» 2° D'éviter tout régime périodique pour l'amplitude et la phase;

» 3° De réduire au minimum, sinon à zéro, l'influence des perturbations les plus ordinaires;

» 4° De fournir un contrôle incessant du réglage et un moyen simple pour le rétablir s'il vient à varier. »

ÉLECTRICITÉ. — *Observations de* M. **Edm. Becquerel** *à propos d'une Note de* M. A. Stoletow, *présentée à l'Académie dans sa dernière séance.*

« Dans le dernier numéro des *Comptes rendus* (t. CVI, p. 1149) se trouve une Note de M. A. Stoletow, intitulée : *Sur une sorte de courants électriques provoqués par les rayons ultra-violets;* cette Note est relative au passage d'un courant électrique entre deux disques, ou conducteurs métalliques, placés parallèlement à petite distance l'un de l'autre, au moyen de la couche d'air interposée qui doit se trouver plus ou moins échauffée par le rayonnement d'un arc voltaïque.

» Je désire faire remarquer à cette occasion que ces effets me paraissent analogues à ceux que j'ai observés et analysés en 1853, mais d'une autre manière; j'ai montré, à cette époque ([1]), que les gaz échauffés peuvent conduire les courants électriques, même ceux provenant de couples à très faible force électromotrice, et que ces effets sont fonctions de la nature des gaz, de leur densité, ainsi que des dimensions relatives des électrodes.

» Dans un travail présenté à l'Académie l'année dernière, M. Blondlot ([2]),

([1]) *Ann. de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXXIX, p. 355 (1853).

([2]) *Journal de Physique*, 2e série, t. VI, p. 109 (1887).

à l'aide d'une méthode différente de la mienne, a obtenu des résultats analogues à ceux auxquels j'étais parvenu relativement à la conductibilité électrique des gaz dont on élève suffisamment la température.

» Ces observations s'appliquent également à une Note que vient de publier récemment M. Righi sur des effets du même genre ([1]). »

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur la fixation de l'azote par la terre végétale. Réponse aux observations de M.* Schlœsing; par M. **Berthelot.**

« Quelques mots encore sur la question de la fixation de l'azote par la terre, afin de mieux établir l'historique de cette recherche et son caractère actuel.

» Je ne veux pas discuter davantage, ni les expériences négatives de M. Schlœsing, sur lesquelles j'ai présenté des remarques que je maintiens intégralement; ni mes propres recherches, dont j'ai défini les conditions générales et spéciales ([2]) : j'abandonne ces points à l'appréciation des gens compétents. Mais il me paraît opportun de revenir sur ce qui touche Boussingault, pour qui j'ai toujours professé un profond respect et une affection qu'il voulait bien me rendre. Au sujet de ses travaux, M. Schlœsing me paraît faire quelque méprise. En réponse aux premières Notes de notre Confrère, j'ai cru utile de rappeler que les anciennes séries de recherches sur la fixation de l'azote par les plantes avaient été exécutées, pour la plupart, dans des sols calcinés et remontaient à plus de trente ans, c'est-à-dire à une époque antérieure aux travaux de Pasteur. Depuis lors, sous l'impulsion des idées nouvelles développées par notre illustre Secrétaire perpétuel, les points de vue ont changé; M. Schlœsing lui-même a pris à ce changement, par ses découvertes sur la nitrification, une part que je n'ai jamais négligé de mettre en lumière, ni dans mes Ouvrages imprimés, ni devant l'Académie. Boussingault était un trop bon esprit pour se refuser à reconnaître ce progrès de la Science. Mais quelles qu'aient été ses der-

([1]) *Journal de Physique*, 2e série, t. VII, p. 153.

([2]) Je rappellerai que j'ai exposé, dans les *Annales* et dans les *Comptes rendus* de la présente année, les chiffres et toutes les données relatives au dosage des divers éléments renfermés dans les terres que j'ai étudiées, tels que potassium, carbone, azote, soufre, phosphore. Ces renseignements que j'ai réclamés de M. Schlœsing, je les ai exposés d'abord, non seulement en passant, mais avec de longs détails sur les états multiples de combinaison de ces éléments.

nières opinions à cet égard, cela ne change rien au caractère historique des expériences qu'il avait publiées à des époques antérieures. Je n'insisterai pas sur les autres, M. Schlœsing paraissant reconnaître aujourd'hui que Boussingault n'avait pas à « réussir dans une entreprise qu'il ne poursuivait pas ». C'est précisément ce que j'avais dit, en expliquant pourquoi il n'y avait pas lieu d'introduire ces expériences dans notre discussion.

» Boussingault envisageait d'ailleurs, et c'est là une chose que M. Schlœsing met en évidence à juste titre; il envisageait surtout « les micro-organismes comme chargés de restituer à l'air et au sol les matériaux que la » végétation leur a empruntés ». Un tel rôle est essentiellement analytique et ne présente pas de corrélation nécessaire avec la vie végétale proprement dite. Or, c'est au contraire une telle corrélation entre l'activité des cellules agglomérées en grands organismes, qui constituent les végétaux supérieurs, et les cellules isolées ou groupées en petit nombre, cellules plus ou moins analogues aux précédentes, qui constituent les microbes de la terre; c'est cette corrélation, dis-je, qui est l'objet principal des travaux que j'exécute. Ces travaux sont encore loin de leur terme et je n'en ai dissimulé ni les difficultés, ni les points qui réclament un plus long examen : il faut des années pour toute recherche touchant à l'Agriculture et à la vie végétale. Quoi qu'il en soit, les êtres élémentaires dont il s'agit ne provoquent pas seulement des décompositions, comme on l'admettait autrefois, mais aussi des synthèses véritables : par là leur étude se rattache à l'œuvre que je poursuis en Chimie depuis tant d'années. »

MINÉRALOGIE. — *Note sur les propriétés optiques de la pharmacolite naturelle et sur leur comparaison avec celles des cristaux artificiels de M.* Dufet; par M. **Des Cloizeaux.**

« La production de beaux cristaux d'arséniate de chaux à $5^{éq}$ d'eau, qui vient d'être obtenue par M. Dufet, m'a engagé à reprendre l'examen optique de la pharmacolite naturelle. J'avais entrepris cet examen il y a une douzaine d'années, mais j'avais dû l'interrompre par suite de la rareté et des petites dimensions de ses cristaux et de la difficulté de soumettre des lames très étroites aux microscopes polarisants connus à cette époque.

» Le microscope Bertrand m'a permis de compléter mes anciennes déterminations et je les ai trouvées en accord absolu avec celles qui ont été

faites par M. Dufet et par moi-même sur les cristaux artificiels dont la description se trouve plus loin (¹).

Le plan des axes optiques est perpendiculaire au plan de symétrie; il est situé dans l'angle obtus $p : m/m$ et il fait, pour la lumière blanche, des angles d'environ

Cristaux naturels.		Cristaux artificiels.
27°4′	avec l'arête $g^1 e^1$;	27°7′
69°42′	avec l'arête $g^1 m$;	69°39′

» La bissectrice *obtuse* est positive et normale à g^1. J'ai trouvé, pour l'écartement des axes dans l'huile, autour de cette bissectrice (²),

Cristaux naturels.		Cristaux artificiels.
$2H_0 =$ 113°27′	rayons rouges;	114°30′
112°20′	alcool salé;	113°30′
111°47′	rayons bleus;	»

» Avec l'indice moyen de M. Dufet, $\beta_j = 1,5891$, on trouve

	Cristaux	
	naturels.	artificiels.
$2V_{a.j}$	78°46′	78°50′

» A 45° du plan de polarisation, la dispersion ordinaire se manifeste au sommet des hyperboles par des couleurs un peu *anomales*, violet rougeâtre à l'*intérieur*, vert à l'*extérieur*, d'où l'on peut conclure, comme par la mesure directe, $\rho > v$ dans l'huile, contrairement à la dispersion des axes *réels* qui résulte des observations de M. Dufet. Il n'existe aucune dispersion *tournante*, autour de la bissectrice obtuse.

» Quant aux mesures goniométriques, les angles que j'ai obtenus sont très voisins de ceux de M. Dufet et plus rapprochés des valeurs publiées autrefois par Haidinger (³) que de celles de M. Schrauf (⁴).

(¹) Voir plus loin la Note de M. Dufet, p. 1238.

(²) Pour l'huile d'olive blanchie, employée : $n_r = 1,466$; $n_j = 1,468$; $n_b = 1,478$.

(³) *Edinb. J. of Science*, t. III, 1825, et *Poggendorff's Annalen*, t. V.

(⁴) *Zeitschrift für Krystallographie*, etc., t. IV, 1880.

» J'ai trouvé, en moyenne,

$$b:h::1000:308,067 \qquad D = 852,835 \qquad d = 522,177$$

	Angles mesurés.	Angles calculés.	Angles mesurés (Dufet).
	°	° ′ ″	°
$h^2 g^1$ opp	78.30	78.33	»
$m g^1$ adj	121.16	★ 121.18	»
$g^1 e^1$ adj	109.25	★ 109.26	109.25
$g^1 e^1$ opp	70.45	70.34	»
$g^1 a_5$	110.35	110.19	»
$h^2 a_5$	»	148.26.30	148.37
$p : {}^m/_m$	96.45 microsc.	★ 96.46	»
$p : d^{\frac{1}{6}}/d^{\frac{1}{6}}$	124.45 microsc.	124.53	»
$p : a_5/a_5$	114.42 microsc.	114.41	»

» Outre les formes h^2, m, g^1, e^1, a_5, observées autrefois par Haidinger, M. Schrauf a trouvé $b^{\frac{1}{2}}$ pour laquelle

	Mesuré.	Calculé.
$m b^{\frac{1}{2}}$	121°20′	120°12′
$g^1 b^{\frac{1}{2}}$	107°30′	107°51′

» A l'opposé des formes $b^{\frac{1}{2}}$ et a_5, j'ai rencontré, sur des aiguilles de Joachimsthal provenant de l'ancienne collection Adam, $d^{\frac{1}{6}}$ avec

	Mesuré.	Calculé.
$g^1 d^{\frac{1}{6}}$	116°30′	116°40′
$p : d^{\frac{1}{6}}/d^{\frac{1}{6}}$	124°45′	124°53′

Sur les cristaux artificiels, les formes prédominantes sont h^2, m, g^1, e^1, a_5.

» Comme on le voit, les caractères optiques et cristallographiques des cristaux naturels et des cristaux artificiels de M. Dufet sont identiques. La seule différence qui existe entre eux est l'excès d'environ 4 pour 100 d'eau que les anciennes analyses accusent dans les cristaux naturels; mais on doit remarquer que ces cristaux sont hygrométriques et perdent une partie de leur eau à 100°; de plus, les échantillons analysés étaient probablement mélangés d'un peu de *Wapplérite*, où l'on a trouvé 29 pour 100 d'eau et qui, à l'état de poudre effleurie, est ordinairement associée à la pharmacolite. »

MINÉRALOGIE. — *Note sur les caractères optiques de la Haidingérite;* par M. **Des Cloizeaux.**

« La *Haidingérite*, décrite en 1825 par Haidinger, comme un arséniate de chaux à $4^{éq}$ d'eau, cristallisant en prisme rhombique de 100° et ordinairement associé à la pharmacolite et à un arséniate de chaux et magnésie (connu maintenant sous le nom de *Wapplérite*), est toujours resté un minéral fort rare.

» Parmi quelques fragments de pharmacolite qui m'ont été récemment envoyés par M. Schrauf, de Vienne, j'ai rencontré quelques petits cristaux de Haidingérite, groupés irrégulièrement entre eux. Ces cristaux offrent un prisme de 100°, tronqué sur ses arêtes obtuse et aiguë par les formes h^1 et g^1, et terminé par des sommets confus. Ils sont reconnaissables à un clivage excessivement facile, parallèle à g^1, qui possède un éclat nacré très vif, inclinant à l'adamantin. A travers une lame de clivage très mince, j'ai pu m'assurer que le plan des axes optiques est parallèle à h^1 et que ces axes sont très écartés autour de leur bissectrice *obtuse* négative, normale à g^1, avec une dispersion faible, $\rho > \upsilon$.

» La Haidingérite doit donc être rangée parmi les cristaux à bissectrice *aiguë* positive; l'un de ses indices de réfraction, mesuré autrefois par Haidinger sur un prisme naturel de 40°, formé par deux faces opposées h^1 et m, doit être l'indice *maximum* $\alpha = 1,67$. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **Considère** adresse, par l'entremise de M. Maurice Lévy, pour le concours du prix Dalmont, un Mémoire ayant pour titre : « Calcul des assemblages. Détermination des efforts maxima à imposer aux métaux ».

(Renvoi à la Commission du prix Dalmont.)

M. **L. Bandurski** soumet au jugement de l'Académie un « nouveau système de moteurs électriques ».

(Commissaires : MM. Maurice Lévy, Marcel Deprez.)

M. **Gelin** adresse une Communication relative au Phylloxera.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Un Ouvrage de M. *G. de Saporta*, ayant pour titre : « Origine paléontologique des arbres cultivés ou utilisés par l'homme ». (Présenté par M. Gaudry.)

ASTRONOMIE. — *Observations des nouvelles planètes* (275) *et* (276) *Palisa, faites à l'observatoire d'Alger au télescope de* $0^m,50$; par MM. **Trépied**, **Rambaud** et **Sy**, communiquées par M. Mouchez.

Dates. 1888.	Étoiles de comparaison.	Grandeurs.	Planète — Étoile. Ascension droite.	Planète — Étoile. Déclinaison.	Nombre de compar.	Observ.
		(275).				
			m s	′ ″		
Avril 17......	B.B., t. VI, n° 2687 (*a*).	8,6	−0.25,36	−2.53,67	22:14	R.
17......	Id.	»	−0.26,18	−2.49,44	16:10	T.
17......	Id.	»	−0.27,12	−2.43,01	16:10	S.
18......	Id.	»	−1. 2,04	+0.49,18	12:12	S.
18......	Id.	»	−1. 2,23	+0.52,70	12:12	T.
18......	Id.	»	−1. 3,11	+0.56,96	10:10	R.
		(276).				
Avril 18......	W_1, XIV, n° 1060 (*b*).	8	+2. 1,98	−1.58,10	10:10	R.
18......	Id.	»	+2. 1,35	−1.49,59	10:10	S.

Positions des étoiles de comparaison.

Étoiles.	Ascension droite moy. 1888,0.	Réduction au jour.	Déclinaison moy. 1888,0.	Réduction au jour.	Autorités.
	h m s	s	° ′ ″	″	
a.......	12.38.16,76	+1,16	+ 3.40.50,9	−5,8	B.D., t. VI.
a.......	»	+1,16	»	−5,7	Id.
b.......	14. 2. 0,80	+1,36	+12.23.22,5	−4,3	W_1.

Positions apparentes des planètes.

Dates. 1888.	Temps moyen d'Alger.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Déclinaison apparente.	Log. fact. parallaxe.
		(275).			
	h m s	h m s		° ′ ″	
Avril 17......	9. 8.40	12.37.52,56	$\bar{1},317_n$	+ 3.37.51,4	0,687
17......	9.36.24	12.37.51,74	$\bar{1},188_n$	+ 3.37.55,7	0,685
17......	10. 6. 5	12.37.50,80	$\bar{2},976_n$	+ 3.38. 2,1	0,684
18......	8.42.49	12.37.15,88	$\bar{1},391_n$	+ 3.41.34,4	0,688
18......	9. 0.52	12.37.15,69	$\bar{1},329_n$	+ 3.41.37,9	0,687
18......	9.26.53	12.37.14,81	$\bar{1},214_n$	+ 3.41.42,2	0,685
		(276).			
Avril 18......	11. 8.14	14. 4. 4,14	$\bar{1},138_n$	—12.21.28,7	0,821
18......	11.31.56	14. 4. 3,51	$\bar{2},948$	—12.21.37,2	0,823

	Grandeur estimée.
(275)...........................	11,0
(276)...........................	11,5

ALGÈBRE. — *Sur certains types d'équations algébriques ayant toutes leurs racines réelles*. Note de M. G. Fouret, présentée par M. Halphen.

« Dans une Note présentée à l'Académie à la dernière séance, j'ai indiqué une méthode pour former, à l'aide de deux équations ayant toutes leurs racines réelles, une nouvelle équation jouissant de la même propriété. Je viens de m'apercevoir que cette méthode n'est pas nouvelle : le principe en est dû à M. Hermite, qui l'a énoncé, il y a quelques années, dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques* (2e série, t. V, p. 479) [1]. Peut-être, néanmoins, ma Communication conserve-t-elle quelque intérêt, en montrant, par certaines applications, le parti que l'on peut tirer du théorème de M. Hermite, dans un genre de questions sur lesquelles l'attention a de nouveau été appelée par les derniers travaux de Laguerre.

[1] Le théorème a été énoncé par M. Hermite pour le cas où l'équation $f(x) = 0$ a toutes ses racines réelles; il a été étendu par M. Poulain et par M. Réalis au cas plus général, que j'ai moi-même considéré, où l'équation $f(x) = 0$ n'est pas soumise à cette restriction (*Nouvelles Annales*, 2e série, t. VI, p. 23 et 417). M. Maffiotti a donné (*ibid.*, p. 76) une démonstration du même théorème, pour le cas spécial considéré par M. Hermite.

» Je citerai encore deux résultats intéressants que l'on déduit du même théorème, en combinant plusieurs fois l'équation $x^n = 0$, d'une part, avec l'équation $(x+1)^n = 0$ et, de l'autre, avec l'équation obtenue en égalant à zéro le polynôme de degré n de M. Hermite. Ces résultats consistent en ce que, *h et k désignant deux entiers positifs quelconques, les équations*

$$x^n + \frac{n^h}{1^k} x^{n-1} + \frac{n^h(n-1)^h}{1^k.2^k} x^{n-2} + \ldots + \frac{n^h}{1^k} x + 1 = 0 \text{ [1]}$$

et

$$x^n - \frac{n^h(n-1)^h}{1^k.2^k} x^{n-2} + \frac{n^h(n-1)^h(n-2)^h(n-3)^h}{1^k.2^k.3^k.4^k} x^{n-4} - \ldots = 0$$

ont toutes leurs racines réelles.

» J'énoncerai enfin un autre théorème qui permet, comme celui de M. Hermite, de déduire de deux équations algébriques, ayant toutes leurs racines réelles, une autre équation présentant la même particularité.

» Théorème. — *Si $\varphi(x)$ est un polynôme entier de degré n, dont les facteurs linéaires soient tous réels, $f(x)$ un polynôme entier d'un degré égal ou supérieur à n, et α un nombre quelconque, mais non compris entre -1 et $-(2n+1)$, l'équation*

$$\begin{aligned}F(x) \equiv f(x)\frac{\varphi^{(n)}(x)}{1.2\ldots n} &+ \frac{f'(x)}{\alpha+1}\frac{\varphi^{(n-1)}(x)}{1.2\ldots(n-1)} \\ &+ \frac{f''(x)}{(\alpha+1)(\alpha+2)}\frac{\varphi^{(n-2)}(x)}{1.2\ldots(n-2)} + \ldots + \frac{f^{(n)}(x)}{(\alpha+1)(\alpha+2)\ldots(\alpha+n)}\varphi(x) = 0\end{aligned}$$

a au moins autant de racines réelles que l'équation $f(x) = 0$, et, si elle en a davantage, l'excédent est un nombre pair.

» En particulier, *l'équation $F(x) = 0$ a toutes ses racines reelles, si l'équation $f(x) = 0$ a elle-même toutes ses racines réelles.*

» On démontre ce théorème en s'appuyant sur ce que, *si m est le degré de l'équation $f(x) = 0$, et si λ et μ désignent deux nombres dont le premier est*

---

[1] Quelques cas particuliers de cette équation ont été signalés : ceux où l'on a $h = 2$, $k = 1$ (Laguerre, *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 3e série, t. IX, p. 135); $h = 2$, $k = 2$ (H. Laurent, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2e série, t. VII, p. 237); $h = 1$, k étant un entier quelconque (Cesaro, *ibid.*, 3e série, t. II, p. 561

supérieur à $-\frac{1}{m}$, *l'équation*

$$f(x) + (\lambda x + \mu) f'(x) = 0$$

a au moins autant de racines réelles que $f(x) = 0$, *et, si elle en a davantage, l'excédent est un nombre pair.*

» On peut supposer que le polynôme $\varphi(x)$ ait une forme particulière et simple, telle que x^n, $(x-a)^n$, par exemple. On déduit alors du théorème énoncé plus haut divers résultats sur lesquels il est inutile d'insister.

» Dans le cas particulier où α est égal à l'unité, on a

$$F(x) = \frac{1}{1.2\ldots n} \frac{d^n[f(x)\varphi(x)]}{dx^n}.$$

» De cette remarque, qui m'a été suggérée par M. Désiré André, on conclut une démonstration immédiate, pour le cas spécial dont il s'agit, en s'appuyant sur le théorème de Rolle. »

PHYSIQUE. — *Sur l'emploi des thermomètres à gaz.* Note de M. **Crafts**, présentée par M. Friedel.

« Dans une Communication faite à l'Académie dans la séance du 9 avril, M. Cailletet décrit un appareil à hydrogène qui lui sert à mesurer les basses températures, et fait ressortir les avantages de l'emploi d'un fil de platine, transmettant un courant électrique qui signale le moment où la colonne de mercure arrive à une hauteur fixe et enferme le volume constant d'hydrogène, dont la tension mesurée permet de calculer la température.

» M. Cailletet fait mention d'un travail (¹) dans lequel, il y a dix ans, j'ai décrit une forme analogue de thermomètre à hydrogène, et je demanderai la permission de présenter à l'Académie, à l'occasion de la Communication de ce savant éminent, quelques observations sur un sujet qui n'a pas cessé de m'occuper depuis ma première publication.

» Mes premiers thermomètres furent construits pour opérer avec de très petites quantités de substance, et les boules avaient de $0^{cc},3$ à 8^{cc} de capacité et donnaient une précision de $2°$ à $0°,2$, précision qu'il serait dif-

(¹) *Annales de Chimie et de Physique*, 5ᵉ série, t. XIV, p. 409.

ficile d'atteindre avec des thermomètres à gaz de cette dimension, sans employer la méthode du contact électrique. J'ai construit depuis plusieurs années d'autres thermomètres, ayant des réservoirs cylindriques de 70^{cc} de capacité, et avec ces derniers instruments j'ai cherché, en employant toujours le même système de contact électrique, à obtenir une très grande exactitude de mesures, afin de contrôler toutes les déterminations de température faites avec les thermomètres à mercure.

» Mon appareil est monté de manière à éviter la formation d'une étincelle de rupture, parce que le platine chauffé se dissout dans le mercure et se sépare en poussière par refroidissement. Dans d'autres instruments, j'ai employé comme signal un téléphone fonctionnant avec un très faible courant d'induction.

» La partie manométrique de ces instruments se divise en deux parties : un manomètre privé d'air, et une deuxième branche communiquant avec l'air, qui est employée toutes les fois que la longueur de la colonne barométrique causerait des difficultés pour la lecture.

» L'emploi d'un manomètre privé d'air est particulièrement indiqué quand il s'agit de mesurer des températures au-dessous de zéro ; mais, pour les températures supérieures, il y a un inconvénient, surtout quand un appareil fortement chauffé est placé à côté du thermomètre. Alors il est très difficile de connaître la correction pour la dilatation du mercure dans une longue colonne, observée dans des conditions moins favorables qu'un baromètre ordinaire; et, dans une série d'expériences où la correction en question devait être exacte à $0^{mm},006$ près et où par conséquent la température de toute la colonne devait être déterminée à $0^{\circ},05$ près, j'ai entouré de glace toutes les parties du thermomètre à hydrogène, sauf la boule qui est chauffée, et maintenu ainsi l'appareil jour et nuit à zéro, évitant toutes corrections pour la température.

» Dans ces circonstances, l'emploi du courant électrique a le grand avantage de supprimer la lecture dans la branche du manomètre qui est au milieu de la glace. Une méthode spéciale d'éclairage du ménisque a permis de faire la seule lecture nécessaire, celle dans la partie la plus élevée du manomètre, avec une précision d'environ $0^{mm},003$.

» Le thermomètre est monté très solidement sur un support en fer pesant environ 60^{kg}, et favorablement arrangé pour des lectures cathétométriques, qui sont rapportées sur une règle en acier avec divisions sur platine.

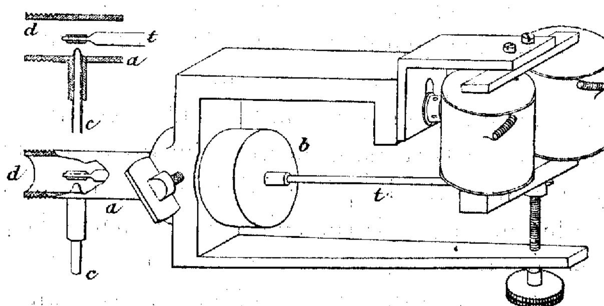
» Dans une série de trente-neuf observations, faites du 14 au 24 juin

1887, avec la glace et l'eau bouillante, le plus grand écart de la moyenne a été de $0^{mm},06$ dans la position du zéro, ensuite un écart de $0^{mm},04$, et les autres inférieurs à $0^{mm},03$.

» Pour l'intervalle 100° à 0°, on a eu six écarts de $0^{mm},03$ à $0^{mm},04$, et les autres plus faibles. $0^{mm},06$ correspond à moins de 0°,03 de température. D'autres séries ont donné des résultats semblables et bien comparables de série en série.

» Dans ces expériences, on a eu l'occasion de s'assurer du bon fonctionnement d'un robinet électrique, qui a été déjà décrit. Il arrête le courant du mercure dans le manomètre, au moment où la colonne dans la branche qui communique avec le réservoir thermométrique touche le fil en platine. On lit la hauteur, on abaisse le mercure et on le fait remonter pour une nouvelle lecture. Ces opérations peuvent se compléter trois fois par minute, mais, quand la température reste constante, il est préférable de les faire une fois par minute, et chaque observation de température consiste en une dizaine de lectures successives. Les chiffres sont ordinairement identiques à $0^{mm},003$ près et prouvent que l'arrêt automatique du mercure atteint une précision au moins égale à celle des moyens de mesure. Ce fait a été confirmé par de nombreuses expériences faites en fixant un fil de platine dans l'une des deux branches d'un manomètre, et laissant toutes les deux ouvertes à l'air ou communiquant ensemble.

» Quoique j'aie modifié essentiellement la forme de mes appareils, les explications précédentes peuvent être comprises, si l'on se reporte à la planche du Mémoire cité aux *Annales*, ou bien au dessin de M. Cailletet; mais il sera peut-être utile de présenter la nouvelle forme donnée au ro-



binet électrique, qui a été appliqué avec succès à un grand baromètre et à d'autres instruments.

» Le mercure traverse le tube (c) pour pénétrer dans (a), qui est vissé sur l'appareil; (c) est terminé par un jet à tête plate, à ouverture d'envi-

ron $0^{mm},1$. Celle-ci peut être fermée par une plaque de caoutchouc (d) portée par la tige (t). Cette partie est montrée en haut en coupe. La tige (t) est mastiquée dans un disque en acier (b) qu'elle traverse, et ce disque est aminci au tour jusqu'à ce que la tige devienne mobile sous un poids d'environ 20^{gr}.

» La position de l'aimant et le mode de réglage sont évidents par le dessin.

» Toutes les pièces sont en fer, les joints sont mastiqués, et aucune partie n'est facilement destructible par les vapeurs d'un laboratoire. »

PHYSIQUE. — *Sur la méthode calorimétrique à température constante.* Note de M. **A. d'Arsonval.**

« Dans une Note présentée à la dernière séance par M. Lippmann, M. E. Mathias décrit une méthode de calorimétrie dont le principe consiste essentiellement à ramener constamment le calorimètre à l'état initial. Je crois devoir rappeler à l'Académie que j'ai introduit cette méthode dans la Science, il y a plus de dix ans, sous le nom de *méthode par compensation* ou *de réduction à zéro* ([1]). Mon procédé consiste à maintenir le calorimètre constamment à la même température, qu'on peut choisir quelconque, à l'aide d'une source compensatrice qui donne la mesure des calories dégagées ou absorbées par la réaction. De plus, cette compensation se fait *automatiquement*, par le jeu même de l'appareil qui *inscrit*, en outre, la courbe calorimétrique en fonction du temps.

» On trouvera une courbe obtenue de cette façon dans ma Note insérée aux *Comptes rendus* du 25 août 1879. C'est ainsi que j'ai pu montrer *directement* que l'œuf des oiseaux *absorbe* de la chaleur pendant les premiers jours de l'incubation pour en dégager ensuite, et étudier l'influence de la température ambiante sur la thermogénèse animale. L'Académie m'a décerné ultérieurement le prix de Physiologie pour l'invention de cette méthode et pour les faits nouveaux qu'elle m'a permis de constater (voir *Comptes rendus*, 6 février 1882, Rapport de M. Marey).

» Plus tard, j'ai perfectionné cette méthode en utilisant, pour absorber

---

([1]) Voir *Société de Biologie*, 1er décembre 1877. — *Travaux du laboratoire de Marey*, 1878-1879. — *Comptes rendus*, séance du 25 août 1879. — *Journal de Robin*, mars-avril 1886.

la chaleur dégagée par l'animal ou la réaction, la chaleur latente de volatilisation des gaz liquéfiés distillant en présence de leur vapeur saturée (voir *Congrès de la Rochelle* et *Société de Physique*, 1880; *Société de Biologie*, 15 janvier 1881). C'est l'inverse du procédé décrit par M. E. Mathias. Le choix du gaz liquéfié n'est pas indifférent dans la pratique. Après bien des essais, je me suis arrêté, ces temps derniers, au chlorure d'éthyle, qui bout à 12°,5 et qui se vend aujourd'hui, industriellement, au même prix que le chlorure de méthyle. Je décrirai dans une prochaine Note le dispositif que j'ai imaginé pour obtenir la distillation à une température déterminée, et éliminer automatiquement les causes d'erreur provenant des changements de température ou de pression barométrique. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur un nouveau système de communication téléphonique entre les trains en marche et les gares voisines.* Note de M. **P. Germain**, présentée par M. Mascart.

« A la suite d'une série de mesures électriques effectuées sur les rails au point de vue de leur *résistance*, de leur *isolement* et de leur pouvoir diffusif de l'électricité, je me suis convaincu que les deux parties métalliques d'une même voie reliées entre elles constituent un excellent conducteur. Il faut toutefois qu'elles fassent partie d'un circuit sans communication *terre* et que la pile dont il est fait usage soit bien isolée aussi de la *terre*. J'ai établi des courbes de *résistance* des rails suivant les variations occasionnées par la température et l'état d'humidité du ballast.

» Une voie neuve est moins résistante qu'une voie ancienne, à cause de l'oxydation des points de raccordement et d'une transformation lente qui s'accomplit dans les molécules d'acier sous l'influence des vibrations.

» Supposons un circuit électrique constitué entre deux stations de chemin de fer : 1° par un fil de fer suspendu sur les poteaux de la ligne, et 2° par les rails de la voie accouplés électriquement. Si l'on intercale une pile à l'une des stations, d'une part, et si, sur un train de voyageurs, engagé sur la même voie, on intercale un téléphone en un point quelconque du circuit formé par les deux roues d'arrière du wagon-vigie, la plaque de garde et la tige d'attelage de tous les wagons, le téléphone reproduira tous les signaux formés à la station fixe. Le train peut parcourir à une très grande vitesse l'intervalle compris entre deux stations; les signaux restent aussi distincts. Le téléphone se trouve intercalé *dans un circuit dérivé* se mouvant le long

des rails. Le potentiel dans le circuit principal et dans le circuit dérivé mobile est le même. L'intensité est en raison inverse des résistances respectives de chaque circuit. La transmission directe de la parole par deux récepteurs téléphoniques placés l'un sur le train, l'autre sur la station fixe, est très faible; mais, si l'on transforme la *quantité* électrique fournie par la pile en *tension* à l'aide d'une bobine d'induction et si l'on intercale un microphone à 12 charbons dans le circuit inducteur, alors la parole se reproduit avec une remarquable netteté. Par le simple artifice de la dérivation mobile, constituée par l'attelage métallique d'un train complet, on peut donc, à l'aide d'un fil conducteur placé au-dessous des fils directs des omnibus et des cloches des Compagnies de chemins de fer, faire correspondre téléphoniquement les gares avec les trains en marche.

» Pour que les trains en marche puissent, à leur tour, correspondre de la même façon, il suffit de mettre *en opposition* deux courants d'égale tension : l'un dans le *circuit dérivé mobile*, l'autre dans le circuit principal.

» Lorsque les deux courants sont respectivement émis sur les circuits, aucun mouvement électrique ne se produit. Le téléphone reste muet. Par des intermittences de courant, produites dans le *circuit dérivé mobile* du train, on actionne le téléphone.

» La même installation que celle des stations étant effectuée dans le wagon-vigie du train, on peut correspondre téléphoniquement dans les deux sens.

» Je n'entrerai pas ici dans les détails de cette application spéciale du téléphone aux trains en marche : le cadre de cette Note ne le comporte pas. Je me bornerai simplement à l'énoncé du problème résolu en l'accompagnant des chiffres accusés par la détermination de diverses *mesures* inédites. Dans la dérivation mobile, le téléphone ne commence à reproduire nettement la parole qu'à une tension de 450 volts; la quantité électrique varie de 2 à 3 milli-ampères.

» Ce résultat est obtenu à l'aide d'*une pile à Cofferdam* (adoptée par le Ministre de la Marine pour l'actionnement de lampes à incandescence à l'usage de l'escadre). 20 éléments en boîte, pesant ensemble 60^{kg}, ayant un rendement normal de $1^{volt},5$ et de 6 ampères par élément, suffisent pour chaque station et pour chaque train. »

SPECTROSCOPIE. — *Remarques sur quelques raies spectrales de l'or.* Note de M. Eug. Demarçay.

« Dans un Mémoire paru en extrait dans le *Bulletin de la Société chimique* (t. XLIX, p. 476), M. G. Krüss a entrepris une revision des raies spectrales de l'or. Comparant ses résultats à ceux de M. Lecoq de Boisbaudran et trouvant absentes plusieurs des raies de cet auteur, il attribue ces discordances à des traces de platine et de palladium dans l'or de ce dernier. M. de Boisbaudran m'ayant prié de voir si je ne retrouverais pas ses résultats, j'ai repris l'examen des quatre raies ([1]) indiquées comme absentes par M. Krüss. Les longueurs d'onde de ces raies sont :

523,0, 443,7, 433,8, 406,4.

» Pour la raie 523,0, il est aisé de s'assurer qu'elle n'est due ni au platine ni au palladium : toutes les raies, même les plus fortes, de ce dernier sont absentes. Elle n'appartient pas non plus au platine qui a dans le voisinage 522,8 environ une assez forte raie, parce que : 1° on la voit en l'absence complète des autres raies du platine ; 2° parce qu'on la voit avec une fente fine à côté de cette raie et plus vers le rouge quand on emploie un mélange des chlorures des deux métaux. C'est, du reste, une des fortes raies de l'or et elle se voit sans peine avec des solutions assez étendues, ce qui serait surprenant si elle était due à une impureté, qui ne saurait exister qu'en trace minime.

» Pour le contrôle des trois autres raies, j'ai employé la photographie, qui permet une grande certitude et des mesures plus exactes. La raie 443,7 coïncide à très peu près avec une raie faible du platine ; mais elle n'est pas due, dans le cas de l'or, à du platine, car elle se voit en l'absence complète des raies les plus fortes de ce métal.

» Je n'ai pu retrouver par les procédés que j'ai employés (étincelle d'une bobine à gros fil et étincelle d'une bobine à fil fin condensée par une

([1]) M. Krüss indique encore comme absentes quelques autres raies dont il ne sera pas question ici. Ces raies sont en effet les principales du spectre du *chlorure d'or*, comme on peut s'en assurer en les comparant à celles du chlorure d'or dans la flamme.

bouteille de Leyde) la raie 433,8 de M. Lecoq. Il n'y a d'ailleurs dans le voisinage aucune raie soit du platine, soit du palladium. La raie en question est sans doute particulière au procédé employé par ce savant.

» Enfin la raie 406,4, la plus forte d'ailleurs du spectre photographique de l'or entre λ500 et 340, coïncide, en effet, à peu près avec une faible raie du platine; mais, comme on la voit en l'absence complète des raies les plus fortes de ce métal, même de la plus forte de ce métal, λ411,81, il ne saurait y avoir de doutes à cet égard. On pourrait plutôt soupçonner la présence de l'or dans le platine en question. »

M. **Lecoq de Boisbaudran** présente les observations suivantes :

« Les expériences de M. Demarçay s'accordent avec les miennes pour montrer qu'aucune des raies de mon ancien dessin [1] du spectre de $AuCl^3$ ne saurait appartenir au platine, non plus qu'au palladium. Comment M. Krüss a-t-il pu attribuer à ces deux métaux étrangers les raies de l'or 443,7, 406,4 et surtout δ523,0, celle-ci étant des plus brillantes? Je ne me l'explique pas.

» Ma faible raie, 433,8 environ, manque cependant sur les photographies de M. Demarçay; il y a donc lieu de penser qu'elle n'appartient pas à l'or lui-même; mais elle n'est due ni au platine, ni au palladium, ni très probablement à aucun autre métal.

» Par l'emploi d'une bobine à long fil, la faible raie ne s'était autrefois montrée qu'avec le chlorure d'or; je viens de reprendre son examen et je la retrouve toujours avec $AuCl^3$ très concentrée, tandis que je ne réussis pas à la voir sûrement avec les solutions de HCl, $AzAgO^3$, ou $PtCl^4$. Dans le cas de l'acide chlorhydrique, les bandes primaires de l'air [2] sont assez développées et la faible raie cherchée, tombant sur une d'elles, pourrait échapper ainsi à l'observation [3]. Le nitrate d'argent éteint les bandes de l'air et le chlorure platinique les affaiblit beaucoup.

» L'étincelle condensée (bouteille de Leyde), jaillissant entre deux pôles métalliques, donne une forte raie à 434,7; mais, si l'on met le fil sur cette raie et qu'on remplace l'un des pôles par une solution concentrée

---

(1) *Spectres lumineux* (*Pl. XXVI*).

(2) *Spectres lumineux* (*Pl. II*).

(3) Je crois, toutefois, avoir aperçu un petit renforcement de la bande de l'air sur la position de la faible raie qui nous occupe.

de Au Cl^3, après avoir enlevé la communication avec la bouteille de Leyde, on aperçoit la faible raie bien au delà du fil, vers le violet.

» Je n'oserais rien affirmer quant à l'origine de la raie 433,8, qui est faible et difficile à mesurer exactement, mais je crois qu'elle n'appartient pas à l'or lui-même et je ne serais pas surpris qu'elle provînt d'un des métalloïdes présents dans l'étincelle tirée sur la solution de AuCl^3, notre faible raie trouvant peut-être alors des conditions particulièrement favorables à son développement. »

THERMOCHIMIE. — *Chaleur de combustion de la houille du nord de la France (bassin du Pas-de-Calais)* [1]. Note de M. **Scheurer-Kestner**, présentée par M. Friedel.

Bassin du Pas-de-Calais.

1. Houille grasse de Courrières.
2. Houille mi-grasse de Nœud. Fosse n° 1.
3. Houille grasse de Dourges I.
4. Houille grasse de Courcelles-lez-Lens.
5. Houille maigre de la fosse Douvrin (Lens).
6. Houille grasse de Dourges II.
7. Houille grasse de Dourges III.
8. Houille grasse de Lens. Fines.
9. Houille maigre de Meurchin.
10. Houille grasse de Béthune.
11. Houille maigre de Douvrin.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
Carbone fixe......	76,32	79,75	78,60	76,27	87,34	78,29	75,74	72,25	86,63	69,39	86,48
Carbone votatil...	14,57	3,21	13,15	9,93	3,84	3,98	6,01	14,30	4,02	15,56	1,07
Carbone total.....	90,89	82,96	91,75	86,20	91,18	82,27	81,75	86,55	90,65	84,95	87,55
Hydrogène.......	4,07	3,42	3,13	3,93	3,96	4,98	5,41	3,83	3,76	6,35	3,77
Azote............	0,94	0,64	0,91	0,93	0,41	0,89	0,79	0,91	0,69	0,90	0,60
Oxygène.........	4,10	12,98	4,21	8,94	4,45	11,86	12,05	8,71	4,90	7,80	8,08
	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
Partie volatile.....	23,68	20,25	21,40	23,73	12,66	21,71	24,26	27,75	13,37	30,61	13,52
Nature du coke..	boursouflé.	aggloméré.	boursouflé.	boursouflé.	pulvérulent.	boursouflé.	boursouflé.	boursouflé.	pulvérulent.	boursouflé.	pulvérulent.

[1] Première et deuxième Partie (*Comptes rendus*, séances des 9 et 16 avril 1888).

Composition de la partie volatile.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
Carbone	61,7	67,5	61,5	42,1	30,5	18,4	24,7	51,7	30,0	50,9	7,8
Hydrogène	17,3	15,7	14,7	16,5	31,6	23,0	22,3	13,7	28,0	20,5	28,0
Oxygène et azote	21,0	16,8	23,8	41,4	37,9	58,6	53,0	34,6	42,0	28,6	64,2
	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
Chaleur de combustion observée	8814	8790	8726	8647	8642	8634	8562	8446	8438	8360	8340

Chaleur de combustion calculée.

Addition de celle des éléments	8509	7694	8320	8104	8508	8091	8174	8103	8414	8704	8167
Selon la formule de Dulong	8274	7234	8170	7785	8337	7662	7754	7784	8237	8423	7876
Selon la formule de M. Cornut	8963	7773	8725	8941	8620	8218	8357	8544	8535	9184	8207

» Les Tableaux qui précèdent renferment, comme ceux de mes précédentes Notes, des anomalies au point de vue de la chaleur de combustion comparée à la composition de la houille. Ni la proportion d'hydrogène ni celle du carbone, encore moins celle de l'oxygène, qui semble cependant devoir abaisser la chaleur de combustion, ne paraissent avoir d'influence sur elle; il faut chercher ailleurs les causes des différences énormes qui caractérisent les houilles au point de vue calorifique. Dérivée de la cellulose dont la chaleur de combustion est très rapprochée de celle que donne le calcul, la houille, en se formant, a absorbé de la chaleur ou, ce qui est peut-être plus exact, les éléments qui se sont séparés de la cellulose s'en sont dégagés à l'état de corps formés avec dégagement de chaleur, chaleur qui est restée dans le résidu.

» Les houilles du bassin du nord de la France ont depuis 8340^{cal} jusqu'à 9257^{cal}; mais elles se trouvent généralement comprises entre 8400^{cal} et 8800^{cal}; elles sont donc un peu plus riches que les houilles de Saarbruck, qui ont entre 8215^{cal} et 8724^{cal}.

» Les houilles les plus calorifiques que j'aie eues entre les mains sont celles du Creuzot. M. Meunier-Dollfus et moi, nous leur avons trouvé entre 9456^{cal} et 9623^{cal} : ce sont les nombres les plus élevés tant pour les houilles maigres que pour les houilles grasses. »

CHIMIE AGRICOLE. — *Recherches sur la fixation de l'azote par le sol et les végétaux* [1]. Note de MM. **Arm. Gautier** et **R. Drouin**, présentée par M. Friedel.

« Les Communications que nous avons eu l'honneur de faire à l'Académie relativement au mécanisme de la fixation de l'azote par le sol nu ou ensemencé nous ont amenés à établir, même pour des sols artificiels, la réalité de ce phénomène important.

» Nous avons montré que, dans ces terres composées de matériaux calcinés ou lavés aux acides, cette fixation de l'azote se produit à la condition indispensable qu'elles aient reçu des matières organiques humiques ou qu'elles aient été ensemencées. Cela posé, nous en avons conclu que, si les terres arables naturelles assimilent de l'azote, comme tout le monde l'admet aujourd'hui, cette assimilation, qui n'est pas due à leurs éléments minéraux, ne peut être attribuée qu'à leurs matériaux organiques ou aux êtres vivants qu'elles contiennent.

» La composition de nos terres, qui est la moyenne des compositions des bonnes terres arables, et leur fertilité démontrée par nos expériences, nous permettaient de généraliser cette conclusion et de l'étendre aux sols naturels. D'ailleurs, la méthode de recherche que nous avons instituée était la seule qui permît, en faisant varier à volonté certains éléments, de dégager successivement les nombreuses inconnues auxquelles on se heurte simultanément lorsqu'on aborde le problème dont il s'agit dans un milieu aussi complexe et aussi difficile à définir qu'un sol naturel. Quant aux variables qu'apporte l'air, c'est encore en réalisant une atmosphère artificielle que nous aurions voulu les éliminer successivement.

» De cette longue série d'expériences et des dosages d'azote total, nitrique, ammoniacal et organique que nous avons faits dans chaque cas sur les matériaux de ces sols nus ou ensemencés et de leurs récoltes, nous tirerons les conclusions générales suivantes :

» 1° Le sol nu emprunte à l'atmosphère des quantités notables d'azote

---

(1) *Voir* même Volume, p. 754, 863, 944, 1098 et 1174. — *Remarque :* dans notre dernière Note (t. CVI, p. 1176, ligne 5) *au lieu de* B — Azote des sols *non* ensemencés, *lire* B — Azote des sols ensemencés.

à l'expresse condition qu'il contienne des matières organiques, telles que l'humus, qui sont l'intermédiaire indispensable de cet emprunt.

» 2° Les oxydes de fer accélèrent ce phénomène, mais ne sont pas absolument nécessaires. P. Thenard avait observé en 1859 qu'ils peuvent devenir, à 100°, des agents de nitrification; mais la production du nitre a complètement fait défaut dans nos expériences.

» 3° Quel que soit son état initial, l'azote ainsi soustrait à l'atmosphère se transforme en azote organique.

» 4° Le sol est le siège d'une constante déperdition d'azote ammoniacal que lui apportent le vent et les pluies, ou qui provient des fermentations bactériennes qui se passent dans son sein. On sait, d'ailleurs, d'après les expériences de M. Schlœsing, que, dans les sols arables, l'intervention du ferment nitrique entrave cette action en faisant disparaître la tension ammoniacale.

» 5° Dans la fixation de l'azote par le sol, la perméabilité, la division et le tassement des terres jouent un rôle considérable. Les sols tassés, rendus peu perméables par un léger excès de kaolin ou par le vernis des vases où ils étaient contenus, ont absorbé, dans nos essais, jusqu'à 13 fois moins d'azote que les mêmes sols physiquement perméables : d'où cette nécessité rigoureuse, reconnue de tout temps, de l'amendement et de l'ameublissement de la surface. L'exactitude et l'importance de cette remarque ont été récemment reconnues par M. Berthelot (voir *Comptes rendus*, t. CVI, p. 570).

» 6° Dans nos expériences, les quantités d'azote total assimilées en trois mois environ par les sols nus, sous l'influence des matières organiques, ont été, pour une même surface et un même temps, 10 fois aussi grandes que les quantités d'azote ammoniacal fixées par l'eau acidulée exposée à l'air des champs dans les expériences de M. Schlœsing ([1]). Il

---

([1]) M. Schlœsing a trouvé $0^{gr},020$ d'AzH^3 (soit $0^{gr},0165$ d'Az) absorbés en vingt-quatre heures par mètre carré de liqueur acide exposée à l'air ambiant contenant $0^{gr},002$ d'AzH^3 par 100 mètres cubes; ce qui, en soixante-dix-neuf jours, correspond à $1^{gr},303$ d'Az par mètre carré. Nous avons, dans nos expériences portant sur nos sols nus, pourvus de matière organique, constaté la fixation de $13^{gr},125$ d'Az pour la même surface et le même temps. On rappelle, d'ailleurs, que dans ces expériences, où il s'agissait de doser les quantités *totales* d'azote fixées par les terres, les eaux d'égouttures étaient recueillies et retournaient indéfiniment au sol. On s'explique ainsi que ces quantités totales soient supérieures à celles qu'enlève à la terre une récolte de lé-

est difficile d'admettre qu'en pleine campagne, où nous étions placés, le titre ammoniacal de l'atmosphère ait été 10 fois aussi grand que dans ces expériences. Il faut en conclure, en l'absence de traces dosables d'azote nitrique, que l'apport d'ammoniaque atmosphérique ne suffit pas à expliquer l'accumulation de l'azote dans nos sols. Il existe donc d'autres origines de l'azote assimilé (poussières organiques, azote libre, ...?, etc.).

» 7° L'intervention du végétal a doublé la quantité d'azote total fixé (sol et récolte) : indication directe de la part qui revient dans cette fixation au phénomène de la végétation.

» 8° Les végétaux phanérogames empruntent donc à l'air, indirectement par le sol où plongent leurs racines, directement par leurs organes foliacés, une partie de l'azote libre ou combiné qu'ils fixent dans leurs tissus.

» 9° Les organismes unicellulaires aérobies et particulièrement certaines algues universellement répandues à la surface des terres arables interviennent dans le phénomène de la fixation de l'azote sur le sol, même privé de toute autre végétation et exempt de toute matière organique.

» Les expériences que nous venons de résumer avaient été faites dans le but de savoir si la matière organique inerte et les composés qui contiennent du fer étaient nécessaires et suffisants pour permettre la fixation de l'azote par le sol, soit à l'état d'ammoniaque, soit à l'état d'azote organique. On a dit comment, en ne nous laissant guider que par les faits, nous sommes arrivés en partie seulement à vérifier nos premières hypothèses, et à expliquer le rôle fixateur de l'ammoniaque du sol que jouent à la surface des terres arables les algues monocellulaires. Ce rôle ne se confond du reste, ni avec celui que M. Berthelot attribue aux micro-organismes aérobies qui fixeraient dans le sol l'azote libre de l'atmosphère (rôle que nous ne pouvions vérifier dans nos expériences qui n'avaient pas été instituées à cet effet); ni avec celui des ferments nitriques qui n'existaient pas dans nos terres. Nous nous proposons de déterminer maintenant si, en dehors de toute influence électrique et de tout être vivant, certaines matières organiques ne deviennent pas aptes, sous l'influence des combinaisons du fer ou des agents analogues, à fixer l'azote libre de l'atmosphère. »

---

gumineuses ou de céréales, puisque dans le sol cultivé ordinaire une partie notable de l'azote fixé est entraînée par les eaux de la surface vers les profondeurs.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur la perséite.* Note de M. **Maquenne**, présentée par M. Dehérain.

« Découverte en 1884 par MM. Müntz et Marcano dans les feuilles et les fruits du *Laurus persea*, la perséite a été considérée par ces auteurs comme un isomère de la mannite $C^6H^{14}O^6$. On sait, depuis les travaux récents de Kiliani, que l'arabinose, envisagée jusqu'alors comme isomérique des glucoses, ne renferme en réalité que 5 atomes de carbone, et il est vraisemblable que plusieurs autres sucres, encore peu connus, sont dans le même cas que celui-ci : il devenait dès lors intéressant de vérifier l'isomérie annoncée par MM. Müntz et Marcano, et notamment de déterminer le poids moléculaire et la fonction chimique de la perséite, que l'analyse et les analogies sont impuissantes à établir avec certitude.

» Ce sont les premiers résultats de recherches effectuées dans ce sens, que j'ai l'honneur de communiquer aujourd'hui à l'Académie.

» La perséite utilisée dans ce travail a été extraite des noyaux de l'avocatier, par la méthode de MM. Müntz et Marcano, très légèrement modifiée; les noyaux eux-mêmes provenaient de fruits très mûrs et avaient subi un commencement d'altération pendant le transport : aussi ne m'ont-ils fourni que 15^{gr} environ de perséite par kilogramme, au lieu du rendement énorme de 60^{gr} à 80^{gr} qu'ont signalé les auteurs précédents. Ces noyaux contenaient en même temps une quantité considérable, 4 à 5 pour 100, d'un sucre réducteur, sans mélange sensible de saccharose; ce sucre fermente directement au contact de la levure, donne de l'acide saccharique à l'oxydation, s'unit à la phénylhydrazine en formant une azone identique à la phénylglucosazone de Fischer, enfin possède un pouvoir rotatoire lévogyre de $-20°$ environ ([1]).

» Le sucre réducteur qui accompagne la perséite dans les graines de l'avocatier est donc essentiellement constitué par du sucre interverti.

» Je n'ai rien à signaler de nouveau relativement aux propriétés physiques de la perséite; à l'état de pureté ce corps fond à 188° (corrigé), par conséquent à la même température que son isomère la dulcite; comme les autres mannites, il est sensiblement volatil.

([1]) Ce nombre a été calculé d'après un dosage à la liqueur de Fehling, en admettant que ce sucre possède le même pouvoir réducteur que le glucose ordinaire.

» *Composition et poids moléculaire de la perséite.* — Un échantillon de perséite parfaitement pure, régénérée de son hexacétine, a donné à l'analyse les résultats suivants :

	Trouvé.	Calculé pour $C^6H^{14}O^6$.
Carbone	39,43	39,56
Hydrogène	7,49	7,69

» Une dissolution renfermant 4^{gr} de perséite pour 100^{gr} d'eau s'est congelée à $-0°,43$; d'où, en appliquant la formule de M. Raoult, on déduit, pour le poids moléculaire de la perséite,

$$M = \frac{19,2 \times 4}{0,43} = 179.$$

» Ce nombre, extrêmement voisin de 182, qui exprime le poids moléculaire de la mannite, justifie complètement la formule $C^6H^{14}O^6$ admise par MM. Müntz et Marcano.

» *Éthers de la perséite. Perséite hexacétique* $C^6H^8O^6(C^2H^3O)^6$. — On obtient ce corps très aisément en chauffant la perséite, jusqu'à dissolution complète, avec cinq fois son poids d'anhydride acétique et un fragment de chlorure de zinc fondu, à la température d'ébullition du mélange ; après refroidissement, l'eau sépare une huile dense qui se prend bientôt en une masse cristalline ; ce produit est lavé soigneusement et recristallisé dans l'alcool ; il est alors très pur.

» La perséite hexacétique est une poudre cristalline blanche, insoluble dans l'eau, soluble dans l'alcool ; ses dissolutions possèdent l'amertume que l'on connaît aux dérivés acétylés des sucres. Elle fond à 119° (corrigé), se volatilise à une température plus élevée et brûle à l'air sans laisser de résidu.

» L'analyse a donné les résultats suivants :

	Trouvé.	Calculé pour $C^{18}H^{26}O^{12}$.
Carbone total	49,80	49,77
Carbone acétique	33,37	33,18
Hydrogène	6,06	5,99

» *Perséite hexabutyrique* $C^6H^8O^6(C^4H^7O)^6$. — On prépare ce corps en chauffant la perséite, à l'ébullition, avec un excès de chlorure de butyryle et quelques paillettes de zinc ; quand la réaction est terminée, l'eau précipite du mélange une huile épaisse que l'on purifie par des lavages à l'eau alcaline, alternant avec des dissolutions dans l'éther. Elle est difficile à

obtenir pure et retient toujours des traces de chlore, dues sans doute à la présence d'une petite quantité de butyrochlorhydrine mélangée au produit principal.

» La perséite hexabutyrique est un liquide visqueux, jaunâtre, d'odeur faiblement butyrique, insoluble dans l'eau, mais soluble dans l'alcool et l'éther; elle bout, dans le vide, vers 300°, en se décomposant peu à peu.

» On a trouvé, dans un produit préparé comme on vient de le dire et renfermant moins de 1 pour 100 de chlore :

	Trouvé.	Calculé pour $C^{30}H^{50}O^{12}$.
Carbone total	59,38	59,80
Carbone butyrique	48,78	47,84
Hydrogène	7,88	8,31

» Un autre échantillon, contenant 1,2 pour 100 de chlore, a donné 47,15 pour 100 de carbone butyrique.

» *Perséite hexanitrique* $C^6H^8O^6(AzO^2)^6$. — Ce corps s'obtient, comme les autres mannites nitrées, en versant de l'acide sulfurique dans une solution nitrique froide de perséite; le produit qui se précipite est lavé jusqu'à disparition de toute réaction acide et cristallisé dans l'alcool à 95° bouillant.

» La perséite hexanitrique cristallise en aiguilles fines et légères, ordinairement groupées autour d'un centre commun; insoluble dans l'eau, peu soluble dans l'alcool, elle se ramollit vers 132° et fond nettement à 138° (corrigé); un peu au-dessus de cette température, elle commence à émettre des vapeurs nitreuses. Chauffée rapidement sur une lame de platine, elle fuse sans produire d'explosion, mais elle détone sous le choc du marteau, quoique moins vivement que la nitromannite ou la nitroinosite.

» L'analyse a donné :

	Trouvé.	Calculé pour $C^6H^8Az^6O^{18}$.
Carbone	16,27	15,93
Hydrogène	2,04	1,77
Azote	18,35	18,58

» Tous les éthers qui viennent d'être décrits régénèrent la perséite par saponification; il est donc démontré que ce corps est un alcool hexatomique, par conséquent une véritable mannite isomère de la mannite de la manne et de la dulcite.

» Il reste à déterminer la structure moléculaire de ce corps, ou tout au

moins la nature de l'hexane d'où il dérive; j'espère pouvoir bientôt rendre compte à l'Académie de nouveaux résultats touchant ce point intéressant.

» En terminant j'adresserai à M. Lochert, du laboratoire de M. Friedel, mes plus sincères remerciements pour l'obligeance avec laquelle il a bien voulu me procurer les fruits d'avocatier, d'où j'ai extrait la matière première de ce travail. »

MINÉRALOGIE. — *Reproduction de la pharmacolite. Étude chimique et optique.* Note de M. **H. Dufet**, présentée par M. Des Cloizeaux.

« On peut facilement reproduire un arséniate de chaux à l'état cristallin. J'en ai obtenu de beaux cristaux par diffusion lente. Deux vases concentriques contenant, l'extérieur de l'azotate de chaux, l'intérieur de l'arséniate disodique, sont remplis d'eau; par suite de la diffusion, des groupes de cristaux se forment sur les bords du vase intérieur.

» Ces cristaux sont identiques avec les rares cristaux de pharmacolite qu'on a pu étudier jusqu'à présent. En voici les constantes :

Prisme clinorhombique de 117°26'.

Faces existantes........ g^1 (dominant), h^2, m, e^1, $a_5(32\bar{1})$

$b : h :: 1000 : 300,879$ $D = 853,600$ $d = 520,929$

Inclinaison de la hauteur sur la base.................... 83°24'

	Angles fondamentaux.
⋆ $h^2 m$	160° 10'
⋆ $e^1 g^1$	109°25'
⋆ $h^2 a_5$ adj....................	148° 37'

Ces mesures présentent une identité presque absolue avec celles d'Haidinger et de Schrauf.

» Quant à la composition chimique, l'analyse faite avec tous les soins désirables, sur des cristaux parfaitement purs, conduit à la formule $2CaO, HO, AsO^5 + 4HO$, au lieu de $2CaO, HO, AsO^5 + 5HO$ admise d'après les anciennes analyses de Klaproth et de Rammelsberg.

		Calculé.
CaO...........	26,63	25,92
AsO^5...........	52,65	53,25
HO............	20,94	20,83
	100,22	

Cette analyse semble bien confirmée par le fait qu'il y a un complet isomorphisme entre les cristaux de pharmacolite, tant naturels qu'artificiels, et les cristaux de Brushite ($2CaO, HO, PhO^5 + 4HO$), mesurés par Moore.

» Les cristaux que j'ai obtenus étaient assez volumineux et assez nets pour se prêter à une étude optique complète. Voici les résultats auxquels je suis arrivé :

» Bissectrice aiguë *négative*, parallèle à g^1;

» Plan des axes faisant un angle de 29° avec la base p et de 67°30′ avec l'arête (mm). Dispersion *croisée* insensible suivant la bissectrice obtuse.

» Angle des axes, observé sur la bissectrice obtuse dans la naphtaline bromée d'indice 1,6582 pour les rayons jaunes,

$2N_{o\,Li}$	97° 6′
$2N_{o\,D}$	95° 0′
$2N_{o\,Tl}$	94°12′

d'où l'on tire, en admettant, ce qui est suffisamment exact, la même dispersion pour l'arséniate de chaux et la naphtaline bromée, et en se servant de l'indice moyen, déterminé comme on le verra plus loin,

$2V_{a\,Li}$	77° 5′
$2V_{a\,D}$	79°24′
$2V_{a\,Tl}$	80°18′

Ces mesures se rapportent à la température de 19° C. La variation de l'angle des axes avec la température est sensible; elle est, en effet, de — 10′ par degré C. pour 2V. Étant donnée la valeur assez considérable de l'angle des axes, cette variation très notable indique une variation relativement considérable dans les indices principaux.

» Ces indices ont pu être déterminés par la méthode de la réflexion totale, sur un beau cristal d'à peu près $\frac{1}{2}$ centimètre carré de surface. La face g^1 donnait immédiatement, comme indice ordinaire, l'indice maximum; on trouve ainsi, pour la raie D, à une température de 18° environ, 1,5937. Des plaques réglées pour l'angle des axes, ayant par conséquent une des sections principales parallèles à l'axe de rotation, donnent, pour la différence des indices *maximum* et *moyen*, 0,0046. Enfin l'angle des axes fournit, pour la différence des indices *maximum* et *minimum*, 0,0112; les mesures directes ont donné 0,0112 et 0,0110. On peut donc admettre, pour les trois indices principaux, les valeurs

$\alpha = n_g$	1,5937
$\beta = n_m$	1,5891
$\gamma = n_p$	1,5825

relatives à la raie D, qui conduisent, pour l'angle vrai des axes, à la valeur 79°30′, au lieu de 79°24′ calculé. »

PALÉONTOLOGIE. — *Sur un nouveau Poisson fossile du terrain houiller de Commentry (Allier).* Note de M. **Charles Brongniart**, présentée par M. Albert Gaudry.

« Le savant Directeur général de la Société Commentry-Fourchambault, M. Fayol, a réuni une importante collection d'empreintes de Poissons recueillies dans les schistes houillers de Commentry et a bien voulu me les confier. On peut les rapporter à deux groupes : aux Ganoïdes, que M. E. Sauvage étudie et à un second groupe sur lequel nous désirons appeler spécialement l'attention.

» La faune ichthyologique de Commentry se compose, pour les Ganoïdes, de types tout particuliers. Une seule espèce avait été décrite par Egerton sous le nom d'*Amblypterus decorus;* or cette espèce, retrouvée par M. Fayol, est spéciale à Commentry. Toutes les autres espèces sont nouvelles et se rapportent aux genres *Amblypterus*, *Rhadinichthys*, et à un genre nouveau voisin des *Palæoniscus*.

» Le second groupe est représenté par des Poissons à squelette cartilagineux qui semble ossifié en certains points et offre des particularités qu'on ne retrouve chez aucun Poisson, vivant ou fossile. *Vingt-trois* exemplaires de cet animal m'ont été envoyés; quelques-uns sont dans un fort bon état de conservation.

» Le corps assez allongé, peu élevé, rappelle beaucoup par sa forme celui des Squales. Sa longueur varie entre $0^m,45$ et 1^m environ, ce qui prouve que nous avons des Poissons à différents âges. Le contour du corps a laissé son empreinte et se détache en noir sur le fond plus clair du schiste. La peau était nue.

» Toutes les parties du squelette présentent une structure en mosaïque spéciale aux Poissons cartilagineux. La tête, à parois épaisses, n'est pas complètement ossifiée, et il est impossible de distinguer les pièces qui la composent. Elle est aplatie, large, courte, tronquée en avant, ressemblant à celle du *Ceratodus*. Sur l'un des échantillons on remarque quatre sillons qui représentent sans doute les arcs branchiaux, et qui portent à leur base des petits rayons qui ne sont autre chose que la charpente des branchies. Un long aiguillon, droit, terminé en pointe, fixé à la portion supérieure et postérieure du crâne, présente des sillons à sa portion basilaire et, de chaque côté, vers son extrémité, une rangée de crochets courts,

dirigés en bas. L'aiguillon du permien de Muse, désigné par M. Gaudry sous le nom de *Pleuracanthus Frossardi* et le *Pleuracanthus pulchellus* de Davies, provenant du Cannel-Coal de la Grande-Bretagne, ont dû appartenir à des types très voisins de notre Poisson. Les *Cestracion* ont deux nageoires dorsales dont le premier rayon est un gros aiguillon, courbe au lieu d'être droit; en outre, celui de la première dorsale, au lieu d'être inséré sur la tête comme chez notre fossile, est inséré très en arrière de la tête.

» Les mâchoires portent une rangée de petites dents ayant souvent plusieurs pointes sur la même base. Des dents semblables caractérisent les genres *Hybodus* et *Diplodus*, tandis que les *Cestracion* ont les dents en larges plaques à surface rugueuse et disposées en rangées obliques.

» La colonne vertébrale est à demi ossifiée. Les neurapophyses et les hémapophyses sont nettement distinctes. Ce fossile rappelle en cela les *Dipnoés*, les Holocéphales, les Sturioniens, ainsi que les *Caturus* parmi les Lépidostéides fossiles. Les arcs neuraux sont presque toujours bifurqués à leur extrémité.

» La queue se termine en pointe et la corde dorsale la divise en deux parties égales; mais les arcs neuraux bifurqués sont moitié plus courts que les arcs hémaux: ces derniers ne portent aucune espèce de rayons, tandis que les premiers offrent un interépineux surmonté d'un rayon de nageoire. Les hémapophyses équivalent en longueur aux neurapophyses surmontées de leurs interépineux.

» Notre poisson est un *Leptocerque*, puisque sa queue se termine en pointe; il est diphycerque si l'on ne considère que la queue recouverte de ses téguments; il offre une légère tendance à l'hétérocercie si l'on examine avec soin le squelette, bien qu'il présente une apparence opposée, la partie squelettique supérieure étant plus large que l'inférieure.

» Nous trouvons une nageoire *céphalique*, courte, dont le premier rayon est l'aiguillon barbelé. Presque immédiatement vient une longue nageoire dorsale qui s'étend jusqu'à la caudale. Cette dorsale est soutenue par des rayons de nageoire en rapport avec des interépineux reliés aux neurapophyses par des osselets surapophysaires, comme cela se remarque chez plusieurs Poissons fossiles (*Undina, Macropoma*, etc.)

» Il existe *deux* nageoires anales placées l'une derrière l'autre et qui ont l'apparence de véritables membres. Peu larges à leur base, elles s'élargissent vers leur milieu et se rétrécissent ensuite. Leur charpente squelettique est presque identique. Les hémapophyses qui les portent sont tronquées au lieu de se terminer en pointe. Les deux premières hémapophyses portent des interépineux très grêles qui sont en rapport chacun avec un

rayon de nageoire. Le troisième est plus gros, élargi à ses extrémités et porte inférieurement un osselet plus court, plus large. De celui-ci se détachent, en haut un rayon, et en bas deux osselets courts, dont le premier porte un osselet et un rayon de nageoire, et dont le second porte deux osselets et deux rayons de nageoire. Nous ne trouvons rien de comparable dans la nature fossile ou vivante.

» Les nageoires pectorales sont soutenues par une ceinture scapulaire formée d'une pièce ayant une branche scapulaire et une branche claviculaire; de l'angle formé par ces deux branches part extérieuremeut un axe articulé, dont chaque article porte sur le côté externe et sur le côté interne des rayons articulés. Une telle disposition ne se voit que chez les *Ceratodus*.

» Les nageoires ventrales sont portées par une ceinture pelvienne analogue à la ceinture scapulaire, et dont chaque moitié porte une série d'osselets cylindriques, égaux, placés bout à bout, formant un axe disposé en arc de cercle. Chacun de ces osselets soutient extérieurement des rayons à 2, 3, 4 articles et dont le dernier (de chaque moitié) porte, chez le mâle, un appendice long, à extrémité élargie et concave, analogue à l'appendice des organes génitaux mâles des Sélaciens et des Chimères.

» Goldfuss avait décrit en 1847, sous le nom d'*Orthacanthus Decheni*, une empreinte très incomplète du houiller de Ruppersdorf (Bohême) et qui appartenait au même genre que notre Poisson. Beyrich, en 1848, le fit rentrer dans le genre *Xenacanthus*. En 1854, Pictet, en parlant de ces empreintes médiocres, disait que l'ensemble des caractères de ce *Xenacanthus* forcerait probablement à en faire une famille à part. Cependant l'empreinte ne présentait aucun détail sur les parties conservées, et l'on ne connaissait ni la nageoire caudale, ni les anales.

» Notre Poisson offre certains caractères qu'on ne rencontre que chez les Sélaciens et les Holocéphales, d'autres spéciaux aux *Dipnoi*, d'autres qui ne se voient que chez les Ganoïdes.

» Nous proposons donc la création de l'ordre (nous pourrions presque dire la sous-classe) des Pleuracanthides, groupe ancestral et synthétique des Squales, des Cestracions, des Raies, des Chimères, des Sturioniens, des *Ceratodus*, et nous désignerons notre fossile sous le nom de *Pleuracanthus* [1] *Gaudryi*, le dédiant à M. Albert Gaudry. »

---

(1) Le nom de *Pleuracanthus* d'Agassiz (créé en 1837) étant plus ancien que celui de *Xenacanthus* de Beyrich (créé en 1848), et les aiguillons de *Pleuracanthus* étant identiques à l'aiguillon de notre fossile, le nom de *Pleuracanthus* doit être préféré.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur le spectre de la méthémoglobine acide.* Note de M. Henri Bertin-Sans, présentée par M. Friedel.

« On n'est pas encore définitivement fixé sur le nombre et la position des bandes d'absorption du spectre de la méthémoglobine acide. Pour certains auteurs, ce spectre est constitué par quatre bandes : une dans le rouge, entre C et D; deux entre D et E, et une quatrième dans le bleu, près de F. Pour d'autres, il est caractérisé seulement par trois bandes; pour d'autres, par deux, et pour d'autres, enfin, par une seule bande dans le rouge. La plupart des auteurs considèrent les deux bandes intermédiaires situées entre C et D que présente le spectre des solutions acides de méthémoglobine comme dues à de l'oxyhémoglobine contenue encore dans ces solutions.

» Je suis arrivé par l'étude de ce spectre à démontrer qu'il est réellement constitué par quatre bandes. En effet, quelle que soit la proportion de l'agent employé pour transformer l'oxyhémoglobine en méthémoglobine, quelle que soit la durée de l'action de cet agent, les deux bandes correspondant à celles de l'oxyhémoglobine sont toujours visibles; elles ne disparaissent que pour une dilution très grande ou une épaisseur très faible de la solution de méthémoglobine observée (la bande dans le rouge elle-même se distingue alors à peine); elles ne présentent pas le même aspect que celles de l'oxyhémoglobine, car la première, c'est-à-dire la plus rapprochée de D, est moins foncée que la seconde, et si l'on diminue graduellement l'épaisseur du liquide placé devant la fente du spectroscope, les deux bandes disparaissent presque simultanément. Dans les solutions d'oxyhémoglobine, au contraire, c'est la deuxième bande qui est la moins foncée, et c'est elle qui disparaît la première. Pour une épaisseur convenable, on peut apercevoir très nettement la première bande, alors que la seconde ne se distingue que très vaguement.

» De plus, si l'on ajoute un peu de ferricyanure de potassium, par exemple, à une solution d'hémoglobine oxycarbonée, cette solution présente bientôt un spectre absolument identique à celui de la méthémoglobine; les deux bandes intermédiaires, c'est-à-dire les deux bandes situées entre D et E, n'occupent plus, par suite, ici la place des bandes de l'hémoglobine oxycarbonée; on peut observer très nettement qu'elles se sont toutes deux déplacées du côté de D. Si, d'autre part, on traite la solution d'hémoglobine

oxycarbonée ainsi modifiée par de l'ammoniaque et du sulfure ammonique, on obtient de nouveau le spectre de l'hémoglobine oxycarbonée. Il est par suite évident que les deux bandes moyennes du spectre de la méthémoglobine ne peuvent être attribuées à un reste d'oxyhémoglobine; car, s'il en était ainsi, ces deux bandes devraient occuper, dans le cas que je viens d'indiquer, la place des bandes correspondantes de l'hémoglobine oxycarbonée.

» Je me réserve d'étudier d'une façon plus complète la transformation de l'hémoglobine oxycarbonée en méthémoglobine et les conséquences que l'on peut tirer de cette transformation aux points de vue de la nature et de la constitution de la méthémoglobine.

» Le spectre de la méthémoglobine acide doit donc être définitivement considéré comme constitué par quatre bandes; ces bandes ont leur milieu qui correspond à une longueur d'onde : la première de 633 millionièmes de millimètre; la deuxième de 580; la troisième de 538,5; la quatrième de 500 environ. Ces valeurs concordent sensiblement avec celles déjà données par Jæderholm. La première de ces bandes est assez foncée. La deuxième, très peu marquée, présente à peu près la même largeur que la première. La troisième, moins foncée que la première, mais plus marquée que la deuxième, est deux fois plus large que cette dernière; elle est moins nettement délimitée du côté du bleu que du côté du jaune. Enfin, la quatrième, plus foncée que les deux précédentes, est très estompée sur ses bords; elle est plus large que la troisième; elle n'est visible que pour une forte dilution de la solution.

» Ce spectre ressemble beaucoup à celui de l'hématine en solution dans l'alcool acidulé et surtout à celui de l'hématine en solution dans l'alcool acidulé par l'acide sulfurique. Il en diffère pourtant et par la position et par la teinte de ses bandes.

» Dans le spectre de l'hématine en solution dans l'alcool acidulé par l'acide sulfurique, la bande dans le rouge est plus rapprochée de D que celle de la méthémoglobine; de plus, cette bande paraît moins foncée, parce que les plages voisines sont moins lumineuses; il en est de même des autres bandes qui sont bien moins nettes, bien moins tranchées que celles de la méthémoglobine. Le spectre de l'hématine paraît en quelque sorte plus effacé, plus estompé; il y a moins de contraste entre les parties obscures et les parties lumineuses.

» J'ai dressé à l'aide du spectrophotomètre les courbes des spectres de solutions très étendues ou moyennement concentrées de méthémoglobine

acide et de solutions également très étendues ou moyennement concentrées d'hématine dans l'alcool acidulé par l'acide sulfurique.

» La comparaison de ces courbes permet de se rendre facilement compte des différences que je viens de signaler.

» Pour tracer ces courbes, j'ai pris pour abscisses les longueurs d'onde et pour ordonnées les affaiblissements correspondants de l'intensité lumineuse. »

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Des variations de la quantité d'oxyhémoglobine et de l'activité de la réduction de cette substance dans la fièvre typhoïde.* Note de MM. **A. Hénocque** et **G. Baudouin**, présentée par M. Brown-Séquard.

« Ces recherches, qui comportent un ensemble de près de trois cents analyses hématoscopiques (oxyhémoglobine, activité de la réduction), avec notations du pouls, de la respiration, de la température, ont été faites chez onze malades, dont quatre observés par le Dr Hénocque, et sept dans le service de M. le professeur Sée à l'Hôtel-Dieu, par M. Baudouin, son interne.

» I. En général, dans la fièvre typhoïde, *la quantité d'oxyhémoglobine diminue* dès le huitième jour, et quelquefois dès le quatrième, tombe à 9, 8, 7 pour 100, s'y maintient pendant les périodes de début et d'état, puis remonte à 8, 9, 11 et 12 pour 100 dans la convalescence. Les différences d'un jour à l'autre sont de $\frac{1}{2}$ à 1 pour 100, exceptionnellement de 2 pour 100. On peut trouver le même chiffre pendant plusieurs jours consécutifs. Souvent les divers malades présentent des chiffres presque identiques dans les jours correspondants. Nous avons trouvé des quantités de 10, 11 pour 100, aux vingtième, vingt et unième, trente-huitième, quarante-quatrième jour, suivant la marche variable de la fièvre et des complications.

» II. *La durée de la réduction modifiée simultanément, mais en sens inverse, est d'autant plus longue qu'il y a moins d'oxyhémoglobine :* ses variations sont même plus accentuées que celles de cette dernière. Augmentée dès le début, elle reste longue jusqu'à la convalescence.

» III. Par suite, l'activité de réduction présente des courbes en rapport avec celle de l'oxyhémoglobine, mais à oscillations plus accentuées. Elle peut s'abaisser à 0,20, pour remonter à 0,50 et 0,55 (moitié de la nor-

male), dans la convalescence, et atteindre 0,70 et 0,80 au moment de la guérison.

» En général, la convalescence est annoncée par l'augmentation de la quantité d'oxyhémoglobine qui atteint 9 ou 10 pour 100, et de l'activité de réduction qui dépasse 0,50. Les améliorations surviennent brusquement, s'accentuent rapidement, à mesure que le malade se nourrit et se relève, mais il y a abaissement au moindre écart de régime, à la moindre reprise de la fièvre.

» Donc, dès le premier septenaire, la quantité d'oxyhémoglobine tombe à 9 pour 100, l'activité à 0,75; au deuxième et au troisième, l'oxyhémoglobine se maintient de 9 à 11 pour 100, l'activité au-dessus de 0,55; les augmentations s'accentuent aux cinquième et sixième septenaires, pour se rapprocher de la normale. L'amélioration, au lieu de se produire progressivement, peut être entravée par les complications ou rechutes.

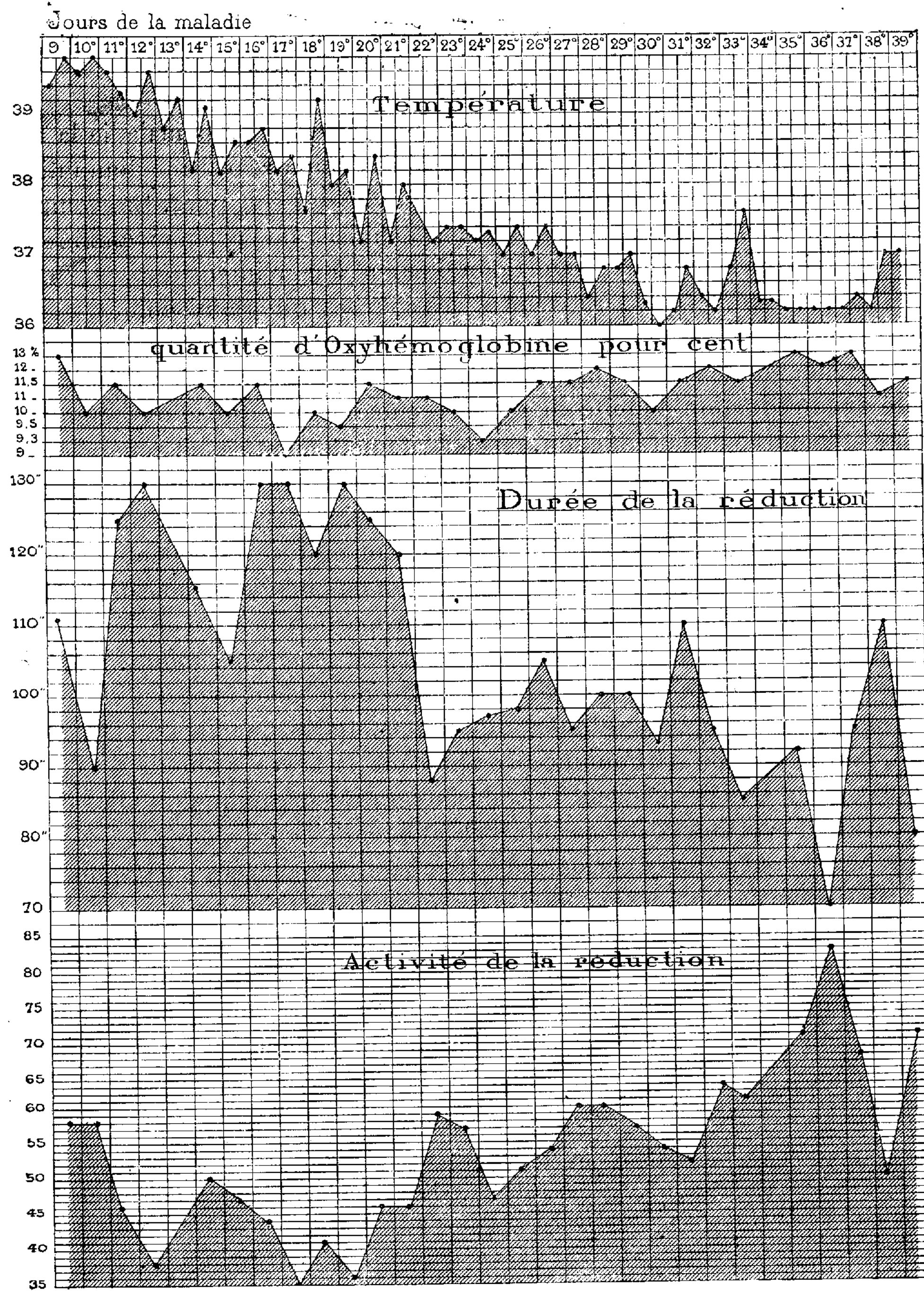
» En résumé, il y a abaissement de la quantité d'oxyhémoglobine qui se maintient longtemps, pendant la convalescence, à des chiffres inférieurs, de 9, 10, 11 pour 100.

» La durée de la réduction, augmentée surtout au début et dans les deux ou trois premiers septenaires, diminue dans la convalescence : elle est influencée davantage et plus rapidement par les complications.

» L'activité de la réduction, diminuée surtout au début et dans la période d'état (anémie et diminution des échanges gazeux), reste abaissée dans la période de réparation, tout en augmentant par suite de la persistance de l'anémie.

» IV. La fièvre typhoïde, au point de vue hématoscopique, est donc caractérisée : 1° par une anémie prononcée et persistante ; 2° par une diminution dans l'activité des échanges ; mais cette activité s'améliore avant la disparition de l'anémie. Les phénomènes hématoscopiques sont influencés par les diverses manifestations organiques de la maladie ; la diarrhée s'accompagne d'une diminution de la quantité d'oxyhémoglobine, mais bien plus encore et plus rapidement d'un abaissement de l'activité de la réduction lié à une durée plus longue des échanges entre le sang et les tissus.

» Les *manifestations pulmonaires*, quelle que soit leur intensité, diminuent l'activité de la réduction et surtout la quantité d'oxyhémoglobine, en imprimant à celle-ci des oscillations beaucoup plus considérables que celles dues aux complications intestinales. Les troubles de l'hématose



GALATRY, 21 ans. — Hôtel-Dieu, salle Saint-Christophe, n° 33.

pulmonaire s'affirment plutôt par la diminution de l'oxyhémoglobine, à quelque phase de la maladie qu'apparaissent ces complications; dès que celles-ci s'amendent, la quantité d'oxyhémoglobine s'accroît brusquement.

» Les *épistaxis* ajoutent aux phénomènes généraux de la maladie la dépression due à la perte du sang, et celle-ci se démontre par une diminution simultanée de l'oxyhémoglobine et de l'activité des échanges. Les complications inflammatoires abaissent aussi les chiffres de l'oxyhémoglobine et de l'activité de réduction proportionnellement à leur intensité.

» Si l'on étudie comparativement les courbes qui représentent, d'une part la marche de la température, d'autre part les variations de la durée de la réduction mesurée au pouce, aussi bien que les notations de l'activité de la réduction déduite du rapport entre la quantité d'oxyhémoglobine et la durée de la réduction, on constate nettement ce fait général dans la fièvre typhoïde, qu'aux maxima de température correspondent les maxima de la durée de la réduction de l'oxyhémoglobine. Il y a donc un rapport constant et direct entre l'élévation de la température et la lenteur de la réduction. Par suite, l'activité de réduction ou énergie de consommation de l'oxygène du sang par les tissus est en proportion inverse de l'élévation de la température. *L'intensité de la fièvre amène donc une diminution simultanée de l'activité des oxydations*. Ces faits concordent avec les résultats obtenus par des méthodes toutes différentes, telles que l'appréciation de la quantité d'acide carbonique produit dans la fièvre typhoïde ou l'analyse comparative des déchets de la désintégration organique, étudiés dans les urines (Wertheim, Regnard, Albert Robin).

» V. *En résumé*, aux périodes des températures élevées correspondent les périodes de diminution de l'activité de réduction, ce qui s'observe principalement dans les premiers septenaires. A la défervescence de la température correspond une augmentation progressive de l'activité de réduction qui se rapproche de la normale; mais les rechutes, en ramenant l'élévation de la température, produisent immédiatement un ralentissement dans l'activité de la réduction [1]. »

---

(1) Toutes nos observations ont été résumées en Tableaux, représentant sous forme de courbes la température, la quantité d'oxyhémoglobine, la durée de la réduction, l'activité de la réduction. La planche ci-jointe est un spécimen de ces notations graphiques.

PHYSIOLOGIE. — *Dosage de solutions étendues de glucose par la fermentation.* Note de MM. **Gréhant** et **Quinquaud**, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« L'étude que nous avons faite de la respiration de la levure à diverses températures (¹) nous a permis de reconnaître la cause pour laquelle presque tous les essais de dosage du glucose par fermentation, faits jusqu'ici, ont été entachés d'erreur; en effet, le volume d'acide carbonique dégagé par la levure seule s'ajoute à celui que produit la fermentation et rend le dosage inexact, alors même que la fermentation aurait lieu dans le vide, car nos expériences multipliées démontrent que la levure en l'absence de l'oxygène fournit encore de l'acide carbonique. La levure de grains a été agitée d'abord pendant une demi-heure dans un flacon avec de l'eau distillée, puis filtrée sur une toile que l'on fixe à un récipient dans lequel on fait le vide avec une trompe (filtre de Gréhant).

» Voici les résultats fournis par deux séries d'expériences comparatives :

» 1° On a introduit dans un premier flacon 2^{gr} de levure, 25^{cc} d'eau distillée et 20^{cc} de mercure; dans un second flacon 2^{gr} de levure, 20^{cc} de mercure et 25^{cc} d'eau distillée contenant $0^{gr},05$ de glucose pur préparé avec le miel; les deux flacons qui renfermaient de l'air ont été placés sur la planche oscillante dans notre récipient traversé par un courant d'eau chauffée à 40°, l'agitation a duré deux heures. Le contenu de chaque flacon a été introduit dans deux récipients vides par deux pompes à mercure : l'extraction des gaz faite simultanément a donné $25^{cc},2$ et $15^{cc},2$ d'acide carbonique; la différence, $10^{cc},2$, correspond à la fermentation de $0^{gr},05$ de glucose.

» 2° Au lieu d'agiter la levure dans les flacons, nous avons trouvé plus simple d'introduire dans les deux récipients des pompes deux poids égaux de levure, 2^{gr} délayés dans 25^{cc} d'eau, d'extraire complètement les gaz de la levure et de l'eau, à 40°; dans l'un des récipients on a fait pénétrer en outre 10^{cc} d'une solution contenant $0^{gr},05$ de glucose et dans l'autre 10^{cc} d'eau distillée; les deux ballons ont été immergés dans le même bain d'eau à 40° et l'on a fait manœuvrer ensemble les deux pompes; au bout d'une heure on a extrait d'un côté $12^{cc},6$ d'acide carbonique, de l'autre 1^{cc} seulement; la différence, $11^{cc},6$, correspond à $0^{gr},05$ de glucose.

(¹) *Comptes rendus*, février 1888.

» Cette seconde manière d'opérer est aussi exacte que la première et montre que la fermentation dans le vide se fait aussi bien que dans l'air.

» Bien que la formule $C^{12}H^{12}O^{12} = 2C^4H^6O^2 + 4CO^2$ ne soit pas rigoureusement exacte, comme l'ont démontré les recherches de M. Pasteur, on peut admettre que $0^{gr},05$ de glucose pur doivent donner $12^{cc},35$ d'acide carbonique; or les nombres trouvés dans nos expériences, $10^{cc},2$ et $11^{cc},6$, se rapprochent beaucoup du chiffre théorique.

» Cette méthode de dosage du sucre par fermentation est très sûre et nous espérons qu'elle pourra rendre des services dans le dosage du glucose contenu dans les liquides de l'organisme [1]. »

PHYSIOLOGIE. — *Sur les relations entre l'atomicité des éléments inorganiques et leur action biologique.* Note de M. **J. Blake**, présentée par M. Brown-Séquard.

« J'ai trouvé, en étudiant l'action biologique d'un grand nombre de composés inorganiques, lorsqu'on les injecte dans les veines ou dans les artères d'animaux vivants, quelques faits très intéressants, qui dépendent des propriétés moléculaires des substances employées.

» J'ai démontré, dans un Mémoire lu à l'Académie, il y a bien longtemps, que l'action biologique de ces substances inorganiques était déterminée par l'élément électropositif du sel employé. J'ai depuis démontré que l'action biologique de ces composés inorganiques se lie aux rapports isomorphiques des éléments; que toutes les substances formant un même groupe isomorphe ont la même action biologique, et que dans chaque groupe isomorphe l'intensité de l'action biologique est une fonction du poids atomique [2].

» Je me propose à présent d'appeler l'attention sur quelques relations intéressantes qui existent entre l'atomicité des éléments et les réactions qu'ils font naître dans la matière vivante. Mes expériences ont été faites avec des substances appartenant à des groupes d'éléments monoatomiques, biatomiques, triatomiques et tétratomiques.

» Parmi les éléments monoatomiques j'ai étudié l'action des sels de

---

(1) Ce travail a été fait au Muséum d'Histoire naturelle, dans le laboratoire de Physiologie générale dirigé par M. le professeur Ch. Rouget.

(2) *Comptes rendus*, t. XCVI, p. 409.

lithium, de sodium, de rubidium, d'argent, de cœsium et de thallium; parmi les éléments biatomiques, l'action des sels de magnésie, de chrome, de manganèse, de fer, de cobalt, de nickel, de cuivre, de zinc et de cadmium, et aussi l'action des sels de chaux, de strontiane, de baryte et de plomb; parmi les éléments triatomiques, l'action des sels d'aluminium, des sels ferriques, des sels d'or, d'yttrium, de cérium (Ce^2O^3), de lanthane, d'erbium et de didyme, et parmi les éléments tétratomiques les sels de platine, de palladium, de cérium (CeO^2), de thorium, d'uranium et de titanium.

» Parmi les éléments ayant la même atomicité, il s'en trouve qui appartiennent à différents groupes isomorphes. L'action biologique de ces divers éléments n'est pas la même, à plusieurs égards, mais on trouve que l'atomicité d'un élément est toujours un facteur important quant à l'étendue de son action biologique, ou quant au nombre des organes sur lesquels son action se porte. Parmi les éléments dont les sels n'ont pas tous la même atomicité, c'est toujours le sel ayant l'atomicité la plus forte, dont l'action biologique est la plus étendue, fait que j'ai constaté en comparant l'action des sels thalleux et thalliques, ferreux et ferriques, cobalteux et cobaltique, céreux et cérique. C'est toujours le sel dont l'atomicité est la plus forte qui a l'action biologique la plus étendue. Les éléments monoatomiques, quand on les injecte dans les veines à doses physiologiques tuent par leur action sur les artères pulmonaires. Ils peuvent circuler dans le sang sans donner lieu à aucune réaction prononcée sur des centres nerveux. Même injectés dans l'artère carotide, de manière qu'ils arrivent aux centres nerveux dans un état de concentration considérable, ils ne troublent en rien les fonctions du cerveau, du bulbe, ni celles de la moelle épinière.

» Les éléments biatomiques se rangent en deux groupes isomorphes dont l'action biologique diffère sous bien des rapports, mais tous les éléments biatomiques se distinguent des éléments monoatomiques, en ce qu'ils causent des réactions biologiques plus étendues. Les sels du groupe magnésien et du groupe barytique tuent en paralysant le cœur, tandis que les sels du groupe magnésien agissent aussi sur le centre du vomissement, et les sels du groupe barytique sur les muscles volontaires, dont ils entretiennent l'irritabilité longtemps après la mort. Les éléments triatomiques ont une action biologique beaucoup plus généralisée. Les centres respiratoire, vasomoteur, inhibitoire et les ganglions cardiaques, sont tous plus ou moins affectés. De plus, presque tous ces éléments agissent sur les artères pulmonaires.

» Avec les éléments tétratomiques on trouve des actions sur les centres nerveux encore plus prononcées, surtout pour les centres respiratoire et vasomoteur. La sensibilité et les réflexes sont abolis, avant que la dose soit assez forte pour arrêter la respiration, et tous déterminent la contraction des artères pulmonaires après injection dans les veines.

» La Table suivante reproduit les faits que nous venons d'exposer :

» Éléments monoatomiques. — *Actions sur les artères pulmonaires.*

» Éléments biatomiques ([1]). — *Actions sur les centres du vomissement et sur les muscles volontaires et cardiaques.*

» Éléments triatomiques. — *Actions sur les centres respiratoire, vasomoteur, inhibitoire, sur les ganglions cardiaques et les artères pulmonaires.*

» Éléments tétratomiques. — *Actions sur les centres respiratoire, vasomoteur, inhibitoire, sur le cerveau, la moelle épinière, les ganglions cardiaques et les artères pulmonaires.*

» Les faits que je viens de mentionner nous permettent d'établir encore un autre lien entre la constitution chimique des éléments, et leur action biologique. J'ai déjà démontré le rôle important de l'isomorphisme et du poids atomique dans les actions sur les tissus vivants, et l'on peut maintenant regarder l'atomicité comme un facteur important dans les actions des substances inorganiques sur ces tissus.

» C'est un fait remarquable que, depuis la découverte de la loi de périodicité ([2]), les chimistes se sont empressés de rechercher l'influence de la constitution chimique des éléments, sur leurs propriétés physiques, sans jamais s'occuper des rapports entre la constitution chimique et l'action biologique, rapports pourtant très tranchés et très faciles à déterminer, et qui pourraient leur fournir une importante assistance pour les recherches de Chimie moléculaire. »

([1]) Le seul élément biatomique dont l'action se porte sur d'autres centres nerveux est le glucinium, élément qui, dans ses composés oxygénés, se trouve probablement sous une forme trivalente, fait sur lequel la Chimie reste encore indécise.

([2]) Quand Newlands a publié la loi de périodicité, il a fait l'observation intéressante, que tous les éléments inorganiques qu'on trouve dans les corps organisés, ont des poids atomiques qui sont inférieurs à 40. On peut maintenant ajouter que tous les éléments électropositifs, qu'on trouve dans les corps organisés sont monoatomiques et biatomiques.

CHIRURGIE. — *Opération de la surdité otopiésique.* Note de M. **Boucheron**, présentée par M. Bouchard.

« Dans cette Note, nous désirons parler d'une opération, la *mobilisation de l'étrier*, pour les *graves ou anciennes surdités par compression labyrinthique* (*otopiésis*). Cette opération est applicable lorsque *l'étrier est immobilisé* dans une *position vicieuse d'enfoncement* vers le labyrinthe, et lorsque *cet étrier tend à s'ankyloser* dans la fenêtre ovale, en rendant *persistantes la compression labyrinthique* et *la surdité qui en résulte*.

» Beaucoup d'essais opératoires ont été tentés pour modifier les surdités graves, où les organes fondamentaux de l'oreille n'ont cependant pas encore été détruits; c'est-à-dire les cas où l'audition de la parole est encore possible à quelque distance.

» C'est ainsi que tour à tour ont été préconisées les opérations de la perforation du tympan (Eli, Cooper, Itard, etc.), la myrindectomie, la ténotomie du *tensor tympani* (Weber-Liel, Miot, etc.), la plicotomie (Politzer), la dislocation de la chaîne des osselets, l'extraction des osselets (Sexton) et de l'étrier (Kessel), la perforation de l'apophyse mastoïde (Wilde), etc.

» Mais les résultats ne se sont pas montrés assez constants pour que ces opérations deviennent d'un usage général, comme les opérations de la cataracte et du glaucome, qui, pour l'œil, répondent aux mêmes indications.

» L'opération que nous proposons ici, la *mobilisation de l'étrier*, nous a paru donner des effets thérapeutiques plus satisfaisants et plus fréquents que les opérations précédentes, si nous en jugeons d'après les *trente-cinq premiers cas que nous venons de pratiquer*.

» La théorie de l'opération repose sur des données nouvelles.

» Depuis 1880, nous avons plusieurs fois insisté sur le mécanisme de certaines surdités graves où la compression labyrinthique (*otopiésis*) est l'élément pathogénique principal, de même que la compression intra-oculaire est l'élément capital du glaucome de l'œil. Dans ces affections, il faut obtenir la décompression du labyrinthe et du nerf acoustique.

» Quand les moyens habituels de décompression ont été inutiles, il y a lieu de recourir à une opération qui supprime le mécanisme de la compression. Or, nous avons établi ailleurs, en concordance avec plusieurs auteurs, que, dans la grande majorité des cas, la compression labyrinthique est effectuée par la pénétration de l'étrier dans le labyrinthe, et par son immobilisation relative dans cette position vicieuse où il tend à s'ankyloser. Nous avons donc cherché à mobiliser l'étrier.

» Les *expériences* suivantes montrent que la *mobilisation de l'étrier est chirurgicalement possible, qu'elle produit bien la décompression du labyrinthe, et qu'elle rétablit la fonction auditive, proportionnellement à ce qui reste du nerf acoustique.*

» *Expérience I.* — Sur un homme de trente ans, privé de son *tympan*, du *marteau* et de l'*enclume*, avec surdité très grave (voix haute entendue seulement à 1^m, au lieu de 15^m; diapason faiblement entendu au contact des os; montre non entendue au contact des os), nous procédons à la mobilisation de l'étrier. Immédiatement, le malade entendit et *comprit la voix haute à* 6^m, la montre devint perceptible au contact, et le diapason entendu bien plus nettement et plus longuement. Cette audition persiste encore.

» Cette expérience et les suivantes prouvent aussi, une fois de plus, que le tympan et les osselets ne sont pas absolument nécessaires à l'audition, tout en servant d'organes de perfectionnement importants. *Ils doublent la portée de l'audition.*

» Dans l'expérience suivante est élucidée la valeur de la nouvelle opération, mobilisation de l'étrier, comparativement avec les anciennes opérations.

» *Expérience II.* — Sur une dame de vingt-huit ans, non chloroformée, atteinte de surdité grave et ancienne (voix haute comprise à environ 25^{cm} ou 30^{cm}), nous pratiquons successivement, dans la même séance, les opérations suivantes :

» 1° Perforation du tympan : aucune amélioration de l'ouïe; 2° myrindectomie : rien encore; 3° ténotomie du *tensor tympani :* rien encore; 4° dislocation de la chaîne des osselets : rien; 5° extraction des osselets, marteau et enclume : rien encore; 6° enfin, *nous mobilisons l'étrier, et instantanément l'ouïe s'améliore. La haute voix moyenne est entendue à* 5^m. Il y a aussi amélioration pour l'audition de la montre, du diapason, et, quelques jours plus tard, pour l'*audition des harmoniques* des instruments de bois, dont le timbre spécial a pu être reconnu dans une exécution orchestrale.

» *La manœuvre opératoire vraiment efficace et capitale, c'est donc la mobilisation de l'étrier, dans le sens de la décompression du labyrinthe.* Quand les manœuvres préparatoires suffisent à améliorer l'ouïe, c'est qu'elles ont produit la mobilisation de l'étrier, à bon ou mal escient, et que l'immobilisation de l'étrier n'était pas très résistante. On peut s'en tenir alors à la manœuvre qui donne l'audition.

» La décompression labyrinthique peut encore être produite par la *paracentèse de la fenêtre* ronde, avec évacuation d'une partie de la périlymphe; c'est l'analogue de la paracentèse de la cornée. L'*indication de ce procédé*, c'est l'*augmentation du liquide labyrinthique* par hypersécrétion (ces cas nous semblent assez rares), ou par rétention avec insuffisance relative de perméabilité des aqueducs.

» Nous reparlerons ultérieurement de ce procédé.

» *Rôle du tympan et des osselets.* — Les expériences et les opérations précitées ayant été faites sur l'homme, confirment que le labyrinthe, avec le nerf acoustique intact, avec la fenêtre ovale fermée par l'étrier mobile, et la fenêtre ronde munie de sa membrane, suffit à lui seul pour percevoir et *comprendre la parole à haute voix moyenne à* 6^m *ou* 8^m, *les harmoniques seuls de la parole* (*voix chuchotée à* 5^m *ou* 6^m). Les ondes sonores (sons fondamentaux et harmoniques de la parole) *se réfractent parfaitement à travers les parois labyrinthiques.*

» *Le tympan avec le marteau et l'enclume, organes de perfectionnement surajoutés au labyrinthe, doublent la portée de l'audition* (haute voix comprise à 12^m ou 15^m).

» Mais ils peuvent devenir nuisibles en maintenant une compression sur le labyrinthe, et alors on peut les enlever, comme la cataracte de l'œil.

» *Indications opératoires.* — La nomenclature des cas où l'opération est utile est encore provisoire : ce sont certaines surdités héréditaires, progressives, avec obstructions intermittentes des trompes d'Eustache, avec rétraction scléreuse des ligaments de l'étrier et des osselets. Un certain nombre de surdités avec vertige et bourdonnements (mal de Menière), certaines surdités infantiles conduisant à la mutité, certaines surdités progressives de la vieillesse, certaines paracousies de Willis, sont aussi améliorées par la décompression labyrinthique, à l'aide de la mobilisation de l'étrier.

» *Résultats.* — Dans nos trente-cinq faits, il n'y eut aucun accident, grâce à l'antisepsie; quelques otorrhées seulement, sans importance. La *corde du tympan* a même pu être épargnée le plus souvent; quand elle est *coupée*, il y a *suppression du goût dans la moitié correspondante de la langue, ce qui démontre l'influence de la corde du tympan sur la gustation.*

» En général, *l'audition est doublée ou triplée pour la portée et la compréhension de la haute voix moyenne.*

» Quand la surdité est *d'intensité et d'ancienneté moyennes*, il y a *amélioration importante dans les deux tiers des cas.*

» *Rechutes.* — Comme un certain nombre de ces maladies d'oreilles sont progressives, c'est-à-dire à rechutes successives, et que l'opération n'agit que sur l'effet ultime, il arrive que la cause reproduise des crises nouvelles, mais elles sont moins importantes qu'avant l'opération, le mécanisme d'aggravation étant supprimé. Aussi le traitement de la cause, arthritisme, syphilis, catarrhe arthritique, infectieux, *a frigore*, etc., doit-il être adjoint à l'opération.

» *Durée.* — Cette opération donne des effets thérapeutiques *immédiats,*

là où aucun traitement ni opération n'en donne; et, avantage précieux, elle est susceptible de retouches nombreuses, la mobilisation de l'étrier restant toujours possible. Ces décompressions répétées, s'il est nécessaire, retarderont toujours la destruction du nerf. Tant que le nerf existe, les résultats sont bons.

» *En somme,* cette opération est sans danger, plus puissante que les opérations antérieures. Elle est comparable à l'opération du glaucome, parce qu'elle décomprime le nerf sensoriel; elle est comparable aussi à l'opération de la cataracte, puisqu'elle enlève un appareil de perfectionnement devenu nuisible. »

MÉTROLOGIE. — *Sur le* bâtonnage, *ancienne manière de mesurer les tapisseries des Gobelins.* Note de M. **Gerspach**, présentée par M. Chevreul.

« Les tapissiers flamands appelés aux Gobelins par Colbert lors de la fondation de la Manufacture royale des meubles de la Couronne furent autorisés à conserver les usages de leur pays.... Dans les ateliers où l'on travaillait à la tâche, la coutume de mesurer les tapisseries à la manière flamande fut maintenue jusqu'à la Révolution. Cette manière s'appelait le *bâtonnage*, l'unité qui servait à mesurer les tissus de Flandres étant le *bâton*.

» Mais si l'Administration tolérait sans inconvénients dans l'intérieur des ateliers l'usage d'une mesure étrangère, il ne pouvait en être de même pour la comptabilité officielle et dans les transactions avec les particuliers autorisés à acheter des tapisseries. On imagina un système mixte, très particulier, qui fut le *bâton* de Flandres combiné avec l'aune française.

» Les recherches que j'ai faites dans les archives et les calculs auxquels je me suis livré me permettent de donner sur le *bâtonnage* des renseignements inédits qui pourront être de quelque utilité aux érudits et aux amateurs.

» L'aune de Flandres contenait en carré 658 pouces 4 lignes. L'aune de France contenait en carré 1936 pouces.

» On commença par admettre que l'aune de France serait regardée comme trois fois plus grande que l'aune de Flandres. Ce fut une affaire de convention; car le calcul n'est pas juste : en effet, 658 pouces 4 lignes $\times$ 3 donnent 1974 pouces, c'est-à-dire 38 pouces de plus que l'aune de France.

» L'aune de Flandres était divisée en demi-aune et quart d'aune ou *bâton;* le *bâton* se divisait lui-même en huitièmes et seizièmes de *bâton.* Au carré, l'aune de Flandres avait donc 16 bâtons carrés.

» On s'empara de ce nombre 16 comme diviseur commun des aunes des deux pays et, renonçant aux divisions légales françaises en pieds, pouces, lignes et points, on coupa l'aune de France en 16 parties égales nommées *seizes* ou *bâtons* de France; le *bâton* fut à son tour divisé en seizièmes appelés *seizes de seizes.* Au carré, l'aune de France avait donc 16 seizes ou *bâtons* carrés de France ou 48 *bâtons* carrés de Flandres, les mesures de ce pays étant tenues comme trois fois plus petites que les nôtres.

» Je prends maintenant un exemple dans la pratique. La tapisserie le *Cheval-Isabelle* de la tenture des Indes, d'après Desportes, a été payée aux tapissiers sur le pied de 682 bâtons carrés de Flandres 8 seizièmes de bâtons. Lorsque cet ouvrage a été porté à l'inventaire de la Manufacture, on a converti les *bâtons* de Flandres en mesures de France selon la méthode indiquée plus haut et l'on a marqué les dimensions dans la forme suivante :

$$14^{a}\,3^{s}\,8^{s}.$$

» Ce qui veut dire que le *Cheval-Isabelle* avait en carré :

» 14 aunes de France;

» 3 seizièmes d'aune ou bâton de France;

» 8 seizièmes de seizième.

» Le prix du bâton carré de Flandres payé aux tapissiers variait selon les modèles et, dans chaque modèle, selon la difficulté de l'ouvrage; il a été plusieurs fois modifié sur les réclamations des ouvriers, qui le trouvaient trop peu rémunérateur.

» En 1748, les têtes étaient, en haute lisse, payées de 9 à 12 livres le bâton, et les bordures de 2 livres 10 sols à 3 livres 10 sols. En basse lisse, les têtes valaient 5 livres et les bordures 1 livre 18 sols. Trente ans après, les têtes sont, en haute lisse, payées jusqu'à 30 livres et, en basse lisse, jusqu'à 20 livres; le travail devenait de plus en plus compliqué et l'on dut établir jusqu'à sept ordres d'ouvrages, du plus difficile au plus aisé; la complication fut telle que le bâton pouvait être payé de cent trente-neuf manières différentes.

» Le 1[er] janvier 1791, le *bâtonnage* fut supprimé et les ouvriers furent payés à la journée, selon leurs capacités. »

M. **Jacques Léotard** adresse l'observation qu'il a faite de la comète Sawerthal, le 6 avril, à l'observatoire de la Société scientifique Flammarion de Marseille. (Extrait.)

« A $3^h 40^m$ du matin, je l'apercus distinctement à l'œil nu, en plein ciel oriental, à une assez grande hauteur au-dessus de l'horizon. Elle était dans la constellation du Verseau à 10° environ au sud-est de ε Pégase et à 3° environ à l'est de α Verseau, par environ 1° de déclinaison australe et $22^h 8^m$ d'ascension droite. Son éclat paraissait supérieur à la 6e grandeur.

» Je l'observais à l'aide de notre lunette de 108^{mm} d'objectif. Avec le grossissement de trente fois, le noyau était net; mais avec celui de cent fois, il se montrait diffus sur les bords et entouré d'une légère chevelure.

» Une magnifique queue d'environ 50' de longueur, à bords rectilignes, s'épanouissait à la suite du noyau et se fondait dans le ciel à son extrémité. Cette queue, dirigée à l'opposé du Soleil, formait un angle de moins de 45° avec la ligne unissant le noyau de la comète à l'étoile α Verseau. »

M. **A. Delval** adresse une Note sur un moyen qu'il croit avoir trouvé de mettre en défaut le postulatum de Clausius (la chaleur ne peut passer d'elle-même d'un corps plus froid sur un corps plus chaud).

M. **Raoul Guérin** adresse à l'Académie deux exemplaires de ses piles « inversables et transportables » au sel ammoniac.

M. le duc **de Feltre** fait connaître des expériences qu'il a réalisées avec un téléphone relié à un microphone et qui lui paraissent fournir un procédé pour déterminer la direction dans laquelle un son a été émis.

M. **E. Delaurier** adresse un Mémoire portant pour titre : « Indication d'un mode de traitement pour guérir les maladies des voies respiratoires et du poumon, trouvé par l'observation ».

M. **Ripault** adresse une Note intitulée : « Étude sur la force ».

A 4 heures un quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures et demie.

J. B.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 30 AVRIL 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les conséquences de l'égalité acceptée entre la valeur vraie d'un polynôme et sa valeur moyenne*. Note de M. J. **Bertrand**.

« La règle qui donne, *a posteriori*, la précision d'un système d'observations a été appliquée tant de fois, avec une si entière confiance, qu'en affirmant, comme je l'ai fait, qu'elle n'est pas justifiée, j'ai pour ainsi dire le devoir de ne laisser subsister aucun doute.

» L'étude d'un problème très simple rendra le jugement facile pour tous.

» On vise d'une même station O quatre points A_1, A_2, A_3, A_4, et l'on mesure les cinq angles formés par chacune des directions extrêmes OA_1 et

OA_2 avec les trois autres. On a

$$x = l_1, \qquad y = l_2, \qquad z = l_3, \qquad z - x = l_4, \qquad z - y = l_5.$$

» Pour résoudre ces équations par la méthode des moindres carrés, on multipliera successivement chacune par le coefficient de l'une des inconnues, pour former les équations

$$2x - z = l_1 - l_4,$$
$$2y - z = l_2 - l_5,$$
$$3z - x - y = l_3 + l_4 + l_5.$$

» Si l'on pose

$$l_4 + l_1 - l_3 = \alpha_1,$$
$$l_5 + l_2 - l_3 = \alpha_2,$$

α_1 et α_2 étant nécessairement très petits, on trouve

$$(1) \qquad \begin{cases} x - l_1 = -\frac{3}{8}\alpha_1 + \frac{1}{8}\alpha_2, \\ y - l_2 = \frac{1}{8}\alpha_1 - \frac{3}{8}\alpha_2, \\ z - l_3 = \frac{1}{4}\alpha_1 + \frac{1}{4}\alpha_2. \end{cases}$$

On en déduit

$$(2) \qquad \begin{cases} z - x - l_4 = -\frac{3}{8}\alpha_1 + \frac{1}{8}\alpha_2, \\ z - y - l_5 = \frac{1}{8}\alpha_1 - \frac{3}{8}\alpha_2. \end{cases}$$

» La somme des carrés des erreurs qui sont les seconds membres des équations (1) et (2) est

$$\frac{3\alpha_1^2 + 3\alpha_2^2 - 2\alpha_1\alpha_2}{8}.$$

» La règle de Gauss prescrit, pour évaluer la précision, de diviser cette somme par 2, excès du nombre des équations proposées sur celui des inconnues.

On écrit donc, en nommant m^2 la valeur moyenne du carré de l'erreur sur une observation,

$$(3) \qquad m^2 = \frac{3\alpha_1^2 + 3\alpha_2^2 - 2\alpha_1\alpha_2}{16}.$$

» En acceptant le droit, sur lequel la formule (3) est fondée, d'égaler, à titre d'approximation, la valeur exacte d'un polynôme à sa valeur moyenne, on pourrait remplacer cette équation par

$$(4) \qquad m^2 = \frac{\mu_1\alpha_1^2 + \mu_2\alpha_2^2 + \mu_3\alpha_3^2}{3\mu_1 + 3\mu_2 + \mu_3},$$

qui se confond avec la première lorsque les multiplicateurs arbitraires μ_1, μ_2, μ_3 sont pris égaux à 3, 3 et -2.

» Un seul doute pourrait subsister, et je l'ai indiqué dans les dernières lignes d'une Note précédente. Si l'expression

$$\left(\frac{\mu_1\alpha_1^2+\mu_2\alpha_2^2+\mu_3\alpha_1\alpha_2}{3\mu_1+3\mu_2+\mu_3}-m^2\right)^2 \tag{5}$$

prenait une valeur probable minima quand les formules (3) et (4) coïncident, la formule (3) resterait, malgré l'objection faite à sa démonstration, la meilleure que l'on pût adopter.

» Cela n'a pas lieu.

» Pour chercher la valeur probable de l'expression (5), il faut effectuer le calcul, en remarquant que, la valeur probable du premier terme dans la parenthèse étant m^2, les deux derniers termes du carré ont pour valeur probable $-2m^4+m^4=-m^4$.

» En nommant n^4 la valeur probable de la quatrième puissance de l'erreur commise sur l'une des mesures, m^2 la valeur probable du carré; en remplaçant α_1 et α_2 par leurs valeurs

$$e_4+e_1-e_3,$$
$$e_5+e_2-e_3,$$

et remarquant que tout produit des erreurs dans lequel l'une d'elles est élevée à une puissance impaire a une valeur probable égale à zéro, on trouvera :

Pour valeurs probables de α_1^2 et de α_2^2......	$3m^2$
» » $\alpha_1^2\alpha_2^2$............	$8m^4+n^4$
» » $\alpha_1\alpha_2^3$ et de $\alpha_1^3\alpha_2$...	n^4+6m^4
» » α_1^4 et de α_2^4......	$3n^4+18m^4$

» La valeur probable de (5) est

$$\frac{n^4(3\mu_1^2+3\mu_2^2+\mu_3^2+2\mu_1\mu_2+2\mu_1\mu_3+2\mu_2\mu_3)+m^4(9\mu_1^2+9\mu_2^2+7\mu_3^2-2\mu_1\mu_2+6\mu_1\mu_3+6\mu_2\mu_3)}{(3\mu_1+3\mu_2+\mu_3)^2}.$$

» Si l'on suppose la probabilité d'une erreur z proportionnelle à $e^{-k^2z^2}$, on aura

$$n^4=3m^4,$$

et l'expression devient

$$\frac{m^4(18\mu_1^2+18\mu_2^2+10\mu_3^2+4\mu_1\mu_2+12\mu_1\mu_3+12\mu_2\mu_2)}{(3\mu_1+3\mu_2+\mu_3)^2}. \tag{6}$$

» En supposant $\mu_1 = 3$, $\mu_2 = 3$, $\mu_3 = -2$, cette formule se réduit à

$$m^4.$$

» Le choix des valeurs de μ_1, μ_2, μ_3 donne d'ailleurs

$$m^2 = \frac{3\alpha_1^2 + 3\alpha_2^2 - 2\alpha_1\alpha_2}{16}.$$

» En supposant, pour simplifier la comparaison, $\alpha_1 = \alpha_2$, on aura

$$m^2 = \frac{\alpha^2}{4},$$

et le carré de l'erreur à craindre sur cette évaluation de m^2 se réduit, par conséquent, à

$$\frac{\alpha^4}{16}.$$

» Si nous choisissons les valeurs $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 1$, $\mu_3 = -1$, l'expression (6) devient

$$\frac{26}{25} m^4.$$

La même hypothèse donne, en supposant $\alpha_1 = \alpha_2$,

$$m^2 = \frac{\alpha^2}{5},$$

$$m^4 = \frac{\alpha^4}{25}.$$

Nous aurons donc pour valeur probable du carré de l'erreur commise sur cette seconde évaluation de m^2

$$\frac{26}{(25)^2} \alpha^4.$$

» La valeur $\frac{\alpha^2}{5}$, si on l'adopte pour m^2, laisse donc une erreur probable moindre que la valeur $\frac{\alpha^2}{4}$ prescrite par la règle classique.

» $\frac{\alpha^2}{5}$ n'est pas la valeur la plus plausible de m^2, mais le calcul précédent suffit pour montrer que, parmi les valeurs, en nombre infini, déduites du même principe, celle que l'on prescrit habituellement n'est pas la meilleure.

» Le théorème de Gauss sur la valeur probable de la somme des carrés

des erreurs indiquées par la méthode des moindres carrés n'en reste pas moins un admirable résultat algébrique, et c'est avec grand plaisir que je présente à l'Académie, pour être insérée dans ce numéro de nos *Comptes rendus*, une élégante démonstration de M. Guyou [1]. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales pseudo-elliptiques;* par M. HALPHEN.

« Sous ce nom de *pseudo-elliptique*, très heureusement choisi par M. Günther [2], on désigne une intégrale qui, tout en ayant l'apparence d'une intégrale elliptique, s'exprime cependant par les fonctions algébriques et logarithmiques. Telle est, par exemple, celle-ci :

$$\int \frac{x+1}{x-2}\frac{dx}{\sqrt{x^3+1}} = \log\frac{(x+1)^2 - 3\sqrt{x^3+1}}{(x+1)^2 + 3\sqrt{x^3+1}}.$$

» Ces intégrales ont exercé, maintes fois, la sagacité des géomètres, et l'on connaît maintenant quelques artifices ingénieux, qui permettent d'en former des exemples divers. Pour l'intégrale que je viens de citer, M. Goursat [3] a, par exemple, fait connaître un raisonnement d'où l'on conclut, *a priori*, comme le calcul permet de le vérifier, que la forme elliptique disparaît si l'on prend pour variable $(x+1 : x-2)^3$. Toutefois, les tentatives qu'on a faites jusqu'à présent n'ont embrassé que des cas particuliers. Un seul Mémoire aborde et résout, à ce sujet, un problème général. Il est d'Abel [4] : dans l'énoncé du problème, comme dans la solution, sinon dans les calculs, on reconnaît et l'on admire le génie de l'auteur : *Trouver toutes les différentielles de la forme* $L\,dx : \sqrt{X}$, *où* L *et* X *sont des fonctions* ENTIÈRES *de* x, *et dont les intégrales puissent s'exprimer par une fonction de la forme* $\log\frac{P-\sqrt{X}}{P+\sqrt{X}}$, P *étant rationnelle*, tel est l'énoncé. Voici maintenant la solution, d'une incomparable originalité : *Pour l'existence de la différentielle cherchée, il faut et il suffit que* $\sqrt{X}$ *se développe en une*

---

(1) Voir plus loin, p. 1282.

(2) *Bulletin de la Soc. math. de France*, t. X, p. 88; 1882.

(3) *Ibid.;* t. XV, p. 115; 1887.

(4) *Œuvres complètes* (2e édition), t. I, p. 104.

fraction continue PÉRIODIQUE, *et* P *est la dernière réduite de la première période*.

» Dans ce problème d'Abel, le degré de X est quelconque, mais toujours pair. Je me bornerai ici au cas où le degré est 3 ou 4 ; mais je dois avertir que c'est uniquement pour une raison de simplicité ; mon analyse s'étend, sans difficulté, à tous les cas.

» La fraction continue, dont il est question dans la solution d'Abel, est celle qu'on considère le plus souvent : chaque quotient incomplet est composé de la partie entière du quotient complet, en sorte que les numérateurs sont des constantes. Dans ce qui va suivre, je n'envisagerai pas seulement de telles fractions continues. Je prendrai aussi les fractions que l'on peut qualifier en disant qu'elles procèdent suivant les puissances *ascendantes*, tandis que les autres procèdent suivant les puissances *descendantes*. Ainsi, dans une fraction procédant suivant les puissances ascendantes de $x-\xi$, les numérateurs seront de la forme $\beta(x-\xi)^2$, où β ne dépend pas de x, et les dénominateurs α seront du premier degré en x.

» La fraction que je considérerai fournit le développement de la fonction suivante :

$$(1)\qquad \frac{\sqrt{X}-\sqrt{Y}}{x-y}=\alpha_1+\cfrac{\beta_2(x-\xi)^2}{\alpha_2+\cfrac{\beta_3(x-\xi)^2}{\alpha_3+\ldots}}$$

» La variable est x ; y et ξ sont des constantes et Y désigne le polynôme X, où l'on a mis y au lieu de x. Elle jouit de la propriété que, si on l'arrête au $m^{\text{ième}}$ quotient α_m, le *reste* a la forme suivante, sauf un facteur indépendant de x,

$$(2)\qquad \frac{(x-\xi)^2(x-y_{m+1})}{\sqrt{X}-A}$$

et A est un polynôme du second degré, qui devient égal à $\sqrt{X}$ pour $x=y_{m+1}$, en sorte que l'on a

$$\sqrt{Y_{m+1}}=A,\qquad \text{pour } x=y_{m+1}.$$

» De cette façon, $\sqrt{Y_{m+1}}$ est déterminé, sans ambiguïté de signe, comme $\sqrt{Y}$ et comme $\sqrt{\Xi}$ ($\sqrt{X}$ pour $x=\xi$), dont on a dû choisir les signes, par avance, pour calculer la fraction continue.

» A l'égard de y, il y a divers cas particuliers qu'il faut noter. Si l'on

prend $y = \xi$, et qu'on chasse le dénominateur $x - \xi$, on obtient un développement régulier de $\sqrt{X}$, dans lequel le *premier* quotient incomplet est du second degré. Si l'on prend y infini, la fraction continue subsiste et le premier membre doit être remplacé par $\sqrt{X} - x^2\sqrt{a_0}$, a_0 étant le premier coefficient de X :

$$X = a_0 x^4 + 4a_1 x^3 + 6a_2 x^2 + 4a_3 x + a_4.$$

Ce premier membre est simplement $\sqrt{X}$, quand X est du troisième degré.

» A l'égard de ξ, il faut noter qu'on ne peut prendre ξ égal à une racine de X ; toute autre valeur est admissible. Si l'on choisit $\xi = \infty$, le binôme $x - \xi$ doit être remplacé par l'unité, et la fraction procède suivant les puissances *descendantes* de x.

» Ces explications étaient nécessaires pour rendre claire la solution du problème général concernant les intégrales pseudo-elliptiques. Voici d'abord deux propositions préparatoires :

» R *étant une fonction rationnelle de x et* X *un polynôme du quatrième degré (ou du troisième), on peut trouver une autre fonction rationnelle* Q, *telle que la différence*

$$L = R - \sqrt{X}\frac{d}{dx}(Q\sqrt{X}),$$

également rationnelle, ait uniquement, en dénominateur, des racines simples et différentes de celles de X, *et que le degré du numérateur surpasse de deux unités, au plus, le degré du dénominateur.*

» Par cette proposition, la recherche de R, astreint à la condition de rendre pseudo-elliptique l'intégrale de $R:\sqrt{X}$, est ramenée à celle de la fonction plus simple L, telle que l'intégrale de $L:\sqrt{X}$ soit, elle-même, pseudo-elliptique.

» *Pour que l'intégrale de* $L:\sqrt{X}$ *soit pseudo-elliptique, il* FAUT *que le degré du numérateur de* L *surpasse d'une unité, au plus, celui du dénominateur, et que* L, *décomposé en fractions simples, ait la forme suivante*

$$(3) \qquad L = \frac{n_1\sqrt{X_1}}{x - x_1} + \frac{n_2\sqrt{X_2}}{x - x_2} + \ldots + n\sqrt{a_0}\,x + K;$$

$n_1, n_2, \ldots, n$ *sont des nombres entiers,* X_p *le polynôme* X *où l'on a mis* x_p, *au lieu de* x, *et* K *une constante* (à cause du double signe de chaque radical, on peut supposer les n positifs).

» Mais ces conditions ne suffisent pas. *Il faut encore et il suffit que les quantités* $x_1, x_2, \ldots$ et K *satisfassent à* DEUX *conditions,* que la théorie des fonctions elliptiques donne aisément, mais qu'il s'agit de traduire en termes algébriques. C'est pour cette question que, m'inspirant des idées d'Abel, j'ai demandé aux fractions continues une réponse. Je vais la faire connaître.

» Tout d'abord, la fraction continue (1) fournit, à volonté, des exemples d'intégrales pseudo-elliptiques. En nous arrêtant à la réduite de rang m et prenant le reste (2), composons la fonction

$$(4)\qquad L_1 = \frac{2m\sqrt{\Xi}}{x-\xi} + \frac{\sqrt{Y}}{x-y} - \frac{\sqrt{Y_{m+1}}}{x-y_{m+1}} + C,$$

et choisissons la constante C comme il suit : soit $G_m : H_m$ la réduite, et, en développant suivant les puissances descendantes,

$$\frac{(x-y)G_m}{H_m} = ax^2 + bx + \ldots.$$

On aura

$$C = \frac{4aa_1 - 2ba_0}{a^2 - a_0}.$$

Ceci fait, voici l'intégrale

$$\int \frac{L\,dx}{\sqrt{X}} = \log \frac{(x-y)G_m + H_m\sqrt{Y} - H_m\sqrt{X}}{(x-y)G_m + H_m\sqrt{Y} + H_m\sqrt{X}}.$$

On doit y observer plusieurs cas particuliers. Si l'une ou plusieurs des quantités ξ, y, y_{m+1} est infinie, la fraction correspondante se change en $\sqrt{a_0}\,x$, et la formule qui détermine C se trouve modifiée. Mais ce sont là des détails qu'il est inutile de mentionner ici. On y supplée d'ailleurs par une formule unique, bonne dans tous les cas. En posant

$$G = G_m + H_m\frac{\sqrt{Y}}{x-y}, \qquad H = \frac{1}{x-y}H_m$$

(ou simplement $G = G_m$, $H = H_m$ au cas $y = \infty$) et considérant la fonction

$$N = G^2 - H^2 X,$$

on trouve que N a l'expression suivante, où ν est une constante,

$$N = \nu(x-\xi)^{2m}\frac{x-y_{m+1}}{x-y},$$

et que L_1 s'exprime ainsi (les dérivées étant dénotées par des accents)

$$L_1 = \frac{G}{H}\left(\frac{N'}{N} - \frac{2G'}{G}\right),$$

par où l'on retrouve la forme (4) et l'on détermine la partie entière de L au moyen des deux premiers termes de G et de H.

» Mais le cas particulier le plus intéressant est celui où l'une des quantités y, y_{m+1} est une racine de X. Le terme correspondant disparaît de L.

» En possession de ce moyen pour former des intégrales pseudo-elliptiques, on est, bien naturellement, conduit à penser que la fonction L, la plus générale, propre à fournir de telles intégrales, est la somme de plusieurs fonctions L_1, composées avec diverses quantités ξ et y. C'est, en effet, ce qui a lieu, comme on va voir. Je transforme d'abord le problème ainsi :

» *Étant donnée une fonction rationnelle* L, *de la forme* (3), *on peut en trouver une autre* T, *ne comprenant que deux fractions, avec des numérateurs égaux à l'unité,*

$$T = \frac{\sqrt{Y}}{x-y} - \frac{\sqrt{Z}}{x-z} + c,$$

de telle sorte que l'intégrale de $(2L + T) : \sqrt{X}$ *soit pseudo-elliptique. La quantité* y *est* ad libitum. *On demande de trouver* z *et* c.

Voici la solution. Ayant pris y à volonté, on envisage la fraction continue (1) avec $\xi = x_1$; on s'arrête à la réduite de rang n_1 et l'on a, d'après la formule (4), une intégrale pseudo-elliptique, dans laquelle figure L_1 (nous mettons z_1 au lieu de y_{m+1}),

$$L_1 = \frac{2n_1\sqrt{X_1}}{x-x_1} + \frac{\sqrt{Y}}{x-y} - \frac{\sqrt{Z_1}}{x-z_1} + C_1.$$

» On envisage ensuite la fraction continue analogue avec $\xi = x_2$ et $y = z_1$; on s'arrête à la réduite de rang n_2, et l'on a une nouvelle intégrale pseudo-elliptique, dans laquelle figure

$$L_2 = \frac{2n_2\sqrt{X_2}}{x-x_2} + \frac{\sqrt{Z_1}}{x-z_1} - \frac{\sqrt{Z_2}}{x-z_1} + C_2,$$

et ainsi de suite. Enfin, pour le dernier terme $n\sqrt{a_0}\,x$ de L, s'il existe, on prend la fraction continue analogue avec $\xi = \infty$ et (n étant positif) avec

$-\sqrt{a_0}\,x^2$ comme valeur principale de $\sqrt{X}$ pour $x=\infty$; on s'arrête à la réduite de rang n, ce qui donne une intégrale pseudo-elliptique, formée avec une fonction L_k :

$$L_k = 2n\sqrt{a_0}\,x + \frac{\sqrt{Z_{k-1}}}{x - z_{k-1}} - \frac{\sqrt{Z}}{x-z} + C_k.$$

» En additionnant ces diverses fonctions $L_1, L_2, \ldots, L_k$, on obtient, en effet, $2L+T$; car toutes les fractions correspondant aux z disparaissent, sauf la première et la dernière. D'après le mode de formation, l'intégrale de $(2L+T):\sqrt{X}$, somme des précédentes, est pseudo-elliptique. La proposition est démontrée et le problème résolu.

» Détail important, le problème est résolu sans l'introduction d'aucune irrationnelle; car $\sqrt{X_1}, \sqrt{X_2}, \ldots, \sqrt{a_0}$ sont des données et l'on peut choisir y de manière que $\sqrt{Y}$ soit rationnel, par exemple $y = x_1$. Mais, si l'on veut faire abstraction de cette condition de rationnalité ou, si l'on connaît une racine de X, on peut prendre y égal à cette racine. Le terme correspondant disparaît alors de T : *moyennant la connaissance d'une racine de* X, *on peut réduire* T *à la forme*

$$T = c - \frac{\sqrt{Z}}{x-z}.$$

» En particulier, si X est du troisième degré, on obtient ce résultat en prenant y infini, et commençant ainsi par une fraction continue qui développe $\sqrt{X}$.

» Par là, nous avons le moyen de former toutes les intégrales pseudo-elliptiques. Qu'il s'agisse maintenant, étant donnée L, de reconnaître si l'intégrale de $L:\sqrt{X}$ est pseudo-elliptique, on fera l'opération qui doit fournir T, en prenant y arbitrairement : *la condition nécessaire et suffisante pour que l'intégrale de* $L:\sqrt{X}$ *soit pseudo-elliptique, c'est que* T *soit nul identiquement*, c'est-à-dire

$$c = 0, \qquad z = y \quad \text{avec} \quad \sqrt{Z} = \sqrt{Y}.$$

» La dernière condition, qui porte seulement sur un signe, n'est pas, à proprement parler, une condition algébrique. Les deux autres sont les conditions dont il a été parlé plus haut. Leur expression est ainsi trouvée par des procédés purement algébriques.

» Les intégrales d'Abel sont comprises parmi celles que fournit la fonc-

tion L_1. Si l'on prend $\xi = \infty$, L_1 se réduit à un binôme du premier degré, sous la condition nécessaire et suffisante que l'on ait

$$y = y_{m+1}, \qquad \sqrt{Y} = \sqrt{Y_{m+1}}.$$

» Cette condition rend la fraction continue (1) *périodique* et sa période comprend m termes. Il faut, à ce sujet, noter que si l'on a $y = \xi$, c'est-à-dire ici $y = \infty$, on voit, par un détail de calcul inutile à rappeler ici, que le nombre des termes de la période se réduit d'une unité. Ainsi, pour les intégrales d'Abel, il est indifférent de développer la fonction (1) ou la fonction $\sqrt{X}$, suivant les puissances descendantes. Les deux développements sont simultanément périodiques; mais, pour le second, la période comprend un terme de moins. Voici, par exemple, les deux développements, répondant, le premier, à $y = \xi$, le second à $y = \infty$ (avec $\xi = 0$ dans tous deux) pour le polynôme

$$X = (1 - x - 8x^2)(1 - 9x).$$

$$\sqrt{X} = 1 - 5x - 12x^2 - \cfrac{24x^3}{1 - 8x + \cfrac{12x^2}{1 - 4x + \cfrac{12x^2}{1 - 8x - \cfrac{24x^3}{1 - 5x - 12x^2 + \sqrt{X}}}}},$$

$$\sqrt{X} = 1 - 5x - \cfrac{12x^2}{1 - 2x - \cfrac{12x^2}{1 - 4x - \cfrac{4x^2}{1 - 4x - \cfrac{12x^2}{1 - 2x - \cfrac{12x^2}{1 - 5x + \sqrt{X}}}}}}.$$

» Ils sont tous deux périodiques, et la période comprend cinq termes dans le second, quatre seulement dans le premier. La quatrième réduite de la première fraction est égale à la cinquième réduite de la seconde; c'est

$$\frac{G}{H} = \frac{1 - 17x + 72x^2 + 64x^3 - 512x^4 - 288x^5}{1 - 12x + 24x^2 + 64x^3}.$$

Elle donne l'intégrale

$$\int \left(\frac{5}{x} - 8\right) \frac{dx}{\sqrt{X}} = \log \frac{G - H\sqrt{X}}{G + H\sqrt{X}},$$

qui prend la forme des intégrales d'Abel par le changement de x en son

inverse. On obtient, sous une forme plus simple, cette même intégrale par la seconde réduite de la première fraction, circonstance qui n'avait pas échappé à Abel. A cause de la périodicité, ces deux fractions donnent seulement quatre intégrales

$$\int\left(\frac{3}{x}+\frac{4}{3x+1}-6\right)\frac{dx}{\sqrt{X}}=\log\frac{1-5x-12x^2-\sqrt{X}}{1-5x-12x^2+\sqrt{X}},$$

$$\int\left(\frac{5}{x}-8\right)\frac{dx}{\sqrt{X}}=\log\frac{1-13x+28x^2+72x^3-(1-8x)\sqrt{X}}{1-13x+28x^2+72x^3+(1-8x)\sqrt{X}},$$

$$\int\left(\frac{2}{x}+\frac{2}{1-3x}-5\right)\frac{dx}{\sqrt{X}}=\log\frac{1-5x-\sqrt{X}}{1-5x+\sqrt{X}},$$

$$\int\left(\frac{4}{x}+\frac{8}{x-1}+1\right)\frac{dx}{\sqrt{X}}=\log\frac{1-7x-2x^2-(1-2x)\sqrt{X}}{1-7x-2x^2+(1-2x)\sqrt{X}}.$$

» Mais, si l'on prend une fraction non périodique, et, pour ce but, il suffit de se livrer au hasard, on trouve une infinité d'intégrales pseudo-elliptiques. »

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur la théorie de la figure de la Terre.* Note de M. **Maurice Lévy**.

« I. On sait qu'en partant de l'hypothèse de la fluidité de la Terre, et faisant abstraction de l'action que les corps célestes exercent sur elle, Clairaut a montré que les surfaces d'égale densité que l'on peut concevoir dans son intérieur sont sensiblement des ellipsoïdes de révolution, et qu'en appelant a le rayon moyen de l'une de ces surfaces, rapporté au rayon moyen de la Terre pris pour unité de longueur, ε son ellipticité et ρ la densité constante en ses divers points, on a entre ces deux dernières grandeurs, considérées comme fonctions de la première, l'équation différentielle

$$(1)\qquad \frac{a^2\varepsilon''-6\varepsilon}{a\varepsilon'+\varepsilon}+\frac{2\rho a^3}{\int_0^a \rho a^2 da}=0,$$

où les dérivées $\frac{d\varepsilon}{da}$, $\frac{d^2 a}{da^2}$ sont désignées par les lettres accentuées ε', ε''.

» En outre, à la surface de la Terre, on doit avoir la condition

$$(2)\qquad \frac{a\varepsilon'}{\varepsilon}=\frac{5\varphi}{2\varepsilon}-2,$$

où φ désigne le rapport de la force centrifuge à l'équateur à l'attraction correspondante de la Terre.

» Si l'on se donne arbitrairement une loi pour la densité ρ, l'équation différentielle (1), avec la condition (2) et en raison de ce que ε et ε' doivent rester finis au centre de la Terre, détermine complètement ε et fournit, par conséquent, en particulier l'ellipticité ε_1 supposée connue à la surface de la Terre.

» Il faut donc que la loi admise pour la densité :

» 1° Reproduise cette valeur de ε.

» Il faut, en outre, qu'elle donne :

» 2° La densité moyenne connue Δ de la Terre;

» 3° La densité supposée également connue ρ_1 à sa surface.

» 4° Enfin la théorie de la précession fournit une nouvelle condition.

» Si l'on veut satisfaire directement à ces diverses conditions, il faut intégrer l'équation de Clairaut, en partant d'une expression de la densité contenant quatre constantes arbitraires.

» Legendre l'a, comme on sait, intégrée en termes finis dans l'hypothèse

$$\rho = \rho_0 \frac{\sin na}{na} \tag{3}$$

ne contenant que les deux constantes ρ_0 et n.

» Depuis, Lipschitz, dans un magistral Mémoire inséré au tome 62 du *Journal de Crelle*, est parti de l'expression

$$\rho = \rho_0(1 - k_0 a^\lambda) \tag{4}$$

avec trois constantes ρ_0, k_0, λ, et a obtenu ε sous forme d'une série hypergéométrique.

» Le travail de Lipschitz a été, pour M. Tisserand (1), l'occasion de remarques d'une grande importance, complétées depuis par M. Radau (2), relativement à la difficulté d'établir un accord satisfaisant entre la théorie de la fluidité et celle de la précession. C'est cette question aussi qui formera l'objet essentiel de ce travail.

---

(1) *Comptes rendus* du 13 octobre 1884, p. 477.

(2) *Bulletin astronomique.*

» II. Je pars de l'expression

$$\rho = \rho_0(1 - ka^\lambda)^{\mu-1}\left[1 - \left(1 + \frac{\lambda\mu}{3}\right)ka^\lambda\right], \tag{5}$$

renfermant les quatre constantes ρ_0, k, λ, μ et se réduisant, aux notations près, à celle de Lipschitz, pour $\mu = 1$. Elle conduit, comme cette dernière, à une intégration par série hypergéométrique et donne lieu à une discussion analogue.

» On tire d'abord de (5)

$$\int_0^a \rho a^2\, da = \frac{\rho_0 a^3}{3}(1 - ka^\lambda)^\mu \tag{6}$$

ou, si, avec M. Radau [1], on appelle D la densité moyenne du sphéroïde de rayon a,

$$D = \frac{3}{a^3}\int_0^a \rho a^2\, da = \rho_0(1 - x)^\mu, \tag{7}$$

en posant

$$ka^\lambda = x. \tag{8}$$

» D'ailleurs, de (7), on tire

$$\rho = D + a\frac{D'}{3}, \tag{9}$$

d'où

$$\rho = D\left(1 - \frac{\lambda\mu}{3}\,\frac{x}{1 - x}\right). \tag{10}$$

A présent, si l'on prend x pour variable indépendante et que l'on désigne par α, β, γ trois constantes ainsi définies

$$\left\{\begin{aligned} \alpha + \beta &= \frac{5}{\lambda} + 2\mu, \\ \alpha\beta &= \frac{2\mu}{\lambda}, \\ \gamma &= \frac{5}{\lambda} + 1, \end{aligned}\right. \tag{11}$$

---

[1] Nous adopterons, autant que possible, les notations de MM. Tisserand et Radau.

l'équation de Clairaut devient

$$(12) \qquad x(1-x)\frac{d^2\varepsilon}{dx^2} + [\gamma - (\alpha + \beta + 1)x]\frac{d\varepsilon}{dx} - \alpha\beta\varepsilon.$$

» Pour choisir parmi les solutions qu'elle admet celle qui convient au problème qui nous occupe, nous supposerons, avec Laplace, que la densité de la Terre est croissante de la surface au centre. Il en résulte que la densité moyenne D est partout inférieure à la densité ρ_0 au centre. Et comme D est, d'ailleurs, une quantité positive, l'équation (7) donne la double inégalité

$$(13) \qquad 0 < (1 - ka^\lambda)^\mu < 1.$$

» L'exposant λ est essentiellement positif, autrement la densité au centre serait infinie ou nulle. Mais l'exposant μ par lequel notre formule se distingue de celle de Lipschitz peut être positif ou négatif, et il résulte de ces inégalités que k et μ sont nécessairement de même signe.

» De là, deux solutions distinctes, suivant que ces grandeurs sont toutes deux positives, ou toutes deux négatives.

» Nous nous occuperons ici de la première; la seconde donnerait lieu à une discussion de même nature.

» Ainsi, nous supposerons $k > 0$, $\mu > 0$. Il résulte alors des inégalités (13) $k < 1$ et, à cause de (8),

$$0 < x < 1.$$

» Par suite, en désignant par $F(\alpha, \beta, \gamma, x)$ la série hypergéométrique, on aura

$$(14) \qquad \varepsilon = \varepsilon_1 \frac{F(\alpha, \beta, \gamma, x)}{F(\alpha, \beta, \gamma, k)}.$$

» La connaissance des densités moyenne et superficielle de la Terre donne ensuite, à l'aide des équations (7), (8), (9), (10),

$$(15) \qquad \rho_0 = \frac{\Delta}{(1-k)^\mu},$$

$$(16) \qquad \frac{k}{1-k} = \frac{3}{\lambda\mu}\left(1 - \frac{\rho_1}{\Delta}\right) = \frac{\varsigma}{\lambda\mu},$$

en désignant, pour abréger, avec MM. Lipschitz et Tisserand, par ς la quantité donnée

$$3\left(1 - \frac{\rho_1}{\Delta}\right).$$

» La condition à la surface (2), en en désignant, pour abréger, le second membre par $2h$, donne

$$(17)\qquad k\frac{F(\alpha+1,\beta+1,\gamma+1,k)}{F(\alpha,\beta,\gamma,k)}=\frac{\lambda+5}{\lambda\mu}h.$$

» Mais si, dans l'équation (12), on remplace ε par $F(\alpha,\beta,\gamma,x)$, on aura l'identité

$$(x-x^2)\frac{(\alpha+1)(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1)}F(\alpha+2,\beta+2,\gamma+2,x)$$
$$+\frac{\gamma-(\alpha+\beta+1)x}{\gamma}F(\alpha+1,\beta+1,\gamma+1,x)-F(\alpha,\beta,\gamma,x)=0.$$

» Si l'on y remplace les lettres

$$x,\quad \alpha,\quad \beta,\quad \gamma$$

respectivement par

$$k,\quad \alpha-1,\quad \beta-1,\quad \gamma-1,$$

l'équation (17), en ayant égard à (16), devient

$$(18)\qquad \frac{1}{1-k}\,\frac{F(\alpha-1,\beta-1,\gamma-1,k)}{F(\alpha,\beta,\gamma,k)}=\frac{2h}{5}+1+\frac{\varsigma}{5}\left(\frac{1}{\mu}-2\right)=\eta,$$

en désignant, pour abréger, le second membre par η.

» On peut écrire cette équation sous une forme un peu différente à l'aide de la relation connue

$$F(\alpha,\beta,\gamma,k)=(1-k)^{\gamma-\alpha-\beta}F(\gamma-\alpha,\gamma-\beta,\gamma,k).$$

» Si l'on y remplace

$$\alpha,\quad \beta,\quad \gamma$$

respectivement par

$$\alpha-1,\quad \beta-1,\quad \gamma-1,$$

il vient

$$\frac{1}{1-k}F(\alpha-1,\beta-1,\gamma-1,k)=(1-k)^{\gamma-\alpha-\beta}F(\gamma-\alpha,\gamma-\beta,\gamma,k);$$

d'où, en divisant membre à membre, on obtient

$$\eta=\frac{F(\gamma-\alpha,\gamma-\beta,\gamma-1,k)}{F(\gamma-\alpha,\gamma-\beta,\gamma,k)}.$$

» Ceci posé, Lipschitz a montré que, si l'on pose

$$\Psi_{2n} = \frac{F(\alpha+n, \beta+n, \gamma+2n+1, k)}{F(\alpha+n, \beta+n, \gamma+2n, k)},$$

$$\Psi_{2n+1} = \frac{F(\gamma-\alpha+n+1, \gamma-\beta+n+1, \gamma+2n+2, k)}{F(\gamma-\alpha+n+1, \gamma-\beta+n+1, \gamma+2n+1, k)},$$

$$f_{2n} = \frac{(\gamma-\alpha+n)(\gamma-\beta+n)k}{(\gamma+2n-1)(\gamma+2n)1-k},$$

$$f_{2n+1} = \frac{(\alpha+n)(\beta+n)}{(\gamma+2n)(\gamma+2n+1)}\,\frac{k}{1-k},$$

on a la formule suivante :

(19) $$\Psi_0 = \cfrac{1}{1+\cfrac{f_1}{1+\cfrac{f_2}{+\ldots+\cfrac{f_m}{1+f_m\Psi_{m+1}}}}}.$$

» Si l'on y remplace α, β respectivement par $\gamma-\alpha$, $\gamma-\beta$, on aura

(19 *bis*) $$\Psi_{-1} = \frac{1}{\eta} = \cfrac{1}{1+\cfrac{f_0}{1+\cfrac{f_1}{1+\cfrac{f_2}{+\ldots+\cfrac{f_{m-1}}{1+f_m\Psi_m}}}}}.$$

» D'ailleurs, en mettant à la place de α, β, γ, $\frac{k}{1-k}$ leurs valeurs (11) et (17), les expressions des f_i deviennent

(20) $$\left\{\begin{aligned} f_{2n} &= \frac{\left(\frac{n+1}{\mu}-2\right)(n+1)\lambda+\frac{5n+5}{\mu}-8}{(2n\lambda+5)[(2n+1)\lambda+5]}\varsigma, \\ f_{2n-1} &= \frac{\left(\frac{n+1}{\mu}+2\right)(n-1)\lambda+\frac{5n-5}{\mu}+2}{(2n\lambda+5)[(2n-1)\lambda+5]}\varsigma. \end{aligned}\right.$$

» L'équation (19 *bis*) fournit ainsi une première relation entre les deux exposants inconnus λ et μ qui entrent dans l'expression de ρ.

» La précession en fournit une seconde. Si A et C sont les deux mo-

ments d'inertie principaux du sphéroïde terrestre, on a

$$\frac{\int_0^1 \rho a^4 da}{\int_0^1 \rho a^2 da} = \frac{C}{C-A}\left(\varepsilon_1 - \frac{\varphi}{2}\right) = 305,6\left(\varepsilon_1 - \frac{\varphi}{2}\right),$$

soit, avec les données admises par M. Tisserand,

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{393,15}, \qquad \varphi = \frac{1}{288,14},$$

$$\frac{\int_0^1 \rho a^4 da}{\int_0^1 \rho a^2 da} = \frac{1}{1,955};$$

mais l'équation (10) donne

$$\int_0^1 \rho a^4 da = \frac{\Delta}{3} - \frac{2}{3}\int^1 D a^4 da;$$

d'où, à cause de $\int_0 \rho a^2 da = \frac{\Delta}{3}$,

$$\frac{5}{\Delta}\int_0^1 D a^4 da = \frac{5}{2}\left\{1 - \frac{\int_0^1 \rho a^4 da}{\int_0^1 \rho a^2 da}\right\} = 1,221 = J,$$

ou, en remplaçant D par sa valeur (7),

$$J = 5\int_0^1 \frac{(1-ka^\lambda)^\mu a^4 da}{(1-k)^\mu}. \tag{21}$$

» Les équations transcendantes (19 *bis*) et (21) ne renferment que les deux inconnues λ et μ; ces deux grandeurs trouvées, les équations (15) et (16) donneraient immédiatement k et ρ_0.

» La question est donc de savoir si, avec la valeur numérique $J = 1,221$ donnée par la précession, les équations (19 *bis*) et (21) sont compatibles, c'est-à-dire si elles peuvent donner pour λ et μ un système de valeurs réelles et positives.

» C'est ce que nous examinerons, si l'Académie le permet, dans une prochaine Communication. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Remarques au sujet de la Note du P.* Dechevrens [1] « *Sur le mouvement ascendant de l'air dans les cyclones* »; par M. **H. Faye.**

« Le P. Dechevrens, désirant résoudre par l'observation directe la question de savoir si l'air monte ou descend dans les cyclones, a imaginé un anémomètre spécial qu'il a fait fonctionner à son observatoire de Zi-Ka-Wei, en Chine; mais les résultats lui ayant paru trop exposés à être altérés par le voisinage du sol, il désire que l'observation soit reprise à une hauteur plus considérable, par exemple à 300^{m}, au sommet de la tour Eiffel.

» M. Tarry avait déjà proposé autrefois des observations de ce genre à l'aide d'une girouette spéciale; mais aucune suite n'a été donnée à cette ingénieuse suggestion. Pour ma part, je n'attachais pas une grande importance à cette idée, car il me semblait que les flammes que les mâts de vaisseau portent en haut suffiraient, en certains cas, à accuser le mouvement ascendant de l'air si ce mouvement existait. Or je ne sache pas que les marins aient jamais remarqué dans ces flammes une tendance quelconque vers le haut. Ils y regardent pourtant, témoin la lettre d'un de nos officiers de la marine de l'État, M. Vidal, qui a reçu un cyclone à Nouméa et qui l'a étudié avec soin.

» L'air, dit-il dans cette lettre, ne s'y mouvait pas de bas en haut; j'ai eu pendant le calme, avant la renverse, des vents parfaitement caractérisés d'est et de nord-nord-est tendant les flammes des signaux que j'ai eu à faire, pendant le calme, de la même manière que les vents ordinaires, c'est-à-dire en les laissant un peu tomber [2].

» Quant aux observations de Zi-Ka-Wei, il me semble que la plupart des dépressions qui ont passé sur l'anémomètre ne peuvent guère être prises pour des cyclones. Même doute pour les anticyclones. On m'accordera en tout cas qu'une différence de pression de 2^{mm} ne suffit pas pour passer d'un anticyclone à un cyclone.

» Raison de plus pour reprendre, dans des conditions meilleures, les intéressantes observations du P. Dechevrens. Je serai, pour ma part, très heureux de voir un anémomètre enregistreur bien étudié au haut de la tour

---

[1] Voir plus loin, p. 1303.
[2] *Comptes rendus*, séance du 5 mars dernier, p. 686.

Eiffel. On y pourra, sans doute aussi, constater, comme cela a été fait au sommet du Ben-Nevis, en Écosse, que la déviation centripète moyenne des flèches du vent horizontal diminue, même sur les continents, à mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère, tout comme elle diminue en bas à mesure qu'on se rapproche de la pleine mer.

» Notre savant Confrère M. Wolf a fait remarquer la faiblesse du mouvement ascensionnel qui résulte des observations de Zi-Ka-Wei : il se réduit en moyenne à $0^m,6$ par seconde. Il me paraît intéressant de rapprocher cette vitessse verticale de celle du mouvement de translation des cyclones, 9^m environ. D'après ces données, l'axe de ces cyclones devrait avoir eu une inclinaison sur l'horizon de $\frac{0,6}{9} = \frac{1}{15}$, ou de $3°23'$. Jamais on n'a vu chose pareille, même dans les trombes qui présentent parfois d'assez fortes inclinaisons sur la verticale. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Preuve élémentaire du théorème de Dirichlet sur les progressions arithmétiques dans les cas où la* raison *est* 8 *ou* 12; par M. **Sylvester.**

« Le principe (ou pour ainsi dire le moment intellectuel) dont nous nous servons est le suivant :

» *Pour démontrer que le nombre de nombres premiers d'une forme donnée est infini, cherchons à construire une progression infinie d'entiers relativement premiers entre eux, et dont chacun contiendra un nombre premier (au moins) de la forme donnée.*

» Dans ce qui suit, f signifie une forme fonctionnelle rationnelle entière et ne contenant que des coefficients rationnels.

» Lemme I. — *Si* $u_{x+1} = fu_x$ *et si* $ff0 = f0$, *alors*, r *et* s *étant deux entiers quelconques, le plus grand diviseur commun à* u_r *et* u_s *sera un diviseur de* $f0$.

» Car évidemment $u_{r+\varepsilon} \equiv ff\ldots f0$ (c'est-à-dire $f^\varepsilon 0$) [mod u_r]. Mais $f^\varepsilon 0$, par hypothèse, $= f0$.

» Conséquemment, tout diviseur de u_r et u_s sera un diviseur de $f0$.

» Lemme II. — *Si* $u_{x+1} = fu_x$ *et si, de plus*, $u_1 = f0$, *le plus grand diviseur commun de* u_r *et* u_s *sera* u_t, *où* t *est le plus grand diviseur commun de* r *et* s.

» 1° On aura évidemment

$$u_{s+t} \equiv u_t \qquad (\mathrm{mod}\, u_s).$$

» Conséquemment u_t sera un diviseur de u_{2t}, u_{3t}, ..., u_{mt} quel que soit m.

» 2° Écrivons un *schéma* pareil à celui qui s'applique à la recherche du plus grand diviseur de r et s, c'est-à-dire

$$r - hs = v, \qquad s - kv = w, \qquad \ldots, \qquad z - ly = t, \qquad y - mt = 0;$$

alors, en vertu de ce qui précède, u_t sera un diviseur de u_r et u_s, et tout diviseur de u_r et de u_s sera un diviseur de u_t.

» Donc, si t est le plus grand diviseur commun à r et s, u_t sera le plus grand diviseur commun à u_r et u_s, ce qui était à démontrer. Il s'ensuit que, si r est premier relativement à s, u_r et u_s auront u_1 pour leur plus grand diviseur commun.

» Je vais faire l'application de ce principe : (A) aux progressions arithmétiques à la raison 8, (B) à la raison 12.

» A : 1. *Cas de* $8x+3$. — Écrivons

$$u_1 = 1, \qquad u_2 = 2u_1^2 + 1 = 3, \qquad u_3 = 2u_2^2 + 1 = 19, \qquad \ldots.$$

» On démontre facilement que tout u est de la forme $8m+3$, et l'on sait que les facteurs premiers de tout u sont de la forme $8n+1$ ou $8n+3$.

» Conséquemment, tout u contiendra au moins un facteur de la forme $8m+3$, et tout terme de la progression infinie

$$u_3, \quad u_5, \quad u_7, \quad u_{11}, \quad u_{13}, \quad \ldots$$

contiendra un facteur premier de la forme voulue.

» De plus, en vertu du second lemme, tous ces facteurs seront distincts l'un de l'autre; car sinon u_r et u_s, où r est premier à s, auraient un facteur commun autre que u_1.

» On pourrait prendre une série plus générale en écrivant u_1 égal à un produit d'un nombre quelconque de nombres premiers dont aucun n'est de la forme $8m+3$, tellement combinés que $u_1 \equiv 1$ [mod. 8]; le résultat restera acquis que chaque terme de la progression des u contiendra un facteur premier de la forme $8x+3$, et que tous ces facteurs seront distincts entre eux.

» A : 2. *Cas de* $8x+7$. — Écrivons

$$u_1 = 1, \qquad u_2 = 2(u_1+1)^2 - 1 = 7, \qquad u_3 = 2(u_2+1)^2 - 1 = 127, \qquad \ldots.$$

» Tout $u \equiv 7$ [mod 8] : chaque diviseur premier de tout u sera de la forme $8m+1$ ou $8m+7$. Donc il entrera dans chaque terme de la progression

$$u_2, \quad u_3, \quad u_5, \quad u_7, \quad \ldots$$

un facteur de la forme $8x+7$, et de plus, en vertu du second lemme (puisque $f0 = 1$), tous ces facteurs seront distincts.

» A : 3. *Cas de* $8x+1$. — Écrivons

$$u_1 = 1, \qquad u_2 = u_1^4 + 1 = 2, \qquad u_3 = u_2^4 + 1 = 17, \qquad \ldots.$$

» Tous les facteurs de chaque u, à l'exception de 2, seront de la forme $8x+1$, et, en vertu du second lemme u_3, u_5, u_7, u_{11}, u_{13}, u_{17}, seront premiers entre eux.

» A : 4. *Cas de* $8x+5$. — Écrivons

$$u_1 = 1, \qquad u_2 = u_1^2 + 1 = 2, \qquad u_3 = u_2^2 + 1 = 5,$$
$$u_4 = u_3^2 + 1 = 26, \qquad u_5 = u_4^2 + 1 = 677, \qquad \ldots.$$

» Chaque u sera de la forme $8m+5$, et chaque diviseur premier sera ou de la forme $8n+1$ ou $8n+5$, de sorte qu'il s'en trouvera un au moins de la forme $8x+5$. Donc par le second lemme la progression

$$u_3, \quad u_5, \quad u_7, \quad u_{11}, \quad u_{13}, \quad \ldots$$

contiendra un nombre infini de nombres premiers distincts de cette forme.

» B : 1. *Cas de* $12x+5$. — On démontre facilement par induction que chaque terme de rang pair de la progression précédente au delà du second sera de la forme $2(24n+13)$, et chaque terme de rang impair au delà du premier de la forme $24n+5$.

» Les diviseurs premiers de chaque u seront de l'une ou l'autre des six formes $24x+1$, 19, 17, 13, 21.

» Supposons qu'il n'existe aucun facteur premier de la forme $24x+17$ ni de la forme $24x+5$. Alors les résidus des facteurs (par rapport à 12) appartiendront au groupe 1, 9, 13, 21. Mais on voit facilement que ce groupe est un groupe fermé : car toutes ces combinaisons binaires ne font que reproduire ces mêmes nombres.

» Conséquemment, tout terme de rang impair contiendra nécessairement un facteur ou de la forme $24x+5$ ou de la forme $24x+17$, et ainsi, en vertu du second lemme, on voit que la progression déjà écrite contiendra un nombre infini de nombres premiers de la forme $12n+5$.

» B : 2. *Cas de* $12x+7$. — Écrivons

$$u_1 = 7, \qquad u_2 = u_1^2 - u_1 + 1 = 43, \qquad u_3 = u_2^2 - u_2 + 1 = 1807, \qquad \ldots$$

» Les diviseurs premiers de chaque u seront de la forme $12n+1$ ou $12n+7$ et u lui-même de la forme $12m+7$. Donc, en vertu du premier lemme, la suite $u_1, u_2, u_3, u_4, \ldots$ contiendra un nombre infini de nombres premiers de la forme $12x+7$ (¹).

» B : 3. *Cas de* $12x+11$. — Écrivons

$$u_1 = -1, \qquad u_2 = 3u_1^2 - 1 = 2, \qquad u_3 = 3u_2^2 - 1 = 11,$$
$$u_4 = 3u_3^2 - 1 = 362, \qquad \ldots$$

Tous les u de rang impair seront de la forme $12m+11$, de sorte que leurs diviseurs premiers étant, ou de la forme $12x+1$ ou $12x+11$, il y aura un nombre infini de nombres premiers distincts contenus dans les termes de la progression

$$u_3, \quad u_5, \quad u_7, \quad u_{11}, \quad \ldots$$

» B : 4. *Cas de* $12x+1$. — Écrivons

$$u_1 = \theta^4 - \theta^2 + 1, \qquad u_2 = u_1^4 - u_1^2 + 1, \qquad u_3 = u_2^4 - u_2^2 + 1, \qquad \ldots$$

» Chaque u, selon la loi cyclotomique, ne contiendra que des facteurs de la forme $12x+1$ et, en vertu du premier lemme, $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, \ldots$ seront tous premiers entre eux : donc cette progression contiendra un nombre infini de facteurs de la forme $12x+1$.

» L'application du principe général énoncé au commencement n'est nullement astreinte aux progressions de la forme $\varphi\theta$, $\varphi\varphi\theta$, $\varphi\varphi\varphi\theta$, ... C'est ce que j'ai montré au Congrès scientifique d'Oran. »

(¹) Par un procédé analogue à celui que nous avons appliqué à la progression dont nous nous sommes servis dans les cas A : 4 et B : 1 ; on peut démontrer avec l'aide de la progression 7, 43, 1807, ..., donnée plus haut, que le nombre de nombres premiers dans la double progression arithmétique à raison 30,

$$7, \quad 13, \quad 37, \quad 43, \quad 67, \quad 73, \quad \ldots,$$

contient un nombre infini de nombres premiers : à plus forte raison cette conclusion s'applique à la double progression à raison 5

$$2, \quad 3, \quad 7, \quad 8, \quad 12, \quad 13, \quad \ldots.$$

MEMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **Devot** adresse une liste de divers objets qu'il a trouvés dans des fouilles exécutées à une profondeur de 30^m sous les murs de Paris, à Vaugirard.

La Lettre de M. Devot est renvoyée à l'examen de MM. Hébert, Milne-Edwards, Gaudry.

CORRESPONDANCE.

M. **Bassot**, M. **Laussedat** prient l'Académie de les comprendre parmi les candidats à la place devenue vacante, dans la Section de Géographie et de Navigation, par suite du décès de M. le général *Perrier*.

(Renvoi à la Section de Géographie et de Navigation.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Le programme de la publication des « Résultats des campagnes scientifiques accomplies par le Prince *Albert de Monaco*, de 1884 à 1887, sur son yacht l'*Hirondelle* ». La première livraison sera prochainement adressée à l'Académie.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Note relative à l'expression de l'erreur probable d'un système d'observations;* par M. **E. Guyou.**

« On sait que, pour obtenir l'expression du carré de l'erreur probable en fonction des corrections données par le calcul dans la méthode des moindres carrés, Gauss a exprimé la somme des carrés de ces corrections en fonction des erreurs vraies; puis, dans la fonction homogène du second degré ainsi obtenue, il a supposé que les valeurs probables des erreurs vraies étaient égales, et que celles de leurs produits deux à deux étaient nulles, de sorte que la valeur probable de la somme des carrés des corrections données par la méthode est égale au produit du carré de l'erreur probable par la somme des coefficients des carrés des erreurs vraies dans

cette fonction, et cette somme est précisément égale au nombre des équations surabondantes.

» On arrive aisément à mettre cette propriété algébrique en évidence lorsque l'on applique la méthode de Lagrange à la détermination des corrections $e_1, e_2, e_3, \ldots, e_{n+p}$ dont la somme des carrés est minimum.

» Ces quantités doivent, en effet, satisfaire à des équations de condition de la forme

$$(1)\quad \left\{\begin{array}{l} P_1 e_1 + P_2 e_2 + \ldots + P_{n+p} e_{n+p} = \alpha_1, \\ Q_1 e_1 + Q_2 e_2 + \ldots + Q_{n+p} e_{n+p} = \alpha_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ T_1 e_1 + T_2 e_2 + \ldots + T_{n+p} e_{n+p} = \alpha_p; \end{array}\right.$$

$n+p$ représente le nombre des quantités observées, n le nombre des inconnues à déterminer, et p le nombre des équations surabondantes ou, ce qui revient au même, le nombre des équations auxquelles devraient satisfaire les quantités observées.

» Pour obtenir les valeurs de $e_1, e_2, \ldots, e_{n+p}$, on a l'équation

$$e_1\, de_1 + e_2\, de_2 + \ldots + e_{n+p} \alpha e_{n+p} = 0,$$

et les p équations obtenues en différentiant le système (1); conformément à la méthode de Lagrange, on multipliera respectivement ces dernières par p facteurs $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_p$; faisant ensuite la somme et égalant à zéro les facteurs des $n+p$ différentielles, on obtient le système

$$(2)\quad \left\{\begin{array}{l} e_1 \quad + \mu_1 P_1 \quad + \mu_2 Q_2 + \ldots + \mu_p T_1 \quad = 0, \\ e_2 \quad + \mu_1 P_2 \quad + \mu_2 Q_2 + \ldots + \mu_p T_2 \quad = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ e_{n+p} + \mu_1 P_{n+p} + \ldots\ldots\ldots + \mu_p T_{n+p} = 0. \end{array}\right.$$

» Enfin, pour obtenir les facteurs μ_i, on multiplie respectivement ces dernières par $P_1, P_2, \ldots$, et l'on fait la somme, puis par $Q_1, Q_2, \ldots$, et ainsi de suite, et l'on obtient, en tenant compte de (1),

$$(3)\quad \left\{\begin{array}{l} \alpha_1 + \mu_1 [P^2] + \mu_2 [PQ] + \ldots + \mu_p [PT] = 0, \\ \alpha_2 + \mu_1 [QP] + \mu_2 [Q^2] + \ldots + \mu_p [QT] = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \alpha_p + \mu_1 [TP] + \ldots\ldots\ldots + \mu_p [T^2] = 0, \end{array}\right.$$

» Actuellement, multiplions respectivement les équations (2) par e_1,

$e_2, \ldots, e_{n+p}$ et ajoutons, on obtient

(4) $$\Sigma e^2 + \mu_1 \alpha_1 + \mu_2 \alpha_2 + \ldots + \mu_p \alpha_p = 0.$$

» Désignant par $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots$ les erreurs vraies des observations et remarquant que ces erreurs satisfont aux équations (1), on obtient, en groupant convenablement les termes après avoir substitué aux α leurs valeurs en fonction des ε et en tenant compte du système (2),

(5) $$\Sigma e^2 = \varepsilon_1 e_1 + \varepsilon_2 e_2 + \ldots + \varepsilon_{n+p} e_{n+p},$$

et, comme d'ailleurs les corrections e sont évidemment des fonctions linéaires des μ et des α, et par conséquent encore des ε, on voit que la somme des coefficients des carrés de $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots$ dans (5) est précisément égale à

$$\frac{de_1}{d\varepsilon_1} + \frac{de_2}{d\varepsilon_2} + \cdots + \frac{de_{n+p}}{d\varepsilon_{n+p}},$$

c'est-à-dire, d'après le système (2) et en faisant abstraction du signe, à

(6) $$\left\{\begin{array}{l} \quad P_1 \dfrac{d\mu_1}{d\varepsilon_1} + Q_1 \dfrac{d\mu_2}{d\varepsilon_1} + \ldots + T_1 \dfrac{d\mu_p}{d\varepsilon_1} \\ + \quad P_2 \dfrac{d\mu_1}{d\varepsilon_2} + Q_2 \dfrac{d\mu_2}{d\varepsilon_2} + \ldots + T_2 \dfrac{d\mu_p}{d\varepsilon_2} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ + P_{n+p} \dfrac{d\mu_1}{d\varepsilon_{n+p}} + Q_{n+p} \dfrac{d\mu_2}{d\varepsilon_{n+p}} + \ldots + T_{n+p} \dfrac{d\mu_p}{d\varepsilon_{n+p}}. \end{array}\right.$$

» Considérons la somme de ceux des termes de ce Tableau qui forment la première colonne; on a, en remarquant que les ε satisfont au système (1) et que les μ sont des fonctions linéaires des α,

$$\frac{d\mu_1}{d\varepsilon_1} = \frac{d\mu_1}{d\alpha_1} P_1 + \frac{d\mu_1}{d\alpha_2} Q_1 + \ldots + \frac{d\mu_p}{d\alpha_p} T_1.$$

» Multipliant par P_1 et opérant de même pour les dérivées $\frac{d\mu_1}{d\varepsilon_2}, \frac{d\mu_1}{d\varepsilon_3}, \ldots,$ on a

$$\begin{aligned} P_1 \frac{d\mu_1}{d\varepsilon_1} &= \frac{d\mu_1}{d\alpha_1} P_1^2 + \frac{d\mu_1}{d\alpha_2} P_1 Q_1 + \ldots + \frac{d\mu_1}{d\alpha_p} P_1 T_1, \\ P_2 \frac{d\mu_1}{d\varepsilon_2} &= \frac{d\mu_1}{d\alpha_1} P_2^2 + \frac{d\mu_1}{d\alpha_2} P_2 Q_2 + \ldots + \frac{d\mu_1}{d\alpha_p} P_2 T_2, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ P_{n+p} \frac{d\mu_1}{d\varepsilon_{n+p}} &= \frac{d\mu_1}{d\alpha_1} P_{n+p}^2 + \ldots + \frac{d\mu_1}{d\alpha_p} P_{n+p} T_{n+p}, \end{aligned}$$

dont la somme est, avec les notations des équations (3),

$$\frac{d\mu_1}{d\alpha_1}[P^2]+\frac{d\mu_1}{d\alpha_2}[PQ]+\ldots+\frac{d\mu_1}{d\alpha_p}[PT].$$

» On voit que cette quantité est précisément le résultat de la substitution, dans la valeur de μ_1 déduite de (3), des coefficients de μ_1 aux quantités α_1, α_2, ...; elle est donc égale à l'unité.

» Par conséquent, chacune des colonnes du Tableau (6) a pour somme l'unité, et la somme totale est égale à p. »

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Distribution en latitude des phénomènes solaires pendant l'année* 1887. Note de M. **P. Tacchini.**

« Voici les résultats qui se rapportent à chaque zone de 10° dans les deux hémisphères du Soleil :

1887.	Fréquence des taches.	des éruptions.	des facules.	des protubérances.
90° + 80°	0	0	0	0,006
80 + 70	0	0	0	0,008
70 + 60	0	0	0	0,008
60 + 50	0	0	0	0,053
50 + 40	0	0	0,006	0,086
40 + 30	0	0,050	0,029	0,086
30 + 20	0,014	0	0,053	0,095
20 + 10	0,141	0,150	0,124	0,073
10 — 0	**0,141**	**0,150**	**0,188**	**0,051**
0 — 10	0,422	0,450	0,312	0,071
10 — 20	0,282	0,050	0,229	0,075
20 — 30	0	0	0,041	0,102
30 — 40	0	0	0,012	0,083
40 — 50	0	0,050	0	0,153
50 — 60	0	0,100	0,006	0,037
60 — 70	0	0	0	0,005
70 — 80	0	0	0	0,006
80 — 90	0	0	0	0,002

» Les protubérances hydrogéniques figurent dans toutes les zones, tandis que les autres phénomènes ont été observés presque entièrement entre 0° et ± 40°, comme l'année précédente.

» Les taches, facules et éruptions métalliques présentent un accord dans les zones respectives du maximum de fréquence entre 0° et ± 20°; un

maximum pour chacun des trois ordres de phénomènes correspond à la zone (0° — 10°), exactement comme en 1886.

» La plus grande fréquence des protubérances hydrogéniques ne correspond pas aux zones des maxima des autres phénomènes, car les protubérances présentent un maximum de fréquence bien marqué dans chaque hémisphère, dans les zones (+ 20° + 50°) et (— 40° — 50°), c'est-à-dire à une latitude plus élevée.

» Les taches ont été confinées dans la zone équatoriale (+ 30° — 20°); les éruptions et les facules se sont présentées à des latitudes bien plus élevées, c'est-à-dire jusqu'à + 50° et — 60°; on a donc des zones avec facules et éruptions, mais pourtant sans taches, tandis que sur une grande partie de la surface solaire nous observons des protubérances hydrogéniques sans jamais y voir de taches. »

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Résumé des observations solaires faites à Rome pendant le premier trimestre de* 1888. Note de M. **P. Tacchini**.

« J'ai l'honneur de communiquer à l'Académie les observations solaires faites pendant le premier trimestre de 1888.

» La saison a été très mauvaise : toutefois, pour les taches et les facules, nous avons pu observer le Soleil vingt-trois fois par mois. Voici les résultats :

Fréquence relative		Grandeur relative		Nombre des groupes des taches par jour.
des taches.	des jours sans taches.	des taches.	des jours sans taches.	
2,70	0,21	11,17	14,13	1,30
2,30	0,74	5,91	11,09	0,48
1,70	0,61	6,22	14,57	0,48

» En comparant ces nombres à ceux du dernier trimestre de 1887, on peut dire que le phénomène des taches et des facules solaires a continué à diminuer; le nombre des jours sans taches a été plus fort. Entre le 2 et le 20 février, nous n'avons observé ni taches ni trous. Pour les protubérances, nous avons obtenu les résultats suivants :

1888.	Nombre des jours d'observations.	Protubérances.		
		Nombre moyen.	Hauteur moyenne.	Extension moyenne.
Janvier	23	8,48	45",7	1°,5
Février	13	8,07	45,5	1,6
Mars	19	10,31	45,5	1,5

» On a donc une augmentation dans les phénomènes chromosphériques, ce qui démontre que la relation entre les protubérances hydrogéniques et les taches n'est pas étroite, comme nous l'avons fait remarquer autrefois. Presque toutes les protubérances ont présenté une structure nettement filamenteuse, et la plus grande hauteur, dans les protubérances, a été de 120° le 10 janvier et le 7 février : on a eu 110″ le 5 mars. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur un électromètre à bilame de quartz.* Note de MM. **Jacques** et **Pierre Curie**, présentée par M. Lippmann.

« Nous avons, il y a quelques années, montré expérimentalement l'existence des phénomènes de dilatation et de contraction électrique du quartz.

» Tout phénomène de dilatation électrique régulier peut évidemment servir à mesurer la tension électrique qui lui a donné naissance. Mais, pratiquement, les deux méthodes expérimentales que nous avions suivies ne pouvaient conduire à la construction d'un électromètre. La première méthode nécessite elle-même l'emploi d'un électromètre à quadrant; la deuxième méthode nécessite un appareil trop compliqué et donne des effets trop peu sensibles.

» Nous sommes parvenus à amplifier considérablement les phénomènes et à réaliser un électromètre nouveau, où la dilatation électrique est amplifiée par un dispositif qui rappelle le thermomètre métallique de Bréguet. Deux plaques sont taillées parallèlement dans un même bloc de quartz. Elles sont toutes deux normales à l'axe électrique; leur contour a la forme d'un rectangle allongé et la grande longueur de ce rectangle est normale à la fois aux axes optique et électrique. Les deux plaques, identiques entre elles, sont amincies ensemble au tour d'optique jusqu'à ce qu'elles n'aient plus qu'une épaisseur très faible, quelques centièmes de millimètre par exemple. Les plaques sont ensuite collées l'une sur l'autre, mais après avoir pris soin de retourner l'une d'elles face pour face, en sorte que les axes électriques soient de sens inverse dans les deux lames ([1]). On réalise ainsi une bilame dont on argente les deux faces extérieures. (Le bord des faces est

([1]) Il est bon de remarquer que ces lames, étant parallèles à l'axe même après le retournement, se dilatent également. Elles ne se recourbent donc pas par suite d'un changement de température.

désargenté sur une petite largeur, pour empêcher qu'il n'y ait communication électrique entre les deux faces.) En établissant une différence de potentiel entre les deux faces de la bilame, l'une des lames tend à se dilater et l'autre à se contracter dans la direction de leur plus grand côté; comme les lames sont collées l'une sur l'autre, la bilame se courbe. En maintenant fixe l'une des extrémités de la bilame, l'autre extrémité se déplace sous l'effet de la tension électrique.

» Pour amplifier le phénomène, on peut fixer une aiguille à l'extrémité libre de la lame et dans son prolongement (1).

» Enfin, pour faire les mesures, on colle à l'extrémité de l'aiguille un petit micromètre (obtenu par un procédé photographique), divisé en vingt-cinquièmes ou en cinquantièmes de millimètre, et sur ce micromètre on braque un microscope muni d'un réticule, qui sert de repère pour les lectures.

» Les déviations de l'extrémité de l'aiguille sont proportionnelles à la différence de potentiel. Elles sont données par la formule suivante

$$\vartheta = K\frac{3}{2}\left(\frac{L}{e}\right)^2\frac{2\lambda + L}{L}V,$$

dans laquelle K est la constante piézo-électrique du quartz en unités absolues C.G.S. électrostatiques (quantité d'électricité dégagée pour une pression d'une dyne dans le sens de l'axe électrique). On a

$$K = 6{,}32 \times 10^{-8}.$$

L est la longueur de la bilame et e son épaisseur;
λ est la longueur de l'aiguille;
V la différence de potentiel entre les deux faces, en unités absolues électrostatiques (1 unité électrostatique = 290 volts environ).

» L'instrument est apériodique et à lecture directe. Pour mesurer des différences de potentiel, il suffit d'étalonner l'instrument une fois pour toutes avec une force électromotrice connue.

» L'isolement est excellent, le quartz n'ayant pas de conductibilité sensible dans les directions normales à l'axe optique.

---

(1) Nous nous servons d'une aiguille très légère et très rigide, fabriquée à l'aide d'une charpente en fil de verre; nous avons emprunté ce mode de construction à un appareil inscripteur, réalisé par M. Rozé pour le pendule de Foucault.

» La sensibilité n'est jamais très grande, et l'instrument servira à mesurer les potentiels élevés.

» En choisissant convenablement l'épaisseur des lames, on peut obtenir des instruments donnant, à $0^{volt},5$ près, des potentiels compris entre 0 et 600 volts; on peut en construire d'autres donnant, à 20 volts près, des potentiels de plusieurs milliers de volts.

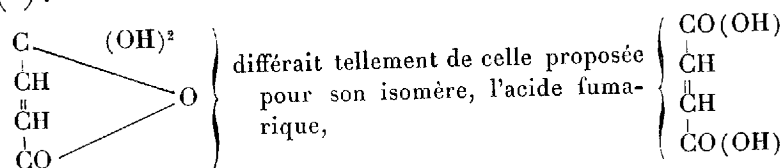
» C'est au talent de M. Werlein que nous devons la construction extrêmement remarquable des bilames de quartz (¹). »

THERMOCHIMIE. — *Détermination des chaleurs de combustion des acides isomères correspondant aux formules* $C^4H^4O^4$ *et* $C^5H^6O^4$. Note de M. **W. Louguinine**, présentée par M. Berthelot.

« Les formules de constitution des acides fumarique et maléique, ainsi que celles des acides mésaconique, citraconique et itaconique, ont été le sujet de fréquentes discussions parmi les chimistes modernes : en se basant sur des considérations purement chimiques, on a proposé pour ces acides diverses formules, sans qu'aucune d'elles pût être regardée comme définitive.

» J'ai cru que la détermination des chaleurs de combustion de ces acides pouvait présenter de l'intérêt comme moyen d'éclairer jusqu'à un certain point ces questions encore obscures.

» Quoique les déterminations, faites à l'aide de la méthode de combustion dans un courant d'oxygène à pression atmosphérique, aient amené à la conclusion générale, qu'il n'y a pas de différence appréciable entre les chaleurs de combustion des isomères ayant une même fonction chimique, néanmoins, parmi les diverses formules proposées, celle de l'acide maléique (²) :



différait tellement de celle proposée pour son isomère, l'acide fumarique,

CO(OH)
CH
CH
CO(OH)

(¹) Le mode de lecture avec aiguille, micromètre et microscope, pourrait être utilisé avec avantage dans d'autres instruments apériodiques. Comparé à l'emploi des échelles à réflexion, ce mode de lecture est plus sensible, l'instrument occupe moins de place et il est toujours prêt à fonctionner sans installation.

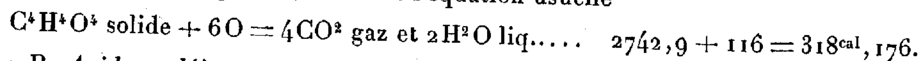
(²) Roser, *Annales de Chimie et de Pharmacie Liebig*, CCXXᵉ Vol., p. 270; CCXLᵉ Vol., p. 133.

que l'on pouvait croire que cette différence de structure, si elle correspondait à quelque réalité, se manifesterait par une différence appréciable entre les chaleurs de combustion des deux acides.

» On pouvait également espérer arriver à déterminer lequel des deux acides, fumarique ou maléique, est l'homologue inférieur de l'un des trois acides du groupe $C^5H^6O^4$, ce qui, la structure de l'un des acides étant connue, permettait de déterminer celle de son homologue. Ce sont ces considérations qui m'ont amené à entreprendre l'étude des chaleurs de combustion de ces deux groupes d'acide.

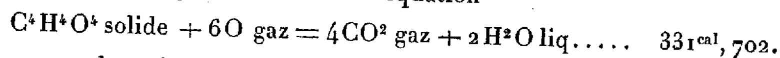
» Les chaleurs de combustion ont été déterminées à l'aide de la bombe calorimétrique de M. Berthelot. La seule modification que j'y ai apportée consiste dans l'adaptation d'un petit cylindre de platine à fond plat, ouvert du côté du couvercle et fermé par en bas du côté de l'intérieur de la bombe; le cylindre est fixé sur la tige qui forme le prolongement de l'isolateur. Ce cylindre ne touche pas au couvercle de la bombe et garantit le vernis de l'isolateur contre l'effet de la combustion. L'isolateur ainsi protégé me sert indéfiniment. Les substances étudiées ont été obtenues de la maison Kahlbaum, de Berlin; elles ont été purifiées et analysées dans mon laboratoire.

» A. *Acide fumarique.* — 1^{gr} de cette substance dégage, dans sa combustion, $2742^{cal},9$ (moyennes de cinq expériences dont les extrêmes diffèrent de $\frac{1}{3}$ pour 100 à peu près) et 1^{mol} en grammes suivant l'équation usuelle



$$C^4H^4O^4 \text{ solide} + 6O = 4CO^2 \text{ gaz et } 2H^2O \text{ liq.} \ldots \quad 2742,9 + 116 = 318^{cal},176.$$

» B. *Acide maléique.* — Dans la combustion de 1^{gr} de substance, il est dégagé $2859^{cal},5$ (moyenne de sept expériences dont les extrêmes diffèrent de 0,5 pour 100, ce qui donne pour 1^{mol} en grammes suivant l'équation



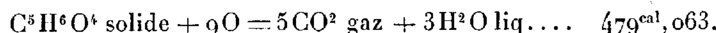
$$C^4H^4O^4 \text{ solide} + 6O \text{ gaz} = 4CO^2 \text{ gaz} + 2H^2O \text{ liq.} \ldots \quad 331^{cal},702.$$

» Comme on le voit, la différence entre les chaleurs de combustion des acides fumarique et maléique est considérable, à peu près 4 pour 100 de la chaleur de combustion de l'acide maléique. Une telle différence entre substances isomères de même fonction chimique fait supposer une différence profonde entre les structures de ces deux acides.

» C. *Acide mésaconique.* — Cette substance a été étudiée à deux reprises différentes :

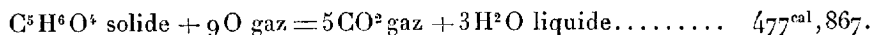
		cal
Première série. —	1^{gr} de substance dégage dans sa combustion (Moyenne de cinq expériences dont les extrêmes diffèrent de 0,7 pour 100)........................	3689,3
Deuxième série. —	Moyenne de sept expériences dont les extrêmes diffèrent de 0,7 pour 100........................	3680,9
	Moyenne définitive........................	3685,1

et 1^{mol} en grammes suivant l'équation



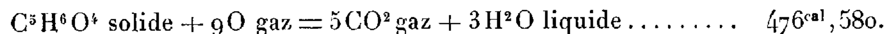
$$C^5H^6O^4 \text{ solide} + 9O = 5CO^2 \text{ gaz} + 3H^2O \text{ liq} \dots\dots \quad 479^{cal},063.$$

» D. *Acide citraconique.* — Dans la combustion de 1^{gr} de cette substance (moyenne de huit expériences dont les extrêmes diffèrent de 0,7 pour 100), il est dégagé $3697^{cal}5,9$ et dans la combustion de 1^{mol} en grammes suivant l'équation



$$C^5H^6O^4 \text{ solide} + 9O \text{ gaz} = 5CO^2 \text{ gaz} + 3H^2O \text{ liquide} \dots\dots\dots \quad 477^{cal},867.$$

» E. *Acide itaconique.* — Dans la combustion de 1^{gr} de cette substance (moyenne de sept expériences dont les extrêmes diffèrent de 0,6 pour 100, il est dégagé 3666^{cal} et dans la combustion de 1^{mol} en grammes suivant l'équation



$$C^5H^6O^4 \text{ solide} + 9O \text{ gaz} = 5CO^2 \text{ gaz} + 3H^2O \text{ liquide} \dots\dots\dots \quad 476^{cal},580.$$

» Comme on le voit, les chaleurs de combustion des trois acides isomères de la formule $C^5H^6O^4$ ne diffèrent que fort peu entre elles; la différence entre la chaleur de combustion des acides mésaconique et citraconique est 0,25 pour 100 de la chaleur de combustion de l'acide mésaconique et celle entre ce dernier et l'acide citraconique est 0,52 pour 100 de la chaleur de combustion de l'acide mésaconique; enfin la différence entre la chaleur de combustion des acides citraconique et itaconique est 0,27 pour 100 du nombre correspondant à l'acide citraconique; ces différences sont très inférieures à celles trouvées entre l'acide maléique et fumarique, ce qui nous amène à la conclusion que les formules des trois acides $C^5H^6O^4$ sont bien plus rapprochées entre elles que celles des acides maléique et fumarique.

» Ces expériences permettent de préciser lequel des deux acides $C^4H^4O^4$ est l'homologue inférieur de l'un des trois acides de la formule $C^5H^6O^4$.

» Il est évident que ce ne peut être que l'acide fumarique qui présente avec les trois acides mésaconique, citraconique et itaconique des différences qui sont respectivement $160^{cal},887$, $159^{cal},691$, $158^{cal},404$.

» Il semblerait que c'est l'acide itaconique qui devrait être l'homologue supérieur de l'acide fumarique; néanmoins les différences entre les chaleurs de combustion de ces trois acides sont trop petites pour qu'une affirmation positive soit possible à ce sujet.

» Les conclusions que je crois pouvoir tirer de ces expériences sont :

» 1° La constitution des acides fumarique et maléique doit être fort différente.

» 2° C'est l'acide fumarique qui est l'homologue inférieur de l'un des trois acides $C^5H^6O^4$.

» 3° Les formules correspondant aux trois acides $C^5H^6O^4$ doivent être fort rapprochées entre elles.

» La différence dans ce cas doit être d'un tout autre ordre que celle entre les formules correspondant aux acides fumarique et maléique. »

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur la formation des hydrates de gaz*. Note de M. **Bakhuis Roozeboom**, présentée par M. Friedel.

« MM. de Forcrand et Villard ont publié récemment deux Notes sur la formation des hydrates de gaz ([1]). En étudiant la formation des hydrates de l'hydrogène sulfuré et du chlorure de méthyle, ils ont trouvé que, lorsque la solution de ces deux corps prend l'état solide, elle absorbe encore une quantité considérable de gaz.

» Ils croient avoir démontré par ces expériences que la formation des hydrates de gaz ne suit pas la loi, énoncée par M. Wroblewski, que « l'eau ne peut se convertir en hydrate par compression que lorsqu'elle » tient en dissolution la quantité de gaz correspondant à la composition » de cet hydrate ».

» Je suis d'accord avec MM. de Forcrand et Villard sur l'interprétation de leurs résultats; mais je ne puis accepter que le problème de la formation des hydrates de gaz dans leurs dissolutions fût encore à résoudre. Je n'ai pas seulement, comme l'admettent les auteurs (p. 940), critiqué le caractère d'évidence que M. Wroblewski avait attribué à la loi ([2]), mais j'ai démontré dans une série de Mémoires ([3]) que les hydrates de SO^2, Cl^2, Br^2, HCl et HBr peuvent tous exister au sein de solutions moins riches en gaz, et qui ne se transforment en hydrate qu'en absorbant une nouvelle quantité du gaz.

» J'ai étudié l'influence de la température sur la concentration de ces dissolutions, et j'ai démontré que, pour certains de ces corps (HCl, $2H^2O$ et HBr, $2H^2O$), il existe une température à laquelle cette dissolution acquiert la même composition que l'hydrate ; de sorte que, dans ce cas, la règle de M. Wroblewski se trouve confirmée.

» Cependant quelques-uns de ces hydrates (HCl, $2H^2O$, HBr, $2H^2O$) peuvent également exister au sein d'une dissolution qui contient plus de gaz, et qui ne se transforme en hydrate qu'en diminuant la quantité de gaz absorbée par une détente.

» Une discussion des faits observés au point de vue de la Thermodyna-

---

([1]) *Comptes rendus*, t. CVI, p. 849 et 939.

([2]) *Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas*, t. III, p. 47; 1884.

([3]) *Recueil*, t. III, IV, V, VI.

mique a ensuite donné ce résultat, qu'en général chaque hydrate de gaz pourrait exister dans des solutions de concentrations plus ou moins grandes que celle de l'hydrate lui-même.

» Si pour un certain hydrate ces dissolutions ne peuvent être obtenues, c'est que la dissolution, avant d'atteindre le degré de concentration voulu, se sépare en deuxcouches, formées l'une par la dissolution aqueuse, l'autre par le gaz liquéfié saturé d'eau. Dès ce moment, la forme d'équilibre s'est entièrement modifiée. J'ai étudié le premier la loi de l'équilibre dans ces circonstances.

» Il s'agit donc seulement, pour l'hydrate de l'hydrogène sulfuré et pour chaque hydrate nouveau, de la détermination des valeurs numériques correspondant à l'équilibre; mais les lois générales ne sont plus inconnues.

» Au-dessous de 0°, M. de Forcrand trouve que la présence de la glace amène des perturbations dont il est difficile de tenir compte. Encore ici, j'ai à renvoyer aux expériences de M. Le Châtelier [1] et aux miennes [2], qui ont relevé la signification du nouvel état d'équilibre entre l'hydrate, la glace et le gaz, qu'on rencontre au-dessous du point de congélation de la dissolution qui existe auprès de l'hydrate.

» J'ai récemment envisagé tous les changements qui se produisent dans un système en équilibre par le remplacement d'une phase par une autre, à un point de vue général, dans un Mémoire *Sur les points triples et multiples* [3]. »

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Sur la combustion lente de certaines matières organiques*. Note de M. **Th. Schlœsing**, présentée par M. Schlœsing.

« Bien des substances organiques, feuilles, herbe, foin, fumier, etc., s'échauffent lorsqu'elles sont accumulées en masses perméables à l'air, et atteignent en peu de temps des températures relativement élevées. Les découvertes de M. Pasteur conduisent à penser que le départ de tels phénomènes est dû à l'action de micro-organismes faisant subir à la matière organique une active combustion. Mais la température s'élève sou-

---

(1) *Comptes rendus*, 15 décembre 1884.
(2) *Recueil*, t. IV, p. 65.
(3) *Recueil*, t. VI, p. 304.

vent à 60°; à 80°, il arrive même que les matières prennent feu. Évidemment, l'influence des ferments organisés, si elle s'est fait d'abord sentir, a cessé alors depuis longtemps. Une combustion purement chimique a remplacé une action microbiologique.

» La substitution a pu d'ailleurs s'accomplir d'une manière presque insaisissable. A partir d'un certain moment, l'action première s'est affaiblie jusqu'à s'annuler, tandis que la combustion purement chimique croissait peu à peu. La transition s'est faite sans que la résultante des deux phénomènes ait éprouvé de variation brusque et manifeste.

» La vraisemblance de ces idées m'a déterminé à faire des expériences pour les vérifier et les préciser. C'est sur le tabac qu'ont porté ces premières recherches. Dans la fabrication de la poudre à priser, le tabac, après addition d'eau salée et hachage grossier, est accumulé en masses considérables qu'on aère et abandonne en cet état pendant plusieurs mois. La température s'élève normalement à 80°; elle irait fort au delà, si l'on n'y prenait garde. Voilà bien un exemple des phénomènes signalés plus haut.

» I. Deux lots égaux, de $3^{kg},9$ chacun, d'un même tabac pris à l'entrée aux masses, dont l'un a été stérilisé dans une étuve à 120° et demeure ensuite préservé de toute introduction de germes, sont maintenus à une température invariable de 40°,3. On y fait passer d'une manière continue des volumes d'air égaux entre eux (4^{lit} en moyenne par vingt-quatre heures); l'atmosphère intérieure reste toujours franchement oxygénée. Pour mesurer la combustion produite, on détermine très fréquemment le taux pour 100 d'acide carbonique dans les gaz sortants [1].

» On observe que, dans le lot non stérilisé, ce taux croît fortement, atteint un maximum, 12,2 pour 100, puis diminue peu à peu et tombe, après cinq mois, à 4 pour 100. Dans le lot stérilisé, le taux reste constamment voisin du chiffre moyen 2,6; il oscille irrégulièrement entre 2 et 2,8. La production d'acide carbonique a été trois à quatre fois plus grande dans le lot non stérilisé que dans l'autre. En outre, elle a offert dans le premier les périodes d'augmentation et de décroissance observées fréquemment dans les phénomènes micro-biologiques, tandis qu'elle a montré dans le second la constance des actions chimiques s'accomplissant dans des conditions invariables.

» II. Deux lots de ($2^{kg},3$ chacun) sont stérilisés ensemble à l'étuve; puis

(1) Je n'ai jamais trouvé d'hydrocarbure dans ces gaz.

l'un d'eux est ensemencé avec une très petite quantité de tabac qu'on lui a intimement mêlée : leur température est maintenue à 39°,6. Le lot non ensemencé fournit constamment un taux d'acide carbonique très faible, compris entre 0,8 et 1,5 pour 100 (il passe plus d'air que dans l'expérience I, 11^{lit} en vingt-quatre heures). Dans l'autre lot, la production d'acide carbonique croît lentement : ce qui s'explique par cette circonstance que les ferments étaient beaucoup moins bien répartis que dans le lot non stérilisé de la première expérience. Elle venait de dépasser 4,4 pour 100, quand, après trois mois et demi, l'expérience a été interrompue : à la fin elle était cinq fois plus grande que celle du lot non ensemencé.

» III. La température invariable est de 70°. On opère sur trois lots : un non stérilisé, un autre stérilisé et ensemencé comme plus haut; un troisième stérilisé et non ensemencé (poids de chaque lot, 2^{kg},5; volume d'air par vingt-quatre heures, 5^{lit}).

» Dans les trois lots, un même taux d'acide carbonique s'établit dès le début, 15 pour 100, et demeure constant jusqu'à la fin de l'expérience, qui a duré six semaines. Donc, à 70°, l'action des ferments ne se fait plus sentir; la combustion est le résultat d'actions purement chimiques.

» IV. Deux lots, l'un stérilisé et non ensemencé, l'autre stérilisé, puis ensemencé, étaient, depuis un certain temps, maintenus à 40°, dans les conditions de l'expérience II; le second donnait alors cinq fois plus d'acide carbonique, 6,25 pour 100, que le premier, 1,25 pour 100. On les porte simultanément à 50° : très rapidement le taux d'acide carbonique diminue de moitié dans le second et fait un peu plus que doubler dans le premier; les deux taux deviennent et restent égaux.

» La température de 50° a fait cesser l'action des ferments dans le lot ensemencé : les deux lots n'éprouvent plus que la combustion purement chimique correspondant à la température de 50°; cette combustion est très notablement plus énergique à 50° qu'à 40°.

» V. Quatre lots identiques (10^{kg} chacun) sont disposés dans une même grande caisse pleine de sciure de bois, de manière à être le mieux possible protégés contre l'influence de la température extérieure :

1° Dans les lots 1 et 2, on fait passer de l'air ordinaire; dans les lots 3 et 4, de l'air chargé de vapeurs de chloroforme (55^{lit} par vingt-quatre heures); on prend journellement la température au centre de chaque lot, et l'on dose l'acide carbonique dans les gaz sortants.

» Pour 1 et 2, la température s'élève, en vingt jours, de 22° à 28°, après quoi elle commence à s'abaisser lentement; pour 3 et 4, elle oscille à peine,

dans le même temps, de $0^\circ,5$ de part et d'autre de 22°, suivant les variations de la température extérieure. Malgré les précautions prises contre le refroidissement, les lots 1 et 2 n'ont pu dépasser 28°; nul doute qu'ils eussent continué à s'échauffer si leur poids eût été plus considérable (en fabrication, les masses pèsent $40\,000^{kg}$).

» 2° On continue l'expérience en donnant à 1 de l'air avec chloroforme et à 3 de l'air ordinaire : on ne change rien pour les deux autres lots. Aussitôt, la température de 1 s'abaisse et rejoint celles de 3 et 4; celle de 3 ne s'élève pas : c'est que les ferments sont tués dans ce lot ou pour longtemps anesthésiés; celle de 2 continue à décroître lentement, mais reste notablement supérieure aux trois autres.

» Les dosages d'acide carbonique fournissent des indications de tout point conformes aux observations thermométriques.

» *Conclusions*. — Ainsi qu'il était extrêmement probable *a priori*, la combustion qu'éprouve le tabac accumulé en masses aérées commence sous l'influence d'organismes vivants.

» Cette influence cesse entre 40° et 50° et fait place à une combustion purement chimique. Déjà très sensible à 40°, celle-ci croît rapidement avec la température.

» Je me propose d'entreprendre des études semblables sur d'autres matières organiques, le fumier spécialement. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la recherche des impuretés dans les alcools.* Note de M. **X. Rocques**, présentée par M. Troost.

« Parmi les procédés qui servent à déceler les impuretés dans les alcools, l'un des seuls qui soit à peu près général, en ce sens qu'il indique les impuretés de quelque nature qu'elles soient, est le procédé à l'acide sulfurique, indiqué par M. Savalle il y a plusieurs années. Ce procédé nous a toujours donné d'utiles indications, tant dans l'essai des alcools d'industrie que dans l'analyse des alcools employés dans l'alimentation; aussi suivons-nous avec le plus grand intérêt les modifications qu'on lui fait subir. Une d'elles vient d'être proposée par M. Godefroy (*Comptes rendus*, 3 avril 1888). Elle consiste à faire dissoudre dans l'alcool à essayer une goutte de benzine pure avant d'ajouter l'acide sulfurique. Dans le procédé de M. Godefroy, il suffit, pour caractériser les produits de tête (aldéhydes), d'ajouter l'acide sulfurique à l'alcool additionné d'une goutte de benzine pure, et de laisser

agir sans chauffer. Pour les produits de queue (alcools supérieurs), on chauffe comme dans l'essai Savalle.

» Pour nous rendre compte des différences obtenues avec le procédé Savalle et la modification de M. Godefroy, nous avons fait des essais comparatifs. La benzine que nous avons employée avait été purifiée par cristallisation, puis par agitations avec de l'acide sulfurique, suivies de lavages à l'eau. Voici ce que nous avons observé :

» 1° *Produits de tête*. — Nous avons pris une solution au $\frac{1}{1000}$ d'aldéhyde éthylique dans de l'alcool pur à 97°. 10cc de cet alcool, mélangés à 10cc d'acide sulfurique monohydraté pur, ont donné : sans chauffer, 7° Savalle. Voici ce qu'on a obtenu dans les mêmes conditions avec diverses benzines :

Alcool à $\frac{1}{1000}$ d'aldéhyde

+ 2 gouttes de benzine pure (n° 1) + SO^4H^2	9°	Savalle
+ 2 gouttes de benzine pure (n° 2) + SO^4H^2	8°,5	»
+ 2 gouttes de benzine pure du commerce (n° 3) + SO^4H^2 ..	50°	» env.
+ 2 gouttes de benzine pure du commerce (n° 4) + SO^4H^2 .	40°	»

» Il n'y a sensiblement aucune différence entre les résultats obtenus avec les deux premiers échantillons de benzine et l'essai Savalle. Donc la benzine *pure* est sans action et n'améliore pas d'une façon sensible l'essai Savalle. Il n'en est pas de même pour les benzines 3 et 4 qui n'ont pas été purifiées sur l'acide sulfurique. Ces benzines se colorent un peu sur cet acide et donnent, quand on fait l'essai de M. Godefroy avec de l'alcool pur :

Alcool pur

+ 2 gouttes de benzine pure du commerce (n° 3) + SO^4H^2 ...	7°	Savalle.
+ 2 gouttes de benzine pure du commerce (n° 4) + SO^4H^2 ...	9°	»

» L'accroissement très notable de l'intensité de la couleur n'est donc pas dû uniquement à la coloration donnée par la benzine seule; car on aurait alors $(7+7) = 14°$ et $(7+9) = 16°$, tandis qu'on a 50° et 40°. Il est probable qu'une impureté contenue dans la benzine agit ici sur l'aldéhyde en présence de l'acide sulfurique.

2° *Produits de queue*. — Comme type de produits de queue (alcools supérieurs) nous avons pris l'alcool amylique. Une solution d'alcool amylique au $\frac{1}{1000}$ dans de l'alcool pur à 97° donne 7° Savalle. Voici ce que donnent diverses benzines :

Alcool à $\frac{1}{1000}$ d'amylique

+ 2 gouttes de benzine pure (n° 1) + SO^4H^2	7°	Savalle
+ 2 gouttes de benzine pure (n° 2) + SO^4H^2	7°,5	»
+ 2 gouttes de benzine pure du commerce (n° 3) + SO^4H^2 ...	14°	»
+ 2 gouttes de benzine pure du commerce (n° 4) + SO^4H^2 ...	13°	»

» On voit que, dans ce cas, la benzine *pure* n'agit absolument pas et que la benzine impure donne une coloration plus intense, mais qui est simplement la somme des intensités données séparément par l'essai Savalle et par la benzine dans l'alcool pur. En résumé, nous tirons de ces expériences les conclusions suivantes :

» 1° La benzine *pure* n'agit pas et ne change en rien l'essai Savalle.

» 2° Avec de la benzine impure (benzine pure du commerce), on exalte la réaction donnée par les aldéhydes. Ce fait serait précieux s'il s'appliquait aux alcools supérieurs, que nous n'avons aucun moyen de caractériser facilement. Il est moins intéressant pour les aldéhydes, que nous retrouvons et que nous dosons même dans une certaine limite au moyen du bisulfite de rosaniline.

» 3° Quand on se trouve en présence d'aldéhydes, il n'est pas plus possible de caractériser les alcools supérieurs par le procédé de M. Godefroy que par celui de Savalle. Les aldéhydes, par leur coloration intense, masquent absolument la réaction de ces derniers.

» 4° Quand il n'y a pas d'aldéhydes, ce procédé n'est pas plus sensible que celui de Savalle pour caractériser les alcools supérieurs (¹). »

ZOOLOGIE. — *Sur les gemmules de quelques Silicisponges marines.* Note de M. E. Topsent, adressée par M. de Lacaze-Duthiers.

« De même que chez les Spongilles, la multiplication à l'aide de gemmules s'observe, en plus de la reproduction par voie sexuelle, chez plusieurs Éponges siliceuses communes sur nos côtes de la Manche et appartenant à des familles différentes : *Chalina oculata, Chalina gracilenta, Cliona vastifica, Suberites ficus.*

» Les germes asexués qui prennent naissance dans les parties profondes de ces divers Spongiaires sont composés essentiellement : 1° d'éléments d'assez grande taille, assombris par une forte accumulation dans leur protoplasma de gros granules brillants qui cachent le noyau cellulaire; 2° d'une enveloppe de kératode.

» Dans aucune des espèces marines dont il s'agit ici, les gemmules n'atteignent le degré de complication de celles des Spongilles : leur enveloppe n'est pas percée d'un *foramen* et les spicules dont elle est souvent armée ne sont pas spéciaux.

(¹) Ce travail a été fait au Laboratoire municipal.

» Les gemmules de la *Chalina oculata* sont cependant encore assez compliquées. Elles se développent, en nombre restreint (une trentaine au plus), dans la région inférieure du pédicelle dur et sans vie apparente de cette Éponge branchue. Attachées aux fibres jaunâtres du squelette, elles se montrent comme des corps ovoïdes, d'un blanc laiteux, trois ou quatre fois plus gros que les gemmules de la *Spongilla fluviatilis* par exemple. Leur enveloppe kératodique est soutenue dans toute son étendue par des spicules acérés disposés parallèlement entre eux; en outre, quelques fibrilles cornées contenant aussi des spicules s'entre-croisent au milieu de la masse cellulaire interne.

» Bowerbank avait, sans s'en douter, découvert ces gemmules sur un très court tronçon de pédicelle qu'il prit pour une Éponge nouvelle (îles Shetland) et qu'il nomma *Diplodemia vesicula*. A la description de cette espèce et de ses *ovaires*, O. Schmidt, en 1870, croyait bien reconnaître un fragment ou une forme jeune d'une Chalinée. Aujourd'hui il ne paraît pas douteux que l'unique *Diplodemia* connue ne soit le pied brisé d'une *Chalina oculata*.

» La *Chalina gracilenta*, elle, s'étale sur les pierres et les coquilles, et ses gemmules, en nombre toujours considérable, s'organisent immédiatement contre son support : elles sont arrondies, blanchâtres et ne mesurent pour la plupart guère plus de $0^{mm},25$ de diamètre; on les trouve disséminées ou pressées les unes contre les autres, et, dans ce dernier cas, l'enveloppe de chacune d'elles demeure indépendante de celle de ses voisines; ici encore la coque est armée de spicules, mais aucune production squelettique ne traverse la cavité du corpuscule : ses faibles dimensions ne nécessitent nullement la formation d'une charpente interne.

» C'est encore au contact du support, c'est-à-dire adhérentes aux parois des galeries de perforation, que se développent les gemmules de la *Cliona vastifica*. Elles varient beaucoup de forme et de dimensions, mais elles se distinguent au premier abord à la couleur rouge vif de leurs cellules. Elles n'ont qu'une enveloppe incomplète les séparant de la masse spongieuse; le calcaire, criblé de fossettes sur lesquelles elles se moulent, les protège d'autre part. La coque ne contient pas de spicules dans son épaisseur, mais d'ordinaire elle est doublée d'une couche de ces organites orientés tangentiellement à la masse et parallèlement entre eux ; généralement aussi, quelques spicules se rencontrent épars dans l'amas cellulaire interne. Les trois sortes de spicules de l'Éponge peuvent être réunies dans ces diverses positions, ou bien l'une quelconque d'entre elles s'y trouve

à l'exclusion des autres. Plus rarement, les gemmules sont absolument dépourvues de spicules.

» Enfin, ce que Carter appelait *the ovigerous layer of Suberites domuncula* désigne avec la dernière évidence une couche de véritables gemmules. On sait pour quelle part l'auteur anglais a contribué à faire connaître les gemmules des Spongilles, et pourtant il n'est pas fait dans sa Note (*Ann. and Mag. nat. Hist.*, 1883) la moindre allusion à ces germes asexués.

» Les gemmules de *Suberites domuncula* (Méditerranée) et celles de son proche parent *S. ficus* (Manche) ont même structure et occupent même position. Elles sont réduites aux éléments essentiels : une coque et des cellules. Toujours juxtaposées, elles revêtent d'une couche continue la coquille ou la pierre sur laquelle l'Éponge est fixée.

» Carter décrivait fort bien ces corps reproducteurs; mais, ayant remarqué que leur coque s'amincit au contact du support, il les considérait comme des œufs incapables de se développer jusqu'au jour où, ce support se trouvant détruit, il devient possible à l'embryon de se frayer passage à travers la portion mince de son enveloppe. Il est vrai que, d'après son dire, il n'avait observé notre *Suberites ficus* que les 6 janvier 1870 et 4 septembre 1877, à des époques où les gemmules au repos lui apparaissaient comme « des œufs tous au même stade de leur développement » ; or ces germes se forment à la fin de l'été et émettent leur contenu au printemps par déchirure de leur coque, et, si Carter avait eu occasion d'examiner des *Suberites* en mai ou juin, il aurait vu les coques en place, mais vides et déchirées du côté de leur convexité.

» Jusqu'à présent, la *Cliona vastifica* est la seule Éponge connue dont les gemmules n'arrivent pas à maturité toutes au printemps : on peut en trouver toute l'année dans ses lobes, même pendant que s'effectue la reproduction par voie sexuelle. »

ANATOMIE. — *Recherches anatomiques sur la distribution de l'artère spermatique chez l'homme.* Note de M. **Bimar**, présentée par M. Larrey.

« D'après la plupart des anatomistes, l'artère spermatique fournit au testicule, par sa branche testiculaire, deux ordres de rameaux :

» 1° Les uns, *superficiels* ou *périphériques*, s'appliquent sur la face interne de l'albuginée, après avoir traversé cette membrane, et se divisent en ramuscules qui s'enfoncent dans le tissu propre de la glande, en suivant les cloisons interlobulaires;

» 2° Les autres, *centraux* ou *profonds*, traversent le corps d'Highmore et rayonnent de ce point vers la face interne de l'albuginée. Les uns et les autres vont se terminer par leurs dernières ramifications sur les parois des conduits séminifères.

» Les recherches auxquelles je me suis livré sur ce point d'Anatomie m'ont permis de constater des dispositions qui diffèrent, sous certains rapports, de celles que je viens de rappeler.

» En faisant macérer pendant longtemps, un mois au moins, dans la glycérine blanche des testicules bien injectés et dont l'albuginée avait été incisée sur plusieurs points, j'ai obtenu un ramollissement de cette tunique fibreuse et un durcissement assez marqué de la pulpe testiculaire. J'ai pu alors décortiquer facilement la glande et suivre dans son intérieur, par une simple dissociation, les plus fins ramuscules artériels. J'ai constaté, sur ces préparations, que la plupart des rameaux superficiels, après avoir pénétré dans le tissu propre du testicule, se dirigent vers le corps d'Highmore, puis s'incurvent et reviennent vers la périphérie de la glande, décrivant ainsi des arcades dont la première branche est *convergente* ou *centripète*, tandis que l'autre est *divergente* ou *centrifuge*. De ces arcades partent de nombreux ramuscules destinés aux lobules.

» Quant aux rameaux centraux ou profonds, je les ai cherchés, pour ainsi dire, en vain, en disséquant avec le plus grand soin le corps d'Highmore, gonflé et rendu presque transparent par l'action de la glycérine. Je n'ai pu trouver que quelques ramuscules très rares et très grêles qui traversaient le corps d'Highmore et se perdaient immédiatement dans la pulpe testiculaire.

» Le procédé que je viens d'indiquer, et qui permet de suivre les rameaux artériels dans toute leur longueur, me paraît préférable à celui qui consiste à étudier ces vaisseaux sur des coupes du testicule. En effet, en sectionnant cet organe, on coupe fatalement les arcades artérielles et on s'expose, par suite, à prendre la portion divergente de ces arcades et les rameaux qu'elles émettent pour des rameaux profonds, fournis directement par l'artère spermatique, au niveau du corps d'Highmore.

» C'est probablement par suite d'une pareille confusion que certains anatomistes, fort recommandables du reste, ont considéré ces rameaux profonds comme très nombreux, tandis que, pour moi, ils seraient en quelque sorte exceptionnels.

» En résumé, je crois pouvoir tirer de mes recherches les conclusions suivantes :

» L'artère spermatique de l'homme ne se distribue au testicule qu'après s'être divisée dans l'épaisseur de l'albuginée et à la face interne de cette membrane; ses ramuscules pénètrent dans la substance glandulaire par les différents points de sa surface et décrivent dans son intérieur des arcades à convexité tournée vers le corps d'Highmore, d'où partent des ramifications destinées aux lobules.

» Ce mode de distribution est analogue à celui que l'on observe chez la plupart des Mammifères, et en particulier chez les Ruminants, ainsi que me l'ont montré les recherches dont j'ai eu l'honneur de communiquer les résultats à l'Académie en janvier 1888 (1). »

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Contribution à l'étude des bactériens dans les tumeurs*. Note de M. **Nepveu**, présentée par M. Verneuil (2).

« Conclusions. — Il est possible qu'on arrive un jour à démontrer l'existence d'un bacille du cancer; mais, en présence des contradictions et des incertitudes des expérimentateurs, il m'a semblé utile d'étudier au préalable quelques-unes des conditions dans lesquelles les bactéries peuvent apparaître dans les tumeurs.

» Je les ai observées dans les tumeurs ulcérées spontanément ou à la suite d'un trauma; les liquides des cavités dans lesquels elles baignent parfois sont le plus souvent le lieu d'origine de ces bactéries; les lésions inflammatoires, spontanées ou provoquées, des téguments qui les revêtent joueraient le même rôle.

» Les lésions antérieures au néoplasme (eczéma, abcès, inflammations diverses) réalisent des conditions analogues, par l'introduction des microbes et leur incarcération consécutive dans certains tissus.

» L'irritation lente et prolongée que produit ainsi leur long séjour dans les parenchymes glandulaires pourrait être une des causes de la production ultérieure des néoplasmes.

» Il est probable que des bactériens d'origine externe ou contenus dans le sang trouvent, dans certains foyers néoplasiques où les éléments

(1) *Recherches sur la distribution des vaisseaux spermatiques chez divers Mammifères.*

(2) Le travail complet sera publié dans la *Gazette hebdomadaire* du présent mois de mai.

cellulaires sont très abondants, un lieu de culture favorable. Les bactériens, en s'y fixant, y activent le ramollissement et la destruction du tissu morbide.

» Il y aurait lieu de rechercher les microbes, non seulement dans les néoplasmes ramollis, mais encore dans ceux qui sont le siège de ces hyperplasies rapides avec élévation de température locale signalées par Estlander et M. Verneuil. »

M. **Verneuil**, en présentant la Note de M. *Nepveu*, ajoute les remarques suivantes :

« Le rôle que les microbes jouent dans un grand nombre de maladies locales ou générales a fait naître l'idée qu'ils pourraient intervenir dans l'étiologie ou la pathogénie des néoplasmes en général et du cancer en particulier.

» Cette hypothèse a paru recevoir un commencement de confirmation par la découverte de microbes pathogènes et spécifiques dans certains néoplasmes, l'actinomycose et divers papillomes par exemple, et par la constatation plusieurs fois faite de microcoques, diplocoques ou microbactéries dans le tissu même des tumeurs épithéliales ou carcinomateuses.

» Malheureusement, les résultats ne sont point constants, et ce que les uns ont vu est nié par les autres, de sorte qu'à l'heure actuelle l'origine microbienne du cancer ne saurait être absolument ni admise, ni repoussée. Les observations positives elles-mêmes ne sont pas concluantes, car elles peuvent recevoir différentes explications.

» Ces hésitations de la science donnent un réel intérêt aux recherches que mon élève et ami le Dr Nepveu a commencées dans mon service en 1884, comme l'atteste un texte écrit et publié (¹) et qu'il a poursuivies depuis cette époque avec persévérance. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Quel est le sens des courants verticaux au centre des cyclones?* Note du P. **Marc Dechevrens**, présentée par M. C. Wolf. (Extrait.)

« J'ai fait construire un anémomètre de rotation, qui mesure directement la composante verticale du vent, en substituant aux quatre coupes

(¹) *Gazette hebdomadaire de Médecine et de Chirurgie*, p. 5; 1884.

hémisphériques du moulinet de Robinson quatre plaques plus longues que larges, inclinées de 45° sur leur plan commun.

» Zi-Ka-Wei, en Chine, où les observations ont été faites, est situé par 31°12′ de latitude nord, à une dizaine de lieues de la mer, au milieu d'une immense plaine sans la plus légère ondulation de terrain; la tour de l'observatoire, haute de 34^m, est un échafaudage formé de quatre immenses poutres en sapin de Californie, réunies par des traverses en croix; elle a 10^m de côté à la base et 3^m au sommet. Au centre de la plateforme terminale se dresse une mince colonne de fonte haute de 7^m (anémomètre-Beckley), qui porte le moulinet à palettes inclinées. Ce moulinet a $1^m,60$ de diamètre et les quatre palettes sont des plaques de tôle de $0^m,55$ de longueur sur $0^m,18$ de largeur inclinées de 45° sur leur plan commun. Sa grande sensibilité tient à son mode de suspension sur des billes de bronze; il exécute 200 révolutions par kilomètre de vent le frappant normalement à son plan.

» Distinguant les révolutions du clino-anémomètre en *positives* correspondant à un mouvement ascendant de l'air, et en *négatives*, mouvement descendant, je puis dire qu'elles étaient invariablement positives tant que, à l'approche d'une dépression, le baromètre était en baisse; à partir de l'instant du minimum de pression, la composante verticale s'affaiblissait rapidement et de fréquentes révolutions négatives se mêlaient aux positives.

» Dans les six mois froids de l'année 1886, janvier à mars, octobre à décembre, une trentaine de dépressions atmosphériques ont signalé leur passage non loin de Zi-Ka-Wei par une baisse du baromètre; plusieurs d'entre elles, en venant de l'intérieur de l'Asie, ont gagné la mer soit à notre latitude, soit un peu plus bas. Ces dépressions asiatiques sont moins importantes que celles qui abordent l'Europe après avoir traversé l'Atlantique; elles ne sont que de simples accidents au sein des fortes pressions qui écrasent en hiver toutes ces contrées orientales; cependant des variations du thermomètre et du clino-anémomètre ont toujours accompagné les plus rapprochées d'entre elles.

» On sait que les fortes pressions d'hiver en Asie font partie d'une variation régulière et considérable qui embrasse toute l'année et dépend du système des moussons propres aux côtes méridionales et orientales de ce vaste continent. Le baromètre, à son plus haut point en janvier ($770^{mm},8$ en moyenne), descend graduellement jusqu'à $754^{mm},2$, sa hauteur moyenne en juillet d'après quatorze années d'observations. Il est nécessaire d'éliminer cette variation annuelle pour étudier isolément les variations acci-

dentelles. D'un autre côté, les mouvements verticaux de l'air présentent en hiver leur plus forte variation diurne; pour qu'elle ne vînt pas troubler les comparaisons, j'ai dû me contenter des sommes des chemins parcourus par le vent en vingt-quatre heures et les comparer avec les moyennes diurnes du baromètre débarrassées de la variation annuelle. Les six mois de l'hiver de 1886 m'ont ainsi fourni cent quatre-vingt-deux observations de chacun des phénomènes; groupées convenablement, les valeurs diverses de la pression ont donné la variation portée dans la colonne 1 du tableau suivant; elle représente la marche du baromètre, à Zi-Ka-Wei, entre le passage du centre d'un anticyclone et le passage du centre d'un cyclone, c'est-à-dire sur le passage d'un tourbillon complet au plus près de la station d'observation. Les colonnes 3 et 5 montrent quelles sont les valeurs moyennes qu'ont prises les deux composantes du vent par chacune des différentes valeurs de la pression. J'ai calculé le rapport de ces deux composantes $\frac{V}{H}$, colonne 4, rapport qu'on peut regarder comme mesurant l'inclinaison du mouvement de l'air.

Variations de la composante verticale et de l'inclinaison des mouvements de l'air sur le passage des dépressions atmosphériques d'hiver, observées à Zi-Ka-Wei, en Chine, pendant les six mois froids de l'année 1886.

	Baromètre réduit. — Moy. diurnes.	Nombre de jours où ces moyennes ont été observées.	Mouvements de l'air. Composante verticale. Chemin en 24 heures.	Inclinaison $= \frac{V}{H}$. — Moy. diurnes.	Composante horizontale. Chemin en 24 heures.
	mm		km		km
Anticyclone ou hautes pressions.	771,5...	2	13,49	0,0279	483,5
	69,5...	4	26,39	0580	455,0
	67,0...	19	34,58	0818	422,7
	65,5...	37	38,21	0896	426,5
	63,5...	43	40,83	0968	421,8
Cyclone ou basses pressions.	61,5...	42	46,03	0998	461,2
	59,5...	19	51,18	0907	564,3
	57,6...	12	55,30	1044	529,7
	55,8...	4	64,39	1000	643,9

» Pour faire mieux ressortir le phénomène, mettons en relief la variation de la pression d'un côté et celles de la composante verticale et de l'inclinaison du vent de l'autre. La pression moyenne normale à Zi-Ka-Wei est 763^{mm}, à 7^m au-desssus du niveau de la mer; le moyen chemin parcouru

verticalement par le vent en vingt-quatre heures a été de $42^{km},78$, mesuré à 41^{m} au-dessus du sol; enfin la moyenne inclinaison du mouvement de l'air, donnée par le rapport $\frac{V}{H}$, est 0,0929 pour les vingt-quatre heures.

	Variation de la pression.	Variation du mouvement de l'air.	
		Composante verticale.	Inclinaison.
	mm	km	
Anticyclone	+ 8,5	— 29,29	— 0,0650
	+ 6,5	— 16,39	— 0349
	+ 4,0	— 8,20	— 0111
	+ 2,5	— 4,57	— 0033
	+ 0,5	— 1,95	+ 0039
Cyclone	— 2,5	+ 3,25	+ 0069
	— 4,5	+ 8,40	— 0022
	— 6,6	+ 12,52	+ 0111
	— 8,8	+ 21,61	+ 0071

» Sur le passage de ces tourbillons d'hiver, le baromètre à Zi-Ka-Wei n'aurait donc varié en moyenne que de $17^{mm},3$. Malgré cette faible variation de la pression, la composante verticale du vent a presque quadruplé (3,8) de valeur entre le centre de l'anticyclone et le centre du cyclone, et il est manifeste que son intensité a été graduellement en croissant d'un point à l'autre. Si l'on compare à la vitesse moyenne les deux vitesses extrêmes, on voit que cette vitesse verticale a faibli graduellement à l'approche de l'anticyclone et que sa valeur dans les plus fortes pressions était de 70 pour 100 inférieure à sa valeur normale; elle a été en augmentant, au contraire, au fur et à mesure que le cyclone proprement dit approchait, et, dans les plus faibles pressions, elle était de 50 pour 100 supérieure à sa valeur normale. Quant à l'inclinaison du mouvement de l'air, quoique sa variation ait été un peu moins régulière que celle de la seule composante verticale, elle est de même sens et atteste également l'existence autour de l'axe des cyclones d'un mouvement ascendant de l'air. S'il est si faible dans nos observations, cela tient à cé qu'elles ont été faites à 41^{m} seulement d'altitude.

» La tour de l'observatoire de Zi-Ka-Wei n'a permis d'observer qu'à 41^{m} du sol. On va être prochainement, en France, dans de bien meilleures conditions, puisque la tour Eiffel pourra porter le clino-anémomètre à 300^{m} d'élévation, huit fois plus haut qu'il n'était exposé à Zi-Ka-Wei. »

M. L. Hugo adresse une Note ayant pour titre : « Sur le symbolisme licite en Mathématiques pures ».

M. **Eug. Mouline** adresse une Note sur « une boussole à barreaux aimantés et sans pivot ».

Un **Savant** a adressé une Note relative à la démonstration que M. Bertrand a donnée récemment sur la loi de mortalité de Makeham. Cette Note, qui contient une observation très exacte, a été égarée. M. le Secrétaire perpétuel prie l'auteur de vouloir bien en envoyer une nouvelle rédaction signée.

A 4 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures trois quarts. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 23 avril 1888.

Description des machines et procédés pour lesquels des brevets d'invention ont été pris sous le régime de la loi du 5 juillet 1844, publiée par les ordres de M. le Ministre du Commerce et de l'Industrie; tome XLII (nouvelle série) à tome XLIX. Imprimerie nationale, 1887-1888; 15 vol. in-4°.

Nouvelles Annales de Mathématiques; par M. Ch. Brisse et M. E. Rouché; troisième série, mars 1888. Paris, Gauthier-Villars et Fils, 1888; br. in-8°.

Origine paléontologique des arbres cultivés ou utilisés par l'homme; par le marquis G. de Saporta. Paris, J.-B. Baillière et Fils, 1888; 1 vol. in-18.

Note sur le procédé employé par les Gastéropodes d'eau douce pour glisser à la surface du liquide; par Victor Willem. Bruxelles, F. Hayez, 1888; br. in-8°.

Bulletin de la Société d'Anthropologie de Lyon; tome sixième, 1887. Paris, G. Masson, 1887; 1 vol. in-8°.

Mémoire sur la provenance de l'étain dans la haute antiquité; par Germain Bapst. Bruxelles, Polleunis, Centerick et Lefébure, 1888; br. in-8°. (Présenté par M. Berthelot.)

Nouveau procédé de réfrigération locale par le chlorure de méthyle; par M. le

D[r] Ch. Bailly. Paris, G. Masson, 1888; br. in-8°. (Renvoi au concours Montyon, Médecine et Chirurgie.)

Manipulaciones de Fisica; par Henri Buignet, traducido por D. Francisco Angulo y Suero. Madrid, 1887; 1 vol. gr. in-8°.

Prof. Domenico Ragona. 1° *Il termometro registratore Richard. Considerazioni sulle proprieta delle temperature massime e minime.* — 2° *Pressione atmosferica bi-oraria del* 1887, *tratta dai rilievi del barometro registratore Richard. Considerazioni sulle ore tropiche e sulle medie oscillazioni diurne barometriche.* In Modena, coi tipi della Società tipografica, 1888; 2 br. in-4°.

Rendiconti del circolo matematico di Palermo; tomo II, anno 1888, fasc. I e fasc. II; 2 br. in-8°.

Journal of the royal microscopical Society, 1888; Part 2, april. London; 1 vol. in 8°.

Journal of the american chemical Society; vol. X, n° 1, january 1888. New-York; br. in-8°.

Bericht über die Thätigkeit im meteorologischen Institut für das Jahr 1886; erstattet vom Director D[r] Paul Schreiber. Chemnitz, 1888; br. gr. in-4°.

Analele institutului meteorologic al Romaniei, de Stefan C. Hepites; T. II, 1886. Bucuresci, 1888; 1 vol. gr. in-4°.

Czigany nyelvtan romano csibakero sziklaribe, irta Joseph Föherczeg. Budapest, Kiadja a Magyar Iudomanyos Akademia, 1888; 1 vol. gr. in-8°.

Acta mathematica. Journal rédigé par G. Mittag-Leffler; II : 1 et 2. Stockholm, F. et G. Beijer, 1887-1888; 2 br. in-4°. (Présenté par M. Hermite.)

Memoirs of the Museum of comparative Zoology at Harvard College. Vol. XV. — *Reports on the results of dredging, under the direction of* L.-F. Pourtalès, *during the years* 1868-1870, *and of* Alexander Agassiz, *in the gulf of Mexico* (1877-1878) *and in the Caribbean sea* (1878-1879); XXXI : *Report on the Annelids, by* E. Ehlers. Cambridge, printed for the Museum, october 1887; 1 vol. gr. in-4°.

Ouvrages reçus dans la séance du 30 avril 1888.

Mémoire sur la théorie de la figure des planètes; par M. O. Callandreau. Paris, Gauthier-Villars et Fils; br. in-4°.

Essai monographique sur le genre Pimelia (Fabricius); *par* le D[r] H. Sénac. Paris, Jacques Lechevalier, 1884-1887; 2 vol. in-8°. (Présenté par M. Blanchard.)

Nouveaux éléments de physiologie humaine; par H. Beaunis. Tome Ier : *Prolégomènes. Chimie physiologique. Physiologie générale.* Paris, J.-B. Baillière et Fils, 1888; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. Marey.)

Remarques théoriques sur les mouvements giratoires de l'atmosphère (3e article); *par* M. Henri Lasne (extrait de l'*Annuaire de la Société météorologique de France*); br. in-8°.

Acta Universitatis lundensis. — Lunds Universitats Ars-Skrift; tom. XXIII, 1886-1887. *Mathematik och Naturvetenskap.* Lund, 1887-1888; 1 vol. in-4°.

Boletin de la Academia nacional de Ciencias en Cordoba (*Republica Argentina*); junio de 1887, tomo X, entrega 1a. Buenos Aires, 1887; br. gr. in-8°.

On the petrographical characters of a dike of diabase in the Boston basin; by William H. Hobbs. Cambridge, printed for the Museum, 1888; br. in-8°.

Critiek op de Beweringen van Prof. Pekelharing, omtrent de Beri-Beri; door E. van Dieren. Arnhem, K. van der Zande, 1887; br. pet. in-8°.

Nogmaals : de Beri-Beri-Kwestic; door E. van Dieren. Arnhem, K. van der Zande, 1888; br. pet. in-8°.



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 MAI 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Note sur l'introduction des probabilités moyennes dans l'interprétation des résultats de la Statistique;* par M. **J. Bertrand**.

« Le hasard régularise tout. Si, dans une urne de composition donnée, on fait un grand nombre de tirages, on verra les nombres de sorties des boules qu'elle contient prendre des valeurs proportionnelles à leurs probabilités et leur rapport au nombre des tirages se maintenir à peu près constant.

» Les résultats de la Statistique sont analogues et semblent identiques; en observant l'invariabilité des rapports, on les assimile tout naturellement à des tirages qui sont faits dans une urne dont les registres, soigneu-

sement tenus, pendant une période suffisamment longue, font connaître la composition.

» Si l'on désigne par μ le nombre des enfants qui naîtront en France dans le courant de l'année prochaine, le nombre inconnu des garçons et celui des filles peuvent être assimilés aux résultats d'un tirage au sort répété μ fois dans une urne contenant vingt boules blanches et vingt et une boules noires; le nombre des boules blanches peut, dans la prévision des chiffres qui se produiront, remplacer celui des filles qui naîtront. Les valeurs possibles des deux nombres sont considérées comme ayant des chances identiques.

» L'examen plus attentif des registres relatifs aux événements réputés fortuits révèle cependant d'importantes différences. Lorsque des tirages se font dans une urne de composition invariable, contenant des boules blanches et des boules noires, non seulement, dans une série d'épreuves, le nombre des boules blanches doit prendre une valeur indiquée par le calcul, mais, l'accord ne pouvant être rigoureux, le Calcul des probabilités assigne la valeur moyenne de l'écart. Si, après avoir fait une série d'épreuves, on renouvelle l'opération un grand nombre de fois, l'écart pour chaque série devient un nombre donné par le hasard, dont les valeurs successives sont soumises à des lois régulières et certaines.

» Les écarts observés dans presque tous les tableaux statistiques sont très éloignés d'obéir à ces lois; il se produit ce qu'on a appelé un *coefficient de divergence*, rapport de la moyenne de l'écart observé à la moyenne prévue par le calcul : ce coefficient, qui devrait être égal à l'unité, s'en éloigne plus ou moins, suivant les cas; il est souvent supérieur à 10 et, pour les Tables de mortalité par exemple, a été évalué par M. Dormoy à 80.

» Faut-il, pour cette raison, renoncer à assimiler les résultats de la Statistique à des nombres réglés par le hasard?

» Les Tables pour lesquelles le coefficient de divergence s'écarte beaucoup de l'unité sortent-elles nécessairement, dans leurs détails, du domaine du Calcul des probabilités?

» La conclusion serait trop précipitée.

» On peut consulter le hasard autrement que par des tirages au sort dans une urne de composition déterminée.

» Si, par exemple, pour assimiler la statistique des décès annuels pour les individus âgés de quarante ans aux résultats d'épreuves réglées par le hasard, on supposait des urnes de compositions diverses, autres pour les hommes que pour les femmes, autres pour la ville que pour la campagne,

variables aussi avec la profession et les genres de vie, il en résulterait, quels que fussent le nombre et la composition des urnes, une probabilité moyenne, et un rapport invariable égal à cette probabilité entre le nombre des boules noires sorties des différentes urnes et le nombre total des tirages.

» L'ensemble des résultats, dans un premier et superficiel examen, ne se distingue pas de ceux qu'on pourrait obtenir en faisant les tirages dans une seule urne de composition moyenne. Mais si, pour un grand nombre d'années successives, on rapproche la moyenne invariable, des écarts successivement produits, tantôt dans un sens, tantôt dans un autre, la comparaison ne permettra plus l'assimilation avec des tirages faits dans une seule urne.

» J'ai démontré le théorème suivant :

» *Quels que soient le nombre des urnes et leur composition, la loi des écarts est la même que pour une seule urne de composition déterminée; mais cette urne n'est pas celle qui donne la probabilité moyenne; il faut donc, pour comparer les résultats de la Statistique à ceux du calcul, supposer deux urnes différentes, les résultats moyens étant assimilés à des tirages faits dans la première et les écarts aux résultats donnés par la seconde.*

» Le tirage dans des urnes différentes, fournissant chacune une fraction désignée du nombre total des boules, n'est pas la seule manière d'obtenir l'invariabilité des moyennes sans imposer aux écarts la relation déduite du théorème de Bernoulli.

» Je suppose, pour citer un seul exemple, qu'en faisant μ tirages dans une urne qui, sur deux boules, contient une blanche et une noire, on ne compte que les boules blanches qui, dans la suite des tirages, sont précédées immédiatement par une autre boule blanche; leur nombre aura pour valeur probable $\frac{\mu}{4}$. Si l'on ne compte que celles qui sont précédées et suivies par une boule noire, leur nombre a pour valeur probable $\frac{\mu}{8}$; on pourrait donc croire, en consultant le relevé d'un grand nombre de tirages étudiés à ce seul point de vue, que les événements peuvent être assimilés à des tirages au sort dans des urnes leur donnant pour probabilité $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{8}$. Les nombres moyens seraient les mêmes, en effet, mais les écarts ne suivraient pas la même loi : les valeurs moyennes des carrés des écarts, dans les premières hypothèses, peuvent être évaluées, lorsque μ est grand, à $\frac{5\mu}{32}$ et $\frac{5\mu}{64}$, et dans celles qu'on leur substitue, à $\frac{6\mu}{32}$ et $\frac{7\mu}{64}$. »

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur la théorie de la figure de la Terre.* Note de M. **Maurice Lévy** [1].

« III. Occupons-nous d'abord de l'équation (19 *bis*).

» Si l'on y remplace η par sa valeur (15 *ter*), on en tire

$$(20\ bis)\qquad \frac{2\varsigma}{\lambda+5} = 2h + \left[\left(\frac{1}{\mu}-2\right)\varsigma + 2h\right]\cfrac{f_1}{1+\cfrac{f_2}{1+\cfrac{f_3}{1+\dots}}}$$

» Pour les calculs numériques, il est commode de remplacer, suivant le procédé très ingénieux de M. Tisserand, l'inconnue λ par celle

$$(20\ ter)\qquad R = \frac{2\varsigma}{\lambda+5},$$

qui se présente, comme on le voit, d'elle-même dans la dernière équation.

» Les f_i prennent alors la forme

$$(21)\quad \begin{cases} f_{2n} = \varsigma R \dfrac{(n+1)\left(\dfrac{n+1}{\mu}-2\right)\varsigma - \left[\dfrac{5n(+1)}{2\mu} - 5n - 1\right]R}{[4n\varsigma - 5(2n-1)R][(2n+1)\varsigma - 5nR]}, \\ f_{2n-1} = \varsigma R \dfrac{(n-1)\left(\dfrac{n-1}{\mu}+2\right)\varsigma - \left[\dfrac{5(n-1)(n-2)}{2\mu} + 5n - 6\right]R}{[4n\varsigma - 5(2n-1)R][(2n-1)\varsigma - 5(n-1)R]}. \\ \text{En particulier,} \\ f_1 = \dfrac{R^2}{4\varsigma - 5R}, \qquad f_2 = \varsigma R \dfrac{4\left(\dfrac{1}{\mu}-1\right)\varsigma - \left(\dfrac{5}{\mu}-6\right)R}{(4\varsigma-5R)(3\varsigma-5R)}, \\ f_3 = \varsigma R \dfrac{\left(\dfrac{1}{\mu}+2\right)\varsigma - 4R}{(3\varsigma-5R)(8\varsigma-15R)}, \qquad f_4 = \rho R \dfrac{3\left(\dfrac{3}{\mu}-2\right)\varsigma - \left(\dfrac{15}{\mu}-11\right)R}{(8\varsigma-15R)(5\varsigma-10R)}, \end{cases}$$

et l'équation (20 *bis*) devient

$$(22)\qquad R = 2h + \frac{\left(\frac{1}{\mu}-2\right)\varsigma + 2h}{4\varsigma - 5R} R^2 \cfrac{1}{1+\cfrac{f_2}{1+\cfrac{f_3}{1+\cfrac{f_4}{1+\dots}}}},$$

qui fournit R ou λ en fonction de μ, ou *vice versa*.

---

(1) Voir *Comptes rendus*, séance du 30 avril.

» Je dis d'abord qu'il résulte de cette équation que $\frac{1}{\mu}$ a une limite supérieure.

» Nous avons supposé $\frac{1}{\mu}$ positif (ou nul); h est également positif. En admettant les mêmes données numériques que M. Tisserand, à savoir

$$(22) \qquad \varphi = \frac{1}{288,4}, \qquad \varepsilon_1 = \frac{1}{293,5},$$

on a

$$h = 0,2765.$$

» D'ailleurs

$$\varsigma = 3\left(1 - \frac{\rho_1}{\Delta}\right)$$

est positif et < 3. Mais ς est notablement inférieur à sa limite 3; car la densité superficielle ρ_1 de la Terre est environ moitié de sa densité moyenne Δ, de sorte que ς est voisin de $\frac{3}{2}$. Nous pouvons donc admettre l'inégalité

$$(a) \qquad \varsigma < 10h.$$

» Enfin, λ étant positif, il en est de même de

$$R = \frac{2\varsigma}{\lambda + 5},$$

et l'on a

$$(b) \qquad R < \frac{2\varsigma}{5}.$$

» Cela étant, supposons $\frac{1}{\mu} > 2$; si cette inégalité n'était pas satisfaite, $\frac{1}{\mu}$ admettrait la limite supérieure 2; si elle l'est, tous les f_i qui entrent dans (22) sont positifs; il en est de même, en vertu de (b), du coefficient qui multiplie la fraction continue qui entre dans le second membre de cette équation. Il résulte d'abord de là

$$(c) \qquad R > 2h$$

et aussi, d'après les propriétés des fractions continues,

$$R - 2h > \frac{\left(\frac{1}{\mu} - 2\right)\varsigma + 2h}{4\varsigma - 5R} \frac{R^2}{1 + f_2}$$

ou, comme le dénominateur est positif,

$$(R - 2h)(4\varsigma - 5R)(1 + f_2) > \left[\left(\frac{1}{\mu} - 2\right)\varsigma + 2h\right] R^2.$$

» En remplaçant f_2 par sa valeur (21), il vient

$$\varsigma R[8\varsigma h - (\varsigma + 10h)R]\left(\frac{1}{\mu} - 2\right)$$
$$< (R - 2h)[(3\varsigma - 5R)(4\varsigma - 5R) + 4\varsigma R(\varsigma - R) - 2hR^2(3\varsigma - 5R)].$$

» De l'inégalité (a) on tire

$$\frac{\varsigma + 10h}{5} < 4h$$

ou

$$(\varsigma + 10h)\frac{2\varsigma}{5} < 8\varsigma h$$

et, *a fortiori*, à cause de (b),

$$(\varsigma + 10h)R < 8\varsigma h.$$

» Donc, on peut résoudre l'inégalité ci-dessus par rapport à $\frac{1}{\mu} - 2$; ce qui donne

$$(d)\quad \varsigma\left(\frac{1}{\mu} - 2\right) < \frac{(R - 2h)[(3\varsigma - 5R)(4\varsigma - 5R) + 4\varsigma R(\varsigma - R) - 2hR^2(3\varsigma - 5R)]}{R[8\varsigma h - (\varsigma + 10h)R]}.$$

» De (a) l'on tire encore

$$2\varsigma < \varsigma + 10h$$

ou

$$8\varsigma h < 4h(\varsigma + 10h)$$

et, *a fortiori*, à cause de (c),

$$8\varsigma h - 2(\varsigma + 10h)R < 0,$$

qui montre que le dénominateur du second membre de (d) est une fonction décroissante de R.

» Je dis que le numérateur est, au contraire, une fonction croissante.

» En effet, en désignant ce numérateur par y et appelant y' et y'' ses dérivées première et seconde par rapport à R, on a

$$y' = (75 + 30h - 12\varsigma)R^2$$
$$- [70\varsigma - 8\varsigma^2 + 4h(25 + 3\varsigma - 4\varsigma^2)]R + 12\varsigma^2 + 2h(35\varsigma - 4\varsigma^2),$$
$$y'' = (150 + 60h - 24\varsigma)R - (70\varsigma - 8\varsigma^2) + 4h(25 + 3\varsigma - 4\varsigma^2).$$

» Si l'on remplace R par sa limite supérieure $\frac{2\varsigma}{5}$, on a

$$y'' = -10\varsigma - \tfrac{8}{5}\varsigma^2 = 2h(50 - 6\varsigma - 8\varsigma^2),$$

qui, avec les valeurs indiquées plus haut, est négatif. Donc, y'' est constamment négatif et y' décroissant. Donc, le minimum de y' a lieu pour la limite supérieure de R, soit pour $R = \frac{2\varsigma}{5}$. On a alors

$$y' = -4\varsigma^2 + \tfrac{32}{5}\varsigma^3 + 2h[-4\varsigma^2 + 15\varsigma + \tfrac{16}{5}\varsigma^2] > 0.$$

» Donc y' est constamment positif et y est, par suite, une fonction croissante de R. Ainsi, le second membre de l'inégalité à laquelle satisfait $\frac{1}{\mu}$ est une fonction croissante de R, parce que son numérateur croît et son dénominateur décroît avec R. Par suite, l'inégalité est satisfaite *a fortiori*, si l'on y remplace R par sa limite supérieure $\frac{2\varsigma}{5}$.

» On obtient ainsi

$$\frac{1}{\mu} < 2 + \frac{5\varsigma + \frac{6}{5}\varsigma^2 - h(25 + 8\varsigma)}{\varsigma(10h - \varsigma)}.$$

» Pour avoir une idée de la limite de $\frac{1}{\mu}$ fournie par cette inégalité, faisons, en nombres ronds,

$$h = \tfrac{1}{4}, \qquad \varsigma = \tfrac{3}{2},$$

on aura

$$\frac{1}{\mu} < 2 + \frac{49}{30} < 3,64.$$

» Occupons-nous, à présent, de résoudre l'équation (22) par rapport à R.

» A cause de $R < \frac{2\varsigma}{5}$, les dénominateurs des f_i sont tous positifs, et aucun ne peut s'annuler; il en est de même de leurs numérateurs :

» 1° Quel que soit μ, lorsque l'indice i est impair;

» 2° Pour $\frac{1}{\mu} > 1$, lorsque i est pair.

» Nous serons amené à admettre cette dernière inégalité. Alors, la fraction continue du second membre est comprise entre deux réduites consécutives, et la différence de deux réduites décroît indéfiniment.

» On peut, de plus, dans cette hypothèse, établir exactement, comme l'a fait Lipschitz dans le cas de $\mu = 1$, que le second membre de l'équa-

tion (19) est une fonction croissante de λ; que, par suite, cette équation ne peut admettre qu'une racine positive pour λ et son équivalente (22) ne peut admettre qu'une racine R positive et inférieure à $\frac{2\varsigma}{5}$. Cette racine n'existe d'ailleurs que si $\frac{1}{\mu}$ est inférieur à une certaine limite.

» On obtiendra des valeurs de plus en plus approchées, et approchées alternativement par défaut et par excès de cette racine, lorsqu'elle existe, en résolvant les équations obtenues en remplaçant la fraction continue par ses réduites successives.

» Pour $h = 0$, on a $R = 0$. Donc R est de l'ordre de h, et, si l'on développe cette inconnue suivant les puissances de h, on voit, à la seule inspection de l'équation (21), que le développement sera de la forme

$$R = 2h + \left(\frac{1}{\mu} - 2\right)h^2 + \ldots;$$

de sorte que les deux premiers termes sont indépendants de ς ou de la valeur admise pour la densité à la surface de la Terre, comme cela avait déjà été remarqué par M. Tisserand, dans le cas particulier $\mu = 1$. En outre, le premier terme est indépendant de μ.

» Pour pousser le développement plus loin, il faut former les réduites successives de la fraction continue.

» En posant

$$g_m = \frac{f_m}{[2m\varsigma - 5(m-1)R][2(m+1)\varsigma - 5mR]},$$

en sorte que

$$g_{2n} = 2\varsigma R\left\{(n+1)\left(\frac{n+1}{\mu} - 2\right)\varsigma - \left[\frac{5n(n+1)}{2\mu} - 5n - 1\right]R\right\},$$
$$g_{2n-1} = 2\varsigma R\left\{(n-1)\left(\frac{n^2-1}{\mu} + 2\right)\varsigma - \left[\frac{5(n-1)(n-2)}{2\mu} + 5n - 6\right]R\right\},$$

l'équation (21) devient

$$(23)\qquad R = 2h + \left[\left(\frac{1}{\mu} - 2\right)\varsigma + 2h\right]\cfrac{R^2}{4\varsigma - 5R + \cfrac{g_2}{6\varsigma - 10R + \cfrac{g_3}{8\varsigma - 15R + \cfrac{g_4}{10\varsigma - \ldots}}}}$$

» Et si l'on appelle

$$H_m = 0$$

l'équation obtenue en s'arrêtant à la $m^{\text{ième}}$ réduite, on aura

$$(24)\qquad \begin{cases} H_1 = (R-2h)(4\varsigma - 5R) - \left[\left(\frac{1}{\mu}-2\right)\varsigma + 2h\right]R^2, \\ H_2 = (R-2h)(4\varsigma - 5R)(6\varsigma - 10R) \\ \qquad - \left[\left(\frac{1}{\mu}-2\right)\varsigma + 2h\right](6\varsigma - 10R)R^2, \\ \text{puis} \\ H_m = [2(m+1)\varsigma - 5mR]H_{m-1} + g_m H_{m-2}. \end{cases}$$

» Si l'on développe suivant les puissances de h la racine de $H_1 = 0$, en s'arrêtant aux termes en h^2 inclusivement; celle de $H_2 = 0$, en s'arrêtant aux termes en h^3; celle de $H_3 = 0$, en s'arrêtant aux termes en h^4, on tirera de $H_1 = 0$

$$R = 2h + \left(\frac{1}{\mu} - 2\right)h^2;$$

de $H_2 = 0$,

$$R = 2h + \left(\frac{1}{\mu} - 2\right)h^2 + \left[\frac{1}{3}\left(\frac{1}{\mu}-2\right)\left(\frac{1}{\mu}-4\right) + \left(\frac{5}{2\mu}-3\right)\frac{1}{\varsigma}\right]h^3;$$

de $H_3 = 0$,

$$(25)\qquad R = \begin{cases} 2h + \left(\frac{1}{\mu} - 2\right)h^2 + \left[\frac{1}{3}\left(\frac{1}{\mu}-2\right)\left(\frac{1}{\mu}-4\right) + \left(\frac{5}{2\mu}-3\right)\frac{1}{\varsigma}\right]h^3 \\ \quad + \left[\left(\frac{1}{\mu}-2\right)\left(\frac{1}{\mu}-4\right)\left(\frac{1}{\mu}-6\right)\right. \\ \quad \left. + \left[134 + \frac{2}{3} - \frac{132}{\mu} + \left(28 + \frac{1}{3}\right)\frac{1}{\mu^2}\right]\frac{1}{\varsigma} + 15\left(\frac{5}{\mu} - 6\right)\frac{1}{\varsigma^2}\right]\frac{h^4}{12}. \end{cases}$$

» On voit que tous les termes déduits d'une équation appartiennent à la suivante, et la dernière (22), en raison de ce que g_m est de l'ordre de R ou de h, montre que, si cette loi est vraie pour $H_{m-2} = 0$ et $H_{m-1} = 0$, elle sera vraie pour $H_m = 0$. Elle est donc générale. Et comme la racine exacte est comprise entre les valeurs de deux approximations consécutives, il s'ensuit que tous les termes ci-dessus sont exacts.

» Pour l'objet que nous avons en vue, nous pouvons nous arrêter à ces termes. »

ASTRONOMIE. — *Théorie nouvelle de l'équatorial coudé. Procédés spéciaux applicables dans la région équatoriale. Exposé des méthodes physiques pour évaluer la flexion des axes; par* MM. **Loewy** et **Puiseux**.

« Comme nous l'avons déjà fait remarquer, on est obligé de renoncer, pour la région équatoriale, aux procédés qui reposent sur l'observation des étoiles voisines du pôle. On y suppléera en observant des étoiles placées symétriquement par rapport à l'équateur et de déclinaison aussi élevée que possible. L'observation du passage au méridien, faite dans les positions directe et inverse de la lunette, donnera

$$m + M_1 + \mu - 2\beta + c\,\text{séc}\,\delta, \qquad m + M_1 - (\mu - 2\beta) - c\,\text{séc}\,\delta;$$
$$n + M_2 + B, \qquad n - M_2 - B.$$

» On en déduit, par des combinaisons évidentes,

$$m + M_1, \qquad \mu - 2\beta + c\,\text{séc}\,\delta, \qquad n, \qquad M_2 + B.$$

» L'observation des étoiles équatoriales a déjà donné $\mu - 2\beta + c$; on pourra donc calculer séparément $\mu - 2\beta$ et c. Il reste à déterminer λ. Pour un lieu voisin de l'équateur, les observations dans le premier cercle horaire ne sont pas pratiques à cause de la proximité de l'horizon. On devra donc, pour obtenir l'inconnue avec précision, satisfaire simultanément aux deux conditions suivantes :

» 1° Observer à une certaine distance de l'horizon, par exemple à une hauteur au moins égale à 15°; 2° rendre maximum le produit $\sin h \,\text{tang}\,\delta$ par lequel $\lambda - \mu$ est multiplié dans les formules de réduction.

» Ce problème a été déjà traité page 897, et nous avons indiqué la règle à laquelle on est conduit pour le choix des étoiles. Les quantités $m + M_1$, $\mu - 2\beta$, n, $M_2 + B$ et c étant déjà connues par les observations antérieures, une simple observation de passage permettra de calculer $\lambda - \mu$. La méthode générale, qui sépare mieux les inconnues, devra cependant être préférée, toutes les fois que son application sera possible.

» Supposons que, pour une latitude φ, on adopte le même nombre 15° comme limite inférieure de la hauteur où doivent s'effectuer les observations. Si l'observation est faite au premier cercle horaire, on aura

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta;$$

d'où, en admettant $z = 75°$, $\varphi = 48°50'$: $\delta = 20°6'$ et, par suite,

$$\text{séc}\,\delta = 1,065, \qquad \text{tang}\,\delta = 0,366.$$

» Ces valeurs sont à peu près celles que nous avons indiquées comme pouvant conduire à une détermination assez exacte de la collimation.

» D'autres procédés, basés sur des mesures différentielles, permettent d'évaluer certains de ces éléments d'une manière indépendante.

» L'observation d'une étoile voisine du pôle, faite dans la position directe de la lunette, environ vingt minutes avant et vingt minutes après son passage au premier cercle horaire, donnera, en appelant h', h'' les angles horaires qui répondent aux deux observations, $\mathcal{A}'$, $\mathcal{A}''$ les ascensions droites instrumentales, $\frac{\mathcal{A}' - \mathcal{A}''}{\cos h'' - \cos h'} = n \operatorname{tang} \delta + \mu - 2\beta$.

» La même observation, faite dans la position inverse de part et d'autre du cercle horaire de 6^h, fournira $\frac{\mathcal{A}' - \mathcal{A}''}{\cos h'' - \cos h'} = n \operatorname{tang} \delta - (\mu - 2\beta)$.

» Une seule de ces équations conduit déjà à une valeur suffisamment approchée de n, le quotient $\frac{\mu - 2\beta}{\operatorname{tang} \delta}$ pouvant être négligé.

» La combinaison de ces deux équations donne n indépendamment des termes de flexion. On pourrait en tirer aussi la valeur de $\mu - 2\beta$, mais ce procédé manquerait absolument de précision, car toute l'erreur commise sur l'observation du passage de la polaire se reporterait sur l'inconnue.

» De même, d'une étoile voisine du pôle, observée symétriquement par rapport au méridien, dans le même intervalle, il résultera

$$\lambda = \frac{\mathcal{A}' - \mathcal{A}''}{(\sin h' - \sin h'') \operatorname{tang} \delta}.$$

» La formule reste la même dans la position inverse de la lunette.

» Nous avons encore à faire l'exposé des méthodes reposant sur l'emploi des déclinaisons. Les unes sont fondées sur les lectures absolues, d'autres sur les mesures différentielles.

» Une étoile équatoriale connue, prise au méridien dans les deux positions de la lunette, donne des corrections respectivement égales à $I + \lambda - M_2$ et $-I + \lambda - M_2$. On en déduit, par addition et soustraction, I et $\lambda - M_2$.

» L'observation d'une étoile voisine du pôle, dans les mêmes conditions, fournit, si l'on néglige les termes en $\cos \delta$,

$$I + \lambda + M_1 + \mu - \beta \quad \text{pour la position directe,}$$
$$-I + \lambda - M_1 + \mu - \beta \quad \text{» inverse.}$$

I étant connu, on en déduit $\lambda + \mu - \beta$ et M_1.

» Enfin, l'observation d'une étoile polaire au premier cercle horaire donne, quelle que soit la position de la lunette, $I - n + M_1$, et, comme I et M_1 sont connus, on peut calculer n.

» Enfin, si l'on veut obtenir séparément λ et $\mu - \beta$, il faut recourir au procédé exposé page 972 et reposant sur l'observation d'étoiles symétriquement placées par rapport à l'équateur et de déclinaison très élevée.

» La correction en distance polaire d'une étoile de déclinaison δ, prise au méridien, donnera, si l'on tient compte de ce que les éléments I, M_1 et n sont déjà connus, $\lambda + (\mu - \beta)\sin\delta - M_2\cos\delta$.

» En associant deux étoiles dont les déclinaisons forment une somme algébrique nulle, on aura séparément $\mu - \beta$ et, par suite, λ. La différence $\lambda - M_2$ étant connue, on peut calculer M_2. On a donc toutes les constantes indispensables à la réduction des distances polaires.

» Un observateur placé dans la région équatoriale ne pourra faire usage des observations d'étoiles voisines du pôle. La marche à suivre sera alors la suivante :

» On empruntera aux observations méridiennes d'étoiles équatoriales les quantités I et $\lambda - M_2$. Des étoiles de déclinaison élevée, symétriquement placées par rapport à l'équateur et prises au méridien dans les deux positions de la lunette, donneront

$$I + \lambda - M_2\cos\delta, \quad M_1 + \mu - \beta; \quad -I + \lambda - M_2\cos\delta, \quad M_1 - (\mu - \beta)$$

et, par conséquent,

$$I, \quad M_1, \quad \lambda - M_2\cos\delta, \quad \mu - \beta.$$

» Si l'on profite de ce que la différence $\lambda - M_2$ est déjà connue par les observations d'étoiles équatoriales, on pourra calculer séparément λ et M_2.

» Restent n et μ, qui ne peuvent se déduire d'observations méridiennes. Une étoile de déclinaison δ, prise au premier cercle horaire, donnera

$$n - \mu\cos\delta.$$

» Si l'on choisit successivement deux étoiles aussi rapprochées que possible, l'une du pôle, l'autre de l'équateur, $\cos\delta$ prendra des valeurs voisines de 0 et de 1. On obtiendra donc deux équations propres à faire connaître n et μ. Mais il sera avantageux, dans ce cas, de recourir aux mesures différentielles. La variation en déclinaison d'une étoile voisine du pôle, prise de part et d'autre du méridien, donne lieu à une équation de la forme

$$\delta' - \delta'' = n(\sin h'' - \sin h'),$$

équation qui fait connaître la valeur de n.

» Dans les mêmes conditions, une étoile équatoriale donnera, si l'on est dans la position directe, $\delta' - \delta'' = (n - \mu)(\sin h'' - \sin h')$ et, dans la position inverse, $\delta' - \delta'' = (n + \mu)(\sin h'' - \sin h')$. La combinaison de ces deux résultats donne encore une fois n et, de plus, le coefficient de flexion que nous avons désigné par μ.

» Au premier cercle horaire, la variation de déclinaison d'une étoile polaire devra satisfaire à l'équation $\delta' - \delta'' = (\lambda + \mu - \beta)(\cos h'' - \cos h')$.

» On en déduit la quantité $\lambda + \beta$, déjà obtenue d'une autre manière.

» En résumé, on obtient la valeur de tous les éléments nécessaires à la réduction, soit des passages, soit des déclinaisons, par des procédés multiples qui fournissent un contrôle précieux. L'élément le mieux déterminé sera n, qui s'obtient par six méthodes, savoir :

» 1° Observation d'étoiles polaires en ascension droite au méridien ;

» 2° Variation d'une étoile polaire en ascension droite aux angles horaires de $+6^h$ ou de -6^h, ou, si l'on veut une exactitude un peu plus grande, par des observations relatives à la fois aux deux angles horaires ;

» 3° Combinaison des observations en déclinaison d'une étoile équatoriale au méridien, d'une étoile polaire au méridien et d'une étoile polaire au premier cercle horaire ;

» 4° Variation en déclinaison d'une étoile polaire au méridien.

» 5° Variation en déclinaison d'une étoile équatoriale au méridien dans les positions directe et inverse ;

» 6° Observation en ascension droite d'étoiles de déclinaisons boréale et australe notables.

» Si l'on utilise à la fois les observations d'ascension droite et de distance polaire, on trouve isolément toutes les inconnues du problème.

» Les ascensions droites et leurs variations donnent $m + M_1$, c, n, $\mu - 2\beta$, $M_2 + B$, $\lambda - \mu$.

» Les déclinaisons ou leurs variations font connaître I, n, λ, M_2, M_1, μ, β.

» La combinaison donne séparément m, M_1 et B. Plusieurs de ces éléments se trouvent, comme on l'a vu, par des procédés multiples qui fournissent des vérifications très utiles.

» On peut obtenir tous les éléments de la réduction par les passages seuls, joints aux procédés de variation, si l'on ne veut pas faire usage des lectures du cercle de déclinaison. Si, au contraire, le cercle horaire ne se prête pas à des lectures précises, on peut déduire tous les éléments des lectures faites au cercle de déclinaison, combinées avec les procédés de variation.

» Nous avons exposé dans ce qui précède les méthodes astronomiques

destinées à la mesure de tous les éléments de réduction. On dispose encore d'un moyen physique permettant d'obtenir avec exactitude et rapidité la valeur de quelques-unes de ces constantes, notamment des divers coefficients de flexion. La méthode consiste à déterminer, au moyen d'un collimateur placé sur la monture du miroir, le point du champ où un rayon entré dans la lunette suivant l'axe du bras vient faire son image. La même opération, répétée dans des angles horaires différents, accusera des déplacements qui mesureront l'effet combiné de la flexion du bras et de celle de l'axe horaire. Le collimateur doit être fixé en avant du miroir extérieur, normalement à la face du cube qui le regarde, et par conséquent dans une position symétrique de l'axe du bras par rapport à la normale à ce miroir. Si cette condition est rigoureusement remplie, la croisée des fils du collimateur fera son image en un point qui restera invariable quand on fera tourner le miroir extérieur autour de son axe et le collimateur avec lui.

» Si cette condition n'est remplie qu'approximativement, la rotation du miroir extérieur déplacera l'image, en lui faisant décrire un cercle peu étendu dans le champ. Le centre de ce cercle sera le point A, où un rayon entré dans la lunette suivant l'axe du bras rencontre le plan du réticule. Ce point correspondra évidemment à la moyenne des positions occupées par l'image, pour deux orientations diamétralement opposées du miroir extérieur. Pour contrôler plus efficacement les mesures, on fera tourner ce miroir successivement de quatre angles droits, dans le même sens, et l'on associera de deux en deux les positions obtenues. Le point ainsi déterminé devrait coïncider avec le centre du réticule, si le bras et le petit miroir étaient rigoureusement orientés. Mais si, pour une quelconque des causes énumérées plus haut, le réglage de l'instrument n'est pas parfait, les coordonnées du point A relativement aux axes Ox, Oy choisis page 708 auront des valeurs différentes de o et seront précisément représentées par les quantités que nous avons désignées plus haut par M_1 et M_2.

» Il n'arrive pas, le plus souvent, qu'on dispose, pour fixer la position d'un point dans le champ, de deux fils mobiles perpendiculaires l'un sur l'autre et commandés chacun par une vis micrométrique. Il faut donc employer le même fil à la mesure des deux coordonnées. Pour effectuer les mesures parallèlement à deux axes rectangulaires, on est donc obligé de faire tourner le micromètre de 90° dans chaque position de la lunette. Avec le micromètre que nous avons employé, les lectures 0° et 90° correspondaient précisément à la direction des axes Oy, Ox définis page 708 Chaque fois, nous avons fait indiquer au cercle de position du micro-

mètre successivement les lectures 0° et 90°, en amenant le fil mobile sur la croisée des fils du collimateur.

» En faisant tourner le miroir extérieur autour de l'axe de déclinaison de 90° en 90°, on obtient, pour une position donnée de la lunette en angle horaire, quatre lectures avec l'index au 0°, soit : $l_{0,1}$, $l_{0,2}$, $l_{0,3}$, $l_{0,4}$, et quatre lectures avec l'index à 90°, soit : $l_{90,1}$, $l_{90,2}$, $l_{90,3}$, $l_{90,4}$; le point observé décrivant un cercle, les moyennes des lectures opposées $\frac{1}{2}(l_{0,1}+l_{0,3})$ et $\frac{1}{2}(l_{0,2}+l_{0,4})$ doivent avoir la même valeur η. De même, on doit obtenir $\frac{1}{2}(l_{90,1}+l_{90,3})=\frac{1}{2}(l_{90,2}+l_{90,4})=\xi$. Si cette égalité n'avait pas lieu, on devrait penser qu'il y a instabilité soit dans l'attache du miroir extérieur, soit dans l'ajustement du collimateur.

» Admettons, de plus, ce qui a lieu dans notre instrument, que le cercle de position du micromètre soit réglé de telle façon que l'index marque 90° quand le fil mobile est perpendiculaire à la direction du mouvement diurne dans l'équateur. ξ et η sont alors les coordonnées du point A relativement à des axes parallèles aux axes Ox, Oy définis page 708. De ces nombres on retranche les lectures relatives au centre du champ pour les positions 90° et 0° du micromètre. On obtient ainsi les coordonnées du point A par rapport aux axes Ox, Oy eux-mêmes.

» S'il n'y avait pas de flexion du bras ni du cube de la lunette, le point déterminé par la moyenne des lectures opposées occuperait une position indépendante de l'angle horaire. Mais, par suite des flexions, les coordonnées de ce point A relativement aux axes définis varieront et mesureront le déplacement de l'image par rapport au centre du champ. Ces coordonnées auront pour expression, en désignant par H l'angle horaire du bras,

$$M_1+(\mu-\beta)\sin H \quad \text{et} \quad M_2-\mu\cos H,$$

formules dans lesquelles les lettres M_1, M_2, μ, β ont exactement le sens qui leur a été attribué antérieurement dans les formules de réduction.

» On voit qu'il est possible par des opérations physiques de mesurer *a priori* la valeur des quatre constantes M_1, μ, M_2, β.

» Le nombre des observations astronomiques nécessaires à la recherche complète des éléments de réduction se trouve ainsi très réduit et peut être effectué sans peine dans le courant d'une soirée. Dans une dernière Note nous ferons connaître les résultats obtenus par l'application de cette théorie à l'équatorial coudé de l'observatoire de Paris. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la convergence d'une fraction continue algébrique*; par M. HALPHEN.

« Sous ce même titre, j'ai déjà, il y a trois ans (*Comptes rendus*, t. C, p. 1451), communiqué à l'Académie les résultats de recherches concernant les fractions continues qui servent au développement de la racine carrée d'un polynôme du troisième degré. J'ai poursuivi ces recherches et les ai étendues à la fraction continue que l'on obtient en développant la fonction

$$f(x) = \frac{\sqrt{F(y)} - \sqrt{F(x)}}{y - x},$$

où F désigne un polynôme du quatrième ou du troisième degré. Le développement, procédant suivant les puissances ascendantes de $x - \xi$, où ξ est arbitraire, a la forme ci-après

$$(1) \qquad f(x) = \alpha + \gamma x + \cfrac{(x-\xi)^2}{\alpha_1 + \gamma_1 x + \cfrac{(x-\xi)^2}{\alpha_2 + \gamma_2 x + \ldots}}$$

C'est celui dont j'ai déjà parlé dans ma récente Communication ([1]) *sur les intégrales pseudo-elliptiques* (ce volume, p. 1263). On peut donner à ξ et à y diverses valeurs particulières qui changent quelque peu l'aspect de la fraction ou de f. Voici les plus notables : en prenant $y = \xi$, on a un développement de $\sqrt{F(x)}$, où le premier quotient est du second degré. En prenant y infini, on change $f(x)$ en $\sqrt{F(x)} - x^2\sqrt{a_0}$, a_0 étant le coefficient de x^4 dans $F(x)$. En prenant ξ infini, on doit remplacer $x - \xi$ par l'unité.

» L'étude complète de la convergence, pour cette fraction continue, présente des difficultés que je n'ai pu vaincre encore. En supposant x et y donnés et considérant ξ comme une variable complexe, représentée par un point d'un plan, je ne peux énoncer qu'un seul résultat : *dans toute portion du plan, si petite soit-elle, il y a une infinité de points ξ pour lesquels la fraction continue converge et une infinité d'autres pour lesquels elle diverge.*

» Mais, en limitant la variable ξ de manière que le point ξ reste sur une

---

([1]) Je saisis cette occasion de réparer une omission de quelques mots au bas de la page 1265. Après *décomposé en fractions simples*, il faut mettre *soit linéairement composé avec des fonctions ayant la forme suivante.*

ligne déterminée, et, en considérant un cas particulier pour $F(x)$, j'ai obtenu des résultats très précis.

» A l'égard de $F(x)$, voici l'hypothèse que je vais faire : les points *représentatifs des racines sont supposés situés sur un cercle*, que j'appellerai *cercle fondamental*. En particulier, les racines peuvent être réelles (le cercle se change alors en ligne droite); elles peuvent être imaginaires et, deux à deux, conjuguées. Pour *la variable* ξ, *je la supposerai représentée par un point quelconque du cercle fondamental;* elle sera réelle, si les racines sont réelles.

» La circonférence du cercle fondamental est partagée par les quatre racines en quatre arcs consécutifs. Les deux arcs, contigus à celui sur lequel se trouve le point ξ, seront considérés comme des *coupures*, interdites au point x.

» *La fraction continue converge, quel que soit x, et représente, dans tout le plan, la fonction $f(x)$, que les coupures rendent uniforme. Sur les coupures, la fraction continue est divergente.*

» Jusqu'à présent, la quantité y n'a joué aucun rôle. En examinant la nature de la convergence, on va voir apparaître cette quantité : *la fraction continue* (considérée comme une fonction de x) *converge* UNIFORMÉMENT *dans tout le plan, excepté sur une ligne*, que j'appellerai *ligne de convergence non uniforme*.

» Disons d'abord quelle est cette ligne. C'est une courbe algébrique. Soit U la seconde polaire de $F(x)$, composée avec y, et $H(x)$ le hessien :

$$12U = (y-x)^2 F''(x) + 6(y-x)F'(x) + 12F(x),$$
$$48H(x) = 4F(x)F''(x) - 3F'^2(x).$$

» Désignons par z une variable représentée par un point quelconque du cercle fondamental. L'équation

$$(2) \qquad \frac{U + \sqrt{F(x)F(y)}}{2(y-x)^2} + \frac{H(z)}{F(z)} = 0,$$

où l'on suppose, pour y, une quantité complexe fixe et, pour x, une quantité complexe variable, définit le point x au moyen du paramètre z. Par la variation de ce paramètre, le point x décrit un lieu : c'est la courbe dont il s'agit. En outre, sur deux arcs non contigus, le rapport $H(z):F(z)$ a les mêmes valeurs, de sorte que la courbe se partage en deux branches, dont l'une correspond aux coupures, l'autre à l'arc où se trouve ξ. Cette dernière branche, seule, constitue la ligne de convergence non uniforme.

Dans le cas particulier où y est sur le cercle fondamental, mais non sur les coupures, la ligne de convergence non uniforme se confond avec l'arc où se trouve y. Au surplus, on verra, tout à l'heure, que cette ligne est connue par le calcul même de la fraction continue. Ce qu'on doit surtout remarquer, c'est qu'elle est indépendante de ξ, tant, du moins, que le point ξ ne passe pas d'un arc à un arc contigu.

» *Sur cette ligne, la convergence est non uniforme dans tout intervalle;* voici comment. Soit pris, sur cette ligne, un arc à volonté, et soit donné un nombre M; l'arc aussi petit et le nombre M aussi grand qu'on voudra. Il existe, sur cet arc, un point x, tel que, parmi les réduites de rang supérieur à M, il s'en trouve une qui soit rigoureusement égale à

$$f_1(x) = \frac{\sqrt{F(y)} + \sqrt{F(x)}}{y - x},$$

bien que les réduites suivantes convergent vers $f(x)$. Il n'y a donc aucune limite assignable au rang des réduites qu'il faut prendre pour obtenir $f(x)$ avec une approximation donnée à volonté : c'est la définition de la convergence non uniforme.

» Il existe une infinité de valeurs de ξ, indépendantes de y, pour lesquelles la fraction devient *périodique*. On les trouve par des équations algébriques, appartenant à la théorie de la division des périodes dans les fonctions elliptiques, et l'on peut les caractériser ainsi : la fraction est périodique quand les intégrales de l'inverse de $\sqrt{F(x)}$, prises depuis ξ jusqu'à l'une ou l'autre des extrémités de l'arc où se trouve ξ, sont commensurables entre elles (leur rapport est toujours réel).

» *Quand la fraction est périodique, la ligne de convergence non uniforme perd son caractère : la convergence devient uniforme, excepté en quelques points particuliers, où il y a divergence par oscillation.* Soit r le nombre des termes de la période. Certaines réduites, dont les rangs sont n, $n+r$, $n+2r$, ..., sont rigoureusement égales à $f(x)$; certaines autres, dont les rangs sont n_1, n_1+r, n_1+2r, ..., sont rigoureusement égales à $f_1(x)$. Toutes les autres convergent vers $f(x)$.

» Voici maintenant de quelle manière le calcul de la fraction continue fait connaître la ligne de convergence non uniforme. Si l'on s'arrête au quotient $\alpha_m + \gamma_m x$, le reste a la forme suivante

$$R_m = (x - \xi)^2 \frac{x - y_m}{\sqrt{F(x)} - A}$$

(où A est un polynôme du second degré en x). En prenant $x = y_m$, on obtient un point de la ligne de convergence non uniforme. La suite indéfinie des quantités y_m fournit tous les points de cette ligne, avec telle approximation que l'on veut. Il y a exception dans le seul cas où la fraction est périodique : les quantités y_m se reproduisent alors périodiquement et sont en nombre limité. Elles correspondent précisément aux *points d'oscillation*.

» Les deux fractions continues périodiques, que j'ai prises pour exemple dans ma dernière Communication, offrent nettement ces circonstances. Pour toutes deux, ξ est nul; y est nul pour la première, infini pour la seconde. Les coupures sont constituées par les deux segments de l'axe des quantités réelles, compris, l'un entre $-\infty$ et $-\frac{1}{16}(\sqrt{33}+1)$, l'autre entre $\frac{1}{9}$ et $\frac{1}{16}(\sqrt{33}-1)$. La première fraction est oscillante pour $x = -\frac{1}{3}$; la seconde pour $x = \frac{1}{3}$ et pour $x = 1$.

» Il est impossible de ne pas remarquer les caractères d'invariance que présente l'équation (2). L'hypothèse, faite sur les racines de F et sur ξ, présente aussi ce caractère. Il s'accorde avec une propriété, extrêmement simple, mais essentielle, des fractions continues, et qu'il suffira d'énoncer pour la fraction (1) : *les quotients incomplets de cette fraction (sauf le premier) sont des covariants de* F, *pour toute substitution linéaire (et fractionnaire) opérée, à la fois, sur les trois variables* x, y, ξ.

» En raison de cette propriété, on pourrait, avec autant de généralité, se borner, dans les énoncés précédents, au cas où F est du troisième degré, avec trois racines réelles, et ξ réel, par conséquent. C'est le cas que j'avais uniquement envisagé, il y a trois ans. Mais je n'avais alors en vue que le développement de $\sqrt{F(x)}$. En considérant $f(x)$, je pense avoir introduit l'élément qui donne à cette théorie son véritable caractère. »

MÉCANIQUE. — *Mouvement dans un milieu, dont la résistance est proportionnelle au carré de la vitesse, d'un point matériel attiré par un centre fixe en raison de la distance;* par M. **H. Resal**.

« Si, après avoir fait subir à un pendule un petit écart ne dépassant pas 15° par exemple, on imprime à sa masse une vitesse horizontale du même ordre de grandeur que l'écart, cette masse doit décrire, en projection horizontale, une ellipse ayant pour centre la projection du point de suspension

et dont le grand axe se déplace dans le sens du mouvement avec une vitesse relativement petite, qui est proportionnelle au produit des axes de l'ellipse.

» L'expérience confirme ce résultat théorique; mais on observe que le grand axe diminue graduellement, quoique lentement, ce qu'on ne peut attribuer qu'à la résistance de l'air.

» Il y a lieu de se demander si cette résistance n'a pas d'influence sensible sur le déplacement giratoire de l'ellipse, question que je m'étais déjà posée il y a une vingtaine d'années et que je n'avais que partiellement résolue, et encore par des considérations géométriques.

» Je reviens sur cette question, en ayant recours ici à la méthode de la variation des constantes arbitraires. Mais il faut que, auparavant, je donne une certaine forme aux équations du mouvement elliptique.

» Soient

O le centre de l'ellipse;
$2a$, $2b$ son grand axe et son petit axe;
e son excentricité;
r le rayon vecteur de l'ellipse, faisant l'angle θ avec un axe fixe OX;
ω l'angle que forme le grand axe Ox avec OX.

» L'équation de l'ellipse peut se mettre sous l'une des deux formes suivantes :

$$(a)\qquad r^2[a^2\sin^2(\theta-\omega)+b^2\cos^2(\theta-\omega)]=a^2b^2,$$

$$(a')\qquad r^2[1-e^2\cos^2(\theta-\omega)]=a^2(1-e^2).$$

On déduit de la seconde

$$\frac{dr}{d\theta}=-\frac{e^2r\sin(\theta-\omega)\cos(\theta-\omega)}{1-e^2\cos^2(\theta-\omega)};$$

d'où, pour l'arc élémentaire,

$$(b)\qquad \left\{\begin{aligned} ds &= \frac{r\sqrt{1-e^2(2-e^2)\cos^2(\theta-\omega)}}{1-e^2\cos^2(\theta-\omega)}\,d\theta \\ &= b[1-e^2(2-e^2)\cos^2(\theta-\omega)]^{\frac{1}{2}}[1-e^2\cos^2(\theta-\omega)]^{-\frac{3}{2}}\,d\theta. \end{aligned}\right.$$

» Si l'on désigne par k^2r la force attractive, par ε une constante arbi-

traire et par V la vitesse, on a

$$x = a\cos(kt+\varepsilon),$$
$$y = b\cos^2(kt+\varepsilon),$$
$$V^2 = \frac{dy^2+dx^2}{dt^2} = -k^2r^2 + \text{const.};$$

d'où

$$(c) \qquad V^2 = \frac{dr^2 + r^2\,d\theta^2}{dt^2} = k^2(a^2+b^2-r^2).$$

» On a aussi

$$\frac{x\,dy - y\,dx}{dt} = kab$$

ou

$$(d) \qquad r^2\frac{d\theta}{dt} = kab$$

et enfin

$$(e) \qquad \operatorname{tang}(\theta-\omega) = \frac{b}{a}\operatorname{tang}(kt+\varepsilon).$$

» *Du mouvement en ayant égard à la résistance du milieu.* — D'après l'expérience, cette résistance est de la forme ρV^2, en désignant par ρ une constante dont la valeur est très petite (¹), ce qui permettra de considérer cette résistance comme une force perturbatrice.

» On a, dans le mouvement troublé, en ayant égard aux valeurs (c) et (d),

$$dV^2 = -k^2\,d\overline{r}^{\,2} - 2\rho V^2\,ds = -k^2\,d\overline{r}^{\,2} - 2\rho k^2(a^2+b^2-r^2)\,ds,$$
$$dr^2\frac{d\theta}{dt} = -\rho r^2\frac{d\theta}{dt}\,ds = -\rho kab\,ds.$$

(¹) En prenant pour point de départ la formule résultant des expériences de Didion dans l'air, on aurait

$$\rho = \frac{0,0236}{R}$$

pour une sphère en laiton dont le rayon R est exprimé en millimètres.

» Mais on tire des équations (c) et (d),

$$dV^2 = k^2\left[d(a^2+b^2) - d\overline{r}^2\right],$$
$$dr^2\frac{d\theta}{dt} = k\,d\overline{ab};$$

d'où, par comparaison,

$$a\,da + b\,db = -\rho(a^2+b^2-r^2)\,ds,$$
$$d\overline{ab} = b\,da + a\,db = -\rho ab\,ds.$$

» On déduit de là

$$(1)\qquad da = -\rho a\frac{a^2-r^2}{a^2-b^2}ds,\qquad db = -\rho b\frac{r^2-b^2}{a^2-b^2}ds,$$

formules auxquelles j'étais déjà parvenu autrefois par des considérations géométriqnes.

» Si l'on substitue à r^2 sa valeur tirée de l'équation (a'), on obtient

$$(1')\qquad da = -\rho a\frac{\sin^2(\theta-\omega)\,ds}{1-e^2\cos^2(\theta-\omega)},\qquad db = -\rho b\frac{\cos^2(\theta-\omega)\,ds}{1-e^2\cos^2(\theta-\omega)}.$$

» En posant

$$\Delta = [1-e^2(2-e^2)\cos^2(\theta-\omega)]^{\frac{1}{2}}[1-e^2\cos^2(\theta-\omega)]^{-\frac{5}{2}},$$

il vient, en remplaçant ds par sa valeur (b),

$$(1'')\qquad da = -\rho ab\sin^2(\theta-\omega)\,\Delta\,d\theta,\qquad db = -\rho b^2\cos^2(\theta-\omega)\,\Delta\,d\theta.$$

» Si l'on développe, en séries ordonnées suivant les puissances de $e^2\cos^2(\theta-\omega)$, les deux facteurs de la fonction Δ, qu'on effectue la multiplication et que l'on remplace ensuite dans le produit les puissances des cosinus par leurs expressions en fonction des cosinus des arcs multiples, on arrive à un résultat de la forme

$$\Delta = \Sigma_0 P_i\cos 2i(\theta-\omega),$$

dans lequel i est un nombre entier, P_i une suite de termes en e^{2i}, e^{2i+2}, e^{2i+4}, ... On reconnaît que les coefficients P_0, P_1, les seuls que l'on aura à considérer dans la suite, sont positifs et que $P_0 > \frac{P_1}{2}$. Mais, comme les séries obtenues de cette manière pour P_0 et P_1 sont peu convergentes, on mettra plus bas ces coefficients sous une autre forme qui se prêtera mieux aux calculs numériques.

» Quoi qu'il en soit, on a

$$(1''')\quad \begin{cases} da = -\rho\dfrac{ab}{2}\left\{ \begin{aligned} &P_0[1-\cos 2(\theta-\omega)] + P_1\left[\cos 2(\theta-\omega) - \frac{1+\cos 4(\theta-\omega)}{2}\right] \\ &+\sum_2 P_i\left[\cos 2i(\theta-\omega) - \frac{\cos 2(i+1)(\theta-\omega)+\cos 2(i-1)(\theta-\omega)}{2}\right] \end{aligned} \right\} d\theta, \\ db = -\rho\dfrac{b^2}{2}\left\{ \begin{aligned} &P_0[1+\cos 2(\theta-\omega)] + P_1\left[\cos 2(\theta-\omega) + \frac{1+\cos 4(\theta-\omega)}{2}\right] \\ &+\sum_2 P_i\left[\cos 2i(\theta-\omega) + \frac{\cos 2(i+1)(\theta-\omega)+\cos 2(i-1)(\theta-\omega)}{2}\right] \end{aligned} \right\} d\theta. \end{cases}$$

» Dans une oscillation elliptique, on peut considérer a, b, c, par suite P_i, comme constantes et, en intégrant entre les limites

$$\theta = \omega, \qquad \theta = 2\pi + \omega,$$

on obtient, pour les variations éprouvées par a et b à la fin de cette oscillation,

$$(2)\qquad \delta a = -\rho ab\pi\left(P_0 - \frac{P_1}{2}\right), \qquad \delta b = -\rho b^2\pi\left(P_0 + \frac{P_1}{2}\right).$$

» On a d'ailleurs

$$e\,\delta e = -\frac{b}{a}\,\delta\frac{b}{a},$$

d'où

$$(3)\qquad \delta e = \rho\frac{b^3}{a}\frac{P_1}{e}.$$

» On voit ainsi que l'excentricité, et par suite l'aplatissement, ira en augmentant.

» En posant

$$\frac{e(2-e^2)}{2-e^2(2-e^2)} = \sin 2\alpha, \qquad \frac{e^2}{2-e^2} = \sin 2\beta, \qquad M = 4\frac{\cos^5\beta}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{2-e^2(2-e^2)}{(2-e^2)^5}},$$

on a

$$\begin{aligned} \Delta = M[1 - 2\tan\alpha\cos 2(\theta-\omega) + \tan^2\alpha]^{\frac{1}{2}} \\ \times[1 - 2\tan\beta\cos 2(\theta-\omega) + \tan\beta]^{-\frac{5}{2}}. \end{aligned}$$

» Si l'on pose encore

$$[1 - 2\tan\alpha\cos 2(\theta-\omega) + \tan^2\alpha]^{\frac{1}{2}} = \sum_0 A_i\cos 2i(\theta-\omega),$$

$$[1 - 2\tan\beta\cos 2(\theta-\omega) + \tan^2\beta]^{-\frac{5}{2}} = \sum B_i\cos 2i(\theta-\omega),$$

on obtient

$$P_0 = M\left(A_0B_0 + \frac{A_1B_1 + A_2B_2 + \ldots}{2}\right),$$

$$P_1 = M\left(A_0B_1 + A_1B_0 + \frac{A_1B_2 + A_2B_1 + A_2B_3 + \ldots}{2}\right).$$

» En appliquant une formule connue de la Mécanique céleste, on trouve

$$A_0 = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \operatorname{tang}^2\alpha + \left(\frac{1}{2.4}\right)^2 \operatorname{tang}^4\alpha + \left(\frac{1.3}{2.4.6}\right)^2 \operatorname{tang}^6\alpha + \ldots,$$

$$A_1 = 2\operatorname{tang}\alpha\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\frac{1}{2.4}\operatorname{tang}^2\alpha + \frac{1}{2.4}\,\frac{1.3}{2.4.6}\operatorname{tang}^4\alpha + \ldots\right),$$

$$A_2 = 3\operatorname{tang}^2\alpha\left(-\frac{1}{2.4} + \frac{1}{2}\,\frac{1.3}{2.4.6}\operatorname{tang}^2\alpha + \frac{1}{2.4}\,\frac{1.3.5}{2.4.6.8}\operatorname{tang}^4\alpha + \ldots\right),$$

....,

$$B_0 = 1 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 \operatorname{tang}^2\beta + \left(\frac{5.7}{2.4}\right)^2 \operatorname{tang}^4\beta + \left(\frac{5.7.9}{2.4.6}\right)^2 \operatorname{tang}^6\beta + \ldots,$$

$$B_1 = 2\operatorname{tang}\beta\left(\frac{5}{2} + \frac{5}{2}\,\frac{5.7}{2.4}\operatorname{tang}^2\beta + \frac{5.7}{2.4}\,\frac{5.7.9}{2.4.6}\operatorname{tang}^4\beta + \ldots\right),$$

$$B_2 = 3\operatorname{tang}^2\beta\left(\frac{5.7}{2.4} + \frac{5}{2}\,\frac{5.7.9}{2.4.6}\operatorname{tang}^2\beta + \frac{5.7}{2.4}\,\frac{5.7.9.11}{2.4.6.8}\operatorname{tang}^4\beta + \ldots\right),$$

....

» Dans le cas d'un cercle ou de $e = 0$, on a

$$\delta a = \delta b = -\pi\rho a^2, \qquad \delta e = 0,$$

et la courbe restera constamment un cercle dont le rayon diminuera.

» Pour $e^2 = \frac{1}{2}$ ou $\frac{a-b}{a} = 0{,}2071$, on a approximativement

$$\delta a = -0{,}934\pi\rho a^2, \qquad \delta b = -2{,}651\pi\rho a^2.$$

Dans le cas d'une oscillation plane complète, il faut remonter à la première des équations (1) en y faisant $b = 0$, $ds = dr$, et doubler l'intégrale par rapport à r prise entre les limites $-a$ et a, ce qui donne

$$\delta a = -\tfrac{8}{3}\rho a^2.$$

» Si l'on différentie l'équation (a) en ne considérant que a, b, ω comme variables, que l'on substitue à da, db leurs valeurs (1'), puis qu'on remplace b^2 par $a^2(1-e^2)$ et que, enfin, on divise par ρr^2, on trouve

$$-\frac{e^2\sin(\theta-\omega)}{\rho}\,\frac{d\omega}{ds} = -\frac{1-e^2}{r^2}a^2 + \frac{\sin^4(\theta-\omega) + (1-e^2)^2\cos^4(\theta-\omega)}{1-e^2\cos^2\theta}.$$

En remplaçant r^2 par sa valeur déduite de l'équation (a'), on obtient

$$(4)\qquad d\omega = \rho\frac{1-e^2}{e^2}\frac{\sin^2(\theta-\omega)\,ds}{1-e^2\cos^2(\theta-\omega)}$$

ou, en substituant à ds sa valeur (b),

$$(4')\quad\left\{\begin{aligned} d\omega &= \rho\frac{1-e^2}{e^2}\,b\sin2(\theta-\omega)\Delta\,d\theta\\ &= \rho b\frac{1-e^2}{e^2}\{\mathrm{P}_0\sin2(\theta-\omega)+\tfrac{1}{2}\Sigma_1\mathrm{P}_i[\sin2(i+1)(\theta-\omega)\\ &\qquad -\sin2(i-1)(\theta-\omega)]\}\,d\theta.\end{aligned}\right.$$

» Si l'on intègre entre les limites ω, $2\pi+\omega$ de θ, on trouve $\delta\omega = 0$. Il suit de là que, à la fin des oscillations elliptiques successives, le grand axe, tout en diminuant, reprendra sa position initiale.

» On déduit de l'équation (e)

$$-\frac{d\omega}{\cos^2(\theta-\omega)} = \operatorname{tang}(kt+\varepsilon)\,d\frac{b}{a}+\frac{b}{a}\frac{d\varepsilon}{\cos^2(kt+\varepsilon)}$$

ou, en éliminant $kt+\varepsilon$ au moyen de la même équation, remplaçant da, db par leurs valeurs ($1'$) et $d\omega$ par sa valeur (4),

$$\begin{aligned}\frac{a}{b}d\varepsilon &= \frac{\rho}{[1-e^2\cos^2(\theta-\omega)]^2}\left[\frac{1}{4}\frac{b}{a}\sin4(\theta-\omega)-\frac{1-e^2}{e^2}\sin^2(\theta-\omega)\right]ds\\ &= \rho b\left[\frac{1}{4}\frac{b}{a}\sin4(\theta-\omega)-\frac{1-e^2}{e^2}\sin2(\theta-\omega)\right]\Gamma\,d\theta,\end{aligned}$$

en posant

$$\Gamma = [1-e^2(2-e^2)\cos^2(\theta-\omega)]^{\frac{1}{2}}[1-e^2\cos^2(\theta-\omega)]^{-\frac{1}{2}}.$$

On reconnaîtra, de la même manière que pour Δ, que l'on peut écrire

$$\Gamma = \Sigma_0\,\mathrm{Q}_i\cos2i(\theta-\omega),$$

et alors on a

$$\begin{aligned}\frac{a}{b}d\varepsilon &= \rho b\left[\frac{1}{4}\frac{b}{a}\sin4(\theta-\omega)-\frac{1-e^3}{e^2}\sin2(\theta-\omega)\right]\mathrm{Q}_0\,d\theta\\ &+\rho\frac{b}{2}\left\{\frac{b}{4a}\Sigma_1\mathrm{Q}_i[\sin2(i+2)(\theta-\omega)-\sin2(i-2)(\theta-\omega)]\right.\\ &\qquad\left.-\frac{1-e^2}{e^2}\Sigma_1\mathrm{P}_i[\sin2(i+1)(\theta-\omega)-\sin2(i-1)(\theta-\omega)]\right\}d\theta,\end{aligned}$$

et, en intégrant entre $\theta=\omega$, $\theta=2\pi+\omega$, on trouve

$$\delta\varepsilon = 0.$$

» Il résulte de ce qui précède que, dans le mouvement du pendule peu écarté de la verticale, la résistance de l'air n'a pour effet que de réduire les axes de l'ellipse, d'augmenter son aplatissement et qu'elle n'influe pas sur le déplacement du sommet. »

MÉMOIRES LUS.

CHIRURGIE. — *De l'ectocardie et de sa cure par l'autoplastie.* Note de M. LANNELONGUE. (Extrait par l'auteur.)

« Ce fut en 1826 que Breschet publia un important Mémoire sur l'ectopie cardiaque, c'est-à-dire « sur les anomalies de situation et de con» nexion du cœur dépendant d'une organisation primitive (1) ».

» Rassemblant la presque totalité des faits publiés, Breschet les soumet à de judicieux commentaires, puis il en ajoute d'autres qui lui sont propres et qui lui permettent de créer un nouveau genre, l'ectopie céphalique, dans laquelle le cœur reste adhérent à la tête. Il cite, à ce propos, le cas d'un cœur fixé dans la bouche. Bref, sauf la pathogénie que Breschet ne pouvait aborder, faute de connaissances suffisantes d'Embryologie, l'histoire naturelle de l'ectopie du cœur fut alors magistralement exposée.

» Loin de moi la pensée d'étudier et de rappeler les variétés ou même les genres des déplacements congénitaux du cœur. Mon dessein est de donner la relation d'un cas unique à certains égards, et dont l'intérêt se concentre sur les deux particularités suivantes.

» Breschet, et plus tard Geoffroy Saint-Hilaire, avaient posé cette règle, reproduite en 1882 par Ahlfeld : Toute ectopie du cœur dans laquelle cet organe n'est pas recouvert par les téguments, c'est-à-dire toute ectocardie, entraîne la mort peu de temps après la naissance, quelques heures ou quelques jours au plus tard.

» Cette opinion paraissait absolue, puisqu'elle reposait sur l'observation de faits positifs : les cas de Weese, de Martinez, de Sandifort, cités par Breschet, et d'autres plus récents. Cependant on pouvait concevoir *a priori* qu'il en fût autrement; en effet, ces sujets n'étaient-ils pas, en général, nés à terme et vivants? Or, s'ils avaient vécu un certain nombre

(1) BRESCHET, *Mémoire sur l'ectopie de l'appareil de la circulation* (*Répertoire général d'Anatomie et de Physiologie pathologiques*, 1826).

d'heures ou de jours, ne pouvaient-ils pas continuer leur existence, et l'art ne devait-il pas chercher à réaliser ce but ?

» Le fait dont je viens donner la relation succincte est un exemple plein d'encouragements sur ce point.

» Le 15 février 1888, on me présente, à l'hôpital Trousseau, une fille âgée de six jours, d'apparence chétive, prenant assez bien le sein, et dont les diverses fonctions s'accomplissent régulièrement. Toutes les parties du corps sont bien conformées, sauf le thorax qui présente vers la partie moyenne du sternum une ulcération circulaire et médiane, dont les dimensions sont un peu supérieures à une pièce de un franc. Limitée par un bourrelet cutané saillant, cette ulcération est incomplètement fermée, du côté de la cavité thoracique, par une membrane molle, d'aspect jaunâtre, flottante et en partie détachée, qui est en voie de mortification.

» Le cœur soulève cette membrane, et le sommet des ventricules vient battre à l'extérieur du thorax. Un examen minutieux de la paroi thoracique révèle l'existence d'une fissure incomplète et médiane du sternum ; l'appendice xyphoïde est normal.

» Dans les jours qui suivirent ce premier examen, l'aspect des parties se modifia profondément; d'abord la membrane jaunâtre, qui obstruait l'ulcération et cachait en partie le cœur, se détacha et disparut, de telle sorte que les ventricules se montrèrent à nu, en dehors de la cavité thoracique; le cœur occupait la ligne médiane, sa base enfoncée à la limite du cou et du thorax. Plus tard, un bourgeonnement très actif s'opéra dans l'anneau cutané de l'ulcération, ainsi que sur les bords latéraux des ventricules; le cœur se trouva bientôt environné d'une couche de bourgeons charnus venant tendre la main à ceux qu'il présentait lui-même.

» Dans ces circonstances, la question d'une intervention chirurgicale ne devait-elle pas se poser? En abandonnant les choses à elles-mêmes, il devenait évident que le travail de réparation comprendrait la paroi ventriculaire. Non seulement cette paroi allait adhérer au nouveau tissu de cicatrice, mais elle était vouée à faire partie de la cicatrice elle-même, car l'anneau cicatriciel périphérique, uni aux bords latéraux des ventricules dans une grande étendue, devait ultérieurement être l'objet d'une rétraction telle qu'il y avait lieu de craindre que les ventricules ne fussent enserrés dans cet anneau rétractile. Pour ces motifs, je me résolus à pratiquer une opération autoplastique le 24 février; mais, avant d'indiquer le résultat obtenu, je crois utile de mentionner les recherches physiologiques qu'a suscitées ce cas.

» Sur le jeune sujet, le cœur étant à nu, nous avons pu vérifier par le

toucher que le doigt directement appliqué sur le ventricule est repoussé au moment où cet organe diminue de volume et durcit. Nous avons également constaté que le battement est perçu sur toute l'étendue des ventricules et non à la pointe seulement. Ces faits ont été étudiés et vérifiés, bien antérieurement à l'exemple actuel, par M. Marey dans un cas d'ectopie abdominale sous-cutanée. D'autre part, le professeur Potain et M. François-Franck ont bien voulu, sur ma demande, prendre le graphique des battements du cœur, et la Note qu'ils m'ont remise est publiée dans le *Bulletin médical*.

» Ne pouvant aborder dans cette Note la question de pathogénie, je mentionnerai seulement qu'en rapprochant les exemples les plus simples d'ectopie du cœur de ceux plus compliqués qui coexistent avec des anomalies profondes de l'organisme, on arrive à placer dans des adhérences *intrinsèques* ou *extrinsèques* la condition pathogénique de l'ectopie. Les adhérences intrinsèques, c'est-à-dire les connexions anomales entre le cœur et les tissus ou organes voisins de l'embryon, amèneront de préférence les ectopies avec conservation du tégument; les adhérences extrinsèques, c'est-à-dire les connexions entre le cœur et les annexes de l'embryon, détermineront de préférence les ectocardies.

» L'opération décidée, je devais concevoir, pour un sujet de quinze jours, un procédé inoffensif, simple et rapide, aussi sûr que possible dans ses résultats. Après mûre réflexion, il me sembla que, si l'on fermait l'orifice cutané à l'aide de lambeaux cruentés par leur face profonde, les mouvements du cœur suffiraient à empêcher les adhérences d'être trop serrées et qu'il se ferait même un espace séreux conforme aux besoins de la fonction cardiaque.

» Dans ce but, deux incisions verticales furent faites de chaque côté de l'anneau cutané à $0^{m},015$ en dehors de la surface ulcérée. Les deux lambeaux latéraux ainsi formés furent mobilisés suffisamment pour que leurs bords internes pussent être réunis et suturés au devant du cœur. L'enfant ne perdit que quelques gouttes de sang; son état général ne fut nullement troublé dans la suite; en moins de vingt jours la cicatrisation était achevée.

» Le 24 avril, deux mois après l'opération, l'enfant est en très bonne santé et la région du cœur se présente sous l'aspect suivant : la cicatrice médiane, provenant de la réunion des lambeaux, est linéaire et à peine visible; la poitrine est fermée par le tégument externe comme à l'état normal. De chaque côté, on voit les deux cicatrices verticales, traces des incisions et du déplacement des lambeaux. Les battements du cœur sou-

lèvent la peau et les formes de cet organe se dessinent à chaque systole. On peut même prendre les ventricules avec les doigts. Mais ce qui est remarquable au point de vue du résultat opératoire, c'est que le tégument glisse librement au devant du cœur; on peut facilement le plisser et le pincer. Le cœur est libre dans un espace où ses mouvements ne sont nullement entravés.

» En définitive, l'opération a amené la transformation d'un cas d'*ectocardie* en une *ectopie* sous-cutanée. Il est encore possible que cette ectopie, qui est extra-thoracique, devienne, dans l'avenir, intra-thoracique par suite du développement du cœur. En effet, on remarque que cet organe ne soulève pas le tégument d'une manière permanente, et l'on comprend qu'à un moment donné un défaut d'harmonie entre le développement du cœur et la fissure sternale ne permette plus à ce dernier de venir battre sous la peau. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **Aubert** adresse pour le concours du prix de Statistique un Mémoire manuscrit ayant pour titre : « Géographie médicale du département de l'Ain ».

(Renvoi à la Commission du concours de Statistique.)

Un **Anonyme**, dont le nom est renfermé dans un pli cacheté, adresse pour le concours du prix Jérôme Ponti un Mémoire « Sur l'intégration des équations simultanées aux dérivées partielles du premier ordre, et sur l'équation aux dérivées partielles du second ordre ».

(Renvoi à la Commission du prix Jérôme Ponti.)

M. F. **Duhamet** soumet au jugement de l'Académie un travail ayant pour titre : « Mémoire sur le tourniquet à voiles, le tourniquet à aubes et le réservoir à vapeurs d'explosifs.

(Commissaires : MM. Phillips, Lévy.)

CORRESPONDANCE.

La Société hollandaise des Sciences fait hommage à l'Académie du tome I des Œuvres complètes de *Christiaan Huygens*, dont elle a entrepris la publication.

La Correspondance, qui est presque entièrement inédite, comprendra à elle seule plus de huit volumes. Le premier volume renferme la Correspondance de 1638 à 1656.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Une carte de la « Répartition géographique de la population en France », par M. *Victor Turquan*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une fonction arithmétique.* Note de M. E. Cesaro, présentée par M. Hermite.

« Dans une récente Communication *Sur une intégrale numérique suivant les diviseurs*, M. Bougaieff considère une remarquable fonction arithmétique, dont nous nous sommes occupé à plusieurs reprises. C'est la fonction que nous avons désignée par le symbole ν : nulle en général, elle prend la valeur $\log p$ toutes les fois que la variable n devient égale à une puissance du nombre premier p, quelconque. La propriété fondamentale de la fonction ν est exprimée par l'égalité

$$(1)\qquad \nu(a)+\nu(b)+\nu(c)+\ldots=\log n,$$

où $a, b, c, \ldots$ représentent *tous les diviseurs* de n. Si l'on donne deux nouvelles fonctions, liées par l'égalité

$$f(a)+f(b)+f(c)+\ldots=\mathrm{F}(n),$$

on peut écrire

$$(2)\qquad \sum\nu(a)\,\mathrm{F}\left(\frac{n}{a}\right)+\sum f(a)\log a=\mathrm{F}(n)\log n.$$

Si, par exemple, on prend pour f la *fonction de Mertens*, $\mu(n)$, nulle en général, mais égale à $(-1)^\tau$ lorsque n est le produit de τ facteurs pre-

miers, inégaux, on sait que $F(n) = 0$, pour $n > 1$, et $F(1) = 1$. La formule (2) devient

(3) $$\mu(a)\log a + \mu(b)\log b + \mu(c)\log c + \ldots = -\nu(n),$$

comme l'a remarqué M. Bougaieff. Si $f(n)$ est la *fonction de Gauss*, $\varphi(n)$, on sait que $F(n) = n$, et la formule (2) devient

$$\frac{\nu(a)}{a} + \frac{\nu(b)}{b} + \frac{\nu(c)}{c} + \ldots = \log n - \frac{1}{n}\sum \varphi(a)\log a, \qquad \ldots.$$

Si $\tau(n)$ est le *nombre des facteurs premiers* de n, la fonction

$$\mu(a)\tau(a) + \mu(b)\tau(b) + \mu(c)\tau(c) + \ldots$$

jouit de la remarquable propriété de s'annuler avec $\nu(n)$, et d'être égale à -1 lorsque $\nu(n)$ n'est pas nulle. Il en résulte que la somme des valeurs de la fonction, pour les valeurs 1, 2, 3, ..., n de la variable, représente, au signe près, la quotité des nombres, non supérieurs à n, qui sont des puissances de nombres premiers. En conséquence, si l'on observe que, $\vartheta(n)$ étant la *quotité des nombres premiers, non supérieurs à n*, il y a $\vartheta\left(n^{\frac{1}{2}}\right)$ nombres premiers dont les carrés ne surpassent pas n, $\vartheta\left(n^{\frac{1}{3}}\right)$ nombres premiers dont les cubes ne surpassent pas n, ...; on voit que la somme $\vartheta(n) + \vartheta\left(n^{\frac{1}{2}}\right) + \vartheta\left(n^{\frac{1}{3}}\right) + \ldots$ est égale et de signe contraire à

$$\left[\frac{n}{1}\right]\mu(1)\tau(1) + \left[\frac{n}{2}\right]\mu(2)\tau(2) + \left[\frac{n}{3}\right]\mu(3)\tau(3) + \ldots.$$

En d'autres termes, si l'on représente par $p, q, r, \ldots$ la suite des nombres premiers, on a la relation

$$\vartheta(n) + \vartheta\left(n^{\frac{1}{2}}\right) + \vartheta\left(n^{\frac{1}{3}}\right) + \ldots = \sum\left[\frac{n}{p}\right] - 2\sum\left[\frac{n}{pq}\right] + 3\sum\left[\frac{n}{pqr}\right] - \ldots,$$

signalée par M. Bougaieff parmi les conséquences de (3). M. Bougaieff donne aussi une intéressante expression des *nombres de Bernoulli* : nous allons retrouver cette expression, et nous donnerons ensuite une expression analogue pour les *nombres d'Euler*, en nous aidant des propriétés de la fonction ν. On sait que la relation (1) donne lieu à l'égalité.

(4) $$\sum_1^\infty \frac{\nu(n)}{n^m} = \frac{1}{s_m}\sum_1^\infty \frac{\log n}{n^m},$$

où, pour m pair,

(5) $$s_m = \sum_1^\infty \frac{1}{n^m} = \frac{(-1)^{\frac{m}{2}+1}}{2}\,\frac{(2\pi)^m B_m}{m!}.$$

» Les sommes doivent être étendues à toutes les valeurs entières et positives de n. D'ailleurs

$$\sum_1^\infty \frac{\nu(n)}{n^m} = \sum_1^\infty \frac{\log p}{p^m - 1},$$

où la dernière somme doit être étendue à *tous les nombres premiers*. Cela étant, la formule (4) montre que s_m est le quotient des logarithmes des produits

$$\prod_1^\infty n^{\frac{1}{n^m}}, \quad \prod_1^\infty p^{\frac{1}{p^m-1}},$$

et l'on en déduit, en vertu de (5),

$$B_m = 2(-1)^{\frac{m}{2}+1} \frac{m!}{(2\pi)^m} \frac{\log 2^{\frac{1}{2^m}} . 3^{\frac{1}{3^m}} . 4^{\frac{1}{4^m}} . 5^{\frac{1}{5^m}} . 6^{\frac{1}{6^m}} . 7^{\frac{1}{7^m}} \ldots}{\log 2^{\frac{1}{2^m-1}} . 3^{\frac{1}{3^m-1}} . 5^{\frac{1}{5^m-1}} . 7^{\frac{1}{7^m-1}} . 11^{\frac{1}{11^m-1}} \ldots}.$$

C'est la formule de M. Bougaieff. Plus généralement, si l'on prend une fonction ψ, jouissant de la propriété $\psi(x)\psi(y) = \psi(xy)$, pour les valeurs entières de la variable, on peut écrire, au lieu de (1),

$$\sum \psi\left(\frac{n}{a}\right)\psi(a)\nu(a) = \psi(n)\log n,$$

d'où l'on déduit

$$(6) \qquad \sum_1^\infty \frac{\psi(n)}{n^m} \sum_1^\infty \frac{\psi(n)\nu(n)}{n^m} = \sum_1^\infty \frac{\psi(n)\log n}{n^m}.$$

» Si, par exemple, on prend pour ψ la *fonction de Liouville*, $\lambda(n)$, égale à $+1$ ou à -1, suivant que n est composé d'un nombre pair ou d'un nombre impair de facteurs premiers, égaux ou inégaux, on a d'abord

$$\sum_1^\infty \frac{\lambda(n)}{n^m} = \frac{s_{2m}}{s_m}, \qquad \sum_1^\infty \frac{\lambda(n)\nu(n)}{n^m} = -\sum_1^\infty \frac{\log p}{p^m+1},$$

$$\sum_1^\infty \frac{\lambda(n)\log n}{n^m} = -\frac{d}{dm}\frac{s_{2m}}{s_m} = -\frac{s_{2m}}{s_m^2}\sum_1^\infty \frac{\log n}{n^m} + \frac{2}{s_m}\sum_1^\infty \frac{\log n}{n^{2m}}.$$

Conséquemment

$$\sum_1^\infty \frac{\log p}{p^m+1} = \frac{1}{s_m}\sum_1^\infty \frac{\log n}{n^m} - \frac{2}{s_{2m}}\sum_1^\infty \frac{\log n}{n^{2m}}.$$

» Par exemple, la somme de la série

$$\frac{\log 2}{2^2+1} + \frac{\log 3}{3^2+1} + \frac{\log 5}{5^2+1} + \frac{\log 7}{7^2+1} + \frac{\log 11}{11^2+1} + \ldots$$

équivaut à

$$\frac{6}{\pi^2}\left(\frac{\log 2}{4}+\frac{\log 3}{9}+\frac{\log 4}{16}+\ldots\right)-\frac{180}{\pi^4}\left(\frac{\log 2}{4^2}+\frac{\log 3}{9^2}+\frac{\log 4}{16^2}+\ldots\right).$$

Soit encore $\psi(n)=\sin\frac{\pi n}{2}$. La formule (6) montre que la somme

$$1-\frac{1}{3^m}+\frac{1}{5^m}-\frac{1}{7^m}+\ldots=\frac{(-1)^{\frac{m-1}{2}}}{2}\left(\frac{\pi}{2}\right)\frac{E_{m-1}}{(m-1)!}\quad (m \text{ impair})$$

est égale au quotient des sommes

$$\frac{\log 1}{1^m}-\frac{\log 3}{3^m}+\frac{\log 5}{5^m}-\ldots,\qquad \frac{\nu(1)}{1^m}-\frac{\nu(3)}{3^m}+\frac{\nu(5)}{5^m}-\ldots=\sum_1^\infty\frac{\psi(p)\log p}{p^m-\psi(p)}.$$

» Il en résulte, pour exprimer les nombres d'Euler, la formule suivante :

$$E_m=2(-1)^{\frac{m}{2}}m!\left(\frac{2}{\pi}\right)^{m+1}\frac{\log\dfrac{5^{\frac{1}{5^m+1}}\cdot 9^{\frac{1}{9^m+1}}\cdot 13^{\frac{1}{13^m+1}}\cdot 17^{\frac{1}{17^m+1}}\cdots}{3^{\frac{1}{3^m+1}}\cdot 7^{\frac{1}{7^m+1}}\cdot 11^{\frac{1}{11^m+1}}\cdot 15^{\frac{1}{15^m+1}}\cdots}}{\log\dfrac{5^{\frac{1}{5^{m+1}-1}}\cdot 13^{\frac{1}{13^{m+1}-1}}\cdot 17^{\frac{1}{17^{m+1}-1}}\cdot 29^{\frac{1}{29^{m+1}-1}}\cdots}{3^{\frac{1}{3^{m+1}+1}}\cdot 7^{\frac{1}{7^{m+1}+1}}\cdot 11^{\frac{1}{11^{m+1}+1}}\cdot 19^{\frac{1}{19^{m+1}+1}}\cdots}}.$$

» Rappelons, pour finir, que l'on doit à M. Halphen la seule démonstration rigoureuse de ce théorème :

» *La somme* $\nu(1)+\nu(2)+\nu(3)+\ldots+\nu(n)$ *est asymptotique à* n.

» Cette importante proposition pourrait servir à l'évaluation asymptotique de $\vartheta(n)$. »

THERMODYNAMIQUE. — *Sur les fonctions caractéristiques de M.* Massieu. Note de M. **H. Le Chatelier**, présentée par M. Daubrée.

« Les fonctions caractéristiques de M. Massieu peuvent être mises sous une forme qui est un peu différente de celle qu'on leur donne habituellement et qui se prête mieux aux applications. Soit la fonction H′ complétée en tenant compte des phénomènes électriques (si cette généralisation ne semble pas légitime, il suffit de supprimer dans les calculs suivants le terme relatif à la force électromotrice E),

$$H'=T\left(\int\frac{dQ}{T}-\frac{U}{T}-\frac{APV}{T}-\frac{A'EI}{T}\right).$$

» Remplaçant $dQ = dU + AP\,dV + A'E\,dI$, il vient, tous calculs faits,

$$H' = -T\left[\int U\,d\left(\frac{1}{T}\right) + A\int V\,d\left(\frac{P}{T}\right) + A'\int I\,d\left(\frac{E}{T}\right)\right].$$

» D'après la loi de Faraday, I, quantité d'électricité, est une constante; d'autre part, le volume V, aux pressions peu élevées, est pour les corps sous leurs trois états, sinon rigoureusement, au moins avec un assez grand degré d'approximation, fonction seulement de $\frac{P}{T}$. Il en résulte (1) que U est, dans les mêmes limites d'approximation, fonction seulement de T. Chacun des termes dont se compose H' est donc ainsi exprimé au moyen d'une fonction d'une seule variable.

» Cette expression de H' permet de retrouver très simplement les lois numériques des équilibres chimiques, du moment où l'on admet que la condition d'équilibre est exprimée par l'équation

$$\Sigma n H' = 0. \text{ »}$$

PHYSIQUE. — *Sur la variation de la chaleur spécifique du quartz avec la température*. Note de M. **Pionchon**, présentée par M. Debray.

« Parmi les corps non métalliques, le quartz est un des plus réfractaires, et, si l'on veut suivre les changements produits par la chaleur dans ses propriétés physiques, il permet d'embrasser dans cette étude un intervalle considérable de l'échelle des températures. Ainsi M. Joubert (2) a pu examiner son action sur la lumière polarisée depuis la température de — 20° jusqu'à une température d'environ 1500°.

» A l'aide de la méthode que j'ai fait connaître dans une précédente Communication (3), j'ai étudié, dans des limites presque aussi étendues, la variation de sa chaleur spécifique, et cela en déterminant les quantités de chaleur (q_0^t) nécessaires pour porter 1gr de ce corps de 0° à t°, dans l'intervalle de 0° à 1200°. Ces expériences sont résumées dans les Tableaux suivants :

(1) Bertrand, *Thermodynamique*, p. 148.
(2) *Comptes rendus*, 30 septembre 1878.
(3) *Comptes rendus*, 22 mars 1886.

I. — *De 0° à 400° environ.*

t.	q_0^t observé.	q_0^t calculé.	Différence.	Rapport de la différence à la moyenne.
98,74	18,90	18,98	+0,08	$\frac{1}{236}$
280,00	62,00	62,10	+0,10	$\frac{1}{620}$
315,00	71,50	71,44	−0,06	$\frac{1}{1191}$
358,20	83,27	83,29	+0,02	$\frac{1}{4164}$

» La valeur relative à la température de 98°,74 est empruntée aux expériences de Regnault. Les autres températures ont été déterminées à l'aide des nombres dus à M. Violle ([1]). En regard des valeurs observées se trouvent les valeurs calculées à l'aide de la formule

$$(1)\qquad q_0^t = 0,1737t + 0,000197t^2 - 0,000000009t^3.$$

» Cette formule, ainsi que le montre la faible valeur relative des différences entre l'observation et le calcul, représente les expériences d'une manière très satisfaisante. On en déduit, pour l'expression de la chaleur spécifique du quartz à $t°$ (t étant inférieur à 400°), la formule

$$(2)\qquad \gamma_t = 0,1737 + 0,000394t - 0,000000027t^3,$$

qui donne

$$\gamma_0 = 0,1737, \qquad \gamma_{350} = 0,2786.$$

II. — *De 400° environ à 1200°.*

t.	q_0^t observé.	q_0^t calculé.	Différence.	Rapport de la différence à la moyenne.
432	105,22	105,47	+0,25	$\frac{1}{421}$
522	133,45	132,98	−0,47	$\frac{1}{284}$
694,3	185,13	185,53	+0,40	$\frac{1}{463}$
725,6	194,70	195,07	+0,37	$\frac{1}{526}$
739,1	199,77	199,19	−0,58	$\frac{1}{343}$
740,7	199,60	199,68	+0,08	$\frac{1}{2495}$
808,2	220,70	220,27	−0,43	$\frac{1}{512}$
817,6	222,71	223,13	+0,42	$\frac{1}{531}$

([1]) *Comptes rendus*, t. LXXXV, p. 543; 1877.

t.	q_0^t observé.	q_0^t calculé.		Rapport de la différence à la moyenne.
833°	228,10	227,83	— 0,27	$\frac{1}{844}$
874,5	240,10	240,49	+ 0,39	$\frac{1}{616}$
876,1	241,40	240,97	— 0,43	$\frac{1}{560}$
978,5	271,64	272,21	+ 0,57	$\frac{1}{478}$
986,9	274,68	274,77	+ 0,09	$\frac{1}{3052}$
1009,4	282,06	281,63	— 0,43	$\frac{1}{655}$
1036,2	289,43	289,81	+ 0,38	$\frac{1}{762}$
1047	292,85	293,10	+ 0,25	$\frac{1}{1171}$
1054,8	295,44	295,48	+ 0,04	$\frac{1}{7386}$
1112,6	312,64	313,07	+ 0,43	$\frac{1}{727}$
1185	335,28	335,17	— 0,11	$\frac{1}{3047}$

» Ces résultats sont représentés par la formule

$$(3) \qquad q_0^t = -26,57 + 0,305\,t,$$

qui montre que de 400° environ à 1200° la chaleur spécifique est constante et égale à 0,305.

» Ainsi la chaleur spécifique du quartz éprouve une augmentation considérable; mais cette augmentation a lieu tout entière dans l'intervalle de 0° à 400°. Au delà, cette chaleur spécifique demeure constante.

» Ce résultat est particulièrement intéressant si on le rapproche de celui auquel est arrivé M. Joubert dans l'étude des propriétés optiques du même corps. Ce physicien a trouvé, en effet, que la rotation produite par 1^{mm} de quartz variait linéairement en fonction de la température, à partir de 300° environ jusqu'à 1000°. Il résulte de mes expériences que dans ce même intervalle la variation des quantités de chaleur est aussi linéaire. On peut exprimer ce fait en disant que, dans ces limites de température, la variation du pouvoir rotatoire correspondant à une variation de température est proportionnelle à la quantité de chaleur mise en jeu.

» M. Joubert a signalé, dans la variation du pouvoir rotatoire, un second changement d'allure, au delà de 1000°. La difficulté de dépasser, dans les expériences calorimétriques, la température de 1200° ne m'a pas permis de voir si à ce second changement en correspond un aussi dans la variation des quantités de chaleur; mais, sur le changement qui a lieu vers 400, il ne saurait y avoir aucun doute.

» Ainsi, étudié à deux points de vue différents, le quartz a présenté au-

dessus de 400° une allure fort différente de celle qu'il présentait aux températures inférieures. On peut vraisemblablement, d'après cela, s'attendre à rencontrer quelques particularités du même genre dans les diverses autres études dont il pourra être l'objet. »

PHYSIQUE. — *Sur la théorie du diamagnétisme.* Note de M. **R. Blondlot**, présentée par M. E. Becquerel.

« Les corps se partagent en paramagnétiques et diamagnétiques. On sait que M. Ed. Becquerel a expliqué la manière dont les uns et les autres se comportent dans le champ magnétique, en admettant que tous les corps, et le vide lui-même, sont en réalité paramagnétiques, un corps diamagnétique étant seulement un corps moins magnétique que le vide ([1]).

» Cette théorie ingénieuse a l'avantage de ramener à une seule cause deux classes de phénomènes, le paramagnétisme et le diamagnétisme n'étant plus que les degrés d'une même propriété, de même que le chaud et le froid ne sont que les degrés d'un même état. Néanmoins, elle a été combattue par plusieurs physiciens, MM. W. Weber et Tyndall entre autres, qui lui ont opposé différentes expériences, lesquelles, d'après eux, démontreraient que les corps diamagnétiques prennent, sous l'influence des aimants, un état de polarité inverse de celui que prend le fer dans les mêmes conditions; c'est même cette dernière opinion qui a prévalu et qui a cours dans l'enseignement.

» Ayant été conduit à examiner de près ces prétendues démonstrations de l'existence de la polarité diamagnétique, je n'ai pas tardé à reconnaître qu'elles n'ont aucune valeur, et que toutes les expériences invoquées s'expliquent complètement dans la théorie de M. Becquerel. Récemment, M. F. Braun a publié, dans les *Annales de Wiedemann* ([2]), un article intitulé : *Remarques sur l'explication du diamagnétisme*, et dont les conclusions sont identiques aux miennes. Quoique j'aie été ainsi devancé par M. Braun dans la publication de ces considérations, je crois néanmoins qu'on ne lira pas sans intérêt la description d'une expérience que j'ai faite pour montrer que celle qui est considérée par les auteurs comme la démonstration

---

([1]) *Annales de Chimie et de Physique,* 3e série, t. XXVIII, p. 243; 1850.

([2]) 1888, Band XXXIII, p. 318.

muth peut s'expliquer en admettant, comme le veut la théorie de M. Becquerel, que le bismuth s'aimante à la manière du fer, mais que le milieu qui l'entoure est plus magnétique que lui, ce milieu fût-il le vide.

» Donc l'expérience de M. Tyndall ne démontre en rien l'existence de la polarité diamagnétique, puisqu'elle peut s'expliquer complètement dans la théorie de M. Becquerel. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les phénomènes électriques produits par les rayons ultra-violets*. Note de M. **Auguste Righi**.

« A propos de la Communication faite par M. Mascart, au nom de M. Stoletow (1), je demande la permission d'établir ici que plusieurs des résultats qui y sont énoncés avaient été déjà publiés dans une Note, présentée par moi le 4 mars à l'Académie des Lincei, de Rome, et imprimée immédiatement (2).

» Ainsi, l'idée, essentielle pour les recherches en question, d'employer un des métaux sous forme de réseau, l'égalisation de potentiel des deux métaux sous l'action de la lumière, la mesure qu'on peut en obtenir de la différence de potentiel des métaux, le renforcement d'effet qu'on obtient en introduisant du zinc dans l'arc électrique qui sert de source lumineuse, etc., sont autant de points où le travail de M. Stoletow, qui certainement ne connaissait pas encore ma Note, est en parfaite coïncidence avec le mien.

» Je suis heureux qu'en dehors d'une petite divergence M. Stoletow ne trouve presque pas d'action lorsque le disque plein est positif, pendant que j'ai trouvé, même dans ce cas, un effet très sensible; mes résultats reçoivent de ceux de M. Stoletow une confirmation aussi complète. »

ÉLECTRICITÉ. — *Action des radiations ultra-violettes sur le passage de l'électricité à faible tension au travers de l'air*. Note de MM. **E. Bichat** et **R. Blondlot**, présentée par M. Lippmann.

« La découverte de M. H. Hertz et les expériences de MM. E. Wiedemann, Ebert, Hallwachs et Arrhenius, relatives à l'influence des radiations très réfrangibles sur le passage de l'électricité à haute tension au travers

---

(1) *Comptes rendus*, p. 1149, 16 avril 1888.

(2) Voir aussi : *Journal de Physique*, avril 1888; *Phil. Mag.*, t. V, p. 25, n° 155.

muth peut s'expliquer en admettant, comme le veut la théorie de M. Becquerel, que le bismuth s'aimante à la manière du fer, mais que le milieu qui l'entoure est plus magnétique que lui, ce milieu fût-il le vide.

» Donc l'expérience de M. Tyndall ne démontre en rien l'existence de la polarité diamagnétique, puisqu'elle peut s'expliquer complètement dans la théorie de M. Becquerel. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les phénomènes électriques produits par les rayons ultra-violets.* Note de M. **Auguste Righi.**

« A propos de la Communication faite par M. Mascart, au nom de M. Stoletow ([1]), je demande la permission d'établir ici que plusieurs des résultats qui y sont énoncés avaient été déjà publiés dans une Note, présentée par moi le 4 mars à l'Académie des Lincei, de Rome, et imprimée immédiatement ([2]).

» Ainsi, l'idée, essentielle pour les recherches en question, d'employer un des métaux sous forme de réseau, l'égalisation de potentiel des deux métaux sous l'action de la lumière, la mesure qu'on peut en obtenir de la différence de potentiel des métaux, le renforcement d'effet qu'on obtient en introduisant du zinc dans l'arc électrique qui sert de source lumineuse, etc., sont autant de points où le travail de M. Stoletow, qui certainement ne connaissait pas encore ma Note, est en parfaite coïncidence avec le mien.

» Je suis heureux qu'en dehors d'une petite divergence M. Stoletow ne trouve presque pas d'action lorsque le disque plein est positif, pendant que j'ai trouvé, même dans ce cas, un effet très sensible; mes résultats reçoivent de ceux de M. Stoletow une confirmation aussi complète. »

ÉLECTRICITÉ. — *Action des radiations ultra-violettes sur le passage de l'électricité à faible tension au travers de l'air.* Note de MM. **E. Bichat** et **R. Blondlot**, présentée par M. Lippmann.

« La découverte de M. H. Hertz et les expériences de MM. E. Wiedemann, Ebert, Hallwachs et Arrhenius, relatives à l'influence des radiations très réfrangibles sur le passage de l'électricité à haute tension au travers

(1) *Comptes rendus*, p. 1149, 16 avril 1888.

(2) Voir aussi : *Journal de Physique*, avril 1888; *Phil. Mag.*, t. V, p. 25, n° 155.

des gaz, ont été étendues récemment par MM. Righi et Stoletow au cas de l'électricité à faible tension.

» Le fait capital observé par M. Stoletow est le suivant : une lame métallique et une toile métallique sont disposées parallèlement l'une à l'autre à quelques millimètres de distance. La lame pleine est reliée au pôle négatif d'une pile, et le réseau au pôle positif. Dans ce circuit, est intercalé un galvanomètre astatique de sir W. Thomson. Si l'on illumine la lame négative à l'aide d'un arc électrique placé devant la toile métallique, on constate une déviation du galvanomètre.

» Il nous a semblé intéressant d'examiner quelles modifications pourraient apoprter à ces curieux phénomènes divers changements dans les conditions expérimentales. En premier lieu, nous avons recherché ce qui arriverait si l'on remplaçait la lame métallique négative destinée à recevoir les radiations par un liquide. A cet effet, nous avons substitué à cette lame métallique une plaque de verre presque verticale; sur la face de cette plaque tournée vers la toile métallique, on faisait ruisseler un courant d'eau amené par un tube percé de trous, en communication avec un réservoir isolé. La lame d'eau ainsi obtenue était reliée au pôle négatif d'une pile constituée par 80 éléments de Volta. Le reste de l'appareil était disposé comme dans l'expérience de M. Stoletow. Afin d'augmenter l'effet de l'arc voltaïque, on employait comme charbon positif un charbon contenant une âme formée par un fil d'aluminium.

» L'expérience ainsi faite nous a montré que, lors de l'illumination, *l'aiguille du galvanomètre reste rigoureusement au zéro*. Or, dans les mêmes conditions, en substituant une lame métallique à la lame d'eau, on obtenait sur l'échelle du galvanomètre une déviation de plus d'un mètre. Cette expérience démontre l'inefficacité complète des radiations lorsqu'elles sont reçues par une lame d'eau.

» Afin d'écarter l'objection qui pourrait être faite en raison du mouvement du liquide dans le dispositif précédent, nous avons répété notre expérience en disposant la toile métallique horizontalement au-dessus d'un cristallisoir rempli d'eau et en produisant l'illumination par le haut. Cette fois encore le résultat a été rigoureusement négatif.

» Ayant pensé que la disparition du phénomène lors de la substitution d'une lame d'eau à une lame métallique pouvait tenir au contraste des propriétés absorbantes des deux corps, nous avons répété l'expérience de M. Stoletow avec la lame de métal, en interposant sur le trajet des radiations une lame d'eau entièrement libre obtenue en faisant écouler ce

liquide par un large ajutage aplati. Nous avons constaté que l'interposition de cet écran d'eau ne diminue en rien la déviation galvanométrique. Il faut conclure de là que *la transparence de l'eau pour les rayons efficaces est parfaite*. Il y a là une preuve que les rayons efficaces ne sont pas les rayons calorifiques, car nous avons constaté que notre lame d'eau absorbait plus de la moitié de la chaleur incidente. M. Hallwachs avait déjà reconnu qu'une mince couche d'eau mouillant la lame de gypse verticale de son appareil ne diminuait pas l'action des radiations sur le passage de l'électricité à haute tension au travers des gaz [1].

» Voici encore quelques faits que nous avons observés : en remplaçant dans l'expérience décrite plus haut l'eau du cristallisoir par de l'encre, nous avons constaté l'inefficacité de l'illumination ; le carton blanc produit un effet certain, quoique faible; mais cet effet devient très considérable si l'on recouvre le carton de noir de fumée ou de plombagine. »

CHIMIE. — *Sur les phosphites acides des métaux alcalins*. Note de M. **L. Amat**, présentée par M. Debray.

« Dans une précédente Note [2], j'ai démontré l'existence d'un phosphite acide d'ammoniaque $(PO^3HO)AzH^4O, HO$; depuis j'ai réussi à préparer les sels correspondants de potasse et de soude $(PO^3HO)KO, HO$ et $(PO^3HO)NaO, HO$.

» *Phosphite monosodique* $(PO^3HO)NaO, HO + 5HO$. — Ce sel se prépare en saturant à équivalents égaux une dissolution d'acide phosphoreux par de la soude ou du carbonate de soude, ce que l'on fait très simplement en se servant comme réactif coloré du *méthylorange*. La dissolution ainsi obtenue est évaporée jusqu'à ce que, par refroidissement, le sel, plus soluble à chaud qu'à froid, puisse se déposer, ce que l'on peut calculer au moyen des coefficients de solubilité donnés plus loin. Mais ce que l'on obtient ainsi le plus souvent est une dissolution sursaturée qui cristallise au contact d'un fragment du phosphite solide; si l'on n'a pas à sa disposition ce germe cristallin, il convient pour l'obtenir de concentrer davantage la dissolution de manière à avoir un liquide de composition $(PO^3HO)NaO, HO + 5HO$, et même moins hydraté. Dans ce cas, la dis-

(1) Hallwachs, *Annales de Wiedemann*, Bd. XXXIII, p. 304.

(2) *Comptes rendus*, t. CV, p. 809; 1887.

solution se prend en masse quelquefois à la température ordinaire, généralement à une température plus basse; pour un liquide de composition identique à celle des cristaux $(PO^3HO)NaO, HO + 5HO$, la cristallisation a lieu par refroidissement au moyen du chlorure de méthyle s'évaporant à l'air libre, c'est-à-dire à une température supérieure à $-23°$.

» Les cristaux ainsi obtenus se séparent facilement de l'eau mère qui n'est pas sirupeuse comme avec les autres phosphites : ce sel se purifie par suite très bien par cristallisation. On laisse les cristaux s'égoutter à l'air, car ils n'absorbent pas sensiblement l'humidité, et l'on finit de les sécher sous une cloche en présence d'acide sulfurique, mais pendant très peu de temps pour ne pas les déshydrater.

» On peut encore préparer ce sel en saturant au moyen du méthylorange une dissolution de carbonate de soude par du trichlorure de phosphore. Par évaporation le chlorure de sodium se dépose, et il reste une dissolution de phosphite de soude que l'on fait cristalliser et que l'on purifie par plusieurs cristallisations; le rendement est très faible par suite de la grande quantité de chlorure de sodium qui se forme et qui retient une grande partie de l'eau mère.

» Ces cristaux ont donné à l'analyse :

		Calculé au moyen de la formule $(PO^3HO)NaO, HO + 5HO$.
	Pour 100	Pour 100
Phosphore (par le pyrophosphate de magnésie)..	21,1	20,8
Soude (par titrage) (¹)........................	20,3-20,7	20,8
Eau (combustion par CuO)....................	42,1	42,3
Métaphosphate obtenu par oxydation............	67,6-67,8	68,4
Oxygène nécessaire pour passer de PO^3 à PO^5 (méthode de Rose par HgCl)................	10,6	10,7

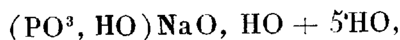
» Le phosphite monosodique est très soluble dans l'eau, plus soluble à chaud qu'à froid.

	$(PO^3HO)NaO, HO$.
A 0°, 1gr d'eau dissout..................................	0,56
10 »	0,66
42, point de fusion du sel hydraté, on doit trouver....	1,93

(¹) Emploi simultané de deux matières colorantes, méthylorange et phtaléine du phénol (Joly, *Comptes rendus*, t. C, p. 5; 1885); Méthode appliquée à l'acide phosphoreux, par M. Berthelot (*ibid.*, p. 81). Si l'on n'a pas à sa disposition ces matières colorantes si utiles dans l'étude des composés du phosphore et de l'arsenic, et en parti-

» Ce sel fond à 42°. Si l'on fait évaporer le liquide ainsi obtenu à 100°, on ne tarde pas à voir se former des cristaux, moins hydratés que le sel précédent, ou même peut-être le phosphite monosodique anhydre (PO^3HO) NaO, HO, dont il m'a été impossible jusqu'à présent de déterminer exactement la formule, par suite de la difficulté qu'on a de les séparer de l'eau mère, très sirupeuse, qui n'est autre chose que le phosphite monosodique à $5^{éq}$ d'eau de cristallisation, surfondu.

» Si l'on maintient pendant longtemps à 100° le sel



$$(PO^3, HO)NaO, HO + 5HO,$$

il perd ses 5^{mol} d'eau; cette même quantité d'eau s'échappe en plaçant le sel sous une cloche en présence d'acide sulfurique; dans le vide sec la même perte a lieu, mais plus rapidement.

» *Perte dans le vide sec :* 30,2 pour 100 à 30,8 pour 100 (calculé : 30,2). — Si l'on continue à chauffer le sel au-dessus de 100°, il peut encore perdre de l'eau; on obtient ainsi un sel d'un acide particulier que nous appellerons, par analogie avec l'acide phosphorique, *acide pyrophosphoreux*. Je reviendrai sur ce point dans une prochaine Communication.

» *Phosphite acide de potasse* (PO^3HO)KO, HO. — Ce sel se prépare en saturant, comme précédemment, l'acide phosphoreux par la potasse ou le carbonate de potasse au moyen du méthylorange; on évapore la dissolution à 100° jusqu'à ce qu'elle cristallise par refroidissement (à 10°, 1^{gr} d'eau dissout environ 1,72 de sel); les cristaux décantés sont desséchés dans le vide sec au moyen d'une assiette poreuse; le sel retient toujours dans le vide une très petite quantité d'eau qu'il perd facilement à 100°.

» Ces cristaux ont donné à l'analyse :

		Calculé pour 100.
Phosphore.........	25,5	25,8
Potasse (KO)......	39,7-40,1-42,2	39,2

» Le sel était un peu alcalin, mais, à cause de son eau mère sirupeuse, on ne peut pas le purifier facilement par cristallisation.

» Dans un travail d'ensemble sur les phosphites ([1]), Rammelsberg, n'admettant pas l'existence des phosphites acides des métaux alcalino-

---

culier de l'acide phosphoreux, on pourrait remplacer le méthylorange par la cochenille, utilisée déjà par M. Blarez pour l'étude de l'acide arsénique (*Comptes rendus*, t. CIII, p. 639), la phtaléine par un papier de curcuma.

([2]) Rammelsberg, *Berichte*, 1876.

terreux, considère, par suite, l'acide phosphoreux comme un acide ne donnant qu'une seule sorte de sels $(PO^3HO)2MO$; mais l'existence des phosphites acides de chaux et de baryte, dont les analyses ont été confirmées par Wurtz (¹), $(PO^3HO)CaO, HO$ et $(PO^3HO)BaO, HO + HO$ et des phosphites alcalins, objet de ce présent travail, $(PO^3HO)NaO, HO + 5HO$, $(PO^3HO)KO, HO$ et $(PO^3HO)AzH^4O, HO$, ne laissent aucun doute sur la bibasicité de l'acide phosphoreux. »

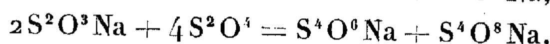
CHIMIE. — *Sur les propriétés du disulfopersulfate de soude.* Note de M. A. **Villiers**, présentée par M. Berthelot.

» J'ai indiqué récemment (p. 851) le mode de préparation du sel sodique d'un nouvel acide oxygéné du soufre, l'acide disulfopersulfurique, sel dont la composition est représentée par la formule S^4O^8Na, et formé par l'action de l'acide sulfureux sur l'hyposulfite de soude. Je reviendrai d'abord sur quelques détails de cette préparation. J'ai constaté d'abord qu'il était inutile de refroidir avec de la glace la solution d'hyposulfite. Dans ces conditions, la liqueur s'échauffe un peu vers la fin de l'opération, et il se précipite un peu de soufre, mais cette proportion est insignifiante, et le rendement en disulfopersulfate n'est pas diminué. L'opération terminée ainsi que je l'ai dit, les premiers cristaux qui se séparent dans le vide sont constitués par du disulfopersulfate pur et anhydre, puis on obtient le même sel mélangé à du trithionate de soude. Il est assez facile de séparer ces deux corps : il suffit d'abandonner deux ou trois jours les cristaux à l'action de l'air; le dernier sel est hydraté et efflorescent, tandis que le premier reste inaltéré; on peut alors les séparer par le triage.

» Quand on opère à la température ordinaire, il se produit, en même temps que les deux sels précédents, du tétrathionate de soude, qui peut être séparé par des cristallisations fractionnées; cette production permet d'expliquer celle des deux premiers par les deux équations



$$2S^2O^3Na + 3SO^2 = S^4O^6Na + S^3O^6Na,$$



$$2S^2O^3Na + 4S^2O^4 = S^4O^6Na + S^4O^8Na.$$

» *Propriétés.* — Le disulfopersulfate de soude anhydre cristallise en cristaux orthorhombiques présentant les faces *m* terminées en biseaux très

(¹) Wurtz, *Comptes rendus*, novembre 1876.

aigus par les faces *e*. Tantôt les faces *g* font complètement défaut, tantôt au contraire elles existent et sont alors fort développées. Voici les angles observés :

mm............	130°20'
$e_1 e_1$............	86.10
$e_1 m$............	108

» Redissous dans l'eau, ils cristallisent à l'état anhydre à la température ordinaire, et avec $2^{éq}$ d'eau de cristallisation, si la température est froide.

» Le sel anhydre est inaltérable à l'air; soumis à l'action de la chaleur, il fond vers 125°, puis il ne tarde pas, vers 140°, à se boursoufler en dégageant de l'acide sulfureux; le résidu est formé de sulfate de potasse et de soufre, sans sulfure alcalin,



$$S^4O^8Na = SO^4Na + S^2O^4 + S.$$

» Le sel hydraté et les solutions se décomposent très lentement à froid, plus rapidement à chaud, en donnant de l'acide sulfureux et du trithionate. Du reste, ainsi que je l'ai fait remarquer précédemment, le trithionate ne diffère du nouveau sel que par SO^2. J'avais d'abord pensé que cette réaction était réversible et que, dans la préparation du disulfopersulfate, la formation de ce dernier était précédée de celle du trithionate, lequel se transformerait en disulfopersulfate par une action successive de l'acide sulfureux. Mais j'ai constaté qu'il n'en était pas ainsi, et que l'acide sulfureux est sans action sur le trithionate de soude, du moins à la température ordinaire.

» Le pouvoir réducteur du disulfopersulfate ne peut guère être mesuré au moyen du permanganate de potasse, dont il ne produit pas nettement la réduction, même à chaud; mais très facilement au contraire avec le brome qui le transforme en sulfate; $1^{éq}$ du sel exige bien $5^{éq}$ de brome, ce qui est une vérification de la formule.

» Il n'est pas attaqué par l'iode, caractère qui lui est commun avec le tétrathionate.

» Il ne donne pas lieu à la formation de précipités, quand on le mélange avec les diverses solutions métalliques, excepté avec le bichlorure de mercure; mais il se produit dans ce cas une décomposition manifestée par la mise en liberté de soufre.

» Bouilli avec une solution de sulfate de cuivre, il ne donne pas lieu, comme le fait le trithionate, à un précipité de sulfure de cuivre, du moins

dans les premiers moments, et ce n'est qu'après une longue ébullition et après la transformation du sel qu'il se produit un précipité noir.

» Les acides minéraux, même concentrés, paraissent mettre en liberté sans décomposition l'acide disulfopersulfurique, et il n'y a pas production de soufre ni dégagement de gaz. Il en est de même avec l'acide azotique; mais, à partir d'une certaine concentration, l'oxydation se produit brusquement et d'une manière explosive avec mise en liberté de soufre et production de vapeurs nitreuses. L'acide disulfopersulfurique paraît donc doué d'une assez grande stabilité, et j'espère pouvoir l'obtenir en liberté, aussitôt que j'aurai pu préparer le sel de baryte, soit par double décomposition, soit par l'action de l'acide sulfureux sur l'hyposulfite de baryte.

» Je ferai, en terminant, quelques réserves sur le nom que j'ai proposé pour le nouveau sel. Il n'existe probablement entre l'acide disulfopersulfurique et l'acide persulfurique aucun autre rapport qu'une relation probablement fortuite entre leurs formules, comme, du reste, cela a peut-être lieu aussi pour les acides de la série thionique. Aussi ne doit-on pas attacher actuellement une grande importance à ces diverses dénominations. Nos connaissances sur ces composés oxygénés du soufre sont fort limitées, et probablement un certain nombre de termes nouveaux manquent encore; dans ces conditions, nous ne pouvons faire qu'une classification artificielle des composés actuellement connus. »

CHIMIE. — *Sur la forme cristalline du trithionate de soude.* Note de M. A. VILLIERS, présentée par M. Berthelot.

« Ayant eu l'occasion de préparer d'assez grandes quantités de trithionate de soude, j'ai pu obtenir ce sel en cristaux mesurables et en déterminer la forme cristalline.

» Le trithionate de soude cristallise avec $3^{éq}$ d'eau ($S^3O^6Na, 3HO$) en prismes orthorhombiques, présentant les faces m et g_1 et terminés en dômes par les faces $e_1 e_1$.

		Calculé.
	° ′	°
mm	126.30	»
mg_1	116.40	116.45
$e_1 g_1$	124.50	124.53
$e_1 m$	105.10	104.55
$e_1 e_1$	110.14	»

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'hydrate de chlorure de méthyle*. Note de MM. **de Forcrand** et **Villard**, présentée par M. Berthelot.

« I. M. Berthelot a fait connaître en 1856 (¹) que le chlorure de méthyle peut former avec l'eau un hydrate cristallisé. Quelques mois plus tard, M. Baeyer (²) signalait de nouveau l'existence de ce composé. Il l'obtenait en faisant passer du gaz de chlorure de méthyle dans de l'eau refroidie au-dessous de + 6°. En 1882, l'un de nous (³) a montré que cet hydrate se forme dans l'appareil Cailletet lorsque l'on comprime le chlorure de méthyle gazeux en présence de l'eau.

» Nous avons repris l'étude détaillée de ce corps. Le présent travail a pour objet la mesure de sa tension de dissociation.

» Pour faire cette détermination, nous avons eu recours successivement à deux appareils très différents, destinés l'un à la mesure des pressions faibles obtenues aux températures basses, l'autre à celle des pressions élevées.

» II. *Mesure des faibles pressions*. — L'appareil que nous avons employé est celui que nous avons récemment décrit pour la mesure des tensions de dissociation de l'hydrate d'hydrogène sulfuré. Il nous a permis d'obtenir des déterminations jusqu'à des pressions de $0^m,50$ au-dessous et $0^m,65$ au-dessus de la pression atmosphérique, grâce à une modification de détail. Le manomètre fixe était remplacé par un manomètre mobile relié au réservoir par un long tube de caoutchouc à vide. Les tensions étaient mesurées en visant une règle divisée, suspendue verticalement à côté de l'appareil. Nous avons obtenu les nombres suivants, comptés à partir de 760^{mm}.

Températures.	Tension en millimètres de mercure.
+ 0°,0	— 449
+ 0,5	— 426
+ 0,9	— 411
+ 2,4	— 344
+ 4,8	— 203
+ 6,5	— 73
+ 8,0	+ 65
+ 10,5	+ 336
+ 12,5	+ 648

(¹) *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. XLVI, p. 490.

(²) *Annales de Liebieg*, t. CIII, p. 183.

(³) *Comptes rendus*, t. XCV, p. 129.

» Ces nombres se trouvent sur une même courbe et indiquent pour cet hydrate une tension très faible vers 0°. Elle devient égale à 760^{mm} à + 7°,3.

» III. *Mesure des pressions élevées.* — Nous avons dû, dans cette série d'expériences, remplacer le manomètre à air libre par un manomètre à air comprimé.

» L'appareil en verre, d'une seule pièce, comprend un réservoir d'environ 5^{cc}, soufflé sur un tube très épais recourbé deux fois à l'autre extrémité et servant de manomètre. Le réservoir rempli à moitié d'eau reçoit au début le chlorure de méthyle gazeux et pur qui traverse tout l'appareil pour en chasser l'eau. On remplit ensuite avec du mercure le tube manométrique et l'on forme des cristaux sous une pression de quelques centimètres en refroidissant l'eau à 0°. Lorsque ce liquide est presque complètement transformé en une masse gélatineuse de cristaux humides, on arrête le courant du gaz, on amène le mercure au même niveau dans les deux branches du manomètre, et l'on ferme à la lampe les deux extrémités de l'appareil. On note à ce moment la hauteur du baromètre et la température extérieure.

» Le réservoir est ensuite porté dans un grand vase plein d'eau, constamment agitée et dont la température est connue à $\frac{1}{10}$ de degré près.

» Nous avons obtenu les nombres suivants, comptés à partir de 760^{mm}.

Températures.	Tensions en millimètres de mercure.
+ 14°,35	1065
+ 14,5	1083
+ 14,9	1208
+ 15,5	1368
+ 16,2	1513
+ 17,5	1920
+ 19,5	2382
+ 20,1	2750
+ 20,4	2927
+ 21,0	2996
+ 22,0	3134

soit environ 4^{atm} vers + 20°.

» IV. Pendant ces mesures, nous avons constaté que, jusqu'à + 20°,6, le réservoir ne contient que de l'eau et des cristaux, mais que, à partir de cette température, on voit apparaître des gouttelettes de chlorure de méthyle liquide qui surnagent, tandis que l'appareil contient encore des ristaux non décomposés.

» Ce phénomène persiste jusqu'à + 20°,9. Entre ces limites, le chlorure de méthyle liquide peut donc exister en même temps que l'hydrate solide.

» D'ailleurs, en construisant la courbe qui résume les résultats précédents et la courbe des tensions de vapeur du chlorure de méthyle liquide mesurées par Regnault, on remarque qu'elles se rencontrent vers + 20°,5.

» Au-dessus de + 20°,9, les cristaux se détruisent, quelle que soit leur quantité, et le réservoir ne contient plus que du chlorure de méthyle liquide et de l'eau, les deux couches ne se mélangeant pas. C'est dans ces conditions qu'ont été déterminés les deux derniers nombres de nos expériences, à + 21° et à + 22°; ils correspondent exactement aux tensions de vapeur du chlorure de méthyle, d'après les expériences de Regnault. Les cristaux de cet hydrate sont toujours beaucoup plus faciles à obtenir que l'hydrate d'hydrogène sulfuré; on peut même les produire en grande quantité en faisant passer un courant de chlorure de méthyle gazeux dans de l'eau refroidie vers 0° et ne contenant pas de glace, sous une pression de quelques centimètres de mercure. Nous nous proposons de déterminer la composition de cet hydrate. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le terpinol.* Note de MM. **G. Bouchardat** et **R. Voiry**, présentée par M. Berthelot.

« On a désigné sous le nom de *terpinol* des produits complexes oxygénés, dérivés tous des térébenthènes et auxquels on a attribué une composition identique, représentée par la formule $C^{20}H^{17}O$, mais obtenus par des procédés différents.

» Nous avons précédemment montré que l'un de ces produits, le terpinol de List, était un mélange de terpilénol inactif ou terpol $C^{20}H^{18}O^2$, alcool mono-atomique bouillant vers 220°; de terpane ou anhydride de la terpine (eucalyptol), $C^{20}H^{18}O^2$, bouillant 45° plus bas que le corps isomérique précédent vers 175°; enfin de terpilène $C^{20}H^{16}$, bouillant également vers 175°.

» Nous examinons actuellement un produit très voisin, désigné sous le nom de *terpinol* et obtenu par l'action de la potasse alcoolique sur le dichlorhydrate de terpilène $C^{20}H^{16}, 2HCl$. L'action de la potasse alcoolique doit être prolongée pendant vingt-quatre heures à 100° pour détruire les dernières traces de composé chloré. Le liquide lavé à l'eau, pour enlever l'alcool et l'excès d'alcali, a été soumis à une série de distillations dans le

vide partiel pour éviter les décompositions. Il se sépare comme le terpinol de List en deux fractions; l'une, qui forme plus des deux tiers de la masse totale passant de 175° à 180°; la seconde passant de 215° à 220°.

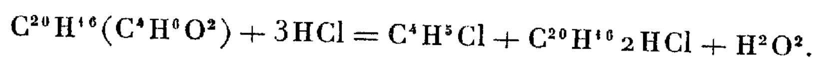
» La première portion est constituée par un carbure terpilénique inactif $C^{20}H^{16}$. Il en a la composition, l'odeur citronnée, le point d'ébullition. Sa densité à 0° est de 0,859 à 0,863, égale à celle du citrène.

» L'acide chlorhydrique sec à 0° le transforme intégralement en dichlorhydrate $C^{20}H^{16}2HCl$, fusible à $+47°$; $Cl = 33,1$.

» Ce premier produit est unique et ne renferme pas de terpane $C^{20}H^{18}O^2$, ainsi que l'analyse, la densité et toutes les autres propriétés l'indiquent. Nous n'avons pas pu isoler de terpane d'aucune portion en suivant la marche qui nous a permis d'extraire ce composé des portions les plus volatiles du terpinol de List. L'action du brome et celle de l'iodure ioduré de potassium ne parviennent pas à en déceler des traces, malgré la grande sensibilité de ces deux réactifs qui donnent avec le terpane des composés d'addition colorés et solides, même en présence de dissolvants complexes.

» Le second produit, bouillant vers 218°, possède bien un peu l'odeur du terpilénol inactif ou terpol; il en renferme peut-être une certaine proportion, mais il en diffère complètement : il est beaucoup plus fluide; il ne cristallise pas même quand on le maintient longtemps à très basse température et en présence d'un cristal de terpol pour amorcer la cristallisation. Sa densité à 0° est de 0,924, beaucoup plus faible que celle du terpol. Sa composition répond non à celle du terpol, mais à celle de son dérivé éthylé $C^{20}H^{16}(C^4H^6O^2)$; sa densité de vapeur est plus élevée que celle du terpol.

» L'action de l'acide chlorhydrique détermine sa composition. Chauffé pendant six heures à 100°, avec cinq fois son volume de solution chlorhydrique saturée, ce composé se scinde en deux. Le produit de l'action qui reste liquide se sépare à la distillation en chlorure éthylique, C^4H^5Cl, bouillant de $+11°$ à $+12°$, que l'on a pu isoler, analyser et caractériser complètement; et en dichlorhydrate $C^{20}H^{16}, 2HCl$, qui cristallise une fois le chlorure d'éthyle enlevé. La réaction de l'acide chlorhydrique s'effectue d'après l'équation



$$C^{20}H^{16}(C^4H^6O^2) + 3HCl = C^4H^5Cl + C^{20}H^{16}2HCl + H^2O^2.$$

» Le composé qui a donné naissance au chlorure d'éthyle est donc bien un dérivé éthylé terpilénique, un éther mixte éthylique du terpol.

» On voit que le produit complexe de l'action de la potasse alcoolique sur le dichlorhydrate, quoique présentant de notables analogies avec le terpinol de List (il a à peu près la même composition centésimale, il passe dans les mêmes limites de température, etc.), en est totalement différent. Il renferme des composés de fonctions chimiques autres, mais qui tous, néanmoins, appartiennent à la série du terpilène $C^{20}H^{16}$, qui est le seul composé défini commun aux deux produits. »

BOTANIQUE CRYPTOGAMIQUE. — *Du mode de formation des asques dans le* Physalospora Bidwellii. Note de M. **Fréchou**, présentée par M. Duchartre.

« Dans les études qui ont été faites en France depuis que le Black Rot y a été signalé sur les vignes pour la première fois, par MM. Viala et Ravaz, en 1885, on n'a jamais observé que les formes estivales du parasite qui produit cette maladie.

» Vers la fin de juin, à Nérac, peu après l'apparition des premières taches sur les feuilles, le Champignon se propage à l'aide de spores contenues dans des conceptacles désignés sous le nom de *pycnides;* ces spores sont ovoïdes, incolores, et leur germination se produit aisément dès que les conditions de chaleur et d'humidité nécessaires se réalisent : une température de 25° à 35°, un état orageux de l'atmosphère paraissent, sinon indispensables, du moins très favorables aux progrès de la contagion, qui tantôt s'arrête et tantôt reprend, suivant que le thermomètre s'abaisse ou s'élève. J'ai pu observer ces alternatives dans les premiers jours du mois d'août de l'année dernière.

» A son début, la maladie attaque généralement, peut-être même toujours, le feuillage; bien souvent j'ai trouvé des feuilles atteintes sur des pieds dont les grappes étaient entièrement saines, et il m'a suffi de faire disparaître les premières taches qui s'y étaient formées, pour préserver le raisin jusqu'à la complète maturité.

» Au mois de juillet de l'année dernière, un viticulteur distingué, M. le Dr Minière, m'envoya des feuilles attaquées qui avaient été cueillies sur un Portugais bleu dont le fruit ne présentait encore aucune trace d'altération. Je le priai de ne point supprimer entièrement les feuilles malades, afin de savoir ce qui adviendrait. Quelques jours plus tard, la maladie, comme je l'avais prévu, se montrait sur les raisins.

» Il est donc à peu près certain que le Champignon envahit d'abord les feuilles, d'où les gouttes d'eau de pluie ou de rosée entraînent les spores sur les grappes.

» Outre les pycnides, on trouve sur les grains atteints par le Black Rot d'autres conceptacles un peu plus petits qui sont des spermogonies. On y trouve, au lieu de spores ovoïdes, de très minces bâtonnets renflés aux deux extrémités et présentant à chaque bout un point plus réfringent; ce sont des spermaties. Le rôle de ces organismes n'a pas encore été déterminé d'une façon satisfaisante.

» Les pycnides se produisent sur les feuilles, sur les parties herbacées des sarments et sur les grains; c'est sur ces derniers seuls que se rencontrent les spermogonies.

» Telles sont, en résumé, les observations qui ont été faites pendant la période de végétation de la Vigne. Si l'on examine les grains malades que l'on a cueillis avant l'hiver, on voit que la plupart des conceptacles qui s'y sont développés sont garnis de leurs stylospores et de leurs spermaties; quand on a soin de les tenir à l'abri de l'humidité, on trouve encore au bout de cinq ou six mois les spores pleines de plasma et probablement capables de germer. Il semblerait donc que le parasite du Black Rot, réduit à ces sortes de fructifications, pourrait à la rigueur se transmettre d'une année à l'autre; mais dans les vignes les conditions facilement réalisables dans le laboratoire ne se rencontrent pas; vers la fin de l'été, les grappes malades se détachent pour la plupart et tombent sur le sol; quelques-unes restent sur les sarments, mais sont de même exposées durant l'hiver à toutes les intempéries. Les conceptacles subissent dans ces conditions des modifications profondes : les spores disparaissent; le stroma toujours vivant multiplie son tissu cellulaire au sein duquel apparaissent des tubes cylindroconiques portés sur des basides extrêmement grêles; petit à petit un plasma finement granuleux envahit ces tubes et se différencie en corpuscules irréguliers, entourés d'une membrane tellement ténue qu'elle est à peine visible. Ces corpuscules constituent les sporidies ou ascospores dont le nombre varie de une à huit, d'après les nombreuses observations que j'ai pu faire.

» Les conceptacles, qui étaient d'abord des spermogonies ou des pycnides, se changent ainsi en périthèces, sans qu'il se forme, comme on a paru le croire, de conceptacles nouveaux.

» Les asques s'ouvrent par déhiscence au sommet et les sporidies devenues libres germent en émettant un tube. Ce sont elles qui assurent la

propagation du Black Rot d'une année à l'autre. La température nécessaire à leur germination est fort inférieure à celle qu'exigent les stylospores. »

PHYSIOLOGIE. — *Appareils de mesure ayant pour but de déterminer avec précision la forme extérieure du thorax, l'étendue des mouvements respiratoires, les profils et les sections du tronc, ainsi que le débit d'air inspiré et expiré.* Note de M. G. **Demeny**, présentée par M. Marey.

« M. Marey a montré que des modifications permanentes de fréquence et d'amplitude des mouvements respiratoires se produisent chez les sujets entraînés aux exercices musculaires et en particulier à la course.

» Chez ces derniers, après six mois d'entraînement à l'École de Gymnastique de Joinville-le-Pont, on constatait que la fréquence des mouvements diminuait de près de moitié, tandis que l'amplitude avait environ quadruplé. M. Marey inscrivait le rythme et l'amplitude des mouvements du thorax ou de l'abdomen au moyen du pneumographe, la capacité respiratoire avec un spiromètre inscripteur.

» Nous avons cru intéressant de reprendre ces recherches et de voir s'il se produisait des modifications dans la forme même du thorax, et comment se faisaient ces modifications avec l'âge et le genre d'éducation physique auquel des enfants seraient soumis.

» Nous avons, dans ce but spécial, construit des instruments qui nous donnent des documents précis comparables entre eux et de nature graphique.

» Ces instruments sont :

» 1° Un *compas inscripteur* pour mesurer les diamètres du thorax et inscrire les variations de ce diamètre dans toutes les phases de l'expiration et de l'inspiration;

» 2° Un *thoracomètre* donnant la forme d'une section horizontale du thorax à une hauteur quelconque;

» 3° Un appareil *inscripteur des différents profils du corps;*

» 4° Un *spiromètre enregistreur.*

» *Compas thoracique.* — Le compas thoracique est un compas d'épaisseur terminé par des pointes mousses en ivoire.

» L'une de ces pointes est fixée à une tige mobile guidée dans un tube et rappelée par un ressort à boudin.

» Si l'on fixe cette tige au moyen d'une vis de pression, l'instrument

devient un compas d'épaisseur ordinaire. Si l'on desserre cette vis en conservant le bouton fixe au contact du thorax, la tige mobile suit les mouvements de la respiration et indique l'accroissement d'un diamètre horizontal quelconque sous leur influence. Un tambour à levier, fixé au compas, permet d'inscrire le rythme et la valeur de ces mouvements.

» *Thoracomètre*. — Le thoracomètre se compose d'une ceinture métallique portée à hauteur variable sur un ou deux montants.

» Cette ceinture s'ouvre, soit en se brisant au moyen d'une charnière, soit en se séparant en deux moitiés. Elle porte vingt-cinq tiges mobiles horizontales et guidées dans des tubes à ressort. Ces tiges sont convergentes et ont une direction sensiblement normale à la paroi extérieure du thorax. Elles viennent d'elles-mêmes au contact de celui-ci et en suivent tous les mouvements dès que le sujet en expérience s'est introduit dans cette ceinture. On peut alors, soit par un serrage simultané, soit par un arrêt, agir sur toutes les tiges à la fois et les immobiliser dans la position correspondant soit à l'inspiration, soit à l'expiration. L'instrument conserve donc la forme du thorax après que le sujet en est sorti, et l'on peut à l'aise prendre sur le papier le contour de cette forme enveloppée par les boutons d'ivoire qui terminent les tiges.

» *Appareil inscripteur des profils*. — L'appareil inscripteur se compose d'un chariot guidé dans une glissière verticale, le long de laquelle s'appuie le sujet en expérience. Ce chariot porte une tige à ressort qui porte à ses extrémités une plume et un galet.

» Le galet s'appuie constamment sur le corps et la plume frotte contre une feuille de papier sur laquelle s'inscrit le profil.

» S'il s'agit, par exemple, d'avoir les courbures du rachis, le sujet s'appuie contre la glissière de façon que le galet roule sur les ondulations du rachis; on imprime au chariot un mouvement vertical; la tige à ressort transmet à la plume un mouvement identique à celui du galet et l'inscription se fait sur le papier en grandeur absolue.

» Si l'on prend de la même façon le profil de la ligne médiane antérieure du corps, on obtient, en réunissant les deux tracés, la coupe du tronc suivant le plan médian antéro-postérieur. Il suffit, pour cela, de prendre, au moyen du compas, l'épaisseur du tronc dans deux plans horizontaux et à des hauteurs connues.

» Nous travaillons une autre disposition qui permette d'inscrire simultanément les deux profils antérieur et postérieur sur une même feuille et dans leurs positions relatives réelles.

» *Spiromètre enregistreur.* — Le spiromètre enregistreur est le perfectionnement d'une disposition déjà employée par M. Marey.

» Un réservoir étanche et inextensible en tôle, d'une capacité de 300^{lit} à 400^{lit}, est muni d'une embouchure d'un diamètre au moins égal à celui de la trachée. On insuffle l'air par cette embouchure, la pression monte de quelques centimètres d'eau qu'un manomètre indique. A cette pression correspond un volume d'air injecté, et une échelle empirique permet de lire immédiatement ce volume.

» Une disposition spéciale facilite le réglage du niveau du liquide dans le manomètre et, pour faciliter la lecture, un robinet peut maintenir ce niveau à son maximum après insufflation.

» L'appareil est rendu inscripteur en faisant communiquer l'air qu'il contient avec un tambour à levier. Les mouvements de celui-ci, inscrits sur un cylindre enregistreur, donnent toutes les indications désirables sur les phases du débit de l'air inspiré et expiré, la valeur de ce débit et même le rythme des mouvements respiratoires.

» On compare facilement cette courbe du débit de l'air à celles des mouvements du thorax ou de l'abdomen.

» Nous avons entrepris, au moyen de ces divers appareils de mesure et avec le concours de M. G. Rey, une série de recherches sur les enfants des écoles. Les résultats acquis feront l'objet d'une prochaine Communication. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Sur la présence d'une matière phlogogène dans les bouillons de culture et dans les humeurs naturelles où ont vécu certains microbes.* Note de M. S. **Arloing**, présentée par M. A. Chauveau.

« Il existe dans les milieux nutritifs où l'on a cultivé artificiellement des microbes pathogènes des substances toxiques, capables de reproduire plus ou moins exactement les symptômes de la maladie causée par les microbes qui leur ont donné naissance. M. Pasteur a signalé ces poisons dans les cultures de l'agent du choléra des poules et M. Charrin dans celles du *Bacillus pyocyaneus;* M. Brieger les a isolés à l'état de pureté dans les cultures des microbes du tétanos, de l'ostéomyélite infectieuse et du choléra asiatique. Ces poisons se rencontrent du reste aussi dans les humeurs naturelles des organismes en proie à une maladie microbienne. On trouvera sur ce sujet des indications dans les travaux de Selmi, de M. Bouchard, de M. Lépine.

» L'existence d'une matière toxique avait été mise hors de doute, dès 1879, par notre maître M. Chauveau, dans le sang du mouton atteint de charbon. M. Chauveau, en effet, a observé que, immédiatement après la transfusion du sang charbonneux pris directement dans les vaisseaux d'un animal qui va rendre le dernier soupir, les sujets d'expérience, qui étaient des moutons algériens doués d'immunité, présentaient les plus graves malaises et pouvaient même succomber au bout de douze heures, sans que les bacilles aient proliféré.

» Mais, jusqu'à présent, on n'a pas démontré l'existence d'une matière amorphe, soluble, qui fût douée de propriétés phlogogènes, dans les bouillons de culture et dans les humeurs où ont vécu des organismes virulents.

» Cette matière phlogogène a été cherchée sans succès par M. Chauveau dans les humeurs inflammatoires simples et les humeurs septiques (*Revue scientifique*, 1872). Rien n'est plus frappant, dit M. Chauveau, que les inoculations comparatives faites avec les humeurs complètes et les humeurs débarrassées par une bonne filtration de *tous les éléments* qu'elles tiennent en suspension : les premières causent toujours un accident inflammatoire dont la gravité varie avec la nature de l'humeur; les secondes sont inoffensives et souvent même ne produisent aucune tuméfaction, si fugitive qu'elle soit. On sait aussi que l'inoculation des cultures du *Bacillus anthracis*, du *Bacterium Chauvœi* et du vibrion septique, dans lesquelles on a tué les organismes par la chaleur, ne détermine plus de phénomènes inflammatoires locaux.

» Hâtons-nous de dire qu'il ne faut pas ériger ces faits en règle générale. Nous venons de constater la persistance des propriétés phlogogènes dans les cultures d'un micro-organisme de la péripneumonie contagieuse du bœuf, stérilisées à l'aide de la chaleur.

» Ce micro-organisme, dont j'indiquerai prochainement les caractères, végète admirablement dans le bouillon de bœuf ou de veau neutralisé. Il est tué dans ses cultures par les températures supérieures à $+ 55°$, maintenues pendant quinze à vingt minutes.

» Quand on injecte les cultures intactes sous la peau du bœuf, à la dose d'un demi à 1 centimètre cube, en un point où le tissu conjonctif est lâche, on détermine une tuméfaction large comme la paume de la main, épaisse, chaude et douloureuse au centre, molle à la périphérie. Ces accidents progressent pendant deux à trois jours, puis rétrocèdent avec lenteur; car souvent on constate un nodule central, consistant, vingt à vingt-cinq jours

après l'inoculation. Il s'agit évidemment d'un œdème inflammatoire plus ou moins étendu, entouré d'un œdème passif.

» Quand on a chauffé et stérilisé préalablement les cultures, l'injection est néanmoins suivie de phénomènes analogues aux précédents ; la tuméfaction est souvent aussi étendue ; mais elle est un peu plus molle à la périphérie, un peu moins dure au centre et elle disparaît avec plus de rapidité. La propriété phlogogène persiste donc dans ces cultures, malgré la destruction des agents virulents qui les peuplaient. Elle est due vraisemblablement à une substance amorphe sécrétée par les microbes. Nous insisterons sur ce point dans une prochaine Note.

» La même substance phlogogène existe dans les humeurs qui baignent les organes et les tissus du bœuf où végète le microbe que nous avons étudié, c'est-à-dire dans le suc que l'on extrait du poumon d'un animal atteint de péripneumonie et du tissu conjonctif sous-cutané d'un sujet chez lequel on a inséré artificiellement le microbe à sa sortie du poumon. Nous avons noté que, lorsqu'elle s'est développée dans ces nouvelles conditions, elle est douée de propriétés phlogogènes plus énergiques, surtout quand elle est issue du tissu conjonctif sous-cutané.

» Les propriétés de la substance phlogogène que nous signalons offrent quelques particularités intéressantes. Elle est retenue, en grande partie, par les filtres de porcelaine ou de plâtre. Elle manifeste son maximum d'activité lorsqu'elle a été chauffée à $+ 80^{\circ}$. Elle possède encore une notable influence, quand elle a été soumise à $+ 110^{\circ}$ durant un quart d'heure. Enfin ses effets ne s'exercent pas sur toutes les espèces domestiques avec la même intensité. Le tissu conjonctif du bœuf est le plus sensible à son action ; vient ensuite celui de la chèvre ; mais celui du cobaye, du lapin, du chien ne réagit pas en sa présence. Il existe donc des immunités spécifiques contre les matières sécrétées par les microbes, comme on en trouve contre les microbes eux-mêmes.

» Ces faits ne doivent pas être isolés en Bactériologie. Conséquemment, on peut avancer, croyons-nous, que certains microbes sécrètent des substances phlogogènes dans les milieux artificiels et dans les humeurs naturelles où ils évoluent et se multiplient. Dès lors, il est facile de concevoir que, dans quelques affections microbiennes, les accidents inflammatoires s'étendront au delà de la zone envahie par les microbes, notion aussi importante à la Bactériologie qu'à la Thérapeutique. On peut aussi comprendre les effets locaux des venins, sans admettre l'intervention d'un micro-organisme que l'on a vainement cherché dans ces dernières années ;

car, si les parcelles de protoplasma que nous appelons des *microbes* peuvent sécréter une matière phlogogène, on ne saurait refuser cette propriété aux cellules de la glande à venin des Ophidiens. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Sur un microbe pathogène chromo-aromatique.* Note de M. **Galtier**, présentée par M. A. Chauveau.

« Le 22 décembre 1887, le service de l'inspection saisissait, à l'abattoir de Vaise, un jeune porc qui avait été tué pour la consommation et qui présentait de nombreuses lésions de broncho-pneumonie, de pleurésie, de péritonite, d'entérite, et surtout un état congestionnel et hémorragique très accusé de tout le système ganglionnaire. Un bacille spécial existait en très grande abondance dans les ganglions. Le 23 décembre, un mélange de suc pulmonaire et de suc ganglionnaire fut inoculé à un lapin par injection intra-veineuse. Ce lapin tomba malade dès les premiers jours qui suivirent l'inoculation et mourut le 19 janvier avec une belle pneumonie accompagnée de pleurésie et de péricardite; plus de la moitié des poumons était malade, dense, grisâtre, atteinte de pneumonie fibrineuse : les plèvres étaient tapissées de fausses membranes épaisses et grisâtres ; le péricarde était enflammé et recouvert, dans toute son étendue, d'une mince fausse membrane grisâtre; le sang devenait rouge groseille à l'air; on trouvait en abondance dans les lésions pulmonaires, dans les fausses membranes de la plèvre et du péricarde, des bacilles; le sang en présentait aussi, mais là ils se montraient moins allongés. Parmi les onze lapins qui cohabitaient avec le précédent, quatre se contaminèrent et moururent du 20 au 25 janvier en présentant les mêmes lésions et les mêmes microbes.

» Des cultures faites dans le bouillon sur agar, sur gélatine et sur pomme de terre, et ensemencées avec du ganglion du porc saisi à Vaise ou avec le sang du cœur des lapins, ont donné les mêmes résultats; le microbe ainsi reproduit dans les divers milieux de culture est un bacille : inoculé à de nouveaux lapins et à des cobayes, il les a fait périr, et de nouvelles cultures semées avec du sang ou d'autres produits empruntés à ces animaux ont donné invariablement le même microbe, qui s'accompagne toujours de phénomènes identiques consistant en sécrétion d'une substance colorante et en production d'une substance aromatique. Dans les cultures faites avec le bouillon et maintenues à l'étuve, on voit apparaître, au bout de vingt-quatre, trente-six ou quarante-huit heures, une teinte

vert jaune clair dans les couches superficielles; cette teinte gagne ensuite les couches profondes, tout en restant plus accusée à la surface; puis elle devient plus foncée et plus verte, se rapprochant de celle d'une solution faible de sulfate de cuivre au bout de quelques jours, pour s'affaiblir et se modifier plus tard en passant par la teinte brun ardoisé et feuille-morte. Les microbes forment dans le bouillon des pellicules et des amas blanchâtres qui, une fois la culture terminée, tombent au fond. Cultivé sur agar-agar, le microbe y forme des colonies blanchâtres, qui s'étalent en couche de mince épaisseur; en même temps, une teinte verte de plus en plus foncée envahit le milieu de culture; comme dans le bouillon, cette teinte apparaît d'abord dans les couches les plus superficielles et gagne progressivement les couches profondes; la masse tout entière devient vert foncé au bout d'un certain temps; le milieu de culture prend la teinte feuille-morte, quand on scelle les tubes pour arrêter l'accès de l'air, tandis que les cultures laissées au contact de l'air filtré prennent peu à peu la teinte de la solution de sulfate de cuivre. Dans les cultures sur gélatine, le microbe liquéfie progressivement le milieu nutritif et communique la teinte jaune-vert clair à toute la partie liquéfiée; il forme des pellicules d'un blanc jaunâtre, qui flottent à la surface, et des amas également blanc jaunâtre, qui se précipitent au fond de la partie liquéfiée; ici encore la teinte verte est plus accusée dans les couches superficielles. Sur la pomme de terre, le microbe forme une couche assez épaisse, qui envahit rapidement toute la surface et qui affecte d'abord une teinte bronzée légèrement irisée; au pourtour de la colonie microbienne, la surface de la pomme de terre verdit légèrement avant d'être envahie; à mesure que la colonie s'étend et s'épaissit, la teinte bronzée se fonce et cesse d'être irisée.

» Les cultures de ce microbe sont aromatiques : l'odeur qu'elles exhalent, très prononcée, quand elles ont été faites dans le bouillon, est une odeur *sui generis*, forte, mais plutôt agréable, qui est comparable, d'après M. Chauveau et M. Kaufmann, à celles des graisses extraites du sang du cheval. Cette odeur est très persistante; des cultures soumises à l'évaporation lente dans des verres à réactif l'ont conservée, ainsi que la teinte vert clair, pendant huit semaines sans se putréfier, bien qu'elles fussent à tout instant exposées au contact de l'air impur. Le résidu solide, laissé par l'évaporation, continue à dégager la même odeur un peu atténuée et plus agréable.

» Je communiquerai incessamment, dans une nouvelle Note, les résultats, en partie acquis déjà, de mes recherches sur les caractères biologiques

du microbe, sur la maladie qu'il détermine et sur la nature et les caractères de la matière colorante qu'il fournit et de la substance aromatique dont il détermine la production. »

PATHOLOGIE COMPARÉE. — *Sur l'existence d'une maladie analogue à la gingivite arthrodentaire infectieuse, chez l'éléphant d'Asie.* Note de M. **Galippe**, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« M. A. Milne-Edwards a bien voulu me confier pour l'examiner une molaire d'éléphant d'Asie tombée spontanément le 6 mai 1883 [1]. Cette dent était intacte, au moins en apparence. Après que l'on eut prélevé une fraction de la racine pour l'examen, elle pesait encore, à l'état sec, $1^{kg},792$, La racine était recouverte d'une croûte d'aspect calcaire, d'épaisseur variable, mais pouvant acquérir en de certains points 3^{mm} ou 4^{mm}. L'extrémité inférieure de la racine paraissait avoir été le siège d'un processus pathologique assez intense et présentait des arêtes aiguës incompatibles avec l'état normal.

» Nous avons vérifié par l'examen direct, ainsi que par des ensemencements, que la croûte calcaire recouvrant la racine était constituée par du tartre salivaire, c'est-à-dire par des micro-organismes ayant provoqué le dépôt des sels calcaires tenus en dissolution dans la salive.

» L'examen des lésions a été fait comparativement avec celui d'une racine de grosse molaire d'éléphant réputée saine.

» Le cément présentait tous les degrés d'altération, depuis les plus superficielles jusqu'à la disparition complète ; non seulement il y avait des micro-organismes à la surface, mais encore ceux-ci avaient pénétré dans son épaisseur. Dans les points où la dentine a été mise à nu, on la voit creusée d'anfractuosités plus ou moins considérables recouvertes de micro-organismes réunis en masse, régulières ou non, et plus ou moins compactes. Ces micro-organismes pénètrent dans les canalicules, et il est possible de les suivre très profondément dans la dentine.

» Ces lésions ne diffèrent point de celles que nous avons observées chez l'homme, M. Malassez et moi, et présentent, au contraire, avec elles une similitude frappante.

---

[1] Ce même éléphant a perdu une grosse molaire symétrique le 18 février 1884; elle présente le même aspect extérieur que la précédente.

» Nous concluons donc que l'éléphant d'Asie en captivité peut être atteint de cette maladie que nous avons décrite, chez l'homme, sous le nom de *gingivite arthrodentaire infectieuse* ou, par abréviation, de *gingivite infectieuse* ([1]). »

M. Chapel adresse une Note « Sur des lueurs crépusculaires et sur un essaim d'astéroïdes en relation avec la comète de Halley ».

M. A. Damaskinos adresse une Note intitulée : « Chemin de fer à rails circulaires et mobiles au moyen duquel on pourrait se mouvoir sur la glace sans patiner ».

A 4 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Géographie et de Navigation, par l'organe de son Doyen, M. l'amiral *Pâris*, présente la liste suivante de candidats à la place laissée vacante par le décès de M. le général *Perrier* :

En première ligne	M. de Bussy.
En deuxième ligne, ex æquo *et par ordre alphabétique*	M. Cloué. M. Hatt.
En troisième ligne, ex æquo *et par ordre alphabétique*	M. Bassot. M. Laussedat.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 5 heures trois quarts.

J. B.

([1]) *Pyorrhea alveolaris*.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 7 mai 1888.

Œuvres complètes de Christiaan Huygens, publiées par la Société hollandaise des Sciences. Tome premier : *Correspondance*, 1638-1656, La Haye, Martinus Nijhoff, 1888; 1 vol. in-4°.

Les étoiles filantes et les bolides; par Félix Hément. Paris, Gauthier-Villars et Fils, 1888; 1 vol. pet. in-8°. (Présenté par M. Faye.)

Annuaire des marées des côtes de France pour l'an 1889; *par* M. Hatt. Paris, Imprimerie nationale, 1888; 1 vol. in-32. (Présenté par M. Bouquet de la Grye.)

Annuaire des marées de la basse Cochinchine et du Tonkin pour l'an 1889; *par* M. G. Héraud. Paris, Imprimerie nationale, 1888; br. in-32. (Présenté par M. Bouquet de la Grye.)

Catalogue par ordre géographique des Cartes, Plans, Vues de côtes, Mémoires, Instructions nautiques, etc., qui composent l'Hydrographie française au 1er *mars* 1888. Paris, Imprimerie nationale, 1888; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Bouquet de la Grye.)

Annales hydrographiques. Recueil de documents et Mémoires relatifs à l'Hydrographie et à la Navigation, publié au Service hydrographique de la Marine par le Service des Instructions nautiques. 2e série, 1er volume de 1888. Paris, Imprimerie nationale, 1888; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Bouquet de la Grye.)

Instructions nautiques sur les côtes sud et sud-est d'Australie (du cap Leeuwin à Sydney), comprenant le détroit de Bass et la Tasmanie. Traduit de l'*Australia Directory*, de l'Amirauté anglaise, par M. Frickmann. Paris, Imprimerie nationale, 1887; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Bouquet de la Grye.)

Vessie. Physiologie, pathologie; par Maurice Hache. Paris, G. Masson, 1888; 1 vol. in-8°. (Renvoyé au concours du prix Godard.)

Histoire des épidémies de maladies fébriles de 1792 *à* 1851, *avec pièces pour servir de preuves à l'appui; par* le Dr Alph. Mauricet. Vannes, imprimerie Galles, 1888; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. le baron Larrey et renvoyé au concours du prix Montyon, Statistique.)

Le tibia dans la race de Néanderthal; par Julien Fraipont. Paris, G. Masson, 1888; br. in-8°.

Éléments de Zoologie; par C. CLAUS, traduit de l'allemand par G. MOQUIN-TANDON; fasc. II. Paris, F. Savy; 1 vol. in-18.

Illustrationes Floræ insularum maris Pacifici, auctore E. DRAKE DEL CASTILLO; fasc. quartus, Tabulæ XXXI-XL. Parisiis, venit apud G. Masson, 1888; in-f°. (Présenté par M. Duchartre.)

Lectures on the theory of reciprocants; by Prof. SYLVESTER. Reprinted from *American Journal of Mathematics*, vol. VIII, n° 3; vol. IX, n°s 1, 2, 4; vol. X, n° 1; 5 br. in-4°.

Norsk naval architecture; by GEORGE-H. BOEHMER (*Proceedings of United States nacional Museum*); br. in-8°.

Publications of the Lick observatory of the University of California; by EDWARD-S. HOLDEN; volume I, 1887. Sacramento, 1887; 1 vol. in-4°.

Zone Catalogue of 4050 *stars for the epoch* 1885, *observed with the three-inch transit of the Cincinnati observatory; by* J.-G. PORTER. Cincinnati, 1887; br. in-4°.

Index to papers on Anthropology, published by the Smithsonian Institution, 1847 to 1878. Washington, 1881; br. in-8°.

History of the Smithsonian exchanges; by GEORGE-H. BOEHMER. From the *Smithsonian Report for* 1881. Washington, Smithsonian Institution, 1882; 1 vol. in-8°.

List of foreign Correspondents of the Smithsonian Institution, july I, 1885; *by* GEORGE-H. BOEHMER. Washington, Smithsonian Institution, 1886; 1 vol. in-8°.

Reports of astronomical observatories for 1880. From the *Smithsonian Report for* 1880. Washington, Government printing Office, 1881; br. in-8°.

Observations on volcanic eruptions and earthquakes in Iceland within historic times. Translated and condensed from *A History* by Th. Thoroddsen; *by* GEORGE-H. BOEHMER. From the *Smithsonian Report for* 1885. Washington, Government printing Office, 1886; br. in-8°.

List of astronomical observatories; by GEORGE-H. BOEHMER. From the *Smithsonian Report for* 1885. Washington, Government printing Office, 1886; br. in-8°.

Transactions of the eighteenth and nineetenth annual meetings of the Kansas Academy of Science (1885-1886), *with the Reports of the Secretary;* vol. X. Topeka, Kansas, 1887; 1 vol. in-8°.

Annual Report of the Signal officer of the army to the Secretary of War for the year 1886. Washington, Government printing Office, 1886; 1 vol. in-8°.

Transactions of the New York Academy of Sciences; volume VI, 1886-1887. Edited by Herman Leroy Fairchild. Published by the Academy. New-York; 1 vol. in-8°.

The medico-legal Journal; vol. V, n° 3, december 1887. New-York; br. in-8°.

Videnskabelige Meddelelser fra naturhistorisk Forening i Kjobenhavn for Aaret 1887. Kjobenhavn, 1888; 1 vol. in-8°.



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 14 MAI 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie que, en raison des fêtes de la Pentecôte, la séance de lundi prochain 21 mai sera remise au mardi 22 mai.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur la théorie de la figure de la Terre.* Note de M. **Maurice Lévy** (1).

« IV. Occupons-nous maintenant de la seconde équation entre R et μ, celle (21) fournie par la précession; elle donne

$$J = \frac{5\int_0^1 (1-ka^\lambda)^\mu a^4\, da}{(1-k)^\mu} = \frac{F\left(-\mu, \frac{5}{\lambda}, \frac{5}{\lambda}+1, k\right)}{F\left(-\mu, \frac{5}{\lambda}, \frac{5}{\lambda}, k\right)}.$$

---

(1) Voir les *Comptes rendus* des 30 avril et 7 mai.

» Mais la dernière fraction peut, à son tour, être réduite en fraction continue, à l'aide de la formule (19). Il suffit d'y remplacer les lettres α, β, γ respectivement par $-\mu$, $\frac{5}{\lambda}$, $\frac{5}{\lambda}$.

» On aura ainsi

$$J = \cfrac{1}{1+\cfrac{f'_1}{1+\cfrac{f'_2}{1+\cfrac{f'_3}{1+\ldots}}}},$$

en posant

$$f'_{2n} = \frac{n\left(\frac{5}{\lambda}+\mu+n\right)}{\left(\frac{5}{\lambda}+2n-1\right)\left(\frac{5}{\lambda}+2n\right)}\,\frac{k}{1-k},$$

$$f'_{2n+1} = \frac{(n-\mu)\left(\frac{5}{\lambda}+n\right)}{\left(\frac{5}{\lambda}+2n\right)\left(\frac{5}{\lambda}+2n+1\right)}\,\frac{k}{1-k}$$

ou, en ayant égard à (16) et remplaçant l'inconnue λ par celle $R = \frac{2\varsigma}{\lambda+5}$,

$$f'_{2n} = \varsigma R\,\frac{n\left[2\left(\frac{n}{\mu}+1\right)\varsigma - 5\left(1+\frac{n-1}{\mu}\right)R\right]}{[2(2n-1)\varsigma - 10(n-1)R][4n\varsigma - 5(2n-1)R]},$$

$$f'_{2n+1} = \varsigma R\,\frac{\left(\frac{n}{\mu}-1\right)[2n\varsigma - 5(n-1)R]}{[4n\varsigma - 5(2n-1)R][2(2n+1)\varsigma - 10nR]}.$$

» Et si l'on prend les réduites successives à partir de la seconde, comme tous les f'_i sont positifs, sauf f'_1, on aura des valeurs de plus en plus approchées de J, et alternativement par excès et par défaut. En désignant par $\frac{P_n}{Q_n}$ une réduite, on aura comme approximations successives

$$J = J_1 = 1,$$

$$J = J_2 = \frac{P_2}{Q_2} = \frac{1}{1+f'_2} = \frac{1}{1-\frac{R}{2}},$$

$$J = J_3 = \frac{1+f'_2}{1+f'_1+f'_2},$$

$$J = J_4 = \frac{P_3}{Q_3} = \frac{1+f'_2+f'_3}{1+f'_1+f'_2+f'_3\left(1-\frac{R}{2}\right)},$$

$$J = J_5 = \frac{P_4}{Q_4} = \frac{1+f'_2+f'_3+f'_4(1+f'_2)}{1+f'_1+f'_2+f'_3\left(1-\frac{R}{2}\right)+f'_4(1+f'_1+f'_2)}.$$

» Supposons que, appliquant à cette nouvelle fraction le procédé de calcul de M. Tisserand, on développe les seconds membres suivant les puissances de R, en arrêtant le développement aux termes en R inclusivement pour l'expression $\frac{P_2}{Q_2}$, au terme en R^2 pour celle $\frac{P_3}{Q_3}$, et ainsi de suite, on verra que les termes de chaque approximation se retrouvent dans la suivante et sont exacts. On trouve ainsi

$$J_1 = 1,$$
$$J_2 = \frac{1}{1 - \frac{R}{2}} = 1 + \frac{R}{2},$$
$$J_3 = \frac{1 + f'_2}{1 + f'_1 + f'_2} = 1 + \frac{R}{2} + \frac{R^2}{8}\left(1 - \frac{1}{\mu}\right),$$
$$J_4 = 1 + \frac{R}{2} + \frac{R^2}{8}\left(1 - \frac{1}{\mu}\right) + \left[\frac{\left(1 - \frac{1}{\mu}\right)\left(1 - \frac{2}{\mu}\right)}{3} + \frac{5\left(1 - \frac{1}{\mu}\right)}{2\varsigma}\right]\frac{R^3}{16},$$
$$J_5 = 1 + \frac{R}{2} + \frac{R^2}{8}\left(1 - \frac{1}{\mu}\right) + \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)\left[\frac{1 - \frac{2}{\mu}}{3} + \frac{5}{2\varsigma}\right]\frac{R^3}{16}$$
$$+ \left[\frac{\left(1 - \frac{1}{\mu}\right)\left(1 - \frac{2}{\mu}\right)\left(1 - \frac{3}{\mu}\right)}{12} + \frac{35\left(1 - \frac{1}{\mu}\right)\left(1 - \frac{2}{\mu}\right)}{18\varsigma} + \frac{25\left(1 - \frac{1}{\mu}\right)}{4\varsigma^2}\right]\frac{R^4}{32}$$

et, si l'on remplace R par sa valeur (25), on aura

$$J_1 = 1,$$
$$J_2 = 1 + h,$$
$$J_3 = 1 + h - \frac{h^2}{2},$$
$$J_4 = 1 + h - \frac{h^2}{2} + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2\varsigma}\right)h^3,$$
$$J_5 = 1 + h - \frac{h^2}{2} + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2\varsigma}\right)h^3 - \frac{5}{8}\left[1 + \left(\frac{1}{\mu} - 32\right)\frac{1}{15\varsigma} + \frac{1}{\varsigma^2}\right]h^4,$$

expressions remarquables en ce que les quatre premiers termes du développement sont indépendants de μ, et que cette constante ne commence à intervenir que dans le très petit terme en h^4.

» Or, si l'on fait $\mu = 1$ (formule de Lipschitz), on trouve pour J une valeur plus élevée que celle fournie par la précession; cette dernière est $J = 1,221$, tandis que celle qu'on trouve est $J = 1,238$.

» Donc, pour obtenir une valeur de J conforme à celle fournie par la

précession, il faudrait prendre $\frac{1}{\mu} > 1$ (ce qui justifie cette inégalité admise précédemment); mais nous avons vu que $\frac{1}{\mu}$ ne peut pas dépasser un chiffre voisin de 3,64. Par suite, et même en lui donnant une valeur bien supérieure à cette limite, on ne modifierait pas sensiblement la valeur de J, à cause de la petitesse du coefficient $\frac{h^4}{24}$ de $\frac{1}{\mu}$, coefficient moindre que $\frac{1}{4000}$. Ainsi, *il est impossible de disposer de* μ *de façon à satisfaire à la condition de la précession, quoique nous soyons parti d'une expression de la densité ayant le nombre de paramètres voulu pour y satisfaire* a priori.

» Les formules antérieures n'y satisfaisaient pas; mais on pouvait attribuer le fait à ce qu'elles n'avaient pas le nombre de coefficients nécessaire pour cela. Le résultat qui précède constitue donc une confirmation remarquable des prévisions émises à ce sujet par M. Tisserand, et qui ont donné lieu au beau travail, précédemment mentionné, de M. Radau.

» Il résulte de là que, quel que soit μ, on peut adopter pour J l'expression approchée

$$J = 1 + h - \frac{h^2}{2} + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{25}\right)h^3.$$

» Si, à présent, on abandonne la condition relative à la précession comme impossible à réaliser, dans l'état actuel de cette théorie et de celle de la fluidité, on peut, en faisant varier μ, satisfaire d'une infinité de manières à l'équation de Clairaut et aux conditions 1°, 2°, 3° mentionnées au premier paragraphe de ce travail. On peut, en particulier, d'une infinité de manières, disposer de μ de façon à limiter la série hypergéométrique qui fournit l'ellipticité ε.

» Il suffit d'annuler l'un quelconque des f_i pour obtenir ε en termes finis. Il y a deux systèmes distincts de solutions, suivant que i est pair ou impair.

» Supposons d'abord qu'on fasse $f_{2n+1} = 0$ ou $(\alpha + n)(\beta + n) = 0$. D'où, en vertu de (17),

$$\mu = -\frac{n(n\lambda + 5)}{2(n\lambda + 1)}.$$

» Il est vrai que l'exposant μ est négatif, tandis que, dans ce qui précède, nous n'avons discuté que le cas où il est positif; mais l'expression (14) de ε demeure applicable, quel que soit μ, lorsque la série hypergéométrique se réduit à un simple polynôme, puisque la considération de

la convergence de la série, qui seule oblige à distinguer les cas où μ est positif ou négatif, n'existe plus.

» Parmi les solutions que l'on obtient ainsi, la plus simple a été déjà indiquée par M. Radau. C'est celle qui répond à $n = 1$ et donne

$$(a)\qquad \mu = -\frac{\lambda+5}{2(\lambda+1)}.$$

» L'équation (17) devient

$$(b)\qquad \frac{k}{1-k} = \frac{\varsigma}{\lambda\mu} = -\frac{2\varsigma(\lambda+1)}{\lambda(\lambda+5)}.$$

» La série hypergéométrique devient

$$F(\alpha,\beta,\gamma,x) = 1 + \frac{\alpha\beta}{\gamma}x = 1 + \frac{\alpha\beta}{\gamma}ka^\lambda$$

ou, à cause de (11),

$$F(\alpha,\beta,\gamma,x) = 1 + \frac{2\mu}{\lambda+5}ka^\lambda = 1 - \frac{ka^\lambda}{\lambda+1}.$$

» On a de même $F(\alpha+1, \beta+1, \gamma+1, x) = 1$.

» Par suite, l'équation (14) donne

$$(c)\qquad \varepsilon = \varepsilon_1 \frac{1 - \dfrac{ka^\lambda}{\lambda+1}}{1 - \dfrac{k}{\lambda+1}} = \varepsilon_1 \frac{\lambda+1-ka^\lambda}{\lambda+1-k}.$$

» L'équation (17) devient

$$(d)\qquad \frac{k\lambda}{\lambda+1-k} = -2h.$$

» Les équations (a), (b), (d) servent à déterminer les trois constantes k, μ, λ.

» On trouve pour déterminer λ

$$\lambda^2 + \left(4 - 2\varsigma + \frac{\varsigma}{h}\right)\lambda - 2\varsigma + \frac{\varsigma}{h} - 5 = 0.$$

» Il faut adopter la racine positive. Puis les équations (a) et (b) donnent μ et k; et la formule (5), la loi de la densité.

» Supposons à présent qu'on annule un f_i d'indice pair, soit $f_{2n-2} = 0$; les équations (20) donnent

$$\mu = \frac{n(n\lambda+5)}{2(n\lambda+4)},$$

c'est-à-dire une valeur positive de μ.

» Mais si l'on veut en déduire pour ε une expression finie, il faut en changer la forme. L'équation $f_{2n-2} = 0$, en effet, équivaut à

$$(\gamma - \alpha - n - 1)(\gamma - \beta + n - 1) = 0$$

et ne limite pas la série $F(\alpha, \beta, \gamma, x)$. Mais on a, comme on sait,

$$F(\alpha, \beta, \gamma, x) = (1 - x)^{\gamma-\alpha-\beta} F(\gamma - \alpha, \gamma - \beta, \gamma, x).$$

» On peut donc encore écrire

$$(e) \qquad \varepsilon = \varepsilon_1 \left(\frac{1 - ka^\lambda}{1 - k}\right)^{\gamma-\alpha-\beta} \frac{F(\gamma - \alpha, \gamma - \beta, \gamma, ka^\lambda)}{F(\gamma - \alpha, \gamma - \beta, \gamma, k}, $$

et, sous cette forme, son expression est limitée par la relation ci-dessus admise entre μ et λ.

» La solution la plus simple que l'on puisse ainsi obtenir se déduit de $f_0 = 0$. L'équation (22) donne directement

$$R = 2h; \qquad \text{d'où} \qquad \lambda = \frac{\varsigma - 5h}{h}, \qquad \frac{1}{\mu} = 2 - 2\frac{h}{\varsigma} = 2\frac{(\varsigma - h)}{\varsigma}.$$

Puis, à l'aide de (16), de celle ci-dessus (e) et enfin de (9) et (10) :

$$\frac{k}{1-k} = \frac{\varsigma}{\lambda\mu} = \frac{2h(\varsigma - h)}{\varsigma - 5h},$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \left(\frac{1 - ka^\lambda}{1 - k}\right)^{1-2\mu},$$

$$D = \Delta \left(\frac{1 - ka^\lambda}{1 - k}\right)^{\mu},$$

$$\rho = D\left(1 - \frac{\lambda\mu}{3} \frac{ka^\lambda}{1 - ka^\lambda}\right),$$

et pour la densité au centre de la Terre,

$$\rho_0 = \frac{\Delta}{(1-k)^\mu},$$

expressions d'un emploi très commode.

» Supposons $h = 0,2765$ et adoptons pour la densité moyenne Δ la valeur $\Delta = 5,56$ trouvée par MM. Cornu et Baille; alors, pour des valeurs de la densité superficielle ρ_1 comprises entre 2,4 et 2,8, on aura :

ρ_1.	ς.	λ.	μ.	k.	ρ_0.
2,4	1,6869	1,101	0,598	0,719	11,88
2,5	1,6512	0,972	0,601	0,739	12,44
2,6	1,5972	0,777	0,605	0,773	13,63
2,7	1,5432	0,581	0,609	0,813	15,45
2,8	1,4895	0,400	0,614	0,859	18,53

» Parmi les solutions en nombre illimité que donne notre formule, nous signalerons celle qui répond à la valeur $\frac{1}{\mu} = 0$.

» Alors l'expression (7) de la densité moyenne devient, à cause de (16) :

$$D = \Delta e^{\frac{\varsigma}{\lambda}(1-a^\lambda)}; \qquad \text{d'où} \qquad \rho = D\left(1 + \frac{a}{3}\frac{D'}{D}\right) = D\left(1 - \frac{\varsigma}{3}a^\lambda\right).$$

» On a d'ailleurs $\frac{k}{1-k} = \frac{\varsigma}{\lambda\mu}$, d'où $k = 0$, de sorte que cette équation peut s'écrire $k\mu = \frac{\varsigma}{\lambda}$.

» Les expressions de α, β, γ données par les équations (11) peuvent s'écrire

$$(\alpha+\beta)k = \left(\frac{5}{\lambda} + 2\mu\right)k = \frac{2\varsigma}{\lambda},$$

$$\alpha\beta k = \frac{2\mu k}{\lambda} = \frac{2\varsigma}{\lambda^2}, \qquad \gamma = \frac{5}{\lambda} + 1, \qquad (\alpha+n)(\beta+n)k = \frac{2\varsigma}{\lambda^2}(1+n\lambda).$$

Posons

$$\frac{2\varsigma}{\lambda^2}a^\lambda = y.$$

On aura

$$F(\alpha,\beta,\gamma,ka^\lambda) = 1 + \frac{y}{\gamma} + \frac{1+\lambda}{\gamma(\gamma+1)}\frac{y^2}{1.2} + \frac{(1+\lambda)(1+2\lambda)}{\gamma(\gamma+1)(\gamma+2)}\frac{y^3}{1.2.3} + \ldots$$

ou

$$F(\alpha,\beta,\gamma,ka^\lambda) = \left\{\begin{array}{l} 1 + \frac{1}{5+\lambda}\frac{2\varsigma a^\lambda}{\lambda} + \frac{1+\lambda}{(5+\lambda)(5+2\lambda)}\left(\frac{2\varsigma a^\lambda}{\lambda}\right)^2 \\ \quad + \frac{(1+\lambda)(1+2\lambda)}{(5+\lambda)(5+2\lambda)(5+3\lambda)}\left(\frac{2\varsigma a^\lambda}{\lambda}\right)^3 + \ldots \end{array}\right\}$$

et

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \frac{F(\alpha,\beta,\gamma,ka^\lambda)}{F(\alpha,\beta,\gamma,k)}.$$

» La densité au centre de la Terre serait, d'après ces formules,

$$\rho_0 = \Delta e^{\frac{\varsigma}{\lambda}} = \Delta e^{\frac{3}{\lambda}\left(1-\frac{\rho_1}{\Delta}\right)}. \text{ »}$$

PHYSIQUE. — *Sur le diamagnétisme.* Note de M. **Mascart.**

« M. Blondlot a décrit, dans les *Comptes rendus* de la dernière séance, une expérience intéressante sur le diamagnétisme apparent d'une solu-

tion de perchlorure de fer dans une dissolution plus concentrée de la même substance; mais les conclusions que tire l'auteur de cette expérience ne me paraissent pas justifiées.

» Il est juste de reporter à Faraday le mérite d'avoir montré, en 1845, que l'action des forces magnétiques sur un corps dépend du milieu dans lequel ce dernier est plongé et tient à la différence de leurs coefficients d'induction magnétique ou d'aimantation induite. Si l'intensité d'aimantation reste proportionnelle à la force magnétisante, ce qui a lieu pour tous les corps diamagnétiques et les corps peu magnétiques, la théorie montre alors que le magnétisme à la surface du corps considéré change de signe quand le milieu extérieur a un coefficient plus élevé. Cette manière de voir rend compte des faits observés par Faraday, aussi bien pour les corps anisotropes que pour les corps isotropes, et de tous ceux qui ont été observés jusqu'à présent.

» L'expérience de M. Blondlot en est elle-même une confirmation, car, en considérant la couche magnétique superficielle qui est seule apparente et seule accessible à l'observation, on n'est pas autorisé à dire que le tube rempli de perchlorure continue de *s'aimanter à la manière du fer* quand il est entouré d'une solution plus concentrée. »

M. **Edm. Becquerel**, à la suite des remarques de M. Mascart, fait observer que l'expérience faite par Faraday en 1845 a été citée par lui en 1850 (¹), lorsqu'il a publié le Mémoire dans lequel il a proposé l'hypothèse très simple servant à lier entre eux les phénomènes magnétiques et les phénomènes diamagnétiques.

Cette hypothèse, que Faraday n'avait nullement énoncée, fait intervenir la puissance magnétique du milieu ambiant, et même du vide, pour rendre compte des polarités inverses observées avec les corps diamagnétiques, et explique les résultats de toutes les expériences qui ont été faites en vue de la combattre.

La dernière expérience faite par M. Blondlot vient à l'appui de cette hypothèse : l'aimantation du liquide magnétique extérieur suffit, en effet, pour expliquer le changement de sens de l'aimantation du tube liquide intérieur et, par conséquent, les diverses positions de ce tube, suivant qu'il est entouré d'air ou bien d'un liquide plus magnétique que celui qu'il renferme.

(¹) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXVIII, p. 283; 1850.

GÉOGRAPHIE. — *Note de M.* D'ABBADIE *accompagnant la présentation d'une Carte intitulée* Massaja en Ethiopie.

« Cette Carte, que j'ai fait graver à la demande d'un ami, contient trois innovations. La première consiste à renforcer les déliés pour faciliter la lecture. Dans le même but on a fait usage des vieux chiffres inégaux en hauteur.

» Quand on a de la peine à déchiffrer un mot dans une phrase écrite, on se tire d'embarras en recourant au sens indiqué par les mots voisins. Cette ressource manque dans les Cartes où la plupart des mots sont isolés. Par exemple le nom *London,* écrit en italique, pourra se lire *Loudon, Loudou* ou *Londou* si les déliés des *n* et des *u* sont faibles et si le relief du sol est figuré par des hachures. C'est pourquoi, dans une Carte bien connue et admirable quant à ses autres détails, on peut citer tel nom de lieu dont il est impossible d'affirmer l'orthographe.

» Tout en étant plus lisible que la majorité des Cartes contemporaines, celle-ci ne satisfait pas encore aux justes exigences des géographes; mais il faut remercier les graveurs d'être sortis de leurs habitudes pour entrer dans une voie meilleure. Ils croient que la manière nouvelle n'est pas artistique. Les questions de goût ne se discutant pas, nous nous bornons à faire observer que la lisibilité est le but principal de l'écriture et qu'il est convenable de tout sacrifier pour y parvenir. Dans la gravure le délié devrait être d'une grosseur égale au tiers ou même à la moitié du plein, ce qui permettrait d'augmenter le tirage des Cartes et d'en abaisser le prix. Cet avantage n'est pas à dédaigner. Les anciens graveurs français se faisaient lire plus facilement et leurs bonnes traditions ont continué à prévaloir jusque vers l'année 1830. Depuis cinquante ans, au contraire, on persiste à exagérer ce qui n'était dans le siècle dernier que le commencement d'un défaut réel.

» Dans cette Carte, la seconde innovation s'adresse aux voyageurs, car les géographes de cabinet se préoccupent rarement de bien prononcer les noms de lieux. Les règles de la musique sont les mêmes dans tous les pays civilisés, à l'exception de la Chine; on a donc pu en exprimer et même nuancer les détails par une notation généralement comprise. Il n'en est pas de même pour les langues parlées; chacun écrit à sa façon les mots

d'un idiome étranger, et il en résulte que les noms de lieux changent de physionomie dans une Carte, parfois même au point de ne pas se laisser identifier. Parmi ces sons, les uns sont inconnus en français, tandis que les autres ne sont pas même perçus par une oreille novice. Dans la langue arabe, dont les termes sont traduits ou cités en Algérie, peu de Français distinguent les deux *h* ou la différence entre les sons des lettres *sin* et *çad*. Les géographes d'élite ont songé à ces difficultés : l'expédition française de 1798 nous a légué une Carte de la basse Egypte où l'on a précisé les sons en les écrivant à côté dans l'alphabet arabe; mais peu d'éditeurs voudront imiter cet excellent scrupule d'exactitude. Par conséquent, le seul remède possible est de rendre les sons étrangers d'après un plan uniforme de transcription. Les savants n'ont pas pu s'entendre sur ce plan. Le nôtre est indiqué sur la légende de la Carte et servira à montrer aux voyageurs, par exemple près d'Alexandrie, que la lettre *h* du mot *Hagar* se trouve aussi au commencement de *Hodaydah*, ville arabique sur la mer Rouge, et que le *t* initial du lac *Tamsah* n'est pas le même que celui du mont *Taqa*, près de Suez, etc. C'est en effet dans le pays même qu'il faut apprendre à distinguer ces nuances de prononciation, indifférentes aux Européens, mais importantes pour l'oreille des indigènes. Excepté sur le rivage de la Méditerranée, toutes les limites de cette Carte sont sujettes à l'incertitude des positions, parce que leur topographie laisse à désirer, et au vague des nomenclatures par notre ignorance du système de transcription employé quand on a fait connaître ces lieux, rarement visités jusqu'ici.

» Le troisième changement, dans cette Carte, concerne les termes de relation; ils ne sont à conseiller que lorsque ces expressions, empruntées aux idiomes indigènes, ne peuvent être rendues en français que par des périphrases. Dans le cas contraire, il vaut mieux les éviter. C'est pourquoi notre Carte porte *cap* au lieu de *ras* et *mont* au lieu de *Djebel*, que nous écririons *Jabal*. Le lecteur français n'est pas tenu de comprendre ces mots arabes ni, à plus forte raison, ceux des langues éthiopiennes, et il est porté à croire que le terme de relation fait partie du nom de lieu, ce qui est une erreur. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Preuve élémentaire du théorème de Dirichlet sur les progressions arithmétiques dans tous les cas où la* raison *est* 8 *ou* 12; par M. **Sylvester**. (Suite) ([1]).

« Au Congrès scientifique d'Oran nous avons indiqué :

» 1° Une démonstration instantanée du théorème de Dirichlet pour le cas $Ax+1$, quel que soit A, en nous servant des fonctions cyclotomiques de l'espèce ordinaire en u, en prenant pour les indices successifs A, 2A, 3A, ... et en donnant à u une valeur quelconque. Ces fonctions cyclotomiques sont les facteurs irréductibles des fermatiens. Par exemple, en prenant 3 pour la base des fonctions cyclotomiques, et en ôtant de chaque cyclotome dont l'indice est une puissance de 2 le *facteur singulier* 2, on obtient la progression 2, 2, 13, 5, 121, 7, 1093, ..., dont tous les termes, en omettant le second, sont premiers entre eux, et où le terme à l'indice i (le second excepté) ne contient d'autres facteurs premiers que ceux de la forme $ix+1$. Conséquemment, en se bornant aux $i^{\text{ème}}$, $(2i)^{\text{ème}}$, $(3i)^{\text{ème}}$, $(4i)^{\text{ème}}$, ... termes, et en décomposant chacun de ces termes dans un produit de facteurs premiers distincts, la totalité de ces facteurs fournira un nombre infini de nombres premiers de la forme $ix+1$;

» 2° Une démonstration beaucoup plus cachée pour le cas $Ax-1$, quand A est une puissance d'un nombre premier, au moyen des fonctions cyclotomiques qui se déduisent des fonctions dont nous avons parlé en les divisant par une puissance convenable de u, en exprimant le quotient comme fonction de $u+\frac{1}{u}$, disons v, et en attribuant à v une valeur constante dont la forme par rapport au module A ou bien à un multiple de A (capable de grandir indéfiniment) dépend de la forme du nombre premier dont A est une puissance, par rapport au module 8.

» Plus récemment, nous avons étendu la même démonstration aux cas où A est une combinaison de puissances de 2, 3, 5, 7, de sorte qu'il nous paraît peu douteux que les propriétés cyclotomiques donnent le moyen de prouver le théorème de Dirichlet aussi bien pour le cas de $Ax-1$, comme pour le cas de $Ax+1$, quelle que soit la forme de A. Il nous semble donc qu'il y a quelque lieu d'espérer que le principe général (qu'on peut

---

([1]) Voir les *Comptes rendus* du 30 avril, p. 1278.

nommer constructif ou cosmothétique) peut servir à donner une démonstration pour le cas le plus général du théorème de Dirichlet. En addition à la méthode ici donnée et celle fournie par la théorie cyclotomique pour obtenir des progressions infinies de nombres relativement premiers entre eux, on peut se servir comme troisième méthode des *cumulants* (les numérateurs et dénominateurs de fractions continues) et sans doute d'une infinité d'autres espèces de fonctions. Toute la difficulté consiste à trouver la *forme* de progression convenable à chaque cas donné.

» En ce qui regarde la théorie générale des diviseurs des fonctions cyclotomiques de toute espèce, nous renvoyons à notre article, intitulé : *Excursus* A. *On the divisors of cyclotomic functions* (*American Journal of Mathematics*, t. II, 1879); et en ce qui regarde la propriété des nombres cyclotomiques de la première et seconde espèce, privés de leur *facteur singulier*, d'être relativement premiers entre eux, à un article paru dans le journal *Nature* du mois de mars de cette année [1]. »

CHIMIE. — *Fluorescence de la chaux cuprifère.* Note de M. **Lecoq de Boisbaudran**.

« Du carbonate de chaux contenant un peu d'oxyde de cuivre [2] donne, après calcination à l'air, une matière qui fluoresce dans le vide en un vert clair extrêmement brillant. Je n'ai pas vu de raies spectrales.

» Si l'on a calciné dans l'hydrogène, on n'obtient plus de fluorescence verte, mais seulement une lumière plus ou moins rosée, ou rougeâtre, parfois assez intense, quoique toujours très inférieure à la fluorescence verte de la même matière calcinée à l'air.

» Avec $\frac{1}{100}$ de CuO dans le $CaOCO^2$, il paraît y avoir déjà trop de substance active; car, après calcination à l'air, la masse, qui est grise, donne

---

(1) Le cas de $12x+5$ (page 1280 de la Note précédente) est mal expliqué. Afin de démontrer le théorème de Dirichlet pour ce cas il suffit de remarquer que chaque terme de rang impair (après le premier) dans la progression 1, 2, 5, 26, 677, ... est de la forme $12m+5$, et chacun de ses facteurs *premiers* de la forme $4x+1$, c'est-à-dire de la forme $12x+1$ ou $12x+5$; conséquemment il contiendra au moins un facteur premier de la forme $12x+5$.

(2) On peut, soit précipiter par le carbonate de soude un sel de chaux cuprifère et bien laver, soit arroser le $CaOCO^2$ avec une solution d'acétate ou de nitrate de cuivre et dessécher doucement la masse avant de la calciner.

un premier éclat vert d'intensité très modérée et une fluorescence subséquente vert bleuâtre, jolie quoique peu éclatante. Si l'on chauffe le tube, le vert s'assombrit et bleuit un peu, mais ne disparaît pas entièrement. On ne distingue pas la bande $CaO + Mn$, bien que le $CaOCO^2$ employé ne soit pas rigoureusement privé de manganèse.

» Après calcination dans l'hydrogène, le même $CaOCO^2$ cuprifère au $\frac{1}{100}$ fournit une matière brun rosé qui donne un premier éclat rose-aurore relativement modéré et une fluorescence subséquente tirant sur le jaune en face de l'électrode active, mais restant rosée et un peu moins intense dans les parties froides du tube. La lumière centrale, jaunâtre, montre la bande $CaO + Mn$. Le tout devient d'un jaune un peu orangé lorsqu'on chauffe extérieurement le tube : ce qui détruit le rose.

» Avec $\frac{1}{1000}$ de CuO dans le $CaOCO^2$, la matière, calcinée à l'air, est presque blanche et donne un éblouissant premier éclat vert clair, suivi d'une très belle fluorescence vert légèrement bleuté. Au spectroscope, la lumière couvre l'orangé, le jaune, le vert et le bleu, avec maximum d'intensité dans le vert. Au milieu de ce vif éclairage, la bande $CaO + Mn$ ne se distingue pas. Si l'on chauffe modérément le tube, la coloration verte s'affaiblit beaucoup, mais il reste encore un blanc verdâtre assez lumineux.

» Après calcination dans l'hydrogène, le même $CaOCO^2$ cuprifère au $\frac{1}{1000}$ fournit une masse rose pâle, qui donne un premier éclat blanc rosé, un peu jaunâtre et assez lumineux, quoique très inférieur à l'éclat vert de la matière calcinée en présence de l'air. La fluorescence est ensuite blanc jaune rosâtre en face de l'électrode et rose pâle sur les points éloignés du centre d'action. On distingue la bande $CaO + Mn$. Le rose s'évanouit quand on chauffe le tube.

» Enfin, avec $\frac{1}{50000}$ de CuO dans le $CaOCO^2$, on obtient, après calcination à l'air, un éblouissant premier éclat blanc vert, paraissant être encore plus brillant qu'avec $\frac{1}{1000}$ de CuO, mais moins coloré en vert. La fluorescence subséquente est assez belle et également bien plus blanche qu'avec $\frac{1}{1000}$ de CuO. En face de l'électrode active, on voit du bleu violet.

» Quand le carbonate de chaux contient assez de manganèse pour fluorescer en joli jaune après calcination à l'air, on n'obtient pas d'aussi belles fluorescences vertes $CaO + Cu$. L'effet $CaO + Mn$ s'oppose donc, jusqu'à un certain point, au développement de l'effet $CaO + Cu$. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Membre dans la Section de Géographie et de Navigation, pour remplir la place laissée vacante par le décès de M. le général *Perrier*.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 58,

M. de Bussy obtient.	41	suffrages.
M. Cloué »	15	»
M. Hatt »	1	»
M. Laussedat »	1	»

M. DE BUSSY, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Sa nomination sera soumise à l'approbation du Président de la République.

MÉMOIRES LUS.

ÉCONOMIE RURALE. — *Note sur les dommages causés aux récoltes de Maïs sur pied par la chenille du* Botys nubilalis; par M. A. LABOULBÈNE. (Extrait par l'auteur.)

« Dans l'Ouvrage remarquable de Mathieu Bonafous sur l'histoire naturelle agricole et économique du Maïs, on trouve un chapitre concernant les dégâts causés à cette précieuse céréale, non seulement par le charbon, l'ergot, mais aussi par les insectes nuisibles. L'auteur a rapporté ce qu'il avait observé ou appris; il distingue les altérations des tiges, de l'épi, sur la plante en végétation, et les atteintes faites au grain dans les greniers.

» Les principaux ravages sont produits par des Lépidoptères sous leur premier état de larve; une planche gravée sur cuivre et coloriée vient compléter le texte. Cependant, on doit reconnaître que, malgré les efforts de Bonafous, cette partie de son œuvre est parfois une véritable énigme entomologique. La présente Note a pour but d'éclaircir, de préciser les faits d'une observation difficile, de déterminer l'un des principaux insectes dévastateurs et de le combattre efficacement.

» Le premier Lépidoptère nuisible indiqué par Bonafous (p. 105 et

Pl. XIX, fig. 8, n° 1) est l'*Heliotis armigera* Hübner, Godart et Duponchel. L'insecte est représenté les ailes fermées; on reconnaît, par la description et la figure, une variété pâle de cette espèce à coloration variable. Mais tout l'intérêt se concentre sur la chenille (*fig.* 8, n° 2), « qui logée dans l'intérieur de l'épi ou de la tige.... les perce en tous sens à mesure qu'elle ronge la moelle et s'y file une toile légère dans laquelle elle passe à l'état de chrysalide. Les pieds de Maïs attaqués par cette chenille destructive.... languissent, se déforment, se cassent au moindre vent ou ne produisent que des épis chétifs. Il est des cultivateurs qui, persuadés qu'après avoir endommagé une plante elle passe à une autre, arrachent les pieds attaqués et les brûlent pour que ceux d'alentour en soient préservés. J'ai vu plusieurs fois mes récoltes à moitié ravagées par cet insecte ». Les dégâts, très bien appréciés, sont donc fort redoutables. Je puis affirmer néanmoins qu'ils ne sont pas produits par la chenille de l'*Heliotis armigera,* que j'ai observée plusieurs fois. De plus, la chenille d'*Heliotis* se trouve seulement dans le spathe de l'épi du Maïs, tandis que l'autre décrite par Bonafous, « appelée *tarlo* (ver rongeur) », vit dans la tige dont elle amoindrit la résistance. Quelle est donc cette chenille rapportée à tort à celle de l'*Heliotis armigera?*

» Dès l'année 1877 et pendant 1878-79, jusqu'à l'année 1884, Charles Robin, mon maître regretté, avait vu, dans le département de l'Ain, un grand nombre de pieds de Maïs attaqués ou détruits, et il m'avait fréquemment envoyé les tiges renfermant l'insecte. Les dégâts commençaient par le pétiole engaînant la feuille, qui était percé par une petite chenille au sortir de l'œuf; puis, je trouvais des galeries contournées sur la face interne de la tige, les parties médullaires étaient ensuite rongées au-dessus d'un nœud du chaume. Finalement, la tige se trouvait réduite à une couche peu épaisse de tissus : aussi elle se flétrissait avec arrêt de développement et perte de l'épi femelle, lorsque la tige était atteinte vers l'un des nœuds placés au-dessous de cet épi. Si le dernier entre-nœud supérieur était rongé, il en résultait la perte de l'épi mâle. Certaines tiges renfermaient une, deux, trois et même quatre chenilles dans divers entre-nœuds, l'épaisseur du nœud séparait seule parfois les galeries de deux insectes; il n'y avait jamais deux chenilles ensemble dans le même entre-nœud. Je me suis assuré que les insectes restaient dans les tiges rongées et y passaient l'hiver. La nymphose n'a lieu qu'au printemps suivant; aucune chenille n'a pris la forme de chrysalide en terre, mais dans une loge préparée dans l'endroit où elle avait consommé sa dernière nourriture et en s'entou-

rant de quelques fils soyeux. Les insectes parfaits ont paru au mois de juin.

» J'ai soigneusement étudié les chenilles de tous les âges ; elles sont de couleur blanchâtre ou livide, parfoi sombrées de noirâtre; la tête est rougeâtre ou noire, les ocelles noirs. Chaque segment présente une première rangée de quatre points transversaux noirâtres et luisants, ainsi que deux autres points pareils sur une seconde rangée. Les seize pattes sont courtes comme celles des chenilles qui vivent dans les végétaux. La taille, au terme de la croissance, est de 25^{mm} à 26^{mm}. La chrysalide est brune, plus ou moins jaunâtre ou rougeâtre.

» Cette chenille est, à mon avis, la même que le *tarlo* signalé par Bonafous ; il y a plus, elle se rapporte à la figure dessinée au trait dans la *Pl. XIX* (*fig.* 8, n° 2); elle est absolument différente de celle de l'*Heliotis*.

» Quel est l'insecte à l'état parfait? Il est éclos en grand nombre, je l'ai donné au Muséum qui n'en possédait qu'un individu. Les deux sexes ont une coloration différente; le mâle est gris rougeâtre ou brunâtre, la femelle d'un jaune pâle. Ce Lépidoptère est sûrement le *Botys nubilalis* décrit et figuré dans l'Ouvrage de Hübner sous le n° 94 (insecte mâle) et sous le nom de *Botys silacealis*, n° 116 (insecte femelle). La synonymie est confuse; il a été rapporté par Guénée au *lupulinalis* de Clerck et même au *sticticalis* de Linné.

» En résumé, le Lépidoptère nuisible au Maïs sur pied, par sa chenille rongeant l'intérieur des tiges, est le *Botys nubilalis;* l'épi est rarement attaqué par pénétration interne, sans que l'insecte vienne à l'extérieur, contrairement à ce que font d'autres espèces dévorant le grain.

» Cet insecte n'est pas absolument propre au Maïs; on le trouve aussi sur le Houblon, le Chanvre, le Millet. Il devient très nuisible aux plantations de Maïs pendant plusieurs années consécutives, si la culture n'est pas alternée, si l'on abandonne les vieux pieds dans lesquels la chenille passe l'hiver; l'insecte parfait qui en provient va pondre sur les plantes jeunes et bien appropriées. On trouve là ce que j'ai appelé l'adaptation d'un parasite à un hôte plus favorable ou meilleur, adaptation dont la Doryphore ou Leptinotarse du Colorado fournit un exemple, en quittant le *Solanum rostratum* des Montagnes Rocheuses pour choisir et dévaster le *Solanum tuberosum cultivé*.

» Bonafous avait vu la moitié de la récolte perdue, Charles Robin encore

plus; un entomologiste du département des Landes, M. Lafaury, a constaté, en 1873, des ravages extraordinaires. Les cultivateurs italiens connaissent les pieds de Maïs attaqués, en apercevant une matière poisseuse exsudée des tiges; ils les enlèvent et même les brûlent, craignant le passage d'un insecte aux plantes saines. Le fait de ce passage n'est pas exact, tandis que la pratique de supprimer la plante malade et improductive est excellente. Dans les Landes, les paysans sèment dru, pour pouvoir arracher les pieds trop serrés les uns contre les autres, et surtout ceux attaqués par les insectes. Ils utilisent ces pieds pour la nourriture de leurs bestiaux, ressource utile, parce que, à ce moment, on a peu à leur donner. Les jeunes chenilles des tiges ne sauraient nuire aux animaux mangeant le Maïs en vert; mais, après la récolte, il est indispensable d'enlever les vieux pieds laissés en terre ou abandonnés, dont je place des spécimens sous les yeux de l'Académie, et renfermant les insectes qui propageraient le *Botys* parasite, au printemps suivant.

» Le moyen d'anéantir les insectes dévastateurs d'une future récolte est de recueillir, à l'automne ou en hiver, les vieilles tiges attaquées du Maïs et de les brûler soigneusement, ainsi que le conseille, pour d'autres plantes, M. le professeur Émile Blanchard. Cette pratique rationnelle de détruire par le feu les restes des vieux pieds atteints, et que j'ai indiquée à plusieurs reprises aux cultivateurs du département de l'Ain, du Lot-et-Garonne, des Landes, a produit de très bons résultats. »

M. C. **Tondini** donne lecture d'un Mémoire intitulé : « Quelques remarques sur la neutralité et la valeur scientifique comparatives des deux méridiens de Greenwich et de Jérusalem, pour fixer l'heure universelle ».

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. A. **Bouilly** adresse, pour le concours du prix destiné à récompenser tout progrès de nature à accroître l'efficacité de nos forces navales, un Mémoire intitulé : « Horizon artificiel ou niveau électrique enregistreur de l'horizon. Son application au pointage des pièces d'artillerie de marine ».

(Renvoi à la Commission du concours.)

M. Cl. Clavenad soumet au jugement de l'Académie une Note ayant pour titre : « Le mouvement universel ».

(Commissaires : MM. Cornu, Wolf, Lévy, Sarrau.)

M. G. Greil adresse un Mémoire sur la navigation aérienne.

(Commissaires : MM. Marey, Lévy, Sarrau.)

M. le duc de Feltre adresse une seconde Note relative aux expériences qu'il a entreprises sur l'étude des sons à l'aide du microphone.

(Commissaires : MM. Faye, Fizeau, Becquerel, Cornu.)

CORRESPONDANCE.

ASTRONOMIE. — *Observations de la nouvelle planète* (277), *découverte le* 3 *mai* 1888, *à l'observatoire de Nice*. Note de M. Charlois, présentée par M. Faye.

Dates. 1888.	Étoiles de comparaison.	Grandeurs.	Planète — Étoile.	
			Ascension droite.	Déclinaison.
Mai 3.........	*a* Lamont$_5$, 1384.	9	$+2^m52^s,49$	$-3'53'',6$
5.........	*b* Lamont$_5$, 1395.	9	−1.21,46	+9. 1,9
7.........	*b* Id.	9	−2.44,29	+0.24,3
8.........	*c* Lamont$_5$, 1379.	8	+0.19,90	−1.10,7
9.........	*c* Id.	8	−0.17,28	−5. 5,6

Positions des étoiles de comparaison.

Dates. 1888.	Étoiles.	Æ moyenne pour 1888,0.	Réduction au jour.	℗ moyenne pour 1888,0.	Réduction au jour.	Autorités.
Mai 3.....	*a*	$13^h39^m12^s,55$	$+1^s,40$	$101°16'31'',3$	$+5'',6$	$\frac{1}{2}$(Lam$_5$, 1384 + W$_1$, 645).
5.....	*b*	13.42. 5,51	+1,41	100.55.13,5	+5,4	$\frac{1}{2}$(Lam$_5$, 1395 + W$_1$, 692).
7.....	*b*	»	+1,41	»	+5,4	Id.
8.....	*c*	13.38.18,37	+1,40	100.52.20,1	+5,6	Lamont$_5$, 1379.
9.....	*c*	»	+1,40	»	+5,6	Id.

Positions apparentes de la planète.

Dates. 1888.	Temps moyen de Nice.	Ascension droite.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire.	Log. fact. parallaxe.	Nombre de comp.
	h m s	h m s		° ′ ″		
Mai 3......	12.53.41	13.42. 6,44	$\bar{1},344$	101.12.43,3	$0,852_n$	3
5......	10.20.15	13.40.45,46	$\bar{2},661_n$	101. 4.20,8	$0,861_n$	5
7......	10.12.17	13.39.22,63	$\bar{2},633_n$	100.55.43,2	$0,861_n$	5
8......	11.34.56	13.38.39,67	$\bar{1},090$	100.51.15,0	$0,858_n$	6
9......	10.13.21	13.38. 2,49	$\bar{3},367_n$	100.47.20,1	$0,860_n$	6

» *Remarque.* — La planète est de grandeur 13,0. »

ASTRONOMIE. — *Observations faites à l'observatoire d'Alger de la planète découverte le* 3 *mai* 1888 *par M.* Charlois, *à Nice.* Note de M. **Trépied**, présentée par M. Mouchez.

Dates. 1888.	Temps moyen d'Alger.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire apparente.	Log. fact. parallaxe.
	h m	h m s		° ′ ″	
Mai 5.......	10. 3,2	13.40.45,7	—8,932	101. 4.23	—0,815
9.......	10.25,1	13.38. 1,9	—6,867	100.47.27	—0,814
10.......	9.24,6	13.37.24,9	—9,070	100.43.23	—0,811
12.......	8.38,0	13.36.12,6	—9,230	100.35.29	—0,807

ASTRONOMIE. — *Observation des canaux de Mars.* Lettre de M. **Perrotin** à M. Faye.

« Depuis ma dernière Lettre, il m'a été possible, par de très bonnes images, de revoir, avec notre grande lunette, une partie des canaux de *Mars* que j'avais observés en 1886.

» Ils sont à la place où je les ai vus à cette époque et présentent les mêmes caractères : ils se projettent, sur le fond rougeâtre des continents de la planète, suivant des lignes droites sombres (des arcs de grand cercle probablement), les unes simples, les autres doubles, — les deux composantes, dans ce dernier cas, étant, le plus souvent, parallèles, — se coupant sous des angles quelconques et paraissant établir des communications entre les mers des deux hémisphères ou entre les diverses parties d'une même mer, ou bien encore entre les canaux eux-mêmes.

» Leur aspect est en général le même qu'en 1886. Pourtant quelques-uns paraissent plus faibles, d'autres ont peut-être disparu en partie.

» J'ai fait deux croquis que j'aurai l'honneur de vous envoyer dès que je les aurai complétés. Mais, dès à présent, je dois signaler trois modifications importantes qui se sont produites depuis 1886 dans l'aspect de la surface de la planète, modifications d'autant plus certaines qu'elles ont eu leur siège dans des régions sur lesquelles mon attention s'était plus particulièrement portée en 1886.

» 1° C'est d'abord la disparition d'un continent qui s'étendait, alors, de part et d'autre de l'équateur, par 270° de longitude (*Lybia*, Carte de Schiaparelli). De forme à peu près triangulaire, ce continent était limité au sud et à l'ouest par une mer, au nord et à l'est par des canaux.

» Nettement visible, il y a deux ans, il n'existe plus aujourd'hui. La mer voisine (si mer il y a) l'a totalement envahi. A la teinte blanc rougeâtre des continents a succédé la teinte noire ou plutôt bleu foncé des mers de Mars. Un lac, le lac Mœris, situé sur l'un des canaux a également disparu.

» L'étendue de la région dont l'aspect a aussi complètement changé peut être évaluée à 600000^{kmq} environ, un peu plus que la superficie de la France. En se portant sur le continent, la mer a abandonné, au sud, les régions qu'elle occupait antérieurement et qui se présentent maintenant avec une teinte intermédiaire entre celle des continents et celle des mers, avec une couleur bleu clair, analogue à la couleur d'un ciel d'hiver, légèrement brumeux.

» Cette inondation (ou autre chose) du continent *Lybia*, si j'en crois un dessin antérieur (de l'année 1882), pourrait bien être un phénomène périodique. S'il en est ainsi, les observations en donneront la loi à la longue.

» 2° C'est ensuite, au nord du continent disparu, à + 25° de latitude, la présence d'un canal simple qui n'est pas indiqué sur la Carte Schiaparelli, bien que ce savant astronome en ait noté de beaucoup plus faibles, et que je n'ai pas vu non plus lors de la dernière opposition. Ce canal, long de 20° environ et large de 1° ou 1°,5, est sans doute de formation récente. Il est parallèle à l'équateur et continue en ligne droite une branche d'un canal double, déjà existant, qu'il met en communication avec la mer.

» 3° La troisième modification consiste, enfin, dans la présence, assez inattendue, sur la tache blanche du pôle nord, d'une sorte de canal qui semble relier, en ligne droite, à travers les glaces polaires, deux mers voisines du pôle. Ce canal, qui se détache avec une grande netteté sur la surface de Mars, coupe la calotte sphérique blanche suivant une corde qui correspond à un arc de 30° environ. »

HYDRAULIQUE. — *Expériences sur les déversoirs à seuil épais* (*barrages à poutrelles*). Note de M. **Bazin**, présentée par M. Boussinesq.

« Les déversoirs à poutrelles, formés de pièces de bois de même équarrissage que l'on superpose à la hauteur voulue, sont fort usités; au lieu de se réduire à une simple arête, comme dans les expériences qui ont fait l'objet de nos deux Notes précédentes ([1]), la crête du déversoir est alors constituée par une surface horizontale d'une certaine largeur : cette circonstance modifie beaucoup les conditions de l'écoulement.

» *Nappes libres*. — Examinons d'abord le cas des nappes libres, dont la surface inférieure est maintenue en communication avec l'atmosphère par un élargissement du canal, pratiqué immédiatement au-dessous du déversoir. Lorsque l'on augmente progressivement la charge h, le phénomène présente trois périodes distinctes : tant que h est inférieur à $\frac{3}{2}e$ (e désignant la largeur de la crête ou épaisseur des poutrelles), la nappe déversante reste appliquée sur le seuil; lorsque h est supérieur à $2e$, elle en est, au contraire, complètement détachée à partir de l'arête amont des poutrelles, l'écoulement s'opérant comme sur un déversoir en mince paroi; enfin, dans la période intermédiaire, où h reste compris entre $\frac{3}{2}e$ et $2e$, la nappe peut rester adhérente au seuil ou bien s'en détacher, et, à chacun de ces deux cas, correspond un coefficient de débit spécial. Le détachement de la nappe est la conséquence de la forme que prend sa surface inférieure au passage d'un déversoir en mince paroi; par suite de la contraction, cette surface se relève au-dessus du seuil, en décrivant une courbe dont la branche descendante rencontre l'horizontale menée au niveau du seuil à une distance égale à environ $\frac{2}{3}h$; la nappe peut donc, dès que cette distance dépasse l'épaisseur e, franchir le seuil sans le toucher. Toutefois, si l'on n'augmente le débit que graduellement et sans secousse, elle reste adhérente au seuil jusqu'à ce que h atteigne $2e$; mais, cette adhérence une fois vaincue, on peut réduire de nouveau la charge jusqu'à $h = \frac{3}{2}e$, sans que la nappe se rattache.

» Le coefficient m de la formule ordinaire $q = mlh\sqrt{2gh}$ varie dans des limites très étendues; si l'on désigne par m_1 celui qui conviendrait au déversoir en mince paroi, le moyen le plus simple de se rendre compte des

---

([1]) Voir *Comptes rendus*, 25 juillet et 3 octobre 1887.

variations de m consiste à suivre la marche des valeurs du rapport $\frac{m}{m_1}$. La comparaison d'expériences faites sur quatre déversoirs ayant les épaisseurs $0^m,05$, $0^m,10$, $0^m,20$ et $0^m,40$ conduit à poser, à titre de première approximation, l'expression très simple

$$\frac{m}{m_1} = 0,7 + 0,19\frac{h}{e},$$

applicable au cas où la nappe est adhérente au seuil; lorsqu'elle en est détachée, on a évidemment $\frac{m}{m_1} = 1$. Cette formule assignerait au rapport $\frac{m}{m_1}$ les valeurs suivantes :

Pour $\frac{h}{e}$	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00,
» $\frac{m}{m_1}$	0,747	0,795	0,890	0,985	1,080.

On voit que, pour une même charge h, le coefficient m peut varier considérablement suivant l'épaisseur des poutrelles.

L'épaisseur du barrage a été portée ensuite à $0^m,80$ et à $2^m,00$; la formule s'appliquerait encore avec une certaine approximation à ce cas extrême.

Charges h.	Valeur du coefficient pour les déversoirs				
	en mince paroi.	de $0^m,80$ d'épaisseur		de 2^m d'épaisseur	
m	— Coefficient m_1.	d'après la formule.	d'après l'expérience.	d'après la formule.	d'après l'expérience.
0,10	0,434	0,314	0,318	0,308	0,304
0,20	0,433	0,323	0,327	0,311	0,318
0,30	0,438	0,338	0,332	0,319	0,325
0,40	0,444	0,354	0,341	0,328	0,333

» Dans les expériences ci-dessus, la crête du barrage se terminait du côté d'amont par une arête vive; si on l'arrondit suivant un quart de cercle de $0^m,10$ de rayon, pour réduire la contraction à l'entrée, le coefficient m s'élève de 10 à 15 pour 100.

Charges h.	Valeurs du coefficient m avec seuil arrondi à l'amont.	
m	Déversoir de $0^m,80$ d'épaisseur.	Déversoir de 2^m d'épaisseur.
0,10................	0,362	0,331
0,20................	0,374	0,351
0,30................	0,379	0,367
0,40................	0,389	0,372

» Nous avions cherché à réaliser ainsi l'hypothèse théorique d'une nappe coulant en filets parallèles sur le seuil du déversoir, hypothèse qui conduit à la valeur $m = \frac{2}{3\sqrt{3}} = 0,385$, indiquée par M. Bélanger; on ne parvient pas en fait à la réaliser complètement; les coefficients obtenus ne diffèrent cependant pas beaucoup de 0,385, du moins pour les fortes charges.

» *Nappes adhérentes.* — Les nappes adhérentes ne se produisent que d'une manière fugitive et instable; on comprend qu'il doit en être ainsi, la forme spéciale à ce genre de nappes ne pouvant être obtenue sans imposer aux filets fluides une courbure excessive autour de l'arête aval de la crête.

» *Nappes noyées en dessous.* — Ces nappes se présentent dans des conditions assez différentes, suivant la hauteur p du barrage au-dessus du fond du canal, ou plutôt suivant le rapport $\frac{p}{e}$ de cette hauteur à l'épaisseur des poutrelles. Ces différences s'expliquent ainsi qu'il suit : lorsque l'on opère sur un déversoir en mince paroi, la nappe noyée en dessous apparaît dès que la charge h atteint environ $\frac{2}{5}p$, et se maintient ensuite pour les charges supérieures; mais, lorsque le déversoir a une certaine épaisseur, un nouvel élément intervient : c'est l'adhérence de la nappe sur le seuil, adhérence qui subsiste tant que la charge est inférieure à $\frac{3}{2}e$ ou $2e$. La nappe ne se détachera donc du seuil, avant de prendre la forme noyée en dessous, que si la limite inférieure $\frac{2}{5}p$ des charges correspondant à cette forme est plus grande que $2e$, c'est-à-dire que la hauteur p doit être plus grande que $5e$. Si cette condition n'est pas remplie, la forme noyée en dessous tend à apparaître avant le détachement de la nappe, et ce dernier phénomène ne se produit plus. On obtiendra ainsi, dans le cas d'un déversoir élevé et peu épais, des nappes différant peu de celles qui se produiraient sur un déversoir en mince paroi; si, au contraire, l'épaisseur du barrage est assez grande comparativement à sa hauteur, la nappe noyée en dessous se rapprochera des nappes libres mentionnées plus haut; entre ces deux extrêmes, la valeur du coefficient m varie dans des limites fort étendues. L'emploi des barrages à poutrelles pour les jaugeages exige donc de grandes précautions, si l'on veut obtenir une certaine exactitude, et présente beaucoup moins de garanties que les déversoirs en mince paroi. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'acide chlorhydrique sur la solubilité du chlorure stanneux; chlorhydrate de chlorure stanneux.* Note de M. **Engel**, présentée par M. Friedel.

« On admet généralement que la solubilité du chlorure stanneux dans l'eau augmente en présence de l'acide chlorhydrique. Cela n'est vrai que lorsque la quantité d'acide ajouté à la solution saturée du chlorure atteint une certaine valeur. Au début, l'acide chlorhydrique précipite le chlorure stanneux de sa solution aqueuse, de telle sorte que $1^{éq}$ d'acide déplace sensiblement $1^{éq}$ du sel. Tant que la précipitation a lieu conformément à cette loi approchée, que j'ai signalée comme générale dans l'action de l'acide chlorhydrique sur les chlorures, la quantité d'eau contenue dans un volume donné de la solution saturée reste constante. Ces faits ressortent clairement de l'examen des résultats des expériences I et II du Tableau ci-dessous.

» Lorsque la quantité d'acide chlorhydrique va en augmentant, la quantité de chlorure stanneux en solution baisse d'abord plus lentement qu'au début, puis augmente rapidement et enfin cesse de nouveau d'augmenter. La courbe présente donc une première concavité opposée à l'axe des x et une deuxième opposée à l'axe des y. La dernière partie de la courbe est presque parallèle à l'axe des x.

» Aussitôt que l'acide chlorhydrique cesse de déplacer le chlorure d'étain équivalent à équivalent, la quantité d'eau contenue dans un volume donné de la solution diminue rapidement.

» Dans le Tableau ci-dessous se trouve indiquée, en milli-équivalents, la quantité de chlorure stanneux, en solution saturée, dans 10^{cc} de liquide en présence de quantités variables d'acide chlorhydrique.

Expériences.	SnCl.	HCl.	Somme des équivalents.	Densité.	Eau (en grammes.)
I	74	0	74	1,532	8,33
II	66,7	6,6	73,3	1,489	8,35
III	63,75	13,54	77,29	1,471	8,19
IV	68,4	24,8	93,2	1,524	7,87
V	81,2	34,9	116,1	1,625	7,30
VI	94,2	40	134,2	1,724	6,88
VII	117,6	44	161,6	1,883	6,11
VIII	147,6	49,4	197,0	2,114	5,38
IX	156,4	66	222,4	2,190	4,71
X	157	78	235	2,199	4,309

» On obtient un liquide de la composition de l'expérience X en dirigeant à 0°, un courant d'acide chlorhydrique sec sur les cristaux de chlorure stanneux $SnCl^2 + 2H^2O$. Ceux-ci se liquéfient partiellement en donnant des cristaux, répondant à la formule $SnCl^2 + H^2O$, déjà signalés par M. Ditte.

» Le liquide obtenu a sensiblement la composition représentée par la formule



$$SnCl^2 + HCl + 3H^2O.$$

» Ce liquide ne paraît plus être, comme l'admet M. Ditte, une simple dissolution de chlorure stanneux dans l'acide chlorhydrique, mais bien un chlorhydrate de chlorure liquide à la température ordinaire.

» Le chlorure stanneux est, en effet, beaucoup plus soluble à chaud qu'à froid. Ainsi à 15°, d'après MM. Michel et Kraft, 1^{lit} d'une solution saturée de chlorure d'étain pèse 1827^{gr} et renferme 1333^{gr} de chlorure stanneux et 494^{gr} d'eau. Il résulte de l'expérience I que 1^{lit} de solution saturée à 0° de chlorure stanneux pèse 1532^{gr} et renferme 699^{gr} seulement de chlorure stanneux et 833^{gr} d'eau.

» Or le liquide, préparé comme il a été dit ci-dessus, ne cristallise plus comme les autres solutions chlorhydriques de chlorure stanneux, lorsqu'on abaisse sa température. Une solution préparée à 0° a été maintenue à − 21°, pendant douze heures, sans déposer de cristaux. Une solution préparée à 12°, quoique un peu moins riche en acide chlorhydrique, a été maintenue à 0°, pendant dix-huit jours, sans déposer de cristaux.

» Devant l'insuccès de ces expériences, j'ai refroidi la solution de l'expérience X jusqu'à − 40°. A cette température, des houppes de fines aiguilles soyeuses se sont montrées sur les parois du vase. Toute la masse ne tarda pas à se transformer en cristaux ; en même temps le thermomètre remonta à − 28°.

» Après avoir laissé la masse se refroidir de nouveau au-dessous de − 28°, on l'a abandonnée au réchauffement ; le thermomètre est resté stationnaire entre − 27° et − 28°. A − 25°, il n'y avait plus trace de cristaux au sein du liquide.

» On n'a pas pu séparer de liquide de la masse cristallisée. Pendant la fusion, on a prélevé, à trois moments différents, des échantillons du liquide. La composition de ces trois prises a été trouvée identique à celle du liquide soumis à la cristallisation.

» De ces expériences, il résulte donc qu'on peut obtenir un chlorhy-

drate de chlorure stanneux défini, dont on pouvait prévoir l'existence d'après la courbe de solubilité de chlorure stanneux dans l'acide chlorhydrique. Le chlorhydrate de chlorure stanneux a pour composition



$$SnCl^2 + HCl^2 + 3H^2O.$$

Il est cristallisé et fond vers — 27°. »

CHIMIE. — *Sur l'existence d'un acide pyrophosphoreux*. Note de M. **L. Amat**, présentée par M. Debray.

« Quand on chauffe à une température supérieure à 100° (vers 160°) le phosphite monosodique $(PhO^3, HO) NaO, HO + 5HO$, dont j'ai indiqué la préparation dans une précédente Communication ([1]), on constate que ce sel perd 6^{mol} d'eau et se transforme en PhO^3, HO, NaO, que nous appellerons le *pyrophosphite de soude*.

» On peut obtenir plus facilement ce corps en partant du phosphite de soude desséché dans le vide $(PhO^3, HO), NaO, HO$; on évite ainsi la fusion de la matière et l'eau s'échappe alors beaucoup plus rapidement.

	Pour 100.		
Perte d'eau du sel desséché à 160°	8,7	8,2	8,5
Perte d'eau calculée par la formule $(PhO^3, HO), NaO, HO = PhO^3, HO, NaO + HO$.	»	»	8,6

» D'ailleurs, le sel analysé a donné :

	Pour 100.	Calculé par la formule PhO^3, HO, NaO. Pour 100.
Transformé par oxydation en métaphosphate de soude.	107,5	107,4
Eau par oxydation avec CuO	9,9	9,5
Oxygène pour faire passer PhO^3 à l'état de PhO^5 (méthode de Rose par HgCl)	16,6	16,8

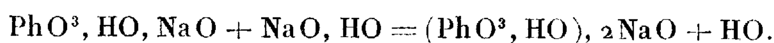
» C'est la première fois qu'un phosphite a pu être partiellement déshydraté ; mais, comme nous allons le voir, ce pyrophosphite ainsi obtenu diffère essentiellement des phosphites ordinaires.

» Il est très soluble dans l'eau et cette dissolution se distingue de celle du

([1]) *Comptes rendus*, t. CVI, p. 1351.

phosphite monosodique $(PhO^3, HO), NaO, HO$ par plusieurs caractères. Tandis que la dissolution assez concentrée de phosphite monosodique donne, avec le nitrate d'argent, un précipité blanc qui noircit rapidement, le pyrophosphite ne donne rien d'abord, mais ensuite un précipité noir d'argent métallique qui se forme lentement à froid et plus rapidement à l'ébullition. Mais avec le méthylorange et la phtaléine du phénol, on a un caractère bien plus net. Le phosphite de soude monosodique est, en effet, neutre au méthylorange et acide à la phtaléine; le pyrophosphite de soude est neutre à ces deux réactifs.

» Seulement, pour que ces expériences réussissent, il faut avoir bien soin de faire dissoudre le pyrophosphite à froid; dans ce cas, la dissolution paraît se conserver longtemps, tandis qu'à 100° la transformation du pyrophosphite PhO^3, HO, NaO en phosphite ordinaire $(PhO^3, HO), NaO, HO$ a lieu très rapidement. On peut facilement suivre ce phénomène en ajoutant à la dissolution du sel PhO^3, HO, NaO un peu de phtaléine, puis quelques gouttes d'une dissolution étendue de soude; la coloration violette qui s'est produite disparaît lorsqu'on porte le liquide à l'ébullition. Si l'on continue à ajouter ainsi de la soude goutte à goutte, jusqu'à ce que la coloration ne disparaisse plus, on trouve qu'on a ajouté une quantité de soude égale à celle que le sel contenait déjà et qu'il s'est formé du phosphite ordinaire bisodique



$$PhO^3, HO, NaO + NaO, HO = (PhO^3, HO), 2NaO + HO.$$

» L'emploi des deux matières colorantes précédentes permet de reconnaître pour les acides du phosphore ceux qui sont monobasiques. Ainsi, pour l'acide métaphosphorique et l'acide hypophosphoreux, et *pour ces deux-là seulement*, le sel obtenu par la saturation de $1^{éq}$ d'acide par $1^{éq}$ de soude est neutre à la fois au méthylorange et à la phtaléine, comme le pyrophosphite de soude. Nous sommes donc conduit à admettre que, comme eux, l'acide pyrophosphoreux $PhO^3, 2HO$ est monobasique, et que, par conséquent, un seul de ces $2^{éq}$ d'eau est remplaçable par une base, l'autre équivalent n'étant autre chose que l'eau de constitution que Wurtz a distinguée dans les phosphites ordinaires.

Acide phosphoreux bibasique........	$(PhO^3, HO), 2HO$.	Sels de soude..	1° $(PhO^3, HO), NaO, HO$, 2° $(PhO^3, HO), 2NaO$.
Acide pyrophosphoreux monobasique	$(PhO^3, HO), HO$.	Sel de soude.....	$(PhO^3, HO), NaO$.

» L'existence de ce pyrophosphite de soude est donc une vérification

éclatante de la théorie de Wurtz sur la constitution des acides phosphoreux et hypophosphoreux.

» Je compte poursuivre l'étude de l'acide pyrophosphoreux et de ses sels. »

CHIMIE. — *Sur la composition des hydrates d'hydrogène sulfuré et du chlorure de méthyle.* Note de MM. **de Forcrand** et **Villard**, présentée par M. Berthelot.

« I. A la suite des expériences dont nous avons précédemment rendu compte sur la tension de dissociation de ces hydrates, nous avons entrepris de déterminer exactement leur composition.

» On a déjà publié un grand nombre d'analyses de plusieurs hydrates de gaz, et leurs résultats n'offrent pas beaucoup de concordance. Ainsi, pour l'hydrate d'acide sulfureux, on a proposé successivement les formules $SO^2 + 15HO$, $SO^2 + 11HO$, $SO^2 + 9HO$ et, en dernier lieu, $SO^2 + 7HO$. De même, la formule primitivement adoptée pour l'hydrate de chlore était $Cl + 10HO$; on admet aujourd'hui $Cl + 8HO$. L'un de nous a publié pour l'hydrate d'hydrogène sulfuré des résultats qui varient de $HS + 12HO$ à $HS + 16HO$, et proposé d'admettre la formule



$$HS + 12HO,$$

toutes les causes d'erreur ayant pour résultat d'exagérer la quantité d'eau obtenue.

» Nous avons pensé que les procédés ordinairement employés ne suffisaient pas pour donner un hydrate *parfaitement sec*. Ces procédés sont le plus souvent l'action d'une trompe ou la simple compression dans du papier poreux ; dans les deux cas, l'état de dissociation de l'hydrate met constamment en liberté une dose d'eau comparable à celle qu'on fait disparaître. Dans les expériences que nous venons de rappeler sur l'hydrate d'hydrogène sulfuré, une petite quantité d'eau restait pendant plusieurs mois en présence de l'hydrogène sulfuré sous pression ; cependant les gros cristaux ainsi formés, qui avaient l'apparence d'un corps sec, retenaient encore de l'eau mécaniquement interposée, comme le font, par exemple, les sels anhydres cristallisés au sein de l'eau.

» On doit remarquer que quelques centièmes d'eau en excès suffisent pour faire donner à la formule plusieurs équivalents d'eau en trop, surtout

lorsque la composition de la dissolution aqueuse saturée diffère beaucoup de celle des cristaux. Ainsi la formule HS + 12HO exigerait 86,40 pour 100 d'eau, tandis que HS + 7HO correspond à 78,75.

» Nous avons imaginé un appareil qui empêche l'agglomération des cristaux et sépare à chaque instant l'eau interposée. Les cristaux se forment sur une surface considérable et sont constamment broyés par une masse de mercure contre les parois du réservoir. En outre, ils se forment à 0° et sous pression, ce qui évite toute dissociation.

» II. *Description de l'appareil et de la méthode.* — Un ballon en verre blanc, à parois épaisses, de 150^{cc} de capacité, sert de réservoir à gaz. Un tube vertical, soudé au col du ballon, descend près du fond de celui-ci. Latéralement, on a soudé au col du ballon un tube recourbé qui porte une ampoule de verre de 15^{cc} à 16^{cc}, terminée par une pointe effilée. C'est dans cette ampoule qu'on place à l'avance 40^{gr} à 50^{gr} de mercure et une petite quantité d'eau (0^{gr},2 à 0^{gr},6). On verse un peu de mercure au fond du ballon, et l'on fait passer le gaz (hydrogène sulfuré ou chlorure de méthyle) par le tube vertical. Lorsque le gaz a chassé l'air et rempli tout l'appareil, on ferme à la lampe la partie effilée de l'ampoule et l'on fait passer encore un peu de gaz. Le courant étant alors interrompu, l'appareil se trouve rempli de gaz sous une pression de quelques centimètres et complètement clos. On le transporte ensuite dans une enceinte maintenue à 0° et l'on mesure la pression du gaz. Dans ces conditions, les cristaux ne se forment pas; mais, si l'on refroidit un peu au-dessous de 0° un point de l'ampoule, elle se remplit de cristaux. On doit, à ce moment, ajouter par le tube vertical du mercure pesé à l'avance, agiter l'appareil pour briser la couche cristalline et maintenir à l'intérieur une pression de quelques centimètres. L'absorption, rapide au début, se ralentit lorsque les cristaux deviennent plus secs. Lorsque le mercure se maintient au même niveau dans le tube vertical pendant plusieurs heures, malgré l'agitation, on rétablit exactement la pression initiale, et l'on pèse le mercure préparé à l'avance et non employé. On a ainsi le poids du mercure introduit pendant la cristallisation et, par suite, le volume du gaz absorbé. On peut alors transporter l'appareil dans une enceinte plus chaude, vers 15°. Les cristaux qui formaient une couche très mince, bien homogène, transparente et parfaitement sèche, se détruisent en chassant le mercure par le tube vertical.

» L'ampoule est alors détachée du ballon, tarée avec soin au demi-milligramme, puis desséchée et pesée de nouveau. On a ainsi le poids de l'eau, toutes corrections faites.

» Il faut évidemment tenir compte dans les calculs de toutes les données qui sont nécessaires pour obtenir le poids d'un gaz dont le volume est mesuré humide et sous pression. La formule de l'hydrate cristallisé s'en déduit facilement.

» III. *Résultats :*

Hydrate d'hydrogène sulfuré.

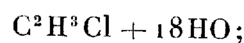
	Poids de HS.	Poids de HO.	Formule.
Première expérience......	$0^{gr},1416$	$0^{gr},5662$	$HS + 7,49HO$
Deuxième expérience......	$0^{gr},0706$	$0^{gr},2593$	$HS + 6,94HO$

Hydrate de chlorure de méthyle.

Poids de C^2H^3Cl.	Poids de HO.	Formule.
$0^{gr},1301$	$0^{gr},4190$	$C^2H^3Cl + 18,07HO$

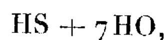
» On peut donc conclure de ces deux expériences :

» 1° Que l'hydrate de chlorure de méthyle a pour formule



$$C^2H^3Cl + 18HO;$$

» 2° Que l'hydrate d'hydrogène sulfuré a pour formule



$$HS + 7HO,$$

les cristaux étant formés à 0° et sous une pression de quelques centimètres de mercure. Nous devons indiquer en outre que l'expérience qui nous a donné $HS + 7,49HO$ n'a pas été poursuivie tout à fait jusqu'à l'absorption complète du gaz; on a dû l'arrêter lorsque cette absorption était devenue extrêmement lente et presque négligeable. En continuant cette expérience aussi longtemps que la seconde, on aurait eu certainement un résultat plus voisin de la formule $HS + 7HO$.

» Remarquons encore que, dans nos calculs, nous avons supposé la pureté des gaz absolue. Il n'était pas possible de la vérifier, l'appareil devant être ouvert à la fin de l'expérience pour la pesée de l'ampoule. En admettant dans l'hydrogène sulfuré de nos ballons la présence de $\frac{1}{200}$ d'air, hypothèse qui serait d'accord avec les résultats de plusieurs analyses faites sur des gaz préparés avec les mêmes soins, les formules deviendraient $HS + 7,54HO$ et $HS + 6,99HO$.

» En comparant la formule $HS + 7HO$ avec celle que l'un de nous avait

proposée en 1882, $HS + 12HO$, on est évidemment frappé du peu de concordance de ces résultats. Nous attribuons cette différence à la division beaucoup plus grande des cristaux que nous avons obtenus. Ils sont broyés à chaque instant par une lourde masse de mercure, et comme pulvérisés, au lieu de former, comme dans les premières expériences, des amas de cristaux qui retiennent toujours de l'eau emprisonnée.

» Il est probable que, si l'on reprenait l'analyse de beaucoup d'autres hydrates analogues, on arriverait à des conclusions pareilles. Nous nous proposons de continuer cette étude lorsque la température extérieure sera de nouveau plus favorable. »

CHIMIE. — *Essai sur les équivalents des corps simples.* Note de M. **Delauney**, présentée par M. Berthelot.

« Prenant pour unité l'équivalent de l'hydrogène, on trouve que les équivalents des corps simples peuvent être obtenus par l'expression $\frac{N}{3}\sqrt{5^2 - n^2}$, dans laquelle N et n sont des nombres entiers, n ne pouvant évidemment prendre que l'une des cinq valeurs 0, 1, 2, 3 ou 4.

» Cette vérification est donnée ci-après. A chaque nom de corps simple se trouvent accolés deux chiffres, le premier donnant la valeur de l'équivalent d'après l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*, le second la valeur fournie par l'expression.

» *Première famille*, $n = 0$. — Cuivre, 31,8-31,67; iridium, 36,7-36,67; or, 98,3-98,33; plomb, 103,5-103,33.

» *Deuxième famille*, $n = 1$. — Titane, 24,5-24,50; chrome, 26,2-26,13; cobalt et nickel, 29,5-29,39; zinc, 32,7-32,66; rhodium et ruthénium, 52,2-52,26; baryum et vanadium, 68,5-68,59; osmium, 99,5-99,61.

» *Troisième famille*, $n = 2$. — Glucinium, 4,6-4,58; magnésium, 12,2-12,22; aluminium, 13,7-13,75; manganèse, 27,5-27,50; zirconium, 33,6-33,61; sélénium, 39,8-39,72; niobium, 48,9-48,88; terbium, 56,5-56,52; thorium, 59,5-59,57; tellure, 62,2-64,15; tantale, 68,8-68,74.

» *Quatrième famille*, $n = 3$. — Iridium et platine, 98,6-98,67.

» *Cinquième famille*, $n = 4$. — Hydrogène, 1-1; carbone, 6-6; lithium, 7-7; bore, 11-11; azote, 14-14; fluor, 19-19; sodium, 23-23; yttrium, 29,9-30; phosphore, 31-31; potassium, 39-39; cérium, 46-46; lanthane, 46,2-46; étain, 59-59; antimoine, 122-122; iode, 127-127; cœsium, 133-133; thallium, 203-203.

» *Corps semblant appartenir à la fois aux première et quatrième familles.* — Palladium, 53,2-53,33.

» *Aux première et cinquième familles.* — Gallium, 69,9-70; arsenic, 75-75; rubidium, 85-85; bismuth, 210-210.

» *Aux quatrième et cinquième familles.* — Oxygène, 8-8; soufre, 16-16: fer et silicium, 28-28; strontium, 43,8-44; didyme et molybdène, 48-48; cadmium, 56-56; tungstène, 92-92; argent, 108-108.

» *Aux première, quatrième et cinquième familles.* — Calcium, 20-20; uranium, 59,8-60; brome, 80-80; mercure, 100-100.

» D'où les conclusions suivantes :

» Le chlore offre cette particularité d'être le seul corps simple qui ne puisse prendre place dans aucune famille; par contre, le brome, qui lui est si voisin, est fourni à trois familles; peut-être même appartient-il encore à la deuxième.

» Un grand nombre de corps paraissent appartenir à la fois à plusieurs familles. Aucun des corps des deuxième et troisième familles n'est commun aux autres.

» Si l'on ne considère que les corps spéciaux à chaque famille, on constate que la classification est naturelle : la première famille fournit les métaux par excellence, le cuivre, l'or, le plomb; puis la gamme va en décroissant, et la cinquième famille correspond aux métaux alcalins et aux métalloïdes.

» De ce qui précède, on peut déduire une théorie moléculaire.

» Nous pouvons, dans l'expression, négliger le facteur $\frac{1}{3}$, puisque cela revient à changer l'unité d'équivalent, et nous contenter de considérer les équivalents correspondant à $N = 1$, les autres pouvant se déduire des précédents par la juxtaposition d'agglomérations identiques. Il nous suffit donc de considérer $\sqrt{5^2 - n^2}$.

» Nous admettons qu'il existe une molécule primitive, formée de 6^{at}. Autour de l'un d'eux, les cinq autres décrivent des cercles ayant pour rayons 1, 2, 3, 4 et 5. Les mouvements se font dans un même plan. L'atome central tourne sur lui-même autour d'un axe perpendiculaire à ce plan. Les atomes aux distances 1, 2, 3 et 4 exécutent leur révolution dans le même sens que la rotation sur lui-même de l'atome central; mais l'atome extérieur est animé d'un mouvement de révolution en sens contraire.

» En somme, cette molécule constitue une sorte de système astronomique extrêmement petit, analogue aux amas stellaires.

» Supposons maintenant qu'un tel système se trouve pénétré par une réunion d'atomes tous tangents les uns aux autres. Il pourra se produire, en

raison des sens contraires des mouvements, un *grippement* et, par suite, une agglomération d'atomes, suivant toute tangente menée d'un point de l'orbite extérieure à l'une des orbites intérieures, ou encore suivant toute droite menée d'un point de l'orbite extérieur à l'atome central.

» Or l'agglomération ainsi produite pourra être considérée comme ayant pour valeur $\sqrt{5^2 - n^2}$, n pouvant être égal à 0, 1, 2, 3 ou 4.

» On aura donc ainsi les molécules des premiers corps simples de chaque groupe. Les molécules des autres corps simples peuvent, comme nous l'avons dit, être considérées comme des agglomérations des cinq molécules précédentes.

» Ainsi se trouvent corroborées en principe, sinon en fait, les idées des chimistes qui rapportent tous les corps simples à un seul, l'hydrogène.

» Il est curieux de constater le rôle capital que joueraient, dans la formation des agglomérations primitives, les cinq triangles rectangles dont l'hypoténuse et l'un des côtés sont respectivement 5 et un nombre entier.

» En son principe, la Chimie n'appartiendrait pas seulement à la Géométrie, elle dépendrait aussi de l'Astronomie, car les corps pourraient être considérés comme les résultats des transformations possibles que subirait certain système astronomique, extrêmement petit, envahi par un flux d'atomes. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur la synthèse des matières albuminoïdes et protéiques*. Note de M. **P. Schutzenberger**.

« Dans une série de travaux dont j'ai eu à diverses reprises l'honneur d'entretenir l'Académie des Sciences, j'ai étudié avec soin les produits du dédoublement par hydratation de matières protéiques diverses : albumine, fibrine, caséine, gélatine, productions épidermiques, etc. Les résultats très nets auxquels je suis arrivé ne peuvent acquérir toute leur valeur que s'ils conduisent à la synthèse des corps d'origine ou tout au moins de composés similaires.

» C'est cette seconde partie du problème dont j'ai abordé l'étude depuis plus d'un an. J'ose espérer maintenant ne plus être très éloigné d'une solution tout au moins partielle et je demande à l'Académie la permission de lui exposer sommairement l'état de la question.

» J'ai montré que toute matière protéique traitée à chaud [1] par une solution d'hydrate de baryte fixe les éléments de l'eau et se dédouble en divers produits pouvant se ranger dans les trois catégories suivantes :

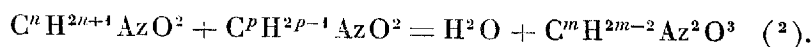
» 1° Produits du dédoublement par hydratation de l'urée et de l'oxamide : ammoniaque, acides carbonique et oxalique. A chaque molécule de l'un de ces deux acides correspondent généralement 2 molécules d'ammoniaque ;

» 2° *Leucines* ou acides amidés de la forme $C^n H^{2n+1} Az O^2$; $n = 6, 5, 4, 3, 2$;

» 3° *Leucéines* ou acides amidés de la forme $C^n H^{2n-1} Az O^2$; $n = 4, 5, 6$.

» Le mélange des leucines et des leucéines homologues, tel qu'on l'obtient par le dédoublement d'une matière protéique, donne à l'analyse élémentaire des nombres qui conduisent à une expression de la forme $C^m H^{2m} Az^2 O^4$. On peut donc admettre qu'à 1 molécule de leucine $C^n H^{2n+1} Az O^2$ correspond exactement 1 molécule de leucéine $C^n H^{2n-1} Az O^2$. On trouve de plus que, dans l'hydratation complète d'une matière albuminoïde, le nombre des molécules d'eau fixées est à très peu de chose près égal au nombre des atomes d'azote du corps initial.

» Pour arriver à la synthèse, il s'agit donc de provoquer la combinaison d'une molécule de leucine avec une molécule de leucéine, de manière à former un composé du type $C^m H^{2m-2} Az^2 O^3$, d'après l'équation



$$C^n H^{2n+1} Az O^2 + C^p H^{2p-1} Az O^2 = H^2 O + C^m H^{2m-2} Az^2 O^3 \quad (^2).$$

» Reste ensuite à unir, avec élimination d'eau, ces groupements avec une quantité convenable d'urée ou d'oxamide.

» Les méthodes que l'on peut chercher à utiliser pour atteindre ce but sont connues : ce sont celles qui ont servi à effectuer la synthèse des éthers composés, des amides, des uréides et en général de tous les composés résultant de l'union, avec élimination d'eau, de deux groupes plus simples. Elles reviennent à chauffer le mélange des corps que l'on veut combiner, en faisant intervenir un agent qui favorise l'élimination de l'eau.

» Nous n'aborderons pas aujourd'hui ce côté de la question. Avant cela

---

(1) L'expérience peut être faite à 100° en vase ouvert ou en vase clos entre 100° et 200°. Elle exige d'autant plus de temps que la température est moins élevée; mais, en la prolongeant suffisamment, on arrive dans tous les cas au même résultat final.

(2) $m = n + p$.

il est nécessaire de donner une solution satisfaisante au problème suivant :

» Les leucines $C^nH^{2n+1}AzO^2$ ($n = 6$ à 2), ou dérivés amidés des acides gras $C^nH^{2n}O^2$, sont parfaitement définies dans leur constitution générale; elles ont été formées synthétiquement par diverses méthodes.

» Il n'en est pas de même des leucéines $C^nH^{2n-1}AzO^2$ ($n = 4$ à 6). Il importe donc avant tout d'en établir la véritable nature et d'arriver à leur formation artificielle.

» Je n'entretiendrai pas l'Académie des nombreux essais plus ou moins infructueux tentés dans cette voie et je me contenterai de décrire le procédé qui m'a enfin permis de réaliser la synthèse de corps qui, par l'ensemble de leurs caractères physico-chimiques et par leur composition, me paraissent être identiques avec les leucéines provenant du dédoublement d'une matière protéique. Il consiste à convertir les leucines inférieures (glycocolle $C^2H^5AzO^2$, alanine $C^3H^7AzO^2$) en dérivés éthyléniques, par l'action du bromure d'éthylène sur les sels zinciques du glycocolle ou de l'alanine.

» La combinaison zincique sèche, réduite en poudre fine et mélangée à un excès d'oxyde de zinc, est chauffée en tube scellé, entre 140° et 160°, avec un excès de bromure d'éthylène, pendant cinq à six heures. La masse brunit légèrement, se contracte en subissant une demi-fusion; en même temps, elle se sépare nettement de l'excès de bromure d'éthylène que l'on peut faire écouler après avoir ouvert le tube où il n'y a pas de pression.

» On traite par l'eau, on filtre pour séparer l'excès d'oxyde de zinc, on ajoute un léger excès d'eau de baryte. Après filtration, on élimine le zinc dissous par l'hydrogène sulfuré. Dans le liquide filtré et bouilli, on précipite la baryte par une quantité exactement équivalente d'acide sulfurique; l'acide bromhydrique est séparé par digestion avec du carbonate d'argent. Au moyen de l'hydrogène sulfuré, on précipite dans le liquide filtré l'argent entré en dissolution. Ainsi purifié, le liquide est évaporé à sec dans le vide, à la trompe, et le résidu est épuisé par l'alcool absolu bouillant. Il reste une certaine proportion de glycocolle ou d'alanine non modifiés. On évapore l'alcool et l'on reprend par l'alcool absolu froid qui dissout la leucéine synthétique en laissant encore un peu de glycocolle.

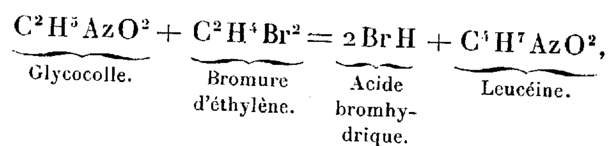
» En répétant ce traitement une ou deux fois, et en précipitant dans la solution alcoolique les dernières traces de glycocolle par une addition convenable d'éther, on obtient finalement, après distillation du dissolvant et décoloration par le noir lavé à l'acide, une masse très déliquescente, peu

colorée, très soluble dans l'alcool et qui offre tous les caractères et la composition de la leucéine fournie par l'albumine ou la gélatine.

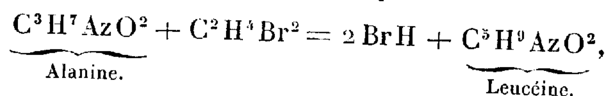
» Ses solutions brunissent facilement pendant l'évaporation au contact de l'air. Sous l'influence d'une température élevée (320° à 350°), dans une atmosphère d'hydrogène, elle donne des bases huileuses, hydropyroliques, qui sont semblables à celles que fournit la leucéine, qui se colorent comme elles au contact de l'air et donnent des précipités foncés avec l'acide chlorhydrique et le perchlorure de fer ou par l'acide chromique.

» En un mot, toutes les épreuves comparatives établissent l'identité de la leucéine synthétique et de la leucéine du dédoublement.

» La leucéine synthétique se forme d'après les équations

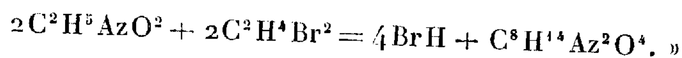


$$\underbrace{C^2H^5AzO^2}_{\text{Glycocolle.}} + \underbrace{C^2H^4Br^2}_{\text{Bromure d'éthylène.}} = \underbrace{2BrH}_{\text{Acide bromhydrique.}} + \underbrace{C^4H^7AzO^2}_{\text{Leucéine.}},$$



$$\underbrace{C^3H^7AzO^2}_{\text{Alanine.}} + C^2H^4Br^2 = 2BrH + \underbrace{C^5H^9AzO^2}_{\text{Leucéine.}},$$

ou



$$2C^2H^5AzO^2 + 2C^2H^4Br^2 = 4BrH + C^8H^{14}Az^2O^4. »$$

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la cinchonibine.* Note de MM. **E. Jungfleisch** et **E. Léger**, présentée par M. Troost.

« I. *Préparation.* — La production de la cinchonibine et sa séparation sous forme de succinate ont été indiquées antérieurement (*Comptes rendus*, t. CV, p. 1255, et t. CVI, p. 68). Le succinate, purifié par des cristallisations répétées, est mis en solution dans l'eau aiguisée d'acide chlorhydrique et décomposé par un excès de soude. Le précipité, lavé et séché, est purifié par des cristallisations dans l'alcool bouillant.

» II. *Propriétés.* — La cinchonibine, $C^{38}H^{22}Az^2O^2$, d'après ses analyses [1] et celles de nombreux dérivés, est un isomère de la cinchonine. Elle cristallise en petits prismes rhomboïdaux incolores, très réfringents,

---

[1] Analyses : C = 76,76, 76,78 ; théorie, 77,55 ; H = 7,95, 7,98 ; théorie, 7,48 ; Az = 9,91 ; théorie, 9,52.

anhydres. Elle fond vers 259°; chauffée brusquement, elle se sublime sans se colorer notablement. Elle est dextrogyre : en solution dans l'alcool à 97°, $\alpha_D = +175°,93$ (concentration 0,75 pour 100, $t = 18°$), $\alpha_D = +176°,06$ (concentration 0,5 pour 100, $t = 18°$); en solution à 1 pour 100 dans l'eau chargée d'acide chlorhydrique, $\alpha_D = +220°,53$ avec 2HCl, $\alpha_D = +224°,84$ avec 4HCl. Elle est insoluble dans l'eau, l'éther, l'alcool faible, l'acétone et le chloroforme, soluble à chaud dans l'alcool fort. Elle bleuit le tournesol, mais ne rougit pas la phtaléine du phénol.

» III. *Sels.* — La cinchonibine est biacide; ses sels basiques bleuissent faiblement le tournesol, que rougissent ses sels neutres; ces derniers sont extrêmement solubles dans l'eau.

» Le *chlorhydrate basique* est fort soluble dans l'eau; il forme des aiguilles soyeuses. Le *bromhydrate basique* lui ressemble beaucoup. Le *chloroplatinate*, $C^{38}H^{22}Az^2O^2, PtCl^4 + 3HO$ (1), se dépose de sa solution aqueuse chaude en petits cristaux jaunes. Le *chloro-aurate* est jaune clair, peu soluble, et cristallise moins nettement.

» Le *sulfocyanate basique*, $C^{38}H^{22}Az^2O^2, C^2AzHS^2$ (2), cristallise dans sa solution aqueuse tiède en longs primes aplatis, anhydres, fusibles vers 203°. Il se précipite huileux de ses solutions saturées à chaud ou quand on le produit par double décomposition; il cristallise ensuite.

» Le *succinate basique*, $(C^{38}H^{22}Az^2O^2)^2C^8H^6O^8 + 6H^2O^2$ (3), est très caractéristique. Peu soluble dans l'eau froide, surtout en présence d'un succinate alcalin, il se sépare par double décomposition en petits cristaux hexagonaux. Très soluble dans l'eau aiguisée d'acide succinique ou alcoolisée, il donne dans ces véhicules, et même dans l'eau tiède, de très gros cristaux hexagonaux, incolores et limpides. Dans sa solution aqueuse bouillante et saturée, il cristallise en aiguilles prismatiques, instables à froid et se changeant peu à peu dans le sel à $6H^2O^2$. Le sel sec fond à 207°.

» Le *tartrate basique*, $(C^{38}H^{22}Az^2O^2)^2C^8H^6O^{12} + H^2O^2$ (4), est en lon-

---

(1) Analyses du sel sec : Pt = 27,53, 27,44; théorie, 28,00. Eau de cristallisation : 3HO = 3,93, 3,92; théorie, 3,68.

(2) Analyses : C = 67,61; théorie, 67,98; H = 6,77; théorie, 6,51; Az = 12,65; théorie, 11,90; S = 9,01; théorie, 9,06.

(3) Analyses du sel sec : C = 70,83, 70,90; théorie, 71,39; H = 7,13, 7,13; théorie, 7,08; Az = 8,19, 8,35; théorie, 7,93; $C^8H^6O^8$ = 16,66, 16,63; théorie, 16,71. Eau de cristallisation : $6H^2O^2$ = 12,84, 12,69, 12,73; théorie, 13,27.

(4) Analyses du sel sec : C = 67,48, 67,41; théorie, 68,29; H = 7,12, 7,12; théorie,

gues aiguilles soyeuses, solubles dans l'eau. Desséché, il fond vers 214°.

» L'*oxalate basique*, $(C^{38}H^{22}Az^2O^2)^2C^4H^2O^8 + 4H^2O^2$ (¹), cristallise en longs prismes brillants, assez peu solubles à froid.

» Le *chromate basique* est huileux et peu soluble. Le *malate* cristallise nettement. Divers *phosphates* et *arséniates*, étant peu solubles, s'obtiennent cristallisés par double décomposition. Le *molybdate*, le *picrate*, le *salicylate*, le *benzoate* sont insolubles et amorphes.

» IV. *Dérivés méthyliques et éthyliques*. — La cinchonibine fournit avec les éthers à hydracides deux groupes de combinaisons, les unes avec une seule molécule d'éther, les autres avec deux molécules (²).

» L'*iodhydrate de méthylcinchonibine*, $C^{38}H^{22}Az^2O^2, C^2H^3I$ (³), se forme directement dès la température ordinaire, mais mieux à l'ébullition, lorsqu'on dissout la base et l'éther dans l'alcool méthylique. En reprenant par l'eau bouillante le produit obtenu, l'iodhydrate cristallise par refroidissement; on le purifie par des cristallisations répétées. Il est en aiguilles incolores, anhydres, peu solubles dans l'eau froide, très solubles dans l'eau chaude, l'alcool ordinaire et l'alcool méthylique; il fond vers 252°.

» Son eau mère fortement colorée contient le *diiodhydrate de diméthylcinchonibine*, $C^{38}H^{22}Az^2O^2, 2C^2H^3I + 3HO$ (⁴); celui-ci abonde après emploi d'un grand excès d'éther. Après concentration des eaux mères colorées, il cristallise; on le purifie par des cristallisations répétées dans l'alcool méthylique. Ses cristaux, en lamelles d'un jaune clair, rougissent lorsqu'on les chauffe, pour redevenir jaunes en refroidissant. Desséchés, ils fondent vers 223° et sont fort hygroscopiques.

» L'*iodhydrate d'éthylcinchonibine*, $C^{38}H^{22}Az^2O^2, C^4H^5I$ (⁵), s'obtient et se purifie comme le composé méthylique correspondant. Il constitue de longues aiguilles incolores, anhydres, fusibles vers 245° en s'altérant, peu

---

6,77; Az = 8,31, 8,18; théorie, 7,59; $C^8H^6O^{12}$ = 20,78, 20,64; théorie, 20,32. Eau de cristallisation : H^2O^2 = 2,84, 2,72, 2,73; théorie, 2,38.

(¹) Analyses du sel sec : C = 70,48; théorie, 70,79; H = 7,21; théorie, 6,78; Az = 8,58; théorie, 8,26; $C^4H^2O^8$ = 13,18, 13,52; théorie, 13,27. Eau de cristallisation : $4H^2O^2$ = 9,36, 9,48; théorie, 9,60.

(²) La cinchonigine et la cinchonibine forment aussi des combinaisons à deux molécules d'éther à hydracide. Nous décrirons ces composés.

(³) Analyse : I = 28,91; théorie, 29,13.

(⁴) Analyses du sel sec : C = 43,63; théorie, 43,77; H = 5,35; théorie, 4,87; I = 43,55, 43,39; théorie, 43,90. Eau de cristallisation : 3HO = 4,92; théorie, 4,43.

(⁵) Analyse : I = 27,90; théorie, 28,22.

solubles dans l'eau froide. Ces cristaux anhydres se forment à chaud; à froid, le sel se dépose en aiguilles retenant H^2O^2 (1).

» Les eaux mères, colorées en rouge, contiennent le *diiodhydrate de diéthylcinchonibine*, $C^{38}H^{22}Az^2O^2, 2C^4H^5I$ (2); celui-ci s'extrait et se purifie comme le dérivé méthylique analogue. Il cristallise dans l'alcool ordinaire en aiguilles jaunes, anhydres, fusibles vers 251°.

» Le *dibromhydrate de diéthylcinchonibine*, $C^{38}H^{22}Az^2O^2, 2C^4H^5Br$ (3), se forme quand on chauffe pendant une heure, à 100°, des poids égaux de base et d'éther bromhydrique dissous dans l'alcool. Le produit, qui est rouge, étant concentré et additionné d'alcool absolu, on ajoute de l'éther à la solution alcoolique. Le sel se dépose en croûtes de cristaux durs; on le purifie par des cristallisations dans l'alcool éthéré. Il est anhydre, incolore, fusible vers 215°, très soluble dans l'eau, peu soluble dans l'alcool absolu. Nous reviendrons sur les composés colorés formés avec lui. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèses au moyen de l'éther cyanacétique. Éthers cyanosuccinique et cyanotricarballylique*. Note de MM. **Alb. Haller** et **L. Barthe**, présentée par M. Berthelot.

« La facilité avec laquelle l'éther cyanacétique se prête aux synthèses nous a permis de préparer de nouveaux composés inconnus jusqu'à ce jour.

» Le procédé suivi pour obtenir ces corps est le même que celui exposé par l'un de nous dans une série de Communications antérieures.

» *Éther cyanosuccinique* $\begin{matrix} CH\left\langle\begin{matrix} CAz \\ CO^2C^2H^5 \end{matrix}\right. \\ | \\ CH^2CO^2C^2H^5 \end{matrix}$. — A 22gr d'éther cyanacétique étendu de 20gr d'alcool absolu, on ajoute une dissolution de 4gr,6 de sodium dans 100gr du même alcool. L'éther cyanacétique sodé, ainsi produit, est chauffé dans un ballon muni d'un réfrigérant ascendant, avec 24gr,5 d'éther monochloracétique rectifié. On arrête l'opération quand une portion du liquide, étendu d'eau, ne présente plus de réaction alcaline. Après refroidis-

(1) Analyse du sel sec : I = 27,99; théorie, 28,22; Eau de cristallisation : H^2O^2 = 4,10; théorie, 3,81.

(2) Analyses : I = 41,51; théorie, 41,91; C = 45,35; théorie, 45,55; H = 5,61; théorie, 5,28.

(3) Analyses : Br = 31,07, 31,10; théorie, 31,25; C = 53,89; théorie, 53,91; H = 6,97; théorie, 6,25.

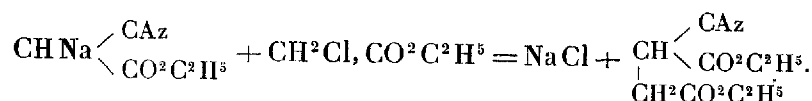
sement, on filtre pour séparer le chlorure de sodium et on chasse l'alcool par distillation. Le résidu est ensuite épuisé à l'éther, et la solution, après avoir été abandonnée sur du chlorure de calcium, est débarrassée de l'éther et finalement soumise à la rectification dans le vide.

» Cette distillation produit d'abord de l'alcool, de l'éther monochloracétique et de l'éther cyanacétique non entrés en réaction, puis un liquide huileux qui passe de 157° à 165°.

» A partir de cette température, le produit qui reste dans le ballon commence à jaunir et ne distille plus que vers 185° jusqu'à 200°-210°, en fournissant une huile qui souvent se concrète partiellement dans le récipient. Enfin, il reste un résidu noirâtre dans le rectificateur.

» La partie passant de 157°-165° a été soumise à une nouvelle rectification dans le vide. La majeure partie passe de 157°-160° sous une pression de 14^{mm}.

» Ce corps constitue l'éther cyanosuccinique et se forme en vertu de la réaction suivante :



$$CHNa\begin{matrix}\diagup CAz \\ \diagdown CO^2C^2H^5\end{matrix} + CH^2Cl, CO^2C^2H^5 = NaCl + \begin{matrix}CH\begin{matrix}\diagup CAz \\ \diagdown CO^2C^2H^5\end{matrix} \\ | \\ CH^2CO^2C^2H^5\end{matrix}.$$

» L'analyse a donné les nombres suivants :

	Trouvé.	Calculé pour $C^9H^{12}AzO^4$.
C pour 100	53,72	54,27
H »	6,84	6,53
Az »	7,04	7,03

» L'éther cyanosuccinique est un liquide huileux, incolore, insoluble dans l'eau, soluble dans l'alcool, l'éther et les alcalis. Il est susceptible de fournir avec l'alcoolate de soude un dérivé sodé $\begin{matrix}C\begin{matrix}\diagup CAz \\ Na\text{-}CO^2C^2H^5\end{matrix} \\ | \\ CH^2CO^2C^2H^5\end{matrix}$, grâce à la présence du groupement $CAz\text{-}CHCO^2C^2H^5$, groupement analogue à celui qui se trouve dans l'éther cyanacétique lui-même.

» *Éther cyanotricarballylique* $\begin{matrix}CH^2CO^2C^2H^5 \\ | \\ C\begin{matrix}\diagup CAz \\ \diagdown CO^2C^2H^5\end{matrix} \\ | \\ CH^2CO^2C^2H^5\end{matrix}$. — Dans l'opération ci-dessus nous avons vu que, vers 185°-200°, il passe un produit huileux qui se

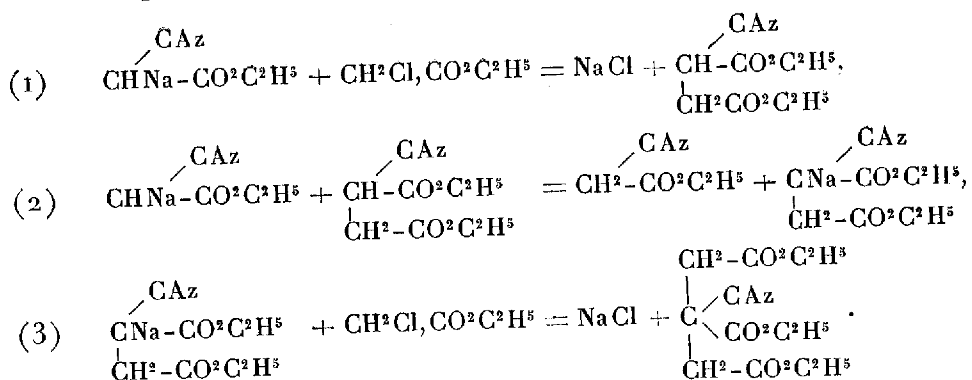
prend quelquefois en masse dans le récipient : dans le cas où il n'en est pas ainsi, on l'expose dans un endroit frais ou dans la glace. Les cristaux qui se forment sont ensuite recueillis et étendus sur de la porcelaine dégourdie, pour les débarrasser d'un produit huileux qui les souille, puis finalement dissous dans de l'alcool. Cette solution, abandonnée à l'évaporation spontanée, laisse déposer, au bout de quelque temps, de beaux cristaux blancs, durs, fondant à 40°-41°, solubles dans l'alcool, l'éther, insolubles dans l'eau et les alcalis.

» Ce corps soumis à l'analyse a donné les nombres suivants :

	Trouvé. I.	Trouvé. II.	Calculé pour $C^{13}H^{19}AzO^6$.
C pour 100	54,46	54,60	54,74
H »	6,51	6,80	6,67
Az »	4,76	4,87	4,91

» Cette formule répond à celle d'un éther cyanotricarballylique. On peut, en effet, expliquer la formation de ce corps de la façon suivante : une partie de l'éther monochloracétique produit avec l'éther cyanacétique sodé de l'éther cyanosuccinique, lequel, en réagissant sur l'éther sodé restant, donne de l'éther cyanosuccinique sodé; celui-ci subit à son tour l'action de l'éther monochloracétique pour fournir l'éther cyanotricarballylique.

» Les équations suivantes rendent compte de ces réactions successives :



$$(1)\quad CH(CAz)Na\text{-}CO^2C^2H^5 + CH^2Cl, CO^2C^2H^5 = NaCl + CH(CAz)\text{-}CO^2C^2H^5,\ CH^2CO^2C^2H^5$$

$$(2)\quad CH(CAz)Na\text{-}CO^2C^2H^5 + CH(CAz)\text{-}CO^2C^2H^5,\ CH^2\text{-}CO^2C^2H^5 = CH^2(CAz)\text{-}CO^2C^2H^5 + C(CAz)Na\text{-}CO^2C^2H^5,\ CH^2\text{-}CO^2C^2H^5,$$

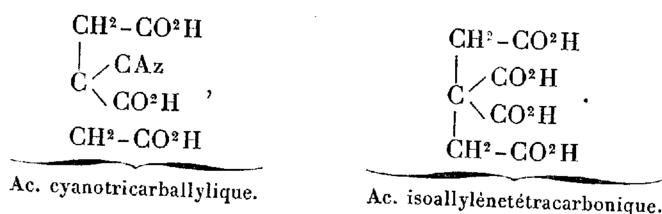
$$(3)\quad C(CAz)Na\text{-}CO^2C^2H^5,\ CH^2\text{-}CO^2C^2H^5 + CH^2Cl, CO^2C^2H^5 = NaCl + C(CAz)(CO^2C^2H^5)(CH^2\text{-}CO^2C^2H^5)(CH^2\text{-}CO^2C^2H^5).$$

» Pour prouver que les choses se passent réellement ainsi, nous avons traité 10gr d'éther cyanosuccinique pur par 1gr,15 de sodium dissous dans 30gr d'alcool absolu, et avons chauffé ce mélange avec 7gr d'éther monochloracétique, jusqu'à ce que le liquide fût neutre au tournesol. Le pro-

duit de la réaction, soumis au même traitement que ci-dessus, nous a donné un liquide qui distille vers 189°, sous une pression de 10^{mm} à 15^{mm}, en fournissant une huile qui ne tarde pas à se prendre en masse dans le récipient. Ce produit, purifié et cristallisé dans l'alcool, a le même aspect, le même point de fusion (40°-41°) et la même composition que l'éther composé décrit plus haut. Un dosage d'azote nous a fourni

	Trouvé.	Calculé pour $C^{12}H^{19}AzO^{6}$.
Az pour 100	4,90	4,91

» Il n'y a donc pas de doute à avoir sur la nature de cet éther, qui est bien celui d'un acide cyanotricarballylique. Cet acide peut lui-même être considéré comme le mononitrile de l'acide isoallylènetétracarbonique

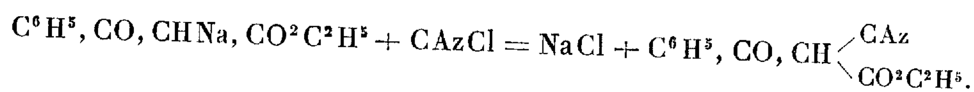


Ac. cyanotricarballylique. Ac. isoallylènetétracarbonique.

» L'un de nous se propose de continuer l'étude des dérivés de l'éther cyanosuccinique qui, ainsi que nous l'avons fait remarquer, donne facilement un dérivé sodé, quand on le traite par de l'alcoolate de sodium. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation du benzoylcyanacétate de méthyle et de la cyanacétophénone*. Note de M. L. **Barthe**, présentée par M. Berthelot.

« Dans une Communication antérieure [1], M. Haller a décrit le benzoylcyanacétate d'éthyle obtenu en traitant l'éther benzoylacétique sodé par le chlorure de cyanogène. En effet,

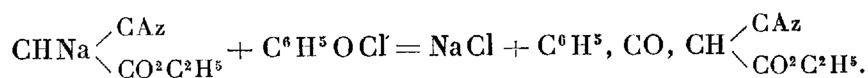


$$C^6H^5, CO, CHNa, CO^2C^2H^5 + CAzCl = NaCl + C^6H^5, CO, CH\begin{cases}CAz\\CO^2C^2H^5.\end{cases}$$

» Poursuivant l'action des chlorures acides sur l'éther cyanacétique sodé, il a pu préparer encore le même corps en traitant l'éther cyanacé-

(1) *Comptes rendus*, t. CI, p. 1270.

tique sodé par le chlorure de benzoyle. La réaction est expliquée par cette équation



$$\mathrm{CHNa}\langle^{\mathrm{CAz}}_{\mathrm{CO^2C^2H^5}} + \mathrm{C^6H^5OCl} = \mathrm{NaCl} + \mathrm{C^6H^5, CO, CH}\langle^{\mathrm{CAz}}_{\mathrm{CO^2C^2H^5}}.$$

» J'ai préparé l'homologue inférieur, le benzoylcyanacétate de méthyle, au moyen du second procédé, c'est-à-dire en traitant le cyanacétate de méthyle sodé par le chlorure de benzoyle.

» On l'obtient en ajoutant à froid, à 20^{gr} de cyanacétate de méthyle, $4^{gr},6$ de sodium dissous dans 100^{gr} d'alcool méthylique, et peu à peu, en refroidissant toujours, 28^{gr} de chlorure de benzoyle étendu de 60^{gr} d'éther anhydre. On chauffe légèrement pour favoriser la réaction. On distille ensuite l'éther, puis l'alcool. On finit d'évaporer au bain-marie.

» Le résidu est repris par de l'éther et une solution de carbonate de soude; l'éther a pour but d'enlever le cyanacétate de méthyle non entré en réaction et l'éther benzoïque qui a pu se former. La liqueur alcaline, séparée de l'éther, et tenant en dissolution le benzoylcyanacétate de méthyle, est filtrée au papier blanc et additionnée d'un excès d'acide sulfurique. Il se sépare un produit cristallin qu'on enlève par filtration, et l'on épuise le liquide filtré par de l'éther : par évaporation de ce dernier, on obtient du benzoylcyanacétate de méthyle qu'on ajoute au précipité séparé et qu'on purifie ensuite par des cristallisations successives dans l'alcool ordinaire.

» 60^{gr} de cyanacétate de méthyle ont donné un rendement de 50^{gr} environ de benzoylcyanacétate.

» Ce nouveau composé forme d'assez longs cristaux prismatiques, transparents, solubles dans l'éther et l'alcool, et fondant à 74°. Ses solutions alcooliques ont une réaction nettement acide. Les persels de fer les colorent en rouge, absolument comme les solutions du benzoylcyanacétate d'éthyle de M. Haller. Ce corps, soumis à l'analyse, a donné les résultats suivants :

	Théorie pour $C^{11}H^9AzO^3$ pour 100.	Trouvé.
C	65,02	64,67
H	4,43	4,80
Az	6,90	6,82

» Le benzoylcyanacétate de méthyle donne des sels avec les bases alcalines ou alcalino-terreuses.

» Le *composé sodé* $C^6H^5, CO-CNa\begin{smallmatrix}\diagup CAz \\ \diagdown CO^2CH^3\end{smallmatrix}$ s'obtient en dissolvant le benzoylcyanacétate de méthyle cristallisé dans de l'alcool à 65° légèrement chauffé. La solution est ensuite neutralisée par l'addition d'une liqueur de carbonate de soude qui produit de l'effervescence. La solution neutre est abandonnée sous une cloche à dessiccation. On a obtenu de beaux cristaux blancs, durs, transparents, solubles dans l'eau et l'alcool : ils se décomposent à la température de 120°-125°. L'analyse de ce sel a donné le résultat suivant :

	Calculé pour $C^{11}H^8NaAzO^3$ pour 100.	Trouvé.
Na........................	10,22	10,13

» Le *composé barytique* $\left(C^6H^5, CO, C\begin{smallmatrix}\diagup CAz \\ \diagdown CO^2CH^3\end{smallmatrix}\right)^2 Ba + H^2O$ s'obtient en faisant bouillir le benzoylcyanacétate de méthyle cristallisé, dissous dans de l'alcool à 65° avec du carbonate de baryte ajouté jusqu'à réaction alcaline. Le liquide filtré est placé sous la cloche à dessiccation. Les cristaux se forment assez difficilement : ils sont grenus et se réunissent en petits mamelons sphériques ; ils donnent, à l'analyse, les résultats suivants :

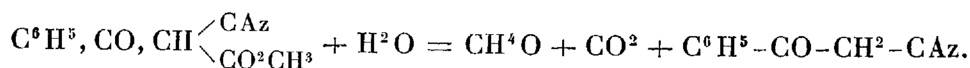
	Calculé pour $C^{22}H^{16}O^6Az^2Ba$ pour 100.	Trouvé.
Ba........................	25,32	24,77

	Calculé pour $C^{22}H^{16}O^6Az^2Ba + H^2O$ pour 100.	Trouvé.
H^2O......................	3,32	3,44

» Le sel de baryte cristallise donc avec une molécule d'eau.

» *Action de l'eau bouillante sur le benzoylcyanacétate de méthyle. Production de la cyanacétophénone.* — Dans un ballon relié à un réfrigérant ascendant, on chauffe au bain de sable, pendant plusieurs heures, 10gr de benzoylcyanacétate de méthyle avec 800gr d'eau distillée. L'éther fond et disparaît peu à peu, en même temps qu'il se dégage de l'acide carbonique ; quand le produit a complètement disparu, on filtre la solution bouillante et, par refroidissement, il se dépose des aiguilles blanches, allongées, soyeuses, très légères, solubles dans l'alcool et l'éther, et fondant à 81°,5 ;

elles constituent la cyanacétophénone déjà obtenue par M. Haller [1] et qui se forme en vertu de l'équation suivante



$$C^6H^5, CO, CH\begin{cases} CAz \\ CO^2CH^3 \end{cases} + H^2O = CH^4O + CO^2 + C^6H^5-CO-CH^2-CAz.$$

» L'analyse a, en effet, donné les résultats suivants :

	Calculé pour C^9H^7OAz pour 100.	Trouvé.
Az........................	9,65	9,46

» Le benzoylcyanacétate de méthyle se comporte donc, à l'égard des réactifs, comme son homologue supérieur, le dérivé éthylé [2]. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'essence d'*Eucalyptus globulus. Note de M. R. Voiry [3], présentée par M. Berthelot.

« L'étude que j'ai faite de cette essence apporte quelques faits nouveaux sur cette question. J'ai en effet trouvé dans cette huile essentielle des corps que j'ai pu isoler et qui n'avaient pas été signalés, je donne en outre un procédé qui permet d'obtenir l'eucalyptol à l'état de pureté.

» L'essence brute était jaune verdâtre, d'une odeur désagréable; examinée au polarimètre, elle donne pour la lumière du sodium une déviation de $+4°24'$ sous une épaisseur de $0^m,1$.

» Sa densité à 0° est 0,932 : elle possède une propriété caractéristique; si on la refroidit à $-50°$ par un bain de chlorure de méthyle dont on active l'évaporation au moyen d'un courant d'air sec, elle se prend en une masse de cristaux qui ne fondent que vers $-10°$. Cette propriété est commune à tous les échantillons d'essence d'*Eucalyptus globulus* de différentes provenances que j'ai pu examiner et à la grande majorité des essences d'*Eucalyptus* provenant d'autres espèces botaniques.

» J'ai soumis l'essence à une série de distillations fractionnées, d'abord à

---

(1) *Comptes rendus*, t. CI, p. 1270.

(2) Ce travail a été fait dans le laboratoire de M. le Professeur A. Haller, à la Faculté des Sciences de Nancy; je le prie de vouloir bien agréer toute ma reconnaissance.

(3) Travail fait au laboratoire de M. le professeur G. Bouchardat.

la pression normale jusqu'à 180°, puis au delà de ce point sous une pression réduite ($0^m,04$ de mercure).

» Au début de la distillation, à la pression normale, passent des eaux acides contenant les acides acétique et formique, acétique surtout, puis de 70° à 100° distillent des liquides à odeur infecte et suffocante qui possèdent toutes les propriétés des aldéhydes; traités par le bisulfite de soude, ils se solidifient intégralement. J'ai réussi à isoler deux aldéhydes que j'ai pu analyser et caractériser nettement comme aldéhydes butyrique et valérianique; ce dernier est de beaucoup le plus abondant.

» De 100° à 150° je n'ai pas de corps intéressant à signaler, ces fractions étant des mélanges.

» La fraction qui bout de 158° à 160° a été analysée : elle est formée par un carbure térébenthénique dextrogyre $[\alpha]_D = +40°$, dont la densité à 0° est de 0,88; traité par l'acide chlorhydrique, il donne un monochlorhydrate cristallisé $C^{20}H^{17}Cl$, fondant entre 126° et 128° et doué de pouvoir rotatoire $[\alpha]_D = +27°30'$.

» Au delà de 150° on constate un maximum dans les fractions bouillant vers 170°-175°. Ces fractions, qui renferment l'eucalyptol, constituent les $\frac{2}{3}$ de l'essence.

» J'ai traité ces fractions par le froid produit par un mélange de glace et de sel dans des appareils que je crois utile de décrire, car l'emploi en est très commode et permet d'obtenir l'eucalyptol absolument pur.

» L'appareil se compose d'un manchon de verre d'un diamètre de $0^m,30$ à $0^m,40$ environ, qui loge à son intérieur un cylindre de verre plus étroit terminé par un tube d'un très petit diamètre. Ce dernier tube passe dans un bouchon situé à la base du manchon et vient se rendre dans un flacon dans lequel on fait aspiration au moyen d'une trompe. Dans l'espace annulaire laissé libre entre le cylindre interne et le manchon, on place le mélange réfrigérant. On verse les portions à refroidir (de 170° à 178° dans le cas présent) dans le cylindre intérieur, l'extrémité du tube hors du manchon étant bouchée. Sous l'influence du froid l'eucalyptol cristallise; au bout d'une heure environ, on débouche le petit tube, les eaux mères s'écoulent et sont mises à part : on termine par un essorage à la trompe.

» Les cristaux obtenus sont constitués par de l'eucalyptol encore impur; en répétant sur ce corps des réfrigérations identiques, on obtient finalement un produit absolument pur dont voici les principales propriétés.

» L'eucalyptol est un liquide mobile, incolore, dont l'odeur tient de la

menthe et du camphre, cristallisant à 0°, fondant à + 1° environ et dont la densité à 0° est de 0,940.

» Sa formule est $C^{20}H^{18}O^2$ et à ce sujet je confirme celle donnée par Wœlkel pour le cynéol, corps identique à l'eucalyptol.

» La formule donnée par M. Cloëz à l'eucalyptol est inexacte, le mode de préparation qu'il emploie ne lui permettant que d'avoir des mélanges.

» L'eucalyptol est inactif sur la lumière polarisée; traité par l'acide chlorhydrique bien sec et à une basse température, il donne le composé $2(C^{20}H^{18}O^2)HCl$, qui avait été déjà préparé par Wœlkel dans les mêmes conditions en traitant le cynéol.

» Le procédé d'extraction de l'eucalyptol donné par Schimmel (traitement par l'acide chlorhydrique, puis décomposition du composé formé par l'eau et enfin rectification) n'est pas exempt de reproches, il fournit un produit toujours souillé par des traces de chlore; cette méthode est seulement commode pour extraire la totalité du produit des dernières eaux mères, qui ne cristallisent plus qu'avec difficulté.

» La distillation sous pression réduite m'a permis d'isoler un terpilénol, hydrate de formule $C^{20}H^{18}O^2$, bouillant vers (130°-135°) (sous $0^m,04$ de mercure); ce corps traité par l'acide chlorhydrique m'a fourni un dichlorhydrate $(C^{20}H^{16})2HCl$.

» Dix degrés plus haut j'ai constaté la présence d'éthers acétique, butyrique et valérianique de ce terpilénol. Par un traitement par la potasse alcoolique à 100° et décomposition des sels de potasse formés, j'ai isolé les acides acétique, butyrique et valérianique et je les ai caractérisés.

» Les produits ultimes de la distillation sont formés par des polymères de la molécule $C^{20}H^{16}$, mêlés à des produits résineux et contenant encore des éthers identiques aux précédents, mais en bien moins grande proportion.

» Je signalerai en terminant l'existence d'un produit sulfuré dans l'essence d'*Eucalyptus globulus;* mais ce composé se détruit sous l'influence de la chaleur, car, après la constatation d'un dégagement d'hydrogène sulfuré pendant le cours des rectifications, quand je voulus faire le dosage du soufre dans les différentes fractions, la quantité en était si minime que j'ai dû y renoncer. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les combinaisons des chlorure, bromure et iodure cuivreux avec l'aniline.* Note de M. ANDRÉ SAGLIER, présentée par M. Troost.

« Les chlorure, bromure et iodure cuivreux se dissolvent dans l'ammoniaque et abandonnent, par refroidissement des liqueurs à l'abri de l'air, des chlorure, bromure et iodure cupro-ammoniques répondant à la formule générale $2AzH^3, Cu^2R^2$. Dans les mêmes conditions, ces sels se dissolvent dans les sels ammoniacaux correspondants et donnent naissance à des sels doubles de cuivre et d'ammoniaque dont la formule générale serait $2(AzH^3, HR), Cu^2R^2$.

» Vis-à-vis des ammoniaques composées, ces sels cuivreux présentent les mêmes caractères de solubilité. D'une part, en chauffant en tubes scellés dans l'aniline un excès de chlorure, bromure et iodure cuivreux, j'ai obtenu une série de composés parfaitement cristallisés et correspondant à la formule des sels cupro-ammoniques ; d'autre part, la dissolution des sels cuivreux dans les sels d'aniline correspondants, en présence d'un léger excès d'acide, m'a donné des sels doubles de cuivre et d'aniline de même constitution que les sels doubles de cuivre et d'ammoniaque ([1]). Cependant, je n'ai pu obtenir dans ces conditions l'iodure double de cuivre et d'aniline correspondant au sel ammoniacal $2(AzH^3, HI), Cu^2I^2$ dont j'ai indiqué la formation dans une précédente Communication ([2]). Tous ces composés présentent les mêmes propriétés générales : leur principale est leur altération à l'air; aussi est-il nécessaire de les conserver dans les tubes scellés où ils se sont formés. A partir de 50°, ils se décomposent en perdant de l'aniline et abandonnent au rouge sombre un résidu de chlorure, bromure ou iodure cuivreux.

» Cette décomposition m'a servi de vérification dans mes analyses pour doser les éléments minéraux après volatilisation de l'aniline ou des sels d'aniline.

([1]) La combinaison des sels cuivriques et de l'aniline donne naissance à des composés déjà signalés par M. Destrem, qui a obtenu deux chlorures d'aniline et de cuivre au maximum (*Bulletin de la Société chimique*, 1878).

([2]) Voir *Comptes rendus*, juin 1887.

» La lumière ne présente pas d'action sur ces composés; les alcalis les décomposent en déplaçant l'aniline. Ils sont insolubles dans l'eau et l'alcool qui les précipitent de leurs dissolutions.

» Ces corps s'altérant très rapidement à l'air, il est nécessaire, avant de les analyser, de les sécher sur des plaques poreuses et à la presse entre des feuilles de papier buvard. Débarrassés de l'aniline qui les imprégnait, ils peuvent se conserver sans altération sensible. Dans chacun de ces composés, le cuivre, le chlore, le brome ou l'iode ont été dosés; le poids d'aniline a été calculé d'après le dosage de l'azote.

Chlorure, bromure et iodure de cuivre et d'aniline correspondant à la formule $2(C^6H^7Az), Cu^2R^2$.

» I. En chauffant à 100°, jusqu'à dissolution, environ 2^{gr} de chlorure cuivreux dans environ 40^{cc} d'un mélange à volumes égaux d'alcool et d'aniline, on obtient après refroidissement une masse d'aiguilles cristallines de près de $0^m,01$ de longueur. Ces cristaux sont blancs, mais se colorent rapidement à l'air et deviennent verts après quelques minutes d'exposition. Séchés sur des plaques poreuses, ils ont donné à l'analyse les nombres suivants :

	Trouvé.	Calculé.
Cu	32,84	33,07
Cl	18,42	18,48
(C^6H^7Az)	47,82	48,44

répondant à la formule $2(C^6H^7Az), Cu^2Cl^2$ et correspondant au sel cupro-ammonique $2AzH^3, Cu^2Cl^2$.

» II. Le bromure correspondant se forme dans les mêmes conditions; mais, le bromure cuivreux étant moins soluble que le chlorure, pour un même volume de dissolvant, on emploiera 1^{gr} environ de bromure. Les cristaux obtenus offrent le même aspect que les précédents; ils ont présenté à l'analyse la composition centésimale suivante :

	Trouvé.	Calculé.
Cu	26,64	26,85
Br	33,54	33,82
(C^6H^7Az)	38,48	39,32

répondant à la formule $2(C^6H^7Az)Cu^2Br^2$, correspondant au bromure cupro-ammonique $2AzH^3, Cu^2Br^2$.

» III. L'iodure cuivreux étant très peu soluble dans le mélange à volumes égaux d'alcool et d'aniline, pour 40^{cc} de ce mélange on emploiera environ

$0^{gr},5$ d'iodure. Après refroidissement, le produit obtenu se présente sous forme de longues aiguilles blanches, qui exposées à l'air deviennent rosées, puis au bout de quelques heures se colorent en noir. L'analyse a donné les nombres suivants :

	Trouvé.	Calculé.
Cu	22,18	22,39
I	44,49	44,79
(C^6H^7Az)	31,86	32,81

répondant à la formule $2(C^6H^7Az)Cu^2I^2$, correspondant au sel cupro-ammonique $2AzH^3, Cu^2I^2$.

Chlorure et bromure doubles de cuivre et d'aniline.

» I. Si dans un tube scellé on dissout à chaud des poids équivalents de chlorure cuivreux et de chlorhydrate d'aniline dans de l'acide chlorhydrique très étendu, on obtient, après un refroidissement lent de la solution, des cristaux blancs de chlorure double de cuivre et d'aniline répondant à la formule $2(C^6H^7Az, HCl), Cu^2Cl^2$, comme le montrent les nombres suivants :

	Trouvé.	Calculé.
Cu	27,72	27,79
Cl	30,77	31,07
(C^6H^7Az)	39,51	40,70

» Quoique moins altérable à l'air que le chlorure précédent, ce sel même desséché ne tarde pas à perdre sa couleur blanche, devient rosé, puis brun noir. Le sel ammoniacal qui lui correspond répond à la formule $2(AzH^3, HCl), Cu^2Cl^2$.

» IV. En opérant dans des conditions identiques, mais en substituant aux chlorures les bromures correspondants, on obtient de beaux cristaux blancs de bromure double répondant à la formule $2(C^6H^7, HBr), Cu^2Br^2$.

	Trouvé.	Calculé.
Cu	19,86	20
Br	50,19	50,39
(C^6H^7Az)	28,63	29,29

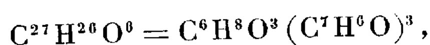
» Ce corps se présentera sous forme de lamelles cristallines ou d'aiguilles prismatiques suivant que le refroidissement aura été rapide ou lent; moins

altérable que le bromure précédent, il ne peut cependant être conservé au contact de l'air (1) ».

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la combinaison des anhydrides de la mannite avec l'essence d'amandes amères.* Note de M. **J. Meunier**, présentée par M. Troost.

« I. La mannite, sous l'influence des déshydratants, fournit des *anhydrides* qui peuvent se combiner directement avec les aldéhydes, dont les éléments remplacent les éléments de l'eau que la mannite a perdus.

» J'ai obtenu, en particulier, avec l'essence d'amandes amères, un composé



$$C^{27}H^{26}O^{6} = C^{6}H^{8}O^{3}(C^{7}H^{6}O)^{3},$$

dans lequel 3^{mol} d'aldéhyde benzoïque remplacent 3 des molécules d'eau de la mannite primitive.

» II. La préparation de ce composé est facile.

» On prend 10^{gr} de mannite pulvérisée, 20^{gr} d'alcool absolu, 5^{gr} de chlorure de zinc fondu, et l'on soumet ce mélange à l'action d'un courant d'acide chlorhydrique sec. Ce gaz est absorbé avec un dégagement de chaleur considérable. La mannite, très peu soluble dans l'alcool absolu, se dissout en quantité notable sous l'influence du chlorure de zinc, en subissant une déshydratation. On laisse reposer le tout pendant un ou deux jours, et l'on constate que le liquide, sans avoir perdu de l'acide chlorhydrique, peut en absorber de nouvelles quantités, sans doute par suite de la déshydratation qui s'est produite pendant le repos.

» On décante le liquide surnageant la mannite non transformée, et on le traite par un cinquième d'essence d'amandes amères. Il se forme rapidement dans le liquide, qui a pris une légère teinte brune, des faisceaux de petits cristaux en aiguilles extrêmement déliées et blanches; bientôt le tout prend en masse. On essore à la trompe pour se débarrasser du liquide très acide, et, comme la masse cristalline retient du chlorure de zinc, on la lave plusieurs fois à l'eau et à l'alcool. On la dissout ensuite dans 25 ou 30 fois son poids de benzine bouillante; elle cristallise rapidement par refroidis-

(1) Ce travail a été fait à la Faculté des Sciences, au laboratoire d'enseignement et de recherches.

sement en formant des faisceaux d'aiguilles enchevêtrées qui gardent l'odeur de la benzine après qu'on les a desséchés ; on fait disparaître cette odeur au moyen de l'alcool.

Cette matière est insoluble dans l'eau, peu soluble dans l'alcool ; la benzine bouillante peut en dissoudre un dixième de son poids. Elle fond à 207° (non corrigé), en se décomposant très légèrement et en donnant un liquide qui reste en surfusion et finit par se prendre en cristaux.

» La manière dont elle se comporte vis-à-vis des acides et des alcalis forme le principal intérêt de son étude. Elle résiste complètement à l'action des alcalis caustiques, même dans une solution alcoolique bouillante ; elle est au contraire facilement attaquée par les acides, et l'acide sulfurique étendu de 2 ou 3 volumes d'eau la dissout à l'ébullition en mettant en liberté l'essence d'amandes amères.

» Je poursuis cette étude, et j'espère pouvoir en faire connaître prochainement les nouveaux résultats. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Présence de l'acide malique dans la sueur des herbivores*. Note de MM. **A.** et **P. Buisine**, présentée par M. Friedel.

« L'acide malique est essentiellement un produit d'élaboration des cellules végétales. On le trouve en effet dans un grand nombre de plantes et jusqu'à présent on ne l'avait rencontré dans aucune sécrétion des animaux. Nous venons cependant de le retirer de l'une d'elles, de la sueur du mouton, où il existe en assez grande quantité.

» Nous opérons sur les eaux de suint qu'on obtient en abondance dans le lavage industriel des laines brutes et qui renferment en dissolution tous les produits de la sécrétion sudorique du mouton. Aux nombreux acides organiques dont nous avons signalé la présence dans ces eaux [1], que nous étudions depuis plusieurs années, il faut donc ajouter l'acide malique.

» L'extraction de cet acide d'un mélange aussi complexe que le suint présente certaines difficultés. Voici comment nous opérons :

» L'eau de suint est additionnée d'acide phosphorique en excès de façon à mettre en liberté tous les acides organiques. On chauffe la liqueur dans un courant de vapeur d'eau pour chasser les acides volatils, puis on

(1) *Comptes rendus*, t. CIII, p. 66 ; 1886.

laisse refroidir et l'on sépare le dépôt formé surtout de matières grasses. On concentre ensuite la liqueur au bain-marie jusqu'à consistance sirupeuse et l'on épuise la masse à l'alcool chaud. Les solutions alcooliques sont distillées et le résidu est agité à plusieurs reprises avec de l'éther. On enlève ainsi tous les acides du suint solubles dans ce dissolvant ; ce sont les acides succinique, benzoïque, malique et lactique qu'on sépare de la façon suivante :

» Le résidu sirupeux obtenu par distillation des solutions éthérées, abandonné à lui-même, laisse déposer un mélange de cristaux des acides succinique et benzoïque. On filtre et on lave ces cristaux avec une petite quantité d'éther; on sépare facilement ces deux acides grâce à la différence de solubilité de leurs sels de baryum; le benzoate est assez soluble dans l'eau, tandis que le succinate l'est très peu.

» Le sirop, débarrassé des deux acides précédents, est dissous dans l'eau, et la solution est chauffée dans un courant de vapeur d'eau de façon à éliminer les dernières traces d'acides volatils qu'elle renferme encore, puis on filtre pour séparer un peu de matière grasse qui s'est rassemblée.

» La liqueur est alors ramenée à un petit volume au bain-marie, additionnée d'une petite quantité d'acide sulfurique et épuisée à l'éther, qui enlève les acides malique et lactique; l'eau retient quelques produits étrangers, notamment les matières colorantes.

» La masse sirupeuse, obtenue par distillation de l'éther, est dissoute dans beaucoup d'eau, et la solution saturée par la baryte. On obtient alors, surtout en portant la liqueur à l'ébullition, un précipité abondant de malate neutre de baryum anhydre, très peu soluble à chaud. Par concentration, il se forme de nouveaux dépôts du même sel. Il reste enfin en solution le lactate de baryum, qui est très soluble.

» Les dépôts de malate de baryum brut sont repris par beaucoup d'eau froide; on filtre la solution et l'on sépare de nouveau le sel par concentration. Purifié ainsi à plusieurs reprises, le produit a la composition du malate neutre de baryum; il renferme 50,90 pour 100 de baryum (théorie, 50,97 pour 100). C'est une poudre blanche, cristalline, lourde, très peu soluble dans l'eau, insoluble dans l'alcool.

» En décomposant ce sel, délayé dans l'eau par un petit excès d'acide sulfurique, et épuisant la liqueur à l'éther, on obtient l'acide qui reste comme résidu de la solution éthérée. C'est un produit sirupeux qui se prend très lentement en une masse cristalline. Il est quelquefois légèrement coloré, mais on le décolore facilement en traitant sa solution par du noir lavé.

» L'acide, ainsi obtenu, présente tous les caractères de l'acide malique; il est soluble en toutes proportions dans l'eau, l'alcool, l'éther qui l'enlève à ses solutions aqueuses. Il fond vers 130°, et ses solutions sont sans action sur la lumière polarisée. Des diverses variétés connues de l'acide malique, c'est donc à l'acide inactif que correspond celui retiré du suint.

» Les sels de baryum, de plomb, le sel acide de calcium, possèdent également la composition et les propriétés des sels correspondants de l'acide malique extrait des végétaux.

» On retire ainsi du suint 5^{gr} d'acide malique par litre d'eau à 200^{gr} de résidu sec, soit $2^{gr},5$ pour 100 de ce résidu, qui laisse environ 50 pour 100 de matières minérales à la calcination. Dans ce traitement on obtient à peu près autant d'acide succinique, acide de composition très voisine et qui se rattache intimement à l'acide malique; on a même indiqué que celui-ci se transformait dans l'organisme animal en acide succinique. Quoi qu'il en soit, ces deux acides entrent pour une forte proportion dans le mélange des acides organiques du suint; ensemble ils forment environ le dixième du poids total de ces acides.

» L'acide malique existe dans l'eau de suint à l'état de sel de potassium; du reste, c'est bien un produit de la sécrétion et non un produit de décomposition résultant de la fermentation à l'air du liquide sudorique. On le trouve en effet, comme l'acide succinique, dans l'eau très fraîche alors que les microbes n'ont pas encore pu agir sur la solution, ce que montre du reste l'absence complète des divers produits de la fermentation de ces eaux, acides gras volatils, etc.

» Il n'est pas possible de se prononcer d'une façon certaine sur l'origine de l'acide malique ici obtenu. On ne peut pas savoir, en effet, s'il prend naissance dans l'organisme par l'oxydation incomplète d'autres principes, car le mouton et les herbivores en général absorbent continuellement cet acide qui est très répandu dans les végétaux, ainsi que quelques-uns de ses dérivés immédiats, l'asparagine par exemple. Du reste, il nous paraît plus vraisemblable d'admettre que l'acide malique rejeté par les herbivores provient de leurs aliments. En traversant l'organisme, l'acide malique, ou plutôt ses dérivés, ne subiraient que des transformations partielles dans lesquelles la molécule de l'acide malique resterait inctacte et celui-ci serait éliminé ensuite par la sueur et probablement aussi par d'autres sécrétions [1]. »

---

[1] Ce travail a été fait au laboratoire de Chimie générale de la Faculté des Sciences de Lille.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Recherches sur le cerveau des Phalangides*. Note de M. G. Saint-Remy [1], présentée par M. H. de Lacaze-Duthiers.

« Le système nerveux des Phalangides a été l'objet de recherches de la part de Treviranus, Tulk et Leydig. D'après eux, le cerveau ne fournirait que les nerfs optiques, une paire pour les yeux médians, une paire pour les yeux latéraux ; contrairement à ce qui se passe chez les autres Arachnides, les nerfs des chélicères sortiraient de la masse ganglionnaire sous-œsophagienne. La découverte faite depuis que les prétendus yeux latéraux ne sont autre chose que les ouvertures de glandes spéciales (glandes de Krohn) fit douter de la nature sensitive des prétendus nerfs optiques latéraux et même de leur existence. Il résulte de nos observations sur *Phalangium opilio* et *Ph. parietinum* que le cerveau peut être divisé en deux régions ganglionnaires : le ganglion optique qui fournit une paire de nerfs optiques, et le ganglion rostro-mandibulaire qui donne un nerf impair destiné au rostre et une paire de nerfs destinés aux chélicères ou nerfs mandibulaires.

» Le *ganglion optique* comprend deux parties : le ganglion optique proprement dit et les deux lobes optiques qui correspondent aux formations généralement décrites sous le nom de « ganglions optiques » chez les Insectes et les Crustacés. Chaque *lobe optique* représente un cône très allongé, aplati de dehors en dedans dans sa partie supérieure, légèrement renflé à sa base qui repose sur le ganglion optique proprement dit. Le lobe comprend les parties suivantes, que nous énumérons de bas en haut : la masse médullaire inférieure, la couche fibro-médullaire inférieure, le chiasma, la lame de noyaux ganglionnaires, la couche fibro-médullaire supérieure, les fibrilles du nerf optique. La *masse médullaire inférieure* est un noyau de substance ponctuée, homogène et dense, en forme de cône renversé dont la pointe obtuse se continue en bas avec le ganglion, par l'intermédiaire de fibres naissantes, et dont la base supérieure est fortement arrondie. La *couche fibro-médullaire inférieure* est formée de cordons longitudinaux, parallèles, de substance ponctuée, dont la longueur décroît de dehors en de-

---

[1] Ces recherches ont été effectuées en partie au laboratoire Arago (Banyuls-sur-Mer), dirigé par M. de Lacaze-Duthiers, et en partie à la Faculté des Sciences de Nancy.

dans. De ces cordons sortent des fibrilles délicates dont la plupart forment un *chiasma;* un petit nombre seulement ne s'entre-croisent pas et forment un petit faisceau direct interne. La face interne du chiasma est revêtue par une lame de cellules extrêmement pauvres en protoplasma, dont on ne reconnaît que le noyau riche en chromatine (noyaux ganglionnaires); les fibres qui sortent de cette lame se portent dans la couche *fibro-médullaire supérieure*. Celle-ci, qui reçoit les fibres chiasmatiques, est constituée par des cordons médullaires, situés à peu près dans le prolongement de ces fibres et par suite obliques. Enfin, au delà de cette zone, se trouve la couche des fibrilles du nerf optique, formée par les fibrilles sortant de la couche précédente et par le faisceau direct non chiasmatique.

» Nous distinguons dans le ganglion optique proprement dit : l'organe stratifié postérieur, les lobes latéraux et les organes lobulés antérieurs. L'*organe stratifié* est une formation médullaire, impaire, occupant la partie postérieure et supérieure du cerveau, et revêtu en arrière d'une lame de noyaux ganglionnaires. C'est une lame épaisse, repliée sur elle-même, avec un feuillet supérieur et un feuillet inférieur. En avant, il s'applique contre les deux lobes latéraux. On le retrouve parfaitement caractérisé chez le Scorpion et les Araignées. Les *lobes latéraux* comprennent chacun un noyau de substance ponctuée et une masse ganglionnaire considérable, formée de cellules riches en protoplasma. Ils sont soudés, mais des commissures transverses existent de plus entre eux. Sur la face antérieure de chacun d'eux, est appliqué l'*organe lobulé antérieur*. Ce dernier est constitué par une formation de substance ponctuée, délicate, et par un groupe de petits noyaux ganglionnaires occupant l'angle externe du cerveau. La portion médullaire comprend la *masse lobulée*, située sur le bord interne du lobe latéral, et son *pédoncule* qui se ramifie en dehors dans l'accumulation de noyaux ganglionnaires pour en recueillir les fibres. On est tenté de comparer ces formations aux corps pédonculés des Insectes, dont la portion caractéristique est l'amas de noyaux ganglionnaires; mais il leur manque, pour servir de base à notre comparaison, les relations spéciales observées chez les Insectes et les Crustacés, notamment les relations avec le ganglion antennaire qui n'existe pas chez les Arachnides.

» Dans la portion inférieure du cerveau qui innerve le rostre et les chélicères, on ne peut distinguer deux masses ganglionnaires; mais elle représente évidemment le résultat de la fusion des ganglions rostraux, découverts par Schimkewitsch chez l'embryon d'Araignée, et des ganglions chélicériens. La portion principale de ce *ganglion rostro-mandibulaire* est sus-œsopha-

gienne, tandis que sa partie inférieure forme les commissures œsophagienne. Le petit nerf rostral, que nous avons observé aussi chez le Scorpion et les Araignées, prend naissance dans une sorte de croissant de substance ponctuée, dont les deux pointes s'enfoncent dans chacune des moitiés du ganglion. Les nerfs des chélicères sortent un peu au-dessous du nerf rostral; leurs racines internes ne se soudent pas immédiatement à la masse médullaire et descendent isolément jusque vers l'origine des commissures œsophagiennes. Les deux lobes médullaires du ganglion sont soudés sur la ligne médiane; il existe également des commissures transverses. Nous signalerons, aux angles externes, un petit lobule dans lequel la substance ponctuée se différencie en sphérules plus homogènes. L'écorce cellulaire du ganglion ne comprend que des cellules riches en protoplasma, qui forment un revêtement antérieur et latéral en haut, latéral seulement dans la région moyenne et sur les commissures œsophagiennes.

» Le cerveau des Phalangides, beaucoup plus simple que celui des Insectes et des Crustacés, présente néanmoins avec lui des points communs d'une certaine importance. Il existe à l'origine de chaque nerf optique un renflement ou lobe, de structure relativement compliquée, tout à fait comparable à ce qu'on appelle *ganglion optique* chez les Insectes : nous avons observé le même lobe, beaucoup plus simple, chez le Scorpion et les Araignées. On trouve aussi chez les Arachnides, dans le ganglion optique, les noyaux ganglionnaires qui semblent n'exister absolument que dans les ganglions sensoriels, et se retrouvent chez les Insectes, les Crustacés et les Myriapodes. »

ZOOLOGIE. — *Des diverses Anguillules qui peuvent s'observer dans la maladie vermineuse de l'oignon*. Note de M. **Joannes Chatin**, présentée par M. Chauveau.

« Dans des Communications qui datent de quelques années ([1]), j'ai fait connaître chez l'oignon comestible (*Allium cepa*) une maladie vermineuse causée par le *Tylenchus putrefaciens,* Nématode voisin de l'Anguillule du blé niellé.

» Depuis cette époque, ce parasite a été signalé dans diverses contrées (Alsace-Lorraine, Westphalie, Russie, etc.); partout où il s'est montré, il

---

([1]) *Comptes rendus,* 1883 et 1884.

a causé de sérieux dommages dans les cultures. Sur certains points, les ravages ont même été si considérables, si étendus, qu'on a pu se demander si d'autres vers, spécialement des Leptodères et des Pélodères, ne venaient pas s'associer au *Tylenchus*. C'est précisément dans des conditions analogues que j'ai observé celui-ci, il y a quelques mois, au milieu de circonstances qui imprimaient à l'helminthiasis un caractère particulier de gravité, car elle semblait due aux atteintes simultanées de plusieurs Nématodes.

» On trouvait, en effet, mêlées aux débris des oignons infectés et représentées par de nombreux individus, les trois espèces suivantes : 1° *Pelodera strongyloides ;* 2° *Leptodera terricola ;* 3° *Tylenchus putrefaciens*.

» Devait-on reconnaître à ces Helminthes une égale action nocive et leur attribuer une part identique dans le développement de la maladie ? Dès les premières observations, un tel rapprochement me parut difficilement admissible, et je crus devoir faire à cet égard des réserves formelles, en invoquant les mœurs et l'habitat ordinaire de ces différents vers, en insistant sur les dissemblances que présentent leurs appareils buccaux, etc. ([1]). Toutefois, comme je n'avais eu à ma disposition que des fragments altérés et décomposés, je ne pouvais formuler des conclusions absolues.

» L'étude récente d'oignons également infectés, mais entiers, m'a permis de retrouver les Helminthes que je mentionnais plus haut et dont je me suis efforcé de rechercher la valeur respective en mettant à profit ces circonstances nouvelles et plus favorables.

» Quand on examine les coupes pratiquées, avec toutes les précautions nécessaires, dans les différentes régions de l'*Allium cepa*, on n'y trouve que le *Tylenchus putrefaciens*. Ce ver s'y montre dans les conditions que j'ai précédemment signalées, et détermine dans les cellules, les faisceaux fibro-vasculaires, etc., les altérations que j'ai fait connaître. La désorganisation et la destruction du bulbe, l'épuisement prématuré et la dessiccation des organes caulinaires ou appendiculaires sont imputables à cette Anguillule.

» Quant aux Leptodères et aux Pélodères, ils ne se rencontrent que dans les régions superficielles de la plante et ne gagnent les parties profondes que secondairement, à la suite, pour ainsi dire, du *Tylenchus putrefaciens*. S'ils coexistent avec lui dans la même station, c'est seulement

---

([1]) *Comptes rendus de la Soc. de Biologie*, février 1888.

lorsque celle-ci a été déjà atteinte et mortifiée; cette notion présente une importance toute spéciale et l'on doit toujours en tenir compte quand on cherche à apprécier l'action nocive de ces Nématodes.

» On constate alors très nettement que les désordres causés par la maladie vermineuse doivent être rapportés au *Tylenchus*, non aux Leptodères et Pélodères qui représentent ici de simples saprophytes. Parfois, ces vers pourront pénétrer entre les éléments altérés; ils pourront même, s'ils sont en grand nombre, concourir indirectement à aggraver et à accélérer les progrès de l'helminthiasis; mais cette complication sera toujours tardive, ne se manifestera que rarement et ne s'observera jamais que dans des limites fort étroites.

» Ces faits montrent avec quelle attention doivent être étudiées les maladies vermineuses des plantes : en attendant que les Anguillules parasites soient soumises à une sérieuse revision qui permette d'établir l'exacte identité de certaines espèces dont l'autonomie semble douteuse, il est au moins indispensable de les distinguer soigneusement des Nématodes terricoles ou accidentellement saprophytes. »

GÉOLOGIE. — *Les plis couchés et les renversements de la Provence. Environs de Saint-Zacharie.* Note de M. **Marcel Bertrand**, présentée par M. Daubrée.

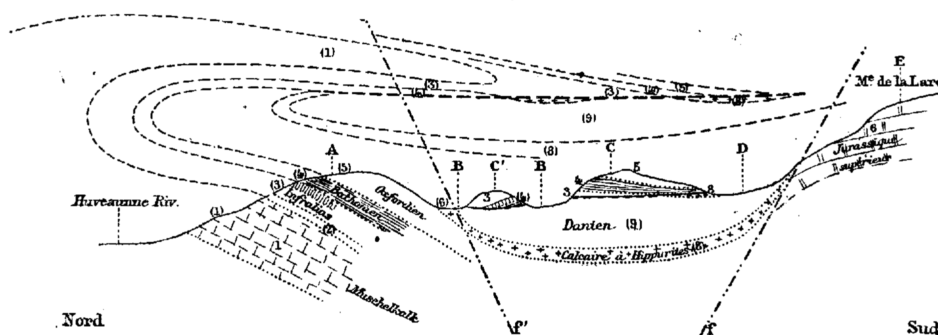
« J'ai montré qu'auprès du Beausset un îlot triasique reposait sur le crétacé supérieur, et j'ai indiqué comment cette superposition anormale résultait naturellement de l'existence d'un pli couché et de la continuation des efforts horizontaux qui l'ont produit. Le pli couché complet montrerait en haut et en bas des couches normalement stratifiées et entre elles une bande de couches renversées; mais, si l'effort horizontal s'est continué plus longtemps, les couches ont glissé les unes sur les autres, s'échelonnant en quelque sorte sur la route parcourue et, à une distance suffisante, il ne reste plus dans la masse de recouvrement que les bancs supérieurs, c'est-à-dire ceux qui ne sont pas renversés. Les coupes du Beausset permettent d'observer tous les intermédiaires entre les deux cas extrêmes.

» Je puis annoncer aujourd'hui que ces phénomènes ne sont pas, en Provence, bornés à un exemple unique; ils s'y retrouvent sur les bords de tous les grands plis. Les dénudations et les tassements postérieurs ont plus ou moins compliqué les apparences, mais toutes les anomalies de la

région, qui ont jusqu'ici passé inaperçues ou sont restées inexpliquées, s'expliquent de la même manière. Les recherches sont facilitées par une remarque très simple : les glissements successifs dont je parlais ont produit comme une infinité de petites failles parallèles aux bancs, se confondant par conséquent avec les joints de stratification; de là résulte l'amincissement intermittent ou la disparition complète de certains étages. Quand des couches horizontales et non renversées présentent ainsi cette succession lacunaire, on peut être à peu près certain qu'elles appartiennent à un lambeau de recouvrement ou plus généralement à la partie supérieure d'un pli couché. C'est d'ailleurs là un point important à noter au point de vue de l'étude des étages; si l'on attribuait toutes ces lacunes et toutes ces irrégularités aux circonstances même du dépôt des couches, on se ferait une idée très inexacte des conditions où s'est effectuée la sédimentation dans les mers jurassiques et crétacées de la Provence.

» Parmi les exemples que je puis déjà citer, un des plus intéressants est fourni par les environs de Saint-Zacharie (Var). Là sont rassemblés, comme en miniature, dans une bande de 1^{km} de largeur, tous les accidents caractéristiques de la région. La vallée de l'Huveaunne, au nord, est dans le

Coupe schématique des environs de Saint-Zacharie.



trias, ainsi qu'une grande partie des premiers coteaux qui la bordent au sud (*voir* la figure), puis vient un vallon étroit (B) de terres cultivées, rempli par les couches de Fuveau (danien); entre les deux, on trouve des lambeaux assez importants, mais irréguliers (A) de jurassique, plongeant toujours au sud, c'est-à-dire sous le crétacé; par places, il y a quelques placages de calcaires à hippurites. La signification de ces lambeaux (un peu exagérés sur la figure) ne peut faire de doute : c'est la retombée étirée de l'anticlinal triasique de la vallée de l'Huveaunne. Le vallon crétacé (B) est suivi, au

sud, par une série de coteaux jurassiques (C) à couches horizontales, mais étirées, où tantôt l'infralias, le lias ou le bajocien font défaut; puis vient un nouveau vallon de crétacé supérieur (D), plus étroit que le premier, bordé au sud par la haute muraille jurassique de la Lare (E), c'est-à-dire par les dolomies et les calcaires blancs du jurassique supérieur, peu inclinés et puissants de plus de 100^m. En suivant cette falaise, on y rencontre encore de nombreux placages de calcaires à hippurites.

» A la rigueur, tous ces faits pourraient s'expliquer par une discordance des couches de Fuveau; mais l'hypothèse serait en opposition avec toute la géologie de la région; elle ne rendrait pas compte de l'étirement des assises jurassiques dans les coteaux (C). De plus, en examinant les détails des coupes, les contradictions se multiplieraient : les coteaux jurassiques (C) ne forment pas une bande continue, mais une série d'îlots séparés par des détroits crétacés; on peut en compter jusqu'à sept. Contre l'un des îlots, on trouve les hippurites au-dessus du fuvélien; dans un autre (C'), situé un peu plus au nord, les couches sont *renversées*, le lias plonge sous l'infralias. Une seule explication est possible : c'est le renversement vers le sud du pli anticlinal de la vallée de l'Huveaunne, et celle-là, comme le montre la figure, rend compte de toutes les anomalies mentionnées. Il faut supposer seulement que la partie comprise entre les deux plans f et f' s'est affaissée de 200^m à 300^m au-dessous de son niveau primitif. C'est d'ailleurs cet affaissement qui explique l'étirement des terrains jurassiques au nord et les placages hippuritiques sur les deux bords du petit bassin fuvélien. Au centre, les terrains sont descendus sans grande modification dans leur situation respective, tandis que les bords de la cuvette, par suite de la flexion et des glissements successifs, se garnissaient de lambeaux des terrains intermédiaires.

» Ces affaissements se montrent liés, sous des formes diverses, mais d'une manière très générale, aux phénomènes de recouvrement, comme si le poids des masses superposées en était la cause. Il y a près de quatre ans que j'ai proposé cette explication, dans le bassin houiller du Nord, pour le *cran de retour* d'Anzin. Le cran de retour d'Anzin en tout cas a son équivalent exact, à Saint-Zacharie, dans la faille (f), qui borde au nord la montagne de la Lare.

» Il est intéressant de voir ainsi l'analogie entre les différentes régions et entre les plissements d'âge différent se poursuivre jusque dans les détails.

» Je tiens encore plus à noter la rapidité inespérée avec laquelle se

vérifient mes prévisions sur la généralité de ces phénomènes. M. de Margerie vient de signaler à la Société géologique les nouvelles découvertes faites dans les montagnes Rocheuses et dans l'Himalaya; dans les premières, c'est le cambrien qui recouvre le crétacé sur 11^{km} de largeur; dans l'Himalaya ce sont les schistes cristallins qui recouvrent le tertiaire. Dans les régions plus anciennement connues, dans les bassins houillers du Somerset et de la Westphalie, des lambeaux de calcaire carbonifère apparaissent au milieu des terrains houillers; on les croyait ramenés par des failles verticales; l'exploitation a continué et passé sous ces lambeaux.

» Ainsi, dans ce bassin de la Ruhr, cité jusqu'ici comme un exemple typique de régions à plis droits et réguliers, une butte calcaire suffit à nous apprendre qu'il y a eu des renversements et des masses poussées en superposition anormale. L'érosion n'en a laissé subsister que ce dernier indice, longtemps méconnu; de même, à Saint-Zacharie, si l'on considère le croquis joint à cette Note, on voit que, sans l'affaissement ff', il ne resterait plus trace de ces phénomènes. Dans combien de cas n'en a-t-il pas été ainsi? Malgré le nombre croissant des exemples connus, il est probable que ce nombre reste bien loin de la réalité, et l'on en arrive à se demander si ce n'a pas été là, partout où la poussée a été suffisante, c'est-à-dire dans toutes les grandes chaînes, la forme normale des mouvements de plissements.

» La théorie d'ailleurs l'avait en partie prévu : l'indication première de ces phénomènes se retrouve implicitement dans les pages célèbres où Élie de Beaumont a formulé ses idées sur les soulèvements des montagnes [1]. L'écorce de la planète, dit-il, tend à « diminuer son ampleur incommode par la formation d'une sorte de *rempli* ». L'expression est vague, mais M. de Chancourtois en a précisé le sens dans une figure schématique, qui ne laisse place à aucune ambiguïté [2]. Le rempli, tel que le concevait Élie de Beaumont, est bien le pli couché avec recouvrement; la figure de M. de Chancourtois est celle qu'on pourrait donner aujourd'hui pour traduire à une échelle très réduite l'ensemble des faits sur lesquels j'ai appelé l'attention. »

---

(1) *Notice sur les systèmes de montagnes*, p. 1257 et suiv.
(2) *Bulletin de la Société géologique*, 2e série, t. XXIX, p. 239.

GÉOLOGIE. — *Note complémentaire sur le prolongement du massif paléozoïque de Cabrières, dans la région occidentale du département de l'Hérault* (¹). Note de M. DE ROUVILLE, présentée par M. Hébert.

« La mémorable découverte, par MM. Munier-Chalmas et Bergeron, de la *faune primordiale* dans l'Hérault a donné son dernier joyau à l'écrin paléozoïque de ce département.

» Les auteurs se sont bornés à une simple constatation; il m'a paru intéressant de rechercher le rôle du nouvel horizon dans l'économie générale de la géologie de l'Hérault.

» Une simple reconnaissance du gîte si heureusement découvert et si exactement décrit par M. Bergeron, de la localité de Faveyrolles, jointe à la trouvaille toute récente, par mon guide Escot, de la *Lingula Lesueuri* de Layrolles et de Bontoury (²) dans les quartzites qui forment le toit du gisement, m'a permis de saisir sans difficulté la part d'importance topographique qui appartient au nouvel horizon dans cette partie du versant de la montagne Noire.

» Quelques courses dirigées vers l'Est m'ont offert de nouveaux gîtes, qui se multiplieront certainement quand on aura battu à nouveau tous les points susceptibles, d'ailleurs, d'être supposés à l'avance, grâce au fil conducteur qu'offrent, dans l'arrondissement de Saint-Pons, les masses imposantes du quartzite à lingules.

» L'armoricain, en effet, ne se trouve pas seulement à Bontoury et à Layrolles : il forme la portion la plus considérable du territoire de Saint-Pons, reconnaissable à son aspect terne et à ses pentes couvertes de bruyères, comme à ses crêtes aiguës et dentelées; il y atteint des altitudes diverses par suite de fractures parallèles dirigées E.-O.

» La circonstance générale de son plongement vers le Sud fixe naturellement du côté du Nord l'affleurement des schistes à paradoxides, sauf les cas de disposition synclinale (Fewals, Arguzac, Pardaillan), où l'affleurement se produira des deux côtés dans des situations identiques.

» La présence de ces schistes se décèle de loin par les surfaces jaunissantes qu'ils présentent d'ordinaire; en outre, ils se rencontrent toujours

(¹) *Comptes rendus* du 31 octobre 1887.

(²) MILLET, *Soc. géol. de France*, 3ᵉ série, t. XV, p. 798.

dans la région, le long des bandes de calcaire dévonien dessinées sur ma carte, dont le plongement sud, nettement accusé, indique la présence d'une faille dont les schistes à paradoxides forment habituellement l'une des deux lèvres.

» Ces circonstances stratigraphiques sont autant de points de repère qui m'ont permis de me diriger à coup sûr vers les nouveaux gisements, et ne pourront que mettre sur la trace de ceux qui restent à découvrir. Je les ai ainsi reconnus sur une longueur de 10^{km} à 20^{km} de Faveyrolles à Sainte-Colombe, et de là à la bergerie des Contentes. Au nord de la même bande calcaire, au delà des quarzites à lingules qui la supportent, la faune primordiale se retrouve au nord de Cartouyre, en bas du ravin de la Bouriette, et plus loin, à l'ouest de Ligno, dans le territoire de Castouille; elle se prolonge verticalement (l'observation confirmera un jour ces prévisions) le long de la grande crête armoricaine que longe au sud la route de Rodomouls; les schistes de Marso, réputés pour leur emploi de pierres à aiguiser, qui ne sont autres, ailleurs, que les schistes à faune première, m'ont présenté, dans des courses antérieures, les mêmes caractères pétrographiques que ceux de Faveyrolles et des Contentes.

» C'est donc toujours à l'état d'affleurement, avec une puissance d'une vingtaine de mètres, au fond de la vallée profondément creusée, ou bien en contre-haut, formant la lèvre relevée d'une faille dont la lèvre abaissée est formée par le calcaire, que devra figurer sur la carte le nouvel horizon.

» Le gisement de Fallières m'a semblé faire exception au cas général; le grand causse armoricain qui le sépare de Faveyrolles offre la pendaison ordinaire sud; or c'est au dos de ces mêmes quartzites que m'ont paru s'adosser les schistes à paradoxides; il y aurait donc lieu d'y supposer une faille, à la manière des relations des schistes à petits nodules et du calcaire à griottes de Cannes, qui ont amené Leymère à considérer les premiers comme dévoniens supérieurs.

» Le même fait se représenterait, peut-être, sur la route de Rodomouls, entre les bornes 60^{km} et 61^{km}; les schistes y présentent les mêmes caractères de couleur et de pâte; mais aucun débris n'y a été rencontré.

» Cette circonstance donne lieu à faire observer que les calcaires dévoniens s'accompagnent toujours de calcschistes violacés, que j'ai signalés, déjà, sur tout le parcours de Ferrals au Caragnas de Cabrières, et qui, se trouvant parfois au contact des schistes de la faune première, peuvent prêter à confusion.

» Telle est l'allure générale des terrains paléozoïques dans cette partie du département. Plus à l'est, nous manquons du point de repère si précieux que nous ont offert les quartzites armoricains; depuis Roquedont, à l'ouest de Ferrals, ils se continuent jusque vers Layrolles, à l'est de Roquebrun, puis disparaissent pour ne se montrer que sur une petite étendue à Boutonry.

» J'énumère la succession des terrains reconnus :

» Calcaires et calschites dévoniens, transgressifs sur les différents horizons siluriens; leur disposition en bandes parallèles que montre ma carte résulte de fractures qui ont amené des glissements et précipité les calcaires dans les dépressions;

» Schistes argileux sans quartzite, rappelant les schistes à grands asaphes de Cabrières (nord de Lucarnis et de Cartonyre);

» Quartzites à *Lingula Lesueuri* composant les deux tiers de la charpente de la région;

» Schistes à petits nodules avec quartzites;

» Schistes à paradoxides.

» La série continue de ces quatre derniers termes m'engage à n'y voir qu'une unité, l'unité silurienne, et me confirme dans l'usage que j'ai adopté dans mes cours de substituer la dénomination de *silurien primordial* à celle, qui a reçu tant de sens différents, de *cambrien*.

» Je me promets de donner sous peu quelques mots sur la région plus orientale avec un schéma figuratif des relations que je viens d'indiquer, schéma facile, d'ailleurs, à dresser dès ce moment, si je n'ai pas heurté contre l'écueil de l'obscurité en maintenant mon exposition dans les exigences de la brièveté. »

PHYSIOLOGIE. — *Expériences comparatives sur la respiration élémentaire du sang et des tissus* (1). Note de **MM. Gréhant** et **Quinquaud**, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« Spallanzani a montré que le sang à poids égal absorbe beaucoup moins d'oxygène que la chair; en plaçant des animaux inférieurs dans des atmosphères d'azote et d'hydrogène pur, il reconnut qu'ils exhalent de

(1) Ce travail a été fait au Muséum d'Histoire naturelle, dans le laboratoire de Physiologie générale, dirigé par M. le professeur Rouget.

l'acide carbonique en quantité égale et même supérieure à celle qu'ils dégagent dans l'air. Ces expériences furent répétées et reconnues exactes par William Edwards.

» Paul Bert a repris l'étude de la respiration des tissus et il a démontré que les tissus placés dans du sang oxygéné consommaient des quantités inégales d'oxygène.

» Les physiologistes ont beaucoup discuté pour savoir si les oxydations se passent dans le sang ou dans l'intimité des tissus, et, aujourd'hui, les expérimentateurs ne sont pas d'accord sur ce point.

» Pour éclaircir cette question, nous avons institué un certain nombre d'expériences : les unes ont été faites avec le sang seul, les autres avec du sang dans lequel on immergeait un certain poids de muscles frais.

» Le procédé expérimental que nous avons employé est le même qui nous a servi dans nos recherches sur la respiration de la levure : dans un flacon de 100^{cc} plein d'air, on introduit 25^{cc} de sang ; on ferme avec un bouchon et l'on extrait aussitôt avec la pompe à mercure les gaz fournis par l'air et par le sang.

» La même expérience est répétée, mais le flacon est maintenu et agité, de une heure à trois heures, dans un bain d'eau chauffée à 40° ; on extrait de nouveau les gaz et l'on compare les résultats avec ceux qui ont été fournis par la première expérience. Nous avons obtenu, en opérant ainsi, de très petites différences, des dixièmes de centimètre cube pour l'acide carbonique produit et pour l'oxygène consommé, ce qui prouve que les phénomènes de respiration élémentaire dans le sang ont une très faible intensité ; le sang ne respire presque pas.

» Les choses se passent tout autrement si l'on ajoute au sang et à l'air un certain poids, 20^{gr} de muscles frais de chien ; nous avons obtenu, dans ces conditions, au bout d'une heure d'agitation, 7^{cc} d'acide carbonique et, au bout de deux heures, 13^{cc} d'acide carbonique, volume à peu près double ; puis l'oxygène fourni par le sang et par l'air était absorbé en grande quantité : au bout de deux heures, le sang était devenu noir, tandis qu'il reste toujours parfaitement rouge lorsqu'il est agité seul avec l'air dans les mêmes conditions,

» Il résulte donc de nos expériences que le sang est simplement *un porteur d'oxygène*, et que les globules sanguins, au point de vue respiratoire, se comportent autrement que les éléments des tissus. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Nouvelles recherches sur les propriétés antiseptiques des naphtols* α et β. Note de M. **J. Maximovitch**, présentée par M. Bouchard.

« Dans des Notes précédentes, nous avons déterminé, M. Bouchard (¹) et moi (²), les propriétés antiseptiques des naphtols β et α et nous avons étudié leur toxicité dans diverses conditions expérimentales.

» Continuant au laboratoire de M. le professeur Bouchard les études que j'avais entreprises sur ce sujet, j'ai tâché de déterminer quelles sont les doses de ces deux substances qui sont capables de tuer les microbes. Autrement dit, j'ai recherché quelle était la quantité d'antiseptique qu'il fallait ajouter à divers milieux nutritifs pour que les germes qu'on y aurait placés pendant un certain temps fussent privés de la possibilité de se développer lorsqu'on les reportait dans les milieux de culture habituels.

» Les expériences ont été faites avec les microbes de la morve, de la mammite des brebis, du choléra des poules, du charbon bactéridien, du micrococque de la pneumonie, de deux organismes de la suppuration, le *Staphylococcus albus* et le *Staphylococcus aureus*, du microbe du clou de Biskra, des bacilles de la fièvre typhoïde, de la diphtérie des pigeons, de la tuberculose; du bacille pyocyanique et d'un bacille vert fluorescent et avec les organismes de la matière fécale humaine. Ces microbes ci-dessus sont incapables de revivre dans un milieu lorsqu'on les laisse séjourner pendant trois ou quatre jours dans des bouillons ordinaires contenant $0^{gr},1$ de naphtol α par litre, ou $0^{gr},4$ de naphtol β. Aux doses de $0^{gr},15$ de naphtol α et de $0^{gr},45$ de naphtol β, il faut vingt-quatre heures de séjour; il suffit de quinze à vingt minutes si l'on met de $0^{gr},2$-$0^{gr},3$ de α et de $0^{gr},5$-$0^{gr},6$ de β. Pour déterminer les doses des deux naphtols qui semblent tuer les mêmes microbes dans les milieux nutritifs solides, j'ai employé trois méthodes.

» Dans la première, je faisais liquéfier de la gélatine et de l'agar contenant les naphtols α ou β et j'y introduisais une quantité déterminée des microbes. Pour l'agar, je suis arrivé à maintenir le milieu liquide pendant une heure en le chauffant à 40° après l'avoir liquéfié à une température

---

(¹) *Comptes rendus*, t. CV, p. 702.
(²) *Ibid.*, t. CVI, p. 366.

plus élevée. J'introduisais alors des ficelles stérilisées dans les deux milieux dans lesquels j'avais ajouté la solution alcoolique des naphtols. Je les laissais deux ou trois minutes, puis je les plaçais sur un milieu solide ou dans du bouillon pur. La deuxième méthode a consisté à étaler la même quantité des cultures pures sur la gélatine ou l'agar naphtolés, en tâchant de les répartir également sur leurs surfaces. Au bout d'un certain temps je prenais à l'aide de l'aiguille de platine la culture de la surface et je la semais dans le bouillon ou sur les surfaces des milieux nutritifs solides dépourvus de naphtol. Par la troisième méthode je semais des microbes à la surface de la gélatine solide et, après avoir attendu vingt-quatre heures, je liquéfiais la gélatine en chauffant au bain-marie jusqu'à 30°; j'introduisais ensuite des ficelles stérilisées dans cette gélatine liquéfiée, puis je les transportais immédiatement dans le bouillon ou sur la gélatine ou l'agar sans naphtol.

» Par la première méthode, j'ai trouvé que, pour rendre non cultivables les microbes après un séjour de quinze minutes, il faut $0,5$-$0^{gr},7$ pour 1000 de naphtol et pour le choléra des poules, le microbe du clou de Biskra, les bacilles de la diphtérie des pigeons et de la pyocyanine, $1^{gr},5$ pour le bacille chromogène vert et $0^{gr},3$-$0^{gr},4$ pour les autres microbes. Les doses de naphtol β dans les mêmes conditions sont $1^{gr},4$-$1^{gr},5$ pour le choléra des poules, 1,0 pour la fièvre typhoïde, le clou de Biskra, la diphtérie des pigeons, 0,8 pour les autres microbes et 2,5 pour le chromogène vert.

» Par les deuxième et troisième méthodes, il faut, pour les microbes pathogènes, des doses semblables.

» Le microbe chromogène vert est encore le plus résistant. Pour le rendre non cultivable quand on l'a laissé pendant vingt-quatre heures sur la surface des milieux nutritifs, il faut 2,5 de naphtol α et 3,5 de naphtol β pour 1000.

» La plus grande action antiseptique des deux naphtols se manifeste donc quand on met les microbes dans les liquides à moindre densité; elle est presque deux fois moins marquée dans les liquides dont la densité est plus grande (comme la gélatine ou l'agar liquéfiés); enfin, sur les surfaces de milieux solides, il faut au moins seize à vingt-quatre heures pour que la culture ne puisse pas revivre dans un milieu pur. On doit ajouter alors des quantités de naphtol α et β deux fois plus grandes pour les microbes pathogènes et cinq fois plus grandes pour le bacille chromogène vert.

» On peut donc supposer que, dans les bouillons, 0,3 denaphtol α et 0,6

de naphtol β pour 1000 tuent les microbes pathogènes et leurs spores au bout de quinze à vingt minutes; ces bouillons naphtolés contenant les microbes doivent, lorsqu'on les injecte, rester sans action sur l'organisme. Mais l'expérience conduit à un résultat tout différent. Ainsi, il faut cinq à six jours pour rendre inoffensifs pour l'organisme les bouillons ensemencés avec cinq à dix gouttes d'une culture du charbon quand ces bouillons contiennent $0^{gr},3$ de naphtol α et $0^{gr},6$ de naphtol β pour 1000. Dans quinze à vingt minutes, les mêmes quantités des mêmes cultures sont tuées avec 2,0 de naphtol α et 5,0 de naphtol β pour 1000. Injectées sous la peau ou dans les veines des animaux, ces cultures naphtolées sont inoffensives. Le bacille pyocyanique, dont la culture injectée dans la veine marginale de l'oreille à la dose de 3^{cc} à 4^{cc} tue les lapins en vingt heures, devient inoffensive au bout de quinze à vingt minutes quand on a ajouté le napthol α dans la proportion de 1,6-1,7 et le naphtol β dans la proportion de 3,0 pour 1000.

» Les lapins, à qui j'injectais les cultures des bacilles charbonneux et pyocyaniques rendues inoffensives par les naphtols ou par le sublimé, ne deviennent pas réfractaires. Après deux à quatre semaines, l'injection de cultures virulentes normales tue ces lapins, mais deux à trois jours plus tard que les lapins témoins.

» Indépendamment des données relatives aux pouvoirs antiseptiques des deux naphtols, ces expériences prouvent que, pour affirmer, ainsi qu'on le fait généralement, qu'un microbe a été tué par un antiseptique, il ne suffit pas d'établir que ce microbe n'est pas capable de revivre, quand on le transporte dans un milieu de culture inerte; il faut de plus qu'il cesse d'être capable de se développer dans le milieu animal vivant. »

CHIRURGIE. — *De la dilatation de l'estomac dans ses rapports avec les affections chirurgicales*. Note de M. **Bazy**, présentée par M. Bouchard.

« Il existe entre la dilatation de l'estomac et certaines maladies infectieuses ou dystrophiques un lien étroit qu'ont bien indiqué le professeur Bouchard et, après lui, ses élèves.

» De même, certaines affections ou lésions d'ordre chirurgical sont directement influencées par la dilatation de l'estomac.

» Nous ne voulons pas dire que la dilatation gastrique crée ces affections de toute pièce ou qu'elle donne directement lieu aux complications qui peuvent atteindre des lésions traumatiques : nous voulons simplement dire qu'elle en favorise singulièrement l'éclosion et qu'elle leur prépare un terrain favorable, en même temps qu'elle peut leur imprimer un cachet de gravité et même de malignité.

» Nous pensons qu'à côté de l'alcoolisme, du diabète, de l'impaludisme, des affections des reins ou du foie, on peut placer la dilatation gastrique, et que celle-ci exerce sur l'organisme une influence aussi fâcheuse que les autres maladies précitées.

» Nous résumerons ici brièvement cinq observations à l'appui de notre thèse. Nous aurions pu en réunir un plus grand nombre ; mais nous n'avons voulu publier que celles où la dilatation de l'estomac pouvait jouer un rôle exclusif. Nous les diviserons en deux groupes : le premier comprend les observations où les accidents, les lésions sont nés en dehors de toute intervention chirurgicale ; le second, celles où il y a eu une intervention chirurgicale.

» Premier groupe. — *Première observation.* — Elle peut se résumer en quelques mots. En mars 1883, je fus appelé par le Dr Hourlier, de Montlignon, pour voir un homme de trente-cinq ans, atteint d'une lymphangite grave de la jambe avec œdème énorme et état typhoïde très marqué, consécutive probablement à une écorchure du pied.

» La cause de cette gravité exceptionnelle du mal nous échappa tout d'abord, et nous ne pûmes trouver dans les antécédents ni dans l'état présent du malade, d'après les renseignements qui nous furent donnés par l'entourage, aucune des conditions qui déterminent la malignité de cette affection. Ce n'est que quand le malade fut guéri, grâce à de larges débridements et à des cautérisations énergiques, que l'examen des différents organes fut possible.

» Le professeur Bouchard, qui vit alors le malade, constata l'existence très nette d'une dilatation de l'estomac et la fit constater au Dr Hourlier, à l'exclusion de toute autre lésion.

» *Deuxième observation.* — Celle-ci est relative à un homme de cinquante-six ans qui, à la suite d'une piqûre de la seconde phalange du pouce, dans un point où n'existe aucune gaine synoviale, eut une synovite suppurée des gaines du poignet, une arthrite suppurée du poignet, lésions qui nécessitèrent l'amputation de l'avant-bras.

» Quand je recherchai la cause d'accidents si formidables pour une lésion en apparence aussi insignifiante et qui, théoriquement, eût dû ne donner lieu qu'à une lymphangite, je ne trouvai ni alcoolisme, ni diabète, ni lésion des reins; je ne trouvai qu'une dilatation de l'estomac qui descendait à deux travers de doigt au-dessous de l'ombilic et débordait d'autant, à droite, la ligne médiane.

» *Troisième observation.* — Il s'agit d'un homme de cinquante-six ans, pour lequel je suis appelé en consultation en raison d'accidents gangréneux survenus du côté de la fesse et du côté du prépuce, et chez lequel nous ne trouvons ni diabète ni endocardite; un peu d'albumine ($0^{gr},75$ par litre, sans antécédents rénaux). En revanche, nous constatons des troubles digestifs remontant à deux ans et une dilatation de l'estomac. Je noterai en outre chez ce malade l'apparition d'un purpura généralisé et intense, survenu une dizaine de jours avant sa mort.

» Deuxième groupe. — *Première observation.* — Un homme de quarante-six ans subit la dilatation forcée du sphincter anal pour des hémorroïdes qu'on avait considérées comme étant la cause de troubles gastro-intestinaux dont il se plaignait.

» A la suite de la rétention d'urine qui nécessita plusieurs cathétérismes, l'un d'entre eux fut fait sans qu'on eût pris probablement les précautions d'antisepsie usitées en pareil cas. Il en résulta un abcès de la prostate dont le malade guérit après maintes péripéties.

» Le professeur Bouchard, qui vit le malade, constata et me fit constater l'existence d'une dilatation de l'estomac qui descendait à trois travers de doigt au-dessous de l'ombilic et débordait de quatre travers de doigt à droite la ligne médiane.

» *Deuxième observation.* — Il s'agit d'un homme de trente ans atteint d'un rétrécissement très serré de l'urètre, chez lequel je dus pratiquer l'urétrotomie interne. Il avait en même temps une dilatation de l'estomac, qui descendait à quatre travers de doigt au-dessous de l'ombilic et débordait à droite la ligne médiane de deux travers de doigt.

» Après l'ablation et la sonde à demeure, il eut un frisson; j'étais prévenu et j'avais tout fait pour éviter un accident.

» Cette Note a pour but de montrer que la dilatation de l'estomac peut coïncider avec certains états pathologiques antérieurs ou postérieurs à une intervention chirurgicale. Les faits qui précèdent me paraissent démontrer qu'il y a plus qu'une coïcidence, mais une relation. Cette conception,

au demeurant, ne serait pas moins acceptable que celle qui établit des relations entre certaines lésions chirurgicales et le diabète, le paludisme, les affections des reins et du foie.

» Je me résumerai en disant que la dilatation de l'estomac crée un milieu favorable à la culture des micro-organismes infectieux. Elle me paraît être une condition de malignité pour certaines maladies. Elle devra donc être recherchée dans tous les cas où l'on observera des phénomènes septicémiques.

» Elle intéresse le chirurgien au même titre que le médecin; elle devra être recherchée toutes les fois qu'on devra pratiquer une opération, et elle devra être préalablement traitée, afin de se placer dans les meilleures conditions possibles, à moins que cette opération n'ait un caractère d'urgence absolue. Dans tous les cas, une coïncidence semblable devra éveiller l'attention et nous mettre en garde contre l'éventualité d'accidents plus ou moins graves, et nous impose la nécessité de faire en même temps l'antisepsie gastro-intestinale. »

MATIÈRE MÉDICALE. — *Sur le* BATJENTJOR (Vernonia nigritiana *S. et H.*) *de l'Afrique tropicale occidentale et sur son principe actif, la* vernonine, *nouveau poison du cœur*. Note de MM. **Édouard Heckel** et **F. Schlagdenhauffen**, présentée par M. A. Chatin.

« Il existe, assez abondamment répandue, sous le nom de *Batiatior* ou mieux *Batjentjor*, sur la côte occidentale d'Afrique, une plante dont la racine est très en honneur auprès des indigènes et se vend couramment sur les marchés de Saint-Louis (Sénégal) à titre de fébrifuge. Des échantillons authentiques et bien complets, qui nous sont venus de notre colonie africaine par les soins de M. Sambuc, pharmacien de la Marine, nous permettent de rapporter avec certitude au *Vernonia nigritiana* Oliver et Hirn cette drogue, dont les propriétés ont été aussi mal définies qu'exagérées. La plante a été signalée par Oliver (*Flora of tropical Africa*), sans indication des remarquables propriétés de ses racines, comme existant au Niger et à Abbeokuta; nous savons maintenant, après les recherches persévérantes de M. Sambuc, qui l'a rapportée venant de Thiès (Sérères), de la Cazamance et des rivières du Sud, que son aire d'extension est considérable sur la côte occidentale d'Afrique.

» *Matière médicale.* — Cette matière est composée de nombreux faisceaux mesurant $0^m,20$ à $0^m,30$ de long, grêles, jaune grisâtre extérieurement, et se réunissant en grand nombre à une souche noueuse, bosselée, inégalement sphérique au collet et recouverte en ce point de poils soyeux, gris et serrés; cette manière d'être suffirait à caractériser la racine, si sa structure anatomique spéciale ne le permettait déjà.

» Certains auteurs ayant affirmé (Stanislas Martin, Corre, Dorvault) les propriétés émétiques de cette racine, qu'on a même comparée à l'*Ipéca* (par rapprochement sans doute des Rubiacées avec les Composées), nous y avons recherché tout d'abord, mais sans succès, l'*émétine* par le procédé de Lefort (traitement par la chaux, le chloroforme, l'acide acétique, puis l'action de l'iodure de mercure et de potassium). La recherche des alcaloïdes est restée également infructueuse. Nous avons traité, en effet, une certaine quantité de poudre de racine par le chloroforme et l'alcool bouillant. Le liquide provenant de l'opération fournit, après évaporation, un extrait dont la couleur et l'odeur rappellent celle du résidu chloroformique (térébenthinée). Cet extrait, dissous dans de l'eau, est additionné de chaux hydratée. Le magma calcaire est desséché, réduit en poudre, puis épuisé de nouveau par l'alcool. Le liquide, d'un jaune ambré, est évaporé à son tour et le résidu repris par l'eau. Ce produit est précipité plus ou moins abondamment par toutes les dissolutions métalliques (terreuses et alcalino-terreuses), mais les iodures doubles, ainsi que les réactifs spécifiques des alcaloïdes organiques, sauf le *tannin*, n'y produisent rien : donc pas de base. L'extrait ne réduit plus la liqueur cupropotassique comme la solution aqueuse primitive, parce que la glucose qui y existait s'est tranformée en glucosate calcique insoluble dans l'alcool. Cependant, en ajoutant au produit de l'acide chlorhydrique, et faisant bouillir en maintenant la solution au bain-marie, on obtient de nouveau de la glucose ainsi qu'une matière résineuse insoluble dans l'eau et dans l'eau acidulée. Il suit de là que l'extrait alcoolique de la résine contient un glycoside.

» Ce corps, que nous avons obtenu en assez grande quantité pour pouvoir étudier son produit de dédoublement, se présente sous la forme d'une poudre blanche légèrement hygroscopique dont la solution est d'un jaune pâle. L'éther et le chloroforme n'en dissolvent que des proportions minimes. Ces solutions évaporées laissent un dépôt d'aspect résineux complètement incolore, dont le caractère le plus saillant est la coloration brune au contact de l'acide sulfurique, coloration qui passe au violet pourpre et s'y maintient plusieurs heures.

» L'analyse du glycoside conduit aux résultats suivants :

Matière employée	0,200	d'où	C pour 100..	46,128
CO^2	0,3382		H..........	23,064
H^2O	0,2167		O..........	30,804
				100,000

» Ces nombres conduisent à la formule $C^{10}H^{24}O^7$.

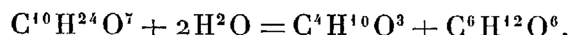
» D'autre part, le produit résineux de dédoublement donne

Matière employée	0,200	d'où	C pour 100...	43,657
CO^2	0,3165		H...........	9,657
H^2O	0,1730		O...........	46,733
				100,000

d'où la formule $C^4H^{10}O^3$.

» Or, comme nous avons dosé le sucre par la méthode de Barreswil, nous pouvons envisager le dédoublement comme le résultat de la fixation de deux molécules d'eau.

» Ainsi la réaction doit s'effectuer d'après l'équation suivante :



$$C^{10}H^{24}O^7 + 2H^2O = C^4H^{10}O^3 + C^6H^{12}O^6.$$

» C'est donc par suite d'un phénomène d'hydratation que la molécule glucoside se dédouble et fournit le composé résineux. Ce dernier ne jouit pas de réactions de couleur spéciale : comme le composé dont il dérive, il se colore en brun par l'acide sulfurique concentré et ensuite en violet pourpre. Pour rappeler l'origine botanique de ce glucoside, nous proposons de le nommer *vernonine :* il constitue l'unique principe actif de la racine, comme le démontrent les expériences physiologiques suivantes.

» *Action physiologique.* — Quand on injecte à une grenouille, sous la peau de la cuisse, quelques centigrammes d'extrait alcoolique en solution aqueuse, on constate aussitôt une paralysie du membre intéressé. Si la dose est assez forte, le cœur cesse de battre au bout de quelque temps, comme après une injection d'extrait de *Digitale,* de *Convallaria maialis* ou de *Strophanthus hispidus,* et autres poisons végétaux du cœur. La *vernonine* agit de la même façon.

» Une injection à la dose de $0^{gr},02$, à une grenouille, fait naître quelques troubles cardiaques révélés par le cardiographe de Marey, mais ils sont passagers. A la dose de $0^{gr},04$, nous trouvons d'abord une légère diminution de l'amplitude des mouvements du cœur; puis, après quinze minutes, nous comptons vingt-quatre battements à la minute au lieu de

trente-trois, chiffre normal. Peu après, l'aiguille du cardiographe traîne sur le cylindre et ne se relève que deux ou trois fois par minute. Ces inscriptions rectilignes sont dues à des arrêts du ventricule en systole. A de rares intervalles, ces arrêts sont interrompus par le gonflement de la pointe du cœur par suite du fonctionnement des oreillettes. Au bout de quarante-cinq minutes, le cœur s'arrête complètement, l'aiguille ne donne plus qu'une ligne droite. La grenouille détachée du cardiographe succombe au bout de huit heures. A la dose de $0^{gr},090$, même marche des phénomènes, mêmes résultats cardiographiques, mais l'animal meurt au bout de trois heures.

» Des expériences faites sur les pigeons, il résulte qu'à la dose de $0^{gr},15$ (à laquelle on arrive progressivement) l'animal succombe au bout de quinze heures : il est couché la tête serrée contre la poitrine. A l'autopsie, on trouve le cœur en systole. A la dose de $0^{gr},25$, l'animal cesse de vivre douze heures après l'injection. Même lésion pathologique.

» *Conclusions.* — En somme, la racine de *Vernonia nigritiana*, contrairement à ce que son emploi thérapeutique pouvait permettre de supposer, est sans doute la première plante de la famille des Composées contenant un principe actif comparable à la digitaline, à l'intensité d'action près. La toxicité de la *vernonine* est, en effet, quatre-vingts fois moins accusée, sous la même dose, que celle de la digitaline. Cette racine ne renferme pas d'émétine. »

STATISTIQUE. — *Le mouvement de la population en Allemagne.* Note de M. CH. GRAD, accompagnant l'envoi de son Volume intitulé : *Le peuple allemand, ses forces et ses ressources.* (Extrait.)

« Au dernier recensement fait le 1er décembre 1885, l'empire d'Allemagne comptait une population de 46855000 habitants. En 1870, le nombre d'habitants présents sur le même territoire s'élevait à 40816000, y compris la population nouvellement annexée de l'Alsace-Lorraine. Il y a donc eu, dans l'espace de quinze ans, une augmentation de 6039000 individus, répondant à un accroissement proportionnel de 1 pour 100 par année et à un accroissement total de 402600 sujets, déduction faite du nombre des émigrants. Après les traités de 1815, les pays de la Confédération germanique, qui font partie de l'Allemagne unifiée d'aujourd'hui, comptaient ensemble 24 millions d'habitants seulement. Comparée à l'empire allemand, la France accuse des progrès beaucoup plus lents : le nombre d'ha-

bitants recensés en 1881 atteignant à peine le total de 37321000, contre 32560000 en 1831, un demi-siècle auparavant, l'augmentation annuelle s'élève à 0,3 pour 100 pendant cette période et tend à se ralentir de plus en plus. Depuis quinze ans, l'excédent des naissances sur les décès est de six à sept fois moindre en France qu'en Allemagne.

» Le territoire actuel de l'Allemagne a une superficie de 540518^{kmq}. Si la population spécifique moyenne est de 86 individus par kilomètre carré, il y a de grandes différences d'une province ou d'un État à l'autre. Dans le royaume de Saxe, nous comptons par kilomètre carré 198 habitants contre 78 en Prusse et 34 seulement dans le duché de Mecklenburg-Strelitz. En Prusse même, les deux provinces orientales de Kœnigsberg et de Dantzig présentent une densité de 54 habitants par kilomètre carré, contre 147 dans la province du Rhin. On constate une émigration considérable des districts agricoles vers les centres industriels.

» Par rapport aux grands déplacements, la Frise, la Hesse, la Westphalie, la Saxe inférieure, sont encore occupées par les descendants des peuplades déjà établies dans ces contrées au temps de Tacite, de même que les descendants des Alamans ont conservé la possession des mêmes territoires depuis l'an 234 de l'ère chrétienne et ceux des Boyarvares, les Bavarois d'aujourd'hui, depuis 460, sans subir l'influence des déplacements en masse survenus dans les provinces de l'est. Les pays occidentaux de l'Allemagne, depuis un millier d'années, ont déversé l'excédent de leur population dans les parties orientales, au milieu des Slaves, avant de se diriger sur l'Amérique à partir du siècle actuel. Depuis 1820, les États-Unis d'Amérique n'ont pas reçu moins de 4 millions d'émigrants allemands, dont 1412000 sortis directement par les ports de mer de l'Allemagne, dans l'intervalle des années 1871 à 1885.

» D'accord avec les faits anthropologiques, avec l'observation des caractères corporels, l'histoire du mouvement des migrations à l'intérieur de l'Allemagne montre l'introduction d'éléments divers dans la population actuelle de l'empire. Il n'y a pas de race allemande à caractères nettement définis, propres à tous les sujets de l'empire. La taille et la forme du crâne varient, comme la couleur des yeux et des cheveux. Un relevé fait dans toutes les écoles de l'empire, d'après les instructions de M. Virchow, constate que les enfants à yeux noirs et à cheveux bruns sont dans le rapport de 23 à 33 avec les enfants à yeux bleus et à cheveux blonds en Prusse et en Bavière. Ces différences de couleur, de forme et de taille constatées chez les Allemands de nos jours nous éloignent beaucoup de la race pure

et de l'air de famille attribués aux Germains du temps de Tacite. A défaut d'unité dans les caractères corporels, le gouvernement s'efforce de réaliser l'unité de langage, en imposant l'usage de la langue allemande aux populations annexées de nationalité étrangère. Telle est la rigueur mise à cette œuvre de germanisation que, dans un temps assez proche, les sujets de langue étrangère devront être fondus dans la masse du peuple parlant allemand. Au recensement du 1er décembre 1880, sur un total de 45234000 sujets de l'empire, les Allemands figurent pour 41512000, les Polonais pour 2860000, les Français pour 300000, les Danois pour 150000, les Lettons pour 150000, les Wendes pour 137000, les Tchèques pour 34000. Pourtant le nombre de sujets non allemands d'origine dépasse de beaucoup ce total officiel de 3722000 individus, répondant à une proportion de 8 pour 100. Jusqu'aux bords de l'Elbe dans la marche de Brandebourg, en Poméranie, en Silésie, dans la Posnanie et dans les deux provinces de Prusse, le fond de la population a du sang slave dans les veines. Or cette population compte actuellement 13000000 d'individus sur un total de 27000000 pour tout le royaume de Prusse.

» Si le nombre de sujets parlant allemand a été de 41512000, soit une proportion de 92 pour 100 sur la population totale, lors du recensement de 1880 en Allemagne, le nombre d'individus parlant allemand et vivant dans les différents pays de l'Europe s'élevait à 60000000 à la même époque. Dans ce total de 60000000 d'individus de langue allemande, ou parlant des dialectes allemands, figurent 8000000 d'Austro-Hongrois, 1900000 Suisses, 860000 Russes, 4270000 Hollandais et Luxembourgeois, 3400000 Flamands. Depuis 1820, le nombre des Allemands en Europe a doublé, malgré l'intensité de l'émigration en Amérique.

» Par la force numérique de sa population, l'Allemagne vient immédiatement après la Russie parmi les États européens; hors d'Europe, elle n'est dépassée que par les États-Unis d'Amérique, par la Chine, et par l'Inde britannique. Sous Louis XIV, vers l'année 1700, la monarchie française occupait encore le premier rang : elle figurait pour plus des deux cinquièmes dans la population totale des trois grandes puissances européennes d'alors, avant l'Angleterre et l'Allemagne.

» Pendant les quinze années de 1871 à 1885, il y a eu en Allemagne, sur 1000 habitants de population moyenne, annuellement 8,3 mariages, 40,0 naissances, 28,3 décès, soit un excédent de 11,7 pour 1000 de la natalité sur la mortalité. Au point de vue de l'état civil, le rapport des naissances illégitimes aux naissances légitimes a varié entre 8 et 10 pour 100,

suivant ces années. Par rapport à la répartition des sexes, les derniers recensements accusent 103,9 individus féminins pour 100 individus masculins en Allemagne, en regard de 100,9 individus féminins contre 100 masculins en France. Remarquons que, si la natalité est supérieure pour la nation allemande, la mortalité des Allemands a oscillé entre 27 et 30 pour 1000 pendant la dernière période décennale, contre 23 à 24 en France.

» D'après le recensement des professions, fait en Allemagne le 5 juin 1882, le nombre de personnes occupées d'agriculture et de travaux qui s'y rattachent s'est élevé à 19225456; le nombre de personnes vivant de la transformation des produits bruts ou d'industries manufacturières, à 16058080; le nombre de personnes adonnées au commerce, à 4531080; le nombre des domestiques, à 938294; le nombre des militaires, à 542282; le nombre de fonctionnaires publics et d'individus des professions libérales, avec les membres de leurs familles, à 2222982. Que si l'on établit la distinction entre la population rurale et la population urbaine, en considérant comme communes urbaines toutes les localités avec plus de 2000 habitants, les trois recensements de 1871 à 1880 donnent les résultats suivants :

	Population	
Années.	urbaine.	rurale.
1871.........	14790798	26219352
1875.........	16657172	26070188
1880.........	18720530	26513531

» Ces chiffres montrent que, dans les dix années de 1871 à 1880, la population des campagnes a diminué de 639 à 586 par 1000 habitants recensés, tandis que la population des villes a augmenté de 361 à 414.

» Sous le rapport de l'aptitude pour le service militaire, les opérations du recrutement pendant la période décennale de 1876 à 1885 indiquent un nombre de 542843 conscrits arrivés à l'âge de vingt ans, une année dans l'autre. Sur ce nombre moyen de 542843 conscrits inscrits sur les rôles, 64552, plus 13178 volontaires, sont pris pour le service immédiatement et 248970 ont été ajournés. Comme ces sujets de constitution trop faible, sans être impropres au service, sont ajournés pendant deux années, les hommes appelés sous les drapeaux ont, dans la règle, de 21 à 23 ans lors de leur incorporation. Sur 1246691 individus soumis annuellement à la revision, de 1876 à 1885, il y a eu 542843 hommes âgés de 20 ans, 369915 âgés de 21 ans, 272594 âgés de 22 ans, le reste au-dessus de cet âge. Parmi ces hommes, 157017 sont entrés au service, tandis que 82100

ont été exemptés à un titre quelconque. La proportion des sujets exempts ou réformés pour incapacité corporelle atteint en moyenne 6,6 pour 100.

» En résumé, le mouvement de la population en Allemagne fait constater, avec un total de 46855000 habitants recensés en 1885, la présence de 86 personnes par kilomètre carré, au lieu de 72, moyenne de la France. Année moyenne, de 1871 à 1880, le nombre total des naissances, étant de 937243 en France, s'élève à 1771334, ou près du double, dans l'empire allemand. Chaque année, l'Allemagne compte 1 naissance sur 25 habitants, la France 1 sur 37. Par contre, le nombre des mariages s'élève chez l'un et l'autre peuple à 8 environ par an et par 1000 individus. Sur 100 femmes nubiles en Allemagne, 52 seulement sont mariées, 3 divorcées ou veuves, 45 filles. Au nombre de 10350140 dans tout l'empire, les femmes nées entre les années 1828 à 1868, âgées de 17 à 50 ans, représentent 21 pour 100 de la population totale. La proportion des enfants au-dessous de 15 ans étant de 34 par 100 habitants en Allemagne, contre 27 en France, les Français comptent un nombre relatif supérieur d'adultes en état de travailler et de produire, quoique les Allemands reprennent l'avantage pour le nombre total absolu des producteurs. »

M. **Albert Gaudry** fait hommage à l'Académie, au nom de M. *Delgado,* Directeur des travaux géologiques du Portugal, d'un Mémoire intitulé : *Études sur les bilobites du Portugal;* et s'exprime en ces termes :

« Ce Mémoire est un supplément à un Ouvrage que M. Delgado avait fait paraître en 1886. Le savant géologue de Lisbonne continue à croire que les Bilobites sont des plantes. Son travail renferme des planches admirables, obtenues par la phototypie. Il déclare que ses clichés n'ont reçu aucune retouche, de sorte que l'exactitude des figures est absolue. Comme plusieurs autres Ouvrages qui l'ont précédé, le nouveau Mémoire de M. Delgado, écrit en portugais, est accompagné d'une traduction française : c'est là une attention dont les savants de notre pays doivent être reconnaissants. »

M. **Stan. Meunier** signale l'existence souterraine de plusieurs niveaux d'eau sulfureuse rencontrés par M. le docteur Bastien, à l'occasion de l'établissement d'une ambulance municipale à l'amont de l'île Saint-Louis, et adresse l'examen des diverses couches traversées par les forages et des eaux recueillies.

M. L. **Paris** adresse une Note « Sur l'application de la bobine d'induction à la division des courants produits par une machine électrique à courants alternatifs ».

M. **Chapel** adresse une Note « Sur l'anomalie météorologique des saints de glace ».

La séance est levée à 4 heures et demie. J. B.

ERRATA.

A la liste de présentation des Candidats à la place vacante dans la Section de Géographie et de Navigation, insérée dans les *Comptes rendus* du 7 mai, page 1371, *au lieu de*

En troisième ligne, ex æquo *et par ordre alphabétique* { M. Bassot. / M. Laussedat.

il faut lire

En troisième ligne, ex æquo *et par ordre alphabétique* { M. Bassot. / M. Bertin. / M. Laussedat.



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 22 MAI 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

M. le **Président** annonce à l'Académie la perte douloureuse qu'elle vient de faire dans la personne de M. *Hervé Mangon*, Membre de la Section d'Économie rurale, Vice-Président de l'Académie pour l'année 1888, décédé le 15 mai.

Ses obsèques ont eu lieu le 18 mai.

Avant de lever la séance, M. le Président s'est exprimé en ces termes :

« Messieurs,

» Mardi dernier, l'Académie perdait son Vice-Président, M. Hervé Mangon, et vendredi nous assistions à ses obsèques. Ces obsèques avaient attiré un bien grand et bien touchant concours, concours tout spontané; car notre Confrère, dont les idées étaient si arrêtées et les goûts de simplicité si absolus, avait expressément refusé les honneurs officiels auxquels les hautes situations qu'il avait occupées lui donnaient droit; sa famille

même, si elle eût déféré complètement à son désir, aurait porté à son terme extrême la simplicité des cérémonies et du service funèbre.

» Mais, si les obsèques de M. Mangon n'eurent en quelque sorte aucun caractère officiel, par contre, elles prirent, par le concours si empressé, si nombreux, si imposant, si recueilli qu'elles provoquèrent, un caractère de grandeur simple, vraie et touchante.

» Notre Confrère, Messieurs, méritait cet hommage. Il est, en effet, bien peu d'hommes qui aient donné plus d'eux-mêmes à leur pays; qui se soient fait de leurs devoirs une idée plus élevée et plus sévère; qui, dans l'accomplissement des fonctions officielles ou publiques, aient apporté plus de conscience, de haute probité morale, de dévouement, et un amour plus grand et plus désintéressé du bien public.

» Notre Confrère ayant voulu, et cela ne nous étonne pas, qu'aucun discours ne fût prononcé sur sa tombe, les quelques paroles que vous allez entendre seront, quant à présent du moins, les seules qui auront été dites à sa mémoire.

» M. Hervé Mangon naquit à Paris le 31 juillet 1821.

» Il passa par l'École Polytechnique et sortit dans celle des Ponts et Chaussées, où il devint professeur. Le jeune ingénieur avait tourné ses études de très bonne heure vers les applications du Génie civil à l'Agriculture, et s'y était distingué; aussi, quand la création d'un cours d'Hydraulique agricole fut décidée, en chargea-t-on M. Mangon. Comme complément de son enseignement, le professeur fondait ce laboratoire d'essais qui prit un si heureux développement, où se firent tant d'utiles analyses, et qui contribua à l'avancement de la Science par les travaux originaux qui s'y exécutèrent. Pour compléter ses connaissances, M. Mangon voulut étudier l'Agriculture à l'étranger. Il fit plusieurs voyages en Angleterre, et c'est là que, frappé des heureux effets qu'on retirait alors du drainage, il étudia à fond cette question et fit ensuite tous ses efforts pour importer chez nous cette pratique agricole. Le premier travail original sur le drainage qui parut en France lui est dû, et bientôt après un Traité beaucoup plus considérable lui valut la croix et le prix décennal fondé par M. Morogues. En même temps, il portait son attention sur les irrigations, et le résultat remarquable de ses longues et consciencieuses études mérite d'être rapporté.

» Les irrigations dans les régions du Midi se font avec une grande parcimonie; on n'y emploie que de très petites quantités d'eau. Dans le Nord, au contraire, en Angleterre, en Écosse, et chez nous dans les Vosges et le Jura, les irrigations, pour atteindre leur but, doivent mettre en jeu

d'énormes volumes d'eau. Là où 1^{mc} suffirait dans le Midi, il en faut employer 50, 100 et quelquefois 200 dans les régions du Nord.

» Quelle est la raison d'un aussi formidable écart? M. Mangon nous la révèle. Dans le Midi, les irrigations n'ont guère à fournir aux prairies que l'eau de végétation. Dans le Nord, elles doivent, en outre, jouer le rôle d'engrais. Pour ce qui concerne l'azote, par exemple, M. Mangon nous montre qu'une prairie des Vosges qui n'a point été fumée a emprunté la presque totalité de l'azote contenu dans sa récolte à ses eaux d'irrigation.

» Ce rôle si curieux et si important au point de vue des éléments de constitution que les eaux peuvent apporter aux plantes, M. Mangon l'a mis en pleine évidence dans un important Mémoire publié en 1863, et qui est devenu un de ses principaux titres pour entrer à l'Académie. Il fit encore de très intéressantes études sur la composition et le volume des limons entraînés par les cours d'eau. Il nous montre la grandeur du travail exécuté par les fleuves et rivières et la nécessité de rendre ce travail utile à l'Agriculture au lieu de le laisser s'exécuter à ses dépens.

» Toutes ces belles études, les applications qu'elles recevaient au bénéfice de l'Agriculture, attirèrent l'attention générale. Elles déterminèrent, en 1864, la création, au Conservatoire des Arts et Métiers, d'une chaire nouvelle de Travaux agricoles : M. Mangon y fut nommé. Cet enseignement nouveau, il en avait laborieusement rassemblé depuis vingt ans les éléments, et il y ajouta sans cesse. L'ensemble des matières enseignées porta le nom de *Génie rural*, qui leur est resté. Les leçons de M. Mangon étaient préparées avec un soin extrême; un de nos confrères de sa Section me disait qu'après plus de quinze années de ce professorat chacune de ses leçons était encore l'objet d'un travail considérable destiné à maintenir le Cours au niveau des derniers perfectionnements; aussi doit-on dire que cet enseignement attira un concours d'auditeurs qui alla sans cesse croissant. Cet enseignement, pour lequel il avait tant de sollicitude, ne ralentissait pas cependant son ardeur à remplir d'autres fonctions nombreuses et importantes, pour lesquelles sa compétence le désignait. C'est ainsi que nous le voyons Rapporteur dans une foule de concours agricoles, d'expositions locales, nationales et universelles. Partout M. Mangon se signale par des études si compétentes, si consciencieuses et si impartiales qu'elles lui attiraient la confiance et le respect de tous.

» Aussi, quand M. Mangon entra à l'Académie, eut-il dans sa Section une grande influence par l'étendue et la sûreté de ses connaissances.

» Le Génie civil avait conduit M. Mangon au Génie rural; celui-ci le conduisit à la Météorologie par la connexion si intime qui existe entre les phénomènes de l'atmosphère et ceux de la végétation. Notre Confrère eut toujours un intérêt passionné pour la Météorologie. Il ne cessa de chercher à en répandre l'étude, à en perfectionner les méthodes et les instruments. Nous pourrions signaler parmi ses inventions cet ingénieux pluvioscope qui permet d'enregistrer la durée d'une ondée, son abondance et jusqu'aux gouttes d'eau qu'elle fournit.

» Donnant l'exemple, il avait lui-même créé dans sa propriété de Bricourt un observatoire météorologique, où les meilleurs instruments étaient mis au service des meilleures méthodes d'observation.

» Mais le grand service qu'il rendit à la Météorologie fut la part tout à fait prépondérante qu'il prit à la création du Bureau Central.

» Le Verrier avait eu une admirable initiative que la Science ne devra jamais oublier. Mais la Météorologie est devenue une Science trop importante pour ne pas être cultivée à part. L'esprit de ses méthodes, le but qu'elle poursuit réclament pour ceux qui la cultivent une indépendance complète. Notre regretté Confrère Ch. Sainte-Claire Deville avait depuis longtemps réclamé cette indépendance et la Science lui doit beaucoup aussi; mais M. Mangon, favorisé par les circonstances, fut assez heureux pour réaliser ce desideratum. C'est un grand service qui restera attaché à sa mémoire. M. Mangon en rendit encore un autre à son pays quand, pendant le siège, il mettait au service de l'Administration des Postes son expérience de météorologiste pour présider à la sortie des ballons. Il faut reconnaître qu'aucun de ceux dont il régla le départ ne se perdit et que la plupart même atteignirent la région qui avait été prédite d'avance.

» C'est ainsi que M. Tissandier atterrit dans la ville même qui lui avait été annoncée. Quant à moi, je n'ai pas oublié que M. Mangon, que j'avais consulté la veille de mon départ, m'avait indiqué la direction générale du vent qui nous emporta le lendemain.

» Les services rendus par les ballons pendant le siège avaient attiré son attention, comme la nôtre, sur l'aérostation. Il lui porta aussi un vif intérêt; il comprenait toute son importance, soit comme moyen de transport, soit comme instrument d'exploration de l'atmosphère et de progrès en Météorologie; car tous les progrès l'intéressaient comme toutes les conquêtes de la Science, comme tout ce qui touchait à l'honneur du Pays. C'est à ce titre qu'il s'intéressa si vivement à cette belle expédition du

cap Horn, qu'il patronna avec ardeur, qu'il fit décider et doter. On sait quelle abondante récolte de données et de matériaux concernant le Magnétisme, la Physique du globe, la Géologie, la Zoologie, elle valut à la Science. Il faut même reconnaître que, de toutes les expéditions instituées alors par les diverses nations dans le but de faire en différents points du globe des études simultanées de Magnétisme et de Météorologie, l'expédition française du cap Horn fut, sans contredit, une des plus fructueuses.

» Messieurs, tant de travaux d'ordres divers, poursuivis avec une ardeur toujours nouvelle et une conscience scrupuleuse, et qui représentaient un labeur incessant et excessif de près d'un demi-siècle, avaient épuisé les forces de notre Confrère. Aussi, lorsqu'à cet état déjà si grave vinrent s'ajouter les fatigues et les émotions de la carrière où notre Confrère s'était engagé en ces dernières années, sa situation devint critique. Nous avions espéré, néanmoins, que ses forces lui permettraient d'exercer cette présidence de l'année prochaine, qui sera particulièrement importante. Il n'en devait pas être ainsi; la maladie fit de rapides progrès, et notre Confrère s'éteignit doucement entre les mains de la femme supérieure qui fut sa compagne intellectuelle et si dévouée, compagne qu'il devait à la famille dont le chef a été une des illustrations de cette Académie.

» Disons, Messieurs, en terminant, que notre Confrère a bien mérité de la Science et du Pays par un ensemble considérable de services rendus.

» M. Mangon a été, depuis sa jeunesse, ardemment dévoué aux applications de la Science à l'Agriculture. Il a cherché à introduire en France toutes les pratiques agricoles utiles; il a élucidé des points importants de la Science agronomique; il a rassemblé les éléments d'un grand enseignement de cette Science et, par ses travaux, ses leçons, ses écrits, il l'a fondé. L'émancipation de la Météorologie française, demandée et poursuivie d'abord par Ch. Sainte-Claire Deville, est son ouvrage. L'Aéronautique du siège, les missions scientifiques et tant d'autres parties de la Science lui doivent d'importants services.

» Aussi, Messieurs, tous ces mérites, rehaussés par un caractère d'une rare élévation, assureront-ils au nom de notre Confrère la reconnaissance et le respect de la postérité. »

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** adresse une ampliation du Décret par lequel M. le Président de la République approuve l'élection que l'Académie a faite de M. *de Bussy*, pour remplir, dans la Section de Géographie et de Navigation, la place laissée vacante par le décès de M. le général *Perrier*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **de Bussy** prend place parmi ses Confrères.

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur le rôle de l'azote atmosphérique dans l'économie végétale*. Note de M. **E. Chevreul**.

« Je prie l'Académie de vouloir bien autoriser l'insertion, dans le prochain *Compte rendu*, de quelques observations sommaires sur le Mémoire que MM. Gautier et Drouin lui ont présenté dans la séance du 23 avril.

» Ces messieurs annoncent, comme un résultat d'expériences qui leur sont personnelles, que l'azote gazeux de l'atmosphère est absorbé par les plantes et ils semblent présenter ce résultat comme un fait nouveau dans la Science.

» Il m'est impossible de laisser passer sans observations une assertion dont les termes ont traduit incomplètement, peut-être, l'intention des auteurs.

» Rapporteur d'une Commission composée de MM. Dumas, Regnault, Decaisne, Péligot, Chevreul, nommée en 1854 pour vérifier l'affirmation de M. Georges Ville, que l'azote de l'air est absorbé par les plantes, après une expérience de contrôle dont la Commission avait tracé le cadre, c'est un devoir pour moi de rappeler que cette Commission n'hésita pas à conclure en faveur de la thèse de M. Georges Ville contre la thèse contraire soutenue par M. Boussingault [1].

---

(1) *Comptes rendus*, t. XLI, p. 757.

» Depuis quelques années, le rôle de l'azote atmosphérique dans l'économie végétale a fait l'objet de recherches nombreuses tant en France qu'en Allemagne, et jusqu'ici les résultats, comme ceux de MM. Gautier et Drouin, ont été conformes aux premières conclusions de M. Georges Ville.

» Le Rapporteur de votre Commission de 1854 a considéré comme un devoir de rappeler ces faits, dont nos *Comptes rendus* contiennent l'histoire et que l'on me semble peut-être trop oublier. »

ZOOLOGIE. — *La Sardine sur les côtes de Marseille*. Note de M. **A.-F. Marion**.

« La Sardine se montre toute l'année dans le golfe de Marseille, mais la pêche à laquelle elle donne lieu est plus ou moins importante suivant les saisons. La campagne comprise de mars 1887 à fin février 1888, sans être des plus favorisées, a fourni au marché de Marseille un total de 409055^{kg}, se répartissant de la manière suivante :

1887.	Mars	27368	**1887.**	Septembre	40943
	Avril..........	36553		Octobre........	32672
	Mai	74529		Novembre......	20957
	Juin...........	69278		Décembre......	16447
	Juillet.........	29579	**1888.**	Janvier	8339
	Août	23885		Février	28505

» Si l'on s'en tenait à ces chiffres, on n'aurait qu'une idée erronée de l'abondance relative de la Sardine aux divers mois de l'année. C'est ainsi que les mois de juillet et d'août comptent parmi ceux qui donnent les plus faibles quantités. Les bandes sont cependant, à cette époque, très abondantes, mais les pêcheurs poursuivent alors de préférence le Maquereau.

» Sur les côtes de Provence, comme ailleurs, la Sardine fait sa pâture des différents Invertébrés pélagiques que les courants entraînent. Ce sont les Copépodes (*Cyclops* sp., *Oithona* sp., *Thalestris mysis* et *Thalestris robusta*) qui dominent dans leur tube digestif, surtout au printemps. On y trouve fréquemment aussi des fragments de *Podon* et des débris de Radiolaires. J'y ai reconnu quelquefois, au milieu d'une bouillie de pièces à demi digérées de Copépodes, des paquets de Nématocystes qui semblaient indiquer que le poisson avait su profiter des Acalèphes détruits par les coups de mer.

» J'ai vu, en mars, des Sardines dont le cœcum stomacal était distendu

d'une manière excessive par des larves de Salicoques, déjà transformées, longues de 8^{mm} à 9^{mm}, et aussi par des Zoës de Portuniens et de Maïens. Les mêmes poissons avaient avalé des œufs flottants de diverses espèces de Téléostéens.

» Il convient de noter, à propos de la nourriture des Sardines, que des bandes formées de petits individus (6^{cm} à 7^{cm}) pénètrent, en mars-avril-mai, de la haute mer dans l'étang saumâtre de Berre, attirées dans des eaux qui n'ont plus qu'une densité de 2° à $2^{\circ},5$ B. par les nuées de *Temora* et de *Dias* qui peuplent la lagune.

» L'apparition des Sardines dans le golfe de Marseille, aux diverses époques de l'année, donne encore lieu à d'autres remarques intéressantes.

» De décembre à mars, on pêche presque uniquement de grands individus, longs de 15^{cm} à 16^{cm}. Exceptionnellement, on capture à la même époque des poissons bien plus petits, de 9^{cm} à 10^{cm}. Tandis que les grands ont leurs organes sexuels en état de maturité, les petits n'ont que des appareils reproducteurs rudimentaires. Nous allons d'ailleurs revenir sur cette importante particularité.

» Les bandes qui continuent à affluer en avril, en mai, en juin et même jusqu'en septembre, sont toujours composées de grandes Sardines; mais, dès le mois de juillet, des troupes de petits poissons s'ajoutent aux adultes. Ces Sardines, mesurant à peine 6^{cm} à 7^{cm}, occupent bientôt tout le golfe. En octobre, lorsque la pêche reprend, ces mêmes individus atteignent 9^{cm} à 10^{cm}. Ils persistent en hiver à côté des autres, mais notablement moins nombreux.

» Une dernière observation est nécessaire : en avril et dans les premiers jours de mai, des bandes d'Alevins, identiques aux Nonnats de Nice, long de 3^{cm} à 4^{cm}, se montrent en abondance dans le golfe de Marseille. Bien que nos pêcheurs ne les poursuivent pas avec autant de soin que leurs confrères du littoral des Alpes-Maritimes, ils en détruisent cependant des quantités considérables, principalement avec le filet appelé *mugeliero,* aux abords même des nouveaux bassins.

» Il est assez rationnel d'admettre que ce sont ces mêmes *Nonnats* du mois d'avril qui deviennent en juillet les petites Sardines de 6^{cm} à 7^{cm}, et qui, continuant à croître assez rapidement, atteignent presque la taille des adultes en novembre. Ces poissons de l'année se développent à côté des grandes Sardines de 15^{cm} à 16^{cm}, qui représentent une génération plus ancienne. C'est uniquement chez ces grandes Sardines que j'ai pu suivre le développement des organes sexuels.

» Dès les premiers jours de novembre, les ovaires de ces poissons sont pleins d'ovules bien développés, mesurant $0^{mm},7$ à $0^{mm},9$. Les testicules sont au même moment à l'état de réplétion. On constate cependant une assez grande inégalité de maturité sexuelle entre les divers individus examinés, ce qui nous indique que tous ne déposent pas leur frai exactement à la même époque. Cet état des glandes sexuelles persiste jusqu'à la fin de février. J'ai vu quelquefois en mars, du 1er au 6, des femelles dont les ovaires étaient manifestement vidés, mais qui, cependant, contenaient encore quelques gros œufs mesurant 1^{mm}.

» A partir du 15 mars, la ponte est certainement terminée : les ovaires, comme les testicules, ne se montrent plus alors que tout à fait réduits et comme atrophiés jusqu'en octobre, époque à laquelle on les voit se développer de nouveau.

» Nous pouvons donc penser que la reproduction de la Sardine se fait du mois d'octobre au mois de mars. Elle peut être un peu plus précoce, suivant les années ou suivant les régions; mais elle ne s'effectue certainement pas en été.

» J'ai eu l'occasion, à diverses reprises, principalement en janvier et aussi une fois le 1er mars, de trouver des œufs flottants, contenant des embryons qui me paraissaient appartenir à des Clupes. Ces observations, bien qu'incomplètes, me laissaient croire que les œufs de la Sardine, au contre de ceux du Hareng, nagent à la surface, et j'ai souvent émis cette opinion dans mes Cours. Les belles études du Dr Raffaele, faites à la station zoologique de Naples, rendent aujourd'hui le fait à peu près incontestable. On sait d'ailleurs que les œufs de l'Anchois sont pélagiques, à la manière de ceux de la plupart des espèces de poissons marins.

» Le Dr Raffaele a vu les œufs qu'il attribue à la Sardine flotter en grande quantité à la surface des eaux du golfe de Naples, durant tout l'hiver et surtout vers la fin de février, ce qui concorde exactement, d'une part avec l'évolution des organes sexuels de nos Sardines marseillaises, et de l'autre avec l'époque d'apparition des *Nonnats* sur nos côtes.

» Ces indications peuvent déjà être utilisées pour une réglementation de la pêche dans les eaux méditerranéennes. Si la poursuite de la Sardine ne peut être interdite durant le mois de frai, l'administration est du moins en mesure d'empêcher la destruction des alevins, pratiquée jusqu'ici sans entraves sur tout le littoral du midi de la France. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. A. **Leroy** adresse une Note sur la navigation aérienne.

(Commissaires : MM. Berthelot, Lévy, Sarrau.)

Mme **Clémence Royer** soumet au jugement de l'Académie un « Mémoire sur la constitution moléculaire des corps simples ».

(Commissaires : MM. Cahours, Friedel.)

M. C. **Kraevitsch** soumet au jugement de l'Académie un Mémoire ayant pour titre : « Projet d'expériences dans la tour Eiffel, ayant pour objet de rechercher la dépendance de l'élasticité des gaz, de leur densité, depuis la pression ordinaire jusqu'à une extrême raréfaction ».

(Renvoi à la Section de Physique.)

M. **Arsène Dumont** adresse, pour le Concours des prix de Statistique, trois études sur la natalité : 1° aux îles de Ré et d'Oléron ; 2° dans le canton d'Isigny (Calvados) ; 3° dans le canton de Beaumont-Hague (Manche).

(Renvoi à la Commission du Concours de Statistique.)

M. **Alf. Prost** adresse de nouveaux documents relatifs à la part qui doit être attribuée au marquis de Jouffroy dans l'invention de la machine à vapeur à double effet et dans les premières applications pratiques de l'Hydrodynamique.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Un Ouvrage ayant pour titre : « Principes de la fabrication du fer et de l'acier, par Sir *I. Lowthian Bell*, traduit de l'anglais par M. *P. Hallopeau* ;

2° Un Ouvrage de M. *C. Dreyfus*, intitulé : « L'évolution des Mondes et des Sociétés ». (Présenté par M. Berthelot.)

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la loi de Makeham.* Note de M. **A. Quiquet.**

« A l'occasion de la démonstration donnée par M. Bertrand dans les *Comptes rendus* (¹), je crois utile de faire les remarques suivantes :

» Le déterminant

$$\psi'(a)\psi''(b) - \psi'(b)\psi''(a)$$

est identiquement nul dans les deux cas particuliers où l'une des deux premières dérivées de $\psi(u)$ est constamment égale à zéro.

» Si $\psi'(u) = 0$, quel que soit u, on a

$$\varphi(u) = \mathrm{H}e^{mu}. \tag{1}$$

» Si $\psi''(u) = 0$, quel que soit u, on a

$$\varphi(u) = \mathrm{H}e^{mu+m'u^2}. \tag{2}$$

H, m et m' sont des constantes.

» La fonction de Makeham n'est donc pas la seule qui réponde à la question.

» J'ai été amené à trouver ces deux formes de $\varphi(u)$ en imposant à c la condition d'être l'*âge moyen* de a et b, ou plus généralement d'être fonction de $a+b$ seulement.

» La formule (1) donne

$$\mathrm{F}[\varphi(c+x)] = [\varphi(c+x)]^2,$$

si l'on prend

$$c = \frac{a+b}{2};$$

et, en général, pour n individus d'âges $a, b, \ldots, l$,

$$\mathrm{F}[\varphi(c+x)] = [\varphi(c+x)]^n,$$

si l'on prend

$$c = \frac{a+b+\ldots+l}{n}.$$

(¹) Voir la séance du 9 avril, p. 1042.

» Mais la formule (2), plus générale que (1), conduit à la même forme simple pour $F[\varphi(u)]$, c étant toujours l'âge moyen, à condition de modifier un peu le problème. Il suffit, en effet, pour résoudre la question de Simpson, d'écrire que

$$\frac{\varphi(a+x)\varphi(b+x)}{\varphi(a)\varphi(b)} = \frac{F[\varphi(c+x)]}{F[\varphi(c)]}$$

est indépendant de x.

» En adoptant pour $\varphi(u)$ la forme (2), on peut encore, comme pour la forme (1), prendre

$$F[\varphi(u)] = [\varphi(u)]^2$$

s'il s'agit de 2 têtes, et

$$F[\varphi(u)] = [\varphi(u)]^n$$

dans le cas de n têtes.

» De plus, à l'aide de la formule (2), le *taux de mortalité* s'exprime sous forme parabolique, ce qui peut offrir quelque intérêt dans la pratique. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la limite de convergence des séries représentant les intégrales des équations différentielles.* Note de M. **E. Picard**, présentée par M. Hermite.

« Considérons l'équation différentielle du premier ordre

$$(1) \qquad \frac{dy}{dx} = f(x, y).$$

On suppose que $f(x, y)$ soit une fonction holomorphe de x et y, quand x et y restent dans leur plan à l'intérieur de cercles ayant respectivement pour centres x_0 et y_0 et pour rayons a et b; soit de plus M le module maximum de $f(x, y)$ quand x et y sont sur ces circonférences elles-mêmes. Briot et Bouquet ont établi, dans leur Mémoire classique sur les équations différentielles, que, dans ces conditions, il y a une intégrale de l'équation (1), développable par la formule de Taylor, et prenant pour $x = x_0$ la valeur y_0. Ils donnent comme rayon du cercle, où la série converge nécessairement, l'expression

$$(2) \qquad a\left(1 - e^{-\frac{b}{2aM}}\right).$$

» En rapprochant la démonstration de Briot et Bouquet de celle que Cauchy avait donnée longtemps auparavant pour ce théorème fondamental

de l'existence des solutions d'une équation différentielle, et en m'aidant particulièrement des simplifications si intéressantes que M. Lispchitz a fait subir à la démonstration de Cauchy, pour le cas des quantités réelles, dans son *Lehrbuch der Analysis*, j'ai été conduit à la proposition suivante, qui n'a pas, que je sache, encore été signalée.

» La limite de Briot et Bouquet peut être remplacée par une limite plus grande. *La série de Taylor, formée à l'aide de l'équation différentielle, converge nécessairement à l'intérieur du cercle ayant pour rayon la plus petite des quantités*

$$a \quad \text{et} \quad \frac{b}{M}.$$

» Que ce soit l'une ou l'autre de ces quantités que l'on doive prendre, on aura une limite manifestement supérieure à celle que donne l'expression (2).

» Je me borne ici à cet énoncé. La démonstration, pour être complète, exige d'assez longs développements; elle sera publiée ailleurs. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur l'emploi du complexe linéaire de droites dans l'étude des systèmes linéaires de cercles.* Note de M. E. **Cosserat**, présentée par M. Darboux.

« Rappelons que, si $\sum_1^5 a_i x_i = 0$ et $\sum_1^5 b_i x_i = 0$ sont les équations de deux sphères rapportées à un système de coordonnées pentasphériques et si l'on pose

$$p_{ik} = a_i b_k - a_k b_i,$$

les quantités p_{ik}, au nombre de dix, en tenant compte des relations $p_{ii} = 0$, $p_{ik} = -p_{ki}$, sont les coordonnées du cercle d'intersection des deux sphères.

» La position d'un cercle dans l'espace dépend de six paramètres; on peut concevoir des systèmes de cercles définis par des équations homogènes entre les coordonnées p_{ik}. Si les équations sont linéaires, on a des systèmes linéaires de cercles que l'on peut représenter, avec M. Kœnigs, par les symboles $A_5, A_4, A_3, A_2, A_1, A_0$ l'indice indiquant l'indétermination du système.

» La théorie des systèmes linéaires de droites peut se déduire, comme

on sait, d'un seul théorème; il existe de même à l'égard des systèmes linéaires de cercles un théorème qui peut servir de base à leur théorie.

» Considérons le système A_5 le plus général; il existe une sphère K et un complexe linéaire de droites L qui jouissent de la propriété suivante : la droite qui joint les points d'intersection d'un quelconque des cercles du système avec la sphère K engendre un complexe, et ce complexe est L.

» Réciproquement, lès cercles qui coupent une sphère fixe K en deux points tels que la droite qui les joint engendre un complexe linéaire de droites constituent un système A_5 de cercles.

» Ainsi le système A_5 de cercles est défini par l'ensemble d'une sphère et d'un complexe linéaire de droites.

» On peut donner à la propriété que nous venons de signaler du système A_5 la forme suivante :

» Les cercles d'un système A_5 qui sont des droites forment un complexe linéaire de droites.

» Lorsqu'on établit entre les coefficients de A_5 des relations, il peut se présenter des cas singuliers; signalons les plus importants.

» Considérons la figure inverse du système A_5 général en prenant pour pôle d'inversion un point de la sphère K; on obtient un nouveau système A_5 : si l'on forme les équations qui, dans le cas général, déterminent la sphère K et le complexe de droites, on trouve que la sphère est un plan; le complexe est un complexe spécial dont l'axe est situé dans ce plan.

» Supposons maintenant que le complexe qui, associé à une sphère K, définit A_5 soit spécial; dans ce cas, il existera une infinité de sphères K pouvant servir à définir A_5; ces sphères seront associées à un même complexe. Deux cas pourront se présenter : ou bien les cercles de A_5 pourront être réunis à deux points fixes par des sphères, ou bien ils rencontreront une droite isotrope déterminée.

» Indiquons quelques-unes des conséquences les plus essentielles que l'on peut déduire du théorème précédent.

» On a d'abord cette proposition, due à M. Kœnigs :

» Les plans de tous les cercles du système A_5 qui coupent en deux points un cercle X de la sphère K passent par un même point O du plan du cercle.

» Et, par suite, les cercles de A_5 qui sont situés sur une sphère ont leurs plans qui passent par un point O. Si la sphère varie en passant par un cercle fixe de l'espace, le point O décrit une droite; la correspondance entre la sphère et le point O est homographique.

» Les cercles de A_5 qui passent par deux points sont situés sur une sphère.

» Considérons un système A_4 défini comme l'intersection de deux systèmes A_5; à chaque système A_5 du faisceau correspondent une sphère centrale et un complexe linéaire de droites; les sphères centrales enveloppent une cyclide; les complexes linéaires forment un faisceau; la congruence linéaire commune à tous ces complexes est formée des cercles de A_4 qui sont des droites; il existe deux complexes spéciaux auxquels correspondent des systèmes A_5 pour lesquels la sphère K est un plan.

» Les cercles de A_4 situés sur une sphère passent par deux points fixes de cette sphère. Les cercles de A_4 qui rencontrent en deux points un cercle quelconque C de l'espace rencontrent également en deux points une cyclique qui passe par deux points de C.

» A l'égard de A_3 on a les propositions suivantes :

» Les cercles de A_3 qui sont des droites constituent un système de génératrices d'une quadrique.

» Les cercles de A_3 qui passent par un point O de l'espace engendrent une cyclide qui admet O pour point double.

» On retrouve également les propriétés du système A_2 dues à M. Stéphanos; toutefois une légère rectification doit être faite aux résultats énoncés par M. Stéphanos :

» Les sphères passant par les cercles de A_2 forment un complexe de sphères; il n'y a que deux sphères de ce complexe qui passent par un cercle arbitraire de l'espace. Les plans des cercles de A_2 enveloppent une quadrique.

» Signalons aussi comme conséquences de l'étude de ce système des générations par points de la cyclide.

» Les cercles du système A_1 sont répartis sur une surface du dixième degré admettant le cercle imaginaire de l'infini comme ligne quintuple; cette surface a une ligne double du dixième degré; les foyers des cercles de A_1 sont sur une courbe du dixième degré qui est une focale de la surface.

» Les cercles d'une même série d'une cyclide font partie d'un système A_1 particulier.

» On retrouve enfin la solution donnée par M. Stéphanos d'un problème concernant les cinq cercles qui constituent un système A_0. »

ASTRONOMIE. — *Étude de la planète Mars*. Extrait d'une Lettre adressée par M. **F. Terby** à M. Faye.

« Bien que les géminations ne semblent pas aussi générales qu'en 1881-1882, j'attends des circonstances plus favorables à l'emploi de mes forts grossissements pour les observer.

» Je dois mentionner aussi trois petites taches rondes, blanches, brillantes, situées sur le prolongement de l'*Erebus*, au bord occidental, ou gauche (image renversée), lorsque le *Trivium Charontis* est à mi-chemin du méridien central, dans la moitié orientale du disque. Ces points blancs, peu visibles d'abord, deviennent de plus en plus brillants et blancs en approchant du limbe, où ils débordent par irradiation comme la tache polaire.

» Le fil noir qui semble partager la tache polaire boréale est parfaitement visible ici depuis le 12 mai; pour moi ce fil semble limiter la tache polaire proprement dite, très blanche et très brillante; mais contre lui, à son extérieur, est située une petite terre hyperboréenne également blanche et brillante, arrondie, neigeuse, mais moins éclatante et moins blanche que la tache polaire; cette petite terre semble d'abord faire partie de la tache polaire elle-même; elle se déplace par la rotation autour de la calotte polaire. C'est évidemment le phénomène observé simultanément par M. Perrotin et aussi par M. Schiaparelli, qui a bien voulu m'en faire part en même temps que je le lui signalais de mon côté. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur un actinomètre électrochimique*. Note de MM. **Gouy** et **H. Rigollot**.

« Plusieurs physiciens ont constaté que le cuivre, oxydé ou couvert de sels basiques, et plongé dans l'eau ou dans une dissolution de sulfate de cuivre, subit des variations de force électromotrice sous l'action de la lumière [1]; ces effets ne sont bien marqués qu'avec des sources lumineuses intenses. Nous avons reconnu que le cuivre oxydé, plongé dans

[1] Ed. Becquerel, *La Lumière*, t. II, chap. III; Hankel, *Wiedemann Annalen*, t. I; Pellat, *Comptes rendus*, t. LXXXIX.

une dissolution de chlorure, bromure ou iodure métallique, devient, au contraire, très sensible aux rayons lumineux, même de faible intensité, et peut être employé comme actinomètre.

» On peut faire usage de deux lames de cuivre, l'une oxydée, l'autre décapée, plongées dans une solution saturée de sel marin. Dans l'obscurité, cet élément possède une force électromotrice de quelques centièmes de volt, la lame oxydée formant le pôle positif. A la lumière, cette force électromotrice augmente, la lame oxydée devenant plus fortement positive. La lame décapée est presque complètement insensible à la lumière.

» On peut aussi employer deux lames oxydées pareilles, dont une seule est éclairée, comme dans l'actinomètre à lames d'argent de M. Edm. Becquerel.

» L'effet produit par la lumière est d'une régularité satisfaisante, sensiblement instantané, et disparaît quand on supprime l'éclairement. A circuit ouvert, la lumière du jour produit une variation de plusieurs centièmes de volt; les rayons solaires, un peu moins d'un dixième. Les flammes éclairantes donnent aussi des effets très marqués, et, d'après un examen sommaire fait avec des verres colorés, l'appareil paraît sensible à tous les rayons lumineux.

» La variation de force électromotrice, par une circonstance singulière, est un peu plus grande quand l'élément est fermé sur un circuit de quelques centaines d'ohms. Les expériences se font très bien au galvanomètre Deprez-d'Arsonval; avec le galvanomètre Thomson, la sensibilité est plus grande, et l'on peut mettre en évidence l'effet produit par une bougie éloignée de plusieurs mètres.

» Les bromures produisent des phénomènes peu différents; les iodures paraissent donner moins de sensibilité.

» Pour préparer la lame oxydée, on chauffe sur un bec Bunsen une lame de cuivre bien nettoyée, jusqu'à ce que les irisations qui se produisent d'abord soient remplacées par une teinte uniforme. On a ainsi une couche très adhérente, d'un brun rougeâtre, formée en majeure partie d'oxydule. En poussant plus loin l'oxydation, la couche noircit, et la sensibilité diminue un peu. Il est bon de recouvrir de paraffine le dos de la lame pendant qu'elle se refroidit. L'élément peut être monté et conservé quelques heures à la lumière du jour sans altération notable.

» Cet appareil, d'une construction et d'un emploi très faciles, peut rendre quelques services pour les expériences de cours et diverses applications. »

THERMOCHIMIE. — *Détermination de la chaleur de combustion d'un nouvel isomère solide de la benzine.* Note de M. **W. Louguinine**, présentée par M. Berthelot.

« Je dois à l'obligeance de M. Grimer un très bel échantillon de l'isomère solide de la benzine qu'il a découvert. Il était intéressant de déterminer la chaleur de combustion de cette nouvelle substance.

» Je me suis servi pour ces expériences de la bombe calorimétrique de M. Berthelot. Je me suis heurté dans ces recherches à des difficultés provenant de la nature de la substance étudiée.

» Comprimée à la presse en pastille du poids de 20^{mgr} à 28^{mgr}, elle ne se comburait pas d'une manière satisfaisante ; il y avait dégagement de gaz et projection d'une partie de la matière contre les parois et le couvercle de la bombe, où elle se plaquait sous forme de taches noires dont le poids ne pouvait être déterminé.

» Une tentative de comburer la substance à l'état de poudre n'a également pas réussi.

» La capsule dans laquelle se trouvait la matière a été arrachée, par la force de l'explosion, de la tige qui la supportait et presque écrasée contre le fond de la bombe, dans laquelle j'ai retrouvé également des taches noires. J'essayai alors de mélanger la substance à une matière neutre qui, en la disséminant, facilita la sortie des gaz et ne fut pas modifiée dans la réaction.

» J'ai choisi pour cela l'oxyde d'aluminium. Ainsi mélangée, la matière a brûlé sans qu'il se produisît de taches dans la bombe.

» Malheureusement, le mélange des matières, la préparation de la pastille, la réunion soigneusement faite de toutes les parcelles des matières employées et préalablement pesées, nécessitaient un temps assez long pendant lequel une partie notable d'hydrocarbure très volatil était perdue.

» Cette perte montait généralement à 4 pour 100 de la matière employée : la méthode était par conséquent défectueuse.

» Je me suis enfin arrêté à l'idée de comburer la matière sous forme de pastilles extrêmement fines, ce à quoi elle se prêtait. Je préparai des pastilles, dont cinq pesaient à peu près $0^{gr},20$.

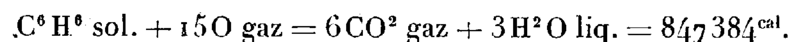
» Je les disposai en éventail dans la capsule. Dans ces conditions, l'expérience a réussi : il n'y avait pas de taches dans la bombe; il restait bien au fond de la capsule un peu de noir, mais le poids de ce dépôt a pu être

déterminé : il n'a jamais dépassé 1 pour 100 de la matière employée. Je considérai ce dépôt comme du carbone pur et je l'introduisis comme tel dans le calcul de l'expérience, en ajoutant à la chaleur de combustion obtenue celle qu'aurait dégagée cette quantité de carbone en se transformant en acide carbonique.

» Cinq expériences exécutées dans ces conditions ont donné, pour la chaleur dégagée dans la combustion de 1^{gr} de matière, les nombres suivants :

1	$10859^{cal},3$	
2	10838,7	
3	10868,1	Moyenne : $10863^{cal},9$
4	10872,2	
5	10881,0	

et par 1^{mol} en grammes calculée suivant l'équation usuelle



$$C^6H^6 \text{ sol.} + 15O \text{ gaz} = 6CO^2 \text{ gaz} + 3H^2O \text{ liq.} = 847384^{cal}.$$

» La chaleur de combustion du dipropargyle gazeux a été trouvée égale à 853600^{cal}, presque identique à celle du nouvel hydrocarbure, ce qui confirme l'analogie des formules de constitution de ces substances, qui sont, pour le dipropargyle, $CH \equiv C{-}CH^2{-}CH^2{-}C \equiv CH$ et, pour le nouvel hydrocarbure, suivant M. Grimer, $CH^3{-}C \equiv C{-}C \equiv C{-}CH^3$.

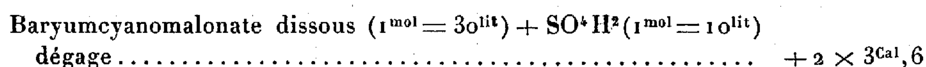
» Quant à la benzine, sa chaleur de combustion est beaucoup moindre (776000^{cal}) et correspond à un corps dont la formule de constitution est absolument différente de celle de ces deux isomères. »

THERMOCHIMIE. — *Sur les chaleurs de neutralisation des éthers cyanomalonique, acétyl et benzoylcyanacétique.* Note de MM. **Alb. Haller** et **A. Guntz**, présentée par M. Berthelot.

« *Éther cyanomalonique* $CH\begin{smallmatrix}\diagup CAz \\ \diagdown (CO^2C^2H^5)^2\end{smallmatrix}$. — Les sels qui ont servi sont ceux de soude $CNa\begin{smallmatrix}\diagup CAz \\ \diagdown (CO^2C^2H^5)^2\end{smallmatrix}$ et de baryum $\left[C\begin{smallmatrix}\diagup CAz \\ \diagdown (CO^2C^2H^5)^2\end{smallmatrix}\right]^2 Ba + 4H^2O$.

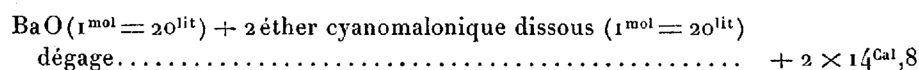
» Lorsqu'on traite une dissolution aqueuse de baryumcyanomalonate d'éthyle par la quantité équivalente d'acide sulfurique, il se précipite du sulfate de baryte et il reste de l'éther cyanomalonique dissous. Si l'on me-

sure dans un calorimètre la chaleur dégagée par cette réaction, on trouve que, vers 10°,

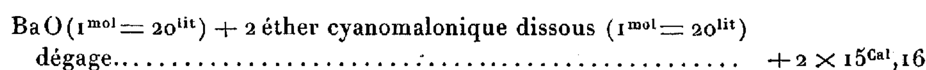

Baryumcyanomalonate dissous ($1^{mol} = 30^{lit}$) + SO^4H^2 ($1^{mol} = 10^{lit}$) dégage .... $+2 \times 3^{Cal},6$

(3,6 moyenne de deux expériences ayant donné + 3,45 et 3,75).

» Cette réaction permet de calculer la chaleur de neutralisation par la baryte. On a

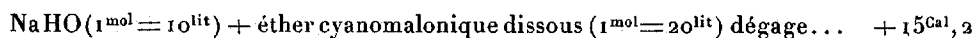

BaO ($1^{mol} = 20^{lit}$) + 2 éther cyanomalonique dissous ($1^{mol} = 20^{lit}$) dégage .... $+2 \times 14^{Cal},8$

» On peut d'ailleurs déterminer directement cette valeur, en neutralisant l'éther dissous, préparé dans le calorimètre, par la baryte correspondante. On a trouvé ainsi, vers 10°,


BaO ($1^{mol} = 20^{lit}$) + 2 éther cyanomalonique dissous ($1^{mol} = 20^{lit}$) dégage .... $+2 \times 15^{Cal},16$

» Nous admettrons comme moyenne, pour la chaleur de neutralisation de l'éther par la baryte, la valeur $+ 2 \times 15^{Cal},0$.

» Nous avons également déterminé la chaleur de neutralisation de l'éther cyanomalonique dissous par la soude. Nous avons trouvé, vers 10°,

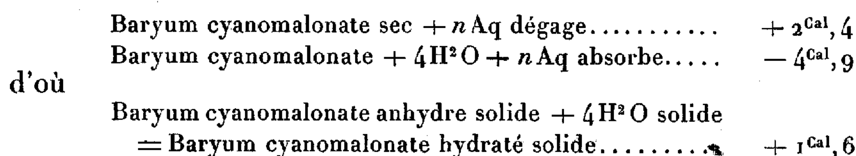

NaHO ($1^{mol} = 10^{lit}$) + éther cyanomalonique dissous ($1^{mol} = 20^{lit}$) dégage... $+15^{Cal},2$

(15,2 moyenne de deux valeurs trouvées, 15,22 et 15,14).

» La chaleur de neutralisation de l'éther cyanomalonique dissous, par la soude, est un peu plus petite que celle de la même base par SO^4H^2 et plus grande que celle obtenue avec l'acide chlorhydrique.

» Cet éther est donc un acide énergique. Aussi l'acide sulfurique en proportion équivalente ne déplace que très incomplètement l'éther de sa combinaison avec la soude; il se produit des équilibres variables avec les conditions de l'expérience (¹).

» Le baryumcyanomalonate d'éthyle cristallise avec 4^{mol} d'eau; nous avons mesuré la chaleur d'hydratation en mesurant les chaleurs de dissolution des sels anhydre et hydraté vers 10° :


Baryum cyanomalonate sec + n Aq dégage .... $+2^{Cal},4$
Baryum cyanomalonate + $4H^2O$ + n Aq absorbe..... $-4^{Cal},9$

d'où

Baryum cyanomalonate anhydre solide + $4H^2O$ solide = Baryum cyanomalonate hydraté solide .... $+1^{Cal},6$

(¹) BERTHELOT, *Mécanique chimique*, t. II, p. 643.

» Nous avons également mesuré la chaleur de dissolution du sodium cyanomalonate d'éthyle ; nous avons trouvé, vers 10° :

Sodium cyanomalonate d'éthyle + n Aq............ $-2^{Cal},6$

» *Éther benzoylcyanacétique* $C^6H^5, CO, CH\langle^{CAz}_{CO^2C^2H^5}$. — Le sodium benzoylcyanacétate d'éthyle se dissout dans l'eau en absorbant $-2^{Cal},75$ vers 10°. Cette dissolution, traitée par SO^4H^2 en proportion équivalente, laisse précipiter de l'éther benzoylcyanacétique.

» Si à cet éther on ajoute immédiatement la quantité correspondante de soude, il se redissout avec la plus grande facilité, en dégageant $+11^{Cal},2$, ce qui est la chaleur de neutralisation. Mais si, au lieu d'ajouter la base une minute ou deux après l'addition d'acide sulfurique, on attend une dizaine de minutes, on voit à un moment donné le thermomètre plongé dans le liquide monter brusquement, l'éther précipité changeant d'aspect et de propriétés, en dégageant dans cette transformation $+3^{Cal},6$.

» Si l'on ajoute maintenant la soude équivalente à l'éther, la dissolution est lente et l'on n'arrive même plus à une dissolution complète.

» C'est cette propriété qui empêche de mesurer directement la chaleur de neutralisation de l'éther cristallisé par la soude ou la baryte.

» En opérant indirectement comme nous venons de le dire, nous avons trouvé que, vers 10°,

Sodium benzoylcyanacétate $(1^{mol} = 15^{lit}) + \frac{SO^4H^2}{2} (1^{mol} = 10^{lit})$

dégage............ $\left\{ \begin{array}{l} 4,30 \ (1^{re} \text{ ex.}) \\ 4,16 \ (2^e \text{ ex.}) \end{array} \right\}$ et pendant la première minute,

ce qui donne pour chaleur de neutralisation $+11^{Cal},6$.

» Si l'on ajoute la chaleur dégagée par la transformation de l'éther, on trouve que

Sodium benzoylcyanacétate d'éthyle $(1^{mol} = 15^{lit}) + \frac{SO^4H^2}{2} (1^{mol} = 10^{lit})$

dégage............ $\left\{ \begin{array}{l} +8,16 \\ +7,85 \end{array} \right\}$ dans deux expériences ;

d'où l'on déduit, pour la chaleur de neutralisation de l'éther cristallisé par la soude dissoute, $+7^{Cal},85$.

» L'expérience directe nous a donné des valeurs beaucoup plus faibles, $+6^{Cal},7$ et $6^{Cal},97$; cela tient à ce qu'il reste toujours une proportion notable de l'éther non dissous.

» En résumé, l'éther benzoylcyanacétique est un acide énergique, moins énergique cependant que l'éther cyanomalonique.

» *Éther acétylcyanacétique* $CH^3, CO, CH\begin{matrix}\diagup CAz \\ \diagdown CO^2C^2H^5\end{matrix}$. — Comme pour l'éther benzoylcyanacétique, on a déterminé la chaleur de neutralisation par la soude. On retrouve ici également le changement d'état de l'éther précipité, cette transformation dégageant $+1^{Cal},75$ (moyenne de 1,73 et 1,83).

» L'éther précipité neutralisé par la soude donne, vers 10°, pour

Éther précipité modifié ($1^{mol} = 15^{lit}$) + Na OH ($1^{mol} = 10^{lit}$) .... $+10^{Cal},5$

(moyenne de 10,61 et 10,45).

» Cet éther est donc également un acide énergique. Il est difficile de comparer l'acidité relative de ces deux derniers acides. On ne peut, en effet, les avoir tous deux dans un état comparable, l'état dissous.

» Si, comme on doit le faire, on ne considère pour ces deux acides que la chaleur dégagée dans l'instant de la réaction, on trouve que

Éther benzoylcyanacétique précipité + Na HO dissous = sel dissous... $+11^{Cal},6$
Éther acétylcyanacétique » » » ... $+12^{Cal},2$

» L'éther acétylcyanacétique semble donc un acide plus énergique que l'éther benzoylcyanacétique.

» Cette différence se retrouve dans les solutions alcooliques. Nous avons trouvé que, en employant l'alcool à 71 pour 100, on avait :

Éther benzoylcyanacétique dissous (1^{mol} dans 15^{lit} d'alcool) + Na HO (1^{mol} dans 10^{lit}).. $+11^{Cal},85$
Éther acétylcyanacétique dissous (1^{mol} dans 15^{lit} d'alcool) + Na HO (1^{mol} dans 10^{lit}).. $+12^{Cal},15$

» Au point de vue de leur acidité, ces deux éthers semblent donc se placer à côté des formiates, des oxalates, des picrates et des tartrates. »

GÉOLOGIE. — *Sur le pliocène de Montpellier.* Note de M. **Viguier**, présentée par M. Hébert.

« Malgré les nombreuses et importantes recherches de Marcel de Serres, Paul Gervais, M. de Rouville, etc., les dépôts pliocènes des envi-

rons de Montpellier sont encore assez mal connus, tant au point de vue de leur âge que de la succession réelle de leurs assises principales.

» Je présenterai seulement ici les conclusions d'une étude que je suis sur le point de terminer.

» Je reconnais dans le pliocène de Montpellier les groupes suivants :

ARNUSIEN (couches d'eau douce), poudingues et graviers à *Elephas meridionalis.*

			m
ASTIEN (couches d'eau douce).	Poudingues calcaires et marnes		40
	Horizon des marnes d'Hauterives.	Argiles du Palais de Justice à *Semnopithecus Monspessulanus, Helix quadrifasciata, Triptychia sinistrorsa,* etc..	2
		Marnes de la vallée de la Mosson à *Triptychia sinistrorsa,* Helix, Lymnées, etc...	1
PLAISANCIEN (couch. marines à Foraminifères).	Horizon des couches à *P. Basteroti,* du groupe de St-Ariès.	Marnes sableuses de la Gaillarde à *Potamides Basteroti, Ophicardelus Serresi, Oph. Brocchii, Melampus myotis*....	2
	Horizon des couches à *Nassa semistriata* et *Cerithium vulgatum,* du groupe de St-Ariès......	Sables marins à *Pristiphoca occitanica, Rhinoceros leptorhinus, Mastodon brevirostris, Ostrea cucullata* var., *Acanthina Gallica* P. Gervais, *Spondylus crassicosta,* etc.	40

» L'assimilation des couches supérieures d'eau douce aux marnes d'Hauterives à *Tryptichia Terveri* ne fait plus guère de doute depuis les travaux de Paladilhe, Tournouër, Sandberger, Fontannes; et, dans tous les cas, leur faune présenterait plutôt un faciès plus archaïque que celui de ces dernières.

» Le niveau des sables marins est resté plus longtemps dans l'incertitude; d'autant qu'ils ont été considérés tantôt comme supérieurs, tantôt comme inférieurs aux couches à Potamides. Les coupes que j'ai relevées ne laissent aucun doute sur leur nette infériorité relativement à ces couches; or on sait que, dans le Comtat, le *P. Basteroti* accompagne les couches à *Nassa semistriata*.

» De nouvelles observations m'ont encore fait reconnaître dans ces sables un échantillon très bien caractérisé du *Spondylus crassicosta* Lk., espèce qui apparaît dans l'helvétien, mais dont le niveau est parfaitement déterminé, pour le bassin du Rhône et le Roussillon, dans les couches à *Cerithium vulgatum* et *Nassa semistriata*.

» On savait d'ailleurs, par les travaux de Gervais, de M. Gaudry, de M. Depéret, que la faune des Vertébrés des sables de Montpellier présen-

tait, au milieu d'espèces admises jusqu'ici comme caractéristiques de l'astien, plusieurs formes du pliocène inférieur dont la faune terrestre est très imparfaitement connue.

» Les sables de Montpellier doivent donc sans doute être considérés comme l'équivalent sableux des marnes et argiles à *Nassa semistriata*. Cette équivalence n'offre rien d'incompatible quand on connaît les divers faciès fauniques et pétrographiques que présente notre littoral actuel, et elle n'empêche nullement que, dans d'autres localités, des sables analogues, avec *Ostrea cucullata*, *Mastodon brevirostris*, etc., ne puissent se rencontrer réellement au-dessus des couches à *Nassa semistriata*, c'est-à-dire dans l'astien; mais dans ces sables, d'un niveau plus élevé que ceux de Montpellier, les espèces archaïques caractéristiques de ces derniers paraissent manquer complètement.

» Je décrirai dans mon travail quelques espèces intéressantes et peu connues de cette formation pliocène. »

CHIRURGIE. — *Guérison spontanée de cataracte sénile*. Note de M. **Nicati**, présentée par M. Ranvier.

« *Août* 1884. — X., 78 ans, a vu très bien de loin comme de près. Il est devenu presbyte entre quarante et cinquante ans et a porté alors des lunettes de presbyte. Il se plaint aujourd'hui d'être myope.

» On constate aux deux yeux la présence d'une cataracte à grands rayons allant de l'équateur vers le pôle antérieur, qu'ils n'atteignent pas.

» *Août* 1886. — Myopie = 9 dioptries; acuité visuelle parfaite. L'examen le plus attentif fait à l'éclairage oblique et à l'ophtalmoscope ne révèle plus aucune trace d'opacité cristallinienne.

» Mort survenue en mai 1887 avec complète conservation de la vision de près (le malade lisait couramment certain Évangile de poche connu par la finesse de ses caractères).

» On a publié, et chacun a l'occasion d'en observer, des cas de myopie symptomatique d'une cataracte au début. Ce sont des cas de phacomalacie où le cristallin prend, en se liquéfiant, la forme sphérique. Mais on ne connaît pas l'éclaircissement complet de l'organe coïncidant avec sa liquéfaction. Un fait très approchant a cependant été publié par Lange et relaté dans la *Revue générale d'Ophtalmologie* (années 1885 et 1887). Ici, la substance corticale étant devenue liquide, il restait un noyau opaque

occupant la partie déclive de la capsule et permettant une acuité de $\frac{4}{60}$ avec $+ 6D$; mais, après deux années, le liquide s'était entièrement résorbé, laissant une cataracte de $1^{mm},5$ à 2^{mm} de diamètre. Quoi qu'il en soit de cette différence, il n'en reste pas moins acquis que *l'éclaircissement de la substance cristallinienne opaque a coïncidé deux fois avec sa liquéfaction.*

L'Histologie connaît des agents capables de dissoudre les éléments du cristallin. Est-il permis d'espérer, après les nombreux essais de nos devanciers, qu'ils soient jamais utilisables en Thérapeutique? »

M. **Poulain** adresse la rectification suivante :

« Au mois de février, dans un travail présenté à l'Académie, j'ai attribué à Campbell, au lieu de Newton, une règle relative aux équations. En cela, je n'ai fait qu'accepter sans discussion l'opinion émise dans une récente histoire des Mathématiques. M. Sylvester a bien voulu me communiquer une Note de M. Adams où cette question est examinée. La conclusion de cette Note est que l'opinion nouvelle repose sur l'interprétation inexacte d'un passage de Horsley, l'éditeur de Newton. »

M. **O. Jénin** adresse un Mémoire ayant pour titre : « Sur l'oxygène et son rôle dans la vie humaine, et sur l'électricité, son origine et ses effets dans la nature ».

Mlle **Bortniker** adresse une Note sur la théorie des rayons lumineux normaux à une surface, lorsqu'ils subissent une double réfraction.

A 4 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures et demie.

J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 14 MAI 1888.

Massaja en Éthiopie. Carte dessinée sous la direction d'ANTOINE D'ABBADIE. Paris, 1886.

Carte de la répartition géographique de la population en France; par M. VICTOR TURQUAN. (Présentée par M. Lalanne.)

Les deux Buache et l'éducation géographique de trois rois de France (Louis XVI, Louis XVIII, Charles X), avec documents inédits. Toponymie et topographie; par M. LUDOVIC DRAPEYRON. Paris, Ch. Delagrave, 1888; br. in-8°. (Présenté par M. Jurien de la Gravière.)

Les Prévoyants de l'avenir; par PROSPER DE LAFITTE. Paris, Berger-Levrault et Cie, 1888; br. in-8°.

Le peuple allemand. Ses forces et ses ressources; par CHARLES GRAD. Paris, Hachette et Cie, 1888; 1 vol. in-16.

Budgets de la France depuis vingt ans et des principaux États de l'Europe depuis 1870. Développement des chemins de fer. Navigation. Commerce. Forces militaires des principaux pays; par FÉLIX FAURE. Paris, Guillaumin et Cie, 1887; 1 vol. gr. in-4°. (Deux exemplaires.) (Renvoi au concours Montyon, Statistique.)

Atlas des Champignons comestibles et vénéneux de la France et des pays circonvoisins; par CH. RICHON et ERNEST ROZE. (Texte et atlas.) Paris, Octave Doin, 1888; 1 vol. gr. in-4°. (Renvoi au concours Montagne.)

Faune de la Normandie; par HENRI GADEAU DE KERVILLE. I. *Mammifères*. Paris, J.-B. Baillière et Fils, 1888; 1 vol. in-8°.

La Photographie. Traité théorique et pratique; par A. DAVANNE. Tome second. Paris, Gauthier-Villars et Fils, 1888; 1 vol. gr. in-8°.

Mémoires des concours et des savants étrangers publiés par l'Académie royale de Médecine de Belgique. (Deuxième fasc. du tome VIII.) Bruxelles, F. Hayez, 1888; 1 vol. in-4°.

Bulletin mensuel de l'observatoire météorologique de l'Université d'Upsal; vol. XIX, année 1887; *par* le Dr H. HILDEBRAND HILDEBRANDSSON. Upsal, Edv. Berling, 1887-1888; br. gr. in-4°.

Recueil zoologique suisse, publié sous la direction du Dr HERMANN FOL. Tome IV, n° 4. Genève-Bâle, H. Georg, 1888; 1 vol. in-8°.

Estudo sobre os bilobites e outros fosseis das quartzites da base do systema silurico de Portugal. Supplemento; *por* J.-F.-N. Delgado. Lisboa, typographia da Academia real das Sciencias, 1888; br. gr. in-4°. (Présenté par M. Gaudry.)

Notas helminthologicas; pelo Dr Pedro S. de Magalhaes; br. in-8°.

Ricerche di chimica vulcanologica confronti tra le rocce degli Euganei, del monte Amiata e della Pantellaria; di L. Ricciardi; br. in-8°.

Sull'azione dell'acqua del mare nei vulcani; Nota di L. Ricciardi; br. in-8°.

The constant of aberration; by Prof. A. Hall; br. in-4°.

Ouvrages reçus dans la séance du 22 mai 1888.

Recueil des travaux du Comité consultatif d'Hygiène publique de France et des Actes officiels de l'Administration sanitaire. Tome dix-septième (année 1887). Paris, Imprimerie nationale, 1888; 1 vol. in-8°.

L'évolution des mondes et des sociétés; par F.-Camille Dreyfus. Paris, Félix Alcan, 1888; 1 vol in-8°. (Présenté par M. Berthelot.)

Étude sur la formation des grains niellés du blé. — Sur la coloration et le mode d'altération des grains de blé roses; par M. Ed. Prillieux. Paris, Vve Bouchard-Huzard, 1882; 2 br. in-8°. (Renvoi au concours du prix Vaillant.)

Études des gîtes minéraux de la France. — Bassin houiller de Valenciennes. — Description de la flore fossile; par R. Zeiller. (Texte.) Paris, Quantin, 1888; 1 vol. gr. in-4°.

Annuaire de la Société météorologique de France; 36e année, 1888, février. Paris, Gauthier-Villars et Fils; br. gr. in-8°. (Deux exemplaires.)

Bullettino del vulcanismo italiano; anno XIV, fascicolo 8-12, agosto-dicembre 1887. Roma; br. in-8°.

Sulla conducibilità calorifica del bismuto posto in un campo magnetico. Memoria del Socio Augusto Righi. Roma, tipografia della R. Accademia dei Lincei, 1888; br. in-4°.

Lectures on the theory of reciprocants; by Prof. Sylvester. — Reprinted from *American Journal of Mathematics,* vol. IX, nos 1, 2, 3, 4; 4 br. in-4°.

The quarterly Journal of the geological Society; vol. XLIV, part 2, may 1, 1888, no 174. London; br. in-8°.

The relation of alimentation and disease; by J.-H. Salisbury. New-York, J.-H. Vail and Company, 1888; 1 vol. gr. in-8°.

Memoirs of the Boston Society of natural History; volume IV, number I-IV. Boston, published by the Society, 1886-1888; 4 br. in-4°.

Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe. Wien, 1887; 5 vol. in-8°.

Denkschriften der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe; dreiundfünfzigster Band. Wien, 1887; 1 vol. in-4°.

ERRATA.

(Séance du 5 mars 1888.)

Note de MM. *E. Jungfleisch* et *E. Léger,* sur la cinchoniline :

Page 659, ligne 8, *au lieu de*



$$C^{38}H^{22}Az^{2}O^{2},\ 2HCl,\ AuCl^{3}+HO,$$

lisez



$$C^{38}H^{22}Az^{2}O^{2},\ 2HCl,\ 2AuCl^{3}+2HO.$$

Page 660, note (³) en bas de la page, *au lieu de* Analyse : HBr = ..., *lisez* Analyse : Br = ...



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 28 MAI 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Théorie nouvelle des équatoriaux. Comparaison de la théorie avec les observations. Remarques générales sur l'emploi de l'équatorial coudé;* par MM. **Lœwy** et **Puiseux**.

« Pour vérifier notre théorie, nous avons comparé les valeurs des constantes, obtenues par des procédés physiques, à celles qui résultent des méthodes astronomiques, fondées sur l'observation des passages ou sur les variations apparentes des ascensions droites ou déclinaisons. Comme nous avons déjà eu occasion de le signaler, les nombreuses roues d'angle qui servent à transmettre le mouvement au miroir extérieur donnent lieu à des incertitudes de 1′ à 2′ sur les lectures en déclinaison. Nous n'avons donc pas cru opportun de faire usage de ces lectures. Cet inconvénient

sera complètement évité dans les équatoriaux coudés de construction plus récente.

» Pour effectuer les opérations avec le collimateur, nous avons déplacé la lunette successivement de 30° en 30°, en amenant le bras de l'instrument dans des angles horaires compris entre -7^h et $+7^h$. Nous avons obtenu ainsi

$$M_1 = -0^s,2, \quad \mu = +6^s,2,$$
$$M_2 = +6^s,0, \quad \beta = +3^s,6.$$

» Pour déduire ces constantes de l'ensemble des huit opérations, nous avons admis qu'elles devaient varier suivant la loi indiquée par la théorie. C'est d'ailleurs ce que l'expérience confirme d'une manière complète. Si l'on admet, par exemple, que la coordonnée ξ doit renfermer un terme en $\cos H$, on trouve pour le coefficient de ce terme une valeur sensiblement nulle. On est conduit à un résultat tout semblable en cherchant à compléter l'expression de η par un terme en $\sin H$.

» Voici maintenant les résultats donnés par les séries d'observations astronomiques. Les observations de passage au méridien ou au premier cercle horaire, dans les deux positions de la lunette, ont fourni les équations de condition qui suivent :

Date. 1888.	$m + M_1$.	$\mu - 2\beta$.	n.	$\lambda - \mu$.	$M_2 + B$.	c.
	s	s	s	s	s	s
Janv. 3 } 5 }....	+ 16,4	− 1,5	− 0,6	− 23,2	+ 21,3	− 10,2
13.....	+ 15,9	− 2,0	− 0,6	− 24,3	+ 24,1	− 10,7
14.....	+ 15,7	− 1,4	− 0,5	− 26,5	+ 25,1	− 10,6
18.....	+ 14,9	− 2,9	− 1,4	− 25,8	+ 23,9	− 10,0
Moyennes..	+ 15,72	− 1,95	− 0,78	− 24,95	+ 23,60	− 10,38

» Les séries d'observations du 3 et du 5 janvier étant incomplètes, on a dû, pour en déduire les valeurs des constantes, combiner les équations relatives à ces deux jours. Les nombres présentent un accord suffisant eu égard aux circonstances. Les lectures sur le cercle d'ascension droite comportent une incertitude de 1^s à 2^s. De plus, un défaut de serrage, dont on ne s'est aperçu qu'à la fin des observations, permettait au cercle de se déplacer légèrement pendant la rotation de la lunette et d'introduire dans les lectures des erreurs pouvant aller à 2^s de temps environ. Cette circonstance explique les fluctuations qui se présentent dans les valeurs de

$M_2 + B$. Néanmoins, les résultats obtenus sont assez précis pour le but que l'on veut atteindre.

» D'autres données sont fournies par les variations apparentes des ascensions droites et déclinaisons instrumentales.

» Six observations d'étoiles circompolaires, effectuées entre le 15 décembre et le 13 janvier, environ vingt minutes avant et vingt minutes après le passage au méridien, conduisent à l'équation $\lambda - \mu = -22^s,1$.

» Les variations des polaires en ascension droite, constatées avant et après leur passage au premier cercle horaire, fournissent une détermination indépendante de n, fondée sur la moyenne de quatre séries, comprises entre le 27 décembre et le 13 janvier, $n = -1^s,25$.

» La variation des polaires en déclinaison pendant leur passage au méridien fournit encore une valeur indépendante de n, reposant sur la moyenne de quatre déterminations, faites entre le 21 décembre et le 14 janvier, $n = -0^s,83$.

» De la variation en déclinaison des polaires prises au premier cercle horaire, du 21 décembre au 14 janvier, on a conclu $\lambda + \mu - \beta = -13^s,1$.

» Enfin, les variations en déclinaison d'étoiles équatoriales, observées près du méridien, nous ont donné $\mu = +6^s,1$.

» Les observations de passages seules, jointes aux déterminations physiques obtenues à l'aide du collimateur, suffiraient à faire connaître tous les éléments de réduction, excepté I. Mais nous avons préféré déduire toutes les constantes des observations astronomiques, en nous réservant de contrôler leurs résultats à l'aide des données physiques.

» Les mesures différentielles, jointes aux observations de passage, permettent de conclure immédiatement la valeur de l'inconnue n, pour laquelle nous adopterons la moyenne des résultats trouvés par les trois méthodes différentes, $n = -0^s,95$.

» Les inconnues $m + M_1$ et c sont données d'une manière indépendante par les observations de passages. Pour la détermination des quatre autres inconnues λ, μ, β et $M_2 + B$, que nous appellerons x pour abréger, on dispose de six équations de condition qui fournissent déjà des vérifications précieuses :

$$\mu - 2\beta = -\overset{s}{1},95, \qquad \lambda - \mu = -\overset{s}{22},1,$$
$$\lambda - \mu = -24,95, \qquad \lambda + \mu - \beta = -13,1,$$
$$x = +23,60, \qquad \mu = +6,1.$$

» Ces équations, traitées par la méthode des moindres carrés, se réduisent aux suivantes :

$$(a)\quad \begin{cases} x = +\,23^s,60, \\ 3\lambda - \mu - \beta + 60^s,15 = 0, \\ -\lambda + 5\mu - 3\beta - 38^s,10 = 0, \\ -\lambda - 3\mu + 5\beta - 17^s,00 = 0. \end{cases}$$

» Les trois dernières ajoutées ensemble donnent

$$(b)\qquad \lambda + \mu + \beta + 5,05 = 0.$$

» Cette équation, combinée par addition avec les deux dernières des équations (a), donne

$$6\mu - 2\beta - 33,05 = 0,$$
$$-2\mu + 6\beta - 11,95 = 0.$$

» Éliminant successivement μ et β entre ces deux équations, on trouve

$$\beta = +\,4^s,31, \qquad \mu = 6^s,94$$

et, par suite, en ayant égard à l'équation (b),

$$\lambda = -\,16^s,30, \qquad x = +\,23^s,60.$$

» On voit que les valeurs trouvées pour β et μ sont confirmées d'une manière satisfaisante par les observations faites au collimateur. Les différences, qui n'atteignent pas 1^s, s'expliquent aisément par les erreurs accidentelles qui se rencontrent dans les deux genres d'observations. Les observations astronomiques n'ayant pas été suffisamment multipliées, nous donnerons un poids un peu plus grand, pour les coefficients de la flexion, aux nombres obtenus à l'aide du collimateur.

» Nous adopterons, en conséquence,

$$\mu = +\,6^s,2, \qquad \beta = +\,3^s,6.$$

» Les observations de passage ont donné : $m + M_1 = +\,15^s,72$. On a trouvé, d'autre part, avec le collimateur, $M_1 = -\,0^s,20$; d'où

$$m = +\,15^s,9.$$

Les observations astronomiques font connaître $M_2 + B = +\,23^s,60$, et

l'on déduit des observations physiques

$$M_2 = +6^s,0;$$

d'où

$$B = +17^s,60.$$

» On voit par ce Tableau que deux des erreurs instrumentales ont des valeurs considérables : ce sont les quantités B relative à l'inclinaison du bras et λ qui dépend de l'inclinaison de l'axe polaire. Nous avons fait procéder à une rectification mécanique pour éliminer, autant que possible, ces deux erreurs. En faisant la rectification du bras, il a été nécessaire de modifier aussi la position du miroir intérieur, de manière à ramener l'image au centre du champ. Il a dû en résulter un changement dans les constantes M_2 et $M_2 + B$. L'instrument étant définitivement réglé, nous avons entrepris de nouveau avec le collimateur une détermination physique complète des quatre éléments M_1, M_2, μ et β. Pour montrer l'exactitude de ce procédé, nous donnerons ici le Tableau des valeurs des coordonnées ξ et η, obtenues en déplaçant la lunette en angle horaire de trois en trois heures :

Angle horaire du bras = H.	6^h.	3^h.	0^h.	-3^h.	-6^h.
$\xi = M_1 + (\mu - \beta)\sin H$....	$+59'',3$	$+46'',8$	$+19'',7$	$-6'',3$	$-17'',0$
$\eta = M_2 - \mu \cos H$.........	$+8'',3$	$-54'',5$	$-80'',2$	$-48'',9$	$+15'',5$

» On en déduit les deux systèmes d'équations

$$\begin{aligned} +59'',3 &= M_1 + \mu - \beta, & +8'',3 &= M_2,\\ +46'',8 &= M_1 + 0,707(\mu - \beta), & -54'',5 &= M_2 - 0,707\mu,\\ +19'',7 &= M_1, & -80'',2 &= M_2 - \mu,\\ -6'',3 &= M_1 - 0,707(\mu - \beta), & -48'',9 &= M_2 - 0,707\mu,\\ -17'',0 &= M_1 - (\mu - \beta); & +15'',5 &= M_2. \end{aligned}$$

De ces équations, on tire

$$M_1 = +20'',5, \quad \mu = 90'',9, \quad \beta = +53'',0, \quad M_2 = +12'',0$$

ou, en temps,

$$M_1 = +1^s,37, \quad \mu = +6^s,06, \quad \beta = +3^s,53, \quad M_2 = +0^s,80.$$

» Les résidus relatifs aux deux systèmes d'équations deviennent alors

$''$	$''$
$+0,9$	$-3,7$
$-0,5$	$-2,2$
$-0,8$	$-1,3$
$-0,0$	$+3,4$
$+0,4$	$+3,5$

» Il est à noter que les observations ont été faites d'une manière très expéditive. Dans chaque position de la lunette, on a effectué seulement deux pointés sur la croisée des fils du collimateur, dont l'intersection n'était pas un point bien nettement défini. Il ne faut donc pas s'étonner si les mesures de la coordonnée η laissent subsister des résidus qui s'élèvent à quelques secondes d'arc. En réitérant les observations avec un collimateur muni de fils plus fins, et en faisant reposer chaque mesure individuelle sur la moyenne de dix pointés, il aurait été possible, sans aucun doute, de réduire l'incertitude à quelques dixièmes de seconde. Mais il nous a paru superflu, dans cette investigation, de pousser l'exactitude aussi loin.

» Des observations astronomiques subséquentes ont montré que l'équatorial coudé pouvait être considéré comme réglé d'une manière satisfaisante.

» Les passages d'étoiles équatoriales au méridien et d'étoiles de déclinaison peu élevée au premier cercle horaire ont donné

$$m + M_1 = + 2^s,19, \qquad \mu - 2\beta = -2^s,4, \qquad c = -2^s,31.$$

» Les passages au méridien d'étoiles voisines du pôle font connaître

$$n = -0^s,2, \qquad M_2 + B = -0^s,72.$$

» Les observations au cercle horaire et la variation apparente des polaires en ascension droite près du méridien conduisent à l'équation

$$\lambda - \mu = -4^s,47.$$

» Si l'on rapproche ces résultats des nombres trouvés à l'aide du collimateur,

$$M_1 = +1^s,37, \qquad \mu = +6^s,06, \qquad M_2 = +0^s,80,$$

on trouve aisément

$$\lambda = +1^s,33 = +19'',95,$$
$$m = +0^s,82,$$
$$B = -1^s,52 = -22'',80.$$

» On voit que, parmi les constantes instrumentales dont il est possible d'amoindrir la grandeur, aucune ne garde une valeur assez importante pour rendre une nouvelle rectification nécessaire.

» En terminant, nous avons encore, au point de vue de l'exécution pratique du travail, une remarque importante à présenter. Avant de se livrer à l'étude de l'instrument, il convient de vérifier si les miroirs sont fixés dans leurs montures, de telle sorte qu'aucun déplacement propre

ne soit possible. M. Lœwy, dans une de ses Communications antérieures, a montré comment on peut s'assurer d'une manière certaine que cette condition de fixité se trouve remplie. En amenant le miroir à regarder le zénith, on peut voir si chacune des petites griffes destinées à maintenir le miroir semble exactement appliquée sur son image réfléchie. Il est aisé de réaliser cette condition sans exercer sur le miroir aucune pression susceptible de le déformer.

» Dans les six équatoriaux construits en France, le miroir repose dans sa monture par l'intermédiaire d'une mince couche d'ouate. L'interposition de cette couche compressible et faiblement élastique permet d'assujettir le miroir sans le déformer. Mais, quand on enlève les miroirs pour les argenter et qu'on les replace, il peut arriver au bout de quelques jours que la couche d'ouate ait un peu cédé sous la pression du miroir. Un léger jour se produit entre les griffes et leur image, et le miroir peut éprouver un petit ballottement. Il est donc nécessaire, après quelques jours, de vérifier si ce tassement n'a pas eu lieu et si le contact s'est maintenu entre les griffes et leurs images. Au bout d'une quinzaine de jours au plus, le travail moléculaire est terminé. On peut resserrer les griffes et considérer le miroir comme lié invariablement à sa monture.

» Dans le premier équatorial coudé de l'observatoire de Paris, la couche d'ouate a été prise trop épaisse, ce qui a donné lieu aux effets de tassement que nous avons constatés. Cet inconvénient sera presque totalement évité dans les nouveaux instruments par l'emploi d'une couche compressible beaucoup moins épaisse. »

PHYSIQUE. — *Sur la mesure des basses températures;* par MM. **L. Cailletet** et **E. Colardeau.**

« Si l'on pouvait disposer comme corps thermométrique d'un gaz réalisant cet état idéal que les physiciens nomment *état parfait,* les indications d'un thermomètre construit avec ce gaz seraient en parfaite concordance avec cette échelle particulière de température que les principes de la Thermodynamique ont permis de concevoir et qui a reçu le nom d'*échelle des températures absolues*.

» Parmi les gaz, l'hydrogène réalise, d'une manière presque rigoureuse, cet état parfait, du moins dans les conditions ordinaires de température et de pression, et il ne fait que s'en rapprocher davantage, à mesure que la température s'élève.

» Mais le thermomètre à hydrogène est toujours d'un maniement délicat. Les thermomètres à liquides, plus commodes en pratique, ne pourront donner des indications aussi valables que les siennes, qu'à la condition qu'on les aura gradués par comparaison directe avec lui.

» Les divers physiciens qui se sont occupés de cette graduation l'ont surtout effectuée pour les températures élevées, et ils l'ont laissée presque entièrement de côté pour les basses températures. Les travaux réalisés depuis un certain nombre d'années sur la liquéfaction desgaz, en rendant possible la production de très grands froids, nous ont fait penser qu'il y aurait un intérêt véritable à combler cette lacune en apportant à la mesure des basses températures une méthode rationnelle et précise.

» Mais une autre question se pose alors. L'hydrogène, en s'approchant de son point critique de liquéfaction, doit sans doute, comme tous les autres gaz, éprouver des modifications dans ses propriétés physiques : il doit perdre graduellement ses qualités de gaz parfait, qui constituent tout l'avantage de son emploi aux températures élevées.

» Ses indications cessent alors de concorder avec l'échelle des températures absolues. Elles redeviennent arbitraires.

» A quel moment la concordance cesse-t-elle d'être satisfaisante? Quelle est la limite inférieure jusqu'à laquelle on pourra compter sur le thermomètre à hydrogène? Des expériences basées sur le principe que nous allons indiquer nous semblent propres à fournir une solution de la question.

» La dilatation d'un corps n'est pas le seul phénomène qui soit fonction de la température. On peut citer, dans cet ordre d'idées, les résistances électriques, la quantité de chaleur accumulée dans un corps, le moment magnétique d'un barreau aimanté, les indices de réfraction, le pouvoir rotatoire, les phénomènes thermo-électriques, etc.

» Imaginons qu'une série d'appareils fondés sur ces propriétés se trouvent réunis, ainsi qu'un thermomètre à hydrogène, dans un même milieu. Notons, pour chacun d'eux, les indications I_1, I_2, I_3, ..., qu'il donne quand la température de l'enceinte prend les valeurs successives T_1, T_2, T_3, ..., fournies par le thermomètre à hydrogène, dans les limites où ce gaz réalise d'une façon suffisante l'état parfait.

» En traçant la courbe de ces résultats nous obtenons la relation

$$I = f(T),$$

qui relie les indications de chacun d'eux à la température absolue, dans les limites de l'expérience.

» Une fois cette relation établie, nous pourrons réciproquement nous en servir pour calculer la valeur de T d'après l'indication correspondante I donnée par l'appareil. Mais il est clair que ce calcul n'aura de valeur qu'autant que T sera compris dans les limites entre lesquelles on aura effectué la graduation. Toute extrapolation un peu éloignée de ces limites sera dépourvue de certitude.

» Admettons toutefois que cette extrapolation donne des résultats bien concordants pour tous les appareils mis en œuvre, ou du moins pour un grand nombre d'entre eux. Cette concordance même tendra à prouver que la courbe tracée pour chaque phénomène, en fonction de la température absolue, continue à le représenter exactement lorsqu'on la prolonge au delà des limites de la graduation. Alors chaque extrapolation sera justifiée par son accord avec les autres, et cette justification sera d'autant meilleure que le nombre des appareils comparés sera plus grand et que leur construction sera basée sur des phénomènes plus dissemblables.

» En abaissant peu à peu la température pour laquelle on réalisera cette comparaison, on pourra sans doute saisir le moment où l'hydrogène, assez rapproché de son point critique, cessera de donner une concordance suffisante. Ce sera le moment de renoncer à son emploi.

» Il reste maintenant à soumettre la méthode au contrôle de l'expérience. Les appareils que nous avons choisis pour cet objet sont au nombre de cinq : ce sont :

» Un thermomètre à hydrogène;
» Une résistance électrique constituée par un fil de platine;
» Deux pinces thermo-électriques;
» Enfin un lingot de platine refroidi dans le milieu en expérience et servant à une mesure calorimétrique.

» *Thermomètre à hydrogène*. — Cet appareil est celui qui a été présenté récemment par l'un de nous à l'Académie (¹); nous n'avons donc pas à revenir sur sa description.

» *Résistance électrique*. — Le fil de platine a un diamètre de $0^{mm},2$ et une longueur de 6^m environ. Sa résistance à 0° est de $22^{ohms},82$; il est enroulé en hélice sur un tube mince, en ébonite, dans lequel pénètre librement le réservoir du thermomètre à hydrogène. Ses deux extrémités sont reliées à une boîte de résistances, formant pont de Wheatstone; un

(¹) *Comptes rendus*, t. CVI, p. 155 (1888).

galvanomètre apériodique Deprez-d'Arsonval permet de mesurer sans hésitation sa résistance à $\frac{1}{100}$ d'ohm près.

» *Pinces thermo-électriques*. — Les avantages des pinces thermo-électriques, si connus depuis les travaux de M. E. Becquerel, nous ont engagé à nous en servir comme d'appareils de mesures. L'une de ces pinces est le couple platine pur-platine rhodié employé par M. Le Chatelier pour la mesure des hautes températures. Cette pince se rapproche, aux basses températures, de son point neutre, ce qui a l'inconvénient de diminuer sa sensibilité. C'est pour cette raison que nous avons employé simultanément une pince d'une autre nature, s'éloignant, au contraire, de ce point neutre par refroidissement. Le couple fer-cuivre satisfait à ces conditions.

» Un commutateur permet d'intercaler à volonté le galvanomètre dans le circuit de chacune de ces pinces, ou dans le pont de Wheatstone.

» Pour établir la relation qui relie la température à la résistance du fil et à la force électromotrice des deux pinces, on a plongé ces appareils dans des milieux à diverses températures parfaitement déterminées qui sont :

» 1° Le point d'ébullition de l'eau à la pression $0^{m},760$;

» 2° Le point de fusion de la glace;

» 3° Le point d'ébullition du chlorure de méthyle à la pression ordinaire. L'échantillon de ce chlorure de méthyle que nous avons employé a donné, pour cette ébullition, le nombre — 23°,4, évalué à l'aide d'un excellent thermomètre à mercure, soigneusement contrôlé au Bureau international des Poids et Mesures. Nous avons trouvé que les courbes de la résistance électrique et de la force électromotrice des pinces sont représentées en fonction de la température par les équations de forme connues :

Résistance électrique.....	$R_t = R_0 + 0,04379\,t - 0,0000109\,t^2$
Pince Le Chatelier........	$E_t = 0,51048\,t + 0,001624\,t^2$ (1)
Pince fer-cuivre..........	$E_t = 0,7935\,t - 0,001335\,t^2$

» *Expérience calorimétrique*. — Nous devons à l'obligeance de M. Violle, dans le Laboratoire duquel nos expériences ont été faites, un lingot de platine pur, du poids de 300^{gr}. Ce lingot a la forme d'un prisme rectangulaire; il ne plonge pas directement dans le bain, mais il est renfermé dans

(1) La seconde soudure des pinces est supposée maintenue dans la glace fondante.

un étui de cuivre mince, ouvert à l'une de ses extrémités. On bouche cette ouverture pendant l'expérience au moyen d'un tampon de coton destiné à empêcher le réchauffement par le renouvellement de l'air intérieur. On peut extraire le lingot de cet étui au moyen d'un fil de platine fixé à l'une de ses extrémités.

» Quand ce système a séjourné assez longtemps dans le gaz liquéfié pour en avoir pris la température, on le transporte rapidement au-dessus d'un calorimètre Berthelot. Le lingot enlevé de l'étui est plongé dans le calorimètre dont on suit la température à l'aide d'un thermomètre qui donne le centième de degré.

» Les avantages de l'étui de cuivre mince sont faciles à saisir. Il empêche le lingot d'emporter avec lui dans le calorimètre le gaz liquéfié, il protège le métal contre le rayonnement pendant le transport, enfin il met obstacle à la condensation de la vapeur d'eau atmosphérique.

» Le calcul de la température du lingot se fait facilement par l'application de la formule donnée par M. Violle pour résumer l'étude calorimétrique du platine entre 0° et 1700°.

» *Résultats des expériences.* — Nos premières expériences, portant sur le protoxyde d'azote, ont été effectuées avant l'installation complète des pinces thermo-électriques. Elles ne comportent donc que l'emploi de trois de nos appareils. Les expériences suivantes, faites avec l'éthylène liquide, nous ont fourni les résultats de la comparaison des cinq appareils.

Nous résumons ces résultats dans le Tableau suivant :

	Température d'ébullition sous la pression atmosphérique.	
	Protoxyde d'azote.	Éthylène.
Thermomètre à hydrogène	— 88°,8	— 102°,4
Résistance électrique	— 88,7	— 102,6
Expérience calorimétrique	— 88,9	— 102,0
Pince platine-platine rhodié	»	— 102,1
Pince fer-cuivre	»	— 102,9

» Les nombres ainsi obtenus présentent, comme on le voit, une concordance aussi satisfaisante qu'on peut l'espérer dans des expériences de ce genre. La conclusion de ces résultats doit donc être que l'hydrogène continue à être un gaz parfait jusqu'à — 100°.

» Il nous a paru intéressant d'examiner en même temps quelles indications donne dans ces liquides à basses températures un thermomètre à

alcool gradué par la méthode ordinaire. Les points fixes de ce thermomètre ont été obtenus dans la glace fondante et dans l'eau à + 30°. Cet intervalle a été divisé en parties égales et la graduation a été prolongée. Dans ces conditions l'appareil marque seulement — 89°, 5 dans l'éthylène bouillant à la pression de l'atmosphère : c'est une différence d'environ 13° avec les nombres mentionnés ci-dessus.

» En 1885, M. Wroblewski avait comparé les indications d'un thermomètre à hydrogène à celles d'une pince thermo-électrique, maillechort-cuivre (1), et il avait trouvé une concordance satisfaisante, jusqu'à des températures voisines de — 190°, mais la comparaison n'avait porté que sur un seul appareil, ce qui est insuffisant pour éliminer complètement l'effet du hasard; de plus elle n'avait eu lieu, en réalité, que sur une étendue de 60°, car dans la graduation de la pince M. Wroblewski avait admis *a priori* que le thermomètre à hydrogène continue à donner des indications valables au voisinage de — 100° (éthylène liquide) et même de — 130°. Il était essentiel de mettre ce point hors de doute.

» C'était le but de nos premières expériences. Nous nous proposons de continuer ces recherches à l'aide de gaz liquéfiés et bouillant à de plus basses températures.

» En terminant, nous adressons nos remerciements à M. Violle, ainsi qu'à MM. Carpentier et Ducretet, pour l'obligeance qu'ils ont mise à nous faciliter l'exécution de ce travail. »

CHIMIE. — *Recherches sur le ruthénium : ruthéniates et heptaruthéniates.* Note de MM. H. Debray et A. Joly.

« Le ruthénium est attaqué par un mélange de nitre et de potasse fondus et forme avec l'alcali une combinaison soluble dans l'eau; la liqueur est rouge orangé et le pouvoir colorant du composé est tel qu'il permet d'accuser des traces de métal. C'est là une réaction caractéristique du ruthénium, comparable à la transformation du manganèse ou de l'un de ses composés en manganate; Claus, qui l'a découverte et appliquée à la séparation du ruthénium des autres métaux de la mine de platine, a admis qu'il s'était formé un sel d'un acide ruthénique, un ruthéniate KO, RuO^3.

(1) *Sitzungsberichte der kais. Academie Wien* (mars 1885).

» Le premier sel cristallisé d'un acide du ruthénium a été obtenu par MM. H. Deville et H. Debray en faisant passer un courant de chlore dans une dissolution concentrée de ruthéniate orangé de potasse; ce sel, peu soluble dans l'eau froide, se précipitait en petits cristaux noirs (*Comptes rendus*, t. LXXXIII, p. 929). Il s'est trouvé que le sel ainsi préparé caractérisait un nouveau degré d'oxydation du ruthénium, l'acide heptaruthénique Ru^2O^7, et correspondait par sa composition au permanganate de potasse.

» L'analogie de composition que nous venons de signaler entre le ruthéniate et le manganate, l'heptaruthéniate et le permanganate de potasse, présentait assez d'intérêt pour nous engager à compléter l'étude des acides du ruthénium. Mais les procédés de préparation employés jusqu'ici ne pouvaient fournir des sels cristallisés ou des sels purs; en utilisant l'action décomposante qu'exercent les dissolutions alcalines sur l'acide hyperruthénique, nous avons pu préparer quelques sels bien définis que nous décrirons brièvement. Maintenu en fusion en présence d'une lessive alcaline, l'acide hyperruthénique est en effet attaqué avec dégagement d'oxygène; on forme tout d'abord un heptaruthéniate, puis, en présence d'un excès d'alcali et par un contact plus prolongé, un ruthéniate. En variant les conditions de l'expérience, on peut donc obtenir soit l'un, soit l'autre de ces sels.

» *Heptaruthéniate de potasse.* — Pour obtenir l'heptaruthéniate de potasse en cristaux déterminables, nous avons adopté, après quelques essais, les proportions suivantes : 60^{gr} de potasse caustique sont dissous dans 250^{gr} d'eau, et la liqueur maintenue à 60° environ; on y verse, par petites portions, 50^{gr} d'acide hyperruthénique maintenu en fusion sous une couche d'eau. Un dégagement d'oxygène se produit immédiatement, et la liqueur prend une couleur vert foncé, presque noire. Lorsque le dégagement d'oxygène devient à peine perceptible et que tout l'acide hyperruthénique a disparu, on laisse refroidir lentement dans un flacon fermé. En décantant le liquide, qui est devenu rouge orangé, on trouve les parois du vase tapissées de trémies volumineuses ou de cristaux isolés de l'heptaruthéniate.

» Les cristaux sont immédiatement placés sur de la porcelaine dégourdie et maintenus dans le vide sec jusqu'à dessiccation complète; ils peuvent être alors maniés à l'air libre sans subir d'altération.

» L'heptaruthéniate de potasse est un sel noir, opaque. Les facettes cris-

tallines réfléchissent la lumière comme des miroirs métalliques; aussi leur forme a-t-elle pu être déterminée avec une très grande précision [1] :

Octaèdres quadratiques.

Faces : a^1 dominant, $b^{\frac{1}{2}}$; plan de clivage : a^1.

$h : b :: 1,15543 : 1$.

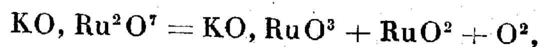
	Calculé.	Trouvé.
$b^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}$ (sur m).........	133°.12′	Fond.
$a^1 b^{\frac{1}{2}}$................	139.32	139°.32′
$a^1 a^1$ (sur h^1).........	117. 5	117. 2
$a^1 a^1$ (sur b^1).........	105.49	105.50

» Les cristaux obtenus par nous ont une composition identique à ceux qui avaient été préparés par l'action du chlore sur le ruthéniate, comme le montrent les analyses suivantes :

	Calculé.		Deville et Debray.	I.	II.
KO..........	47	22,70	22,44	22,92	22,36
Ru^2.........	104	50,24	50,00	50,02	50,05
O^7..........	56	27,06	27,46	»	»
	207	100,00			

I. Matière préparée par la potasse et l'acide hyperruthénique.
II. Matière préparée par l'action du chlore sur le ruthéniate.

» Chauffé à 440°, dans le vide, l'heptaruthéniate de potasse subit une décomposition brusque; il laisse dégager un volume d'oxygène (7,73 pour 100) correspondant à $2^{éq}$ d'oxygène et se transforme ainsi soit en un mélange de ruthéniate et de bioxyde de ruthénium



$$KO, Ru^2O^7 = KO, RuO^3 + RuO^2 + O^2,$$

---

(1) Les mesures cristallographiques de l'heptaruthéniate et du ruthéniate de potasse sont dues à M. Dufet.

La détermination de l'heptaruthéniate que nous donnons ici est beaucoup plus complète que celle qui avait été effectuée autrefois par MM. Deville et Debray sur de petits cristaux en trémies, et qui avait fait croire à un isomorphisme entre le permanganate et l'heptaruthéniate, isomorphisme que l'identité de composition rendait encore plus probable, mais qui n'existe pas en réalité.

soit en une combinaison d'un oxyde inférieur avec la potasse; nous reviendrons ultérieurement sur cette réaction.

» Le chlore sec réagit à froid sur l'heptaruthéniate; il y a formation immédiate de chlorure de potassium et sublimation d'acide hyperruthénique



$$KO, Ru^2O^7 + Cl = KCl + 2RuO^4.$$

» *Ruthéniate de potasse.* — Les eaux mères de l'heptaruthéniate préparé avec les proportions indiquées ci-dessus sont d'un rouge orangé très foncé; maintenues dans le vide sec, elles abandonnent du ruthéniate cristallisé. On peut d'ailleurs obtenir le ruthéniate seul, en augmentant la proportion d'alcali dissous dans une quantité d'eau plus grande, afin d'éviter la précipitation de l'heptaruthéniate peu soluble à froid, et maintenant le liquide à 60° jusqu'à ce que tout dégagement d'oxygène ait cessé (50^{gr} RuO^4, 70^{gr} de potasse, 500^{cc} d'eau).

» Les cristaux, aussi bien que le liquide générateur, ne peuvent subir le contact de l'air sans s'altérer rapidement; au sortir du liquide, le ruthéniate doit être placé sur un corps poreux, dans le vide sec; même après dessiccation, il ne peut être maintenu à l'air libre sans attirer l'humidité et l'acide carbonique.

» Ce sont des prismes orthorhombiques de 1^{cm} à 2^{cm} de longueur, d'un noir métallique avec reflets verts; les cristaux, très minces, sont rouges par transparence.

Paramètres : $a:b:c::0,7935:1:1,1973$.

Faces : m, h^1, g^3, p, a^1, a^4.

	Calculé.	Trouvé.
mh^1	38°26′	Fond.
h^1g^3	57.47	58°
g^3m	19.21	19.20′
mm	76.52	77.11
g^3g^3	64.26	64.30
mg^3 sur h^1	83.47	83.25
pa^4	20.40	Fond.
pa^1	56.28	56 app.
h^1a^4	69.20	69.19
h^1a^1	33.32	33 app.

» Ces cristaux renferment 1^{éq} d'eau de cristallisation; ils ne subissent cependant aucune perte de poids à 106° dans le vide; mais à 200° ils

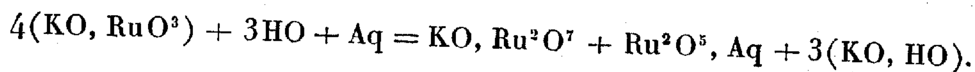
perdent 6,64 pour 100 d'eau, sans subir d'ailleurs de réduction; le sel anhydre n'éprouve aucune altération dans le vide à 440°.

	Calculé.	Trouvé.	
KO	35,60	36,01	35,95
Ru	39,39	39,09	38,71
O^3	18,20	»	»
HO	6,81	»	6,64

» Les cristaux se sont déposés dans une eau mère sirupeuse et fortement alcaline et, comme il est impossible de les purifier par de nouvelles cristallisations, l'analyse accuse un petit excès d'alcali.

» Le ruthéniate de potasse est très soluble dans l'eau; la liqueur est d'un rouge orangé très foncé. La dissolution du ruthéniate subit par la dilution ou en présence des acides dilués des transformations qui rappellent les phénomènes si caractéristiques du *caméléon minéral*.

» Étendue d'un excès d'eau dans un vase fermé, la dissolution du ruthéniate prend peu à peu la couleur vert foncé de l'heptaruthéniate, en même temps que se dépose sur les parois du tube un précipité noir du pentoxyde Ru^2O^5 que nous avons précédemment décrit, transformation qui peut être formulée



$$4(KO, RuO^3) + 3HO + Aq = KO, Ru^2O^7 + Ru^2O^5, Aq + 3(KO, HO).$$

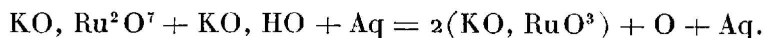
» Cette même transformation se produit plus rapidement en présence de l'acide carbonique, ou des acides étendus, du chlore ou du brome.

» Si les dissolutions sont concentrées, l'acide carbonique, le chlore déterminent la formation d'un précipité noir cristallin d'heptaruthéniate, qui se décompose à son tour pour donner le précipité noir de pentoxyde ou un dégagement d'acide hyperruthénique.

» L'acide chlorhydrique concentré précipite de l'heptaruthéniate mélangé de pentoxyde, mais le précipité se redissout en présence d'un excès d'acide avec dégagement de chlore, et la liqueur renferme du sesquichlorure. Claus regardait ce précipité noir complexe comme un sesquioxyde, et le dégagement de chlore lui avait échappé.

» Inversement, l'heptaruthéniate de potasse se change en ruthéniate en présence d'un excès d'alcali. La dissolution verte additionnée de potasse caustique prend peu à peu la coloration rouge orangée caractéristique des ruthéniates; cette réaction est accompagnée d'un dégagement d'oxygène. Il est facile de vérifier, en effet, en opérant sur un poids connu d'heptaru-

théniate cristallisé et recueillant l'oxygène, que la réaction est exactement



$$KO, Ru^2O^7 + KO, HO + Aq = 2(KO, RuO^3) + O + Aq.$$

» Les changements de couleur si nets qui accompagnent ces réactions inverses l'une de l'autre permettent de se rendre compte des diverses phases de la transformation du ruthénium en acide hyperruthénique, par la méthode de Claus. Lorsqu'on fond, en effet, le ruthénium avec le mélange de potasse et de nitre (3 parties de métal, 24 parties de potasse et 8 parties de salpêtre), on obtient un liquide vert foncé qui se solidifie en une masse verte presque noire; à mesure que la matière se refroidit à l'air libre, elle prend peu à peu à sa surface une belle couleur orangée; dissoute dans l'eau, elle donne une liqueur rouge orangée, mais en même temps de l'oxygène se dégage. Si le refroidissement a lieu dans le vide sec, la masse reste verte et il suffit de faire arriver une petite quantité d'eau pour obtenir immédiatement la transformation en ruthéniate avec dégagement d'oxygène. L'oxydation du ruthénium par le nitre en présence d'un excès d'alcali a donc formé tout d'abord de l'heptaruthéniate; au contact de l'air humide, et plus rapidement en présence de l'eau, la transformation en ruthéniate s'opère, activée par la présence d'une certaine quantité de nitrite qui agit comme réducteur.

» Enfin, lorsqu'on fait arriver du chlore dans la dissolution du ruthéniate, celui-ci se transforme tout d'abord en heptaruthéniate, puis en acide hyperruthénique.

» *Heptaruthéniate de soude.* — La soude réagit comme la potasse sur l'acide hyperruthénique. Nous avons préparé un heptaruthéniate en petits cristaux noirs, peu solubles dans l'eau, $NaO, Ru^2O^7 + 2HO$.

» Quant au ruthéniate, il est tellement soluble que l'évaporation de sa dissolution ne fournit qu'une cristallisation confuse et nous n'avons pu séparer le ruthéniate de l'excès d'alcali ou des sels alcalins qui se déposent simultanément.

» *Ruthéniates alcalino-terreux, ruthéniate d'argent.* — L'eau de baryte dissout aussi l'acide hyperruthénique en le décomposant. La liqueur prend tout d'abord la couleur verte caractéristique des heptaruthéniates, en même temps que se forme un précipité noir gélatineux et que l'oxygène se dégage. Le précipité gélatineux se transforme en quelques instants en un précipité cristallin d'un beau rouge vermillon : c'est le ruthéniate $BaO, RuO^3 + HO$.

» On obtient le même précipité en ajoutant du chlorure de baryum à la dissolution du ruthéniate de potasse. En remplaçant le chlorure de baryum par le chlorure de strontium, on a un précipité rouge vermillon d'un très vif éclat, identique au précédent. Avec les sels de chaux, de magnésie, les précipités sont noirs.

» Le nitrate d'argent donne, dans les dissolutions de ruthéniate de potasse, un précipité noir amorphe, très dense, de ruthéniate d'argent, et la liqueur surnageante est incolore ; la précipitation est donc complète.

» S'il est possible d'obtenir ainsi, par double décomposition, les ruthéniates insolubles, il n'en est plus de même lorsqu'on cherche à préparer des heptaruthéniates. Les heptaruthéniates alcalino-terreux et l'heptaruthéniate d'argent n'ont qu'une existence éphémère. Ainsi, en mélangeant deux dissolutions d'heptaruthéniate de potasse et de nitrate d'argent, on obtient immédiatement un précipité noir et une liqueur jaune dont l'odeur est celle de l'acide hyperruthénique ; en chauffant, on distille en effet de l'acide hyperruthénique et il reste un précipité noir de ruthéniate d'argent. On observe les mêmes faits quand on cherche à préparer l'heptaruthéniate de baryte.

» En résumé, bien qu'il existe entre le ruthéniate et l'heptaruthéniate de potasse, sels que nous avons étudiés plus spécialement, le manganate et le permanganate de potasse, une analogie évidente de composition et de réactions, nous n'avons rencontré aucune relation d'isomorphisme entre les sels des acides du ruthénium et ceux du manganèse ; d'ailleurs, le ruthéniate de potasse est hydraté, tandis que le manganate est anhydre comme le sulfate. »

PALÉONTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les Dicotylées prototypiques du système infra-crétacé du Portugal.* Note de M. G. DE SAPORTA.

« Dans un Mémoire publié en 1881 (1), Heer décrivit un certain nombre d'espèces de plantes fossiles extraites de deux gisements situés un peu en arrière de Lisbonne, sur la route de cette ville à Mafra : *Almargen*, près de Bellas, et *Valle de Lobos*, aux environs de Sabugo. Ces gisements font partie d'un ensemble de couches : grès calcaires et marnes grisâtres micacées,

(1) *Contribution à la flore fossile du Portugal*, par le Dr OSWALD HEER. Lisbonne, Impr. de l'Académie royale des Sciences, 1881.

qui alternent plusieurs fois et s'appuient transgressivement tantôt sur le jurassique, tantôt sur le terrain primitif. Certaines de ces couches sont riches en fossiles marins, tandis que d'autres prennent l'aspect de sédiments d'embouchure et renferment des plantes dont l'intérêt devient très grand, puisqu'elles se rapportent justement à l'âge où, en Allemagne et dans le Groenland, aussi bien qu'en Amérique, on constate la présence des premiers Dicotylées, c'est-à-dire l'introduction d'une catégorie de végétaux, inconnue jusque-là dans la flore terrestre, mais destinée, grâce à un développement rapide, à obtenir bientôt et à garder la prépondérance, une fois acquise.

» Les Dicotylées sont cependant absentes des deux flores locales décrites par Heer et qui se rangent, l'une sur le niveau du valengérien, c'est celle de Valle de Lobos (1); l'autre, celle des grès d'Almargem, à la partie supérieure de l'urgonien. Dans ce dernier dépôt, les lits à végétaux terrestres alternent avec des lits à plantes marines, et ces alternances, qui se répètent à divers niveaux et font succéder les fossiles marins aux sédiments saumâtres ou fluviatiles, marquent de fréquentes variations dans la nature de la formation, due sans doute à l'action d'un courant aux prises avec l'Océan, empiétant sur le domaine de celui-ci ou cédant au contraire à l'envahissement de ces eaux, selon le temps et les circonstances.

» Heer n'eut pas de peine à déterminer les affinités wealdiennes des plantes de Valle de Lobos : le *Sphenopteris Mantelli* Brngt. abonde dans ce gisement et s'y trouve associé à plusieurs types de Conifères, tels que les *Sphenolepidium* [*Sph. Sternbergianum* (Dunk.) Hr. et *Kurrianum* (Dunk.) Hr., *Brachyphyllum* (*B. corallinum* Hr.), *Frenelopsis* (*Fr. occidentalis* Hr.), qui, dans le nord ou le centre de l'Europe, caractérisent plus particulièrement la zone infra-crétacée. Le *Sphenopteris Mantelli*, sans disparaître précisément, fait place dans les grès d'Almargem à une forme qui lui tient de fort près, *Sphenopteris valdensis* Hr., et la présence du *Mattonidium Goepperti* Ett., d'un second *Brachyphyllum* (*B. obesum* Hr.), des *Sphenolepidium* et *Frenelopsis* démontre la persistance du même ordre de choses, sans changements bien appréciables.

» Les nouveaux gisements, d'où j'ai reçu des plantes, sont ceux de Buarcos, de Nazareth, d'Alcantara (carrières de Ratão et Campolide), de

(1) Je dois ces détails stratigraphiques et les plantes fossiles dont je vais parler à l'obligeance de M. P. Choffat, Membre de la Commission des travaux géologiques du Portugal.

Padrão et de Bussaco. Les deux premiers sont infra-cénomaniens, les autres un peu plus récents et sans doute carentoniens, c'est-à-dire se rapportant à la partie élevée du cénomanien. Dans tous ces gisements, les formes wealdiennes persistent, particulièrement les *Sphenopteris Mantelli* Brngt., var., et *valdensis* Hr., un *Pecopteris* très voisin du *P. Dunkeri* Schimp., les *Brachyphyllum* et *Sphenolepidium* mentionnés plus haut, enfin plusieurs fragments de Cycadées, dont un dénote un *Cycadites* de très petite taille. Il faut observer encore que le *Frenelopsis*, dont il existe des rameaux très bien conservés à Nazareth et à Padrão, ne diffère par aucun côté saisissable du *Frenelopsis Hoheneggeri* (Ett.) Schk., dont M. Zeiller [1] a décrit les cuticules, et qui du wealdien remonte en Europe jusque dans le turonien de la vallée du Rhône.

» La seule différence essentielle qui distingue ces gisements de ceux qu'avait connus Heer consiste dans la présence constante, dans les premiers, d'un certain nombre de Dicotylées, classe de plantes dont la date d'introduction en Portugal se trouve ainsi déterminée et circonscrite par l'espace vertical qui sépare l'urgonien du cénomanien. Cette date présumée n'a rien que de conforme du reste aux observations faites, à ce même point de vue, dans l'Europe centrale, où le wealdien et même l'urgonien (couches de Wernsdorf, dans les Carpathes) se trouvent dépourvus de Dicotylées, tandis que les plantes de cette catégorie se montrent déjà nombreuses et variées dans le cénomanien de Bohême, dans celui de la Saxe (Niederschœna) et de la Moravie (Moletein). — Dans l'état actuel des connaissances et en tenant compte des découvertes du Portugal, c'est donc à l'étage d'Almargem, c'est-à-dire à l'aptien et à l'albien, plus précisément au « bellasien » des Portugais, — vraconien du Jura, — gault supérieur, — niveau à *Pterocera incerta* d'Orb., *Ostrea pseudo-africana* Choff., *Sphærulites Verneuilli* Coq., *Sphenodiscus Uhligi* Choff. [2], qu'il faut placer le moment où les Dicotylées commencent à s'introduire et à se répandre en Europe.

» Les quatre gisements de Nazareth, Buarcos, Alcantara (Ratão et

---

(1) R. Zeiller, *Obs. sur quelques cuticules foss.* (Extr. des *Ann. des Sc. nat.*, 6e série, *Bot.*, t. XIII, p. 231, Pl. XI.

(2) J'emprunte ces notions paléontologiques, qui s'appliquent spécialement à l'horizon des gisements infra-cénomaniens de Nazareth et de Buarcos, aux Notes de M. P. Choffat et à son Mémoire *Sur le système crétacique du Portugal*, Ire étude. Lisbonne, imprimerie de l'Académie royale des Sciences; 1885.

Campolide), Padrão et Bussaco, dont j'ai examiné les plantes, comprennent approximativement une vingtaine d'espèces de Dicotylées dont plusieurs, il est vrai, ne donnent lieu qu'à des attributions incertaines. Il m'a paru cependant que les familles suivantes : Myricées, Salicinées, Laurinées, Thymélées, Santalacées, Loranthacées, Euphorbiacées, Éricacées? Magnoliacées, devaient être considérées comme ayant eu dès lors des représentants sur le sol lusitanien. Quelques-unes de ces formes, qui, à raison même de leurs caractères faiblement accusés et de la difficulté qu'oppose l'état des empreintes à l'étude de la nervation, échappent aux ressources de l'analyse, accusent pourtant un rapport curieux avec celles du turonien de Bagnols (Gard), que j'ai signalées de concert avec M. Marion. Le type singulier des *Chondrophyton,* que nous avons signalé comme représentant peut-être des Loranthacées prototypiques, reparaît à Padrão. Un *Euphorbiophyllum* de Ratão, des *Myrtophyllum* (1) de Nazareth et de Buarcos correspondent à des formes observées à Bagnols, dont ils semblent avoir été congénères. Il convient encore de signaler à Buarcos la présence d'un *Sassafras* ou Laurinée à feuille trilobée, d'une Salicinée rappelant le type des Saules fragiles; enfin d'une feuille de *Magnolia,* dans les grès de Bussaco, dont l'attribution générique ne semble pas douteuse.

» Un nouvel envoi, plus riche que le précédent, que m'annonce M. P. Choffat, permettra sans doute de pénétrer plus avant qu'on ne l'a fait jusqu'ici dans le secret d'un phénomène encore inconnu dans sa raison d'être, aussi bien que dans les circonstances qui l'ont favorisé, je veux parler de l'apparition et de l'extension des plus anciennes Dicotylées. On ne saurait oublier que le développement de cette classe de végétaux, avant la fin de la craie inférieure, vint imprimer à la végétation du globe terrestre, demeurée jusque-là incomplète, ses traits définitifs et le caractère qu'elle a gardé depuis en l'accentuant. A partir de cet âge seulement, il est naturel de le remarquer, les Mammifères, comme si leur évolution propre eût été solidaire de celle de l'autre règne qui allait produire et mettre à leur portée, avec ses herbages, ses fruits et ses racines, des aliments plus variés et plus nutritifs que dans aucun des âges antérieurs, les Mammifères commencèrent à se multiplier et à se fortifier. Il est visible, en tous cas, que la marche des Mammifères s'est modelée sur celle des Dicotylées, et,

---

(1) Ces *Myrtophyllum* à feuilles étroites et eucalyptoïdes sont comparables aux *Eucalyptus Geinitzi* Hr. et *angusta* Vel., de la craie de Bohême. — Voir *Die Fl. d. Böhmisch. Kreideform.,* v. J. Velenovski, IV, p. 2-3, tab. III, fig. 1-12.

d'une façon générale, sur celle des Angiospermes; de telle sorte que la première a suivi de près celle-ci, comme si cette dernière eût influé sur l'autre en s'accomplissant.

» L'honneur des découvertes sur lesquelles nous venons de jeter les yeux reviendra à la Commission des travaux géologiques du Portugal, dont M. P. Choffat est un membre des plus actifs, et M. Delgado, le chef et le promoteur justement considéré. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Correspondant pour la Section de Botanique, en remplacement de feu M. *Boissier*.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 49,

M. Millardet obtient. . . .	42	suffrages.
M. Heckel »	4	»
M. Bertrand »	2	»
M. Flahaut »	1	»

M. **Millardet**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Sur les Cartes mensuelles des courants de l'Atlantique nord*. Mémoire de M. **Simart**, présenté par M. Bouquet de la Grye. (Extrait par l'auteur.)

(Renvoi au Concours du prix Gay.)

« Le commandant Brault avait commencé, quelques années avant sa mort, le dépouillement des courants observés dans l'océan Atlantique nord, à bord des bâtiments de la marine de guerre. Malheureusement, il n'avait laissé aucune espèce d'indications relativement au mode de représentation à adopter. Appelé à succéder au commandant Brault comme chef du service de la Météorologie nautique, j'ai repris et achevé ce travail, en prenant comme base de ma méthode de dépouillement celle dont les

Anglais ont fait usage dans leur excellente étude concernant la Météorologie des neuf carrés avoisinant l'équateur.

» Le dépouillement a porté sur 6000 journaux, environ, provenant de la marine de guerre, de la Compagnie générale transatlantique, et de différents bâtiments de la marine de commerce. J'ai extrait de ces journaux 60400 observations de courants déduits de l'estime, et qui ont été, tout d'abord, rapportés à leur position moyenne, c'est-à-dire au point de minuit.

» Au moyen de ces 60400 observations, j'ai tracé deux séries de Cartes mensuelles, d'abord des *Cartes diagrammes* et ensuite des *Cartes résultantes*.

» *Cartes diagrammes*. — La surface de l'Océan a été divisée en carrés de 2° de latitude sur 2° de longitude. Chacun de ces carrés contient un diagramme formé d'une rose circulaire sur laquelle sont intégralement réparties toutes les observations, faites dans ce carré et rapportées à son centre. La résultante géométrique de toutes ces observations (tant de milles par vingt-quatre heures dans telle direction) est inscrite au centre de la rose.

» L'examen de ces diagrammes est intéressant, car on constate que, dans les carrés où les courants semblent le plus variables, où les observations sont souvent distribuées sur toute la rose du compas, il n'en existe pas moins un mouvement général moyen des eaux, qui s'accuse d'une manière d'autant plus nette que le nombre des observations est plus considérable. On est donc en droit de conclure, avec l'amiral Fitz-Roy, que, si les observations de courants par l'estime sont soumises à de nombreuses erreurs, une moyenne d'un très grand nombre éliminera les anomalies et représentera l'effet du courant dominant dans une région suffisamment petite.

» *Cartes résultantes*. — Les Cartes résultantes forment un album de douze Cartes mensuelles et de deux Cartes semestrielles, sur lesquelles sont uniquement tracées les résultantes calculées au moyen des Cartes diagrammes : elles donnent le mouvement général des eaux, après élimination par les moyennes de toutes les causes secondaires qui modifient ce mouvement à chaque instant (dépressions atmosphériques, influence de la Lune, etc.).

» Les Cartes résultantes indiquent aux navigateurs les courants les plus probables, c'est-à-dire ceux dont ils doivent raisonnablement tenir compte *a priori*, tandis que les Cartes diagrammes, qui en sont le prodrome, leur feront connaître les courants qu'ils ont à craindre, qu'ils peuvent accidentellement rencontrer et dont la connaissance, dans certains parages, sur-

tout dans le voisinage des côtes, ont surtout pour eux une importance capitale. Les Cartes résultantes contiennent en outre une représentation du mouvement des glaces, et des courbes de température de l'eau de mer à la surface.

» Les Cartes mensuelles que je viens de tracer donnent, dans beaucoup de régions, des résultats bien insuffisants, à cause du nombre d'observations relativement restreint que je possède. Néanmoins, comme ces observations sont très inégalement réparties sur la surface de l'Océan, et qu'elles sont condensées sur le parcours des grandes routes maritimes le plus particulièrement suivies par nos bâtiments, j'ai obtenu, pour ces régions, surtout intéressantes pour le navigateur, de très bons résultats mensuels.

» En résumé, ces Cartes mensuelles ne doivent être considérées que comme donnant une première approximation suffisante : elles pourront être facilement complétées dans l'avenir, à mesure que le nombre des observations augmentera, et, grâce au mode de représentation que j'ai adopté, il ne sera pas nécessaire de reprendre le premier et laborieux dépouillement que je viens d'effectuer. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Origine de l'aurore polaire.* Mémoire de M. **Jean Luvini** [1], présenté par M. Faye. (Extrait par l'auteur.)

(Renvoi au concours du prix Jérôme Ponti.)

« Le frottement des particules d'eau et de glace et, accidentellement, d'autres substances entraînées par la violence des mouvements atmosphériques dans les régions supérieures, et dispersées dans des couches d'air de quelques centaines de kilomètres d'épaisseur, est la source de l'électricité de l'air, des orages et des aurores. Les décharges de cette électricité ont lieu de la même manière dans les aurores et dans les orages : la seule différence consiste dans l'intensité. C'est à ces décharges dans l'air raréfié que la lumière des aurores doit son origine.

» Les particules électrisées qui constituent la matière de l'aurore sont dans une agitation continuelle. Emportées par les vents dans toutes les directions, elles traversent des lignes de force et des champs magnétiques d'intensités différentes. La force électromotrice engendrée par l'induction

(1) *Contribution à la Météorologie électrique*, Notes du professeur Jean Luvini.

magnétique due à cette agitation s'ajoute à celle qui agit sur les électricités contraires des particules électrisées, ce qui, non seulement facilite les décharges, mais tend, en outre, à les diriger dans le sens de l'action magnétique terrestre.

» Cette action, qui produit des effets très sensibles dans le cas des décharges aurorales, n'est pas perceptible dans le cas des orages, à cause de leur énorme tension électrique.

» Les décharges aurorales, qui se manifestent dans des masses d'air agitées dans tous les sens, éclatent confusément dans toutes les directions. Elles donnent lieu à une lumière nuancée, nébuleuse, et constituent les plaques aurorales et les arcs nébuleux.

» Lorsque la matière de l'aurore est emportée par un vent de direction constante, les décharges tendent à prendre une direction commune et engendrent les rayons de l'aurore.

» La zone où les arcs nébuleux apparaissent ordinairement est celle qui correspond à la plus grande densité des lignes de force magnétique. Cette zone s'étend circulairement à une certaine distance et autour du pôle magnétique, au-dessus d'un pays où tout concourt à faciliter la formation des cristaux de glace. A la hauteur de 100^{km} à 800^{km} au-dessus du sol, les agitations de l'air sont incessantes. Il n'est donc pas étonnant que sur cette zone, dans une partie ou dans une autre, se succèdent tous les jours, je dirai même à tout instant, des décharges de la première espèce, c'est-à-dire à lumière nébuleuse. Si ce mouvement électrique a lieu simultanément sur toute la zone, on a au complet l'anneau de Hansteen.

» Un vent assez fort, dirigé d'occident en orient, ou d'orient en occident, dans la région des aurores, déterminera la formation de rayons sensiblement parallèles à l'aiguille d'inclinaison.

» Il suffit qu'une décharge électrique ait lieu dans un point d'une ligne ayant cette direction pour que le mouvement électrique et une série de décharges se propagent sur toute la ligne et, de proche en proche, sur les lignes latérales, dans un sens ou dans l'autre, et parfois dans les deux sens alternativement. Lorsque ces rayons se superposent à un arc, on a le phénomène de l'arc rayé ou d'une bande.

» La patrie de l'aurore est près des pôles. C'est là que l'air est le plus riche en cristaux de glace, et c'est là que le champ magnétique terrestre est le plus intense.

» Si la théorie que je viens d'exposer est juste, on doit en conclure que le magnétisme terrestre et l'aurore polaire ont une origine différente et

indépendante l'un de l'autre. La corrélation entre les deux phénomènes consiste en ce que le magnétisme exerce une action directrice sur les décharges aurorales, et l'aurore réagit sur le magnétisme en modifiant la direction et l'intensité de sa force. »

NAVIGATION. — *Sur les moyens proposés par M.* Somzée *pour prévenir les collisions en mer.* Note de M. **Albert Riondel**, présentée par M. Jurien de la Gravière.

(Renvoi à la Commission nommée pour étudier les moyens de prévenir les collisions en mer.)

« M. Somzée met les navires en communication constante par le téléphone et le télégraphe; il éclaire au besoin la route suivie par le bâtiment; un appareil indique la présence et la distance du navire voisin; des sonneries signalent même son approche.

» Chaque bâtiment traîne derrière lui une bouée (qu'on peut filer à grande distance, avec un cabestan gradué) qui porte une plaque plongeante. Deux plaques plongeantes, isolées, sont placées à l'avant du navire. Une dynamo puissante se trouve reliée par un fil aux deux électrodes du navire et de la bouée. Le courant électrique se trouve fermé par la mer.

» Quand un bâtiment voisin se trouve à une distance plus rapprochée que l'écart de l'électrode de la bouée et l'électrode du navire, il s'opère par induction une influence réciproque. Le courant principal d'un bâtiment réagit par induction sur le courant de l'autre navire.

» A la zone d'avertissement, les sonnettes, le téléphone, le télégraphe, signalent le danger.

» A la zone de sécurité, la puissance électrique devient telle que des déclenchements s'opèrent automatiquement; l'hélice angulaire brevetée et les ailerons à l'arrière (de M. Somzée) arrêtent sur-le-champ, comme un frein instantané, la marche des navires; la collision devient désormais impossible. »

PHYSIOLOGIE. — *Détermination de l'action électromotrice du cœur de l'homme.* Note de M. Augustus D. Waller, présentée par M. Brown-Séquard. (Extrait par l'auteur.)

(Renvoi au concours de Physiologie expérimentale.)

« Nous ne donnons ici que les conclusions de notre travail. La variation électrique qui précède et accompagne la systole ventriculaire peut être démontrée sur les animaux et sur l'homme au moyen de l'électromètre capillaire de Lippmann, en dérivant de la surface du corps par différents points situés à distance du cœur (extrémités, bouche, rectum, œil).

» Cette variation est diphasique, comprenant :

» 1° Une première phase, au début de la contraction ventriculaire, accusant une négativité de la pointe, c'est-à-dire un changement excitatoire naissant dans cette partie du cœur;

» 2° Une deuxième phase, vers la fin de la contraction ventriculaire, accusant une négativité de la base, c'est-à-dire un changement excitatoire finissant dans cette partie du cœur. »

M. Jos. Joffroy soumet au jugement de l'Académie un Mémoire ayant pour titre : « Conséquences de l'hypothèse des atomes ».

(Commissaires : MM. Cahours, Friedel.)

M. Delauney adresse une Note sur « Les équivalents des corps simples et la série binaire ».

(Renvoi à l'examen de M. Berthelot.)

M. de Louvrié soumet au jugement de l'Académie un Mémoire sur « Le mode d'action des fluides contre un plan ».

(Commissaires : MM. Phillips, Lévy, Bouquet de la Grye.)

M. Dietrichkeit soumet au jugement de l'Académie un Mémoire « Sur un cas exceptionnel de la Mécanique supérieure ».

(Commissaires : MM. Darboux, Halphen, Poincaré.)

M. F. **Ledé** adresse pour le concours du prix de Statistique, par l'entremise de M. Larrey, un Mémoire sur « L'industrie nourricière de 1878 à 1887 ».

(Renvoi à la Commission du concours.)

M. B. **Danilewsky** adresse, par l'entremise de M. de Lacaze-Duthiers, pour le concours des prix de Médecine et de Chirurgie, un Mémoire ayant pour titre : « Recherches sur les parasites du sang chez les oiseaux. »

(Renvoi au concours des prix de Médecine et de Chirurgie.)

M. **Louis Bertrand** adresse, de Rilly-la-Montagne, une Communication relative au mildew.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Un Ouvrage de M. *Édouard Grimaux*, ayant pour titre : « Lavoisier (1743-1794), d'après sa correspondance, ses manuscrits, ses papiers de famille et d'autres documents inédits ». (Présenté par M. Debray.)

2° Un Ouvrage de MM. *Emm. de Margerie* et *Alb. Heim*, intitulé : « Les dislocations de l'écorce terrestre ». (Présenté par M. Daubrée.)

3° Une Brochure de M. *Germain Sée*, ayant pour titre : « Les maladies de l'estomac jugées par un nouveau réactif chimique ». (Présentée par M. Blanchard.)

4° Une Brochure de MM. *Germain Sée*, *A. Mathieu* et *Ray. Durand-Fardel* « Sur l'hyperchlorhydrie et l'atonie de l'estomac ».

5° Un Mémoire de M. *Ph. Gilbert*, intitulé : « Sur la convergence des intégrales à limites infinies ».

ASTRONOMIE. — *Observations de la nouvelle planète* (279) *Palisa, faites à l'observatoire d'Alger, au télescope de* $0^m,50$; par MM. **Rambaud** et **Sy**. Communiquées par M. Mouchez.

Dates. 1888.	Étoiles de comparaison.	Grandeurs.	Planète — Étoile. Ascension droite.	Planète — Étoile. Déclinaison.	Nombre de comp.	Observ.
			m s	′ ″		
Mai 18.....	*a* B.B., t. II, Z. 386, nº 20.	9	−0.34,48	−5.44,0	12:12	R.
18.....	*a* Id.	»	−0.37,06	−5.48,9	12:12	S.
19.....	*a* Id.	»	−1.27,37	−7. 3,2	12:12	R.
19.....	*a* Id.	»	−1.28,17	−7. 3,3	12:12	S.
22.....	*b* B.B., t. II, Z. 386, nº 13.	6,7	+1.21,25	−9.11,1	12:12	R.
22.....	*b* Id.	»	+1.20,80	−9.16,3	12:12	S.

Positions des étoiles de comparaison.

Étoiles.	Ascension droite moyenne pour 1888,0.	Réduction au jour.	Déclinaison moyenne pour 1888,0.	Réduction au jour.	Autorités.
	h m s	s	° ′ ″	″	
a..........	16.19.50,79	+1,74	−21.33. 7,7	+1,0	B.B.
a..........	»	+1,76	»	+0,8	Id.
b..........	16.14. 5,37	+1,81	−21.34.12,8	+0,5	Id.

Positions apparentes de la planète.

Dates. 1888.	Temps moyen d'Alger.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parall.	Déclinaison apparente.	Log. fact. parall.
	h m	h m s		° ′ ″	
Mai 18......	11.32. 8	16.19.11,05	$\bar{1},112_n$	−21.38.50,7	0,872
18......	12. 9,43	16.19.15,47	$\bar{2},672_n$	−21.38.55,6	0,876
19......	9.36,10	16.18.25,18	$\bar{1},538_n$	−21.40.10,1	0,835
19......	9.55, 4	16.18.24,38	$\bar{1},495_n$	−21.40.10,2	0,844
22......	12.16. 6	16.15.28,43	$\bar{1},405_n$	−21.43.23,5	0,856
22......	10.30.45	16.15.27,98	$\bar{1},337_n$	−21.43.28,7	0,862

ASTRONOMIE. — *Observations de la planète (278) Borrelly, faites à l'observatoire de Marseille, à l'aide de l'équatorial Eichens de $0^m,26$ d'ouverture;* par M. Esmiol.

Dates. 1888.	Heure de l'observation. Temps moyen de Marseille.	ΔR.	ΔD.	R appar.	Log. fact. parall.	D appar.	Log. fact. parall.	★.
	h m s	m s	′ ″	h m s		° ′ ″		
Mai 13.....	12.12.14	−1.33,39	−2.13,3	16.30.49,28	$\bar{1}$,005	111.46.50,3	−0,905	1
14.....	11. 2.19	+1. 6,69	+7.55,7	16.29.58,68	$\bar{1}$,354	111.46.15,1	−0,891	2
17.....	10.41.25	−1.34,87	+5.56,0	16.27.17,18	$\bar{1}$,375	111.44.15,4	−0,886	3
21.....	14.30.13	−5.27,46	+2.43,1	16.23.24,55	+$\bar{1}$,392	111.41. 2,6	−0,888	4

Positions des étoiles de comparaison.

★.	Ascension droite moy. 1888,0.	Réduction au jour.	D moyenne 1888,0.	Réduction au jour.	Autorités.
	h m s	s	° ′ ″		
1....	16.32.21,02	+1,65	111.49. 5,0	−1,4	Rapportée à 829 Lamont, Cat. de 2112 étoiles.
2....	16.28.50,33	+1,66	111.38.20,7	−1,3	829 Lamont, Cat. de 2112 étoiles.
3....	16.28.50,33	+1,72	111.38.20,7	−1,3	» »
4....	16.28.50,33	+1,78	111.38.20,7	−1,2	» »

» La planète est de grandeur 11,5. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les volumes engendrés par un contour fermé dans un mouvement quelconque.* Note de M. G. Kœnigs, présentée par M. Darboux.

« Dans ma Communication du 26 mars, j'ai montré qu'à tout contour fermé se trouve attaché un système de segments qui est tel que le moment de ce système par rapport à un axe λ représente le volume engendré par la rotation du contour autour de cet axe. Ce système de segments intervient encore dans l'expression du volume engendré par un contour fermé dans un mouvement quelconque.

» Supposons d'abord que le contour fermé éprouve un déplacement hélicoïdal fini, de pas h, autour d'un axe λ, et appelons θ le déplacement angulaire.

» Le déplacement hélicoïdal est ainsi la résultante d'une rotation d'angle θ, autour de l'axe λ, et d'une translation $h\theta$, le long de ce même axe. Ceci posé, on prouve aisément que *le volume hélicoïdal engendré par le contour est*

la somme des volumes engendrés dans chacun des deux déplacements composants qui viennent d'être considérés.

» Tout volume hélicoïdal est dès lors la somme de deux volumes, l'un de révolution et l'autre cylindrique. Considérons en particulier un déplacement hélicoïdal infiniment petit; soient $d\theta$ l'amplitude infiniment petite de la rotation et

$$p\,d\theta,\quad q\,d\theta,\quad r\,d\theta,\quad u\,d\theta,\quad v\,d\theta,\quad w\,d\theta$$

les coordonnées (par rapport à des axes liés au contour) du système de segments qui représente cette hélicoïdation infiniment petite.

» En combinant la remarque précédente avec le théorème de ma première Note, on trouve, pour expression du volume hélicoïdal élémentaire,

$$(\mathrm{A}u + \mathrm{B}v + \mathrm{C}w + \mathrm{L}p + \mathrm{M}q + \mathrm{N}r)\,d\theta,$$

où A, B, C, L, M, N sont les coordonnées du système de segments attaché au contour fermé.

» Si l'on veut maintenant passer au cas d'un mouvement fini quelconque, il suffira de décomposer ce mouvement en hélicoïdations élémentaires, et le volume s'exprimera par la formule

$$\mathrm{A.U} + \mathrm{B.V} + \mathrm{C.W} + \mathrm{L.P} + \mathrm{M.Q} + \mathrm{N.R},$$

où l'on a posé

$$\mathrm{U} = \int u\,d\theta,\qquad \mathrm{V} = \int v\,d\theta,\qquad \mathrm{W} = \int w\,d\theta,$$
$$\mathrm{P} = \int p\,d\theta,\qquad \mathrm{Q} = \int q\,d\theta,\qquad \mathrm{R} = \int r\,d\theta,$$

les intégrales étant prises entre deux limites correspondantes à la position finale et à la position initiale du contour.

» Les quantités P, Q, R, U, V, W sont les coordonnées d'un système de segments qui dépend uniquement du déplacement fini considéré. Le volume apparaît donc comme égal au moment de deux systèmes de segments, le premier attaché au contour et le second lié au mouvement. Si, par exemple, les deux systèmes de segments se réduisent chacun à un segment unique, le volume engendré sera égal à six fois le tétraèdre construit sur ces deux segments.

» En considérant sept contours fermés faisant partie d'une même figure de forme invariable, l'élimination de U, V, W, ... conduit au théorème suivant :

» I. *Entre les volumes engendrés par sept contours fermés d'une figure in-*

variable, il y a une relation linéaire et homogène indépendante du mouvement considéré.

» De même :

» II. *Entre les volumes auxquels peut donner lieu un contour quelconque dans sept mouvements donnés, il y a une relation linéaire et homogène qui est la même, quel que soit le contour.*

» Les résultats précédents sont susceptibles d'un grand nombre d'applications. Par exemple, une figure de forme invariable étant animée d'un mouvement fini déterminé, il résulte de ce qui précède qu'il existe une hélicoïdation finie parfaitement déterminée qui, imprimée à la figure, ferait décrire à tous les contours fermés de cette figure des volumes égaux à ceux qu'ils décrivent effectivement dans le mouvement proposé. De là la possibilité de résoudre certaines questions générales concernant ces volumes, comme, par exemple, de rechercher sur une surface fermée convexe donnée le contour qui engendrerait dans un mouvement donné le plus grand volume. Il suffit de résoudre le problème pour une certaine hélicoïdation finie, et l'on trouve naturellement que le contour est précisément la courbe de contact de la surface proposée S avec son enveloppe, en supposant que cette surface S soit animée du mouvement hélicoïdal considéré.

» Citons encore cet autre exemple. Si l'on considère une courbe gauche à courbure constante, son cercle osculateur, de rayon constant R, engendre un volume représenté par la formule

$$\pi R^3 \alpha,$$

où α représente l'arc correspondant de l'indicatrice sphérique des binormales. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les propriétés infinitésimales de l'espace cerclé.* Note de M. E. **Cosserat**, présentée par M. Darboux.

« Considérons comme élément de l'espace l'ensemble de deux points auquel nous donnerons le nom de *double-point;* la droite joignant les deux points sera la droite du *double-point*. Appelons *couple* le système formé par l'ensemble d'un double-point et d'une sphère menée par ce double-point,

et disons qu'un couple est situé sur un cercle, si le cercle est sur la sphère du couple et passe par le double-point de ce couple.

» On peut toujours envisager un cercle comme engendré par un double-point, la droite de ce double-point passant par un point fixe P du plan du cercle. Étant donnés quatre doubles-points situés sur un cercle et dont les droites passent par un point P, le rapport anharmonique des doubles-points sera le rapport anharmonique de leurs droites.

» Appelons *corrélation* une correspondance entre les doubles-points d'un cercle C relatifs à un point P et les sphères passant par ce cercle. La corrélation anharmonique sera la corrélation du premier ordre et de la première classe. En complétant un théorème dû à M. Demartres, on a le théorème suivant, qui peut être considéré comme l'analogue du théorème de Chasles sur la distribution des plans tangents à une surface gauche le long d'une génératrice :

» *Les couples formés par un double-point d'une surface cerclée et la sphère tangente en ce double-point, et qui sont situés sur une même génératrice circulaire, engendrent une corrélation anharmonique.*

» Considérons les surfaces cerclées tangentes entre elles tout le long d'un cercle C; elles définissent sur C une corrélation anharmonique et ont en commun un cercle infiniment voisin de C.

» Ainsi, dans l'espace cerclé, un cercle infiniment voisin d'un cercle définit sur lui une corrélation anharmonique dont l'usage peut être substitué à celui du cercle infiniment voisin dans un grand nombre de questions.

» Le théorème précédent conduit à une définition des cyclides de raccordement qui présente la plus grande analogie avec celle que l'on donne des hyperboloïdes de raccordement en partant du théorème de Chasles.

» La rencontre de deux cercles infiniment voisins s'exprime par l'évanouissement d'une forme biquadratique des différentielles des coordonnées du cercle. Cette forme admet, conformément à une théorie due à M. Kœnigs, trois formes adjointes. La considération de ces formes, jointe à l'étude des corrélations anharmoniques, conduit à la classification des surfaces cerclées due à M. Enneper et fondée sur la situation relative de deux cercles infiniment voisins.

» L'étude des corrélations anharmoniques conduit également, à l'égard des congruences de cercles, à considérer des foyers et des sphères focales; les foyers engendrent les surfaces focales, qui sont également les enve-

loppes des sphères focales; les cercles de la congruence sont tangents à chacune des surfaces focales.

» Considérant les complexes de cercles, on parvient également à définir des cercles singuliers et une surface de singularité; on obtient des propriétés analogues aux propriétés des complexes de droites.

» A l'égard du système quintuplement indéterminé de cercles, on a également des cercles singuliers et une surface de singularité.

» Soit

$$\theta(u_1, \ldots, u_6) = 0 \tag{1}$$

l'équation d'un système quintuplement indéterminé; $u_1, \ldots, u_6$ sont les six coordonnées d'un cercle de l'espace dont les équations seront

$$\begin{cases} x = f(z, u_1, \ldots, u_6), \\ y = \varphi(z, u_1, \ldots, u_6). \end{cases} \tag{2}$$

» Si l'on élimine z et λ entre les équations

$$\frac{\frac{\partial\theta}{\partial u_1}}{\frac{\partial f}{\partial u_1} + \lambda\frac{\partial\varphi}{\partial u_1}} = \frac{\frac{\partial\theta}{\partial u_2}}{\frac{\partial f}{\partial u_2} + \lambda\frac{\partial\varphi}{\partial u_2}} = \cdots = \frac{\frac{\partial\theta}{\partial u_6}}{\frac{\partial f}{\partial u_6} + \lambda\frac{\partial\varphi}{\partial u_6}}, \tag{3}$$

on obtient trois relations, que nous écrirons

$$\begin{cases} \mathfrak{M}_1\left(u \,\middle|\, \frac{\partial\theta}{\partial u}\right) = 0, \\ \mathfrak{M}_2\left(u \,\middle|\, \frac{\partial\theta}{\partial u}\right) = 0, \\ \mathfrak{M}_3\left(u \,\middle|\, \frac{\partial\theta}{\partial u}\right) = 0. \end{cases} \tag{4}$$

» Les cercles du système satisfaisant à ces trois relations sont les *cercles singuliers*.

» Si l'on élimine les sept paramètres $\lambda, u_1, \ldots, u_6$ entre les équations (1), (2) et (3), on obtient généralement une équation

$$S(x, y, z) = 0$$

entre x, y, z. La surface représentée par cette équation est la *surface de singularité*. Les cercles singuliers forment une congruence de cercles et sont tangents à la surface de singularité qui est une des nappes de la surface focale de la congruence.

» Si l'on considère le cas où les équations (4) sont vérifiées par tous les cercles du système, on retrouve par suite le théorème établi par M. Kœnigs dans le cas d'une courbe dépendant de $n+1$ paramètres.

» Remarquons que ce qu'on vient de dire pour les cercles s'applique d'ailleurs pour ces courbes, en sorte que le théorème général de M. Kœnigs est également établi par ces considérations. La réciproque du théorème de M. Kœnigs s'établit par la même voie dans le cas du cercle. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces qui ont pour lignes de courbure d'un système des hélices tracées sur des cylindres quelconques.* Note de M. **A. Petot**, présentée par M. Darboux.

« Dans la recherche des surfaces définies par une propriété de leurs lignes de courbure, on doit considérer à part le cas où, dans l'expression analytique de cette propriété, interviennent seulement les rotations p, q, r, p_1, q_1, r_1 du trièdre formé par la normale Mz à l'une quelconque de ces surfaces, et par les tangentes Mx, My à ses lignes de courbure. Il suffit alors, effectivement, de trouver sur la sphère les systèmes orthogonaux qui vérifient la propriété indiquée, et l'on est ramené à chercher les surfaces qui admettent pour leurs lignes de courbure une représentation sphérique donnée. C'est ainsi que, par exemple, la recherche des surfaces à lignes de courbure planes dans un système se ramène, comme l'a montré depuis longtemps M. Bonnet, à celle des systèmes de courbes sphériques orthogonales comprenant une famille de cercles.

» De même, si l'on prend pour coordonnées sur une surface S ses lignes de courbure (v) et (u), on a, en désignant par R et T les rayons de courbure et de torsion de la ligne (v) en un point quelconque M,

$$(1)\qquad \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{T}} = \frac{r\dfrac{\partial q}{\partial u} - q\dfrac{\partial r}{\partial u}}{(r^2+q^2)^{\frac{3}{2}}};$$

donc, aux points qui se correspondent sur toutes les surfaces dont les lignes de courbure admettent la même représentation sphérique, le rapport des deux courbures d'une ligne de courbure d'un système a la même valeur.

» En particulier, si ces lignes de courbure sont, pour l'une de ces surfaces, des hélices tracées sur des cylindres quelconques, il en est de même

pour toutes les autres; par suite, la recherche des surfaces ainsi définies se ramène à celle des systèmes de courbes sphériques orthogonales comprenant une famille d'hélices tracées sur des cylindres quelconques.

» D'autre part, il est évident que l'indicatrice sphérique d'une hélice est un petit cercle, dont le plan est perpendiculaire aux génératrices du cylindre sur lequel cette hélice est tracée. On a d'ailleurs, pour revenir d'une courbe sphérique quelconque C_1 à la courbe sphérique C dont elle est l'indicatrice, la règle suivante :

» *On exprime le rayon de courbure* R_1 *de* C_1 *en fonction de l'arc* s_1 *de cette courbe. Par le centre* O *de la sphère on trace un rayon vecteur* OM_1 *de* C_1, *la parallèle* ON_1 *au segment positif de la tangente en* M_1 *à* C_1, *puis, dans le plan perpendiculaire en* O *à* OM_1, *une droite* OM *faisant dans le sens positif avec* ON_1 *un angle* ω *donné par la formule*

$$\omega = \pi - \int \frac{\sqrt{1 - R_1^2}}{R_1}\, ds_1; \tag{2}$$

la trace M *de cette dernière droite sur la sphère décrit la courbe* C *cherchée.*

» De là résultent, en particulier, une construction très simple de l'hélice sphérique, et les expressions suivantes des coordonnées de ses points, en fonction de l'angle u qui a pour sommet le centre O_1 du cercle C_1, et qui est sous-tendu par l'arc s_1,

$$\left\{\begin{aligned} \lambda &= -\sin u \cos(k - nu) - n\cos u \sin(k - nu), \\ \lambda' &= \cos u \cos(k - nu) - n \sin u \sin(k - nu), \\ \lambda'' &= \sqrt{1 - n^2}\sin(k - nu). \end{aligned}\right. \tag{3}$$

» La droite OO_1 a été prise pour axe des z; de plus, l'angle u se compte à partir de la trace du plan C_1 sur xOz. Pour une même hélice n et k sont deux paramètres constants; n, qui est d'ailleurs le seul paramètre de grandeur, est égal à OO_1, k est introduit par la quadrature comprise dans la formule (2).

» On a, de plus, les expressions suivantes pour les cosinus directeurs de la tangente MT à C et pour ceux du segment positif perpendiculaire au prolongement de OM et à MT

$$\mu = \sqrt{1 - n^2}\cos u, \qquad \mu' = \sqrt{1 - n^2}\sin u, \qquad \mu'' = n; \tag{4}$$

$$\left\{\begin{aligned} \nu &= n\cos u \cos(k - nu) - \sin u \sin(k - nu), \\ \nu' &= \cos u \sin(k - nu) + n \sin u \cos(k - nu), \\ \nu'' &= -\sqrt{1 - n^2}\cos(k - nu). \end{aligned}\right. \tag{5}$$

» Pour obtenir sur la sphère le système de coordonnées u, v le plus général comprenant une famille d'hélices (v), il suffit de considérer k et n comme des fonctions de v et de faire dépendre aussi de cette seule variable la direction de OO_1. Si, par exemple, on désigne par φ et ψ les angles que font Ox et OO_1 avec la trace du plan zOO_1 sur le plan xOy, on obtient le système suivant

$$(6)\quad \begin{cases} c = \lambda\sin\psi\cos\varphi - \lambda'\sin\varphi + \lambda''\cos\psi\cos\varphi, \\ c' = \lambda\sin\psi\sin\varphi + \lambda'\cos\varphi + \lambda''\cos\psi\sin\varphi, \\ c'' = -\lambda\cos\psi + \lambda''\sin\psi, \end{cases}$$

où λ, λ', λ'' ont les valeurs (3), et où k, n, φ, ψ sont des fonctions arbitraires de v. On aurait des formules analogues pour les nouveaux cosinus directeurs a, a', a'', b, b', b'' de MT et du segment normal considéré plus haut. On a, de plus, pour les rotations du trièdre formé par les trois directions précédentes,

$$(7)\quad \begin{cases} p = 0, & p_1 = k' - un' + a''\varphi' - \lambda'\psi', \\ q = -\sqrt{1-n^2}\cos(k-nu), & q_1 = -\dfrac{n'}{\sqrt{1-n^2}}\sin(k-nu) + b''\varphi' - \mu'\psi', \\ r = \sqrt{1-n^2}\sin(k-nu), & r_1 = -\dfrac{n'}{\sqrt{1-n^2}}\cos(k-nu) + c''\varphi' - \nu'\psi'. \end{cases}$$

» Quand on saura intégrer l'équation des trajectoires orthogonales des hélices (v), on prendra le paramètre de ces courbes comme nouvelle variable indépendante à la place de u et l'on sera ramené, comme l'a montré M. Darboux, à intégrer une équation de Laplace. Dans le cas général, l'équation à intégrer sera la suivante

$$(8)\quad \frac{\partial}{\partial u}\left(-\frac{q_1}{qp_1}\frac{\partial\theta}{\partial u} + \frac{1}{p_1}\frac{\partial\theta}{\partial v}\right) - \frac{r}{q}\frac{\partial\theta}{\partial u} = 0.$$

» C'est encore une équation linéaire du second ordre, mais elle comprend un terme en $\frac{\partial^2\theta}{\partial u^2}$; si l'on voulait la ramener à une équation de Laplace, on aurait évidemment à intégrer la même équation auxiliaire que pour trouver les trajectoires orthogonales des hélices (V). Voici, en résumé, la règle à laquelle on arrive :

» *On se donne arbitrairement quatre fonctions k, n, φ, ψ de la variable v*

et l'on cherche des solutions de l'équation (8). *Si* θ *est une pareille solution, le plan*

$$cx + c'y + c''z + \theta = 0$$

enveloppe une surface S *dont les lignes de courbure* (v) *sont du genre hélice. De plus, toutes les surfaces ainsi définies peuvent être obtenues de cette manière.*

» On peut classer les surfaces S d'après la nature du lieu de O_1; j'ai obtenu des solutions de l'équation (8) quand ce lieu est un diamètre de la sphère, ou un cercle de centre O. Dans le premier cas, les cylindres sur lesquels sont tracées les hélices (v) ont leurs génératrices parallèles à une direction fixe; dans le second, ces génératrices sont parallèles à un plan fixe; de plus, le rapport $\frac{R}{T}$ a la même valeur pour toutes les hélices. J'étudierai dans un Mémoire plus détaillé les surfaces ainsi caractérisées. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème général de convergence. Réponse aux remarques de M. Cesaro.* Note de M. **J.-L.-W.-V. Jensen**, présentée par M. Hermite.

« En demandant à l'Académie la permission de répondre aux observations de M. Cesaro (*Comptes rendus* du 16 avril), je dois faire remarquer que la *généralisation d'un théorème de Cauchy* a été précédemment publiée par moi, en langue danoise, dans le *Tidsskrift for Mathematik* (5e série, 2e année. Copenhague, 1884). Du reste, j'avais déjà communiqué ce théorème et quelques-unes de ses conséquences à plusieurs amis, il y a plus de sept ans.

» Quant à ma Note *Sur un théorème général de convergence*, je vois bien que M. Kummer a démontré le théorème suivant (*Journal de Crelle*, t. 13):

» *Si* A_k *est le terme général d'une série dans laquelle, à partir d'un terme donné, tous les suivants sont positifs, et si l'on peut trouver une fonction positive* m_k *telle que* $m_k A_k = 0$ *pour* $k = \infty$, *et, de plus,* $m_k A_k : A_{k+1} - m_k > 0$ *pour* $k = \infty$, *la série sera convergente.*

» Mais l'illustre géomètre n'a point observé qu'il sera inutile de s'occuper de la recherche de la limite de $m_k A_k$ pour $k = \infty$, ce qui est souvent difficile. Dans l'énoncé du théorème tel que je l'ai donné, je suppose seu-

lement que a_n et u_n sont positifs et

$$(1) \qquad a_n \frac{u_n}{u_{n+1}} - a_{n+1} > \mu,$$

d'où suit

$$u_{n+1} + u_{n+2} + \ldots + u_{n+m} < \frac{1}{\mu} a_n u_n,$$

ce qui est d'ailleurs suffisant pour constater la convergence de la série à termes positifs Σu_n, m étant supposé quelconque, positif et entier. Il est du reste évident *a posteriori* que $a_n u_n$, dans l'hypothèse (1), doit s'approcher d'une limite positive ou zéro, ainsi qu'il suit de l'inégalité

$$a_n u_n - a_{n+1} u_{n+1} > \mu u_{n+1} > 0.$$

» Si j'ai insisté particulièrement sur ces points, c'est parce que je regarde *ma* démonstration du théorème cité comme une extrême et nouvelle simplification de la présente théorie de convergence, et qui doit trouver sa place dans les Traités élémentaires. Du reste, j'ai trouvé le théorème, sans avoir connaissance de la Communication de M. Kummer, comme conséquence d'un autre, que voici :

» *La série à termes positifs Σu_n sera convergente si l'on peut trouver une fonction positive A_n qui, à partir d'une certaine valeur de n, satisfait à l'inégalité*

$$\frac{A_n - A_{n+1}}{u_{n+1}} > \mu.$$

» Les autres remarques de M. Cesaro proviennent peut-être de ce qu'il n'a pas observé que le mot *convergente* a été omis dans le passage suivant :

» *Étant donnée une série quelconque* convergente *à termes positifs Σu_n, il n'y a aucune difficulté de démontrer que l'on peut toujours trouver un a_n satisfaisant à l'inégalité* (1) *et que l'on peut même choisir a_n d'une telle manière que $\sum \frac{1}{a_n}$ soit divergente.*

» Il est d'ailleurs évident que le passage cité serait une simple absurdité sans ce mot omis. Je prends ici l'occasion de corriger une autre erreur typographique :

» Page 730, ligne 2 en remontant, remplacer $n \geqq n$ par $n \geqq n'$.

» M. Cesaro semble m'accuser d'avoir dit que l'on pouvait trouver *un même* a_n satisfaisant à l'inégalité (1) pour *toutes* les séries convergentes Σu_n; mais je n'ai point commis une telle erreur.

» En terminant, je remarque que M. Cesaro pose

$$\lim a_n u_n = \lambda \qquad \text{et} \qquad \lim\left(a_n \frac{u_n}{u_{n+1}} - a_{n+1}\right) = \mu$$

sans aucune autorisation; je n'ai nullement supposé que

$$a_n u_n \quad \text{et} \quad \left(a_n \frac{u_n}{u_{n+1}} - a_{n+1}\right)$$

aient des limites déterminées.

» Ayant corrigé les deux *errata*, je maintiens que ma communication est exacte en tous points. »

PHYSIQUE. — *Sur les arcs surnuméraires qui accompagnent l'arc-en-ciel.* Note de M. **Boitel**, présentée par M. Lippmann.

« L'ancienne théorie de Descartes n'explique pas la formation des arcs surnuméraires; Young le premier, en 1804, a essayé de rendre compte de la production de ces arcs au moyen de la théorie des interférences. Plus tard, Airy a indiqué comment on pouvait déterminer la position de ces arcs en appliquant les principes de la diffraction et il a fixé la position des deux premiers. Miller a vérifié expérimentalement que, pour les deux premiers arcs, la théorie d'Airy donnait des résultats très approchés. Enfin Stokes a effectué le calcul par une méthode plus rapide que celle d'Airy, qui lui a permis d'obtenir la position des cinquante premières bandes.

» Mais Airy a admis, dans son calcul, que l'onde émergente (qui a la forme de la lettre S), rapportée à la tangente et à la normale à la courbe au point d'inflexion, avait pour équation $y = \frac{x^3}{3a^2}$ et il n'a pas donné l'expression de la constante a^2.

» Je suis parvenu à trouver l'équation exacte de l'onde émergente et, en la comparant à celle d'Airy, j'en ai déduit la valeur du coefficient a^2 pour un arc-en-ciel d'ordre K

$$a^2 = R^2 \frac{\cos^3 I}{\sin I} \frac{(K+1)^2}{K(K+2)};$$

en particulier, pour le premier arc-en-ciel, on a

$$a^2 = \frac{4}{3} R^2 \frac{\cos^3 I}{\sin I},$$

en appelant R le rayon de la sphère liquide et I l'angle d'incidence du rayon lumineux qui éprouve une déviation minimum.

» A l'aide de cette valeur, on trouve que la déviation d'une bande surnuméraire est donnée par la formule

$$\operatorname{tang}\theta = \frac{m}{(54)^{\frac{1}{3}}} \frac{(\lambda^2 \sin I)^{\frac{1}{3}}}{\cos I} \frac{1}{R^{\frac{2}{3}}},$$

m étant le nombre calculé par Stokes qui se rapporte à la bande considérée et λ la longueur d'onde de la lumière employée.

» En comparant les nombres obtenus expérimentalement par Miller à ceux que donne la formule précédente, j'ai constaté un désaccord qui va en croissant avec le numéro d'ordre de la bande considérée.

» J'ai de même comparé à la théorie les expériences récentes faites par Pulfrich sur des cylindres de verre, et j'ai retrouvé ce même désaccord.

» Aussi la théorie d'Airy me semble devoir être complétée. Pour cela, il faut déterminer à l'aide de l'équation exacte de l'onde émergente, que j'ai obtenue, la position des bandes surnuméraires (c'est ce dont je m'occupe actuellement) et comparer ces résultats à ceux de l'expérience.

» Or, la formule précédente montre que la déviation d'une bande est d'autant plus grande que le rayon de la goutte ou du cylindre sera plus petit et son indice plus faible. Pour réaliser des cylindres d'indice très petit, j'ai eu recours à des veines liquides que je fais jaillir verticalement à l'intérieur d'une cuve rectangulaire en verre remplie d'un liquide non miscible au premier et d'indice très voisin. Tandis qu'un filet d'eau dans l'air donne entre les deux premières bandes surnuméraires un écart de 40′, un filet de pétrole jaillissant dans l'eau permet d'obtenir entre ces deux bandes un écart de 2°; enfin, l'éther dans les mêmes conditions donne plus de 5°.

» Mais ces expériences présentent de grandes difficultés, en raison de l'instabilité de la veine. Aussi j'emploie maintenant de petits cylindres de crown ayant environ $0^{mm},4$ de rayon et que je place verticalement au centre de la cuve remplie de liquide. Ces dispositions expérimentales amplifient l'écart angulaire des bandes et augmentent la précision des mesures.

» Elles m'ont permis de constater que, pour ces fortes déviations, l'écart entre la théorie et l'observation ne fait que croître. La théorie d'Airy n'est donc qu'une première approximation, et j'espère être bientôt en mesure de lui apporter les corrections nécessaires ([1]). »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur le niveau moyen de la mer, et sur la surface générale de comparaison des altitudes.* Note de M. **Ch. Lallemand**, présentée par M. Bouquet de la Grye.

« I. Sous la triple action du Soleil, de la Lune et de la pesanteur terrestre, les eaux de la mer tendent vers un état d'équilibre perpétuellement troublé : 1° par le mouvement *journalier* de rotation de notre globe sur lui-même; 2° par le mouvement *mensuel* de translation de la Lune autour de la Terre; 3° par le mouvement *annuel* de translation de la Terre autour du Soleil; 4° par les variations lentes des éléments des orbites lunaire et terrestre. De là, autant d'oscillations élémentaires sur lesquelles viennent se greffer les courants produits par les différences de salure ou de température, par l'action des vents ou par les inégalités de la pression barométrique.

» Au milieu de tous ces mouvements, dont nous observons seulement la résultante, *le niveau moyen en un lieu, et pour une période donnée, correspond à la moyenne des hauteurs de l'eau par rapport à un point fixe, relevées en ce lieu à chaque instant de la période considérée.*

» Il y aurait intérêt à déterminer le niveau moyen de la mer dans le plus grand nombre possible de points le long des côtes, et à rattacher ensuite les résultats au réseau général des nivellements continentaux, de manière à constituer une sorte de *nivellement littoral des mers*.

» En premier lieu, connaissant les hauteurs relatives des différentes mers, pour des stations convenablement choisies, on en déduirait des indications utiles sur la direction et la vitesse des courants marins : question d'un haut intérêt pour la Météorologie, la Navigation et les Travaux maritimes.

» Ensuite, la variation, avec le temps, du niveau moyen dans chaque station décèlerait les mouvements relatifs du sol et des eaux dans la suite des années; problème fondamental pour la Géologie et la Physique terrestre.

([1]) Ces recherches ont été entreprises au laboratoire de M. Bouty, à la Sorbonne.

» Enfin, la connaissance du niveau moyen le long des côtes permettrait de fixer la *surface de niveau de comparaison*, qui doit être, à la fois, l'*horizon fondamental* des nivellements, la *base* de toutes les opérations géodésiques, et, partant, la véritable expression de la *figure moyenne actuelle* de la Terre. En raison de la prépondérance considérable des océans sur les terres, la *surface de comparaison* doit, en effet, s'écarter le moins possible de la *surface moyenne* des mers (¹).

» L'*horizon fondamental* ainsi défini ne saurait, toutefois, constituer une base immuable et définitive.

» Les surfaces de niveau sont, en effet, soumises, comme les eaux de l'Océan et pour les mêmes causes, à des oscillations périodiques, les unes rapides, les autres lentes, d'amplitudes comparables à celles des ondes océaniques supposées affranchies de toutes les causes perturbatrices.

» Les surfaces de niveau subissent en outre, bien que dans une mesure très atténuée, le contre-coup des modifications qui se produisent, avec le temps, sous l'action des météores ou en raison du refroidissement progressif de notre globe, dans les hauteurs relatives des terres et des eaux.

» Pendant que l'écorce solide se contracte et s'affaisse, le volume des Océans augmente d'une part (et par suite leur niveau monte) en raison de la condensation progressive de l'eau contenue à l'état de vapeur dans l'atmosphère; d'autre part, la masse liquide diminue de toute l'eau perdue par les infiltrations ou par l'imbibition des roches solidifiées et refroidies.

» Mais, heureusement, ces modifications n'exercent qu'une influence insensible, ou du moins très lente, sur les résultats des opérations.

» II. Pour déterminer le niveau moyen de la mer, on s'est d'abord contenté de prendre la moyenne de lectures faites directement sur une *échelle de port*, à des intervalles réguliers.

» A cette méthode pénible et incertaine, on a substitué plus tard des

---

(¹) La surface fondamentale une fois déterminée, la position en serait naturellement repérée par rapport au *niveau moyen* de la mer en un point, si la cote de ce niveau, même en l'absence de tout mouvement du sol, ne variait forcément un peu avec le temps, par le seul effet des ondes très lentes (on peut cependant corriger, par le calcul, certaines de ces influences, comme l'a fait M. Bouquet de la Grye pour le niveau moyen de l'Océan à Brest). Il sera préférable de choisir comme *repère fondamental* un point relativement fixe, pris dans la région où le niveau moyen et, par suite, le sol paraîtront le plus stables. Comme l'a proposé M. Bouquet de la Grye, ce point sera situé sous le sol, à une profondeur assez grande pour le soustraire à l'influence des dilatations ou contractions provoquées dans les couches superficielles par les variations de la température et de l'humidité.

appareils enregistreurs du mouvement de l'eau : les *marégraphes*. Malgré l'emploi du planimètre, le dépouillement et le calcul des courbes obtenues constituent encore une opération longue et délicate.

» M. Reitz a réduit considérablement le travail avec son *marégraphe totalisateur*, qui effectue automatiquement le planimétrage des diagrammes, au fur et à mesure de leur production. Mais l'appareil est très coûteux par lui-même et par l'installation qu'il exige.

» Pour pouvoir multiplier les postes d'observation autant qu'il est nécessaire, il fallait posséder un instrument simple et peu coûteux, qui facilitât les calculs en éliminant les indications inutiles.

» Chargé de l'étude de cette question par le Comité du nivellement général de la France, nous avons réussi à établir un appareil qui réalise à peu près ces conditions. Cet appareil, auquel nous avons donné le nom de *médimarémètre*, et que nous décrirons dans une prochaine Note, avec les détails convenables, repose sur le fait suivant, que la théorie explique, et dont nous avons pu vérifier expérimentalement l'exactitude :

» *Considérons un tube étanche fermé à sa partie inférieure par une cloison poreuse et plongé dans une nappe d'eau dont la surface est animée d'un mouvement vertical périodique; les oscillations du liquide se reproduisent à l'intérieur du tube avec la même période et le* même niveau moyen *qu'à l'extérieur, mais avec une* amplitude réduite *et un* retard dans la phase.

» Cette réduction et ce retard sont d'autant plus marqués :

» 1° Que la cloison est moins poreuse ou sa surface plus petite comparée à la section du tube;

» 2° Que l'oscillation extérieure est plus rapide.

» Si le mouvement de la nappe liquide, au lieu d'être un mouvement simple, résulte, comme c'est le cas pour la mer, d'une superposition de mouvements ondulatoires ayant des amplitudes et des périodes différentes, la cloison agit sur chacune des ondes composantes exactement comme si elle était seule. En d'autres termes, les oscillations rapides sont presque totalement arrêtées par la cloison, tandis que les ondes très lentes la traversent sans réduction sensible dans leur amplitude.

» Mais, dans tous les cas, le *niveau moyen dans le tube étant le même qu'en dehors*, on est autorisé, pour la recherche de ce niveau, à substituer au diagramme complexe des oscillations de la nappe le relevé des variations beaucoup plus lentes du niveau intérieur ; ce qui simplifie considérablement le travail et accroît notablement la précision du résultat.

» Un certain nombre de médimarémètres sont déjà installés sur les

côtes de la Méditerranée et de l'Océan. D'autres le seront prochainement sur le littoral de l'Algérie et de la Tunisie. »

CHIMIE. — *Recherches sur l'application du pouvoir rotatoire à l'étude des composés formés par l'action des tungstates neutres de soude et de potasse sur les solutions d'acide tartrique.* Note de M. D. GERNEZ, présentée par M. Debray.

« J'ai fait connaître ([1]) le changement que produit sur le pouvoir rotatoire de certains composés actifs l'addition d'un grand nombre de substances inactives de fonctions chimiques diverses. L'examen optique des solutions des corps réagissants est particulièrement propre à l'étude des actions qui peuvent se produire, puisqu'il permet de suivre les phases qu'elles présentent et l'effet final obtenu sans leur faire subir aucune modification. De plus, pour les cas où le pouvoir rotatoire devient beaucoup plus grand, l'interprétation des phénomènes peut être relativement facile, puisque l'action propre de la partie non combinée de la substance active est une fraction très faible du pouvoir rotatoire observé. C'est ce qui arrive, comme je l'ai établi, pour les combinaisons formées avec l'acide tartrique et les molybdates de soude et d'ammoniaque. L'étude du pouvoir rotatoire des solutions d'acide tartrique droit additionnées de quantités variables des tungstates neutres de soude et de potasse conduit à admettre l'existence, au sein du liquide, de combinaisons effectuées entre des nombres simples d'équivalents des substances réagissantes.

» 1° *Action du tungstate neutre de soude sur les solutions d'acide tartrique.* — Le tungstate neutre de soude $NaOTuO^3, 2HO$ est un sel facile à purifier et très soluble dans l'eau. Il est donc possible de réaliser des expériences dans lesquelles on mettra en contact avec l'acide tartrique des quantités de ce sel variant depuis une fraction minime d'équivalent jusqu'à un certain nombre d'équivalents, dans un volume d'eau assez restreint pour que les rotations aient la grandeur qui convient aux mesures précises.

» Dans chaque expérience, j'ai employé un poids constant, $1^{gr}, 250$ d'acide tartrique; j'y ai ajouté des poids de tungstate neutre de soude graduellement croissants et représentant depuis $\frac{1}{48}$ d'équivalent jusqu'à $17^{éq}$ de ce sel, avec la quantité d'eau nécessaire pour amener le volume total à

([1]) *Comptes rendus*, t. CIV, p. 783, et t. CV, p. 803.

50^{cc}, mesuré à la température de 16°, maintenue uniforme dans toutes les expériences. Les solutions ont été observées dans un tube de 105^{mm}, 7 de longueur et les mesures effectuées, par rapport à la lumière du sodium, avec le polarimètre à pénombres de M. Laurent. La rotation, observée avec la solution d'acide tartrique seul, était 0°22′. Les mesures faites sur 47 solutions ont donné les nombres compris dans le Tableau suivant :

Quantités de tungstate neutre de soude en grammes......	0,029	0,057	0,115	0,172	0,229	0,344	0,458	0,573	0,687	0,802	0,917	1,031
Équivalents de ce sel pour 1 équivalent d'acide tartrique.	$\frac{1}{48}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1,5}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{9}{12}$
Rotations observées..........	0°27′	0°33′	0°44′	0°53′	1°4′	1°24′	1°44′	2°5′	2°25′	2°45′	3°5′	3°25′
Variations de la rotation pour des poids égaux de sels.....	20′	24′	22′	18′	22′	20′	20′	21′	20′	20′	20′	20′
Quantités de tungstate neutre de soude en grammes......	1,146	1,259	1,375	1,490	1,604	1,719	1,833	1,948	2,063	2,176	2,291	2,406
Équivalents de ce sel pour 1 équivalent d'acide tartrique.	$\frac{10}{12}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{12}{12}$	$\frac{13}{12}$	$\frac{14}{12}$	$\frac{15}{12}$	$\frac{16}{12}$	$\frac{17}{12}$	$\frac{18}{12}$	$\frac{19}{12}$	$\frac{20}{12}$	$\frac{21}{12}$
Rotations observées..........	3°43′	4°	4°20′	4°37′	4°54′	5°10′	5°28′	5°45′	6°2′	6°17′	6°32′	6°48′
Variations de la rotation pour des poids égaux de sel.....	18′	17′	20′	17′	17′	16′	18′	17′	17′	15′	15′	16′
Quantités de tungstate neutre de soude en grammes......	2,521	2,635	2,750	2,865	2,979	3,095	3,438	4,125	4,813	5,500	6,875	8,250
Équivalents de ce sel pour 1 équivalent d'acide tartrique.	$\frac{22}{12}$	$\frac{23}{12}$	$\frac{24}{12}$	$\frac{25}{12}$	$\frac{26}{12}$	$\frac{27}{12}$	$\frac{30}{12}$	$\frac{36}{12}$	$\frac{42}{12}$	$\frac{48}{12}$	$\frac{60}{12}$	$\frac{72}{12}$
Rotations observées..........	6°59′	7°9′	7°20′	7°18′	7°9′	6°56′	6°23′	5°52′	5°33′	5°15′	4°55′	4°30′
Variations de la rotation pour des poids égaux de sel.....	11′	10′	11′	— 2°	— 9′	— 13′	— 11°	— 5′	— 3′	— 3′	— 3′	— 4′
Quantités de tungstate neutre de soude en grammes......	9,625	11,00	12,375	13,750	15,125	16,500	17,875	19,250	20,625	22,000	23,375	
Équivalents de ce sel pour 1 équivalent d'acide tartrique.	$7^{éq}$	$8^{éq}$	$9^{éq}$	$10^{éq}$	$11^{éq}$	$12^{éq}$	$13^{éq}$	$14^{éq}$	$15^{éq}$	$16^{éq}$	$17^{éq}$	
Rotations observées..........	4°16′	4°4′	3°49′	3°42′	3°35′	3°25′	3°16′	3°4′	2°58′	2°53′	2°48′	
Variations de la rotation pour des poids égaux de sel	— 2′	— 2′	— 2′,5	— 1′	— 1′	— 1′,6	— 1′,5	— 2′	— 1′	— 1′	— 1′	

» L'inspection de ces nombres conduit aux remarques suivantes : 1° Les rotations croissent de quantités égales pour des additions de poids égaux de tungstate neutre de soude jusqu'à ce que ce poids égale $1^{éq}$. 2° Elles continuent à croître, mais de quantités qui diminuent insensiblement, jusqu'à ce que la quantité de sel ajoutée représente $2^{éq}$; la rotation atteint alors une valeur maxima. 3° A partir de cette valeur, la rotation diminue régulièrement de quantités de plus en plus petites.

» On peut interpréter ainsi ces résultats : le tungstate de soude ajouté d'abord à l'acide tartrique se combinerait en totalité avec lui pour donner un composé à équivalents égaux, de pouvoir rotatoire beaucoup plus grand

que celui de l'acide, et il en serait ainsi jusqu'à ce que la quantité de sel ajouté fût 1ᵉᑫ. Pour des quantités plus grandes, le composé se transformerait en un autre formé de 1ᵉᑫ d'acide tartrique et 2ᵉᑫ de tungstate neutre de soude $C^8H^6O^{12} + 2(NaO, TuO^3)$, dont la production complète correspondrait à la rotation maxima observée, laquelle est 22 fois plus grande que celle que produirait l'acide tartrique qu'elle contient. Ce composé se dissocierait pour des additions successives de sel.

» 2° *Action du tungstate neutre de potasse sur les solutions d'acide tartrique.* — En ajoutant à une solution d'acide tartrique des quantités de tungstate de potasse croissant depuis $\frac{1}{48}$ d'équivalent jusqu'à $4^{éq},5$, j'ai obtenu les résultats indiqués dans le Tableau suivant :

Quantités de tungstate neutre de potasse en grammes	0,028	0,057	0,113	0,226	0,340	0,453	0,566	0,679	0,792	0,906	1,019	1,132
Équivalents de ce sel pour $1^{éq}$ d'acide tartrique	$\frac{1}{48}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{10}{12}$
Rotations observées	0°28′	0°33′	0°45′	1° 6′	1°28′	1°50′	2°11′	2°31′	2°49′	3°9′	3°30′	3°46′
Variations de la rotation pour des poids égaux de ce sel	24′	20′	24′	21′	22′	22′	21′	20′	18′	20′	21′	16′

Quantités de tungstate neutre de potasse en grammes	1,245	1,358	1,472	1,595	1,708	1,821	1,934	2,048	2,161	2,274	2,387	2,500
Équivalents de ce sel pour $1^{éq}$ d'acide tartrique	$\frac{11}{12}$	$\frac{12}{12}$	$\frac{13}{12}$	$\frac{14}{12}$	$\frac{15}{12}$	$\frac{16}{12}$	$\frac{17}{12}$	$\frac{18}{12}$	$\frac{19}{12}$	$\frac{20}{12}$	$\frac{21}{12}$	$\frac{22}{12}$
Rotations observées	4°7′	4°28′	4°48′	5°11′	5°33′	5°54′	6°16′	6°40′	7°4′	7°26′	7°48′	8°8′
Variations de la rotation pour des poids égaux de ce sel	21′	21′	20′	23′	22′	21′	22′	24′	24′	22′	22′	20

Quantités de tungstate neutre de potasse en grammes	2,613	2,727	2,840	2,953	3,066	3,406	3,745	4,085	4,764	5,443	6,122
Équivalents de ce sel pour $1^{éq}$ d'acide tartrique	$\frac{23}{12}$	$\frac{24}{12}$	$\frac{25}{12}$	$\frac{26}{12}$	$\frac{27}{12}$	$\frac{30}{12}$	$\frac{33}{12}$	$\frac{36}{12}$	$\frac{42}{12}$	$\frac{48}{12}$	$\frac{54}{12}$
Rotations observées	8°28′	8°38′	8°38′	8°24′	8°4′	7°8′	6°43′	6°23′	5°48′	5°34′	5°34′
Variations de la rotation pour des poids égaux de ce sel	20′	10′	0	−14′	−20′	−17′	−8′	− 6′	− 6′	− 2′	0

» L'examen de ces nombres conduit à admettre que l'acide tartrique forme avec le tungstate neutre de potasse une combinaison dont la composition serait représentée par la formule $C^8H^6O^{12} + 2(KOTuO^3)$ et qui correspond à la rotation maxima observée, laquelle est 23 fois plus grande que celle que produirait l'acide tartrique qui s'y trouve contenu.

» On voit par ces expériences que les tungstates neutres de soude et de potasse se comportent dans leur action sur l'acide tartrique d'une manière analogue. J'ajouterai que l'étude des phénomènes de saturation de ces sels par l'acide tartrique a conduit jadis M. Lefort [1] à soupçonner l'exis-

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 5ᵉ série, t. IX, p. 109; 1876.

tence de composés de ce genre, qu'il essaya vainement de réaliser à l'état cristallisé. »

CHIMIE. — *Sur la production, par la voie sèche, d'hydrates ferriques cristallisés.* Note de MM. **G. Rousseau** et **J. Bernheim**, présentée par M. Troost.

« On n'a pas réussi jusqu'ici à préparer les ferrites alcalins à l'état cristallisé. M. Fremy, en calcinant au rouge vif un mélange de sesquioxyde de fer et d'azotate de potasse ou de soude, a obtenu une masse amorphe, d'un jaune verdâtre, que l'eau décompose en lui enlevant de l'alcali. Il est probable que ces produits constituent les ferrites alcalins normaux. Cette conclusion a été confirmée par les expériences de M. Mallard, d'après lesquelles la quantité d'acide carbonique éliminée quand on fond le carbonate de soude en présence du colcothar, jusqu'à ce que la perte atteigne une limite fixe, correspond à la formation du ferrite Fe^2O^3, NaO.

» Nous avons cherché à faire cristalliser ce composé en chauffant le colcothar avec la soude caustique, d'après la méthode employée autrefois par M. Becquerel pour la reproduction de quelques espèces minérales. L'emploi de l'oxyde de fer anhydre ne nous ayant pas donné de résultats satisfaisants, nous y avons substitué l'hydrate ferrique. Dans ces conditions, il s'est formé des composés singuliers où la majeure partie de la soude du ferrite est remplacée par de l'eau basique. En employant, au lieu de soude caustique, un mélange de sel marin et de carbonate de soude, nous avons obtenu un nouvel hydrate, analogue aux précédents. Enfin, nous avons reconnu que les paillettes cristallines provenant de la calcination d'un mélange de sulfate de fer et de sel marin ne correspondent pas au fer oligiste, comme l'avait admis Rammelsberg, mais constituent un hydrate ferrique renfermant une petite quantité de soude.

» Voici le détail de nos expériences :

» 1° On introduit 2^{gr} de $Fe^2O^3, 2HO$, desséché à 100°, dans 15^{gr} de soude caustique maintenue en fusion dans un creuset de platine découvert. On chauffe la masse, pendant une heure et demie environ, à la température la plus élevée de la lampe Bunsen, et on arrête l'action du feu avant la volatilisation totale de la soude. L'intérieur du creuset est tapissé de cristaux qu'on détache par des lavages à l'eau bouillante. Ils renferment :

	Trouvé.				Calculé pour
	I.	II.	III.	IV.	$20Fe^2O^3, 32HO, 3NaO$.
Fe^2O^3	80,30	»	»	»	80,80
NaO	4,61	»	»	»	4,69
HO	14,48	14,47	14,58	14,44	14,54

» Ce composé cristallise tantôt en aiguilles, tantôt en lamelles, le plus souvent en un mélange de lamelles et d'aiguilles, d'une belle couleur mordorée. Il se dissout très facilement dans les acides minéraux. Il commence à se déshydrater au-dessus de 120°; à 150° la perte limite atteint 9,54 pour 100; entre 250° et 300° il perd encore 3,70 pour 100 d'eau, et le reste au rouge sombre. Ainsi déshydraté, il est d'un gris noir comme le fer oligiste et paraît profondément modifié dans sa constitution; il est devenu difficilement attaquable par les acides et présente une réaction nettement alcaline, indice d'une dissociation partielle. La présence de l'eau paraît donc nécessaire à la stabilité de cet agrégat moléculaire dont elle forme le lien, comme dans certains oxychlorures hydratés, tels que l'*atacamite*, d'après les mesures de M. Berthelot. Il en résulte que la formule indiquée ne correspond probablement pas à la composition réelle de cet hydrate. L'existence d'une molécule aussi complexe, à la température élevée où se forme ce composé, nous semble inadmissible. Les expériences de M. Mallard tendent d'ailleurs à prouver que le sesquioxyde de fer est un acide monobasique, incapable de s'accumuler dans la molécule à la façon de l'acide silicique, de l'acide titanique ou de l'acide manganeux.

» On peut expliquer, selon nous, d'une façon plus rationnelle la constitution de cet hydrate:

» En se basant sur la loi de l'isomorphisme, il paraît légitime d'admettre qu'une partie de l'eau de l'hydrate $Fe^2O^3, 2HO$ peut être remplacée par une quantité équivalente de soude. Sous l'action d'une température progressivement accrue, ce composé initial perdrait simultanément de l'eau et de la soude en donnant naissance à une série de produits correspondant aux hydrates ferriques moins avancés. Ainsi, dans l'hydrate à 14,5 pour 100 d'eau, on voit que 1éq de Fe^2O^3 est combiné à 1éq,5 HO + 0éq,17 NaO, dont la somme calculée en eau correspond à Fe^2O^3, + 1,67 Aq, composition très voisine de l'hydrate $3Fe^2O^3, 5HO$.

» 2° Quand on chauffe le mélange de $Fe^2O^3, 2HO$ et de $NaHO^2$ à une température d'environ 1100° au four Forquignon (dispositif n° 1), on obtient des lamelles d'un rouge violacé, ayant pour composition :

			En équivalents.	
Fe^2O^3..........	88,5	88,9	1	
NaO...........	2,47	»	0,072	0,937 Aq
HO............	8,64	8,63	0,865	

En évaluant en eau la somme des équivalents de NaO et HO, la composition de ce nouvel hydrate se rapprocherait de celle de la *gœthite* Fe^2O^3, HO, légèrement dissociée. Il perd 3,65 pour 100 d'eau à 150°, 3,33 pour 100 vers 300° et le reste au rouge.

» Les creusets de platine étant fortement corrodés par la soude à partir de 1000°, nous avons cherché à les remplacer par des creusets de fer. Mais, à la température de formation de cet hydrate, le fer est attaqué avec dégagement d'hydrogène, et les lamelles sont colorées en noir par de l'oxyde magnétique; elles renferment alors 85,44 de Fe^2O^3, 3,62 de FeO et 8,63 d'eau.

» 3° Nous avons ensuite repris les expériences de M. Mallard, en faisant intervenir un agent minéralisateur, le chlorure de sodium ou la soude caustique. On a calciné pendant une demi-heure, au rouge vif, jusqu'à fusion tranquille, un mélange de 2gr de

Fe^2O^3, 2HO avec 6gr de carbonate de soude, puis on y a ajouté du sel marin, et l'on a chauffé le tout au rouge-orange (dispositif n° 3) jusqu'à volatilisation de la majeure partie du chlorure. Le fond du creuset était rempli de cristaux noirs dont on a séparé par lévigation quelques paillettes mordorées. Ces cristaux sont très solubles dans l'acide chlorhydrique; ils renferment :

				En équivalents.	
Fe^2O^3	83,75	84,09	»	1	
NaO.......	2,90	2,72	»	0,115	1,445
HO........	12,48	»	12,30	1,33	

» Ces nombres concordent avec la formule $5Fe^2O^3, 7HO$, et se rapprochent de celle de l'hydrate $2Fe^2O^3, 3HO$ partiellement dissocié.

» 4° En répétant l'expérience de Rammelsberg, nous avons découvert l'existence d'un quatrième hydrate. On a chauffé au rouge, pendant une heure, dans un creuset de terre, un mélange de sulfate de fer et de sel marin. La masse fondue, coulée sur une plaque métallique avant la volatilisation complète du chlorure, puis reprise par l'eau, a donné une abondante cristallisation de paillettes, renfermant :

			En équivalents.	
Fe^2O^3..........	94,30	»	1	
NaO...........	0,78	»	0,051	0,462
HO............	4,12	4,05	0,411	

» Cet hydrate est plus difficilement soluble dans les acides que les précédents. Il perd 0,92 pour 100 d'eau à 150°, 1,23 pour 100 à 300° et le reste au rouge; après avoir subi cette calcination, il présente une réaction alcaline. Sa composition est voisine de celle de la *turgite* $2Fe^2O^3, HO$.

» Une circonstance digne de remarque, c'est que le poids de la soude et de l'eau de ces hydrates, variable en grandeur absolue avec la température de l'expérience et la nature des fondants, est dans un rapport sensiblement constant et voisin de 1 : 3. Calculé en poids équivalents, ce rapport devient approximativement 1:10. Cette permanence de la proportionnalité des deux protoxydes tend à confirmer l'interprétation que nous avons proposée plus haut, relativement au rôle de la soude dans ces composés, l'eau et l'alcali qu'ils renferment paraissant se dissocier suivant une même loi, quand on élève la température du bain de soude caustique qui sert à la minéralisation de l'hydrate de sesquioxyde de fer.

» Tous nos essais pour substituer la potasse à la soude ont échoué. La calcination d'un mélange de potasse et de colcothar ou d'hydrate ferrique, dans les conditions les plus variées, n'a fourni que des produits amorphes. »

CHIMIE. — *Sur le sesquisulfure de rhodium* ([1]). Note de M. E. **Leidié**, présentée par M. Debray.

« I. *Sesquisulfure préparé par voie sèche.* — On n'a jusqu'à présent tenté de préparer le sesquisulfure de rhodium par voie sèche qu'en chauffant au rouge sombre un mélange de soufre et de rhodium (Berzélius) ou de soufre et de chlororhodate d'ammoniaque (Vauquelin), et l'on a obtenu, dans ces conditions, non pas le sesquisulfure Rh^2S^3, mais un corps ayant une composition voisine de celle d'un protosulfure RhS. Si l'on répète ces expériences, on observe que la composition du produit obtenu, bien que voisine, il est vrai, de celle d'un protosulfure, varie cependant d'une expérience à l'autre. Ce corps, qui d'ailleurs n'a pas d'analogue parmi les autres sels de rhodium, doit être considéré non comme une espèce définie, mais comme un produit de décomposition du sesquisulfure stable à la température du rouge sombre.

» Le seul procédé qui permette de préparer le sesquisulfure Rh^2S^3 consiste à chauffer à 360°, dans un courant d'acide sulfhydrique pur et sec, le sesquichlorure préparé à 440°. Ainsi obtenu, le sesquisulfure se présente sous forme de paillettes cristallines, noirâtres, ayant conservé la forme du sesquichlorure qui a servi à sa préparation. Il n'est stable qu'au-dessous de 500°; au delà, il perd peu à peu du soufre, mais il ne donne que très difficilement le métal libre. Chauffé au rouge sombre dans une atmosphère d'azote, il perd 8 pour 100 de soufre et laisse un résidu qui possède à peu près la composition du prétendu protosulfure de Berzélius; chauffé soit au rouge vif dans le vide absolu, soit à la température de fusion du fer dans un creuset brasqué, il fond et se présente alors sous forme d'un culot brillant, cristallin, d'apparence métallique, qui retient encore environ 9 pour 100 de soufre; les dernières portions de soufre ne peuvent lui être enlevées qu'en le fondant au chalumeau oxyhydrique dans un creuset de chaux vive. Le sesquisulfure de rhodium Rh^2S^3 est insoluble dans les sulfures alcalins; il n'est attaqué ni par l'eau bromée, ni par les acides azotique ou chlorhydrique, ni par l'eau régale. Pour l'analyser, il faut le griller dans un courant d'oxygène, réduire le résidu pour avoir le métal, et recueillir les gaz dans de l'eau bromée pour doser le soufre à l'état de sulfate de baryte.

([1]) Ce travail a été fait au laboratoire des recherches de l'École Normale.

» Voici les chiffres donnés par l'analyse :

			1.	2.	3.
Rh^2	104,00	68,42	68,22	68,27	68,31
S^3	48,00	31,58	31,25	31,33	31,37
Rh^2S^3	152,00	100,00			

» II. *Sesquisulfure préparé par voie humide.* — Lorsqu'on analyse le sesquisulfure hydraté obtenu suivant les procédés ordinairement décrits, on obtient pour les rapports réciproques du soufre et du rhodium un chiffre supérieur à celui qui est exigé par la théorie pour un sesquisulfure. Si, après l'avoir complètement desséché, on le chauffe à 440° dans le vide absolu, on voit qu'il ne se dégage pas de soufre, mais seulement de l'acide sulfureux et de l'eau, et qu'il reste un résidu possédant une composition très voisine de celle du sesquisulfure. Le produit desséché n'est donc ni un mélange de sesquisulfure et de soufre, ni un polysulfure, mais bien un sulfhydrate de sulfure partiellement oxydé par son contact avec l'air. Dans l'impossibilité de le recueillir et de l'analyser directement, j'ai dû, pour mettre sa composition en évidence, recourir à une méthode indirecte d'analyse analogue à celle employée par M. Baubigny (1) dans son étude sur le sulfhydrate de sulfure de nickel. Voici les conclusions auxquelles je suis arrivé. Lorsqu'une solution de rhodium est mise en vase clos en présence d'un grand excès d'hydrogène sulfuré, la précipitation complète du métal s'effectue au bout de quelques instants à la température de 100°, mais au bout de plusieurs mois seulement si l'on abandonne le mélange à la température ordinaire; dans les deux cas, le résultat final est le même : le précipité formé est un sulfhydrate de sulfure $Rh^2S^3, 3HS$. Celui-ci est noir brun, très volumineux, insoluble dans les sulfures alcalins et dans les acides chlorhydrique et azotique, facilement attaquable par le brome et par l'eau régale. Chauffé à 100° avec cinq cents fois son poids d'eau, soit en vase clos, soit au réfrigérant ascendant au sein d'une atmosphère d'azote, il se décompose totalement au bout de vingt heures en Rh^2S^3 et en $3HS$. Il change alors de propriétés, diminue de volume et devient insoluble dans l'eau bromée, difficilement attaquable dans l'eau régale et inoxydable à l'air. Lorsque, dans les mêmes conditions expérimentales que précédemment, on met en présence des quantités d'un sel de rhodium et d'une solution titrée d'acide sulfhydrique, prises en proportions calculées de façon à obtenir le sesquisulfure Rh^2S^3, le précipité qui

(1) *Comptes rendus*, t. XCIV, p. 1417.

se forme tout d'abord est un sulfhydrate de sulfure qu'on peut considérer comme le corps $Rh^2S^3, 3HS$ plus ou moins dissocié ; puis celui-ci, lentement à la température ordinaire, rapidement à 100°, se décompose, réagit sur le reste du métal en présence, et finalement le précipité possède la composition Rh^2S^3. Enfin, la même série de phénomènes se reproduit lorsqu'on emploie un excès de rhodium par rapport à l'hydrogène sulfuré. Le produit primitif est un sulfhydrate de sulfure, le produit final un sesquisulfure. Toutes les fois donc que l'on voudra préparer le sesquisulfure de rhodium par voie humide, il faudra traiter à 100° un sel de rhodium par une quantité d'hydrogène sulfuré insuffisante pour tout précipiter, car la décomposition du sulfhydrate de sulfure s'effectue beaucoup plus facilement sous l'influence d'un excès de métal que sous celle de l'eau seule.

» III. *Sulfures doubles.* — Lorsqu'on précipite un sel neutre de rhodium, tel qu'un chlororhodate alcalin, par un excès d'un monosulfure alcalin employé en dissolution concentrée, le précipité qui prend naissance est une combinaison de sulfure de rhodium et de sulfure alcalin, combinaison inaltérable en présence du sulfure alcalin, mais décomposable par l'eau pure. Pour la mettre en évidence j'ai dû employer une méthode détournée d'analyse dont voici le principe. On précipite un volume connu d'une solution titrée de rhodium par un volume connu d'une dissolution de monosulfure de sodium dont on connaît le titre en sodium et en soufre. La précipitation du rhodium étant complète, on connaît par cela même la quantité de ce corps qui est contenue dans le précipité; en prenant de nouveau le titre de la dissolution en sodium et en soufre, on connaît l'excès de ces deux corps et par suite la quantité de chacun d'eux qui est entrée dans la combinaison insoluble; on a donc tous les éléments nécessaires pour calculer le rapport qui existe entre les poids de rhodium, de sodium et de soufre combinés entre eux, ainsi que le degré de dilution du monosulfure alcalin. On observe alors les phénomènes suivants. Dans les dissolutions concentrées, lorsque le volume total de la dissolution représente au plus $16^{éq}$ d'eau pour $1^{éq}$ de monosulfure de sodium anhydre, le précipité offre la composition d'un sulfosel $Rh^2S^3, 3NaS$. Dans les dissolutions très étendues, lorsque le volume total représente au moins $110^{éq}$ d'eau pour $1^{éq}$ de NaS, le précipité est le sesquisulfure Rh^2S^3. Entre ces deux limites de dilutions, il se forme des corps intermédiaires qu'on peut considérer comme le sulfosel primitif partiellement dissocié par l'eau. Enfin, lorsque la proportion d'eau dépasse $550^{éq}$ pour $1^{éq}$ de NaS, le précipité formé à froid est le sesquioxyde hydraté jaune, parce que le monosulfure

alcalin a été complètement décomposé par l'eau en alcali libre et en acide sulfhydrique.

» Le monosulfure de potassium donne des résultats entièrement semblables. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur deux naphtoquinoléines isomériques.* Note de M. **Alphonse Combes**, présentée par M. Friedel.

« Les naphtoquinoléines sont des composés très rares, et dont les seuls termes connus ont été obtenus par M. Skraup, en faisant agir la glycérine sur les naphtylamines en présence d'acide sulfurique. Je me propose de faire connaître dans cette Note deux termes nouveaux de cette série et un moyen pour en obtenir plusieurs autres.

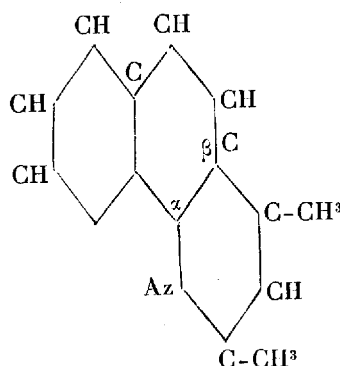
» Il suffit, pour cela, d'appliquer aux naphtylamines la méthode que j'ai précédemment indiquée, pour obtenir des quinoléines méthylées et qui consiste à faire réagir les amines aromatiques sur l'acétylacétone et ses dérivés.

» I. *α-diméthylnaphtoquinoléine.* — Une molécule de α-naphtylamine est traitée par une molécule d'acétylacétone ; le mélange est chauffé au bain-marie pendant quelques instants et l'on constate qu'il se sépare de l'eau ; le produit de cette première réaction, qui résulte de l'élimination d'une seule molécule d'eau, est un liquide visqueux, indistillable, mais qui fournit avec les acides des sels bien cristallisés. On dissout cette substance dans un excès d'acide sulfurique concentré, et l'on maintient à 100° pendant une demi-heure environ. On jette alors le tout dans un grand excès d'eau froide : tout se dissout, et la liqueur, parfaitement limpide, est peu à peu additionnée d'ammoniaque, jusqu'à réaction alcaline. Il se précipite au fond du vase un liquide qui ne tarde pas à se prendre en longs cristaux blancs. Séparés et séchés, ils fondent à la température de 44° et distillent vers 360°-362° sans décomposition. Cette substance répond à la formule $C^{15}H^{13}Az$; son chloroplatinate, qui hydraté est une masse volumineuse d'un beau violet, perd dans le vide son eau de cristallisation et se transforme en une poudre amorphe d'un brun violacé, fusible à 260°, mais en se décomposant. Il donne à l'analyse :

	Trouvé.		Calculé pour $(C^{15}H^{13}Az\,HCl)^2PtCl^4$.
Pt	23,64	23,71	23,84

» Les sels de cette nouvelle base sont bien cristallisés, leurs solutions possèdent une jolie fluorescence violette.

» Par analogie avec ce qui se passe pour les amines aromatiques, on peut attribuer à cette substance la constitution suivante :



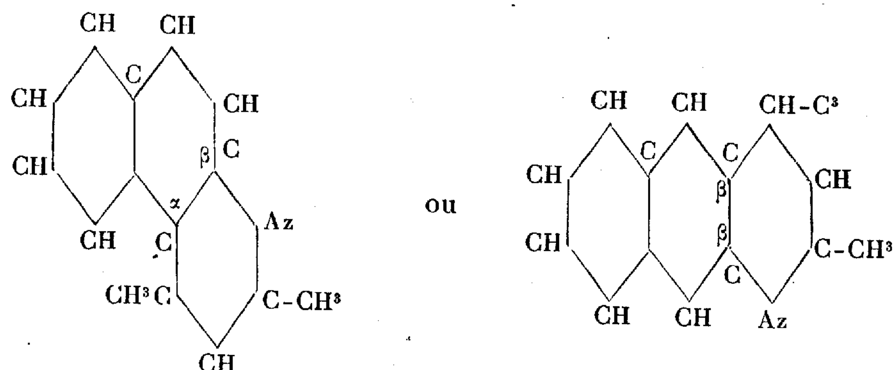
» II. *β-diméthylnaphtoquinoléine*. — En opérant exactement de même avec la β-naphtylamine, on obtient une substance solide, fusible à 66°-67° et distillant à 380°, mais en se colorant fortement en rouge; on l'obtient facilement incolore en la distillant dans le vide. Ce composé présente la même composition que le précédent, et son chloroplatinate est d'un jaune verdâtre; il se décompose sans fondre vers 220° et donne à l'analyse les chiffres suivants :

	Trouvé.		Calculé pour $(C^{15}H^{13}AzHCl^{2})^{2}PtCl^{4}$.
Pt................	24,10	23,80	23,84

» En même temps que cette base, il se forme un solide jaune d'or, insoluble dans les acides un peu étendus, facilement soluble dans l'ammoniaque et dans les alcalis, en une solution parfaitement incolore, d'où les acides et la simple ébullition, dans le cas de la solution ammoniacale, séparent de beaux cristaux jaunes. Cette substance est un dérivé sulfoconjugué de la base précédente; en effet, en traitant cette base par l'acide sulfurique concentré à 100° pendant une heure, on la transforme intégralement en une poudre jaune que l'eau précipite de sa solution sulfurique et qui fournit à l'analyse les nombres suivants :

	I.	II.	III.	Calculé pour $C^{15}H^{13}AzSO^{3}$.
C..............	62,88	»	»	62,72
H..............	4,50	»	»	4,52
Az..............	»	4,89	»	4,87
S..............	»	»	10,85	11,14

ce qui établit la formule $C^{15}H^{13}AzSO^{3}$ et montre que la base primitive était bien une diméthylnaphtoquinoléine; mais la constitution de cette base n'est pas absolument certaine, car, en partant de la β-naphtylamine, on peut obtenir les deux bases répondant aux schémas suivants :



» La première est un composé analogue au phénanthrène, et la seconde analogue à l'anthracène; il ne m'a pas encore été possible de décider entre ces deux formules.

» Le composé $C^{15}H^{13}AzSO^{3}$, fondu avec la potasse, m'a fourni une petite quantité d'une substance soluble dans les acides et dans les alcalis, et dont l'étude sera poursuivie. Enfin, je me suis assuré qu'on peut remplacer l'acétylacétone par un quelconque de ses dérivés monosubstitués, et, par conséquent, obtenir une nouvelle série de composés analogues aux précédents.

» Dans une prochaine Note, j'aurai l'honneur d'exposer à l'Académie l'action des diamines sur les diacétones, action qui permet la synthèse d'une série de phénanthrolines (1). »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'essence de cajeput.* Note de M. **R. Voiry** (2), présentée par M. Berthelot.

« L'essence de cajeput que j'ai étudiée était d'une belle couleur verte peu foncée, possédant une odeur pénétrante peu agréable.

» Examinée au polarimètre sous une épaisseur de $0^{m},10$, elle dévie de

(1) Travail fait au laboratoire de M. Friedel, à la Faculté des Sciences.

(2) Travail fait au laboratoire de M. le professeur G. Bouchardat.

— 2° le plan de polarisation. Soumise à un froid de — 50°, elle cristallise, et les cristaux formés fondent vers — 8°. Sa densité à 0° est de 0,934.

» Cette essence présente de grandes analogies avec celle de l'*Eucalyptus globulus*. Comme pour cette dernière, j'ai employé la distillation fractionnée comme méthode d'analyse.

» Les portions à point d'ébullition peu élevé (70°-100°) sont formées par des aldéhydes parmi lesquelles j'ai isolé les aldéhydes butyrique et valérianique.

» Vers 155°, à la pression normale, distillent de très petites fractions qui sont formées par un carbure térébenthénique $C^{20}H^{16}$ lévogyre. Ce carbure n'existe qu'en très faible proportion dans l'essence à laquelle il communique en partie sa déviation; traité par l'acide chlorhydrique, il fournit un monochlorhydrate $C^{20}H^{17}Cl$ cristallisé, doué de pouvoir rotatoire $[\alpha]_D = -4°$.

» Les portions qui bouillent vers 165° renferment de l'aldéhyde benzylique $C^{14}H^6O^2$. Par des traitements au bisulfite de soude, j'ai pu obtenir la combinaison cristalline, régénérer l'aldéhyde et le caractériser.

» En continuant la distillation, j'ai observé une fraction maxima vers 175°-180°. Elle est formée par du cajéputol ou terpane du cajéput $C^{20}H^{18}O^2$, corps identique au terpane de l'essence d'eucalyptus, que l'on extrait par la même méthode et que l'on purifie aussi facilement. Ce terpane possède des propriétés identiques, il bout à 175° à la pression normale, cristallise à 0°, fond à + 1° environ et est dépourvu de pouvoir rotatoire; il forme les $\frac{2}{3}$ de la masse totale de l'essence.

» Au delà de 180°, j'ai continué la distillation, sous pression réduite de $0^m,04$ de mercure. Ce fractionnement m'a fourni de petites portions dont les plus importantes passent entre 130° et 140°. C'est sur elles que j'ai d'abord porté mon attention.

» J'avais remarqué à la fin de la distillation à l'air libre un bouillonnement de la masse accompagné d'un dégagement d'acide acétique; cette constatation m'avait porté à penser que cette essence était riche en un composé acétique que je croyais être l'éther acétique du terpilénol. Cette hypothèse était permise après l'analyse que j'avais faite de l'essence d'eucalyptus où j'avais indiqué la présence d'un terpilénol et de son éther acétique.

» J'analysai les fractions (130-135) (135-140) : les résultats obtenus se rapprochaient beaucoup plus de la composition d'un monohydrate que de celle de son acétate; les densités trouvées ne faisaient que confirmer

les analyses. Je cherchai alors à faire cristalliser ces liquides, mais sans résultat; j'en attribuai la cause à la présence d'un peu d'éther acétique du terpilénol qui, par son mélange avec ce terpilénol, ne permettait pas à la cristallisation de s'effectuer.

» Je soumis alors ces fractions à l'action de la potasse alcoolique à 100° pendant huit heures. Le produit huileux de la saponification fut rectifié et j'obtins enfin un liquide visqueux, distillant de (125°-130°) (sous pression de $0^m,04$ de mercure).

» Après avoir refroidi ce liquide vers — 15° environ, j'y laissai tomber un fragment d'un terpilénol cristallisé, l'hydrate de caoutchine, qui détermina la prise en masse du liquide refroidi.

» J'ai fait l'analyse du composé cristallisé : il répond à la formule $C^{20}H^{18}O^2$, et sa densité de vapeur, $D = 5,16$, concorde avec celle que la théorie indique pour un composé de cette formule.

» J'ai donc bien caractérisé ce corps, qui est le *terpilénol*. Sa cristallisation à l'aide d'un fragment d'un corps identique, la densité trouvée $D_0 = 0,947$, la formation de dichlorhydrate $C^{20}H^{16}2HCl$ obtenu quand on le traite par l'acide chlorhydrique, ne permettent pas de douter de la nature du corps cristallisé que j'ai obtenu, et qui est, par conséquent, identique aux alcools mono-atomiques $C^{20}H^{18}O^2$, isomères des bornéols, obtenus en fixant une molécule d'eau sur les terpilènes, par MM. G. Bouchardat et J. Lafont.

» La présence de ce corps parmi les composants de l'essence de cajeput est un fait nouveau et qui a son importance, car il permet d'affirmer que les corps oxygénés, bouillant vers 220° en se déshydratant partiellement, entrevus par différents expérimentateurs dans un certain nombre d'huiles essentielles, sont du terpilénol, alcool mono-atomique isomère du bornéol, pur ou mélangé avec ce bornéol et leurs dérivés, formique, acétique, butyrique, valérianique.

» Aucun des chimistes qui s'étaient occupés de cette question n'avait pu isoler ce corps de façon à le caractériser, et tous les corps décrits jusqu'à ce jour sont désignés comme étant des hydrates liquides dont on ne donne pas d'ailleurs la fonction chimique.

» Le terpilénol extrait de l'essence de cajeput est inactif sur la lumière polarisée, et cette propriété le rapproche du terpilénol de List.

» En continuant la distillation, j'ai constaté la présence d'éther acétique de ce terpilénol, accompagné de très faibles quantités de ces éthers butyrique et valérianique plus ou moins mélangés d'un carbure bouillant vers

160° dans le vide, et qui me paraît être très voisin du carbure de l'essence de copahu ou de celui de l'essence de cubèbe $C^{30}H^{24}$.

» Les fractions à point d'ébullition plus élevé, encore peu abondantes d'ailleurs, sont formées par des polymères de la molécule ($C^{10}H^{8}$) et des produits plus ou moins résinifiés provenant de leur oxydation. »

ZOOLOGIE. — *Sur un nouveau Corégone français* (Coregonus Bezola) *du lac du Bourget*. Note de M. **Victor Fatio**, présentée par M. Blanchard.

« Occupé, depuis plusieurs années, de l'étude des Corégones de la Suisse et des pays circonvoisins, et intrigué par les données constamment contradictoires des pêcheurs du lac du Bourget quant aux allures du Lavaret en temps de frai, je suis allé dernièrement à Aix pour compléter mes matériaux de ce côté et voir moi-même, sur les lieux, si le lac en question ne posséderait pas peut-être, comme la plupart des lacs suisses, deux formes parallèles plus ou moins confondues; si les désignations vulgaires de *Lavaret* et de *Besoule* ou *Bezoule* devaient être réellement attribuées à une seule et même espèce.

» L'abondance des renseignements que j'ai pu recueillir auprès des pêcheurs et la comparaison de nombreux individus à l'état frais me permettent aujourd'hui, grâce à mes recherches préalables sur les Corégones en général, de conclure à la justification de la distinction établie par les gens du métier : le Lavaret et la Bezoule sont, à bien des égards, très différents l'un de l'autre.

» La plupart des Corégones d'Europe, d'Asie et d'Amérique peuvent être rangés dans deux groupes principaux, suivant qu'ils ont : les uns, des épines branchiales (*branchiospines*) nombreuses et longues, avec un museau plus ou moins acuminé, une bouche terminale ou quasi terminale et un maxillaire allongé; les autres, des branchiospines relativement courtes et peu nombreuses, avec un museau plus élevé, une bouche plus inférieure et un maxillaire plus ramassé.

» Quelques formes quasi intermédiaires se rencontrent dans l'ancien comme dans le nouveau monde, qui, tour à tour, se rapprochent de l'un ou de l'autre des types précédents par tel ou tel de leurs caractères. Il est difficile de décider si elles résultent peut-être de mélanges anciens entre représentants des deux groupes ci-dessus, ou si ce sont des descendants peu à peu modifiés de l'un des types primordiaux de plus en plus effacés dans des conditions particulières.

» Le vrai Lavaret du Bourget (*Cor. Lavaretus* Cuv. et Val. *pars*) doit rentrer dans le premier groupe à branchiospines longues et nombreuses, avec le Blaufelchen du lac de Constance (*Cor. Wartmanni* Bl.). La Bezoule du même lac doit, par contre, être rangée dans les espèces mixtes, près de la Gravenche du Léman (*Cor. hiemalis* Jur.), bien qu'avec des allures complètement différentes.

» Le *Lavaret* du Bourget affecte des formes plutôt élancées, avec un pédicule caudal assez allongé; sa tête est relativement petite et peu élevée, le museau conique est assez bas et acuminé; la bouche est chez lui franchement terminale; la dorsale est plutôt courte et étroite. Les écailles, minces et caduques, sont relativement petites. Les branchiospines sont étroites, allongées, et au nombre de 34 à 39 sur le premier arc branchial, de 24 à 31 sur le quatrième.

» J'ai compté, chez quelques individus, 61 à 62 vertèbres, dont 35 à 36 costales.

» Les faces dorsales sont bleues ou d'un vert bleu, les côtés du corps sont d'un beau blanc argenté à reflets légèrement bleuâtres, les nageoires inférieures sont blanches ou blanchâtres et plus ou moins mâchurées de noir bleu au sommet.

» La plupart des individus capturés mesurent de $0^{m},28$ à $0^{m},36$; l'espèce atteindrait cependant quelquefois un poids maximum de 1^{kgr} environ, avec une taille passablement plus grande.

» Le Lavaret dépose ses œufs au bord, sur le gravier, sous très peu d'eau, généralement entre le 15 novembre et les premiers jours de décembre. Il a été transporté, avec succès paraît-il, il y a une dizaine d'années, dans le petit lac d'Aiguebellette, non loin d'Aix, à 380^{m} d'altitude.

La *Bezoule* du Bourget présente des formes plus ramassées et plus élevées, avec un pédicule caudal plutôt moins allongé; sa tête est forte et haute, son museau gros, haut et obtus. La bouche est chez elle un peu en retrait, soit plus ou moins inférieure. La dorsale est grande et ample; les écailles, assez épaisses et solides, sont sensiblement plus grandes. Les branchiospines, plutôt courtes et plus ou moins trapues, sont au nombre de 26 à 33 sur le premier arc branchial, de 18 à 23 sur le quatrième.

» J'ai compté, chez quelques individus, 60 à 61 vertèbres, dont 36 à 37 costales.

» Les faces dorsales sont olivâtres ou d'un brun jaunâtre pâle; les flancs sont argentés, un peu teintés de jaunâtre.

» Les nombreux individus que j'ai vu prendre en mai, au grand filet,

en même temps que des Lavarets, m'ont paru, en majorité, un peu plus forts que ces derniers. La Bezoule dépasserait un peu le poids maximum du Lavaret; on en prendrait, dit-on, parfois de près de $1^{kg},5$.

» La Bezoule dépose ses œufs sur le limon du fond du lac, d'ordinaire sous 70^m à 80^m d'eau environ, selon quelques-uns en janvier et février; généralement, paraît-il, un peu après le Lavaret, en décembre et jusque dans les premiers jours de janvier.

» La Bezoule se rapproche bien plus de la Gravenche (*Cor. hiemalis* Jur.) que du Lavaret, qui a été maintes fois comparé à cette espèce du Léman; les opinions, à cet égard souvent contradictoires, des auteurs qui ont traité du Lavaret du Bourget s'expliquent aisément par la confusion des deux formes que je signale ici.

» Quoique cadrant sur la majorité des points, pour les caractères principaux, avec la Gravenche, la Bezoule se distingue cependant encore de celle-ci : par des proportions généralement moindres des nageoires paires, par un total de vertèbres et d'écailles sur la ligne latérale un peu supérieur, et par le fait qu'elle dépose ses œufs dans les profondeurs, alors que la Gravenche vient frayer au ras du bord.

» Peut-être ces deux formes ont-elles une origine commune, rappelant tour à tour, chacune dans son milieu, avec des allures différentes, l'un des types qui semblent y faire aujourd'hui défaut. La Gravenche rappellerait jusqu'à un certain point, dans le Léman où il ne compte pas de représentant, le groupe auquel appartiennent, avec bien d'autres, les *Cor. Wartmanni* Bl. et *Cor. Lavaretus* Cuv. et Val., tandis que la Bezoule représenterait plus ou moins le groupe des *Cor. Marœna* Bl., *Cor. Fera* Jur. et autres dans le lac du Bourget où il paraît manquer.

» Il serait possible que les maxima des branchiospines chez certaines Bezoules pussent être attribués, malgré les différences d'allures en temps de frai, à des croisements accidentels avec le Lavaret; mais ce n'est en tous cas pas à semblable bâtardise actuelle qu'il faut attribuer les mêmes maxima chez la Gravenche du Léman, car la Féra compte toujours un nombre inférieur d'épines branchiales.

» Bien que l'extrême variabilité des Corégones exige une très grande circonspection dans les distinctions spécifiques, et quoique l'on ne puisse pas toujours accorder une immense importance au fait d'allures opposées, je n'en crois pas moins que la Besoule ou Bezoule, rangée près de la Gravenche dans les espèces que j'ai qualifiées de *mixtes*, peut être distinguée,

comme espèce locale, sous le nom de *Coregonus Bezola*, constituant, par dédoublement du Lavaret de Cuv. et Val., un nouveau Corégone français. »

BOTANIQUE. — *Germination de l'*Anemone apennina *Lin*. Note de M. **Ed. de Janczewski**, présentée par M. Bornet.

« En étudiant la germination des Anémones pour une Monographie de ce genre que je prépare, j'ai constaté que la manière dont s'opère la germination varie suivant les principales divisions de ce genre ([1]) et même, bien qu'à un moindre degré, suivant les espèces. Parmi les espèces que j'ai étudiées, l'*Anemone apennina* m'a présenté une très curieuse et très étrange anomalie; sa germination diffère considérablement de la germination ordinaire des plantes dicotylédones.

» L'*An. apennina* se rattache aux Sylvies (*A. nemorosa, ranunculoides, trifolia*, etc.) par ses organes reproducteurs. Ses akènes ont la même forme et la même structure; l'embryon y est également petit, arrondi et *homogène*. Il était donc à présumer que la germination serait semblable à celle des Sylvies ([2]) et ne se manifesterait à la surface de la terre que l'année suivante. L'embryon des Sylvies digère l'endosperme et pousse sa racine l'année même du semis; mais son axe, avec les cotylédons hypogés et les feuilles (une ou deux), ne se dégage du péricarpe qu'au printemps.

» L'*An. apennina* donne si peu d'akènes bien formés qu'il est fort difficile de s'en procurer une quantité notable. Grâce à l'obligeance de M. le Professeur Stahl, j'ai pu en faire un semis et obtenir une quinzaine de jeunes plantes. Elles étaient si différentes de toutes les autres Anémones que j'ai cru d'abord à la possibilité d'une erreur. De même que celles des Sylvies, les graines n'ont pas levé la première année. En février (le semis hivernait en serre froide), on vit pousser un organe foliaire dont le limbe était enveloppé par le péricarpe. Bientôt après le limbe rejetait son enveloppe et s'épanouissait en feuille verte profondément bilobée. Examinée à cette époque, la jeune plante n'était composée que d'une racine principale et d'un organe foliaire qui la continuait immédiatement; cet

---

([1]) Comp. Irmisch, *Ueber einige Ranunculaceen*, in *Botanische Zeitung*, 1856, p. 1-11, 17-19.

([2]) *Loc. cit.*, p. 17-19, tab. I, *fig*. 26-36.

organe était constitué par un pétiole canaliculé et un limbe bilobé. On ne voyait aucune trace d'axe hypocotylé, de bourgeon ni de cotylédons. L'analyse anatomique confirmait pleinement cette interprétation de la jeune plante. La racine était recouverte d'un épiderme brunâtre produisant des poils radicaux; son cylindre central à structure diarchique et normale ne présentait aucune trace de tissu générateur (zone cambiale). Le pétiole foliaire était arrondi dans sa partie inférieure et souterraine; dans sa portion aérienne, il était creusé en gouttière qui devenait de plus en plus large et profonde en se rapprochant du limbe. Son faisceau libéro-ligneux avait une structure complètement normale, sauf à la partie inférieure où s'effectuait le passage de la feuille à la racine. En ce point, il s'élargissait en éventail, se séparait du parenchyme par une couche d'endoderme, puis, plus bas, il devenait semblable au cylindre central de la racine, parce que son bois, faisant saillie au milieu de l'arc libérien, le fendait en deux arcs indépendants. Le microscope ne montrait, par conséquent, aucune trace d'organes caulinaires.

» Au mois d'avril, la racine principale, déjà ramifiée, était interrompue par un petit tubercule intercalaire situé à une certaine distance au-dessous de la jonction de la racine avec le pétiole. Il était évident que le tubercule était une portion tuméfiée de la racine. La couleur brune de l'épiderme, la présence de poils radicaux et surtout la position intercalaire du tubercule indiquaient cette origine, que l'analyse anatomique confirmait pleinement. Le tubercule était essentiellement composé de parenchyme gorgé d'amidon; sous une écorce relativement mince (10 couches environ), on voyait une zone génératrice produisant du bois parenchymateux autour du faisceau vasculaire diarchique, primaire et axile, qui continuait le faisceau de la racine normale. Dans le bois parenchymateux, outre quelques vaisseaux épars, on distinguait de petits faisceaux vasculaires disposés perpendiculairement à la lame vasculaire axile; à part quelques petits groupes libériens disséminés dans l'écorce, il y avait deux faisceaux libériens primaires (avec formations secondaires certainement) situés à leur place habituelle.

» Ces tubercules étaient munis, chacun, d'un bourgeon de couleur blanche, situé à la face supérieure, c'est-à-dire à côté de la racine reliant le tubercule à la feuille primaire. A la loupe ou même à l'œil nu, on distinguait autour du bourgeon une collerette brune indiquant l'origine adventive du bourgeon. Une coupe longitudinale passant par le bourgeon le montrait inséré sur la zone génératrice et déchirant l'écorce en forme de

collerette. Dans les tubercules les plus forts le bourgeon avait produit une feuille normale sortant de terre, qui était pourvue d'un limbe à trois folioles dentelées, et ne différait des feuilles adultes de l'*An. apennina* que par ses moindres dimensions.

» Vers la mi-mai, toutes les jeunes plantes sont entrées en repos sans produire d'autres organes. Leurs racines et leurs feuilles primaires ont péri et il n'est resté que les tubercules avec leurs bourgeons, peu apparents en raison de la couleur brune qu'ils ont revêtue à cette époque.

» Les germes de l'*An. apennina* présentent donc, comme on le voit, une anomalie fort remarquable; ils sont dépourvus d'axe primaire, et leur feuille primaire continue immédiatement la racine principale. L'axe secondaire est un organe adventif engendré dans une portion de la racine renflée en tubercule. Les cotylédons font aussi défaut; car la feuille primaire ne peut pas être considérée comme un cotylédon, aucune Anémone connue n'ayant de cotylédons bilobés ([1]). »

MINÉRALOGIE. — *Sur un nouveau gisement de* dumortiérite. Note de MM. **A. Michel Lévy** et **A. Lacroix**, présentée par M. Fouqué.

« La *dumortiérite* a été découverte par M. Gonnard ([2]) dans une granulite injectant les gneiss de Beaunan (Rhône). Une analyse de M. Damour ([3]) a fixé la composition de ce nouveau silicate d'alumine ($Al^8 Si^3 O^{18}$), très voisin de la *sillimanite*. On doit à M. Émile Bertrand ([4]) la détermi-

---

([1]) Parmi les plus jeunes plantes d'*An. apennina* que j'ai examinées, il s'en est trouvé une qui a présenté deux tubercules séparés par un intervalle de 6^{mm}. L'inférieur était de tout point semblable à ceux que je viens de décrire; le supérieur, également souterrain et brun à la surface, avait pris naissance à la base du pétiole, à 2^{mm} au-dessus de la racine, dans le petit espace où s'opère la transition du faisceau pétiolaire unique en cylindre central diarchique. Le tubercule pétiolaire, essentiellement composé de parenchyme amylifère, était parcouru par des faisceaux longitudinaux (au nombre de 2) et transversaux; son tissu dérivait presque en entier du faisceau pétiolaire dédoublé, ramifié et hypertrophié. Le parenchyme pétiolaire (écorce) engendrait les couches brunes extérieures et quelques couches sous-jacentes. Aucun bourgeon n'était visible à la surface de ce tubercule; mais, en pratiquant des coupes transversales successives, on en rencontra deux, complètement intérieurs, et par conséquent adventifs comme ceux des tubercules radicaux.

([2]) *Bulletin de la Société française de Minéralogie*, t. IV, p. 2; 1881.

([3]) *Ibid.*, t. IV, p. 6.

([4]) *Ibid.*, t. III, p. 171; 1880.

nation des propriétés optiques de ce minéral, orthorhombique pseudo-hexagonal, à bissectrice aiguë négative, parallèle à l'arête verticale *mm* (110) ($1\bar{1}0$), et possédant un polychroïsme intense dans les teintes bleues.

» La *dumortiérite* n'a été trouvée, à notre connaissance, jusqu'à ce jour que dans la granulite de Beaunan et dans une granulite (pegmatite) du Riesengebirge, à Rabenfelsen, près Wolfshau. Nous venons d'en découvrir un troisième gisement, intéressant par les particularités qu'il présente.

» C'est au milieu de la cordiérite des gneiss de Vedestrand (Norvège), recueillis par l'un de nous en 1885, que nous avons rencontré la *dumortiérite* associée à de nombreux cristaux de *sillimanite*, dont elle se distingue facilement en lumière polarisée parallèle par le signe de son allongement qui est négatif (n_p).

» Elle s'en distingue encore par son polychroïsme, intense, même en lames minces; on observe suivant :

n_g, n_m .... jaune pâle presque incolore
n_p .... bleu cobalt intense

» Les prismes de *dumortiérite* de ce nouveau gisement sont très allongés en cristaux microscopiques, sans pointement distinct, et à aspect fibreux dû à des accolements multiples.

» Les sections transversales montrent les faces *mm* (110) ($1\bar{1}0$) faisant un angle de 120° environ, ainsi que les macles suivant *m* (110), signalées par M. Émile Bertrand.

» La biréfringence est faible et voisine de celle de la cordiérite

$$n_g - n_p = 0,010.$$

» C'est encore un caractère distinctif fort net d'avec la sillimanite, dont la biréfringence est plus élevée :

$$n_g - n_p = 0,021.$$

» Une particularité curieuse consiste dans le fait que les aiguilles de *dumortiérite* développent autour d'elles, dans la cordiérite, des auréoles *polychroïques* dans les teintes jaunes, aussi intenses et aussi étendues que celles qui entourent les zircons dans de semblables conditions.

» L'angle des axes optiques est petit et voisin de

$$2V = 35°.$$

» En étudiant la *dumortiérite* des diverses localités citées plus haut, nous avons constaté une dispersion énergique avec $\rho > \nu$ ([1]). »

GÉOLOGIE. — *Sur les relations des phénomènes éruptifs avec la formation des montagnes et sur les lois de leur distribution.* Note de M. **Marcel Bertrand**, présentée par M. Daubrée.

« La liaison générale des phénomènes éruptifs avec la formation des montagnes est un fait connu ou pressenti depuis longtemps. On en a conclu d'abord, avec L. de Buch, que les roches étaient les agents des soulèvements. Cette idée doit être abandonnée; mais les relations entre les deux séries de phénomènes n'en sont pas moins incontestables, et il est intéressant de chercher à les préciser.

» Les beaux travaux de M. Sues ont montré qu'il y a eu successivement en Europe trois grandes zones de plissements, trois grandes chaînes. La première, datant du début de la période primaire, comprend l'Écosse et la Norwège; la seconde correspond à la fin des temps primaires et traverse l'Europe en écharpe du sud de l'Angleterre à la Bohême et à la Silésie; la troisième, enfin, est celle des grands mouvements tertiaires : elle embrasse presque toute la région méditerranéenne au sud des Pyrénées, des Alpes, des Carpathes et des Balkans.

» On peut compléter ce dessin général de la structure de l'Europe, en remarquant qu'il existe au nord une quatrième zone de plissements, plus ancienne, antérieure à la faune primordiale, et qui, du Canada à la Suède, à la Finlande et à la Chine septentrionale, a isolé par une double discordance le système archéen, tel que l'a défini M. Hébert, entre les gneiss et le silurien. Ces quatre chaînes peuvent, en étendant le sens des dénominations géographiques, prendre le nom de *chaîne huronienne* (lac Huron), *chaîne calédonienne, chaîne hercynienne* et *chaîne alpine*.

» L'étude des deux dernières, mieux connues, permet d'affirmer que la formation de ces chaînes s'est faite lentement et s'est continuée pendant plusieurs périodes géologiques. Le mouvement aurait commencé dans la partie centrale, dans l'axe de la chaîne, et se serait propagé, non pas régulièrement, mais probablement par saccades, vers les parties périphériques, c'est-à-dire vers les deux bords, septentrional et méridional.

([1]) Laboratoire de M. Fouqué, au Collège de France.

» Cela posé, on trouve que chaque chaîne a son *histoire éruptive* spéciale, son cortège de roches éruptives, dont l'extension géographique correspond à peu près à celle des plissements. De plus, il existe une récurrence bien marquée dans l'ordre des phénomènes et dans la succession des roches. Les plus anciennes sont toujours les granites, qui occupent, en général, l'axe de la chaîne et datent de la première période de plissement; puis vient une série d'éruptions porphyriques, alternativement acides et basiques, occupant à peu près le même emplacement, mais avec un léger recul vers le sud; enfin, les dernières éruptions sont postérieures aux derniers mouvements de la chaîne : elles sont uniquement basiques et se distinguent, en outre, par leur extension moindre et une tendance à la spécialisation des bouches d'éruption.

» L'histoire des chaînes calédonienne, hercynienne et alpine présente, à ces points de vue, des rapports tout à fait frappants : les venues de *trapps* et de diabases des bassins houillers d'Angleterre correspondent ainsi aux éruptions mélaphyriques du Tyrol; elles correspondent de même à la période des volcans européens actuels, tous basiques avec des laves distinctes, et tous relégués au sud de la région méditerranéenne.

» Pour expliquer ce retour périodique de phénomènes semblables et de roches presque identiques, il faudrait supposer des modifications également périodiques dans la composition des parties supérieures du noyau liquide et dans l'énergie des forces cristallines qui s'y manifestent. C'est là une hypothèse bien peu vraisemblable. Il semble plus naturel de croire que le magma liquide s'élève dans l'écorce à la faveur de chaque grand mouvement de plissement, et que là il forme, plus ou moins profondément, de vastes lacs de silicates fondus, qui exigent pour leur solidification non pas des siècles, mais des périodes géologiques entières et qui alimentent toute une série d'éruptions. Le refroidissement et les solidifications progressives amènent des variations correspondantes dans la composition et dans les affinités cristallines; la potasse s'épuise d'abord, puis la silice; le lac primitif se restreint, se divise en plusieurs autres et finit par disparaître.

» Cette pénétration en masse du magma liquide dans l'écorce n'est d'ailleurs pas une simple hypothèse; elle peut seule rendre compte du mode de gisement des granites; mais les exemples les plus probants sont ceux des *laccolithes* américains. On nomme ainsi, comme l'on sait, des roches tertiaires qui se sont introduites, parallèlement aux bancs, entre des couches plus anciennes, qui ont soulevé en forme de dôme les couches

supérieures, et se sont ainsi étalées souterrainement en véritables calottes hémisphériques de plusieurs kilomètres de diamètre. A chaque zone de plissement correspondrait un grand *laccolithe*, qui aurait ses phases successives d'activité, de morcellement et d'extinction. Aujourd'hui nous serions dans la phase d'extinction du laccolithe alpin.

» Ces considérations montrent dans quelle mesure on peut admettre une relation entre l'âge et la structure des roches. L'âge dépendrait, en réalité, de deux facteurs : la position géographique et la structure; la première permettrait de déterminer le laccolithe d'où provient la roche, la seconde fixerait le degré d'évolution cristalline du laccolithe au moment de la formation de cette roche. Autrement on trouve des roches de même composition et de même structure à toutes les époques; ainsi les porphyres pétrosiliceux sont archéens dans la zone huronienne, siluriens ou dévoniens dans la zone calédonienne, houillers et permiens dans l'Europe centrale, et tertiaires dans la zone alpine.

» L'étude des gisements métallifères conduit à des remarques analogues : la théorie qui voudrait fixer un âge déterminé pour la venue de chaque métal n'est vraie, même dans ses termes généraux, que si l'on reste dans une même zone de plissements. Ainsi les grès archéens du Lac Supérieur, le vieux grès rouge d'Écosse et les grès permiens d'Allemagne marquent trois périodes correspondantes dans la récurrence générale des chaînes, et à ces trois périodes semblent liées, dans chaque zone, les grandes venues cuprifères.

» On sait, d'un autre côté, de quelle manière intime les phénomènes sédimentaires et les faciès des terrains sont liés aux mouvements orogéniques. Tout vient donc, en somme, se grouper autour des différentes chaînes, qui constituent les véritables *unités* dans l'histoire du globe. Le recul progressif de ces chaînes vers le Sud apparaît alors comme une loi qui domine toute la Géologie; elle n'est, il est vrai, encore établie que pour l'Europe, mais la forme même en laisse présumer la généralité : les régions polaires se seraient refroidies les premières; c'est donc là que se seraient manifestés d'abord tous les phénomènes liés au refroidissement : les plissements, les éruptions, les émanations métalliques; puis, avec les progrès du refroidissement, ces phénomènes se seraient propagés vers le Sud par une série d'ondes irrégulières, mais grossièrement concentriques. »

GÉOLOGIE. — *La bauxite et les étages qui la recouvrent dans le massif de Garlaban.* Note de MM. **Paul Gourret** et **Achille Gabriel**, présentée par M. Daubrée.

« Dans le massif de Garlaban, qui se dresse aux environs de Marseille, la bauxite repose sur les premiers bancs urgoniens à *Requienia Lonsdalei* de Cagueferri, à la partie supérieure des calcaires à silex de Canteperdrix et du Jas de la Reine, au-dessus et au-dessous des mêmes calcaires sur le versant occidental du Taoume, enfin sur les marnes à *Echinospatagus ricordeanus* de la butte des Pinsots. En aucun cas, elle n'est associée aux couches à *Cyrena galloprovincialis*, qui manquent dans ce massif; car l'étage à *Lychnus* décrit dans cette région se rapporte au ligérien. Elle n'est pas davantage comprise dans des failles et elle se présente comme un dépôt sédimentaire, bien qu'elle n'offre aucune stratification apparente. Enfin, elle contient quelquefois des fossiles indéterminables, il est vrai, au point de vue spécifique, mais appartenant d'une manière certaine à des êtres marins, à des Ostracées et à des Térébratules (Cagueferri, le Taoume). A cause des rognons de limonite qui l'accompagnent toujours et également à cause de l'âge des assises qui la surmontent immédiatement, la bauxite peut être considérée comme l'équivalent du gault dans le massif de Garlaban.

» La succession que l'on relève au-dessus de la bauxite comprend, de bas en haut :

» 1° Une lumachelle de fossiles usés, parmi lesquels des Foraminifères (*Orbitolina* et *Globigerina*), des Bryozoaires, des Échinides, des Gastéropodes et des dents de Poissons, ainsi que des *Ostrea arietina* semblables à celles des grès cénomaniens de la Valdaren (environs du Beausset). Cette assise, qui peut directement reposer sur l'infra-crétacé, contient, lorsqu'elle recouvre la bauxite elle-même, des fragments roulés et plus ou moins altérés de cette roche, avec des morceaux de limonite. Nous la croyons synchronique des calcaires supérieurs à Ichtyosarcolithes de la craie chloritée, ou encore des grès rouges qui terminent à Cassis la formation cénomanienne. D'après cette hypothèse, il y aurait une lacune entre la bauxite et l'assise à *Ostrea arietina*, et cette lacune expliquerait pourquoi la mer de l'*Ostrea arietina* occupait un plus grand espace que celle qui a déposé la bauxite.

» 2° Calcaires compacts bruns ou gris foncé, devenant très marneux et renfermant des débris ligniteux, ainsi que des Radiolites et des Placosmiliens. Cette faunule ne tarde pas à être remplacée, à Canteperdrix, par des espèces lacustres, par des *Cyclas* très voisins de *C. gardanensis* et *gallo-provincialis*. Les morceaux de bois persistent, tandis que chaque banc présente à la base des petits cailloux roulés et, dans son épaisseur, des dépôts ferrugineux. Ce caractère de rivage s'accentue au Plan de la Reine, mais il ne se retrouve pas sur le versant occidental du Taoume. Enfin, entre le Jas neuf et le Gravon, les couches à *Cyclas* contiennent un mélange de coquilles marines et lacustres, parmi lesquelles *Cyclas* (les uns costulés, les autres lisses). *Cardium, Psammobia, Inoceramus labiatus, Cerithium, Trochus,* très voisin de *T. subcyclostomus,* s'il n'est pas identique à cette espèce.

» La présence d'*Inoceramus labiatus* permet de considérer cet horizon comme la base du ligérien, dont le sommet renferme des *Unio* unis à des *Bulimus* (type du *B. proboscideus*), genres remplacés ensuite par des Bryozoaires, des Brachiopodes (*Kingena*), des Ostracées et des Polypiers (*Goniocora, Calamophyllia, Polytremacis*).

» 3° Une zone composée tantôt de calcaires grésiformes (Cagueferri, Canteperdrix et le Jardinier), tantôt de calcaires résistants (Gravon et versant ouest du Taoume), quelquefois de grès plus ou moins sableux (Jas de la Reine et Basse de Frégérolle). C'est là l'équivalent des grès d'Uchaux, avec *Turritella requieniana*, *Cerithium provinciale* et *Matheroni*, *Trochus plicato-granulosus* et *subcyclostomus*, *Turbo delphinuliformis*, *Nerinea brevis*, *Chenopus simplex*, *Pterodonta naticoides*, *Trochosmilia depressa* et *varians*, *Diploctenium Matheroni*, *Cladocora humilis*, *Pleurocora ramulosa*, *Calamophyllia gracilis* et *martiniana*, *Polytremacis micropora*, *Crenopora massiliensis*, Radioles et plaques de *Cidaris*, *Goniopygus* et *Cyphosoma*, etc.

» 4° Calcaires compacts, alternant à la base avec des lits plus marneux. Ce niveau correspond à la fois aux grès de Mornas et à la zone de l'*Hippurites cornu-vaccinum*. Il renferme, en effet, les fossiles caractéristiques de ces deux horizons; car nous avons reconnu :

» *Nerinea requieniana*, *Acteonella lævis*, *crassa* et *Toucasiana*, *Pterodonta naticoides* et *ovata*, *Natica elatior*, *Pleurotomaria turbinoides*, *Chenopus simplex*, *Cardium Goldfussii*, *guttiferum*, *hillanum* et *alternatum*, *Requienia subæqualis* et *Archiaciana*, *Caprotina Michelini*, *Hippurites cornu-vaccinum* et sa variété *lata*, *bioculata* et *dilatata*, *Radiolites angeiodes*, *mamillaris*, *Desmoulinsi*, *Sauvagesi* et *cornu-pastoris*, *Phyllocœnia pediculata*, *Astrocœnia*

reticulata, *Cryptocœnia sparsa*, *Polytrema Coquandi*, *Hemiaster Leymeriei.*

» Au-dessus de l'angoumien à *H. cornu-vaccinum* se développent des couches gréseuses remarquables par leurs Polypiers. Ces assises, que nous rapportons encore au turonien supérieur, débutent par des marnes gréseuses, plus compactes à la base, avec *Nerinea brevis*, *Pterodonta elongata*, *Ostrea Tisnei*, *Terebratula lenticularis*, *Cyclolites excelsa*, *Cryptocœnia sparsa*, *Phyllocœnia Marticensis*, *Doublierii* et *pediculata*, *Synastrea media*, *agaricites* et *Firmasiana*, *Astrocœnia decaphylla*, etc.

» Elles passent ensuite peu à peu à des marnes friables, jaunâtres, contenant *Pleurotomaria turbinoides*, *Mailleana* et *Galliennei*, *Cerithium provinciale* et *peregrinum*, *Fusus requienianus*, *Janira quadricostata*, *Cyphosoma regulare*, *Cyclolites excelsa*, *Haueriana* et *hemisphærica*, *Ellypsosmilia sudrudis*, *Cryptocœnia sparsa*, *Synastrea corbarica*, *composita* et *Firmasiana*, *Actinocœnia Dumasiana*, *Polytremacis Blainvilliana* et *complanata*, *Dactylacis provincialis*, etc.

» Elles se terminent sous forme de grès résistants, qui couronnent les Têtes rouges. Avec des *Pentacrinites* et des *Bourgueticrinus*, il y a *Pleurotomaria turbinoides* et *Mailleana*, *Pecten quadricostatus*, *Ostrea Tisnei*, *Kingena massiliensis*, *Rhynchonella deformis*, *Cyclolites discoidea* et *excelsa*, *Ellypsosmilia subrudis*, *Diploctenium lunatum*, *Phyllocœnia Marticensis*, *Astrocœnia decaphylla* et des *Amorphospongia* globuleuses. »

ANTHROPOLOGIE. — *Sur un buste de femme taillé dans la racine d'une dent d'Équidé et trouvé dans la grotte magdalénienne du Mas d'Azil.* Note de M. **Ed. Piette**, présentée par M. Milne-Edwards.

« Les peuplades magdaléniennes, très habiles dans l'art de figurer par la gravure et la sculpture les animaux dont elles se nourrissaient, dessinaient rarement l'homme lui-même. Les représentations qu'elles en ont faites sont presque toutes des ébauches informes. Je viens cependant de trouver, dans la grotte du Mas d'Azil (Ariège) un buste minuscule de femme qui donne quelques renseignements précieux sur l'une des races humaines quaternaires. Il a été taillé dans la racine d'une dent incisive d'Équidé. Assurément ce n'est pas une merveille d'art, et la matière choisie ne se prêtait guère à la sculpture. La racine aplatie latéralement n'avait pas assez d'épaisseur pour permettre de faire les épaules et les bras; aussi le sculpteur les a-t-il supprimés et a-t-il laissé les côtés à peine ébauchés.

Il n'a pas même dégrossi le dos, et il lui a été impossible de donner au crâne son véritable contour, parce que la racine de la dent se termine par une pointe obtuse dont il a fait la tête. Enfin le trou médullaire défigure un des côtés du visage.

» Malgré ces imperfections, ce buste est très intéressant. Les seins sont bien sculptés et le profil du visage a été taillé avec soin.

» L'oreille est grande, son lobe inférieur est collé contre la joue. Le front n'est pas fuyant comme celui du crâne du Néanderthal, son élévation et sa courbure dénotent l'intelligence. Le nez est gros et arrondi, les lèvres épaisses, le menton fuyant comme celui de la mâchoire de la Naulette. Les seins sont pendants, allongés, terminés inférieurement par des bouts énormes, assez semblables à des tettes. Malgré l'apparence bestiale que leur donne cette forme, la ligne courbe que décrit leur profil est harmonieuse.

» Le diamètre antéro-postérieur à la hauteur des hanches et du bassin est plus grand que le diamètre latéral, mais je pense qu'on aurait tort d'attacher une grande importance à ce caractère, qui me paraît avoir été nécessité par la forme de la dent. D'ailleurs l'épaisseur du corps aurait diminué si le dos avait été taillé.

» On n'avait jusqu'à présent aucun renseignement sur les caractères des races humaines quaternaires. On ne compte que trois représentations de femmes magdaléniennes qui méritent d'être citées :

» 1° La *Vénus* de M. de Vibraye, recueillie à Laugerie-Basse. Elle n'a pas de seins, soit que le troglodyte qui lui a enlevé la tête à coups de silex les lui ait enlevé également au temps de l'âge du renne, soit que, par suite du délitement de l'ivoire, ils se soient détachés de la statuette.

» 2° La *femme au renne*, plus communément connue sous le nom de *femme enceinte*. Elle a été également recueillie à Laugerie-Basse et fait partie de ma collection. Elle a été sculptée en bas-relief, couchée à côté de son renne. La tête manque, séparée par une cassure ancienne. Le corps est couvert de poils. Les seins sont masqués par le bras qu'elle élève en l'air. Le faible renflement de la poitrine fait supposer que, malgré son état de grossesse avancée, ils étaient peu développés.

» 3° Le buste que je viens de décrire. Il n'est nullement certain que la femme dont il est la représentation ait appartenu à la même race que la *femme au renne*. Le développement du système pileux chez celle-ci et l'atrophie de ses seins établissent entre elles une ligne de démarcation. »

HISTOLOGIE. — *Sur la prétendue fusion des cellules lymphatiques en plasmodes*. Note de M. **A. Michel** (¹), présentée par M. Ranvier.

« Les cellules lymphatiques, surtout chez divers Invertébrés à lymphe très riche, arrivent, au moins en dehors de l'organisme, à se rencontrer et à s'accoler en masses relativement considérables. Dans un travail sur la lymphe des Oursins (*Arch. Zool. exp.*, t. VIII, 1879-1880), étendu ensuite à d'autres groupes d'Invertébrés (*Proceed. Roy. Soc.*, t. XXX, 1880), particulièrement au Lombric, qui fait l'objet de la présente Note, M. Geddes conclut que ces associations sont de véritables plasmodes, comparables à ceux qui naissent chez les Myxomycètes de la fusion de cellules amiboïdes libres. Il y aurait là un fait très intéressant par l'analogie encore plus prononcée qu'il fournirait entre les formes primitives des êtres vivants et les éléments les moins différenciés des organismes élevés. Le fait de l'association, d'ailleurs déjà signalé depuis longtemps chez certains animaux, est indiscutable; mais je crois être à même, à la suite d'observations nombreuses sur la lymphe des Lombrics, de contester, au moins pour ce groupe, la réalité d'une fusion complète en plasmodes.

» La lymphe, au moment où elle vient d'être recueillie (²), présente la plupart de ses cellules aplaties, ramifiées, et assez nombreuses pour se toucher. En quelques minutes à l'air elles deviennent sphériques avec des saillies pointues : certaines s'allongent et se ramifient en prolongements protoplasmiques constamment changeants, surtout à la chambre chaude vers 30°. Ces cellules se collent et s'attirent de façon à former au bout d'une demi-heure environ un réseau; par suite d'une concentration graduelle, les parties plus épaisses deviennent des masses et le reste des filaments les réunit; ceux-ci sont formés par plusieurs cellules ou même une seule, fortement étirées, preuve d'une très grande adhérence; ils finissent par se rompre. Au bout de deux à trois heures, on ne trouve plus

(¹) Travail du Laboratoire d'Histologie du Collège de France.

(²) On recueille la lymphe par piqûre, au moyen d'un tube effilé, de préférence chez des animaux vigoureux, et pour éviter la présence des cellules dites hépatiques, tombées dans la cavité générale, plutôt à la partie postérieure translucide de certaines espèces, par exemple le *L. agricola* Hoffm.

que des masses arrondies, distinctes avec prolongements périphériques; à une certaine profondeur s'observent des stries circulaires, distribuées autour d'un ou plusieurs foyers. Alors les cellules libres rampent sur la lame de verre et étendent, à une distance considérable du noyau et du protoplasme granuleux, une couche protoplasmique transparente, souvent très vacuolaire, mais d'une minceur telle qu'on a peine à en distinguer les limites : certaines se rencontrent et forment une couche continue avec centres espacés, granuleux, chacun avec un noyau, ou de fins réseaux compliqués et changeants; les éléments périphériques de la masse s'échappent en sortes de gerbes de plus en plus étalées et difficiles à apercevoir vers leur partie libre; ces expansions se rencontrent et peuvent arriver à couvrir entièrement d'une couche réticulée d'une finesse extrême l'espace compris entre les masses. Enfin ces masses meurent au bout de quelques heures, un jour au plus, à l'air humide : alors, ou elles se décomposent en éléments arrondis, distincts, chacun avec un noyau, semblables à ceux qui sont morts isolés, ou elles restent telles quelles, les prolongements protoplasmiques rentrant successivement aux divers points de la périphérie pour être remplacés par des lobes sarcodiques.

» L'histoire de ces masses ainsi esquissée, je résume mes observations sur la nature de ces associations de cellules lymphatiques :

» 1° Les masses vivantes, même dans la chambre chaude, n'ont pas de mouvements d'ensemble; les seuls déplacements sont ceux qui résultent, lors de la formation de ces masses à l'aide des réseaux, de la contraction générale et de la rupture des filaments très tendus.

» 2° En suivant pendant longtemps à la chambre chaude des cellules isolées en mouvement, on voit, parmi les éléments qui ont soudé si intimement les bords de leur protoplasme qu'on ne distingue pas leur limite commune, certains se détacher au bout d'un certain temps et s'éloigner.

» 3° Les masses vivantes, observées à un fort grossissement, du côté où elles sont collées contre la lame de verre, n'apparaissent pas avec l'homogénéité qui résulterait d'une fusion réelle; quant aux stries circulaires, leur observation suggère l'idée qu'elles proviennent d'un déplacement tangentiel des cellules emprisonnées. Cette manière de voir est confirmée par l'examen des masses après fixation; les réactifs suivants me paraissent donner les résultats les plus nets : l'acide osmique agissant par sa vapeur pendant une minute permet la coloration rapide avec élection par le picrocarminate d'ammoniaque des parties peu épaisses, spécialement les fila-

ments formés des cellules tendues entre les masses et les éléments étalés dont les limites sont ainsi mises en évidence; le liquide chromonitrique ([1]) montre les cellules distinctes avec leur noyau, et permet ainsi de vérifier l'origine des stries circulaires par leur déplacement latéral, surtout après coloration faible, par exemple par le carmin boracique, colorant très pénétrant et dont on peut par suite graduer l'action.

» 4° Si l'on traite une masse vivante par l'eau, chaque élément se gonfle et transforme l'ensemble en une agglomération de vésicules pressées les unes contre les autres, ces vésicules sont encore plus nettes et persistantes par l'action d'un fixateur affaibli par addition d'eau : il faut citer spécialement l'acide picrique (à cause de ses propriétés fortement coagulantes, d'où résulte la formation d'une membrane bien visible), employé en solution étendue, par exemple au $\frac{1}{1000}$, ou à l'état de picrocarminate d'ammoniaque au $\frac{1}{100}$. Par ces divers réactifs on voit en particulier, à la place des stries circulaires, des cellules gonflées, mais encore allongées tangentiellement.

» 5° Au moment de la mort des masses, c'est souvent juxtaposés sans transitions, comme le signale M. Geddes lui-même chez les Oursins, que se présentent les lobes arrondis, clairs, et les prolongements longs et ramifiés; de plus des gouttes claires se forment aussi parfois dans l'intérieur des masses : or ces lobes ou gouttes ne sont que des formations sarcodiques, signe de mort, telles qu'on en voit à la périphérie des cellules isolées mourantes; leur rapprochement des prolongements protoplasmiques, signe de vie, et leur formation parfois interne montrent l'indépendance des éléments.

» 6° A la mort, cette indépendance se révèle souvent encore par la décomposition de la masse en cellules arrondies; lorsque cette décomposition n'a pas lieu, on peut arriver par le déplacement de la lamelle à décoller en certains points les éléments sous la forme de sortes de fuseaux polyédriques à faces courbes, tels qu'ils étaient emboîtés.

» En résumé, par l'absence de mouvements d'ensemble, par la séparation possible des éléments réunis, pendant leur vie ou à leur mort, par la mort successive aux divers points de la périphérie ou de l'intérieur, par l'observation directe de la structure, surtout après fixation et coloration, et principalement par le gonflement artificiel en vésicules, je crois avoir démontré, au moins pour le Lombric, que, contrairement à l'opinion de

---

([1]) Liquide de Pérényi.

M. Geddes, les cellules lymphatiques ne se fusionnent pas en plasmodes, mais s'accolent seulement en conservant leur individualité, révélée par les observations précédentes, pour former des associations que j'appellerai des *pseudo-plasmodes* ».

PHYSIOLOGIE. — *Sur un nouveau perfectionnement apporté à la numération des éléments figurés du sang.* Note de M. **Mayet**, présentée par M. Bouchard.

« Dans une Note antérieure, j'ai indiqué la formule d'un sérum artificiel de dilution donnant de bons résultats pour effectuer la numération des globules rouges et blancs. Depuis, j'ai reconnu que, malgré sa supériorité réelle sur les sérums employés avant, ce procédé pouvait être perfectionné.

» Je propose donc le nouveau moyen suivant :

» Le sang, sous le volume de 4^{mmc}, est mélangé d'abord à 500^{mmc} de solution aqueuse d'acide osmique au $\frac{1}{100}$, dans le but de fixer les éléments dans leur forme et de les rendre colorables.

» Après trois minutes d'attente, on ajoute au mélange 500^{mmc} du liquide suivant :

Glycérine pure...........................	45^{cc}
Eau distillée................................	55
Éosine en solution aqueuse au $\frac{1}{100}$............	17

» Les hématies se colorent vivement; les leucocytes ne prennent pas ou prennent à peine la matière colorante. La différence de teinte rend facile la numération des deux ordres d'éléments. On n'est pas exposé à les confondre entre eux, ce qui ne pouvait toujours être sûrement évité pour quelques-uns avec le sérum sucré et phosphaté que j'avais préconisé.

» La répartition dans le porte-objet des appareils d'Hayem ou de Malassez est uniforme, grâce à la densité moyenne des deux liquides de dilution réunis, égale à 1084 environ, et à la viscosité de la glycérine.

» On a donc réalisé des chances d'exactitude plus grandes que par l'emploi de mon procédé précédent et surtout par celui des sérums artificiels à densité faible, peu conservateurs et produisant toujours une répartition inégale des éléments, double cause d'erreur.

» La proportion de sang et des liquides de dilution réunis étant la même que dans le procédé d'Hayem, il suffit, en employant son appareil

pour la numération, de multiplier les deux nombres obtenus pour chaque ordre d'éléments par 31 000, d'après sa formule, pour obtenir les nombres réels pour 1^{mmc} de sang. »

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Étude de la locomotion humaine dans les cas pathologiques.* Note de MM. QUÉNU et DEMENY, présentée par M. Marey.

« Pour que la locomotion soit normale, il ne suffit pas que tous les appareils qui entrent en jeu aient gardé leur intégrité anatomique, il faut encore que les muscles coordonnent leur action et que les centres nerveux interviennent et assurent l'harmonie des mouvements.

» Les causes qui peuvent altérer les caractères de la marche sont donc très complexes; de plus, en clinique, elles s'ajoutent dans des proportions variables. Il en résulte que, pour une affection initiale identique, l'altération de la marche peut être différente : un malade atteint de fracture de jambe ancienne peut boiter par douleur dans son foyer de fracture, par raideur plus ou moins grande des jointures voisines du cal ou par impotence des muscles atteints secondairement d'atrophie.

» Une boiterie n'est donc pas toujours chose simple, mais plus souvent le résultat de vices fonctionnels multiples, que la Pathologie a, du reste, permis de prévoir.

» L'observation d'une claudication par la simple vue nous permet difficilement de faire une analyse détaillée des différentes données du problème : nous caractérisons la forme d'une claudication en empruntant des termes de comparaison, en disant d'un malade qu'il a la démarche du maquignon, d'un palmipède, qu'il fauche, etc.; il nous est difficile d'aller plus loin.

» Or, sans espérer y trouver à coup sûr des enseignements diagnostiques et encouragés par notre bienveillant Maître, le professeur Marey, il nous a semblé qu'on pourrait tenter de combler une lacune et esquisser une physiologie pathologique de la marche en appliquant à l'étude de la marche anomale les méthodes de la photochronographie et de la dynamographie, dont M. Marey a su tirer un si grand parti dans ses recherches sur la locomotion en général.

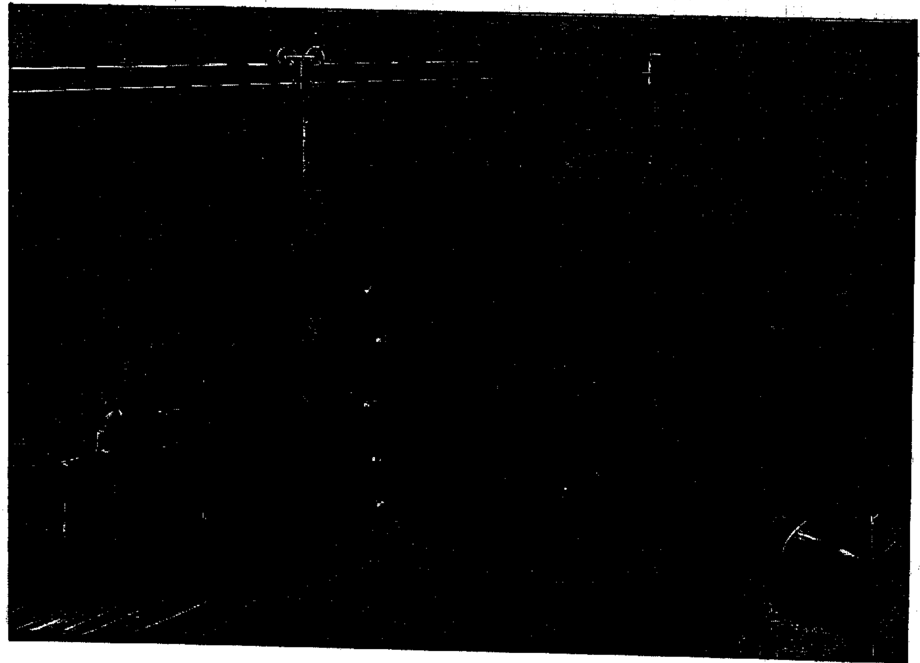
» Cependant, en raison de la difficulté de trouver des sujets d'observation en dehors des hôpitaux, il nous a fallu modifier la technique. En opé-

rant dans des locaux fermés, il n'était plus possible d'obtenir des images photographiques successives et complètes de l'homme en mouvement, car nous n'avions ni la lumière solaire, ni le fond noir nécessaires.

» Nous avons eu recours aux photographies partielles ([1]) et employé comme points lumineux des lampes électriques à incandescence, dont le pouvoir photogénique avait déjà été utilisé par M. Soret, de Genève.

» Nous avons attaché ces lampes aux points du malade dont il importe d'avoir la trajectoire, tels que le sommet de la tête, l'épaule, la hanche, le genou et la cheville. Montées en dérivation, ces lampes communiquent

Fig. 1.



Installation faite à l'hôpital Beaujon pour l'analyse de la locomotion pathologique. Le malade marche dans la lumière rouge devant l'appareil photochronographique; il porte des lampes à incandescence et est représenté au moment où il appuie le pied sur le dynamomètre enregistreur.

avec la pile par un seul câble élastique allant du dos du sujet à un petit chariot métallique roulant sur des fils de cuivre au-dessus de sa tête et le laissant ainsi libre de ses mouvements (*fig.* 1).

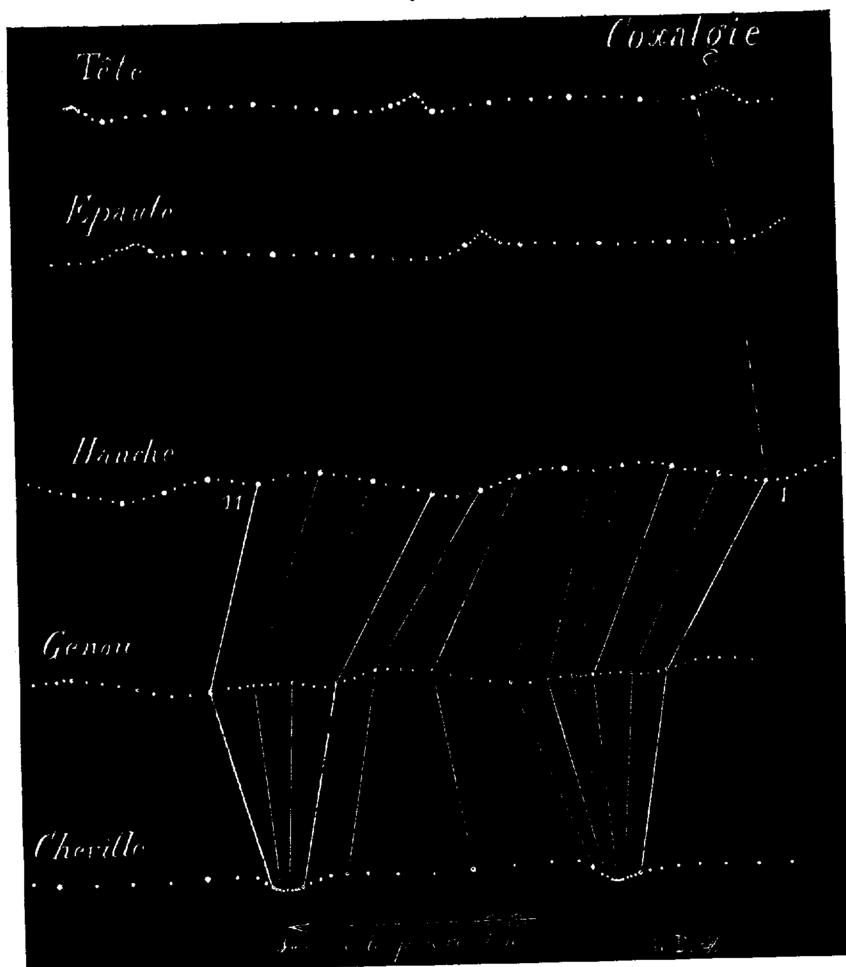
» On opère dans la lumière rouge afin que la plaque photographique ne

---

([1]) Marey, *Comptes rendus*, t. XCVI, 25 juin 1883.

soit impressionnée que par les points très brillants formés par les lampes, et l'on a ainsi une épreuve très nette des trajectoires du sommet de la tête, de l'épaule, de la hanche, du genou et de la cheville. Ces trajectoires sont

Fig. 2.



Reproduction d'une épreuve obtenue en photographiant pendant la marche un coxalgique à qui on avait attaché cinq lampes à incandescence pour désigner les articulations du membre inférieur, ainsi que l'épaule et la tête.
On a réuni par des traits les points correspondant à une même image.

ponctuées, car les images sont prises au moyen du disque éclaireur à tous les $\frac{1}{20}$ de seconde (*fig.* 2).

» Un dynamographe à spirales de tube de caoutchouc (¹) est noyé dans la piste parcourue par le malade. Quand ce dernier pose le pied sur la planchette de l'instrument, un tracé de la pression de son membre s'inscrit avec toutes ses phases sur un cylindre enregistreur.

» On possède ainsi les éléments de la marche sur lesquels porte l'altération pathologique, et les données expérimentales cinématiques et dynamiques se complètent l'une par l'autre. Il existe d'ailleurs entre elles des relations connues (²).

(¹) Marey, *Comptes rendus*, t. XCVI, séances des 8 et 15 octobre 1883.

(²) Deux expériences faites pour le côté sain et le côté malade du sujet font connaître la durée du lever et de l'appui du pied, la durée du double appui, le rythme, les phases de la pression du pied pendant l'appui, la longueur du pas, les oscillations verticales du tronc, l'angle de déroulement et d'oscillation du membre inférieur, la forme des trajectoires des points remarquables, les variations de la vitesse de ces points, le degré de flexion ou d'allongement des membres, ainsi que les oscillations du tronc.

La pression normale du pied sur le sol dépend de la vitesse du déplacement vertical du centre de gravité du corps. Cette pression est tantôt inférieure et tantôt supérieure au poids du corps, et l'excès de la pression normale sur ce poids est proportionnel à l'accélération du mouvement vertical du centre de gravité.

Ainsi le dynamographe n'indique aucune pression supérieure au poids si la trajectoire du centre de gravité est une ligne droite horizontale ou si le mouvement vertical du centre de gravité est un mouvement uniforme; il y a alors égalité entre le poids du corps et l'action verticale du membre inférieur.

Le dynamographe accuse une pression constante et supérieure au poids du corps si le mouvement vertical du centre de gravité est uniformément accéléré ascendant ou retardé descendant.

Les muscles extenseurs font dans le premier cas du travail moteur, dans le second du travail résistant.

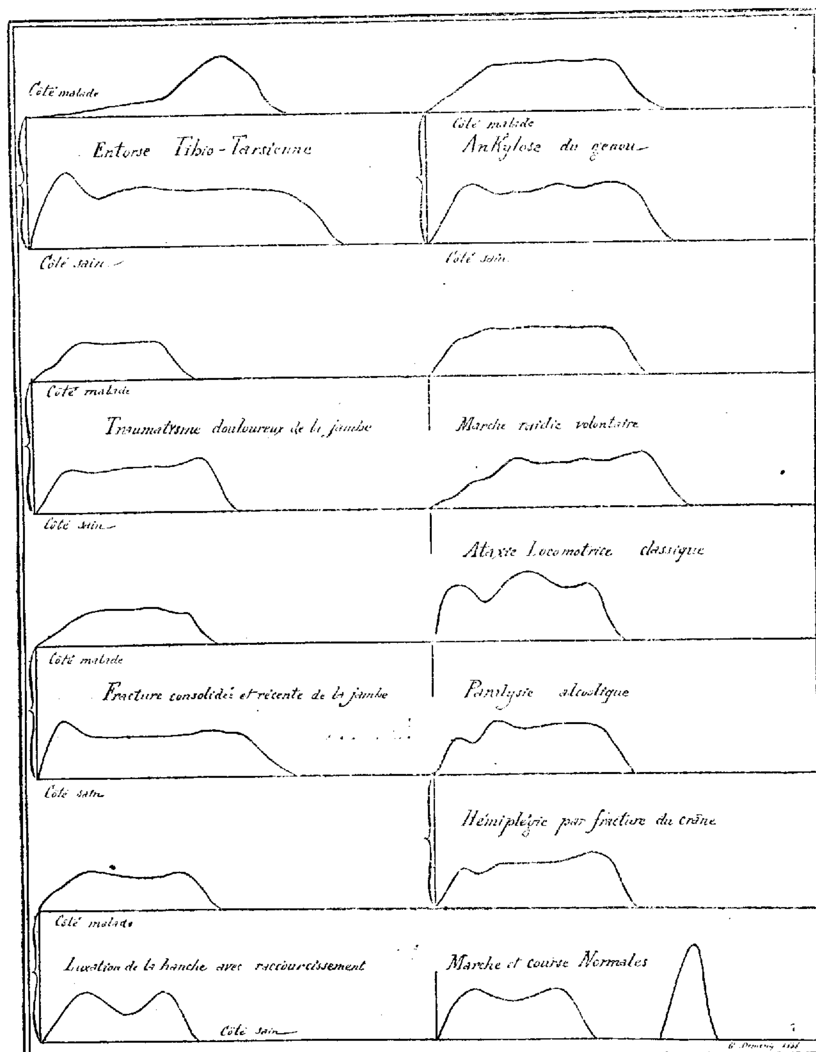
Si le mouvement vertical du centre de gravité était uniformément accéléré descendant ou uniformément retardé ascendant, les choses se passeraient comme dans la chute libre et le dynamographe indiquerait une pression nulle.

Si le mouvement vertical du centre de gravité est varié, sans être uniformément varié, les courbes du dynamographe sont sinueuses et ces inflexions sont celles de la courbe de l'accélération du mouvement vertical. Mais il faut avoir soin de remarquer que l'instrument ne distingue pas, pour les pressions excédant le poids du corps, si elles sont dues à une extension active du membre à l'appui, ou à un effort résistant de la part de ce membre, résistance accompagnée cependant d'une flexion.

C'est en tenant compte de ces observations que l'on peut comparer les inflexions de la courbe du dynamographe à celles des trajectoires photochronographiques.

» Quand on étudie différents types de claudication au moyen de ces méthodes, on voit que chaque type bien caractérisé a des trajectoires et des tracés bien définis et que ces documents diffèrent entre eux suivant les cas.

Fig. 3.



Formes différentes des tracés de la pression du pied sur le sol recueillis dans divers cas de claudication.

» Nous nous bornons à présenter aujourd'hui quelques tracés donnés par le dynamographe dans des cas différents (*fig.* 3) (affections chirurgi-

cales et maladies du système nerveux, telles que ataxie locomotrice, hémiplégie, etc.).

» Nous nous proposons d'analyser les résultats des nombreuses observations déjà faites, de les compléter par de nouvelles études et de communiquer les résultats intéressants que nous espérons obtenir, en nous plaçant surtout sur le terrain de l'utilité pratique. »

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur la présence du* bacille typhique *dans le sol.* Note de M. **E. Macé**.

« Dans une série de recherches instituées dans le but d'élucider l'étiologie d'une épidémie de fièvre typhoïde, j'ai été conduit à faire l'analyse bactériologique du sol. L'eau d'un puits était fortement soupçonnée. Sur 108 cas de fièvre typhoïde constatés, 101 affectaient des individus s'alimentant au puits; il y eut 23 décès, portant exclusivement sur les malades de la deuxième série. Les symptômes observés étaient ceux de la forme ataxique.

» Quatre forages furent pratiqués autour du puits, à une distance de $1^m,50$, à l'aide d'un trépan de 10^{cm} de diamètre; leur profondeur variait de 2^m à $3^m,20$. L'instrument fut poussé jusqu'à la rencontre du roc; il ramena, dans chaque opération, une terre glaise compacte, paraissant peu perméable.

» La méthode d'analyse employée fut celle des cultures sur plaques de gélatine, un peu modifiée. La masse de terre ramenée par l'instrument est coupée à l'aide d'un fort couteau stérilisé par flambage; dans la surface de section, une parcelle de terre de 2^{mmc} de volume est prélevée avec une curette d'acier jaugée, soigneusement stérilisée d'avance pour chaque opération. Cette portion de terre est intimement délayée dans du bouillon stérilisé, avec les précautions voulues; puis le tout, liquide et sédiment, est mélangé à de la gélatine fondue et maintenue à 30°. Plusieurs dilutions sont faites avec ce premier mélange.

» Les cultures de la terre de deux forages contenaient un assez grand nombre de colonies de *bacille typhique*, qu'il a été possible d'isoler, et à l'aide desquelles ont été obtenues des cultures démonstratives sur gélatine, sur gélose, sur pommes de terre et dans le bouillon. L'un de ces forages avait atteint $3^m,20$, l'autre $2^m,10$.

» L'eau du puits, examinée avec soin à ce point de vue, n'a offert aucun

indice de la présence de cette bactérie pathogène. Toutefois, il n'a été possible d'opérer que sur un seul échantillon, et ceci antérieurement à l'isolation du *bacille typhique* de la terre. Ce fait négatif ne peut en rien infirmer la croyance dans la contamination de l'eau. L'analyse chimique qui en a été faite est, du reste, loin de pouvoir la faire regarder comme pure. Elle a donné :

Degré hydrotimétrique total		22°
» persistant		3°
Oxygène libre dissous (6 jours après la mise en bouteille)		$7^{cc},5$
Chlore total par litre (en chlorures)		16^{mgr}
Matières organiques (en volume de solution de permanganate à $\frac{3,95}{1000}$)		$3^{cc},6$
Matières azotées.	Azote ammoniacal	$0^{mgr},082$
	» albuminoïde	$0^{mgr},066$
	» nitrique	$12^{mgr},96$
	» nitreux	néant

» Il ressort que les matières azotées ont été à peu près complètement nitrifiées. Il n'y a pas eu ici une contamination directe par les matières fécales; le sol s'est interposé. Les matières azotées ont été nitrifiées par son action; c'est sous cet état qu'elles se retrouvent dans l'eau. On doit attribuer la contamination, avec grande probabilité, à une fosse d'aisances à parois mal étanches, à fond non cimenté et perméable, qui se trouve à une quarantaine de mètres du puits.

» Le sol offre, du reste, de bonnes conditions pour la végétation du *bacille typhique* : il s'y trouve des matières organiques en abondance; il peut n'y avoir que bien peu d'oxygène, surtout à cette profondeur, mais cette bactérie s'en passe facilement, puisqu'elle croît même dans le vide. Il est très probable que, vu la grande résistance de cette espèce, elle peut y séjourner longtemps, tout en conservant sa vitalité; de plus, il est bien difficile de l'atteindre.

» La terre de ces forages a produit, dans les cultures, un assez grand nombre de colonies, mais appartenant à un petit nombre d'espèces. A côté du *bacille typhique*, j'ai rencontré le *Bacillus colicommune*, fréquent aussi dans les matières fécales de l'homme, le *Bacillus violaceus*, commun dans les eaux riches en matières organiques, le *Bacillus mycoides*, et surtout un gros Diplocoque dont les cultures jaunes dégagent une odeur fécaloïde intense, que je n'ai pu rapporter à aucune espèce décrite. »

HYGIÈNE. — *Sur un appareil axial de suspension pour le transport des malades ou blessés en campagne (sur les chemins de fer).* Note de M. L. GAVOY, présentée par M. Larrey.

« J'ai l'honneur de présenter une Note descriptive d'un *appareil axial* pour le transport des blessés en campagne. Cet appareil est constitué par un arbre vertical, supportant trois étages de lames en acier posées de champ, qu'un dispositif particulier de construction permet de relever et de maintenir horizontalement, au moment de l'emploi de l'appareil, ou de rabattre le long de l'arbre pour faciliter le transport et l'emmagasinement de l'appareil. Les brancards destinés aux blessés sont soutenus par des griffes spéciales, fixées à chaque extrémité des lames supports en acier.

» La conception et la construction de l'appareil reposent sur les données suivantes :

» 1° Isoler l'appareil, dans l'espace compris entre les quatre parois du wagon, sans points de continuité ou de contiguïté avec les parois. 2° Point d'appui unique, pris à angle droit sur l'axe longitudinal du wagon, c'est-à-dire *au centre de mouvement*. 3° Rigidité dans le sens vertical. 4° Élasticité dans le sens antéro-postérieur. 5° Flexibilité dans le sens transversal.

» L'isolement *absolu* de l'appareil dans l'espace serait la situation idéale pour garantir les blessés des vibrations des parois et des soubresauts du wagon. Cette condition ne pouvant être complètement obtenue, les lames qui supportent les brancards sont portées par un arbre, reposant *verticalement* sur l'axe longitudinal du wagon, sur le point du plancher qui possède le plus d'élasticité. Pour isoler du plancher cet arbre axial, son extrémité inférieure appuie sur des rondelles de caoutchouc, renfermées dans une crapaudine servant de socle. La situation verticale de cet arbre au centre du mouvement, ainsi que l'attache *à angle droit* sur cet arbre des lames en acier qui supportent les brancards, ont pour résultat de rompre les vibrations, les soubresauts du wagon et les impulsions dues à la marche.

» La rigidité, dans le sens vertical, des lames-supports évite les oscillations verticales, cette danse constante des brancards pendant la marche, insupportable pour les malades et les blessés. L'élasticité des ressorts, jointe à celle de la région axiale du plancher du wagon, qui fournit le point

d'appui, sont insuffisantes pour préserver des chocs brusques et des soubresauts l'arbre qui soutient les lames-supports.

» L'élasticité dans le sens antéro-postérieur préserve les brancards d'une traction ou d'une poussée brusque au démarrage, aux arrêts ou par coups de tampons; dans ces circonstances, les brancards, agissant comme corps inertes soutenus dans l'espace, ne participent à aucun de ces mouvements; les lames-supports sont alors obligées de les attirer, mais leur flexibilité adoucit ou annihile la brusquerie de la traction.

» La flexibilité de l'arbre, dressé verticalement, et sa situation sur l'axe longitudinal du wagon, garantissent les blessés des impulsions latérales que les courbes rapides ou le bercement du wagon impriment à l'arbre.

» Ces conditions réunies agissent simultanément ou successivement, suivent le sens de la force prédominante, paralysent ou détruisent les oscillations verticales, les trépidations, les impulsions latérales, les chocs et les soubresauts.

» La situation des blessés par étages offre l'avantage de disposer commodément plusieurs blessés dans un petit espace, de permettre la circulation autour d'eux, de leur donner tous les soins que nécessite leur état et de pouvoir, en outre, tenir les parois du wagon dans un parfait état de propreté. La conformation et la construction de cet appareil permettent de l'adapter promptement et immédiatement à tous les types de wagon de toutes les Compagnies de chemins de fer; de pouvoir servir également pour le transport des blessés en bateaux ou en charrettes; de pouvoir être employé pour improviser des tentes d'ambulances autour des hôpitaux de campagne; enfin de pouvoir être utilisé en temps de paix pour l'installation d'ambulances sur les lieux de stationnement momentané des troupes.

» Il importe de remarquer que toutes ces conditions multiples sont remplies sans aucune modification préalable de l'appareil; ces emplois variés ne nécessitent que le transport, que la mise en place de l'appareil là où l'on désire installer les malades ou les blessés.

» Ces qualités primordiales en font incontestablement un appareil de campagne, susceptible de rendre les plus utiles services, tant à l'armée qu'aux Sociétés de secours aux blessés. »

A 5 heures un quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 6 heures. J. B.

Hyperchlorhydrie et atonie de l'estomac; par M. Germain Sée *et* MM. A. Mathieu *et* Ray. Durand-Fardel. Paris, G. Masson, 1888; br. in-8°. (Présenté par M. Blanchard.)

Unification du calendrier (*R. Académie des Sciences de l'Institut de Bo-*

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 28 mai 1888.

Lavoisier (1743-1794) *d'après sa correspondance, ses manuscrits, ses papiers de famille et d'autres documents inédits; par* Édouard Grimaux. Paris, Félix Alcan, 1888; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. Debray.)

Recherches sur la circulation et la respiration. — La pulsation du cœur chez le chien; par Léon Fredericq. Liège, H. Vaillant-Carmanne, 1888; 1 vol. in-8°. (Deux exemplaires.) (Renvoi au concours Montyon, Physiologie expérimentale.)

Flore mycologique de la France et des pays limitrophes; par Lucien Quélet. Paris, Doin, 1888; 1 vol. in-18. (Renvoi au concours Montagne.)

Quelques espèces critiques ou nouvelles de la flore mycologique de France. — Note sur la saveur et l'odeur des Champignons; par Lucien Quélet. (Deux brochures in-8°.) (Renvoi au concours Montagne.)

Contribution à la météorologie électrique. Notes du prof. Jean Luvini. Turin, L. Roux et Cie, 1888; br. in-8°. (Renvoi au concours Jérôme Ponti.)

Sept études sur: 1° *l'état sphéroïdal;* 2° *les explosions des machines à vapeur;* 3° *les trombes,* etc.; *par* le prof. Jean Luvini. Turin, Roux et Favale, 1884; 1 vol. in-8°. (Renvoi au concours Jérôme Ponti.)

Traité pratique et clinique d'Hydrothérapie; par E. Duval. Paris, J.-B. Baillière et Fils, 1888; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. Bouchard. — Renvoi au concours Montyon, Médecine et Chirurgie.)

Leçons sur les fonctions motrices du cerveau et sur l'épilepsie cérébrale; par le Dr François-Franck. Paris, Octave Doin, 1887; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. Marey. — Renvoi au concours du prix Lallemand.)

Note sur un appareil de suspension axial pour le transport des malades ou blessés en campagne, du système de M. le Dr E. Gavoy; *par* M. G. Cerbelaud. Paris, Chaix, 1888; br. in-8°. (Présenté par M. le baron Larrey.)

Éclairage et électricité. — Renseignements pratiques; par Hippolyte Fontaine. Paris, Baudry et Cie, 1888; 1 vol. gr. in-8°.

Les maladies de l'estomac jugées par un nouveau réactif chimique; par M. Germain Sée. Paris, G. Masson, 1888; br. in-8°. (Présenté par M. Blanchard.)

Hyperchlorhydrie et atonie de l'estomac; par M. Germain Sée *et* MM. A. Mathieu *et* Ray. Durand-Fardel. Paris, G. Masson, 1888; br. in-8°. (Présenté par M. Blanchard.)

Unification du calendrier (*R. Académie des Sciences de l'Institut de Bologne*), 1888; br. in-4°. (Trois exemplaires.)

La Femme stérile; par le Dr P.-M. Dechaux. Paris, J.-B. Baillière et Fils, 1882; 1 vol. in-18. (Renvoi à la Section de Médecine et Chirurgie.)

Rapport général présenté à M. le Ministre du Commerce et de l'Industrie par l'Académie de Médecine sur les vaccinations et revaccinations pratiquées en France et dans les Colonies françaises pendant l'année 1886. Paris, Imprimerie nationale, 1888; br. in-8°. (Deux exemplaires.)

Annales télégraphiques; troisième série, tome quatorzième, novembre-décembre 1887. Paris, Vve Dunod, 1887; br. in-8°.

Les dislocations de l'écorce terrestre. Essai de définition et de nomenclature; par Emm. de Margerie et Dr Albert Heim. Zurich, J. Wurster et Cie, 1888; 1 vol. pet. in-4°. (Présenté par M. Daubrée.)

American Journal of Photography, may 1888. Philadelphia; br. pet. in-4°.

ERRATA.

(Séance du 22 mai 1888.)

Note de M. *A. Quiquet,* sur la loi de Makeham :

Page 1466, ligne 14, *au lieu de* parabolique, *lisez* linéaire.



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 4 JUIN 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE. — *Sur l'équilibre d'une masse hétérogène en rotation.* Note de M. **H. Poincaré**.

« Dans une remarquable Thèse présentée il y a un an à la Faculté des Sciences de Paris, M. Hamy a obtenu le résultat suivant :

» Si une masse fluide animée d'un mouvement de rotation est composée de couches de densités différentes, il ne peut pas arriver que les surfaces de séparation de deux couches consécutives soient toutes des ellipsoïdes.

» Pour établir cette proposition, M. Hamy commence par démontrer, à titre de lemme, le théorème suivant :

» *Si toutes les surfaces de séparation étaient des ellipsoïdes, tous ces ellipsoïdes seraient homofocaux.*

» Ce lemme est susceptible d'une généralisation qui peut présenter quelque intérêt, moins peut-être en raison du résultat lui-même que de la méthode qui me l'a fait obtenir, et qui est tout à fait différente de celle de M. Hamy.

» Supposons un noyau solide, dont la densité intérieure ρ varie d'une manière tout à fait quelconque; imaginons que ce noyau soit recouvert de deux couches fluides superposées; la première intérieure, de densité ρ_1, recouvrant entièrement le noyau solide, la seconde extérieure, de densité ρ_2, recouvrant entièrement la première. Tout le système sera animé d'un mouvement de rotation commun. Je dis que, si les surfaces extérieures de ces deux couches fluides sont toutes deux des ellipsoïdes, ces ellipsoïdes seront homofocaux.

» Si j'ai supposé le noyau solide, ce n'est pas que le résultat ne soit encore vrai si ce noyau est fluide en totalité ou en partie. Mais, si le noyau était fluide, sa densité intérieure ne pourrait pas varier d'une façon quelconque et devrait satisfaire aux équations d'équilibre. Je n'ai donc supposé le noyau solide que pour donner au résultat toute sa généralité.

» Soient

x, y et z les coordonnées rectangulaires d'un point quelconque;
ω la vitesse de rotation;
r la distance du point (x, y, z) à l'axe de rotation.

» Soient E_2 l'ellipsoïde qui limite extérieurement la deuxième couche fluide et par conséquent tout le système et E_1 l'ellipsoïde qui sépare la première couche fluide de la seconde.

» Soient λ, μ, ν les coordonnées elliptiques d'un point de l'espace par rapport à l'ellipsoïde E_1; λ', μ', ν' les coordonnées elliptiques de ce même point par rapport à l'ellipsoïde E_2.

» Le potentiel newtonien total du système se composera :

» 1° Du potentiel de l'ellipsoïde E_2 (supposé plein, homogène et de densité ρ_2) : nous l'appellerons V_2;

» 2° Du potentiel d'une couche comprise entre l'ellipsoïde E_1 et la surface du noyau solide avec la densité $\rho_1 - \rho_2$;

» 3° Du potentiel d'une matière attirante remplissant le noyau solide avec la densité variable $\rho - \rho_2$.

» Nous appellerons V_1 la somme des deux dernières parties, de sorte que le potentiel total sera égal à $V_1 + V_2$.

» On doit remarquer que la fonction V_1 à l'intérieur de E_1 n'est pas la

continuation analytique de la fonction V_1 à l'extérieur de E_1; de même V_2 est représenté par deux fonctions analytiques différentes à l'intérieur et à l'extérieur de E_2.

» L'équation d'équilibre s'écrit

$$V_1 + V_2 + \frac{\omega^2 r^2}{2} = \text{const.},$$

et elle doit être satisfaite (avec deux valeurs différentes de la constante) à la surface de E_1 et à celle de E_2.

» La fonction $\frac{\omega^2 r^2}{2}$ est un polynôme du second degré x, y, z; la fonction V_2 est égale aussi à un polynôme du second degré en x, y, z à l'intérieur et à la surface de E_2.

» Nous devons conclure que V_1 se réduit à un polynôme du second degré en x, y, z à la surface de E_1 et un autre polynôme du second degré en x, y, z à la surface de E_2.

» En partant de l'ellipsoïde E_1 et des coordonnées elliptiques λ, μ, ν, on peut former une suite indéfinie de fonctions de Lamé

$$R_0, \quad R_1, \quad \ldots, \quad R_n;$$

R_n sera un polynôme en λ, $\sqrt{\lambda^2 - b^2}$, $\sqrt{\lambda^2 - c^2}$ (b^2 et c^2 conservant le sens habituel donné à ces notations dans la théorie des fonctions de Lamé). A R_n correspondront deux fonctions conjuguées M_n et N_n obtenues en remplaçant, dans R_n, λ par μ et par ν, et la fonction

$$S_n = R_n \int_\lambda^\infty \frac{d\lambda}{R_n^2 \sqrt{(\lambda^2 - b^2)(\lambda^2 - c^2)}}.$$

» Il y a une seule fonction de Lamé de degré 0 qui est $R_n = 1$: nous lui donnerons l'indice 0; il y en a trois de degré 1 : nous leur donnerons les indices 1, 2, 3; il y en a cinq de degré 2 : nous leur donnerons les indices 4, 5, 6, 7, 8.

» Avec l'ellipsoïde E_2 et les coordonnées elliptiques λ', μ', ν', on formera de même les fonctions de Lamé R'_n, M'_n, N'_n, S'_n.

» De ce que V_1 est égal à la surface de E_1 à un polynôme du second degré en x, y, z, on conclut qu'on a à l'extérieur de E_1

$$V_1 = \sum_{n=0}^{n=8} A_n S_n M_n N_n,$$

les A_n étant des coefficients constants.

» De même, V_1 étant encore égal à un polynôme du second degré à la surface E_2, on devra avoir à l'extérieur de E_2

$$V_1 = \sum_{n=0}^{n=8} A'_n S'_n M'_n N'_n,$$

les A' étant de nouveaux coefficients constants.

» On a donc l'identité

$$(1) \qquad \sum_{n=0}^{n=8} A_n S_n M_n N_n = \sum_{n=0}^{n=8} A'_n S'_n M'_n N'_n,$$

et c'est cette identité qui ne peut avoir lieu que si E_1 et E_2 sont homofocaux. A vrai dire, l'identité (1) n'est démontrée que pour les valeurs réelles de x, y et z, et quand le point (x, y, z) est extérieur à E_2. Mais, quand deux fonctions analytiques sont identiques tout le long d'une ligne continue, elles restent identiques pour toutes les valeurs réelles et imaginaires des variables. L'identité (1) ne souffre donc aucune exception.

» Cela posé, observons que le premier membre de (1) n'est pas une fonction uniforme de x, y et z, mais qu'il admet une infinité de valeurs, lesquelles s'échangent entre elles quand le point (x, y, z) appartient à la développable circonscrite aux ellipsoïdes homofocaux à E_1.

» De même, le second membre de (1) admettra une infinité de valeurs qui s'échangeront entre elles quand le point (x, y, z) appartiendra à la développable circonscrite aux ellipsoïdes homofocaux à E_2.

» Mais, les deux membres de (1) devant être identiques, ces deux développables devront coïncider, ce qui prouve que E_1 et E_2 sont homofocaux.

C. Q. F. D.

» Une question se pose alors naturellement. Est-il possible d'imaginer à l'intérieur du noyau solide une distribution de la densité telle que les deux couches fluides prennent effectivement la forme de deux ellipsoïdes homofocaux? La réponse doit être affirmative.

» Le résultat obtenu dans cette Note peut être généralisé de la façon suivante. Si un noyau solide quelconque est recouvert de n couches fluides superposées, et que tout le système soit animé d'un mouvement de rotation commun, si la surface extérieure de la dernière couche fluide ainsi que les surfaces de séparation de deux couches fluides consécutives sont toutes des ellipsoïdes, tous ces ellipsoïdes sont homofocaux. »

OPTIQUE. — *Sur l'arc-en-ciel;* par M. **Mascart**.

« La Note intéressante présentée à l'Académie par M. Boitel dans la dernière séance sur les arcs surnuméraires de l'arc-en-ciel m'engage à publier dès à présent les principaux résultats des expériences que j'avais entreprises sur cette question.

» D'après la théorie d'Airy, l'amplitude de la vibration diffractée par une goutte d'eau dans une direction déterminée est représentée, à un facteur constant près, par l'intégrale

$$u = \int_0^\infty \cos(x^3 - mx)\, dx,$$

dans laquelle la quantité m est sensiblement proportionnelle à la déviation comptée à partir de la direction d'origine qui correspondrait à la théorie de Descartes. En réalité, l'intégrale d'Airy convient plutôt au cas d'une baguette cylindrique éclairée normalement à l'axe. Notre Confrère M. Poincaré a eu l'obligeance de m'en indiquer deux solutions, dont la suivante est très simple et d'autant plus approchée qu'elle s'applique à des déviations plus grandes, c'est-à-dire à des valeurs de m plus élevées,

$$u = \frac{\alpha}{\sqrt{m}} \cos\left(\frac{m^{\frac{3}{2}}\sqrt{2}}{3} + \beta\pi\right),$$

les quantités α et β étant deux constantes.

» Les minima d'intensité nulle sont déterminés par la condition

$$\frac{m^{\frac{3}{2}}\sqrt{2}}{3} + \beta\pi = p\pi$$

ou

$$m = \left(\frac{3\pi}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{2}{3}} (p - \beta)^{\frac{2}{3}}.$$

» La constante β peut être déterminée par le calcul; l'expérience m'a montré qu'elle est sensiblement égale à $\frac{1}{4}$. La déviation des minima est donc une expression de la forme

$$\theta_p = A\left(p - \tfrac{1}{4}\right)^{\frac{2}{3}},$$

qu'il est intéressant de comparer avec la loi approchée des minima de diffraction par un écran à bord rectiligne.

» Comme il n'existe pas de repère dans le phénomène qui permette de rapporter directement les déviations à la direction d'origine, on peut vérifier la formule par la comparaison des minima successifs.

» On constate, en effet, que la loi de distribution des franges est la même dans le premier et dans le deuxième arc et qu'elle est indépendante de la longueur d'onde.

» Avec une tige de verre, j'ai pu observer jusqu'à 200 franges et mesurer exactement les 100 premières. Voici, par exemple, les résultats obtenus pour le deuxième arc et une lumière rouge voisine de la raie C :

	$\theta_n - \theta_1$		
Ordre du minimum.	obs.	calc.	Obs. — Calc.
5............	61',4	61,0	+0,4
10............	114,1	114,1	0
20............	199,0	197,8	+1,2
30............	269,0	267,7	+1,3
40............	331,1	330,2	+0,9
50............	388,9	387,5	+1,4
60............	442,5	441,2	+1,3
80............	540,8	540,0	+0,8
100............	631,0	»	»

» Comme l'observation du premier minimum est la plus incertaine et celle pour laquelle la formule approchée convient le moins, on voit que les différences restent de même ordre que les erreurs de lecture, même pour des angles qui dépassent 10°.

» Les maxima étant sensiblement intermédiaires aux minima pour les franges d'ordre élevé, les déviations correspondantes seront

$$\theta' = A\left(p + \tfrac{1}{4}\right)^{\frac{2}{3}},$$

et les intensités proportionnelles à $\frac{1}{m}$ ou à $\left(p + \frac{1}{4}\right)^{-\frac{2}{3}}$.

» L'ensemble des phénomènes relatifs aux différentes couleurs, quand on opère avec la lumière blanche, donne lieu à une circonstance très remarquable. La direction d'origine varie avec la longueur d'onde, en même temps que la distance des franges successives, de sorte que les franges de la lumière verte, par exemple, sont superposées à des franges rouges d'ordre plus élevé ; il se trouve alors que, dans une certaine

région, les deux systèmes ont sensiblement le même écart et montrent un grand nombre de franges colorées dont l'aspect se modifie très lentement. L'apparence est la même que si l'on observait au travers d'un prisme de dispersion convenable un ensemble de systèmes qui auraient la même origine, et le nombre des franges visibles à la lumière blanche devient beaucoup plus grand, pendant que les premières sont plus ou moins troublées. C'est un effet analogue à celui que M. Cornu a constaté pour la production de la frange achromatique dans les phénomènes d'interférence.

» Avec la tige citée plus haut, par exemple, les 20 franges de 6 à 26, relatives à une lumière verte voisine de la raie *b*, sont très sensiblement superposées aux 20 franges de 10 à 30 relatives à la lumière rouge.

» L'ordre des franges visibles à la lumière blanche croît avec le diamètre de la tige et dépend de la dispersion du milieu. Le même phénomène se reproduit dans l'arc-en-ciel naturel, où l'on aperçoit souvent une série de bandes alternativement rouges et vertes à une distance notable de l'arc principal. Ces bandes ne sont régulières que si le diamètre moyen des gouttes de pluie qui les produisent varie très peu, et leur ordre permet de déterminer le diamètre des gouttes par une méthode beaucoup plus sûre que par la hauteur apparente de l'eau, puisqu'elle n'exige aucune mesure angulaire.

» Il reste encore plusieurs points à élucider; mais j'en laisserai le soin à M. Boitel, qui a, de son côté, entrepris l'étude du phénomène. »

PHYSIOLOGIE. — *Recherches expérimentales montrant que, sous l'influence de la gravitation, les centres appelés* moteurs *et les autres parties d'une moitié de l'encéphale peuvent déterminer des mouvements dans chacune des moitiés du corps*. Note de M. **Brown-Séquard**.

« I. Un grand nombre de fois depuis dix-huit mois, j'ai été témoin de faits qui montrent qu'une même partie de l'encéphale peut, sous l'influence d'une excitation, donner lieu à des mouvements d'un côté ou de l'autre du corps, suivant la position de la tête. Ainsi, par exemple, la portion de la surface cérébrale que l'on appelle *zone motrice corticale*, et qui devrait, d'après les doctrines ayant cours aujourd'hui, ne donner lieu qu'à des mouvements des membres du côté opposé à celui de l'irritation, peut, suivant la position de la tête, faire mouvoir un ou deux membres, soit à gauche, soit à droite. Ce fait est absolument contraire aux doctrines reçues

et il est tout à fait en harmonie avec l'opinion que j'ai soutenue à l'Académie dans plusieurs Communications que j'ai eu l'honneur de lui faire ([1]).

» Je vais d'abord rapporter quelques-uns des faits que j'ai observés; j'en discuterai ensuite la signification.

» *Expérience I.* — Sur un lapin adulte, vigoureux, on met à nu la zone motrice corticale, aux deux côtés du cerveau. On galvanise, à l'aide d'un courant peu fort de l'appareil à chariot de Dubois-Reymond, la zone motrice corticale *gauche*, le corps et la tête de l'animal reposant sur leur côté *gauche*, sur la table. Les mouvements classiques des membres du côté opposé, c'est-à-dire *à droite*, se produisent. On retourne le lapin et l'on fait reposer sur la table le côté *droit* du corps et de la tête. On galvanise alors, avec le même courant, la même partie de la zone motrice corticale du même côté que précédemment (le *gauche*). Cette fois, ce sont les membres *gauches* qui se meuvent. On change à plusieurs reprises la position de l'animal et l'on constate que toujours sous l'influence d'un même courant appliqué au même point, *à gauche*, ce sont les membres *droits* qui se meuvent quand la tête a son côté *gauche* sur la table, tandis que ce sont les membres *gauches* quand la tête repose sur son côté *droit*.

» On applique ensuite la galvanisation à la zone motrice corticale *droite*. La tête ayant son côté *droit* sur la table, les mouvements ordinaires des membres *gauches* se produisent. On la met sur le côté *gauche* et l'on voit apparaître à chaque galvanisation des mouvements du membre antérieur *gauche* et du postérieur *droit* (bipède diagonal *gauche*). Ces deux effets différents d'une même excitation se reproduisent aussi souvent qu'on change la position de la tête.

» *Expérience II.* — Sur un lapin adulte, vigoureux, la surface du cerveau dans son tiers supérieur et sa moitié antérieure étant à nu, on galvanise la zone motrice corticale *droite*. Des mouvements se produisent au membre antérieur *gauche* et au postérieur *droit* (bipède diagonal *gauche*). On remarque que l'animal est alors tenu sur le flanc *gauche* (tête et tronc). On le tourne et on le place sur le côté *droit*. En galvanisant ensuite la même partie que précédemment, avec le même courant et au même endroit, encore *à droite*, on produit des mouvements dans le membre antérieur droit et le postérieur gauche (bipède diagonal *droit*), juste l'inverse de ce qu'on avait vu auparavant. On replace l'animal sur le flanc *gauche* et l'on obtient de nouveau, par la galvanisation de la même partie, l'effet produit en commençant l'expérience : mouvements du membre antérieur *gauche* et du postérieur *droit* (bipède diagonal *gauche*). J'ai fait un grand nombre de fois changer la position du lapin, et invariablement, quand il était sur le flanc *gauche*, on observait un mouvement bipède diagonal *gauche*, et quand il était sur le flanc *droit* il y avait un mouvement bipède diagonal *droit*, la cause excitatrice étant dans les deux cas absolument la même et appliquée au même lieu, *à droite*.

» La galvanisation de la zone motrice corticale *gauche* n'a pas été influencée par

---

([1]) Voir surtout mes Notes sur la *Dualité du cerveau et de la moelle épinière* (*Comptes rendus*, 17 octobre et 7 novembre 1887).

les changements d'attitude de la tête et n'a produit que les mouvements croisés ordinaires.

» *Expérience III.* — Sur un gros et vigoureux lapin, on coupe (ainsi que l'a montré l'autopsie), toute la moitié latérale *droite* du bulbe rachidien, à l'exception de la pyramide antérieure. On galvanise ensuite la zone motrice corticale, d'abord *à droite.*

» L'animal étant sur le flanc *gauche,* il y a des mouvements très forts du membre postérieur *droit* (côté de la lésion bulbaire et aussi de l'irritation galvanique); il y a aussi un léger mouvement des deux membres antérieurs. On place le lapin sur le flanc *droit* et l'on galvanise les mêmes points, toujours *à droite :* le membre postérieur *gauche* se meut fortement, l'antérieur *gauche* un peu moins et l'antérieur *droit* très faiblement. Quelques minutes après, à plusieurs reprises, on galvanise de nouveau les mêmes points *à droite* et l'on voit que les deux membres *droits* se meuvent seuls lorsque l'animal est sur le flanc *gauche,* et les deux membres *gauches,* seuls aussi, lorsqu'il est sur le flanc *droit.*

» La galvanisation de la zone corticale *gauche* a aussi donné des effets très différents suivant la position de la tête : quand on l'inclinait de façon que son côté *droit* fût parallèle au plan de la table, il y avait un mouvement des deux membres *gauches,* surtout de l'antérieur; quand, au contraire, c'était le côté *gauche* qui regardait la table, il y avait un mouvement bipède *diagonal gauche,* fort surtout au membre postérieur *droit.*

» *Expérience IV.* — Sur un fort lapin adulte ayant eu une section de toute la moitié *droite* du bulbe rachidien et d'une partie de la pyramide antérieure *gauche,* près du pont de Varole (l'autopsie a montré que telles étaient les lésions), on galvanise la zone motrice corticale *droite.* L'animal étant tenu sur le côté *gauche* (tête et tronc), il y a un mouvement du membre antérieur *gauche.* On le met sur le côté *droit* et l'on galvanise le même point, toujours *à droite :* c'est le membre antérieur *droit* qui se meut.

Il n'en est pas ainsi quand on galvanise la zone motrice *gauche :* quelle que soit la position de la tête, c'est toujours le membre antérieur *droit* qui se meut.

» *Expérience V.* — Sur un gros lapin, on réussit à faire (ainsi que l'a montré l'autopsie) la section complète des deux pyramides antérieures. On galvanise la zone motrice corticale, *à droite,* et l'on voit se mouvoir les membres *gauches* lorsque l'animal est sur le flanc *droit,* et les membres *droits* lorsqu'il est sur le flanc *gauche.*

La galvanisation de la zone motrice *gauche* a donné des résultats un peu différents : l'animal étant sur le flanc *droit,* il y a eu des mouvements dans le membre antérieur *droit* et le postérieur *gauche;* lorsqu'il était sur le flanc *gauche,* il y a eu des mouvements dans les deux membres *gauches,* surtout dans l'antérieur.

» Les différences radicales qui ont été observées dans ces expériences, suivant la position de la tête de l'animal, dépendaient entièrement de cette position. En effet, tout, à part cette circonstance, était identique dans chacun des cas : force du courant, écartement des électrodes, partie et côté du cerveau où se faisait l'excitation, etc. C'est donc bien à un changement dépendant de la gravitation qu'étaient dues les différences observées.

Il est clair — et c'est là le point le plus intéressant de ce travail — que la zone motrice de chaque côté du cerveau a la puissance de produire des mouvements dans les quatre membres et non, comme on le croyait, seulement dans ceux du côté opposé à celui de l'irritation. Suivant les circonstances, il y a des mouvements d'un seul ou des deux membres, tantôt du côté opposé, tantôt du côté correspondant. Dans d'autres cas, les mouvements produits ont lieu dans deux membres dont un du côté correspondant, l'autre du côté opposé à celui de l'irritation.

» Je dois faire remarquer que l'étude des réactions produites par l'irritation galvanique de la zone motrice corticale du cerveau chez le lapin, indépendamment de l'influence de la gravitation que je signale aujourd'hui, montre clairement que cette partie, soit à droite, soit à gauche, peut déterminer des mouvements dans chacun des quatre membres. En multipliant les expériences comme je l'ai fait depuis dix-huit ans, j'ai pu constater : 1° que, chez certains individus, les mouvements n'ont jamais lieu que dans un seul membre quel que soit le point de la zone motrice qu'on irrite; 2° que, chez d'autres, les deux membres du côté opposé sont mis en mouvement quel que soit le point irrité; 3° que des mouvements d'un seul ou des deux membres du côté correspondant à l'irritation peuvent avoir lieu quelle que soit la partie de la zone qu'on irrite; 4° qu'un mouvement *bipède diagonal* peut aussi se montrer quel que soit le point irrité, et que ce sont le membre antérieur du côté opposé et le postérieur du côté correspondant qui en sont le siège, ou que c'est l'inverse.

» Ces faits sont déjà décisifs contre les théories reçues. J'y ai ajouté depuis longtemps des preuves d'un autre ordre, en montrant que toute lésion, soit d'un nerf, soit de la moelle épinière, soit de la base de l'encéphale, peut non seulement déterminer des changements dans l'énergie d'action de la zone motrice, augmentant cette puissance du côté correspondant, la diminuant du côté opposé, mais aussi changer le type des mouvements que produisait la zone motrice avant la lésion. J'ai fait savoir qu'une zone motrice qui agissait d'une manière normale avant toute lésion pouvait ne plus causer qu'un mouvement du côté correspondant à l'irritation ou un mouvement bipède diagonal après une lésion d'un nerf, de la moelle épinière ou de la base de l'encéphale. Aujourd'hui, les faits que je rapporte montrent que la gravitation, qu'il y ait eu ou non des lésions à la base de l'encéphale, peut changer plus ou moins complètement les manifestations motrices dues à la galvanisation de la zone motrice.

» Bien qu'il ne puisse pas y avoir le moindre doute à l'égard de la cause qui, dans les expériences que j'ai rapportées, modifiait d'une manière si notable l'effet produit, par la galvanisation d'un même point de la surface cérébrale, il importe de dire qu'une autre cause, agissant comme la gravitation, ne produit que rarement une influence analogue. Je veux parler de la section du nerf grand sympathique cervical, qui amène, comme la gravitation, un changement dans la quantité de sang d'une moitié du cerveau. Je n'ai vu que deux fois, sur un grand nombre d'expériences, la moitié du cerveau où la quantité de sang était augmentée comme conséquence de la section de ce nerf produire des mouvements dans d'autres membres que ceux qui étaient mus par l'irritation de la zone corticale avant cette section. Mais la gravitation, elle aussi, ne produit pas toujours les effets que j'ai signalés, puisque je n'ai observé ces effets que chez neuf animaux sur une trentaine mis en expérience à cet égard. Je dois dire aussi que quelquefois l'influence de la gravitation est nulle chez un animal pour un côté du cerveau, alors qu'elle existe pour l'autre (voir ci-dessus, *Exp. II*).

» Ce n'est pas seulement la zone corticale qui est modifiée par la gravitation : l'encéphale tout entier peut changer aussi d'une manière très notable. Ainsi, chez les cinq lapins dont j'ai donné l'histoire et chez plusieurs autres, j'ai constaté que les mouvements qui avaient lieu dans les membres d'un côté, après l'irritation galvanique ou mécanique d'un même point de la capsule interne ou de la base de l'encéphale, avaient lieu dans ceux de l'autre côté, quand on changeait la position de la tête.

» Je me suis demandé si la position du tronc participait à un degré quelconque aux changements observés dans les expériences que j'ai rapportées. J'ai constaté que tout dépend de la position de la tête : en effet, le corps étant tenu dans l'attitude ordinaire, les pieds sur une table et le dos en l'air, les mouvements variaient avec les changements de position de la tête seule.

» Dans l'une des expériences que j'ai rapportées (la dernière), on peut voir que les deux pyramides antérieures étaient entièrement coupées et que, cependant, l'action de la zone motrice corticale sur les membres persistait, et même à un très notable degré. Je saisis cette occasion pour dire que nombre de fois, chez des lapins, des chiens et des cobayes, je me suis assuré que, malgré la section complète de ces deux pyramides, non seulement les parties qu'on appelle *centres moteurs,* mais aussi la couronne radiée motrice, la capsule interne et les diverses parties de la base de l'encé-

phale au-dessus ou en avant de la section ont continué de donner lieu, sous l'influence d'excitations galvaniques ou mécaniques, aux mêmes mouvements que l'on obtient alors que le bulbe rachidien est intact. Il est donc certain que les pyramides antérieures ne sont aucunement nécessaires à la transmission des incitations nerveuses motrices provenant d'une partie quelconque de l'encéphale.

» II. Ce n'est pas seulement par les changements dont j'ai parlé jusqu'ici et qui concernent le côté où se produit un mouvement que la gravitation peut agir sur l'encéphale : elle peut aussi déterminer des effets d'ordres très différents. Ainsi, sur un chien qui avait eu la section de la moitié *droite* du cerveau et qui, par suite, avait une contracture intense des deux membres antérieurs, j'ai vu, un grand nombre de fois, disparaître ou réapparaître cette rigidité, toutes les fois que je changeais la position de la tête de l'animal. Lorsque le côté *droit* de la face et de la tête reposait sur la table, les deux membres antérieurs étaient rigides, dans l'extension; lorsqu'on tournait la tête et qu'on la faisait reposer sur le côté *gauche*, la raideur cessait complètement et était remplacée par de l'agitation. La section du tronc nerveux mixte vago-sympathique, *à gauche*, en produisant une hyperhémie du cerveau *gauche* et diminuant par là la congestion du cerveau *droit*, fit disparaître en grande partie les différences que produisaient jusqu'alors les deux positions de la tête (1). »

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur l'élimination par les urines, dans les maladies infectieuses, de matières solubles, morbifiques et vaccinantes;* par M. **Bouchard.**

« J'ai démontré, en novembre 1884, que, si l'on injecte au lapin les urines filtrées de l'homme cholérique, on détermine une intoxication spéciale absolument différente de l'empoisonnement par l'urine normale, et qui reproduit les symptômes caractéristiques du choléra : cyanose, algidité, crampes, diarrhée analogue à la purée cholérique, desquamation de l'intestin grêle, accumulation dans la vésicule biliaire de la bile qui ne s'écoule plus dans l'intestin, albuminurie graduellement croissante, anurie, urémie, et mort après trois ou quatre jours de maladie.

(1) Voir les détails de cette expérience et d'autres faits analogues dans les *Comptes rendus de la Soc. de Biologie*, p. 608; 1887.

» Je puis établir aujourd'hui, pour une autre maladie infectieuse, la *maladie pyocyanique*, que les urines des animaux infectés emportent non seulement des poisons solubles, capables de reproduire chez les animaux sains quelques-uns des symptômes de la maladie infectieuse, mais même la matière vaccinante soluble, qui se montre capable de rendre les animaux auxquels on injecte ces urines réfractaires à l'inoculation ultérieure de l'organisme pathogène.

» Les urines d'une série d'animaux successivement inoculés avec le bacille pyocyanique ont été recueillies chaque jour, filtrées au filtre de porcelaine, et les essais de culture ont établi chaque fois qu'aucun microbe n'avait passé à travers le filtre. Cette urine ainsi dépouillée d'organismes pathogènes a été, tous les deux jours, injectée à la dose moyenne de 30^{cc} sous la peau de lapins sains. Trois lapins ont reçu ainsi 205^{cc}, 145^{cc} et 140^{cc} d'urine.

» Les deux premiers lapins ont présenté, au bout de douze à quinze jours, une paralysie des membres postérieurs, telle qu'on l'observe chez les animaux inoculés sous la peau avec le microbe pyocyanique ou chez lesquels on injecte sous la peau la culture filtrée débarrassée de ses microbes.

» Le premier animal est mort par suite d'un accident. Les deux derniers ont été inoculés par la voie intra-veineuse : l'un avec $1^{cc},2$, l'autre avec 1^{cc} de culture de bacille pyocyanique. Pour chacune de ces deux inoculations, des témoins ont été inoculés de la même façon et aux mêmes doses avec la même culture puisée au même instant. Les témoins ont succombé après vingt-sept heures, vingt-huit heures et vingt-deux heures. Les deux animaux préalablement injectés avec l'urine sont actuellement encore bien portants.

» Des animaux préalablement injectés avec des urines normales n'ont acquis aucune immunité.

» Ces expériences prouvent que les matières solubles, morbifiques ou vaccinantes peuvent être fabriquées par les microbes dans le corps des animaux infectés comme elles le sont *in vitro;* que ces matières solubles ne restent pas indéfiniment dans le corps des animaux infectés, mais qu'elles sont capables de s'éliminer en partie au moins par la sécrétion urinaire. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quelques remarques relativement à la représentation de nombres irrationnels au moyen des fractions continues;* par M. **Hugo Gyldén**. (Extrait d'une Lettre adressée à M. Ch. Hermite.)

« Si l'on a représenté un nombre quelconque irrationnel μ dont la valeur tombe entre o et 1 par la fraction continue

$$\mu = \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \ldots}},$$

on trouvera ordinairement des valeurs peu considérables des entiers a_1, a_2, ... Étant convaincu de ce fait par expérience, on est amené à poser les questions : *Est-ce qu'il existe une valeur probable ou moyenne des entiers* a_1, a_2, ... *et, dans ce cas, laquelle?* ou bien : *Quelle est la probabilité qu'on trouvera parmi les* a *une valeur déterminée, le nombre* μ *étant toujours pris par hasard?* Dans les pages suivantes, je me permettrai d'aborder les questions signalées, sinon d'une manière parfaitement rigoureuse, du moins de telle façon que les résultats obtenus par l'analyse se trouveront sensiblement vérifiés par l'expérience.

» Soient, en désignant par s_1, s_2, ..., s'_1, s'_2, ... des entiers,

$$\frac{s_1}{s'_1}, \quad \frac{s_2}{s'_2}, \quad \ldots$$

les réduites consécutives de la fraction continue dont il s'agit, de sorte que

$$\frac{s_m}{s'_m} - \mu = (-1)^m \frac{1}{s'_m s'_{m+1}} \left(1 - \frac{s'_m}{s'_{m+2}} + \frac{s'_m s'_{m+1}}{s'_{m+2} s'_{m+3}} - \ldots\right);$$

si l'on pose

$$\vartheta_m = 1 - \frac{s'_m}{s'_{m+2}} + \frac{s'_m s'_{m+1}}{s'_{m+2} s'_{m+3}} - \ldots,$$

on a ainsi

$$\frac{s_m}{s'_m} - \mu = (-1)^m \frac{\vartheta_m}{s'_m s'_{m+1}}.$$

» En observant les relations connues

$$s_{m+1} = a_{m+1} s_m + s_{m-1}, \qquad s'_{m+1} = a_{m+1} s'_m + s'_{m-1},$$

on remarquera aisément que la valeur maximum de la différence

$$2\lambda_m = s_m - s'_m \mu$$

est exprimée au moyen de la formule

$$2\lambda_m = \frac{1}{s'_m + s'_{m-1}},$$

abstraction faite du signe, tandis que la valeur minimum de $2\lambda_m$ s'égale à zéro. La différence $2\lambda_m$ acquiert la valeur maximum si

$$a_{m+1} = 1; \qquad a_{m+2} = \infty;$$

de l'autre côté, si

$$a_{m+1} = \infty,$$

la différence $2\lambda_m$ disparaîtra.

» Ayant supposé la valeur de μ tout à fait arbitraire, entièrement indépendante des conditions données relativement à la nature de l'irrationnalité et telle qu'on la puisse regarder comme une constante déterminée au moyen des observations, on est autorisé à considérer toute valeur de $2\lambda_m$ entre les limites o et $\frac{1}{s'_m + s'_{m-1}}$, également probables; d'où il découle que

$$\frac{1}{2(s'_m + s'_{m-1})}$$

est la valeur moyenne de toutes valeurs possibles qui peut acquérir la différence

$$2\lambda_m = \frac{\vartheta_m}{s'_{m+1}},$$

abstraction faite toujours de signe.

» Cela étant, admettons l'égalité suivante

$$\frac{1}{2(s'_m + s'_{m-1})} = \frac{\vartheta_m}{a_{m+1} s'_m + s'_{m-1}},$$

et supposons qu'il soit permis de remplacer les quantités ϑ_m, $\frac{s'_{m-1}}{s'_m}$ et a_{m+1} par leurs valeurs moyennes ou probables, que nous désignons par ϑ, σ et a. Il résulte de là

$$\frac{1}{1+\sigma} = \frac{2\vartheta}{a+\sigma}.$$

» Voilà une équation à trois inconnues; nous aurons cependant tout de suite deux autres équations en observant les conséquences de nos

suppositions : après avoir introduit les valeurs moyennes ou probables au lieu des valeurs effectives, nous aurons sans difficulté

$$\vartheta = 1 - \sigma^2 + \sigma^4 - \ldots = \frac{1}{1+\sigma^2}$$

et

$$1 = a\sigma + \sigma^2$$

ou bien

$$a + \sigma = \frac{1}{\sigma}.$$

» En introduisant ces expressions de ϑ et de $a + \sigma$ dans la première équation, il en résultera

$$\frac{1}{1+\sigma} = \frac{2\sigma}{1+\sigma^2},$$

d'où l'on tire

$$\sigma = \sqrt{2} - 1 = 0,41421\ldots.$$

Après avoir obtenu ce résultat, on aura tout de suite

$$a = 2, \quad \vartheta = \frac{2 + \sqrt{2}}{4} = 0,85355\ldots.$$

» Même sans calcul on se convaincra qu'il n'y a pas lieu de parler d'une valeur moyenne des a dans le sens ordinaire de ce mot, car les entiers dont il s'agit sont tellement différents entre eux que la moyenne arithmétique tirée de n valeurs de a ne fournit quelquefois que très peu de ressemblance avec celle qui résulte de $n+1$ valeurs. Mais on peut démontrer, au moins approximativement, que l'entier 2 représente la valeur probable parmi les entiers de toutes les valeurs à partir de l'unité qui entrent dans les fractions continues représentant des nombres irrationnels. On peut aussi, conformément à la notion de la valeur probable, exprimer cette thèse d'une autre manière.

» Soit H le nombre total des a; soient de plus h_1 le nombre des a dont la valeur est 1, h_2 le nombre des a dont la valeur est 2, et ainsi de suite, de sorte qu'on ait

$$H = h_1 + h_2 + \ldots;$$

il faut, 2 étant la valeur probable des a, que

$$h_1 + \tfrac{1}{2}h_2 = \tfrac{1}{2}h_2 + h_3 + h_4 + \ldots.$$

» Dans le but de mettre cette thèse hors de doute, je fais remarquer que, toute valeur de la fraction

$$\frac{\vartheta_m(s'_m + s'_{m-1})}{a_{m+1}s'_m + s'_{m-1}}$$

entre les limites 0 et 1 étant également probable, la probabilité à trouver une valeur de cette fraction entre 0 et $\frac{1}{\nu}$ doit être $\frac{1}{\nu}$.

» Il découle de cette remarque l'expression

$$\frac{1}{\nu} = \frac{\vartheta_m(s'_m + s'_{m-1})}{a_{m+1}s'_m + s'_{m-1}}$$

ou bien

$$\frac{1}{\nu} = \frac{\vartheta(1+\sigma)}{a+\sigma} = \frac{1,20711\ldots}{a + 0,41421\ldots}$$

de la probabilité qu'on peut exprimer aussi par la formule

$$\frac{1}{\nu} = \frac{1}{\Pi}\left(\tfrac{1}{2}h_a + h_{a+1} + h_{a+2} + \ldots\right).$$

» En supposant $a = 2$, on obtiendra sur-le-champ

$$\nu = \tfrac{1}{2},$$

ce qui montre que la valeur probable des a est 2. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Correspondant pour la Section de Botanique, en remplacement de feu M. *Asa Gray*.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 46,

M. Masters obtient......	39	suffrages
M. Triana »	5	»
M. Treub »	1	»

Il y a un bulletin blanc.

M. **Masters**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **P. de Pietra Santa** adresse, pour le concours des prix de Médecine et de Chirurgie, une Note complémentaire à son Mémoire intitulé « Étude sur l'emprisonnement cellulaire et son influence sur la folie ».

(Renvoi à la Commission des prix de Médecine et de Chirurgie).

M. **J.-M. Schnyder** adresse un Mémoire ayant pour titre : « Le choléra asiatique; sa véritable cause, son hygiène préventive et sa guérison certaine ».

(Renvoi au concours du prix Bréant.)

M. le **Ministre de la Marine** transmet à l'Académie un Mémoire de M. *Genglaire* sur « l'éclairage électrique par les piles ».

(Commissaires : MM. Pâris, Jurien de la Gravière, Bouquet de la Grye.)

CORRESPONDANCE.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Sawerthal, faites à l'observatoire de la Plata (équatorial de* $0^m,217$ *de Gautier)*, présentées par M. Mouchez.

« Les observateurs sont : MM. F. Beuf, directeur de l'observatoire, et G. Mac Carthy, Carlos Salas, Agustin Delgado, Victor Beuf, astronomes. Ils sont respectivement désignés par les lettres B, M, S, D, V.

Dates. 1888.	Étoiles de comparaison.	Grand.	✶⋞ — ✶. α.	✶⋞ — ✶. δ.	Nombre de comp.	Observ.
			m s	′ ″		
Mars 9......	*a* Gould, 28651.	8	−0.55,17	− 4.51,9	6	B.
17......	*b* Gould, 29253.	7	−2.46,84	− 5.56,9	5	B.
17......	Id.	»	−2.44,50	− 4.53,2	3	M.
18......	*c* Gould, 29332.	5,7	+1.36,13	− 5.56,7	6	B.
18......	Id.	»	+1.38,50	− 4.59,7	5	M.
18......	Id.	»	+1.40,88	− 4. 1,0	6	V.
18......	Id.	»	+1.43,88	− 2.47,4	4	S.

Dates. 1888.		Étoiles de comparaison.	Grand.	☄ — ⋆. α.	δ.	Nombre de comp.	Observ.
				m s	′ ″		
Mars	19......	*d* Gould, 29421.	6,8	+0.45,33	— 0.11,7	6	B.
	19......	Id.	»	+0.47,85	+ 0.47,4	6	S.
	19......	Id.	»	+0.49,54	+ 1.28,5	5	D.
	20......	*e* Gould, 29650.	6,3	—7.12,03	+25.34,9	3	B.
	21......	*f* Gould, 29551.	8	—0.37,22	+28.59,8	5	B.
	23......	*g* Gould, 29818.	6,5	—5.55,00	—13. 6,7	4	B.
	23......	Id.	»	—5.52,38	— 11.26,5	4	M.
	27......	*h* Gould, 30140.	8,5	—7.34,05	+ 1.28,3	4	B.
Avril	2......	*i* Stone, 11705.	5,6	—7.45,00	— 3.18,3	1	B.

Positions des étoiles de comparaison.

Dates. 1888.	Étoiles de compar.	Ascension droite moyenne pour 1888,0.	Réduction au jour.	Déclinaison moyenne pour 1888,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
Mars 9.......	*a*	20.47.16,35	—1,48	—26.44.20,9	+0,9	Gould, vol. XIV.
17.......	*b*	21.13.39,38	—1,26	—14.29.22,1	—2,5	Id.
18.......	*c*	21.18. 4,19	—1,24	—13.21.29,5	—2,8	Id.
19.......	*d*	21.22. 9,93	—1,24	—12. 3.12,4	—3,2	Id.
20.......	*e*	21.33.26,90	—1,24	—11. 4.49,8	—3,7	Id.
21.......	*f*	21.28.44,00	—1,18	— 9.35. 1,2	—3,8	Id.
23.......	*g*	21.41.44,38	—1,19	— 6.26. 7,1	—4,8	Id.
27.......	*h*	21.55.58,90	—1,11	— 1.40. 0,3	—5,8	Id.
Avril 2.......	*i*	22.14.49,47	—1,02	+ 5.13.26,2	—7,4	Stone, Cat. for 1880.

Positions apparentes de la comète.

Dates. 1888.		Temps moyen de la Plata.	Ascension droite.	Log. fact. parall.	Déclinaison.	Log. fact. parall.	Observ.
		h m s	h m s		° ′ ″		
Mars	9.......	16.29.10,61	20.46.19,70	$9,722_n$	—26.49.11,9	$0,573_n$	B.
	17.......	17. 8.44,76	21.10.51,28	$9,654_n$	—14.35.21,5	$0,614_n$	B.
	17.......	17.26.53,52	21.10.53,62	$9,635_n$	—14.34.17,8	$0,600_n$	M.
	18.......	16.48.22,58	21.19.39,08	$9,672_n$	—13.27.29,0	$0,640_n$	B.
	18.......	17. 4.32,02	21.19.41,45	$9,660_n$	—13.26.30,0	$0,629_n$	M.
	18.......	17.20.35,71	21.19.43,83	$9,645_n$	—13.25.33,3	$0,618_n$	V.
	18.......	17.40.55,21	21.19.46,83	$9,623_n$	—13.24.19,7	$0,605_n$	S.
	19.......	16.45.28,14	21.22.54,02	$9,671_n$	—12. 3.27,3	$0,650_n$	B.
	19.......	17. 2.43,70	21.22.56,54	$9,658_n$	—12. 2.28,2	$0,640_n$	S.
	19.......	17.14.22,46	21.22.58,23	$9,648_n$	—12. 1.47,1	$0,633_n$	D.
	20.......	17. 2.22,22	21.26.13,63	$9,656_n$	—10.39.18,6	$0,648_n$	B.
	21.......	16.56.45,67	21.29.20,04	$9,659_n$	— 9. 6. 5,2	$0,660_n$	B.

Dates. 1888.		Temps moyen de la Plata.	Ascension droite.	Log. fact. parall.	Déclinaison.	Log. fact. parall.	Observ.
		h m s	h m s		° ′ ″		
Mars	23.......	16.56.12,56	21.35.48,19	$9,654_n$	− 6.39.18,6	$0,674_n$	B.
	23.......	17.24.54,32	21.35.50,81	$9,628_n$	− 6.37.38,5	$0,665_n$	M.
	27.......	16.44.33,08	21.48.23,74	$9,658_n$	− 1.38.37,8	$0,699_n$	B.
Avril	2.......	17.26.48,89	22. 7. 3,45	$9,615_n$	+ 5.10.10,5	$0,732_n$	B.

Position de l'observatoire.

Latitude........................ − 34°54′30″,3
Longitude...................... $4^h0^m58^s$,0 O. de Paris. »

ÉLECTRICITÉ. — *Détermination de l'ohm par la méthode électrodynamique de M.* Lippmann. Note de M. **H. Wuilleumier**, présentée par M. Lippmann.

« La méthode que j'ai employée est une méthode de zéro proposée par M. Lippmann [1].

» Un cadre mobile, recouvert de fil fin, tourne autour d'un de ses diamètres avec une vitesse uniforme v; il est placé à l'intérieur d'une bobine fixe parcourue par un courant d'intensité i, lequel circule en même temps dans le conducteur dont on veut déterminer la résistance. Le circuit induit est fermé au moment où la force électromotrice, développée dans le cadre, passe par sa valeur maxima, et cette force est alors opposée à la différence de potentiel qui existe entre les deux points extrêmes A et B du conducteur; on choisit ces derniers de façon que les deux forces opposées s'annulent, ce que l'on constate au moyen d'un électromètre sensible.

» Si S désigne la surface enveloppée par le fil induit, v la vitesse de rotation du cadre, n le nombre de spires par centimètre de la bobine fixe, et si cette dernière est supposée infiniment longue, la valeur de la résistance que l'on détermine est donnée par la relation

$$R = 8\pi^2 S n v.$$

» L'emploi d'une bobine infiniment longue peut être évité en déplaçant une bobine de longueur finie [2].

» J'ai employé une bobine inductrice formée d'une seule couche de fil

---

[1] *Comptes rendus*, t. XCVI, p. 1348.
[2] *Ibid.*

de cuivre de 2^{mm} de diamètre, isolé à la soie et enroulé sur un cylindre de laiton recouvert de papier Japon arcansonné et verni à la gomme-laque. Celui-ci a 2^{m} de longueur sur $0^{m},30$ de diamètre et porte 922 spires de fil. Le nombre de tours par centimètre de longueur est de $n = 4,633$; il a été déterminé à l'aide d'un cathétomètre.

» Cette bobine, portée sur des roulettes, peut être déplacée sur des rails et amenée successivement dans une deuxième et une troisième position pour les mesures servant à trouver expérimentalement la correction des extrémités.

» Le cadre tournant est en bois et porte 303 tours de fil très fin isolé à la soie. Il est fixé dans une chape et relié au moteur par un arbre de laiton horizontal et un engrenage en papier comprimé. Le rayon moyen de ce cadre est de $10^{cm},0845$; il a été déterminé avec le comparateur universel du Bureau international des Poids et Mesures. La surface totale enveloppée par le fil est de $S = 96805^{cmq},8$.

» Les deux bouts du fil de cette bobine sont reliés à deux pièces métalliques bien isolées, fixées sur la chape, aux extrémités d'un même diamètre. Pendant la rotation, ces contacts touchent deux balais collecteurs au moment où la force électromotrice induite dans le cadre passe par sa valeur maxima, et deux fils partant des balais l'introduisent dans le circuit secondaire.

» La neutralisation du champ terrestre a lieu par l'action d'un courant constant qui circule dans une bobine fixée au bâti de l'appareil; on règle l'intensité de ce courant jusqu'à ce que la compensation complète soit réalisée, ce que l'on reconnaît lorsque l'électromètre n'indique aucune différence de potentiel entre deux points quelconques du circuit secondaire quand le circuit primaire est ouvert.

» Le conducteur, dont on a déterminé la résistance en valeur absolue, consiste en un ruban de maillechort de $34^{m},72$ de longueur, 1^{cm} de largeur et 3^{mm} d'épaisseur, enroulé en spirale et plongé dans un bain de pétrole qui maintient sa température constante.

» Une des extrémités de ce ruban est rectiligne sur une longueur d'environ 1^{m} et porte une échelle graduée en centimètres; une tige de cuivre B, taillée en biseau et recouverte de platine, peut être déplacée le long de ce conducteur et forme une des prises de potentiel; la seconde est réalisée par un fil fixé à l'autre bout A du ruban.

» La différence de potentiel entre A et B est opposée à la force électromotrice induite dans le cadre tournant, et l'on reconnaît l'égalité de ces deux

forces à un électromètre capillaire shunté par un condensateur de $\frac{1}{3}$ de microfarad de capacité; on réalise la compensation complète en déplaçant le contact mobile B.

» La rotation du cadre est produite par un moteur magnéto Gramme, actionné par une batterie d'éléments Bunsen; l'axe de cette machine est relié à l'arbre horizontal de l'appareil par un double joint Cardan, et le mouvement de rotation est maintenu constant entre certaines limites par un régulateur à force centrifuge. Le réglage définitif se fait en réglant, par la méthode stroboscopique et un frein à ficelle, le mouvement de rotation du cadre sur le mouvement vibratoire d'un diapason entretenu électriquement. Celui-ci sert ici d'étalon de vitesse et, pendant chaque expérience, ses vibrations sont enregistrées sur un tambour Marey, à côté de la marche oscillatoire d'un pendule battant la seconde. La vitesse du cadre a toujours été de $v = 8,525$ tours par seconde.

» Le courant du circuit primaire est fourni par une forte batterie Bunsen, soigneusement isolée; un commutateur à portée de la main de l'observateur à l'électromètre permet d'ouvrir et de fermer le circuit, et de renverser à volonté le sens du courant; l'intensité de ce dernier a varié entre 10^{amp} et 12^{amp}.

» Après avoir effectué la compensation complète du champ magnétique terrestre, on place la grande bobine dans sa position principale, symétrique par rapport au cadre tournant, et l'on détermine sur le ruban la position du contact pour laquelle l'équilibre est réalisé à l'électromètre. Conservant ensuite la même vitesse, on fait la même opération pour la seconde et la troisième position de la bobine; l'accroissement de résistance est représenté par $17^{cm},6$ du ruban dans le premier cas, et par $1^{cm},45$ dans le second. En doublant la somme de ces longueurs, on obtient la correction des extrémités, soit $38^{cm},1$.

» Toutes les mesures ont été ramenées à la température de 19°C. et la résistance du conducteur entre deux points A et B, exprimée en valeur absolue par la formule ci-dessus, est de

$$R = 0,301889 . 10^9.$$

» La même résistance a été mesurée en ohms légaux, au Bureau international des Poids et Mesures, à l'aide de trois étalons au mercure, mis obligeamment à notre disposition par M. R. Benoît. Ces trois ohms, groupés en quantité, présentaient à 0° une résistance de $0^{\omega},332973$.

» La comparaison a été faite par la méthode de Fleeming-Jenkin avec un

pont de Wheatstone modifié et un galvanomètre Thomson, et la résistance du conducteur entre les points A et B, exprimée en ohm légal et ramenée à 19°, a été trouvée de

$$R' = 0^{\omega},302650.$$

» La valeur de l'ohm vrai est donnée par la relation $\frac{106 R'}{R}$, et l'on voit que cette quantité est représentée par la résistance à 0° d'une colonne de mercure ayant une section de 1^{mmq} et une longueur de $106^{cm},27$ ([1]). »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les courants actino-électriques au travers de l'air.* Note de M. **A. Stoletow**, présentée par M. Mascart.

« Ayant répété mon expérience actino-électrique ([2]) après y avoir remplacé par une lame d'eau le disque plein relié au pôle négatif de la pile, MM. Bichat et Blondlot ont constaté que les rayons de l'arc voltaïque ne produisent aucun effet dans ces circonstances ([3]). Je ferai remarquer qu'on peut simplifier l'expérience : un disque solide quelconque couvert d'un morceau de papier mouillé, une toile métallique ou une gaze bien imprégnées avec de l'eau, peuvent aussi bien servir comme électrodes négatives *insensibles*.

» Ces faits me semblent prouver d'une manière très décisive que l'action actino-électrique ne se manifeste qu'à la condition que les rayons efficaces soient absorbés par l'électrode négative. L'électrode positive (toile) est éclairée, elle aussi (d'une manière moins avantageuse que le disque, sans doute); elle absorbe les rayons qui la frappent; néanmoins on n'obtient aucune trace de courant.

» Cela nous permet de décider sur le point de divergence que trouve M. Righi entre ses résultats et les miens, relativement à la sensibilité des deux électrodes ([4]).

([1]) Ce travail a été effectué au laboratoire de Recherches physiques, à la Sorbonne.

([2]) Je me sers de cette expression pour désigner les phénomènes électriques provoqués par les radiations.

([3]) *Comptes rendus*, p. 1349, 7 mai 1888.

([4]) *Ibid.* Je saisis l'occasion pour reconnaître la priorité que réclame M. Righi pour certains résultats qui nous sont communs. Ma première Communication sur ce sujet (non publiée), dans la Société des Amis des Sciences naturelles de Moscou, a été

» Dans mon expérience primitive, on observe bien un certain effet, même en reliant le disque au pôle positif (pourvu que la force électromotrice soit assez grande et la toile bien propre); mais ce résultat doit être attribué, ici encore, aux rayons absorbés par l'électrode *négative* (toile), et l'illumination du disque n'y est pour rien. En effet, il suffit dans ce cas de bien mouiller la toile pour faire disparaître toute action, qui reparaît aussitôt que la toile redevient sèche. Si l'on a interverti les pôles de la pile, l'action actinique est forte, et elle ne subit aucun changement, que la toile soit mouillée ou sèche (pourvu que le disque soit entretenu bien sec).

» Qu'il devait y avoir absorption de certains rayons dans tous ces phénomènes, cela me paraissait évident avant même que je fusse en état de le prouver directement. C'est ce qui m'a fait dire, dans ma Note précédente, que le courant de mon couple actino-électrique zinc-air-argent « est main» tenu aux frais de l'énergie rayonnante » ([1]). L'ensemble de faits observés me faisait croire que l'absorption *utile* se produisait sur l'électrode négative toute seule. L'emploi des lames d'eau ou des lames mouillées paraît mettre cette conclusion hors de doute. La perte de l'électricité par évaporation doit être insignifiante ou nulle ([2]), et le phénomène n'en est pas masqué d'une manière perceptible.

» Je viens de faire quelques expériences avec des solutions de certaines substances, surtout celles qui, d'après M. Hertz ([3]), sont très opaques pour les rayons efficaces. Je m'en sers tantôt comme *réseaux* (en en imprégnant une toile métallique ou une gaze), tantôt comme *disques* de mon condensateur (un papier mouillé par la solution se met sur un disque solide). J'en arrive à conclure que, plus le liquide est *opaque* pour les rayons efficaces, plus il est capable de servir comme électrode *sensible*. Pour les solutions incolores que j'ai examinées (y compris quelques liquides fluorescents), cette sensibilité n'est pas grande : il paraît que l'opacité de la mince couche superficielle, qui est le siège de l'électricité, n'y est pas assez parfaite. Mais les solutions concentrées d'éosine et de fluorescéine

---

faite le 23/11 mars, et ma Note adressée à M. Mascart porte la date du 25/13 mars. C'est beaucoup plus tard que j'ai pu prendre connaissance des recherches de M. Righi.

([1]) *Comptes rendus*, 16 avril 1888, p. 1151.

([2]) *Voir* sur ce sujet : Blake, *Annales de Wiedemann*, Bd. XIX, p. 524; 1883.

([3]) *Annales de Wiedemann*, Bd. XXXI, p. 991; 1887.

dans l'ammoniaque sont assez sensibles, et celles de fuchsine ou de violet d'aniline dans l'eau se comportent comme un métal.

» Une pile de 200 éléments secs de Beetz m'a servi pour ces expériences. »

RADIOPHONIE. — *Sur la radiophonie électrochimique.* Note de MM. G. Chaperon et E. Mercadier.

« On a réussi à produire les sons musicaux les plus complexes par l'effet de radiations intermittentes sur la conductibilité électrique du sélénium et d'autres corps, tandis que les phénomènes électrochimiques produits par ces mêmes radiations ne paraissent pas avoir été utilisés dans le même but. On peut se demander, cependant, si les variations de force électromotrice, étudiées d'abord par M. E. Becquerel, qui résultent de l'éclairement d'un assez grand nombre d'éléments galvaniques, ne sont pas, elles aussi, aptes à produire dans un téléphone des sons ou des accords musicaux.

» Nous avons effectivement réussi à les produire avec une forme particulière de couple galvanique qui paraît sensible à presque toutes les radiations lumineuses.

» Ce couple se compose d'une lame d'argent recouverte, par électrolyse du sulfure de sodium, d'une très mince couche de sulfure d'argent, et d'une autre lame d'argent simplement décapée : le tout est plongé dans un tube en verre rempli d'un liquide conducteur, de l'eau acidulée par quelques gouttes d'acide sulfurique, par exemple (¹) : on peut employer également la potasse caustique et d'autres électrolytes, à l'exclusion des sulfures alcalins.

» Ainsi constitué, le couple possède une force électromotrice très faible et variable; il se polarise d'ailleurs très rapidement; mais il donne naissance à une variation de courant instantanée sous l'action de la lumière du jour ou même d'une très faible lumière artificielle.

» Ces effets sont, en premier lieu, comparables à ceux de l'actinomètre de M. E. Becquerel sous sa seconde forme, sensible à toutes les radiations

---

(¹) Une pile renfermant du sulfure d'argent et du chlorure de sodium et sensible à la lumière a été déjà proposée à l'étranger pour la production industrielle de l'électricité.

(iodure d'argent recuit dans l'obscurité) : ils sont susceptibles de se manifester pendant des mois entiers [1], l'appareil restant exposé à l'air et à la lumière sans précautions particulières; mais ils diminuent néanmoins avec le temps.

» En second lieu, ces effets se produisent avec une grande rapidité. En effet, en mettant un couple argent-sulfure d'argent-eau acidulée dans un circuit fermé comprenant un téléphone, et l'exposant aux radiations de la lumière oxhydrique rendues intermittentes à l'aide d'une roue percée d'ouvertures, suivant le dispositif imaginé par l'un de nous, on entend dans le téléphone des sons et des accords de sons, dont la hauteur peut varier jusqu'à correspondre à plus de 1000 vibrations par seconde et, par suite, à un effet électrochimique dont la durée est inférieure à $\frac{1}{2000}$ de seconde.

» On obtient ainsi un *radiophone électrochimique*, dont les effets sont analogues à ceux des radiophones électriques à sélénium, à l'intensité près, et susceptibles des mêmes applications.

» On est fondé à croire que les variations de courant, causes de ces effets, correspondent à des variations de force électromotrice ou d'énergie chimique de l'appareil, car la résistance mesurée dans un pont de Wheatstone en se servant de courants alternatifs ne varie pas par l'éclairement.

» Enfin, il résulte de ces faits que les modifications inconnues que la lumière apporte à l'énergie d'une réaction électrolytique sont susceptibles, comme les variations de conductibilité, de se combiner par addition et de se superposer sans se confondre en suivant les lois générales des petits mouvements.

» Nous étudions à ce point de vue divers actinomètres et combinaisons déjà signalées comme sensibles à la lumière.

» En particulier, l'élément cuivre-oxyde de cuivre-chlorure de sodium, décrit dans les *Comptes rendus* (t. CVI, p. 1470) par MM. Gouy et Rigollot, constitue aussi un radiophone électrochimique, et les effets radiophoniques donnés par la partie très légèrement oxydée du couple paraissent plus durables que les effets galvanométriques observés seulement par les auteurs : nous en avons construit un qui produit encore des sons après trois jours sans qu'on ait pris aucune précaution pour le conserver.

---

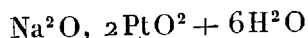
[1] Nous avons un couple de ce genre construit au mois de mars dernier et qui fonctionne encore; c'est le désir de voir quelle serait la durée de ces actions qui nous a fait retarder cette Communication.

» Nous donnerons dans une prochaine Communication les résultats de nouvelles recherches sur ce sujet. »

ÉLECTRICITÉ. — *Pile à courant constant dans laquelle l'électricité négative est du charbon.* Note de MM. **Fabingi** et **Farkas**, présentée par M. Berthelot.

« En reprenant les expériences de M. Jablochkoff [1], nous avons trouvé que, malgré les hautes températures employées dans les piles proposées par l'illustre électricien, la possibilité d'un courant constant en est essentiellement exclue. Or des études sur ce sujet nous ont amenés à la construction d'une pile donnant un courant dont la constance semble surpasser celle de toute autre pile connue jusqu'ici.

» Dans notre pile, l'électrode positive est du platine. Deux conducteurs électrolytiques sont en action : l'hydrate de protoxyde de sodium (ou de potassium) et la combinaison obtenue par le chauffage du platine en présence de l'hydrate de protoxyde de sodium (ou de potassium). Une analyse soignée nous a fourni la formule suivante de ce composé



$$Na^2O,\ 2PtO^2 + 6H^2O$$

ou, probablement,



$$2Pt(OH)^3(ONa) + 3H^2O.$$

Ce composé recouvre la surface intérieure d'une petite marmite de platine et y forme une couche cohérente. On remplit la marmite d'hydrate de protoxyde de sodium, fondu auparavant dans une marmite d'argent. Comme source de chaleur, on se sert d'une petite flamme de gaz d'éclairage. On plonge ensuite du charbon de gaz dans le fluide et l'on enveloppe d'un écran le système.

» La pile étant fermée, la force électromotrice a atteint une certaine valeur : les actions deviennent stationnaires. En particulier, le carbonate de soude produit, soit au voisinage de l'électrode négative, soit à la surface du sel fondu, s'élimine d'une manière continue en apparaissant à l'état de cristaux sur les parois libres des deux électrodes. Nous avons reconnu que la force électromotrice varie dans le même sens que la température au voi-

---

(1) *Comptes rendus*, t. LXXXV, p. 1052.

sinage du charbon, mais dans un sens contraire à la température au voisinage du platine. D'ailleurs, toutes autres choses égales, l'intensité de cette dernière variation est moindre que celle de la première. Pour plus de précision, désignons par T la température du charbon, par T' celle du platine et par U la force électromotrice. On a

$$\frac{\partial U}{\partial T} > 0, \quad \frac{\partial U}{\partial T'} < 0,$$

mais toujours

$$\frac{\partial U}{\partial T} + \left(\frac{\partial U}{\partial T'}\right)_{T'=T} > 0.$$

Donc, dans le cas de l'égalité des deux températures T et T', la force électromotrice varie dans le même sens que la température commune $T' = T$. Dans ce cas, on a, en effet,

$$dU = \left[\frac{\partial U}{\partial T} + \left(\frac{\partial U}{\partial T'}\right)_{T'=T}\right] dT.$$

» Si la flamme de gaz n'éprouve que des variations tout à fait inévitables, tant que la déperdition de la quantité du sel fondu ne dépasse pas une certaine limite, les variations de la force électromotrice sont insensibles. Cette déperdition ayant pour effet la diminution des parties immergées des électrodes cause une variation lente dans la différence des températures T et T'. Or, avec des dispositions convenables, cette influence ne se manifeste qu'après quelques heures.

» Pour une variation brusque et considérable de la résistance extérieure, la différence de potentiel des pôles n'éprouve qu'une variation passagère relativement très courte.

» Dans une Communication prochaine nous prendrons la liberté de présenter à l'Académie des résultats numériques.

» En remplaçant par une électrode d'argent l'électrode de platine, il se présente cet inconvénient que de l'argent se dépose sur le charbon (en l'entourant d'une couronne brillante cristallisée dont la bordure inférieure touche horizontalement le liquide), et une polarisation continuellement croissante se manifeste; phénomène subsistant aussi dans le cas où les pôles de la pile sont isolés. »

CHIMIE MINÉRALE. — *De l'action des phosphates alcalins sur les oxydes alcalino-terreux.* Note de M. L. **Ouvrard**, présentée par M. Troost.

« Nous avons cherché à comparer la baryte, la chaux et la strontiane au point de vue des composés que ces bases et quelques-uns de leurs sels peuvent donner par fusion avec les phosphates alcalins.

» Pour cela, nous dissolvons l'oxyde ou le sel alcalino-terreux dans le phosphate alcalin considéré, additionné ou non de chlorure de potassium ou de sodium, puis le mélange fondu, soumis à un refroidissement lent, est repris par l'eau, qui abandonne les produits insolubles suivants.

» *Baryte.* — La baryte anhydre se dissout aisément dans le *méta* ou le *pyrophosphate de potasse*. Après élimination des parties solubles, il reste un produit formé de prismes orthorhombiques, présentant des sections rectangulaires à extinctions longitudinales. L'analyse démontre que l'on se trouve en présence d'un pyrophosphate $PhO^5, 2BaO$. Ces cristaux sont solubles dans les acides étendus et dans l'acide sulfurique concentré.

» En ajoutant au mélange fondu du chlorure de potassium, on obtient le même résultat tant que la quantité de phosphate de potasse est supérieure à 5 pour 100 du poids total. Si elle devient inférieure à cette proportion, le chlorure alcalin réagit sur le phosphate formé, pour donner du chlorophosphate, et l'on a un mélange des deux produits.

» Ceci est comparable aux résultats de M. Ditte, avec le phosphate de chaux.

» D'après ce que nous venons de voir, il est facile de se rendre compte des résultats que l'on obtiendra avec le chlorure de baryum. Tant que la proportion de chlorure de baryum est inférieure à une certaine limite, on n'obtient que le phosphate $PhO^5, 2BaO$. Si cette limite est dépassée, on obtient un mélange du sel précédent et de chlorophosphate. Le phosphate de baryte précipité se comporte comme la baryte anhydre.

» Le sulfate de baryte se dissout dans le phosphate de potasse pour donner aussi le sel $PhO^5, 2BaO$ tant que la proportion de sulfate reste au-dessous d'une certaine limite, au delà de laquelle il se dissout purement et simplement, pour donner par refroidissement de la barytine.

» Nous renvoyons, pour le détail des analyses et des proportions à employer, à un Mémoire plus étendu, qui sera publié prochainement.

» L'*orthophosphate* donne, soit avec la baryte, soit avec son chlorure ou

son phosphate, le sel $PhO^5, 2BaO, KO$, en cristaux transparents, dendritiques, dépolarisant la lumière, solubles dans les acides étendus.

» Si nous passons aux *phosphates sodiques*, nous voyons que le *méta* et le *pyrophosphate de soude* donnent soit le sel précédent $PhO^5, 2BaO$, soit, si la proportion de baryte est plus considérable, le sel $PhO^5, 2BaO$,

» Ce phosphate, qui n'a pas encore été obtenu cristallisé, se présente sous forme de larges lamelles transparentes, paraissant cubiques, pouvant atteindre plusieurs millimètres, très solubles dans les acides étendus, solubles dans l'acide sulfurique concentré, un peu altérables par l'eau bouillante qui les rend opaques. Densité 4,1 à 16°.

» L'addition d'une quantité ménagée de chlorure de sodium favorise la cristallisation; mais, de même que dans le cas du phosphate de potasse, si la quantité de chlorure de sodium ajouté dépasse une certaine limite, on obtient un mélange de $PhO^5, 3BaO$ et de chlorophosphate.

» Le phosphate précipité se comporte comme la baryte, et le chlorure de baryum comme le mélange de phosphate et de chlorure alcalins.

» Le sulfate de baryte n'est pas décomposé par le phosphate de soude, il se dissout simplement et cristallise par refroidissement.

» L'*orthophosphate trisodique* ne nous a donné que le sel $PhO^5, 3BaO$.

» Ainsi donc, nous voyons que la baryte ou ses sels, dans les conditions où nous nous sommes placé, nous donnent les deux phosphates simples $PhO^5, 2BaO$, $PhO^5, 3BaO$ et le phosphate double $PhO^5, 2BaO, KO$.

» *Chaux*. — Le *méta* et le *pyrophosphate de potasse* donnent avec la chaux, avec son phosphate ou son sulfate, le composé PhO^5, CaO, KO. Ce sel se présente sous forme de larges lamelles hexagonales, transparentes, dérivant de l'octaèdre régulier, solubles dans les acides. Densité 2,7.

» On obtient encore le même produit avec le chlorure ou le fluorure de calcium, en maintenant le phosphate alcalin en suffisant excès.

» L'addition de chlorure alcalin ne change en rien le produit obtenu avec la chaux ou son sulfate. Avec le phosphate on peut obtenir de l'apatite.

» Le *phosphate tripotassique* donne avec la chaux le sel $PhO^5, 2CaO, KO$ correspondant à celui de baryte : la forme cristalline est identique. Ce sel a déjà été obtenu par M. Grandeau, par une méthode due à M. Debray.

» Le *métaphosphate de soude* nous a donné avec la chaux deux produits différents, suivant les proportions d'oxyde employées :

» D'abord le sel $9PhO^5, 10CaO, 8NaO$, en lamelles clinorhombiques, déjà obtenu par M. Wallroth dans les mêmes conditions ;

» Puis le sel $PhO^5, 2CaO, NaO$ obtenu par M. Ditte par l'action du

chlorure de sodium sur le phosphate de chaux en présence de plus de 11 pour 100 de phosphate de soude. Fines rosaces hexagonales, transparentes, mais corrodées, dépolarisant la lumière.

» Le *pyro* et l'*orthophosphate sodiques* donnent de même : le sel $2PhO^5, 3CaO, 3NaO$ en fines aiguilles, transparentes, clinorhombiques, fusibles au rouge en un émail blanc, et le phosphate précédent



$$PhO^5, 2CaO, NaO.$$

» Ces mêmes produits peuvent être obtenus avec la chaux ou son carbonate, avec le phosphate, le sulfate, le chlorure ou le fluorure de calcium.

» L'emploi du chlorure de sodium permet d'obtenir des cristaux plus nets. Mais un excès de chlorure alcalin ou de chlorure de calcium donne naissance à des chlorophosphates. Ainsi le chlorure de calcium peut, par fusion avec du phosphate de soude, fournir, suivant les proportions employées, $2PhO^5, 3CaO, 3NaO$ ou $PhO^5, 2CaO, NaO$; puis l'apatite



$$PhO^5, 3CaO + \tfrac{1}{3}CaCl$$

et la wagnérite $PhO^5, 3CaO + CaCl$, que l'on sait obtenir en présence d'un excès de chlorure de calcium.

» En résumé, la chaux ne donne que des phosphates doubles.

» *Strontiane*. — Le *méta* et le *pyrophosphate de potasse* donnent avec la strontiane anhydre son phosphate ou son sulfate le sel PhO^5, SrO, KO, identique comme forme cristalline à celui obtenu avec la chaux. Tout ce que nous avons dit sur la chaux peut se répéter pour la strontiane.

» L'*orthophosphate* donne, avec la strontiane, $PhO^5, 2SrO, KO$ identique aux composés correspondants de baryte et de chaux.

» Le *méta* et le *pyrophosphate* de soude nous donnent successivement le phosphate $PhO^5, 2SrO$ en petits prismes orthorhombiques, correspondant au sel de baryte, puis le phosphate $PhO^5, 2SrO, NaO$, tout à fait semblable au sel correspondant de chaux. Le sulfate de strontiane est décomposé par le phosphate de soude, en donnant les deux sels précédents.

» L'*orthophosphate* donne exclusivement le sel $PhO^5, 2SrO, NaO$.

» En résumé, nous voyons que la baryte est caractérisée par sa résistance à donner des sels doubles, et à se laisser déplacer par les alcalis.

» Au contraire, la chaux ne donne que des sels doubles.

» La strontiane est intermédiaire aux deux autres : elle fournit un phosphate simple analogue à l'un de ceux donnés par la baryte, mais dans d'autres conditions, tandis qu'elle forme, avec les phosphates de potasse, des composés correspondant à ceux fournis par la chaux. »

CHIMIE. — *Sur quelques nouveaux hydrates de gaz*. Note de M. **Villard**, présentée par M. Berthelot.

« On sait qu'un grand nombre de gaz peuvent former avec l'eau sous pression des composés cristallisés. De ce nombre sont le chlore, les acides sulfureux et carbonique, l'hydrogène sulfuré ou sélénié, l'hydrogène phosphoré, le chlorure de méthyle et d'autres encore. Ce sont en général des gaz facilement liquéfiables et assez solubles dans l'eau.

» Je viens d'obtenir des hydrates analogues avec plusieurs combinaisons gazeuses généralement moins solubles, moins faciles à liquéfier que les corps précédents, et dont l'une ne peut être liquide qu'à une température extrêmement basse, très inférieure à celle de mes expériences.

» J'ai pu, en effet, combiner avec l'eau les gaz suivants : méthane, éthane, éthylène, acétylène, protoxyde d'azote.

» Ces corps ont été introduits avec un peu d'eau dans l'appareil de M. Cailletet; le manchon en verre était remplacé par une cloche retournée, pouvant contenir une quantité suffisante d'eau ou de glace. L'hydratation peut alors être obtenue de deux manières : soit en comprimant le gaz à une température peu supérieure à 0°, produisant la détente et comprimant de nouveau, soit en maintenant au début dans le tube une température inférieure à 0° et comprimant simplement : on met ainsi de la glace en présence du gaz sous pression. Ce dernier procédé montre bien que la détente n'a d'autre but que de produire quelques cristaux de glace dont la présence facilite la formation de l'hydrate cristallisé. On peut dans les deux cas conserver ce dernier sous pression pendant une journée entière à des températures comprises entre + 10° et + 20° : en diminuant la pression, on voit les cristaux formés se détruire avec effervescence; il suffit de comprimer le gaz avant leur disparition complète pour les voir se reformer et couvrir progressivement les parois intérieures mouillées du tube. Ces faits montrent bien qu'on n'est pas en présence de glace.

» J'ai mesuré les tensions de dissociation, parfois considérables, de ces corps, à diverses températures.

» *Hydrate de méthane*. — On peut l'obtenir à 0° par une compression de 120^{atm} suivie de détente, en comprimant de nouveau vers 30^{atm}. Mais il suffit également de comprimer à 30^{atm} environ, sans détente, à une température de 2° ou 3° au-dessous de 0°. Il est donc inutile d'atteindre le point de liquéfaction du gaz.

» A 0° la tension de dissociation est environ 27^{atm}, elle augmente de plus en plus rapidement et atteint 200^{atm} vers + 19°. J'ai pu, à cette température, conserver les cristaux pendant une journée : au-dessus de 21°, ils commencent à se détruire malgré une pression voisine de 300^{atm}.

» *Hydrate d'éthane.* — Ce corps, beaucoup plus facile à obtenir que le précédent, présente une tension de dissociation de 6^{atm} à 0° et voisine de 28^{atm} à + 12°. Au-dessus de + 12° il se détruit.

» *Hydrate d'éthylène.* — Sa tension varie de 7^{atm} à 58^{atm} entre 0° et + 17°; l'hydrate peut exister au-dessus de la température critique du gaz.

» *Hydrate d'acétylène.* — Sa tension, voisine de 7^{atm} à 0°, atteint 34^{atm} à + 14°.

» *Hydrate de protoxyde d'azote.* — Les analogies physiques de ce gaz avec l'acide carbonique se poursuivent quand on étudie son hydrate. On le produit à 0° sous une pression de 10^{atm}, et à + 12° sa tension atteint 43^{atm}; au-dessus de 12°, il se détruit même sous une forte pression. L'hydrate d'acide carbonique de Wroblewski a une tension de 12^{atm},7 à 0°,5.

» Tous ces hydrates se décomposent aux températures respectives de 21°,5, 12°, 18°,5, 14° et 12°, qui sont à peu près leurs températures critiques de décomposition. Au-dessus de ces points, les cristaux se détruisent quelle que soit la pression, et, sauf pour le méthane et l'éthylène, une couche de gaz liquéfié, non miscible avec l'eau, apparaît dans le tube.

» Un gaz peut donc former un hydrate au-dessus de sa température critique de liquéfaction, comme le méthane et l'éthylène. Il est même remarquable que les hydrates de ces deux gaz ont une température critique de décomposition notablement supérieure à celle des autres.

» D'autres gaz ont été essayés dans les mêmes conditions, les uns peu solubles et difficilement liquéfiables : l'azote, l'oxygène, l'oxyde de carbone, le bioxyde d'azote; les autres faciles à liquéfier et plus solubles, tels que le cyanogène, l'ammoniaque, le propylène, le butylène et l'allylène. Je n'ai pu jusqu'à présent obtenir de cristaux avec aucun d'eux.

» Je me propose de reprendre en détail ces expériences, de déterminer exactement les principales propriétés de ces hydrates, et, si cela est possible, d'établir leur composition. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude des ptomaïnes.* Note de M. **Oechsner de Coninck**, présentée par M. Berthelot.

« J'ai décrit récemment une ptomaïne en $C^8H^{11}Az$ (*Comptes rendus*, 19 mars 1888), et je l'ai déterminée par l'analyse d'un certain nombre de sels; j'ai continué cette étude en préparant les chloromercurates et l'iodométhylate.

» Il existe deux chloromercurates : l'un est en



$$(C^8H^{11}Az, HCl)^2 + HgCl^2,$$

l'autre est un sesquisel $2(C^8H^{11}Az.HCl) + 3HgCl^2$, et s'obtient facilement par l'addition d'un excès de solution concentrée de chlorure mercurique à la solution concentrée du chlorhydrate. Les deux formules ont été établies par le dosage du chlore, du mercure, du carbone et de l'hydrogène.

» Le chloromercurate normal $(C^8H^{11}Az, HCl)^2 + HgCl^2$ cristallise en petites aiguilles blanches, un peu solubles dans l'eau et dans l'alcool étendu, insolubles dans l'alcool absolu; elles sont altérables à l'air humide. L'autre chloromercurate est en aiguilles plus longues et légèrement jaunâtres, insolubles dans les principaux dissolvants, également altérables par l'humidité atmosphérique.

» L'iodométhylate $C^8H^{11}Az, CH^3I$ a été préparé en mélangeant des solutions de la ptomaïne et d'iodure de méthyle dans l'éther absolu. La liqueur se trouble au bout d'un certain temps, et, après plusieurs heures, laisse déposer un lacis de fines aiguilles blanches. Il ne reste plus qu'à décanter et à dessécher à la trompe, au moyen d'un courant d'air sec.

» L'iodométhylate ne s'altère que lentement à l'air; il se dissout en toutes proportions à chaud dans l'alcool absolu. Cette solution a été traitée par les alcalis dans les conditions indiquées précédemment (*Comptes rendus*, séances des 12 et 19 décembre 1887).

» *Expérience I.* — Quelques gouttes d'une lessive de potasse à 45°, versées dans la solution alcoolique chaude, ont produit aussitôt une coloration rouge foncé, cette coloration était avivée par l'addition d'un peu d'acide chlorhydrique ou acétique, mais rapidement détruite par un très léger excès d'ammoniaque. Aucune fluorescence ne s'est développée même à la longue, dans les liqueurs acides.

» *Expérience II.* — L'iodométhylate a été ensuite additionné d'un excès de potasse solide humectée d'eau au moment de l'expérience. On a chauffé doucement : apparition d'une couleur rouge grenat. On a ensuite chauffé plus fort, l'odeur des dihydrures pyridiques n'a pas tardé à devenir très nette. (Réaction de M. Hofmann).

» *Expérience III.* — On a répété l'expérience II, en se servant d'un appareil distillatoire, en ayant soin de ne pas chauffer assez pour produire les dihydrures pyridiques et en ajoutant une proportion d'eau un peu plus forte. La couleur rouge, entraînée par l'eau distillée, était avivée par les acides; abandonnée au contact de l'air, la solution aqueuse est devenue très fluorescente au bout de plusieurs heures, ce qui concorde bien avec mes précédentes observations. Mais, dans quelques expériences, la teinte qui avait passé du rouge grenat au rouge vif a viré subitement au rouge sale ou au brun foncé, ce qui s'explique facilement par les propriétés réductrices de la ptomaïne en $C^8H^{11}Az$, dont une petite quantité est mise en liberté, au cours de la distillation (surtout vers la fin de l'expérience). La proportion d'ammoniaque nécessaire pour détruire la couleur rouge était minime. Dans les expériences faites avec les iodométhylates ou les iodéthylates des pyridines dérivées du goudron de houille, de la cinchonine ou de la brucine, il m'avait toujours fallu employer, au contraire, un grand excès d'ammoniaque.

» Sauf ces légères différences, on voit que l'iodométhylate de la ptomaïne en $C^6H^{11}Az$ s'est comporté de la même manière que les iodométhylates des alcaloïdes pyridiques en présence d'une lessive alcaline.

» En terminant, je ferai remarquer que certaines bases pyridiques, retirées de l'huile de Dippel et que j'ai eu bien souvent l'occasion d'étudier, présentaient, dans les mêmes conditions, des propriétés réductrices aussi remarquables que celle de la nouvelle ptomaïne.

» Dans une prochaine Note, j'aurai l'honneur de communiquer à l'Académie l'étude chimique et la détermination analytique complète d'une seconde ptomaïne qui, par sa composition ($C^{10}H^{15}Az$), constitue l'un des homologues supérieurs de la ptomaïne en $C^8H^{11}Az$. »

CHIMIE AGRICOLE. — *Recherches sur la fixation de l'azote par le sol et les végétaux.* Note de MM. **Arm. Gautier** et **R. Drouin**, présentée par M. Friedel.

« L'Académie nous permettra sans doute de lui donner, au sujet de nos recherches sur la fixation de l'azote par les sols nus ou ensemencés [1], quelques explications complémentaires que rend nécessaires une Note

---

[1] Voir *Comptes rendus*, t. CVI, p. 754, 863, 944, 1098, 1174 et 1232.

de M. Chevreul insérée aux *Comptes rendus* de la séance du 22 mai dernier au sujet du *Rôle de l'azote atmosphérique dans l'économie végétale*.

» Cette Note semble dictée par le désir d'apporter aux expériences et opinions déjà anciennes de M. G. Ville un appui nouveau basé sur nos recherches; mais il y a là un malentendu que notre devoir est de ne pas laisser subsister en une matière qui n'a que trop prêté à la controverse.

» Loin d'avoir annoncé comme un fait nouveau dans la Science que « l'azote gazeux de l'atmosphère est absorbé par les plantes », nous avons toujours fait remarquer que nos expériences, n'ayant pas été instituées dans le but de nous assurer de la réalité de ce phénomène, ne pouvaient prétendre à le contrôler ou à l'établir. Toutefois, nous avons toujours eu présentes à l'esprit les conclusions de ceux qui ont admis l'assimilation directe de l'*azote libre* par les végétaux, depuis Priestley et Ingen-Housz jusqu'à M. G. Ville, sans oublier les arguments puissants de ceux qui l'ont contestée : Théodore de Saussure, Senebier, Woodhouse, Boussingault, Lawes et Gilbert, et la grande majorité des chimistes modernes.

» Mais l'objet de nos recherches était tout autre. Guidés par certaines considérations théoriques que nous avons exposées page 756, nous avons essayé de reconnaître à quel mécanisme était due l'assimilation de l'azote par les terres végétales, et quel était le rôle des divers éléments du sol. Dans ce but, nous avons étudié successivement, au point de vue de cette assimilation, les sols chimiquement privés de toute matière organique et ferrugineuse, pourvus de l'un ou de l'autre de ces éléments, ou pourvus des deux à la fois. Après avoir constaté la réalité de la fixation de l'azote, quelle que fût d'ailleurs son origine et même dans le cas des sols absolument artificiels pourvu qu'ils continssent de la matière organique, nous avons examiné l'influence qu'apporte, dans cet enrichissement des terres en azote, la présence des organes souterrains des plantes, et nous avons étudié, comparativement à ce point de vue, les sols ensemencés et non ensemencés dont la composition variait comme il vient d'être dit.

» Ces études ont éclairé, croyons-nous, le rôle que l'humus, le fer, les organismes inférieurs et les végétaux supérieurs eux-mêmes exercent chacun dans cette fixation d'azote par le sol; mais, dans aucun cas, nous n'avons annoncé, et nous ne pouvions même constater, que cet enrichissement provînt de l'azote libre de l'atmosphère.

» Tout au plus, eu égard, d'une part, aux quantités considérables d'azote fixées par certains sols *non ensemencés*, de l'autre aux expériences de M. Schlœsing sur les quantités d'ammoniaque fixées dans le même

temps et dans des conditions de milieu analogues, par une surface d'eau acidulée, avons-nous pu penser (l'absence d'azote nitrique étant constatée dans nos terres) que l'azote ammoniacal de l'air n'était pas la seule origine de l'azote fixé par les sols, ensemencés ou non. Cette remarque nous a paru digne d'attention, mais nous n'avons jamais songé à la donner comme une démonstration rigoureuse de la fixation de l'azote libre ([1]).

» En résumé, nous avons analysé le rôle des différents éléments du sol fertile : minéraux ou organiques, vivants ou non vivants, dans la fixation de l'azote atmosphérique, quelle que fût d'ailleurs la forme sous laquelle cet azote préexistât dans l'air. Quant à la réalité du phénomène de l'assimilation de l'azote libre, c'est un point sur lequel nous avons expressément réservé nos conclusions.

» A plus forte raison déclarons-nous n'avoir même pas eu la pensée d'aborder la question que M. G. Ville semble considérer comme de nouveau reprise et résolue affirmativement par nos expériences et à laquelle M. Chevreul a bien voulu faire allusion dans sa *Note*, à savoir : la *fixation de l'azote libre par les végétaux, abstraction faite du sol.* »

ZOOLOGIE. — *Sur la conjugaison des Vorticellides*. Note de M. **E. Maupas**, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Toujours préoccupé de compléter mes recherches sur la conjugaison des Vorticellides, j'ai enfin réussi à réunir des observations complètes chez la *Vorticella monilata* Tatem, des observations un peu moins complètes chez le *Carchesium polypinum*, les *V. nebulifera* et *V. cucullus* Fromentel, et enfin quelques faits isolés chez les *V. putrina* Müller et *V. microstoma*. Je vais donc décrire la marche générale du phénomène, en prenant le premier de ces Infusoires comme type et lui rattachant les observations fragmentaires recueillies chez les cinq autres.

» Chez la *V. monilata*, les microgamètes sont produites par divisions binaires égales et simples. Il en est de même chez les quatre autres Vorticelles, à l'exception de la *V. microstoma*, où elles dérivent de divisions binaires inégales gemmiformes. Chez le *C. polypinum*, elles résultent de divisions binaires égales, mais répétées deux et peut-être trois fois.

» Au moment de sa mise en liberté et pendant toute cette période vaga-

---

([1]) Voir *Comptes rendus*, t. CVI, p. 1233, 6°.

bonde, la microgamète n'est pourvue que d'un seul micronucleus (*C. polypinum*, *V. microstoma*, *V. putrina*). Elle s'attache à la macrogamète en se fixant d'abord sur le pédoncule immédiatement au-dessous du point d'attache avec le corps. De là elle remonte sur la partie inférieure du corps de la macrogamète et se soude avec lui (*C. polypinum*). Aussitôt qu'elle s'est ainsi fixée, son micronucleus entre en évolution et se divise en deux par karyomitose (*C. polypinum*). Pendant que cette division s'effectue, la coalescence des deux gamètes s'achève.

» Jusqu'ici, il ne s'est encore produit aucune évolution interne chez la macrogamète; mais, à partir de ce moment, les phénomènes évolutifs vont se succéder parallèlement chez les deux conjoints.

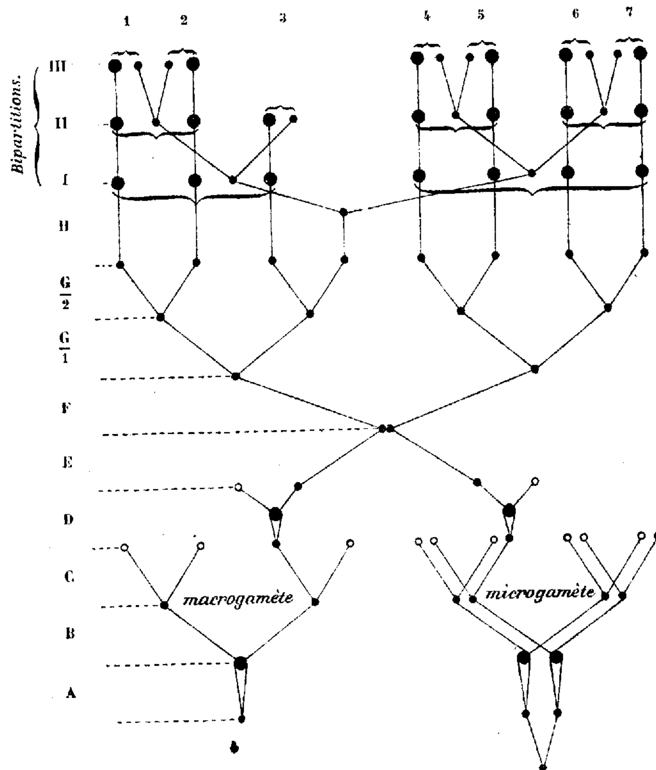
» Le micronucleus, simple chez la macrogamète, double chez la microgamète, entre d'abord dans le stade d'accroissement A (*C. polypinum*, *V. nebulifera*, *V. cucullus*), que nous connaissons chez les autres Ciliés. Puis viennent les deux stades de division B et C, déterminant la production de quatre corpuscules micronucléaires chez la macrogamète et de huit chez la microgamète (*V. cucullus*, *C. polypinum*).

» Jusqu'à ce moment, la macrogamète a conservé son péristome ouvert et continué à se nourrir. Elle se contracte maintenant et referme hermétiquement son péristome. De l'eau s'accumule alors dans l'espace délimité par la paroi supérieure du corps, le disque vibratile refoulé en dedans et l'ouverture du vestibule. Cette accumulation d'eau constitue une large vacuole qui repousse en arrière vers la microgamète tout le contenu du corps de la macrogamète. Les corpuscules micronucléaires de celle-ci étaient restés jusqu'ici logés dans le cytoplasme au-dessous du disque vibratile, loin de la microgamète. Le développement de la vacuole les refoule et les rapproche de cette dernière (*V. nebulifera*).

» En même temps, trois des corpuscules micronucléaires chez la macrogamète et sept chez la microgamète se résorbent et disparaissent. Les deux corpuscules survivants s'accroissent notablement et, les parois limitrophes du corps des deux gamètes qui avaient subsisté jusqu'ici venant à disparaître, ils entrent en contact.

» Ces deux corpuscules ont la forme de deux gros fuseaux striés longitudinalement, comme des noyaux en voie de division (*V. nebulifera*, *C. polypinum*). Ils s'allongent, en effet, parallèlement l'un à l'autre en se bipartitionnant, une de leurs extrémités dirigée dans la cavité de la microgamète et l'autre dans celle de la macrogamète. Cette nouvelle division (stade D) donne donc naissance à quatre corpuscules micronucléaires,

dont deux, logés dans la microgamète, demeurent isolés et finissent par disparaître en se résorbant, tandis que les deux autres, situés dans la macrogamète, s'accolent, se fusionnent et reconstituent ainsi un nucleus d'origine mixte (stade E).



Vorticella monilata Tatem.

» De ce moment, la fécondation est accomplie. La grande vacuole aqueuse s'efface. Le contenu de la microgamète se vide et passe lentement dans le corps de la macrogamète. Ce transvasement dure environ un quart d'heure. Les cils du péristome qui ont disparu se renouvellent et une demi-heure à trois quarts d'heure plus tard le péristome se rouvre, puis bientôt après rétablit le tourbillon alimentaire et la Vorticelle recommence à manger. La pellicule tégumentaire de la microgamète vide et ratatinée reste encore attachée extérieurement au flanc de la macrogamète pendant deux à trois heures, puis finit par se détacher et disparaître (*V. nebulifera*).

» Le nouveau nucleus mixte entre de suite en évolution et traverse les

trois stades de division F, $\frac{G}{1}$, $\frac{G}{2}$, donnant ainsi naissance à huit corpuscules nucléaires (*V. nebulifera, V. cucullus, V. putrina, C. polypinum*). De ces huit corpuscules, l'un revêt le type de micronucleus, les sept autres s'accroissent considérablement. Lorsque cet accroissement a atteint son maximum et que les Vorticelles sont abondamment nourries, le micronucleus se divise en deux et la Vorticelle se fissipare, un des rejetons emportant trois corps nucléaires et l'autre quatre. Après deux autres bipartitions analogues, chaque rejeton ne renferme plus qu'un gros corps nucléaire de forme discoïdale, qui alors reprend la forme rubanée normale (*V. nebulifera*).

» Le nucleus primitif des deux gamètes se fragmente en nombreux petits corpuscules sphériques dès les stades A et B. Ces fragments persistent assez longtemps et disparaissent seulement pendant les bipartitions fissipares des ex-conjuguées.

» La conjugaison des Vorticellides ramenée à ses traits essentiels ne diffère donc en rien de celle des autres Ciliés. Malgré la différence de taille des deux gamètes et malgré la différence de leur sort final, elles n'en jouent pas moins l'une et l'autre un rôle sexuel parfaitement identique. Toutes deux possèdent un micronucleus hermaphrodite jouissant de propriétés évolutives exactement équivalentes. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le développement du grain de blé.* Note de M. **Balland**, présentée par M. Berthelot.

« L'épi en formation augmente rapidement de poids pour atteindre son maximum vers le trentième jour après la floraison; il diminue ensuite progressivement pendant les quinze jours qui précèdent la récolte. Le grain suit la même évolution, mais il n'atteint son maximum de poids que quelques jours plus tard. Inversement, les autres parties de l'épi (rachis et balle) vont en diminuant jusqu'au moment où le grain atteint son maximum; elles sont alors aux grains, à peu près, dans le rapport de 1 à 4. Ce rapport varie peu jusqu'à la maturité complète.

» L'eau, dans le grain, descend de 80 pour 100 à 12 pour 100; dans les autres parties de l'épi, elle tombe de 56 pour 100 à 9 pour 100.

» Les substances minérales contenues dans le grain sont en rapport constant avec le poids des matières fixes. Il n'en est pas de même dans le

rachis et la balle, où le poids des cendres varie de 3 à 12 pour 100, suivant le degré de maturité de l'épi, la variété du blé, la nature du sol, etc. La composition des cendres est différente : l'acide phosphorique domine dans le grain ; la silice dans les autres parties de l'épi.

» Les matières grasses arrivent toutes formées dans le grain, où elles éprouvent une transformation partielle. Elles n'atteignent pas 2 pour 100.

» Le ligneux est en plus forte proportion dans le grain à ses débuts que dans le grain à maturité. C'est un produit de première formation qui semble étroitement lié à la matière chlorophyllienne. Dans le grain à maturité, il atteint à peine 2 pour 100; dans le rachis et la balle il s'élève en moyenne à 30 pour 100.

» L'acidité du suc nourricier apporté par la tige va en diminuant dès qu'il passe de l'épi dans le grain. Traduite en acide sulfurique monohydraté, elle tombe de $0^{gr},095$ pour 100 à $0^{gr},012$ pour 100.

» C'est au début que les matières sucrées sont en plus forte proportion dans l'épi; elles peuvent alors atteindre 15 pour 100 du poids de l'épi à l'état sec. Elles passent en entier dans le grain où elles sont transformées. A la maturité, l'épi n'en contient plus. Il est incontestable que ces matières sucrées se transforment en amidon, et que cette transformation s'opère dans les grains, car il n'y a pas d'amidon dans les autres parties de l'épi. C'est à l'état de sucre réducteur qu'elles pénètrent dans le grain et, suivant les idées de Claude Bernard, je crois à la transformation directe de ce sucre en amidon.

» Les granulations d'amidon une fois formées se développent peu à peu et se tassent en prenant plus de cohésion.

» En même temps que s'élabore l'amidon, l'acidité va en diminuant et les matières albuminoïdes se changent en gluten, d'abord très fluide, puis de plus en plus visqueux. Cet état nous explique pourquoi il y a plus de gluten au centre du grain ; c'est qu'en effet, par le seul fait de l'évaporation de l'eau qui se produit à la surface, il se fraye un passage à travers les grains d'amidon et gagne les couches extérieures où il se condense. On peut expliquer de même la présence d'une plus forte proportion de matières salines dans les mêmes régions.

» Ainsi, tandis que le grain se crée, nous voyons diminuer l'acidité des sucs nourriciers apportés par le hile et nous pouvons suivre la condensation des matières albuminoïdes solubles en même temps que la transformation des matières sucrées en amidon. C'est exactement le travail inverse qui s'accomplit pendant la germination lorsque le grain se détruit : on voit

alors l'acidité s'accroître, le gluten redevenir fluide et l'amidon se résoudre en sucre. J'ai montré que ces transformations ([1]), analogues à celles qui se produisent dans les farines conservées depuis longtemps ou pendant la panification, sont dues aux ferments localisés dans l'embryon et l'on sait que ces ferments sont déjà très actifs dans les plus jeunes grains. C'est aussi à eux que je rattacherai les modifications survenues pendant la synthèse du grain. En dehors des conditions vitales de chaleur, de lumière, d'air, d'humidité, etc., c'est aux tissus embryonnaires dépositaires des ferments naturels du blé et aux membranes extérieures du grain agissant à la fois comme aspirateur et dialyseur qu'on doit attribuer la formation du gluten et de l'amidon.

» Voici qui intéresse plus directement l'Agriculture :

» Mathieu de Dombasle croyait qu'après la fécondation du froment le poids de la plante dans son ensemble ne variait plus; M. Boussingault a montré, au contraire, qu'elle continuait à fixer les éléments du sol et de l'atmosphère, et M. Isidore Pierre a prouvé que ce n'était qu'un mois avant sa maturité qu'elle possédait en bloc la presque totalité des principes qu'on y devait retrouver au moment de la récolte. Nos expériences limitées à l'épi prouvent que, pendant les huit à dix jours qui précèdent l'époque ordinaire de la moisson, le grain ne vit que par l'épi et que le complément d'élaboration qu'il reçoit et qui se manifeste surtout par une perte d'eau s'opère aussi bien sur le blé coupé que sur le blé sur pied. Le grain présente absolument les mêmes qualités. On peut donc moissonner sans inconvénient huit à dix jours avant l'époque habituelle. Ce fait a son importance pour les pays où l'on a coutume de faire suivre la récolte du froment d'une récolte secondaire de sarrasin. On connaît le tempérament délicat de cette plante que les premiers froids empêchent trop souvent d'arriver à maturité; dans de telles conditions, une avance de huit à dix jours, c'est la récolte assurée.

» En Bresse, où cette récolte secondaire est très avantageuse lorsqu'elle n'est pas compromise par la température, les agriculteurs ont déjà cherché à substituer aux semences du pays le sarrasin de Bretagne qui est plus résistant, mais dont la qualité est inférieure. On ne saurait trop les engager à moissonner plus tôt. »

([1]) *Comptes rendus*, t. XCVI, XCVII.

GÉOLOGIE. — *Allure générale des plissements des couches de la Provence : analogie avec ceux des Alpes.* Note de M. **Marcel Bertrand**, présentée par M. Daubrée.

« Parmi les complications grandioses de la géologie alpine, une des plus célèbres est celle qu'Escher de la Linth et M. Heim ont fait connaître sous le nom de *double pli des Alpes de Glaris*. J'en ai proposé, en 1884 (¹), une explication nouvelle, et j'ai eu la satisfaction de retrouver, trait pour trait, en Provence, les phénomènes dont j'avais présumé la possibilité dans les Alpes. La coupe du Beausset (²) est identique à celle que j'avais proposée pour Glaris.

» Je viens de trouver, dans le massif de la Sainte-Beaume et dans ses dépendances, une nouvelle coupe qui, cette fois, est identique à celle de M. Heim. Deux grands plis anticlinaux, celui de la Sainte-Beaume et celui de l'Huveaunne, se déversent l'un vers le nord, l'autre vers le sud, tous deux avec un cortège semblable de *lambeaux de recouvrement* jurassiques superposés au crétacé; un troisième pli anticlinal de moindre importance, celui de la Lare, sépare nettement les deux bandes synclinales ainsi recouvertes. Tout cet ensemble, au lieu des 20^{km} des Alpes de Glaris, n'occupe qu'une largeur de 7^{km} à 8^{km}.

» J'ai décrit, dans une Note précédente, la coupe de la vallée de l'Huveaunne et de Saint-Zacharie. Celle de l'autre versant de la Lare est à peu près identique. Une faille secondaire complique un peu l'interprétation en ramenant 100^{m} plus bas la continuation des terrains crétacés du Plan d'Aups; mais, à partir du pied de la falaise que cette faille détermine, on trouve également deux bandes crétacées séparées par des collines jurassiques. Le crétacé se complète là par une série de poudingues (sans doute analogues à ceux de Vitrolles), concordants avec les couches de Fuveau et passant, comme elles, sous le jurassique : on peut voir la superposition très nette en deux points, dans les tranchées de la route de Saint-Zacharie au couvent et dans les grands escarpements, à l'est de Roque-Forcade. En somme, la symétrie de part et d'autre de la Lare est à peu près com-

---

(¹) *Bulletin de la Société géologique*, 3ᵉ série, t. XII, p. 318.
(²) *Comptes rendus*, 13 juin 1887, et *Bulletin de la Société géologique*, t. XV, p. 667.

plète, et une coupe de Saint-Zacharie à la Sainte-Beaume pourrait mériter le nom de *double pli provençal*.

» Mais l'intérêt de ces coupes de la Sainte-Beaume est plus grand que celui d'une analogie possible avec la Suisse. Sur le même versant d'une chaîne, tous les plis sont en général inclinés dans le même sens, et cela doit être s'ils sont le résultat d'un même effort d'ensemble. Dans quels cas peut-il y avoir exception à cette règle, et quelle peut en être la cause? M. Suess, M. Heim, M. Renevier ont proposé de voir cette cause dans une sorte de poussée au vide qui tendrait à rabattre toute falaise verticale sur les champs d'affaissement qu'elle domine. L'explication semble rationnelle et peut suffire pour certains cas simples, comme dans le Jura; mais, quand il s'agit de grands plis couchés où les terrains sont plusieurs fois repliés sur eux-mêmes, comme au Glärnish, quand les couches portent les traces de glissements horizontaux, comme en Provence, la pesanteur évidemment n'est plus une cause suffisante, et il faut une autre explication. Pour la Sainte-Beaume, au moins, cette explication peut se trouver avec certitude et je serais assez tenté de croire qu'elle s'applique d'une manière générale à tous les exemples analogues.

» Le pli anticlinal de la Sainte-Beaume, qui semble s'arrêter brusquement au ravin de Saint-Pons, se poursuit en réalité dans le massif de Tête de Roussargue; c'est là encore un pli couché, mais qui ne laisse plus apparaître en son centre que le bathonien, puis même que les dolomies du jurassique supérieur. Masqué pendant 2^{km} sous les terrains tertiaires du bassin de Marseille, il reparaît auprès de l'Etoile avec toute la retombée étirée des terrains jurassiques et crétacés; on voit là sa direction, qui était est-ouest, s'infléchir vers le nord, puis vers le nord-est; il se poursuit alors sans interruption par le trias de la vallée de l'Huveaunne jusqu'à Saint-Zacharie, où sa direction a tourné de 180°. *L'anticlinal de Saint-Zacharie et celui de la Sainte-Beaume ne sont qu'un seul et même pli*, dont l'arête directrice forme un demi-cercle autour du Plan d'Aups.

» De même le crétacé du Plan d'Aups et celui de Saint-Zacharie se relient d'une manière continue autour du massif de la Lare; *ils ne forment qu'un seul et même pli synclinal* dont l'arête directrice décrit un demi-cercle concentrique au précédent.

» Dans ce double demi-cercle vient en quelque sorte s'emboîter à son tour l'anticlinal de la Lare.

» Les terrains jurassiques déversés qui recouvrent le crétacé au nord de la Sainte-Beaume forment une ceinture qui accompagne le pli anti-

clinal sur tout son parcours, qui tourne avec lui et avec le synclinal crétacé, et ainsi le déversement, quoique toujours dans le même sens par rapport au pli, se fait d'abord vers le nord, puis vers l'est, puis vers le sud. On comprend ainsi comment une coupe dirigée suivant le diamètre commun de ces demi-circonférences donne l'apparence d'un double pli. On comprend en même temps combien l'expression serait inexacte.

» Un exemple géographique bien connu fera mieux comprendre ce qui précède, c'est celui de la ceinture semi-circulaire que forment les Alpes autour de la plaine du Pô; c'est une ceinture analogue que forme le pli de la Sainte-Beaume, avec son demi-tore de terrains déversés, autour du massif de la Lare.

» Nous voilà donc arrivés à préciser une nouvelle anomalie dans la structure de la Provence : certains plis, au lieu d'y affecter l'allure rectiligne, y décrivent des sinuosités très marquées. Mais là encore, comme pour les recouvrements du Beausset, le phénomène, une fois bien constaté en un point, se retrouve en beaucoup d'autres. L'exception apparente devient la règle, et l'on peut résumer dès maintenant la structure de la Provence, avec toutes ses singularités, dans cette formule relativement très simple :

» *La Provence est un pays plissé, où les plis, en gros parallèles à la bordure des Maures, décrivent une série de sinuosités, et où chaque pli anticlinal se déverse sur le synclinal qui lui fait suite au nord.*

» Avec les anciennes idées sur la rectilignité des chaînes, la Provence apparaîtrait donc comme une anomalie étrange, comme un type aberrant dans l'ordre orogénique. Est-il besoin d'ajouter que, là comme toujours, le prétendu type aberrant ne semble tel qu'à cause de nos idées préconçues ? Les chaînes sinueuses et les plis sinueux sont en réalité presque aussi fréquents que les chaînes rectilignes. M. Suess a montré que les Carpathes, les Alpes transylvanes et les Balkans forment une seule et même chaîne dont le contour décrit un grand S renversé. Les Alpes suisses, françaises et liguriennes, l'ensemble de la sierra Nevada et de l'Atlas, la chaîne en partie sous-marine des Antilles, ne fournissent pas des exemples moins frappants. M. Le Cornu pour les plis carbonifères du Calvados, M. Brögger pour les plis siluriens du golfe de Christiania, ont indiqué une allure également sinueuse. Les exemples se multiplieront sans aucun doute avec le progrès des connaissances géologiques ; et il restera à déterminer quelles causes dévient ainsi en certains points les vagues de l'écorce terrestre, et les laissent en d'autres se propager rectilignement. »

PHYSIOLOGIE. — *Influence de la température organique sur les convulsions de la cocaine*. Note de MM. **P. Langlois** et **Ch. Richet**, présentée par M. A. Richet.

« I. Avant d'établir que la température propre de l'animal modifie profondément les convulsions épileptiformes provoquées par la cocaïne, nous devons d'abord déterminer exactement les divers phénomènes généraux consécutifs à l'intoxication cocaïnique suivant la dose [1].

» A une dose de $0^{gr},002$ on voit survenir une très légère agitation, qui s'atténue et finalement disparaît, pour faire place, quand la dose atteint $0^{gr},004$, à un très grand calme qui contraste avec l'agitation primitive; à une dose voisine de $0^{gr},006$, une nouvelle agitation commence. Peu à peu elle devient extrêmement forte, et sa violence va en s'exagérant, à mesure que la dose injectée augmente. L'animal est de plus en plus inquiet, agité, se tournant en tous sens, les yeux hagards, les pupilles énormément dilatées, avec des mouvements violents, incessants et irrésistibles.

En même temps la température, mesurée avec un thermomètre coudé mis à demeure dans le rectum, s'élève très rapidement. Cette ascension thermique est en général de $0^{o},1$ par minute. Dans un cas elle a atteint le chiffre énorme de $0^{o},22$ par minute.

» Si l'on continue l'injection de la cocaïne, on voit alors tout d'un coup survenir une forte attaque convulsive, constituée par des secousses cloniques, qui établissent une analogie complète entre cette attaque et une attaque franche d'épilepsie. Il y a des secousses violentes, cloniques, de la tête, du tronc, des membres et des mâchoires. Puis ces secousses s'espacent, diminuent de force, et finalement une période d'épuisement suc-

---

[1] Tous nos chiffres se rapportent à 1^{kg} du poids de l'animal.

Le sel injecté était du chlorhydrate de cocaïne en solution aqueuse. Il était introduit avec lenteur directement dans une veine. L'expérience a toujours été faite sur les chiens. Pour les effets généraux, sur lesquels nous n'insisterons pas, nos expériences ne diffèrent que par des détails secondaires des expériences de M. Anrep, de M. Grasset, de M. Laborde. Dans deux cas exceptionnels nous avons trouvé une sensibilité anormale à l'action de la cocaïne. Nous n'en tiendrons pas compte dans notre description.

Nous avons constaté que les solutions anciennes de cocaïne sont moins actives que les solutions faites extemporanément, par suite, sans doute, d'une altération de l'alcaloïde dans les solutions aqueuses (transformation en ecgonine.)

cède à cette convulsion. Mais l'animal survit si sa température ne dépasse pas 42°.

» II. Or, si l'on cherche à déterminer la dose qui amène cette attaque, on constate que cette dose est très variable et qu'elle dépend de la température même de l'animal, fait qui n'avait pas été indiqué jusqu'à présent, et qui a une certaine importance en Physiologie générale.

» Le Tableau suivant donne le résultat de nos expériences, faites dans des conditions diverses d'échauffement ou de refroidissement de l'animal, ce qui explique les différentes températures observées; on verra combien est nette cette influence prépondérante de la température sur la dose de cocaïne nécessaire pour amener des convulsions. Les chiffres expriment les moyennes.

Dose convulsive minimum de cocaïne.	Température du chien au moment des convulsions.	Nombre d'expériences.
0gr,040 et au-dessus	38°,35	2
De 0gr,030 à 0gr,040	39,20	4
De 0gr,025 à 0gr,030	40,00	4
De 0gr,020 à 0gr,025	40,30	6
De 0gr,015 à 0gr,020	41,40	8
De 0gr,010 à 0gr,015	41,60	2
De 0gr,005 à 0gr,010	43,00	2
Moyenne générale : 0gr,02..	40,55	28

» Ainsi, plus la température de l'animal est élevée, plus la dose nécessaire aux convulsions est faible. Tout se passe comme si l'élévation de la température organique rendait le chien de plus en plus apte à la convulsion, en surexcitant les propriétés toxiques, c'est-à-dire chimiques, du poison sur les centres nerveux.

» Les deux expériences suivantes indiquent bien cette influence :

» Un chien est mis dans un bain chaud, jusqu'à ce que sa température s'élève à 42°,40. Alors, on injecte dans sa veine 0gr,0085 de cocaïne. Aussitôt apparaissent de violentes convulsions cloniques. Le lendemain, ce même chien est mis dans un bain froid et refroidi à 31°. On lui injecte 0gr,04 de cocaïne sans déterminer de convulsions cloniques. Alors on le réchauffe, en le mettant dans un bain chaud. Sans nouvelle injection de cocaïne, quand sa température atteint 39°,25, il est pris de très fortes convulsions cloniques.

» Un petit chien, dont la température est portée à 42°,70, a des convulsions cloniques à une dose de 0gr,0128. Le lendemain, sa température étant de 39°,50, les convulsions cloniques ne surviennent qu'à la dose de 0gr,020.

» Si la température de l'animal n'atteint pas 39°, ce ne sont pas des convulsions cloniques qui apparaissent, mais bien toniques, caractérisées par une extension modérée du cou, avec extension de tous les membres et rejet de la tête en haut et en arrière. Dans treize expériences nous avons noté l'apparition des convulsions toniques. La dose moyenne de cocaïne injectée était de $0^{gr},02$, comme dans le cas des convulsions cloniques; mais la température moyenne était de 38°,80 au lieu d'être de 40°,55.

» III. Ainsi, d'une part la cocaïne élève la température avant de provoquer des convulsions. D'autre part, cette élévation thermique est une cause adjuvante des convulsions. Les convulsions à leur tour élèvent la température encore; ce qui rend ces mêmes convulsions de plus en plus violentes.

» Il y a donc là comme un cercle vicieux qu'il faut briser, sous peine de voir périr l'animal. Or le seul moyen d'empêcher sa mort, c'est de le refroidir. Si l'on refroidit un chien qui a reçu une forte dose de cocaïne, $0^{gr},05$ par exemple, on parvient presque toujours à le sauver; mais, si on ne le refroidit pas, il meurt, non pas seulement parce qu'il est hyperthermique, mais encore parce que les convulsions vont en s'exagérant avec l'accroissement de sa température, et parce qu'à dose modérée, $0^{gr},02$, quand l'hyperthermie dépasse 43°, la cocaïne amène bientôt l'arrêt du cœur et de la respiration.

» Ce même cercle vicieux redoutable existe sans doute dans beaucoup de maladies où les auto-intoxications jouent un rôle si important. La température fébrile accroît la sensibilité de l'organisme aux poisons, et l'empoisonnement de l'organisme est lui-même une cause d'élévation de la température.

» La réfrigération semble donc être une méthode générale apte à diminuer les effets des substances toxiques convulsivantes [1]. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Recherches sur les troubles oculaires dans le tabes dorsal.* Note de M. **Émile Berger**, présentée par M. Brown-Séquard.

« Les recherches que j'ai faites depuis quelques années, en Autriche, sur les troubles oculaires causés par le tabes dorsal, et que j'ai terminées à Paris, m'ont conduit à des résultats nouveaux.

---

(1) Travail du laboratoire de Physiologie de la Faculté de Médecine de Paris.

» Mes recherches ont été faites sur 109 malades, parmi lesquels 47 pour 100 étaient syphilitiques. 26 de ces malades étaient dans la période pré-ataxique, 50 dans la période ataxique et 33 dans la période paralytique.

» Parmi les symptômes jusqu'ici non décrits, c'est la *diminution de la tension intra-oculaire* qui m'a frappé surtout et qui allait des degrés les plus variés jusqu'à une faible résistance du globe oculaire. Dans deux cas seulement, j'ai pu constater une hypertonie, mais elle s'était déjà développée avant le commencement du tabes.

» Parmi les faits d'hypotonie considérable, ce phénomène s'est présenté d'un *seul côté* dans 2 des cas de la période pré-ataxique, dans 11 des cas de la période ataxique et dans 11 aussi des cas de la période paralytique. Le phénomène s'est présenté des deux côtés dans 4 cas dans la période pré-ataxique et également dans les périodes ataxiques et paralytiques. Par conséquent, l'*hypotonie s'est montrée le plus souvent dans la période paralytique et a été plus rare dans la première période (la pré-ataxique)*.

» Un autre symptôme jusqu'ici peu observé est une paralysie des fibres musculaires lisses des paupières, qui sont animées par le grand sympathique; elle a comme conséquence un *léger rétrécissement de l'ouverture palpébrale*. M. Jacobson est le seul qui en ait fait mention comme d'un symptôme accidentel, qui accompagne la myosis des tabétiques. J'ai trouvé ce rétrécissement de l'ouverture palpébrale dans 42 cas (en ne comptant pas les cas de paralysie de la troisième paire de nerfs) : dans 17 de ces cas d'un seul côté (3 dans la période pré-ataxique, 6 dans l'ataxique, 8 dans la paralytique). Dans 25 de ces cas, elle était des deux côtés (3 fois dans la première période, 9 dans la deuxième et 13 dans la troisième).

» La *myosis* coexistait avec la diminution de l'ouverture palpébrale : chez les sujets atteints d'un seul côté, 6 fois; chez les sujets atteints des deux côtés, 11 fois.

» Quant à la *fréquence* de cette légère chute de la paupière, elle *s'augmente progressivement du commencement jusqu'à la période paralytique*.

» Un autre symptôme, jusqu'ici inconnu, est la *déformation de la pupille* des tabétiques qui, fréquemment, cesse d'être circulaire. Souvent elle est *elliptique;* son grand diamètre était dirigé de dehors en dedans et de bas en haut, symétriquement des deux côtés (14 fois); plus rarement le grand diamètre était transversal (11 fois) ou suivant d'autres directions. En tout,

j'ai trouvé 32 cas dans la période pré-ataxique, 20 dans l'ataxique, 5 dans la paralytique, dans lesquels la forme de la pupille différait considérablement de la forme circulaire; presque tous étaient combinés à la myosis.

» Ce phénomène s'oppose très fortement à l'opinion que la myosis des tabétiques dépend d'une contraction spasmodique du muscle sphincter de l'iris. Elle me paraît due à une paralysie des vaisseaux de l'iris, paralysie inégale dans les divers méridiens; mais la myosis coexistant très souvent avec une paralysie du muscle de l'accommodation, il était incompréhensible, à cause du voisinage d'origine des fibres nerveuses des deux muscles intra-oculaires et de leur trajet commun, que l'un d'eux fût pendant des années dans un état actif, alors que l'autre était paralysé.

» La coexistence de la myosis, de la diminution de la tension intra-oculaire et du rétrécissement léger de l'ouverture palpébrale rappelle les symptômes analogues qui apparaissent après la section du grand sympathique. Elle démontre que ce nerf joue un rôle dans l'apparition de certains symptômes oculaires dans le tabes. Il faut mentionner que les élèves de M. Vulpian ont déjà trouvé des altérations anatomo-pathologiques dans le grand sympathique des tabétiques.

» Mais la possibilité que chacun de ces symptômes se présente seul est une preuve que *le grand sympathique n'est pas la cause, mais la voie de transmission d'irritations venant de la moelle épinière à l'œil.* »

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur les conséquences tardives de l'infection.* Note de M. **Charrin**, présentée par M. Bouchard.

« En Pathologie expérimentale, nous connaissons surtout les effets immédiats des maladies infectieuses, ceux qui se développent pendant que le microbe se multiplie et fonctionne dans le corps de l'animal. Nous connaissons moins bien les conséquences tardives des affections parasitaires, celles qui se rattachent directement à l'infection, mais qui ne se manifestent qu'à une époque où, depuis longtemps, l'agent microbien a disparu. Cela tient à ce que, pour des raisons diverses, on ne conserve pas très longtemps dans les laboratoires les animaux qui semblent revenus à la santé; cela tient également à ce que la plupart des maladies infectieuses expérimentales se terminent promptement par la mort.

» Il est cependant possible, surtout à l'aide des vaccins, de conférer à des animaux une résistance telle que le microbe pathogène inoculé

ne provoque plus qu'une affection aboutissant à une guérison au moins apparente.

» J'ai déjà signalé les paralysies déterminées chez le lapin par le bacille pyocyanique. Si, avant l'inoculation intra-veineuse, le lapin a été vacciné, ces paralysies, que les produits solubles sont, comme le bacille, capables de reproduire, n'apparaîtront pas ou n'apparaîtront que tardivement, deux, trois mois après l'inoculation. Or, si, à ce moment, on recherche, dans le système nerveux ou les muscles, le microbe pathogène, on ne le décèlera ni par l'examen histologique ni par la culture. Il est, au contraire, aisé de le retrouver dans la moelle, si on le recherche dans les quatre ou cinq jours qui suivent l'injection intra-veineuse.

» On ne saurait donc invoquer pour expliquer les résultats négatifs ultérieurs un vice de technique. Le microbe a réellement existé à un moment donné dans le système nerveux du lapin inoculé; il a disparu, et ce que l'on constate, ce sont les troubles fonctionnels des cellules nerveuses irritées à une certaine période par le microbe lui-même ou par ses sécrétions.

» Dans une autre expérience, j'ai pu garder, grâce à une vaccination partielle préalable, un lapin pendant onze mois. Pendant ces onze mois, par trois fois, en avril, juillet et novembre 1887, ce lapin a reçu dans les veines des doses de culture pure du bacille pyocyanique suffisantes pour faire mourir en deux ou trois jours des animaux témoins. Immédiatement après chaque inoculation, on retrouvait dans l'urine du lapin en expérience le bacille pathogène, si facile à mettre en évidence; puis, au bout d'un certain temps, on cessait de le retrouver. Du 13 janvier au 14 mars 1888, ce bacille a été inutilement recherché. Au moment de la mort (14 mars 1888), on a ensemencé des bouillons avec tous les viscères; dans aucun tube, dans aucun ballon, la pyocyanine ne s'est formée : ce microbe était donc absent. Or, dans les derniers mois, le lapin observé a eu une albuminurie progressive, dont le début remontait aux injections intra-veineuses de culture, et à l'autopsie on a trouvé les reins scléreux, granuleux, avec altérations épithéliales et dégénérescence amyloïde considérable; de plus, le ventricule gauche était hypertrophié. Comme on sait, par de nombreuses expériences, que le bacille pyocyanique, par lui-même ou ses produits, engendre des néphrites, il est permis de conclure que cette néphrite chronique se rattachait directement à la présence nettement établie, à une époque connue, de l'agent infectieux dans le sang et l'urine du lapin; que cet agent infectieux avait disparu, la culture l'a prouvé, mais que les cellules

lésées par lui ou ses sécrétions avaient continué à évoluer dans un sens pathologique. Le microbe n'existait plus, l'altération cellulaire s'était poursuivie, comme cela se voit dans les infections ou les intoxications de la pathologie humaine.

» On peut, à un moment donné, supprimer le plomb ou l'alcool, on n'arrête pas pour cela la marche de la sclérose. Une scarlatine est achevée, une diphtérie prend fin, et l'on voit s'établir une néphrite, une paralysie. »

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur les caractères des cultures du* Cladothrix dichotoma *Cohn*. Note de M. **E. Macé**.

« Le *Cladothrix dichotoma* est une bactérie filamenteuse abondante dans les eaux douces ou saumâtres, surtout dans les eaux stagnantes.

» Dans les cultures sur plaques de gélatine, faites avec de l'eau qui en renferme, les colonies apparaissent tardivement, vers le quatrième ou cinquième jour, comme de très petits points jaunâtres, entourés d'une auréole brune qui se perd dans la gelée ambiante. Cette auréole, qui peut atteindre de 1^{mm} à 2^{mm}, les fait facilement reconnaître : peu d'espèces de bactéries en offrent une semblable. Les colonies qui restent dans la gelée gardent leurs minimes dimensions primitives. Celles qui atteignent la surface y forment un petit bouton brunâtre, quelquefois recouvert d'une efflorescence blanche. L'auréole brune a foncé en couleur et s'est un peu élargie. Autour de la colonie se montre une dépression, et la gélatine se liquéfie lentement.

» En inoculant en piqûre un tube de gélatine avec une parcelle de ces colonies ainsi isolées, on obtient une mince couche grisâtre qui liquéfie lentement la gelée. Cette culture tombe au fond du liquide, qui est toujours resté limpide, et se développe alors en grosses masses floconneuses, comme dans le bouillon. La gelée a pris, dès le début, une teinte brune; le liquide produit par sa transformation est coloré en brun foncé, parfois en brun noir.

» Sur gélose en étuve vers 35°, on observe en peu de temps la formation d'une peau assez épaisse, luisante, très adhérente au substratum, de telle sorte que, lorqu'on en prélève une parcelle, il faut emporter un morceau de gelée. Ces colonies ont une grande tendance à former des cercles; elles présentent souvent des plis convergeant régulièrement vers le centre; la même tendance se retrouve dans les cultures dans le bouillon. Ces mem-

brânes se recouvrent parfois d'une efflorescence grisâtre, sèche, très friable. La gelée est fortement colorée en brun.

» Dans le bouillon, il se forme de légers flocons blanchâtres, où la disposition radiaire des éléments est évidente. Ces flocons grandissent vite en étuve; ils peuvent atteindre plus de 1^{cm} de diamètre. Le liquide reste clair et prend une teinte brune.

» Toutes les cultures dégagent une odeur de moisi très intense.

» Sur les filaments de ces cultures, on peut observer une véritable ramification. Sur le côté d'un filament large de $0^{\mu},5$ à peu près, apparaît une petite hernie qui est l'indice du rameau latéral. Ce bourgeon grandit et donne un prolongement cylindrique, de même largeur que le filament mère, et qui reste exactement perpendiculaire à lui tant qu'il n'a pas atteint une assez grande longueur. Sur un même filament, il est fréquent d'observer toute une série de ces rameaux latéraux à différents états de développement, et de suivre ainsi une partie des transformations, depuis le simple bourgeon latéral jusqu'à une branche qui a déjà atteint 4^{μ} ou 5^{μ} de longueur. Il ne semble pas y avoir de règle fixe pour la disposition des rameaux sur le filament. J'en ai souvent observé d'un côté seulement; d'autres fois des deux côtés, en alternance irrégulière. En grandissant, ces rameaux se rapprochent du filament mère, avec lequel ils ne forment plus qu'un angle aigu. C'est alors qu'ils se séparent à la base par une cloison et paraissent, pour un observateur qui n'en a pas suivi le développement, n'être que simplement accolés les uns aux autres, formant une fausse ramification qui peut simuler une dichotomie.

» Le *Cladothrix dichotoma* paraît être une bactérie saprophyte inoffensive pour l'homme et les animaux qui en absorbent de grandes quantités avec l'eau de boisson. Il est très probable qu'on doit lui réserver une grande part dans la formation des concrétions calcaires qui se déposent dans les tuyaux de conduite de certaines eaux, et peuvent en diminuer considérablement le diamètre. La bactérie se fixe aux parois et détermine autour de ses très longs filaments la précipitation des sels de chaux de l'eau, de la même manière que le *Leptothrix buccalis* occasionne la précipitation des sels calcaires de la salive et la formation du tartre dentaire. »

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur l'action chimique et les altérations végétatives du protoplasma.* Note de M. **A.-P. Fokker** (de Groningue).

« Dans les *Comptes rendus* du 13 juin 1887, j'ai démontré que le protoplasma d'un animal récemment tué, mis à l'abri de microbes, dans une solution de sucre ou d'amidon et mis à digérer à l'étuve, change le sucre en acide, l'amidon en sucre et que ces altérations chimiques s'accomplissent sans l'intermédiaire de microbes.

» En outre, dans les *Comptes rendus* du 16 août 1887, j'ai communiqué que des globules du sang, digérés dans un milieu nutritif, légèrement acide, subissent des changements très remarquables et donnent naissance à une espèce de végétation, à laquelle j'ai donné le nom d'*hématocytes*.

» En poursuivant mes expériences, j'ai trouvé que le chloroforme, qui, comme on sait, supprime le développement des microbes, mais n'agit pas sur les ferments dits *non organisés*, est un moyen très sûr pour prouver, d'une part, l'absence de microbes dans les actions du protoplosma; d'autre part, que la formation d'hématocytes est une végétation et non, comme on l'a prétendu, une coagulation.

» Qu'on prenne à un animal récemment tué un morceau de protoplasma quelconque, qu'on le mette dans une solution de sucre ou d'amidon, en ajoutant un peu de chloroforme, qu'on mette à digérer à l'étuve à 37°, on trouvera, après quelques jours, que dans la solution de sucre il s'est formé de l'acide, que dans la solution d'amidon il s'est formé du sucre, et, quoiqu'on ait totalement omis les précautions aseptiques, les microbes font défaut.

» Qu'on mêle dans une éprouvette deux ou trois gouttes de sang, provenant d'une piqûre de son propre doigt à 5^{cc} d'une solution non neutralisée d'extrait de viande, d'un quart pour 100, et qu'on laisse digérer à l'étuve à 50°, après quelques heures, il se sera produit des hématocytes.

» Mais ces hématocytes ne se produiront pas si l'on a ajouté quelques gouttes de chloroforme.

» Ces expériences prouvent que le protoplasma joint à la propriété de produire des fermentations celle de subir des altérations végétatives et corroborent l'opinion, que j'ai déjà exprimée, que la formation d'hématocytes est un exemple d'hétérogénèse. »

BOTANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur le produit des laticifères, des* Mimusops *et des* Payena *comparé à celui de l'*Isonandra gutta *Hook*. Note de MM. **Édouard Heckel** et **Fr. Schlagdenhauffen**, présentée par M. A. Chatin.

« La question de l'approvisionnement industriel en gutta-percha restant toujours pendante en face de la destruction imminente des forêts d'*Isonandra gutta*, il nous a paru utile, après avoir fait connaître la valeur importante du latex concrété du *Bassia Parkii* (*Comptes rendus*, 1885), de porter notre attention sur les substances similaires provenant du latex des *Mimusops* et des *Payena*, produits qui ont été récemment indiqués comme capables de remplacer ceux de l'*Isonandra* (Pierre, *Bulletin de la Société linnéenne de Paris*, n°s 46 et suiv., 1885).

» Les gutta nouvelles que nous avons examinées provenaient de *M. Schimpieri* et *M. Kummel* Hochot, et d'une façon générale du genre *Payena*, sans que nous puissions fixer les espèces mises en cause.

» *Description des produits naturels*. — La première gutta venait d'Abyssinie (celle des *Mimusops*) et avait l'aspect d'une masse dure, brun sale, en forme de pain, se rayant à l'ongle, se ramollissant un peu dans la main et y adhérant légèrement. La seconde (des *Payena*) venait des îles de la Sonde sous forme de sphères (150^{gr} à 200^{gr}), se rayant facilement à l'ongle, se ramollissant à la main et y adhérant assez fortement; couleur blanchâtre remarquable.

» Examen chimique : *Gutta des* Mimusops. — Un premier traitement par l'eau bouillante et une incinération de la matière première nous permettent de reconnaître que cette gutta est composée de 72,56 pour 100 de matière organique et de 27,44 de cendres.

» La matière organique glutineuse et élastique présente quelque analogie d'aspect avec la gutta ordinaire, mais est douée d'une élasticité considérable et reste excessivement adhésive. Mélangée à mi-partie de gutta d'*Isonandra*, elle a permis à MM. Berger-Levrault de prendre des moules de clichés en taille-douce destinés à la confection des galvanos.

» Cette substance se différencie nettement de la gutta ordinaire par ce fait que l'alcool en dissout 42 pour 100. La solution dans l'alcool bouillant, incolore, laisse déposer une substance blanche mamelonnée qu'on peut avoir d'un blanc de neige après plusieurs reprises par l'alcool bouillant. Ce composé est soluble dans les alcools méthylique et ordinaire,

l'acétone, la benzine, le chloroforme, l'éther de pétrole, l'éther sulfurique et le sulfure de carbone.

» Il ne se dissout pas dans la potasse et ne fournit pas de produit de dédoublement par l'action de la potasse en fusion. L'acide nitrique l'attaque très vivement et donne lieu, entre autres, à un *corps cristallisé* (encore à l'étude), à de l'acide oxalique, à de l'acide picrique.

» Sa composition répond à la formule C^5H^8O ou $C^{20}H^{32}O^4$.

» Cette substance peut être considérée comme un produit d'oxydation de l'*albane* ($C^{20}H^{32}O^4$) contenue dans la gutta d'*Isonandra*, mais elle en diffère par ses propriétés chimiques; de plus, elle ne possède aucun des caractères de la *fluavile* ($C^{20}H^{32}O$) qui accompagne l'albane dans la même gutta ordinaire.

» La gutta de nos *Mimusops* ne contient que la résine amorphe (dans la proportion de 42 pour 100), dont nous venons de donner les propriétés. Le reste, c'est-à-dire les 58 pour 100 de matière insoluble dans l'alcool, constitue un corps d'un brun foncé dont l'aspect et les propriétés se confondent avec ceux de la gutta ordinaire.

» Notre gutta peut donc être représentée de la manière suivante, en rapprochant sa composition de celle de l'*Isonandra* :

Mimusops.	Pour 100	*Isonandra.*	Pour 100
Gutta	48,20	Gutta	75 à 82
Résine amorphe (produit d'oxydation de l'*albane*).	42,80	Albane	19 à 14
Sels fixes	9,80	Fluavile	6 à 4

» *Gutta des* Payena (des îles de la Sonde). — En traitant la substance par l'alcool bouillant, qui en dissout 70 pour 100, puis l'extrait qui en provient, par l'éther de pétrole, on en sépare une partie poisseuse soluble dans ce véhicule et des cristaux soyeux presque incolores.

» Ces cristaux sont solubles dans l'alcool, l'éther, le chloroforme, la benzine, le sulfure de carbone. Sans action sur le tournesol, ils fondent à 65° et donnent, par refroidissement, un vernis dur et transparent. Ils résistent à l'action de la potasse fondue; l'acide sulfurique les colore en jaune brun passant au violet. L'acide azotique les attaque vivement à chaud sans donner ni de l'acide oxalique, ni de l'acide picrique. Leur formule est $C^5H^{10}O$.

» La matière poisseuse sus-indiquée se trouve dans les eaux mères des cristaux; elle est d'une composition chimique à peu près identique à

celle du produit cristallisé, mais elle renferme beaucoup plus d'oxygène.

» La matière qui reste après l'épuisement du produit brut par l'alcool possède toutes les qualités d'un excellent caoutchouc. La gutta jaune pâle des *Payena* n'est donc qu'un mélange de *caoutchouc* (30 pour 100) et de *deux résines,* dont l'une cristalline et l'autre poisseuse.

» *Conclusions.* — En résumé, les produits de nos *Mimusops* d'Abyssinie se rapprochent un peu, par leur composition et leurs propriétés, de la gutta d'*Isonandra,* mais ne sauraient être employés seuls : il faut les mélanger à cette dernière pour avoir un produit utilisable industriellement.

» Par contre, les produits des *Payena* (des îles de la Sonde) semblent se confondre davantage, par leur composition et leurs propriétés chimiques, avec les caoutchoucs.

» Il convient donc, dans la propagation projetée des arbres à gutta-percha, de s'adresser, jusqu'à ce qu'on ait trouvé mieux, à l'*Isonandra gutta.* »

M. **de Rouville** adresse, par l'entremise de M. Hébert, une deuxième Note complémentaire sur les terrains paléozoïques de l'Hérault.

M. **Ach. Brachet** adresse, par l'entremise de M. le Ministre de l'Instruction publique, une Note relative à l'aérostation.

A 4 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures trois quarts. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 28 mai 1888.

(*Suite.*)

Les Insectes vésicants; par H. Beauregard. Paris, Félix Alcan, 1888; 1 vol. gr. in-8°. (Renvoi au concours de Physiologie expérimentale.)

Notice sur les titres et les travaux scientifiques de M. A. d'Arsonval. Paris, 1888; br. in-4°. (Renvoi au concours précédent.)

Sur les causes des courants électriques d'origine animale, dits courants de repos. Note de M. A. d'Arsonval. (Renvoi au concours précédent.)

Recherches sur la pénétration ou la sortie des gaz dans les plantes; par M. Mangin. Mémoire manuscrit. (Renvoi au concours précédent.)

1° *Recherches sur l'atmosphère interne des plantes.* 2° *De l'action toxique et physiologique de l'hydrogène sulfuré sur les animaux; par* M. J. Peyrou. (Renvoi au concours précédent.)

Sur les rapports entre la constitution chimique et les réactions biologiques des substances inorganiques; par le Dr J. Blache. Mémoire manuscrit. (Renvoi au concours précédent.)

Détermination de l'action électromotrice du cœur de l'homme; par le Dr Augustus D. Waller. Mémoire manuscrit. (Renvoi au concours précédent.)

Ouvrages reçus dans la séance du 4 juin 1888.

Sur l'éclairage artificiel et la mesure de la clarté; par M. Mascart; br. gr. in-8°.

Lettres sur divers points d'histoire des Mathématiques; par M. Charles Henry. Paris, Gauthier-Villars; br. in-f°.

Résultats statistiques du dénombrement de 1886 *pour la ville de Paris et le département de la Seine, et renseignements relatifs aux dénombrements antérieurs.* Paris, G. Masson, 1887; 1 vol. in-4°.

Bibliothèque de l'École des Hautes Études, publiée sous les auspices du Ministère de l'Instruction publique. — Section des Sciences naturelles, tome XXXV. Paris, G. Masson, 1887; 1 vol. gr. in-8°. (Deux exemplaires.)

Recherches pour servir à l'histoire naturelle des végétaux inférieurs; par J. de Seynes. II. *Polypores.* Paris, G. Masson, 1888; br. in-4°.

Chirurgie du pied; par le Dr Albert Blum. Paris, Asselin et Houzeau, 1888; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. Richet.)

Mémoires de Chirurgie. Tome cinquième : *Commotion, contusion, tétanos, syphilis et traumatisme; par* le Dr A. Verneuil. Paris, G. Masson, 1888; 1 vol. gr. in-8°.

Dimostrazione della trascendenza del numero Π*; per* M. Martone. Napoli, 1888; br. in-8°.

Nota ad una dimostrazione di un celebre teorema del Fermat; per M. Martone. Napoli, 1888; br. in-8°.

Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. Boncompagni. Tomo XX, settembre 1887. Roma, tipografia delle Scienze matematiche e fisiche, 1887; br. in-4°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani, raccolte e pubblicate per cura del prof. P. Tacchini. Dispensa 3ª. Vol. XVII. Marzo 1888. Roma, tipografia eredi Botta, 1888; br. in-4°. (Deux exemplaires.)

Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XXIII, disp. 9ª e 10ª, 1887-88. Torino, Ermanno Loescher; 2 br. in-8°.

Annals of Mathematics. Vol. IV, february 1888, n° I. Charlottesville, Va; br. in-4°.

Memoirs of royal astronomical Society. Vol. XLIX, Part. I. London, 1888; 1 vol. in-4°.



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 11 JUIN 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIQUE. — *Étude des mélanges réfrigérants obtenus avec l'acide carbonique solide;* par MM. L. CAILLETET et E. COLARDEAU.

« Dans une Note récente (1), nous avons eu l'honneur de faire connaître à l'Académie les résultats de la comparaison de divers appareils thermométriques et nous avons montré leur concordance jusqu'à une température inférieure à — 100°.

» L'accord des indications de ces instruments nous a autorisés à utiliser la plus sensible de nos pinces thermo-électriques, graduée par comparaison

(1) *Comptes rendus*, t. CVI, p. 1489 (1er sem. 1888).

directe avec le thermomètre à hydrogène, pour étudier la température de l'acide carbonique, soit seul, soit mélangé à divers liquides.

» Lorsqu'on veut employer l'acide carbonique neigeux pour obtenir un froid intense, on le mélange ordinairement avec de l'éther, d'après les indications de Faraday et de Thilorier.

» Dans ces conditions, on considère généralement l'éther comme simplement destiné à établir, avec le corps à refroidir, un contact beaucoup plus parfait que celui qu'on obtient avec la neige seule.

» Il y a lieu de se demander si l'éther n'a pas en réalité une action spéciale autre que celle-là. Pour nous en assurer, nous avons commencé par mesurer la température donnée par la neige carbonique seule. Une pince thermo-électrique, permettant d'apprécier facilement une fraction de degré, a été placée au centre d'une grande masse de cette substance. On a opéré soit en tassant fortement la neige carbonique, soit en lui laissant son degré de porosité ordinaire. Les résultats obtenus n'ont différé que de quantités insignifiantes et la température de la neige, à la pression ordinaire, a toujours oscillé aux environs de $-60°$.

» Nous avons cherché en même temps quel abaissement de température subit cette neige par l'action du vide. Au moyen d'une puissante machine pneumatique rotative de Bianchi et de l'action absorbante de la potasse, nous avons pu maintenir, pendant un temps très long, un vide presque complet sur une grande masse de neige carbonique, et la température ne s'est pas abaissée au delà de $-76°$. L'intérêt qui s'attache à cette expérience nous a engagés à la répéter un grand nombre de fois, en variant, autant que possible, les conditions, et le froid obtenu n'est pas descendu au-dessous de cette température.

» Or, la même pince thermo-électrique nous a donné dans le mélange pâteux d'acide carbonique solide et d'éther, à la pression ordinaire, une température de $-77°$. Dans le vide, cette température s'est abaissée jusqu'à $-103°$ environ. Le mélange donne donc des températures respectivement inférieures de 17° et de 27° à celles données par la neige seule dans les mêmes conditions de pression.

» L'expérience suivante montre d'ailleurs, d'une manière bien nette, le rôle spécial que joue l'éther. On sait qu'en plongeant dans le mélange réfrigérant un tube contenant de l'acide carbonique liquide le contenu du tube se solidifie très rapidement. Si la température du mélange n'était pas inférieure à celle qui correspond à la congélation de l'acide carbonique, cette congélation ne se produirait évidemment pas.

» Pour déterminer le rôle particulier du liquide dans les mélanges, nous avons ajouté peu à peu à de l'éther de l'acide carbonique neigeux; les premières parties de cette neige disparaissaient rapidement au contact de l'éther. Cette disparition n'est pas due seulement à une volatilisation résultant de la différence des températures, mais à une dissolution de la matière solide. En effet, l'éther, qui a conservé sa transparence et sa limpidité, donne, pendant un temps assez long, un dégagement régulier de gaz carbonique.

» En continuant les additions de neige, il arrive un moment où celle-ci cesse de se dissoudre et le mélange prend une consistance de plus en plus épaisse. En suivant avec une pince thermo-électrique les variations de la température, on remarque qu'elle s'abaisse à chaque addition de neige, jusqu'au moment où le liquide, perdant sa transparence, indique son état de saturation.

» Il nous semble donc naturel d'admettre que le froid, produit par la dissolution de l'acide carbonique solide dans l'éther, est la cause de la différence de température que nous avons constatée entre la neige seule et le mélange.

» Le froid maximum est atteint précisément au moment de la saturation. On conçoit, d'après cela, qu'en faisant varier les proportions de ce mélange les différences des températures obtenues devront être à peu près nulles, à la condition qu'il y ait un excès de neige solide qui maintienne la saturation.

» Nous avons constaté, en effet, que, en augmentant les proportions depuis la consistance sirupeuse jusqu'à l'état de pâte presque solide, cette différence atteint à peine 1°. Pour confirmer le rôle qne nous avons attribué à l'éther, nous avons repris ces expériences avec d'autres dissolvants. Les résultats sont consignés dans le Tableau suivant :

Liquides mélangés à la neige carbonique.	Refroidissement sous la pression ordinaire.
Chlorure de méthyle	— 82°
Acide sulfureux	— 82
Éther acétamylique	— 78
Trichlorure de phosphore	— 76
Alcool absolu	— 72
Liqueur des Hollandais	— 60

» Avec les trois derniers liquides, et particulièrement avec la liqueur des

Hollandais, la solubilité de la neige est manifestement moindre qu'avec les autres. On voit que ce sont aussi ces liquides qui donnent les moins grands refroidissements.

» Ainsi que Faraday l'avait démontré, on peut, en faisant le vide sur ces mélanges, abaisser notablement leur température, qui peut alors devenir inférieure à — 100°.

» Avec le chlorure de méthyle et l'acide sulfureux, il arrive que cette température, dans le vide, s'abaisse suffisamment pour amener la congélation du dissolvant. Toute la masse devient alors solide et la température reste à peu près stationnaire à partir de ce moment.

» C'est le chlorure de méthyle qui nous a donné dans ces conditions la plus basse température. La solidification ne se produit que vers — 106°. Avec le chloroforme, dont le point de congélation est notablement inférieur à celui de la neige carbonique, l'action du vide est inutile pour produire cet effet. Cette neige, ajoutée graduellement au liquide, s'y dissout d'abord en produisant une effervescence due au dégagement de gaz carbonique. Quand la température arrive vers — 77°, cette ébullition cesse brusquement et toute la masse se prend en un solide. On a ainsi un mélange réfrigérant susceptible de se congeler sous l'action de son propre refroidissement [1]. »

PHYSIOLOGIE. — *Représentation des attitudes de la locomotion humaine au moyen des figures en relief.* Note de M. MAREY.

« En présentant l'an dernier à l'Académie une série de figures en relief d'un oiseau qui vole, j'ai pensé que cette représentation du mouvement était la seule qui pût en donner une idée complète. Je souhaitais vivement de voir appliquer la même méthode pour traduire les mouvements de l'homme et des animaux avec leurs phases successives. La photochronographie donne, pour la construction de figures en relief, tous les documents nécessaires, mais il fallait qu'un artiste voulût bien consacrer son talent à l'exécution de ces figures.

» M. Engrand accepta de représenter un coureur à un instant du pas de course d'après les images instantanées et synchrones qui le montrent

(1) Ces expériences ont été faites à l'École Normale supérieure, dans le laboratoire de M. Violle.

sous des aspects différents; l'une de ces images était donnée par un appareil placé verticalement au-dessus du coureur, à une hauteur de 12^m.

» Ce serait une entreprise de longue haleine que de traduire par une dizaine de statuettes une série d'attitudes représentant les phases successives d'un pas de marche ou de course; mais le spécimen isolé que j'ai



Phototypie de la statuette du coureur.

l'honneur de présenter à l'Académie suffit déjà pour montrer le parti qu'on tirerait de ce mode de représentation, dont la fidélité est parfaite.

» Le physiologiste familiarisé avec la succession des mouvements de la locomotion humaine éprouve parfois, devant certaines représentations artistiques de marcheurs ou de coureurs, une fâcheuse impression. C'est

quelque chose d'analogue à ce qu'on ressent devant les paysages peints à une époque où les lois de la perspective étaient moins observées qu'aujourd'hui.

» On s'explique la difficulté que doivent éprouver les artistes à représenter l'homme et les animaux en action, quand on sait que les observateurs les plus exercés se déclarent incapables de saisir les phases successives des mouvements de la locomotion. A ce titre, la photochronographie semble appelée à rendre des services aux Arts comme à la Science, puisqu'elle analyse les mouvements les plus rapides et les plus compliqués.

» Les belles expériences de M. Muybridge ont déjà exercé sur l'Art une influence incontestable; il ne paraît pas douteux qu'une série de figures en relief traduisant, avec leur succession réelle, les attitudes si variées de la marche et de la course ne fournisse aux artistes et aux physiologistes d'utiles indications.

» Bientôt, j'espère, des objectifs plus puissants que ceux dont je dispose permettront, d'après le modelé des épreuves, d'apprécier l'état d'action ou de repos des différents groupes musculaires, comblant ainsi une lacune de la physiologie des mouvements. De leur côté, les artistes trouveront dans ces images le moyen de rendre encore plus fidèle la représentation des êtres animés.

» Pour le moment, je n'ai pu fournir à M. Engrand que l'attitude réelle correspondant à l'un des instants du pas de course; c'est à lui qu'appartient entièrement tout le reste de son œuvre. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Correspondant pour la Section de Botanique, en remplacement de feu M. *Planchon*.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 44,

M. Treub obtient	25	suffrages
M. Triana »	18	»

Il y a un bulletin blanc.

M. **Treub**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

MEMOIRES PRÉSENTÉS.

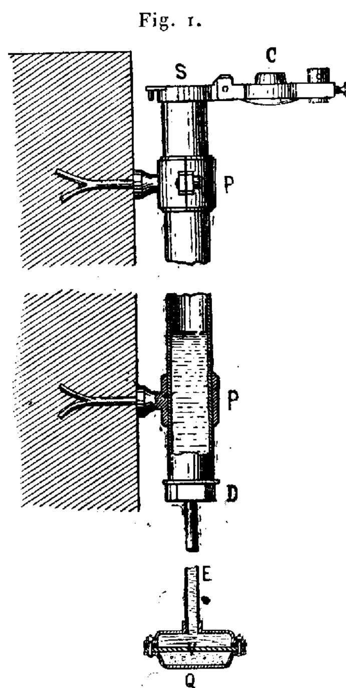
PHYSIQUE DU GLOBE. — *Détermination du niveau moyen de la mer à l'aide d'un nouvel instrument, le* médimarémètre. Note de M. **Ch. Lallemand**, présentée par M. Bouquet de la Grye. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires : MM. Daubrée, Bouquet de la Grye, Boussinesq.)

« I. Nous avons indiqué, dans une précédente Note (¹), le principe d'un nouvel appareil, le *médimarémètre*, qui donne, sans aucun dispositif mécanique et presque sans calculs, le niveau moyen de la mer.

» Cet appareil, représenté *fig.* 1, se compose d'un tube étanche S, que

Fig. 1.



Médimarémètre.

l'on fixe dans un puits en communication avec la mer, ou contre un mur de quai. Ce tube est en relation, par un tuyau E, avec un *plongeur* Q, im-

(¹) *Comptes rendus*, séance du 28 mai 1888.

mergé au-dessous du niveau des plus basses mers. Ce plongeur est divisé en deux parties par une cloison poreuse V en porcelaine dégourdie. Le compartiment inférieur, rempli de sable, est percé de trous pour l'accès de l'eau. La surface poreuse est réglée de manière que la marée journalière dans le tube soit réduite à une oscillation insignifiante. Une observation par jour suffit dès lors pour déterminer la variation lente du niveau intérieur avec le temps.

Fig. 2.

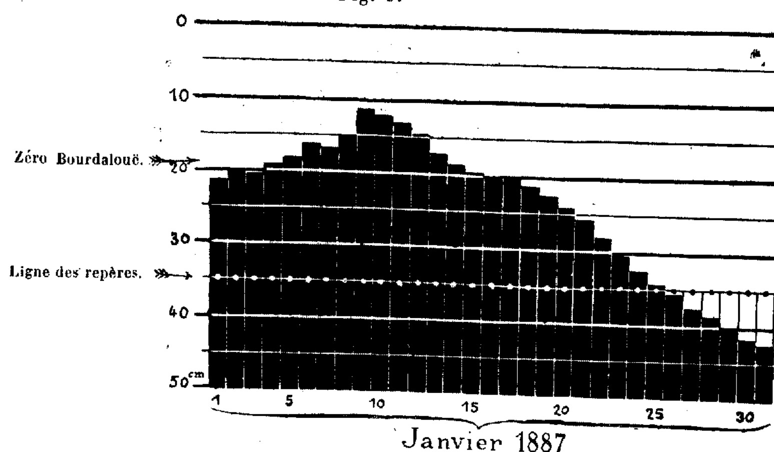


Sonde.

» L'observation se fait au moyen d'une sonde divisée (*fig.* 2), sur laquelle on a fixé latéralement une bande de papier sensibilisé au sulfate de fer et à la noix de galle. On descend cette sonde à fond dans le tube, et on la remonte une ou deux secondes après. La partie mouillée du papier devient noire, ce qui permet de lire facilement la cote de l'eau.

» En rapprochant les bandes et alignant, comme le montre la *fig.* 3, les points de repère marqués par le poinçon *c* (*fig.* 2),

Fig. 3.



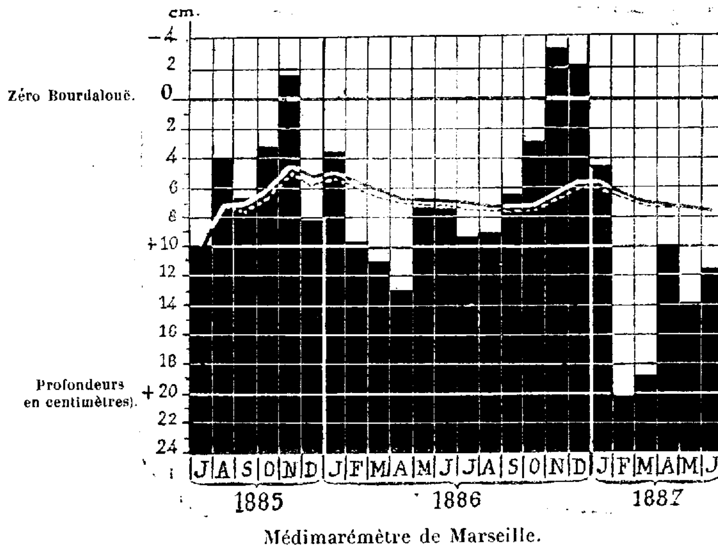
Médimarémètre de Marseille. — Variation du niveau moyen diurne.
(Diagramme obtenu par le rapprochement des bandes impressionnées.)

on constitue un diagramme qu'il suffit de *planimétrer* pour en déduire le niveau moyen mensuel.

» Comme le montre le diagramme ci-après (*fig.* 4), relatif à une période de deux années, le *niveau moyen depuis l'origine* (moyenne de toutes les hauteurs relevées depuis la mise de l'appareil en fonction), calculé à la fin de chaque mois, pour Marseille,

d'après les indications du médimarémètre, concorde parfaitement avec celui donné par le *marégraphe totalisateur*.

Fig. 4.



Médimarémètre de Marseille.

1° Variation mensuelle du niveau moyen (*teinte noire, en échelons*).
2° Variation du niveau moyen.

Calculé depuis l'origine : { à l'aide du médimarémètre.......................... *Trait plein*
{ à l'aide du marégraphe totalisateur............... *Trait discontinu*

» II. *Théorie analytique du médimarémètre.* — Soient : H, à l'instant t, la hauteur de la nappe extérieure au-dessus d'un niveau fixe de comparaison, et H_m la cote du niveau moyen; A, l'*amplitude* et T la *période* de l'une des ondes élémentaires constituant le mouvement périodique composé de la mer; h_0 et h les hauteurs du liquide dans le tube, à l'origine du temps et à l'instant t. D'après les lois de Darcy pour la filtration des liquides à travers les corps poreux, le *débit est proportionnel à la charge;* ce qui donne, pour l'équation différentielle du problème,

$$(1) \qquad h + \rho \frac{dh}{dt} = \mathrm{H} = \mathrm{H}_m + \sum \mathrm{A} \sin 2\pi \frac{t+\theta}{\mathrm{T}},$$

θ désignant une constante et ρ le *module d'amortissement*, c'est-à-dire un coefficient variable avec la section du tube et avec les dimensions et la porosité de la cloison.

» 1° ρ étant d'abord supposé constant, l'intégrale générale de l'équa-

tion (1) est

$$h = H_m + K e^{-\frac{t}{\rho}} + \sum a \sin 2\pi \frac{t+\theta-\tau}{T} \tag{2}$$

avec

$$a = rA, \qquad \tau = \frac{T}{2\pi} \arccos r, \qquad K = (h_0 - H_m) - \sum a \sin 2\pi \frac{\theta-\tau}{T} \tag{3}$$

et

$$r = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4\pi^2\rho^2}{T^2}}}. \tag{4}$$

» Comparé au mouvement de la nappe extérieure, le mouvement interne défini par l'équation (2) est formé des mêmes ondes élémentaires, mais d'autant plus réduites et retardées qu'elles ont une période plus courte ([1]). Ces oscillations se greffent sur un mouvement exponentiel d'exhaussement (ou d'abaissement suivant le cas) qui vient s'éteindre plus ou moins vite à la hauteur du niveau moyen, et dont l'influence perturbatrice est à peu près nulle si l'on néglige, pour le calcul du niveau moyen, le premier mois de fonctionnement de l'appareil.

» Le niveau moyen à l'intérieur du tube, pour la période allant depuis l'origine jusqu'à l'instant t, a pour cote

$$z = \frac{1}{t}\int_0^t h\,dt = H_m + \frac{K}{\rho}\,\frac{1-e^{-\frac{t}{\rho}}}{t} + \frac{1}{2\pi t}\sum a T\left[\cos 2\pi\frac{\theta-\tau}{T} - \cos 2\pi\frac{(t+\theta-\tau)}{T}\right].$$

» Cette équation représente une superposition de sinusoïdes *évanouissantes* (c'est-à-dire dont les amplitudes décroissent progressivement jusqu'à zéro) ayant pour ligne moyenne une courbe asymptotique à l'horizontale ($z = H_m$) représentative du niveau moyen. L'écart $(z - H_m)$ entre le niveau moyen calculé et le niveau vrai diminue indéfiniment avec le temps.

» 2° Jusqu'alors, nous avons supposé constante la porosité de la cloison; mais, en fait, elle décroît régulièrement avec le temps. Comme nous

---

([1]) Pour les marégraphes ordinaires, l'application des formules (3) et (4) montre que des obstacles réduisant, par exemple, au $\frac{1}{50}$, limite rarement dépassée, l'oscillation due à la houle, diminuent de 0,00003 l'amplitude et retardent de cinquante-six secondes seulement les phases de la marée semi-diurne enregistrées par l'appareil.

l'avons constaté à Marseille, le *module d'amortissement* peut être exprimé par une fonction linéaire du temps, et l'équation (2) doit, en réalité, s'écrire

$$h + \rho_0(1 + \beta t)\frac{dh}{dt} = H_m + \sum A \sin 2\pi \frac{(t+\theta)}{T},$$

ρ_0 désignant le *module à l'origine* et β le *coefficient d'engorgement* du filtre.

» L'intégrale est alors

$$h = H_m + \frac{C_1}{(1+\beta t)^{\frac{1}{\beta\rho_0}}} + \frac{1}{\rho_0(1+\beta t)^{\frac{1}{\beta\rho_0}}} \sum A \int (1+\beta t)^{\frac{1}{\beta\rho_0}-1} \sin 2\pi \frac{t+\theta}{T}\,dt,$$

C_1 étant une constante dont la valeur s'obtient en faisant $t = 0$ et $h = h_0$.

» L'intégrale du second membre s'effectue directement si $\frac{1}{\beta\rho_0} - 1$ est entier; par quadrature, dans les autres cas.

» La cote obtenue, à l'instant t, pour le niveau moyen calculé depuis l'origine, diffère du niveau moyen vrai d'une quantité $\varepsilon = z - H_m$, ou

$$\varepsilon = \frac{C_1}{\beta - \frac{1}{\rho_0}} \frac{(1+\beta t)^{1-\frac{1}{\beta\rho_0}}}{t} + \frac{1}{\rho_0 t}\sum A \int_0^t \frac{1}{(1+\beta t)^{\frac{1}{\beta\rho_0}}} \int (1+\beta t)^{\frac{1}{\beta\rho_0}-1} \sin 2\pi \frac{t+\theta}{T}\,dt^2.$$

» Tous les termes du second membre et, par suite, l'erreur ε, tendent vers zéro à mesure que t augmente.

» Les résultats fournis par le médimarémètre de Marseille ont confirmé ces conclusions. »

MINÉRALOGIE. — *Sur la reproduction artificielle de l'hydrocérusite, sur la composition chimique de cette espèce minérale et sur la constitution du blanc de céruse.* Note de M. **L. Bourgeois**, présentée par M. Fouqué.

(Renvoi au Concours des Arts insalubres.)

« J'ai fait connaître à l'Académie [1] deux procédés de préparation des carbonates neutres cristallisés, fondés l'un et l'autre sur la précipitation par le carbonate d'ammoniaque d'une solution saline surchauffée. Ces méthodes avaient fourni toutes deux des échantillons de carbonate de

---

[1] *Comptes rendus*, t. CIII, p. 1088; 1886.

plomb identiques avec la cérusite ; mais j'avais fréquemment observé la cristallisation concomitante d'un autre carbonate en minces paillettes, que j'avais cru devoir, à première vue, rapporter à l'hydrocérusite.

» L'hydrocérusite est un carbonate basique de plomb très rare, trouvé d'abord par M. Nordenskiöld ([1]), sur plomb natif, aux mines de Långban (Suède), sous forme de très petites écailles blanches nacrées. M. Nordenskiöld n'a pu en récolter assez pour en faire l'analyse quantitative ; il avait émis la supposition, très vraisemblable *a priori*, que la composition pourrait être $PbO, CO^2 + PbO, HO$. Depuis, M. Lacroix ([2]) a découvert à Wanlockhead (Écosse) un second gisement où la matière, plus belle et plus abondante, accompagne des minerais de plomb et forme de minces écailles nacrées, hexagonales, à double réfraction faible, uniaxe négative. Aucune analyse quantitative n'a pu être faite.

» J'ai essayé de combler cette lacune en procédant au dosage du produit artificiel similaire. N'ayant pu réussir à le séparer du carbonate neutre, j'ai cherché à l'obtenir du premier coup exempt de tout mélange. Le deuxième procédé, convenablement modifié, fournit une solution très simple du problème : il suffit, en effet, de faire réagir au-dessus de 100° le carbonate d'ammoniaque, non plus sur l'acétate neutre, mais sur le sous-acétate de plomb, pour se procurer à l'état de pureté le corps que j'ai assimilé à l'hydrocérusite. On dissout dans l'eau $1^{éq}$ d'acétate de plomb, on y ajoute à l'ébullition un demi-équivalent (au moins) de litharge, puis dans la liqueur refroidie on introduit $1^{éq}$ d'urée et l'on filtre. La liqueur chauffée en tube scellé, vers 130° pendant quelques heures, dépose une abondante cristallisation de belles paillettes nacrées, qu'on lave à l'eau distillée et qu'on sèche ([3]).

» Leur densité est 6,14 ; au microscope, elles se montrent sans mélange de cristaux étrangers ou de matière amorphe, sous forme de tables hexagonales ressemblant à de la tridymite, offrant une double réfraction faible, uniaxe négative.

» La substance se dissout avec effervescence dans les acides azotique ou acétique ; calcinée vers 400°, elle perd de l'eau et de l'acide carbonique en laissant un résidu de massicot coloré en rose par un peu de minium.

([1]) *Geol. Fören. Förhandl.*, t. III, p. 376 ; 1877.

([2]) *Bull. Soc. min.*, t. VIII, p. 35 ; 1885.

([3]) Dans cette préparation, un excès d'oxyde de plomb ne nuit pas, tandis que, si ce corps est en trop faible quantité, il se fait en outre de la cérusite.

Ce résidu, ayant conservé la forme des cristaux primitifs, simule de la litharge ; une calcination au rouge naissant détruit le minium et ramène la couleur au jaune de soufre, après refroidissement.

» L'analyse a conduit aux résultats suivants :

	I.	II.	Calculé pour $3PbO, 2CO^2, HO$.
Oxyde de plomb..........	86,7	86,5	86,3
Acide carbonique.........	11,5	11,3	11,3
Eau....................	2,8	2,5	2,3
	101,0	100,3	99,9

» Tandis qu'on aurait :

	Calculé pour $2PbO, CO^2, HO$.	Calculé pour PbO, CO^2.
Oxyde de plomb..............	87,8	83,5
Acide carbonique.............	8,6	16,4
Eau.........................	3,5	0,0
	99,9	99,9

» La formule est donc $3PbO, 2CO^2, HO$ ou $2(PbO, CO^2) + PbO, HO$; telle est aussi sans aucun doute celle de l'hydrocérusite naturelle.

» Il est à remarquer que cette composition est celle de nombreux échantillons de blanc de céruse; la composition de ce produit industriel oscille entre la formule précédente et celle du carbonate neutre. Il était intéressant de faire un examen microscopique des diverses variétés de céruse, en se servant d'un fort grossissement; voici le résumé de mes observations. Beaucoup de céruses, surtout celles obtenues par le procédé hollandais, n'offrent que de très petits granules indéterminables. D'autres, particulièrement le *blanc d'argent*, obtenu en précipitant l'acétate neutre de plomb par le carbonate de soude, sont presque entièrement formées par de petits prismes ou doubles pyramides très aiguës de cérusite. Enfin, les céruses que fournit le procédé de Clichy, aujourd'hui à peu près abandonné, sont presque entièrement cristallines : la majeure partie de la matière est formée par des lamelles hexagonales, de $0^{mm}, 01$ environ, identiques avec celles qui viennent d'être décrites; le reste est de la cérusite en aiguilles beaucoup plus biréfringentes. Tous ces cristaux sont assez mal formés.

» Il est facile de vérifier ce fait par une expérience directe : une solution bouillante de sous-acétate de plomb, traitée par un courant d'acide carbonique, fournit une masse de petites lamelles hexagonales souvent étoilées, en même temps qu'une proportion variable de petits prismes de

cérusite. Les liqueurs froides de sous-acétate de plomb ne déposent par l'acide carbonique que des sphérolites indéterminables.

» On obtient les mêmes paillettes hexagonales, en précipitant par l'acide carbonique une solution étendue de plombite de soude.

» C'est encore à l'hydrocérusite qu'il faut rapporter la majeure partie de l'enduit blanc, formé de lamelles nacrées, dont se recouvre le plomb au contact de l'eau *distillée* aérée. Dans ce cas, on observe souvent des formes cristallitiques; les contours des paillettes sont découpés et ramifiés irrégulièrement. Cette expérience bien connue explique donc le gisement de Långban, où le minéral recouvre du plomb natif.

» Nous croyons avoir, dans ce travail, élucidé par la synthèse la composition de l'hydrocérusite, jusqu'ici problématique, et, d'autre part, jeté quelque jour sur la constitution du blanc de céruse, dans lequel nous distinguons seulement deux produits définis, tous deux existant dans la nature : l'hydrocérusite et la cérusite (¹). »

M. **Albert Bazin** soumet au jugement de l'Académie une « Étude théorique sur le vol plané ».

(Commissaires : MM. Marey, Maurice Lévy.)

M. **Jannussi** adresse, de Galatz, une Communication relative à un traitement antiphylloxérique.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Un Ouvrage de M. *A. Nordenskiöld*, traduit par M. *Ch. Rabot*, ayant pour titre : « La seconde expédition suédoise au Groenland (l'Inlandsis et la côte orientale). » (Présenté par M. Daubrée.)

2° Un Mémoire de M. *Léon Dru* intitulé : « Projet de canal entre le Don et le Volga. » (Présenté par M. de Lesseps.)

(¹) Laboratoire de M. Fouqué au Collège de France.

ASTRONOMIE. — *Sur les* variations *de l'équation personnelle dans les mesures d'étoiles doubles.* Note de M. G. **Bigourdan**, présentée par M. Mouchez.

« On a fait de nombreuses recherches sur la loi des erreurs systématiques qui affectent les mesures d'étoiles doubles; mais on a très rarement étudié la loi des *variations* de ces mêmes erreurs.

» La première étude sur ce sujet, et la seule je crois, a été entreprise par M. Thiele (*Castor, Calcul du mouvement relatif et critique des observations de cette étoile double*). Par la discussion des mesures faites sur cette étoile par plus de quarante observateurs, il a été amené à cette conclusion :

» L'équation personnelle de chaque observateur reste à peu près constante pendant un certain temps, pendant une *saison d'observations*, puis prend une valeur différente qu'elle conserve pendant une nouvelle période. La durée de ces *saisons* varierait de quelques jours à plusieurs mois.

» Pour M. O. Struve, au contraire (*Etudes sur le mouvement relatif des deux étoiles du système de* 61 *Cygni*, p. 20), ces variations seraient rapides, se produiraient en quelques heures et ne dureraient pas plus d'une soirée. C'est aussi ce qu'avait déjà remarqué J. Herschel (*Memoirs of the R. Astr. Soc.*, vol. V, p. 21).

» Comme on voit, les deux opinions émises jusqu'ici sont, en apparence, contradictoires. Elles sont vraies cependant l'une et l'autre : du moins, c'est ce qui résulte de nombreuses observations que j'ai faites, dans un autre but, de 1882 à 1884 (¹).

» J'ai mesuré l'angle de position d'une étoile double serrée et voisine du pôle (c'est le couple Σ 460; distance, $0'',85$; coordonnées pour 1880,0 : Æ $= 3^h 49^m 58^s$; ⅁ $= 9^\circ 38'$) dans toutes les parties de son cercle diurne et j'ai groupé les résultats, ramenés préalablement à la même époque, en quarante-huit moyennes de demi-heure en demi-heure d'angle horaire.

Les différences entre ces moyennes proviennent des changements de l'équation personnelle dus au changement de la ligne des étoiles par rapport à celle des yeux. On a considéré ces quarante-huit moyennes comme formant une Table, donnant par interpolation, et pour un angle horaire quelconque, la valeur moyenne de l'angle de position conclu des mesures,

(¹) Ces observations sont trop nombreuses pour trouver place ici; elles vont paraître dans le volume des *Observations faites à l'observatoire de Paris en* 1883.

et on lui a comparé chaque observation individuelle : les différences ainsi formées proviennent de la *variation* de l'équation personnelle et des erreurs accidentelles, celles-ci devant toutefois s'éliminer partiellement des moyennes. La considération de ces différences conduit aux conclusions suivantes :

» Très souvent les premières mesures d'une soirée donnent des écarts plus grands que les mesures suivantes.

» Quel qu'en soit le sens, ce changement se produit dans presque toutes les soirées; les mêmes choses se répètent dans une même soirée après une interruption des mesures.

» Outre ces variations d'un jour à l'autre, les différences montrent nettement une variation à période plus longue, variant de un à six mois.

» Cette superposition de périodes très courtes à des périodes de un ou plusieurs mois explique et met d'acord les deux opinions mentionnées plus haut : M. Struve qui, ainsi qu'Herschel, n'avait pas fait de recherches d'ensemble, ne pouvait guère apercevoir que les variations qui se produisent dans une même soirée; et ces variations rapides devaient échapper à M. Thiele, qui n'avait à sa disposition que des moyennes fournies par des jours différents.

» On saisit ainsi toute la complication du problème des équations personnelles dans les mesures d'étoiles doubles, équations qui dépendent à la fois de la distance et des grandeurs des composantes, de la hauteur, de la direction de la ligne des étoiles par rapport à celle des yeux, etc., à quoi viennent s'ajouter encore les *variations* de périodes diverses. On ne peut donc attendre une solution, même grossière, que de l'emploi d'un appareil à étoiles artificielles d'un usage commode et permettant d'isoler l'influence de chaque cause d'erreur en particulier. Il serait même important, après chaque mesure sur le ciel, de répéter l'opération pour un couple artificiel identique. »

ASTRONOMIE. — *Sur la constatation de nouveaux anneaux de Saturne, situés au delà de ceux déjà connus.* Note de DOM LAMEY, présentée par M. d'Abbadie.

« On sait qu'outre ses deux anneaux principaux, toujours bien visibles, Saturne en possède un troisième, resté longtemps inaperçu à cause du

faible éclat de sa matière nébuleuse et qui n'est pas toujours visible dans le réfracteur de 16^{cm} d'ouverture de l'observatoire de Grignon.

» Mais, au delà de ces anneaux connus, mon attention a été fréquemment et spontanément attirée, depuis bientôt vingt ans, par certaines lueurs annelées, visibles entre les régions où gravitent Mimas et Titan, le premier et le sixième satellite du système. Ces anneaux, perdus dans la zone d'illumination qui entoure Saturne, ne s'aperçoivent que très rarement dans tout leur entier. Ils sont généralement plus lumineux d'un côté, lequel varie d'ailleurs de position; le maximum d'éclat concorde généralement avec le satellite le plus voisin; son intensité dépasse quelquefois celle du satellite.

» La première constatation de ces lueurs elliptiques date du 2 août 1868, époque où j'observais à Strasbourg, avec un petit équatorial de 10^{cm} d'ouverture. Plus tard j'ai cherché à revoir à Dijon ces lueurs, avec ce même instrument, mais ce fut sans succès. Ce n'est qu'à partir du 12 février 1884, une fois installé au sommet de Grignon, au milieu d'une atmosphère très limpide et muni d'un instrument plus puissant, que j'ai pu revoir ces lueurs, qui se sont présentées alors sous forme d'anneaux bien définis. Je n'ai réuni jusqu'à ce jour (5 juin 1888) que dix-neuf esquisses de ces anneaux, parce que je suis resté longtemps indécis sur la nature de ce que je voyais. Mais j'ai pu successivement me convaincre, par différentes circonstances trop longues à développer ici, que ces apparences ne pouvaient être produites par l'interposition de notre atmosphère; ni par l'instrument lui-même, les images n'ayant jamais changé de forme ou de position relatives par l'emploi d'objectifs d'ouverture et de longueur focale différentes, munis d'oculaires tantôt positifs et tantôt négatifs, et donnant divers grossissements, pouvant aller jusqu'à 250 diamètres au moins; enfin, une illusion, produite par l'œil ou par l'imagination, ne saurait expliquer davantage la constatation de ces anneaux, attendu que deux de mes collaborateurs, Dom Et. Siffert et Dom Fl. Démoulin, les ont vus et dessinés comme moi, quant à la forme et à la situation du maximum d'éclat, et cela d'une manière toute spontanée.

» Ces anneaux sont au nombre de quatre, si l'on compte comme tel la zone lumineuse bordant la tranche extérieure de l'anneau extérieur; cette zone n'a pu être constatée que du côté qui regarde notre planète; généralement nébuleuse, elle est fréquemment devenue résoluble en une foule de petits grains lumineux, comme enfilés les uns après les autres sur un arc elliptique. Au delà de cette zone existe une séparation elliptique dont

l'obscurité est quelquefois singulièrement accentuée. Puis commence une nébulosité vague, laiteuse, allant en s'accentuant jusqu'au voisinage d'Encelade, qui limite pour ainsi dire ce deuxième anneau nébuleux. Après le quatrième, c'est le plus faible, le troisième étant le plus lumineux et le plus fréquemment visible.

» Ce troisième anneau ne paraît pas dépasser l'orbite de Téthys ; ce satellite semble raser la limite extérieure de l'anneau et arrondir son contour comme le ferait le ciseau du tourneur.

» Enfin, entre Dioné et Rhéa, j'ai constaté la limite extérieure d'un quatrième anneau, très faible et très dilué sur ses bords, et qui ne peut se voir qu'avec de petits grossissements.

» La réduction de ces observations m'a donné pour le demi-diamètre des anneaux, mesuré du milieu de la région la plus intense, les valeurs suivantes, le demi-diamètre de la planète étant 1 :

Premier anneau....................	2,45	±	0,05
Deuxième anneau..................	3,36	±	0,02
Troisième anneau..................	4,90	±	0,50
Quatrième anneau..................	8,17	±	0,23

» L'étude de ces anneaux semble promettre à la Mécanique céleste certaines révélations intéressantes, comme, par exemple, l'explication de l'anomalie de 3°, trouvée par M. Baillaud, pour le moyen mouvement de Téthys, satellite qui gravite justement sur le bord extérieur de l'anneau le plus dense, et la prise sur le fait, pour ainsi dire, d'une des grandes idées de Laplace, la transition lente d'un anneau nébuleux se résolvant en satellite. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines équations différentielles du premier ordre.* Note de M. **R. Liouville**.

« Parmi les équations de ce type simple

$$y' + a_1 y^3 + 3a_2 y^2 + 3a_3 y + a_4 = 0, \quad (1)$$

j'ai précédemment examiné deux classes particulières, et chacune d'elles, définie par une seule condition, a été rattachée aux quadratures ou aux équations linéaires.

» D'autres recherches donnent, comme je le vais expliquer, la réduction générale de l'équation (1) à des problèmes de cette espèce.

» Je rappelle d'abord qu'un invariant de l'équation proposée s'obtient par la formule

$$s_3 = a_2 a'_1 - a_1 a'_2 + a_1(a_1 a_4 - a_2 a_3) + 2a_2(a_2^2 - a_1 a_3),$$

où les coefficients $a_1, a_2, \ldots$ entrent avec leurs dérivées; la substitution

(2) $$\eta = -(a_1 y^2 + 2a_2 y),$$

dont j'ai fait usage pour mettre ce fait en évidence (*Comptes rendus*, 6 septembre 1886), change l'équation (1) en la suivante

(3) $$2s_3 y - \left[\eta' - 2\eta^2 - \eta\left(\frac{a'_1 + 2a_2^2 - 6a_1 a_3}{a_1}\right)\right] + 2a_2 a_4 = 0;$$

d'où l'on pourrait éliminer l'inconnue primitive sans différentiations nouvelles; mais la relation principale dans cette théorie est du second ordre en η et de la forme

(4) $$\eta'' + 3(\beta_1\eta + \beta_2)\eta' + \gamma_1\eta^3 + 3\gamma_2\eta^2 + 3\gamma_3\eta + \gamma_4 = 0;$$

déduction facile des précédentes, elle a, en posant, pour abréger,

$$\sigma = \frac{s'_3}{s_3} + \frac{2a_2^2 - 3a_1 a_3}{a_1}, \qquad \varkappa = \frac{a'_1 + 2a_2^2 - 6a_1 a_3}{a_1},$$

ses coefficients exprimés ainsi

(5) $$\left\{\begin{array}{l} 3\beta_1 = -5, \qquad 3\beta_2 = -(\sigma + \varkappa), \qquad \gamma_1 = 2, \qquad 3\gamma_2 = 2\sigma + \varkappa, \\ 3\gamma_3 = \frac{1}{a_1}[a_1(\varkappa\sigma - \varkappa') + 2a_2(a_1 a_4 - s_3)], \\ \gamma_4 = 2[a_2 a_4 \sigma - (a_2 a_4)' + a_4 s_3]; \end{array}\right.$$

la valeur qu'y prend le rapport $\frac{\gamma_1}{\beta_1^2}$ en est un caractère essentiel : c'est le seul dont dépende la transformation qu'il me reste à faire connaître.

» Elle s'effectue en introduisant une inconnue nouvelle Y, définie par la relation

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{Y}\right) - \frac{\eta}{Y} + q = 0,$$

ou par celle-ci

(6) $$2h_1[\eta' - 2\eta^2 + 3b_2\eta] - \left(3h_2 + \frac{1}{Y}\right) = 0,$$

équivalentes, en vertu de (4), lorsqu'on détermine h_1, b_2, h_2 et q de cette manière

$$\text{(7)}\qquad \begin{gathered} \frac{d\log h_1}{dx} = -3(\beta_2+\gamma_2), \qquad b_2 = 2\beta_2+\gamma_2, \\ h_2 = h_1[\gamma_3 - b'_2 + 3b_2(\beta_2+\gamma_2)], \\ q = -(3h'_2 + 2h_1\gamma_4), \end{gathered}$$

et voici l'équation transformée

$$\text{(8)}\qquad Y'' + 3(b_1 Y + b_2)Y' + g_1 Y^3 + 3g_2 Y^2 + 3g_3 Y + g_4 = 0,$$

dans laquelle on a

$$\text{(9)}\qquad g_4 = \frac{1}{h_1}, \qquad g_3 = \frac{h_2}{h_1}, \qquad b_1 = q$$

et

$$\text{(10)}\qquad g_1 = q^2, \qquad 3g_2 = q' + 3b_2 q.$$

» Celle-ci offre le même aspect que l'équation (4), mais, les relations (10) ayant lieu, son intégrale ne contient qu'au premier degré les constantes arbitraires; il est facile de vérifier qu'en effet elle se change par cette substitution,

$$V' - (b_1 Y + b_2)V = 0,$$

en une équation linéaire et du troisième ordre, dont les coefficients ne renferment aucun paramètre. C'est donc à une équation de cette espèce que l'on sait réduire :

» 1° L'équation (4), dans les cas où la condition suivante

$$25\gamma_1 - 18\beta_1^2 = 0$$

est satisfaite;

» 2° L'équation (1) dans tous les cas possibles.

» Au reste, la relation que j'avais en vue peut être établie directement entre l'équation proposée (1) et la transformée linéaire de l'équation (8); y se déduit, en effet, de l'une des fonctions V par la formule

$$\text{(11)}\qquad 2(s_3 y + a_2 a_4) = \frac{3h_2 V' + (b_1 - 3h_2 b_2)V}{2h_1(V' - b_2 V)},$$

en sorte qu'il eût été permis d'énoncer ainsi le problème dont la solution vient d'être donnée : avec l'équation (1) et sa dérivée, construire une

combinaison dont l'intégrale ne contienne qu'au premier degré les constantes arbitraires.

» La méthode employée rattache l'équation (4) elle-même aux équations différentielles linéaires; je me propose de montrer ailleurs comment se reconnaissent les équations susceptibles de prendre la forme (4) par une substitution de ce type

$$x_1 = \varphi(x, y), \qquad y_1 = \psi(x, y)$$

et comment ensuite la substitution convenable est obtenue sans difficultés. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fondements du calcul asymptotique.* Note de M. **E. Cesaro**, présentée par M. Hermite.

« Soit

$$f(a) + f(b) + f(c) + \ldots = F(n),$$

où, suivant l'habitude, $a, b, c, \ldots$ représentent les diviseurs de n. Nous allons démontrer que, *si la série*

$$(1) \qquad f(1) + \tfrac{1}{2} f(2) + \tfrac{1}{3} f(3) + \ldots$$

est absolument convergente, la fonction f est moyennement nulle, et la fonction F *est égale, en moyenne, à la somme de la série.* Si l'on désigne par σ_n la somme des n premiers termes de la série, on sait que, pour n infini,

$$\lim \frac{1}{n}(\sigma_1 + \sigma_2 + \ldots + \sigma_n) = \lim \sigma_n = \sigma.$$

Cela revient à écrire

$$\lim \left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)\sigma_n - \frac{1}{n}[f(1) + f(2) + \ldots + f(n)] \right\} = \sigma,$$

d'où l'on déduit

$$\lim \frac{1}{n}[f(1) + f(2) + \ldots + f(n)] = 0.$$

» Si, dans la dernière parenthèse, on réunit les termes positifs en une somme α_n et les termes négatifs en une somme $-\beta_n$, on peut écrire

$$\lim \frac{1}{n}(\alpha_n - \beta_n) = 0, \qquad \lim \frac{1}{n}(\alpha_n + \beta_n) = 0,$$

à cause de l'absolue convergence de la série (1). On en déduit

$$\lim \frac{\alpha_n}{n} = 0, \qquad \lim \frac{\beta_n}{n} = 0.$$

» Cela posé, on a

$$\sum_1^n \mathrm{F}(i) = \left(\frac{n}{1}\right) f(1) + \left(\frac{n}{2}\right) f(2) + \left(\frac{n}{3}\right) f(3) + \ldots$$

» Si l'on observe que

$$x - 1 < (x) \leqq x,$$

on peut écrire

$$n\sigma_n - \alpha_n < \sum_1^n \mathrm{F}(i) < n\sigma_n + \beta_n;$$

puis, pour n croissant à l'infini,

$$\lim \frac{1}{n} [\mathrm{F}(1) + \mathrm{F}(2) + \ldots + \mathrm{F}(n)] = \sigma.$$

» On sait, par exemple, que les fonctions de Mertens et de Gauss sont liées par l'égalité

$$\frac{\mu(a)}{a} + \frac{\mu(b)}{b} + \frac{\mu(c)}{c} + \ldots = \frac{\varphi(n)}{n},$$

et la série

$$\frac{\mu(1)}{1} + \frac{\mu(2)}{4} + \frac{\mu(3)}{9} + \ldots = \frac{6}{\pi^2}$$

est absolument convergente. Donc, *la fonction* $\frac{\varphi(n)}{n}$ *est égale, en moyenne, à* $\frac{6}{\pi^2}$. Peut-on, de ce résultat, déduire que $\varphi(n)$ *est asymptotique à* $\frac{6}{\pi^2} n$? Nous allons faire voir que cette conclusion est parfaitement légitime.

» Posons

$$\mathrm{F}(1) + \mathrm{F}(2) + \ldots + \mathrm{F}(n) = n\mathrm{S}_n, \qquad \text{où} \qquad \lim_{n=\infty} \mathrm{S}_n = \sigma.$$

On a identiquement

$$\sum_1^n i^r \mathrm{F}(i) = n(n+1)^r \mathrm{S}_n - \sum_1^n [(i+1)^r - i^r] i\mathrm{S}_i.$$

Cela étant, on a, par un théorème connu,

$$\lim \frac{1}{n^{r+1}} \sum_{1}^{n} [(i+1)^r - i^r] i S_i = \lim \frac{n(n+1)^r - n^{r+1}}{n^{r+1} - (n-1)^{r+1}} S_n = \frac{r\sigma}{r+1}.$$

Par suite,

$$\lim \frac{F(1) + 2^r F(2) + 3^r F(3) + \ldots + n^r F(n)}{n^{r+1}} = \frac{\sigma}{r+1}.$$

Donc, *si la fonction* $F(n)$ *est moyennement égale à* σ, *la fonction* $n^r F(n)$ *est asymptotique à* σn^r.

» Il ne serait pas difficile de parvenir à une proposition plus générale, en se basant sur un théorème d'Analyse, qu'on peut considérer comme une généralisation nouvelle d'un important théorème de Cauchy. Si l'on prend une série divergente à termes positifs, $u_1 + u_2 + u_3 + \ldots$, on sait que, pour n infini,

$$\lim \frac{a_1 u_1 + a_2 u_2 + \ldots + a_n u_n}{u_1 + u_2 + \ldots + u_n} = \lim a_n,$$

pourvu que le second membre existe. Mais le premier membre peut exister sans qu'il en soit de même du second, et il est certain que cela arrive lorsque les nombres a, sans tendre vers une limite, ont une valeur moyenne finie et déterminée, et que la série des u jouit de la propriété

$$\lim_{n=\infty} n\left(1 - \frac{u_{n+1}}{u_n}\right) = k \gtrless 0.$$

Il y a plus : la limite de l'expression considérée est précisément la valeur moyenne des nombres a. Il faut remarquer que ce dernier fait ne se produit pas pour toutes les séries u; il suffirait, pour s'en convaincre, de supposer $u_n = x^n$, $x > 1$. Soit donc, pour n infini,

$$\lim \frac{1}{n}(a_1 + a_2 + \ldots + a_n) = \lambda,$$

ce qui permet de poser

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \frac{k \lambda_n u_n}{u_n - u_{n+1}}, \qquad \text{où} \qquad \lim_{n=\infty} \lambda_n = \lambda.$$

On a identiquement

$$\sum_{1}^{n} a_i u_i = k \sum_{1}^{n} \lambda_i u_i + (a_1 + a_2 + \ldots + a_n) u_{n+1}.$$

Cela étant, on sait que, pour n infini,

$$\lim \frac{\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \ldots + \lambda_n u_n}{u_1 + u_2 + \ldots + u_n} = \lambda.$$

De même,

$$\lim \frac{(a_1 + a_2 + \ldots + a_n) u_{n+1}}{u_1 + u_2 + \ldots + u_n} = \lambda \lim \frac{n u_{n+1}}{u_1 + u_2 + \ldots + u_n}$$
$$= \lambda \lim \frac{n u_{n+1} - (n-1) u_n}{u_n} = (1 - k)\lambda.$$

Donc

$$\lim \frac{a_1 u_1 + a_2 u_2 + \ldots + a_n u_n}{u_1 + u_2 + \ldots + u_n} = k\lambda + (1 - k)\lambda = \lambda. \text{ »}$$

MÉCANIQUE. — *Sur les mouvements giratoires des fluides.* Note de M. L. Lecornu.

« Nous disons qu'un fluide est animé d'un mouvement giratoire lorsque tout se passe symétriquement autour d'un certain axe; l'existence d'un pareil mouvement n'entraîne pas nécessairement celle de tourbillons, dans le sens précis donné à ce dernier mot par M. Helmholtz.

» Svanberg, de Stockholm, a publié en 1842, dans le *Journal de Crelle*, un Mémoire sur les mouvements de cette nature; après avoir établi la forme spéciale que prennent alors les équations de l'Hydrodynamique, il en a déduit que, si les forces données rencontrent l'axe, chaque molécule tourne autour de lui avec une vitesse angulaire qui varie en raison inverse du carré de la distance à cette droite. C'est là un théorème qu'on peut regarder comme une simple conséquence du principe des aires, en remarquant que, par raison de symétrie, la résultante des pressions éprouvées par une molécule sphérique rencontre constamment l'axe de giration. Généralement, le produit de la vitesse de rotation par le carré de la distance à l'axe n'a pas la même valeur pour toutes les molécules; dans le cas particulier où cette valeur est invariable, Svanberg a démontré un second théorème, lequel peut s'énoncer en disant que, *pour une molécule déterminée, la composante du tourbillon perpendiculaire au plan méridien (c'est-à-dire au plan mené par la molécule et par l'axe) est proportionnelle au produit de la densité par la distance à l'axe.*

» Nous nous proposons de compléter cette théorie en considérant les lignes de tourbillon des mouvements giratoires.

» Soit r la distance d'une molécule M à l'axe, supposé, pour fixer les idées, vertical. Soit z la hauteur de M au-dessus d'un plan fixe horizontal. Soient u, v, w les composantes de la vitesse de M, prises : 1° dans la direction du prolongement du rayon r; 2° dans la direction de l'horizontale perpendiculaire au rayon; 3° dans la direction de la verticale. Un calcul facile donne, pour les composantes correspondantes A, B, C du tourbillon, les valeurs

$$2A = -\frac{1}{r}\frac{\partial(vr)}{\partial z},$$

$$2B = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r},$$

$$2C = \frac{1}{r}\frac{\partial(vr)}{\partial r}.$$

» Soit encore θ l'angle que forme le plan méridien de M avec un plan vertical fixe. Les équations différentielles de la ligne de tourbillon passant par M sont

$$\frac{dr}{-\frac{\partial(vr)}{\partial z}} = \frac{r^2 d\theta}{\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r}} = \frac{dz}{\frac{\partial(vr)}{\partial r}}.$$

» On aperçoit immédiatement l'intégrale $vr = \text{const.}$ ou, ce qui revient au même, $\omega r^2 = \text{const.}$ $\left(\omega \text{ désignant la vitesse angulaire } \frac{v}{r}\right)$. Il suit de là que *le produit* ωr^2 *est toujours constant, pour un instant donné, le long d'une ligne quelconque de tourbillon :* la fluidité du milieu n'est même pas nécessaire. Quand le premier théorème de Svanberg s'applique, ce produit reste en outre constant, dans la suite du temps, le long de chaque trajectoire moléculaire, et alors il est constant, pour chaque ligne de tourbillon, à la fois dans le temps et dans l'espace.

» Lorsque les lignes de tourbillon ont pour projections horizontales des circonférences concentriques, A est nul et la vitesse de circulation v est indépendante de la hauteur. Lorsque, en particulier, les lignes de tourbillon sont des cercles horizontaux ayant leurs centres sur l'axe, le produit ωr^2 a même valeur pour toutes les molécules, et réciproquement. Si, de plus, les forces agissantes admettent un potentiel, on se trouve dans le cas d'application du second théorème de Svanberg, et ce théorème résulte alors immédiatement de la proposition connue, en vertu de laquelle la longueur d'un élément de ligne de tourbillon varie, avec le temps, proportionnellement à la grandeur du tourbillon divisée par la densité. Ces

conditions étant remplies, le quotient $\frac{\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r}}{\rho r}$ (où ρ désigne la densité) est indépendant du temps et constant pour chaque ligne de tourbillon, mais il varie en général d'une ligne de tourbillon à une autre. Si, à un instant quelconque, il a même valeur pour toutes les lignes de tourbillon, il reste constant à la fois dans le temps et dans l'espace. Quand le fluide est incompressible, cette condition revient à supposer que les tourbillons sont représentés par les vitesses des divers points d'un solide tournant uniformément autour de l'axe. Admettons qu'il en soit ainsi, et cherchons alors à déterminer les composantes de la vitesse. D'abord le produit $vr = c$ est constant, ce qui fait connaître v. D'autre part, en désignant par k un facteur constant, on peut écrire

$$\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r} = 2kr.$$

L'hypothèse de l'incompressibilité donne, en outre,

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{u}{r} = 0,$$

et ces deux équations sont vérifiées si l'on pose

$$u = \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial z}, \qquad w = -kr^2 - \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial r},$$

la fonction φ étant assujettie à la condition

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0.$$

» Sans aborder ici l'examen de l'intégrale générale de cette dernière équation, nous signalerons seulement les solutions simples

$$\varphi = b[(z+a)^2 - r^2 \log r] \qquad \text{et} \qquad \varphi = b\sqrt{r^2 + (z+a)^2},$$

où a et b désignent des fonctions quelconques du temps.

» En prenant la seconde solution et réduisant a et b à des constantes, pour avoir un mouvement permanent, on voit sans peine que les trajectoires sont situées sur des surfaces de révolution, algébriques et du huitième ordre, et que les points où le mouvement est ascendant sont séparés de ceux où il est descendant par une surface de révolution du sixième ordre,

répondant à l'équation $r^2\sqrt{r^2+(z+a)^2}=\frac{b}{k}\cdot$ Il suffit de supposer $k=0$ pour avoir les formules qui conviennent au mouvement giratoire dépourvu de tourbillons. Les trajectoires fournies par la solution précédente deviennent alors des loxodromies tracées sur une série de sphères concentriques, dont elles coupent tous les méridiens sous le même angle, ayant pour tangente $\frac{c}{b}\cdot$ »

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Sur un point de l'histoire du pendule.* Note de M. **Defforges**, présentée par M. Wolf.

« C'est le chevalier de Prony qui, le premier, eut l'idée d'utiliser le pendule composé pour la mesure de l'intensité de la pesanteur. Dans un Mémoire, présenté le 10 mars 1792, à l'Académie des Sciences, il donna la description et la théorie d'un pendule à trois axes, destiné à donner g par une combinaison convenable des distances mesurées des trois axes entre eux et des durées d'oscillation du pendule autour de ces mêmes axes.

» La méthode est développée en détail dans les *Leçons de Mécanique données à l'École Polytechnique*, § 1107 et suivants.

» Le pendule proposé ne fut jamais réalisé.

» Vingt-six ans plus tard, en 1818, le capitaine Kater présentait à la Société royale, à Londres, son célèbre Mémoire sur le pendule « convertible ». A l'apparition de ce travail, Prony réclama pour lui-même la priorité de l'invention :

» J'ai proposé, en 1790, à l'Académie des Sciences, écrit-il dans la *Connaissance des Temps* pour l'année 1820 (¹), un moyen de déterminer la longueur du pendule, en faisant osciller un pendule composé sur deux ou trois axes attachés à ce corps... Il paraît qu'on a fait ou qu'on va faire usage de ce moyen en Angleterre.

» Le capitaine Kater refusa d'admettre la réclamation du savant français, se référant au texte des *Leçons de Mécanique*, et insistant sur ce fait qu'il n'y est nulle part question de faire apparaître, hors des formules, la longueur du pendule synchrone (²) :

» Il semble évident, dit assez rudement le savant anglais, que, d'après le passage

---

(¹) Publiée en 1818. *Note sur un moyen de régler la durée des oscillations d'un pendule.*

(²) It appears evident from this passage that M. de Prony viewed the theorem f

cité, M. de Prony avait en vue le théorème d'Huygens dans le seul but de simplifier ses formules; car s'il eût compris qu'il pouvait avoir d'un seul coup la longueur du pendule synchrone, sans recourir à aucun calcul ultérieur, il en eût immédiatement et forcément conclu que son troisième axe et ses formules étaient complètement inutiles.

» Cependant, dans une plaquette imprimée chez Didot et intitulée : *Réclamation de M. de Prony, etc., etc., contre une interprétation erronée donnée à un passage de son Traité de Mécanique analytique, etc., etc.*, et qui est une véritable apologie, Prony maintient fermement sa réclamation. Il cite le § 1110 de son Livre, en l'accompagnant d'une observation précieuse :

« J'ai indiqué (il s'agit d'un écrit antérieur) les moyens de concilier, avec la condition à laquelle se rapportent ces formules, celle de rendre l'axe moyen le réciproque de l'un des axes extrêmes, etc., etc. »

» Il rappelle qu'un modèle en bois de son appareil a été soumis par son ami Bréguet au Bureau des Longitudes, et que ses nombreuses occupations seules l'ont empêché de réaliser son pendule et de le mettre en expérience.

» Cette insistance de Prony à revendiquer pour lui-même l'idée première du pendule à axes réciproques, le fait que les auteurs contemporains français, Francœur, en particulier, dans sa *Géodésie*, l'en considèrent comme le véritable inventeur, nous a portés à rechercher « l'écrit antérieur » dont parle Prony dans la plaquette imprimée chez Didot [1].

» Sachant que les Mémoires de Prony étaient pieusement conservés à l'École des Ponts et Chaussées, nous avons demandé à M. le Directeur de l'École et obtenu de sa bienveillance l'autorisation de pratiquer des recherches dans la collection de ces Mémoires. Grâce à l'obligeance de M. Schnaebelé, le savant bibliothécaire de l'École, nous avons pu, en quelques heures, mettre la main sur cet « écrit antérieur » oublié, que nous avons l'honneur de soumettre à l'Académie.

» Prony y décrit un pendule à quatre axes, dont deux sont réciproques,

---

Huygens solely with reference to the simplification of his formulæ; for hat he perceived that he might them have obtained at once the length of the pendulum without further calculation, the inevitable conclusion must instantly have followed that his third axis and his formulæ were wholly unnecessary (*Philosophical Transactions*, 1818).

(1) Cette plaquette, très rare, se trouve à la Bibliothèque de l'Institut.

les deux autres n'ayant pour but que de permettre de fixer la position du centre de gravité.

» L'appareil est muni du système de réglage, décrit plus tard dans la *Connaissance des Temps pour* 1817, système qui permet de modifier le moment d'inertie du pendule, de façon à amener le centre de gravité sur l'un des axes et à rendre deux des autres réciproques. Ces deux derniers seuls importent, les premiers ne servant qu'à l'ajustement exact du pendule.

» Quant à savoir si Prony a eu ou n'a pas eu l'idée que la distance des deux axes, rendus réciproques, représente le pendule synchrone, nous ne pouvons mieux faire que de lui laisser la parole.

» En conservant, comme précédemment, les avantages de la grandeur de la masse, de l'invariabilité de la forme, de la solidité, de la durée indéfinie, etc., j'obtiens une disposition telle que les données fournies par l'expérience, non seulement dispensent d'avoir égard à la forme du corps, mais donnent, de plus, la position du centre d'oscillation, visible et fixée sur ce corps, de manière qu'on peut mesurer sa distance à la suspension avec la précision la plus rigoureuse et par le même procédé qu'on emploie pour vérifier la longueur d'un étalon de mesure.

» Mesurer la distance exacte du centre d'oscillation à l'axe de suspension, c'est, d'après la théorie même d'Huygens, donner la longueur du pendule synchrone, il n'y a pas de doute possible. Prony avait raison de dire, en 1818, que, dans un écrit antérieur, il avait donné l'idée première du pendule à axes réciproques.

» Le Mémoire, accompagné de figures, est tout entier de la main de Prony. Il n'est pas daté. C'était un grave embarras. M. Wolf, que nous consultâmes à ce sujet, a retrouvé, dans le *Bulletin de la Société philomathique,* t. II, p. 159, une analyse dudit Mémoire, signée J.-B. B. (probablement Jean-Baptiste Biot), avec ce titre : « *Méthode pour déterminer la longueur du pendule simple qui bat la seconde, d'après des expériences faites sur un corps solide de forme quelconque,* par le citoyen Prony ». L'analyse de J.-B. B. se rapporte exactement au Mémoire original retrouvé à l'École des Ponts et Chaussées.

» C'est le 2 vendémiaire an IX, d'après J.-B. B. que ce travail a été présenté à la première Classe de l'Institut. On lit, en effet, au procès-verbal :

» Le citoyen Prony lit un Mémoire concernant la description et la théorie analytique d'un instrument propre à déterminer la longueur du pendule à secondes. »

» Le Mémoire, si heureusement retrouvé, est donc de l'an 1800. Il établit, d'une façon péremptoire, que, le premier, Prony eut l'idée, non seu-

lement d'employer le pendule composé à la mesure de l'intensité absolue de la pesanteur, ce qui n'a jamais été contesté, mais de disposer sur le pendule composé deux couteaux dont les arêtes sont rendues, par un réglage, deux axes réciproques, faisant ainsi apparaître matériellement la longueur du pendule synchrone. »

M. C. Wolf ajoute à la présentation de la Note de M. le capitaine Defforges les réflexions suivantes :

« La Note que je viens d'analyser présente un très haut intérêt au point de vue de l'histoire du pendule. Elle nous montre d'abord de Prony, au moment où l'Académie décidait que des expériences sur la longueur du pendule à seconde, à Paris, seraient faites en même temps que les autres déterminations qui devaient conduire à l'établissement du système métrique, répondant à cette résolution par la proposition d'un système d'observation entièrement nouveau. Dans son Mémoire de 1792, il donne le moyen de déduire la longueur du pendule simple de l'observation des oscillations exécutées par un pendule rigide et invariable sur trois axes parallèles. Les Commissaires de l'Académie chargés de juger ce travail trouvèrent la méthode ingénieuse, mais longue et dispendieuse et bien plus pénible que celle du pendule quasi simple; et c'est à ce dernier que Borda et Cassini eurent recours pour déterminer la constante demandée par l'Académie. Personne ne pouvait prévoir alors que ce pendule, si simple en apparence, était soumis à une cause d'erreur provenant de la présence de l'air, que ni la théorie ni l'expérience ne parviennent encore à éliminer, tandis qu'elle peut disparaître d'elle-même dans l'emploi d'un pendule du type proposé par de Prony.

» De Prony abandonna donc pour un temps son projet; il y fut ramené, en 1798, par une circonstance qu'il raconte dans une Note manuscrite trouvée dans ses papiers à l'École des Ponts et Chaussées :

» Le célèbre horloger Breguet, membre de l'Académie et du Bureau des Longitudes, qui avait fort goûté l'idée du pendule à suspension triple ou double, proposa, en 1798, à M. de Prony, avec qui il était particulièrement lié, de construire cet instrument et de le placer dans une maison de campagne, près de Paris, où M. de Prony, qui en était propriétaire, avait construit un observatoire muni d'une lunette méridienne très bien établie et d'autres instruments astronomiques. On fabriqua d'abord un modèle de pendule à suspension double et réciproque pour diriger le travail des ouvriers; la distance des couteaux devait être de 2^{m}. Mais les missions longues et lointaines qui avaient tenu M. de Prony éloigné de Paris pendant la plus grande partie du temps écoulé

entre 1799 et 1812, ensuite la destruction de son observatoire, à l'époque de l'occupation militaire de sa maison, ont fait échouer le projet d'expériences qu'il avait conçu avec son ami Breguet.

» Ce pendule était celui de la Note de 1800, que vient de faire connaître M. Defforges. C'était, cette fois, le pendule à réversion, dans lequel la distance de deux couteaux, sur lesquels les oscillations sont d'égale durée, donne immédiatement et sans calcul la longueur du pendule simple synchrone du pendule composé.

» Ce pendule ne fut jamais exécuté; la Note de de Prony n'a pas été publiée. Le baron de Zach en avait cependant entendu parler; et lorsque Pasquich vint à Paris, en 1805, il le chargea de s'enquérir de ce que pouvait être le nouvel appareil. De Prony était absent; Pasquich ne put avoir de son pendule qu'une idée assez vague, comme le montre sa Lettre insérée dans la *Monatliche Correspondenz* (t. XII, p. 137; 1805), dans laquelle il est surtout question du pendule de 1792. Cette Lettre et l'analyse incomplète du *Bulletin de la Société philomathique*, voilà donc tout ce que l'on connaissait du pendule de de Prony. Et ces deux documents démontrent que le projet n'avait pas été compris; il ne pouvait l'être des savants d'alors, enthousiasmés de la simplicité apparente des expériences de Borda.

» Il n'est donc que juste de dire que Bohnenberger, d'une part, lorsqu'il énonça en 1811, dans son *Astronomie*, le projet d'un pendule à axes réciproques; que Kater lui-même, en 1818, lorsqu'il relevait si vertement la réclamation de de Prony, ignoraient entièrement la transformation que ce savant avait fait subir à son pendule de 1792. Les droits de ces deux inventeurs, l'un à la découverte du pendule à réversion, l'autre à l'application première de ce pendule, restent donc intacts : la loi qui règle les droits de priorité ne permet pas d'en attribuer l'honneur à une découverte qui n'a reçu aucune publicité réelle. Mais, tout en respectant les droits acquis des deux savants étrangers, il nous sera permis de revendiquer pour un Membre de l'Académie des Sciences la gloire d'avoir été le précurseur, quoique malheureusement incompris, de la révolution qui s'est opérée dans les observations du pendule depuis le commencement de ce siècle.

» L'importance historique du Mémoire de de Prony, que vient de nous faire connaître M. le capitaine Defforges, me paraît telle, que j'aurais proposé à l'Académie de pourvoir à sa publication, s'il ne devait prochainement paraître dans un Recueil de documents relatifs au pendule, dont la Société de Physique a bien voulu me charger de préparer l'impression. Je mets

sous les yeux de l'Académie les bonnes feuilles du Mémoire de M. de Prony. »

PHYSIQUE. — *Sur une correction à apporter aux déterminations par Regnault du poids d'un litre des gaz élémentaires*. Note de M. **J.-M. Crafts**, présentée par M. Mascart.

« On a signalé récemment l'omission d'une petite correction, qui changerait d'une manière appréciable le nombre déterminé par Regnault pour la densité de l'hydrogène, et je désire présenter à l'Académie quelques mesures de cette valeur faites avec les propres appareils de Regnault, que M. Mascart a eu l'obligeance de mettre à ma disposition.

» Voici très brièvement la critique adressée par Lord Rayleigh (¹) à ces expériences classiques. Cet auteur a trouvé, dans des déterminations qu'il vient de faire, le rapport pour les densités de l'hydrogène et l'oxygène égal à 15,88; tandis que Dumas, Boussingault et Regnault avaient trouvé 15,96. Tous ces observateurs ont employé la même méthode. Il explique cette petite différence de la manière suivante : on pèse un ballon d'environ 10^{lit}, vidé à la machine pneumatique, on laisse entrer le gaz à la pression atmosphérique, et l'on pèse de nouveau; mais, dans les déterminations qui ont précédé celle de Lord Rayleigh, on a négligé de tenir compte du fait, que le ballon vidé est comprimé par l'excès de pression extérieure, de sorte qu'il perd quelques centimètres cubes de son volume, et son poids apparent se trouve augmenté de celui de la quantité en moins d'air qu'il déplace. Pour mettre d'accord les chiffres de Regnault et de Lord Rayleigh, il faut admettre que la diminution de volume soit de $3^{cc},3$ sur 10^{lit}, et c'est cette mesure qu'il s'agit de vérifier sur le ballon de Regnault.

» Il n'est pas nécessaire d'insister sur l'importance qu'il y a de vérifier soigneusement toute modification proposée aux constantes de Regnault, qui sont restées depuis quarante ans le dernier mot de l'expérimentation exacte; mais aussi on peut faire remarquer que l'écart des chiffres en question, quoique très faible, est du même ordre que ceux qui décident pour ou contre l'hypothèse de Prout, hypothèse qui suppose que les poids atomiques rapportés à l'hydrogène soient des nombres simples.

(¹) *Chemical News*, t. LVII, p. 73.

» Pour donner un exemple, M. Scott [1] a trouvé que l'oxygène se combine avec l'hydrogène dans le rapport par volume de 1 à 1,9965, et suivant que l'on combine ce rapport avec les anciennes, ou avec les nouvelles déterminations de la densité de l'hydrogène, on obtient 15,99 ou bien 15,91 pour le poids atomique de l'oxygène. Le premier chiffre semble confirmer, le second invalider, l'hypothèse de Prout, qui demande le nombre 16.

» Une autre détermination récente faite par MM. Cooke et Richards [2] du poids de l'hydrogène, qui entre dans la composition d'un poids déterminé d'eau, donne pour le poids atomique de l'oxygène 15,87 avec la correction pour la contraction du ballon, et 15,95 sans la correction. La contraction observée par ces auteurs était d'environ 0,00032 du volume, chiffre qui s'accorde avec les observations de Lord Rayleigh.

» Regnault n'ignorait pas le changement de volume de ses ballons, soumis à des variations de pression, et dans d'autres expériences [3] il a appliqué la correction nécessaire.

» On peut même se servir de ses données pour calculer une valeur probable pour la contraction de son ballon de 10^{lit}, et ce calcul donne $1^{\text{cc}},3$ par atmosphère; mais il faut se rappeler que ce chiffre n'est qu'une valeur minima, basée sur la supposition que le ballon soit absolument sphérique, et les parois dans toutes leurs parties d'épaisseur égale, tandis que tout défaut de symétrie augmente la contraction possible; de là l'importance qu'aurait une mesure faite sur le propre ballon de Regnault. Malheureusement ce ballon n'existe plus, mais on a pu en trouver un autre de la même épaisseur de parois, de forme sphérique, à tige étroite, et avec la même monture à robinet, et provenant sans doute de la même commande faite par Regnault à la cristallerie de Choisy-le-Roy.

» Le ballon avec sa monture pèse environ 30^{gr} de plus que le ballon des densités et il est de $10^{\text{lit}},022$ au lieu de $9^{\text{lit}},881$.

» Sur la même balance de Deleuil qui a servi aux expériences de Regnault, on a déterminé le changement de poids du ballon rempli d'eau et immergé dans de l'eau, quand on vide la petite quantité d'air laissée dans la tige pour diminuer de 1 atmosphère la pression intérieure et qu'on ouvre ensuite le robinet. Ce changement correspond à une contraction de 0,000247 du volume par atmosphère.

---

(1) *Royal Soc. Proceeding*, t. XLII, p. 396.
(2) *American chemical Journ.*, t. X, p. 81 et 191.
(3) *Mémoires de l'Académie*, t. XXI, p. 107.

» Ainsi l'on doit ajouter 3^{mgr} aux poids de chaque gaz que Regnault a calculés pour la pression de 760^{mm}, et la Table suivante donne les densités et le poids d'un litre des gaz avec cette correction. La première colonne de la Table donne les densités de Regnault [1], la deuxième les densités corrigées, les colonnes Δ et P donnent les corrections (Δ) et les erreurs maxima (P) des pesées de Regnault ramenées à 1^{gr} des gaz. La colonne L donne les poids corrigés d'un litre de chaque gaz.

	Regnault.	Corrigé.	Δ.	P.	L.
Air.........	1,00000	1,00000	0,00000	0,00050	1,29349
N...........	0,97137	0,97138	+0,00001	0,00050	1,25647
H...........	0,06927	0,06949	+0,00317	0,00088	0,08988
O...........	1,10564	1,10562	−0,00002	0,00003	1,43011
CO^2.........	1,52910	1,52897	−0,00009	0,00007	1,97772

PHYSIQUE. — *Expériences sur le pendule non oscillant.* Note de M. **A. Boillot.**

« Le pendule oscillant qui, dans l'expérience de Foucault, démontre le mouvement de la Terre, peut servir à cette démonstration en supprimant le mouvement oscillatoire et en opérant dans une chambre.

» Voici la disposition très simple adoptée :

» Un fil de soie écrue est divisé en ses divers filaments. Le plus fin est choisi pour être étiré jusqu'à ce qu'il soit complètement dépourvu de torsion. Ce fil, long d'environ 1^m, est fixé, à l'une de ses extrémités, au centre d'un bouchon que l'on applique à la partie supérieure d'un tube en verre, dont l'extrémité inférieure entre dans un autre bouchon percé de part en part. Ce tube, soutenu par un support, peut ainsi être adapté verticalement sur l'ouverture d'un flacon. Le fil de soie descend dans l'intérieur du tube suivant son axe. Ce fil est terminé par une petite sphère en caoutchouc munie d'un index. Un poids quelconque pourrait être substitué à cette sphère, pour tendre le fil. Cette sphère ainsi suspendue au milieu du flacon paraît en repos au bout de quelques heures. Alors on peut suivre la marche de l'index, entièrement à l'abri des mouvements de l'air.

» Le sens du mouvement apparent de la sphère est celui des aiguilles

(1) Par suite d'une faute d'impression, la densité de l'acide carbonique se trouve dans les Mémoires = 1,52901.

d'une montre placée horizontalement, dans l'hémisphère boréal; c'est-à-dire que ce mouvement est de même sens que celui du mouvement apparent diurne de la voûte céleste. Une bande de papier divisée en degrés et contournant le flacon permet de mesurer l'arc parcouru en un temps donné.

» La durée d'une rotation apparente entière de la sphère devrait être, à Paris, de $31^h 52^m$ et quelques secondes, d'après l'expression $\frac{24^h}{\sin L}$, qui donne cette durée pour une latitude L. Mais cette rigueur ne peut être obtenue. Les résultats ont varié entre 32^h et 33^h et 40^h; et, lorsque l'expérience est continuée pendant quelques jours, on constate que ce temps va en augmentant. La raison en est facile à comprendre, car la torsion du fil, quoique très faible, croît continuellement.

» Un autre moyen d'opérer consiste dans l'emploi d'un barreau aimanté cylindrique, situé verticalement et attirant un clou du côté de la tête bien arrondie, mais sans la toucher. Celui-ci est fixé dans un bouchon, lequel soutient un fil de soie terminé par une aiguille dont la pointe repose légèrement sur le centre de la concavité d'un verre de montre. Ce petit appareil, bien équilibré, placé sous une cloche en verre, ne pourrait donner de bons résultats qu'en parvenant à déterminer une attraction de l'aimant sur la tête métallique parfaitement égale sur tous les points de sa circonférence. C'est une condition assez difficile à réaliser, mais qui peut être obtenue en prenant certaines précautions.

» Ces expériences sont continuées, au moyen d'un barreau aimanté cylindrique, pouvant supporter un poids de 400^{gr} à 500^{gr}. Des résultats concluants pourront probablement être communiqués d'ici peu à l'Académie.

» En joignant à ces expériences celle d'un petit pendule oscillant, attaché au-dessus ou au-dessous des pôles d'une sphère tournant sur son axe vertical et ayant un mouvement de translation (appareil appelé *galioscope*), on a tout ce qu'il faut pour montrer expérimentalement la relation qui existe entre le pendule et la rotation de la Terre. »

ÉLECTRICITÉ. — *Mesure de la vitesse d'éthérification à l'aide des conductibilités électriques*. Note de M. **Negreano**, présentée par M. Lippmann.

« Je me suis proposé de mesurer la vitesse des réactions chimiques qui ont lieu entre certains corps résistants au moment de la variation de leurs résistances électriques. Ces résistances ont été mesurées d'après la méthode électrométrique indiquée par M. Lippmann.

» Le circuit était formé d'une pile d'un ou de plusieurs éléments, du liquide contenu dans le tube en verre à quatre branches de M. Foussereau, et d'un trait de graphite, tracé sur de l'ébonite, dont on avait mesuré la résistance à l'aide d'une boîte de 10^5 ohms. Les différences de potentiel, prises sur le liquide et sur le trait de graphite, étaient mesurées, à l'aide de l'électromètre capillaire, par une force électromotrice compensatrice, prise sur un circuit secondaire, formé d'un élément Daniell et un système de deux boîtes de 10^4 ohms.

» A l'aide de cette méthode, j'ai pu étudier l'action de l'acide acétique sur l'alcool absolu anhydre, pris dans les proportions de leurs équivalents.

» On sait que l'éthérification de l'alcool par l'acide acétique ne se fait que lentement, progressivement et avec une vitesse qui dépend de différentes circonstances. En outre, la transformation de l'alcool et de l'acide n'est jamais complète, c'est-à-dire qu'il y a une limite à la transformation, atteignant les $\frac{2}{3}$ de l'équivalent primitif.

» Ce sont ces circonstances que j'ai étudiées au moyen des résistances électriques.

» Comme à une altération dans la masse liquide correspond une variation de résistance, j'ai cherché une relation qui puisse lier ces deux variables. A cet effet, je suis parti des liquides d'altération connue, et déterminant leurs résistances individuelles, et ensuite celle de leur mélange, je me suis assuré qu'une pareille relation serait

$$\alpha = K\frac{R_0 - R}{R},$$

où α est la fonction d'équivalent ou d'acide éthérifié, R_0 la résistance initiale du mélange, l'alcool et l'acide étant pris dans les proportions de leurs équivalents, R la résistance du liquide éthéré, K une constante.

» Cela posé, il était facile d'étudier : 1° la vitesse de l'éthérification dépendant de la température; 2° l'existence d'une limite à l'éthérification.

» *Vitesse d'éthérification.* — En étudiant la vitesse de l'éthérification, je me suis surtout attaché à mettre en évidence que les vitesses des réactions et, en particulier, des réactions lentes, appartenant à la Chimie organique, peuvent être étudiées par la variation des résistances électriques. On connaît l'importance attribuée, dans ces derniers temps, à la vitesse des réactions, afin de différentier les corps isomères. Les résistances électriques, variant dans des rapports beaucoup plus considérables, permettront, avec plus de profit, de différentier de pareils corps.

» Dans le cas particulier qui a fait l'objet de mes recherches, j'ai trouvé que la résistance électrique d'un mélange parfaitement homogène d'alcool et d'acide, pris dans les proportions de leurs équivalents, diminue avec le temps. La diminution est très considérable dans les premiers instants. En outre, les variations de résistances sont d'autant plus grandes que le liquide est porté et maintenu à une température plus haute.

» Ainsi, un liquide de résistance initiale 480130 ohms, maintenu pendant 735^m à 65°, n'avait plus que 258350 ohms; le même liquide, maintenu pendant 720^m à 75°, avait comme résistance 201140, ce qui correspond à une altération de $\frac{1}{25}$ dans le premier cas, et de $\frac{1}{13}$ dans le second.

» Par des mesures des résistances des liquides de plns en plus modifiés, on s'est assuré que la vitesse de l'altération diminue à mesure que l'altération du liquide devient plus prononcée.

» *Existence d'une limite à l'éthérification.* — Elle est mise en évidence par la non-variabilité du mélange d'altération, $\frac{2}{3}$ d'équivalent, qui, maintenu pendant longtemps à des températures variant de 65° à 75°, n'a pas changé sensiblement de résistance. En outre, les mélanges d'altération moindre éprouvent, dans les mêmes conditions, une diminution de résistance.

» *Relation entre la résistance et le temps.* — On peut se proposer de déterminer la forme de la courbe $f(R, t, \theta)$ qui lie la résistance R au temps t, θ étant un paramètre variable et représentant la température.

» Je remarque d'abord que la construction graphique des courbes d'altération, où l'on porte t en abscisses et $\alpha = K\frac{R_0 - R}{R}$ en ordonnées, montre que le coefficient angulaire de la courbe décroît avec le temps. On conclut que la vitesse des réactions diminue à mesure que les masses réagissantes d'alcool et d'acide acétique diminuent; comme, d'ailleurs, la vitesse est nulle à la limite de l'altération l, on est conduit à poser, comme M. Berthelot, la relation

$$\frac{d\alpha}{dt} = A\left(1 - \frac{\alpha}{e}\right)^2,$$

A étant un coefficient dépendant de la température θ.

» Remplaçant α par $K\frac{R_0 - R}{R}$, la relation précédente devient, en remarquant que $l = K\frac{R_0 - R}{R}$,

$$\frac{dK\frac{R_0 - R}{R}}{dt} = A\left[1 - \frac{R_1}{R_0 - R_1}\,\frac{R_0 - R}{R}\right]^2.$$

» Posant $\frac{R_0 - R_1}{R_1} = L$, intégrant, et déterminant la constante d'intégration par la condition que, pour $t = 0$, $R = R_0$, on trouve l'équation

$$A(L+1)tR - AR_0 t + KLR - KLR_0 = 0,$$

qui est une hyperbole, d'asymptotes

$$A(L+1)t + KL = 0 \qquad \text{et} \qquad (L+1)R - R_0 = 0,$$

parallèles aux axes (¹). »

THERMOCHIMIE. — *Sur les dérivés azoïques de la benzine.* Note de M. P. **Petit**, présentée par M. Berthelot.

« J'ai déterminé les chaleurs de formation des composés azoïques dérivés de la benzine : azoxybenzol $C^{24}H^{10}Az^2O^2$, azobenzol $C^{24}H^{10}Az^2$, hydrazobenzol $C^{24}H^{12}Az^2$, ainsi que la chaleur de formation de la phénylhydrazine $C^{12}H^5Az(AzH^3)$. Ces quatre corps peuvent être considérés comme des produits de réduction intermédiaires entre la nitrobenzine et l'aniline.

» Les composés azoïques ont été purifiés par plusieurs cristallisations dans l'alcool, et la phénylhydrazine a été distillée dans le vide. Chacun de ces corps a été soumis à l'analyse et n'a été employé qu'après avoir donné des nombres satisfaisants.

» Les déterminations ont été faites au moyen de la bombe calorimétrique, avec les bienveillants conseils de M. Berthelot.

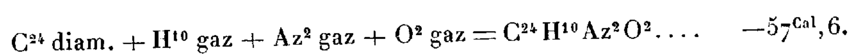
» Voici les nombres fournis par les composés azoïques :

Azoxybenzol.

Poids.	Chaleur de combustion de 1gr.
gr	Cal
0,6170	+7,716
0,6969	+7,724
0,5887	+7,735
Moyenne	+7,725
Chaleur de combustion de 1éq à volume constant	1529Cal,55
» à pression constante	1530Cal,6

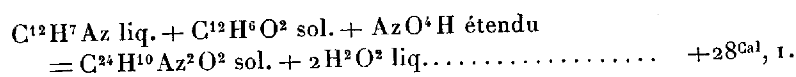
(¹) Ce travail a été fait au Laboratoire des Recherches physiques de la Sorbonne.

et pour la chaleur de formation :



$$C^{24} \text{ diam.} + H^{10} \text{ gaz} + Az^{2} \text{ gaz} + O^{2} \text{ gaz} = C^{24}H^{10}Az^{2}O^{2} \ldots \quad -57^{Cal},6.$$

» Ainsi que l'a montré M. Berthelot, nous pouvons considérer l'azoxybenzol comme résultant de la combinaison de l'aniline et du phénol en présence de l'acide nitreux, avec élimination de 2 molécules d'eau,



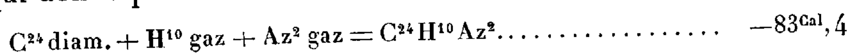
$$C^{12}H^{7}Az \text{ liq.} + C^{12}H^{6}O^{2} \text{ sol.} + AzO^{4}H \text{ étendu}$$
$$= C^{24}H^{10}Az^{2}O^{2} \text{ sol.} + 2H^{2}O^{2} \text{ liq.} \ldots \quad +28^{Cal},1.$$

Azobenzol.

Poids.	Chaleur de combustion de 1gr.
gr	Cal
0,7517	+8,529
0,6080	+8,544
0,7414	+8,559
Moyenne	+8,544

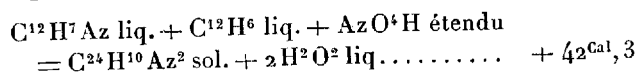
Chaleur de combustion de 1éq à volume constant.... 1555Cal,0
» à pression constante.. 1556Cal,4

ce qui donne pour la chaleur de formation à partir des éléments :



$$C^{24} \text{ diam.} + H^{10} \text{ gaz} + Az^{2} \text{ gaz} = C^{24}H^{10}Az^{2} \ldots \quad -83^{Cal},4$$

» Nous pouvons obtenir l'azobenzol au moyen de l'aniline et de la nitrosobenzine, avec élimination d'eau. Cette réaction, réalisée par Bayer, est exothermique.



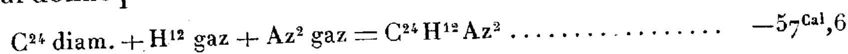
$$C^{12}H^{7}Az \text{ liq.} + C^{12}H^{6} \text{ liq.} + AzO^{4}H \text{ étendu}$$
$$= C^{24}H^{10}Az^{2} \text{ sol.} + 2H^{2}O^{2} \text{ liq.} \ldots \quad +42^{Cal},3$$

Hydrazobenzol.

Poids.	Chaleur de combustion de 1gr.
gr	Cal
0,6314	+8,683
0,6869	+8,697
0,5433	+8,675
Moyenne	+8,685

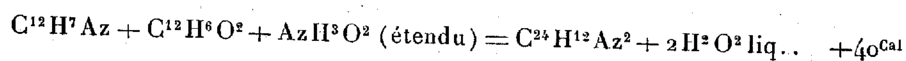
Chaleur de combustion de 1éq à volume constant.... 1598Cal,0
» » à pression constante ... 1599Cal,6

ce qui donne pour la chaleur de formation à partir des éléments :



$$C^{24} \text{ diam.} + H^{12} \text{ gaz} + Az^{2} \text{ gaz} = C^{24}H^{12}Az^{2} \ldots \quad -57^{Cal},6$$

» L'hydrazobenzol peut être considéré comme dérivé de l'aniline et du phénol en présence de l'oxyammoniaque, avec élimination d'eau. Cette réaction serait exothermique



$$C^{12}H^7Az + C^{12}H^6O^2 + AzH^3O^2 \text{ (étendu)} = C^{24}H^{12}Az^2 + 2H^2O^2 \text{ liq.} \ldots \quad +40^{Cal}$$

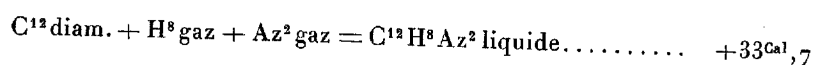
» Nous pouvons ainsi dériver les trois composés azoïques de l'aniline et du phénol en présence de composés simples de l'azote, et cela par des réactions exothermiques.

» L'étude de l'hydrazobenzol présente quelques difficultés, à cause de la facilité avec laquelle il s'oxyde. Dans l'oxygène comprimé, l'hydrazobenzol se transforme superficiellement en azobenzol, et, si l'on ne tient pas compte de cette altération, on obtient une chaleur de combustion trop faible. On peut obvier à cet inconvénient en enfermant l'hydrazobenzol dans une ampoule en collodion très mince, que l'on ferme hermétiquement par un fil de platine. Cette enveloppe, dont le poids ne dépasse pas $0^{gr},02$ et dont la chaleur de combustion est connue, préserve absolument l'hydrazobenzol, comme on l'a vérifié par une expérience directe.

» Ces mêmes ampoules, dont l'idée première revient à M. Berthelot, peuvent être également utilisées pour la combustion des liquides volatils. Je les ai employées pour la phénylhydrazine et j'ai obtenu les résultats suivants :

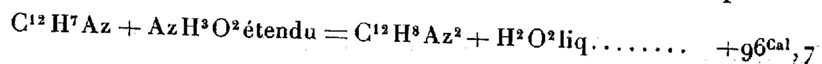
Poids.	Chaleur de combustion de 1^{gr}.
gr	Cal
0,7253	+7,451
0,5097	+7,458
0,6862	+7,461
Moyenne	7,456
Chaleur de combustion de $1^{éq}$ à volume constant	$805^{Cal},24$
» » à pression constante	$806^{Cal},3$

» Chaleur de formation à partir des éléments :



$$C^{12} \text{diam.} + H^8 \text{gaz} + Az^2 \text{gaz} = C^{12}H^8Az^2 \text{ liquide} \ldots \quad +33^{Cal},7$$

» On peut dériver la phénylhydrazine de l'aniline et de l'oxyammoniaque avec élimination d'eau. Ce mode de formation est exothermique

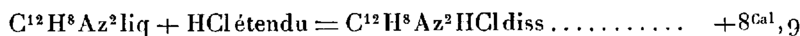


$$C^{12}H^7Az + AzH^3O^2 \text{étendu} = C^{12}H^8Az^2 + H^2O^2 \text{liq.} \ldots \quad +96^{Cal},7$$

» Le chlorhydrate de phénylhydrazine est formé, lui aussi, avec un grand

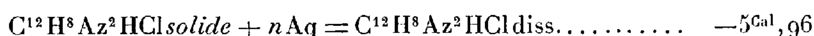
dégagement de chaleur; ce fait rapproche la phénylhydrazine des bases telles que l'ammoniaque, l'éthylamine.

» J'ai déterminé la chaleur dégagée par la dissolution de la phénylhydrazine liquide dans l'acide chlorhydrique étendu, ce qui m'a fourni :



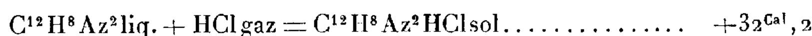
$C^{12}H^8Az^2$liq + HCl étendu = $C^{12}H^8Az^2$HCl diss .... $+8^{Cal},9$

» J'ai déterminé ensuite la chaleur de dissolution du chlorhydrate solide à la même température vers 15°,



$C^{12}H^8Az^2$HCl *solide* + *n* Aq = $C^{12}H^8Az^2$HCl diss........... $-5^{Cal},96$

» On en déduit, par conséquent,



$C^{12}H^8Az^2$liq. + HCl gaz = $C^{12}H^8Az^2$HCl sol............... $+32^{Cal},2$

nombre voisin de celui qui correspond au chlorhydrate d'ammoniaque, dont la formation à partir de la base et de l'acide gazeux dégage $+42^{Cal},5$ suivant les mesures de M. Berthelot. »

THERMOCHIMIE. — *Formation thermique des sels de phénylènes diamines. Recherches sur la paraphénylène diamine.* Note de M. **Léo Vignon**, présentée par M. Berthelot.

« Aucune diamine n'a été examinée encore au point de vue de la formation thermochimique de ses sels. Pour combler cette lacune, j'ai entrepris de mesurer les quantités de chaleur dégagées par l'union de certains acides avec les trois phénylènes diamines. Ces déterminations permettent, en outre, d'étudier, ainsi que l'ont fait MM. Berthelot et Werner pour les phénols diatomiques, un cas intéressant d'isomérie.

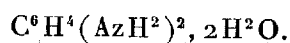
» J'ai l'honneur de présenter aujourd'hui les résultats fournis par la paraphénylène diamine, en joignant à ce travail l'étude de trois composés nouveaux, un hydrate, un sulfate et un oxalate dérivés de cette base.

» Les sels de paraphénylène diamine ont été jusqu'ici très sommairement décrits : on a signalé seulement un chlorhydrate, un bromhydrate, un iodhydrate, un chlorostannate et un chloroplatinate.

» La paraphénylène diamine employée a été préparée par réduction de la paranitraniline pure au moyen de l'étain et de l'acide chlorhydrique. La réaction étant terminée, l'étain a été précipité par l'hydrogène sulfuré. La base, extraite de la solution aqueuse rendue alcaline, au moyen de l'éther,

a été purifiée par des distillations, puis par sublimation dans un courant d'hydrogène. Elle fondait à 140°, et passait à la distillation à 267°-268°.

» *Hydrate de paraphénylène diamine.* — Si l'on abandonne au refroidissement une solution aqueuse bouillante et saturée de paraphénylène diamine, il se dépose des lamelles blanches transparentes à forme de losange, paraissant appartenir à un système clinorhombique. Séché à l'air, dans des doubles de papier buvard, ce corps renferme



$$C^6H^4(AzH^2)^2, 2H^2O.$$

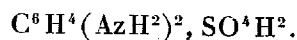
» 1^{gr} de ce corps a perdu, à 95° :

	Pour 100.	Théorie.
Eau......................	25,4	25

» Cet hydrate fond à 80°, il s'effleurit dans le vide en perdant de l'eau et se colore en rose au contact de l'air.

» *Sulfate neutre de paraphénylène diamine.* — Ce corps s'obtient directement, en quantité théorique et à l'état cristallisé, quand on mélange une solution aqueuse saturée de 1^{mol} de paraphénylène diamine avec une solution aqueuse de 1^{mol} d'acide sulfurique.

» Il se précipite immédiatement en paillettes cristallines à éclat micacé. Ce sel répond à la formule



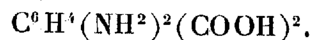
$$C^6H^4(AzH^2)^2, SO^4H^2.$$

» $0^{gr},7402$ de matière calcinée avec de la potasse et du nitrate de potassium purs, ont donné, après dissolution dans l'eau et précipitation par le chlorure de baryum en liqueur acide, $0^{gr},844$ de sulfate de baryum, ce qui correspond à :

	Pour 100.	Théorie.
Acide sulfurique...........	47,86	47,57

» Ce sulfate est très peu soluble dans l'eau froide (1 partie dans 714 parties à 15°). Sa solution rougit le papier de tournesol bleu.

» *Oxalate neutre de paraphénylène diamine.* — Comme le sel précédent, ce corps se précipite à l'état cristallin quand on mélange des solutions aqueuses de paraphénylène diamine et d'acide oxalique, molécule à molécule. Cet oxalate renferme



$$C^6H^4(NH^2)^2(COOH)^2.$$

$1^{gr},280$ de ce sel, calciné avec la potasse pure, a donné, après dissolution

et précipitation par une solution aqueuse de chlorure de baryum, un poids de carbonate de baryum correspondant à :

	Pour 100.	Théorie.
Acide carbonique	22,34	22,2

» L'oxalate de paraphénylène diamine ne fond pas, il est très peu soluble dans l'eau, 1 partie se dissout à 15° dans 666 parties de ce dissolvant. Les solutions aqueuses rougissent le papier de tournesol.

» Les chaleurs de formation de ces deux sels, à partir de la base et des acides dissous, ont été mesurés pour les sels solides, par deux méthodes différentes *a* et *b*, qui ont fourni sensiblement les mêmes résultats.

» *a*. Par saturation directe de la base dissoute ($1^{mol} = 10^{lit}$) par l'acide dissous ($1^{mol} = 10^{lit}$), le sel résultant précipité.

» *b*. Par dissolution des sels solides dans la soude dissoute ($2^{mol} = 10^{lit}$), la paraphénylène diamine restant dissoute.

» On a trouvé :

	a. Directement.	*b*. Par la soude.
Oxalate	$22^{Cal},20$	$22^{Cal},90$
Sulfate..............	$19^{Cal},20$	$20^{Cal},00$

» *Formation de l'hydrate et des sels de paraphénylène diamine.* — On peut dissoudre dans 100^{gr} d'eau, vers 10°-12°, $1^{gr},08$ de paraphénylène diamine, ce qui correspond à 1^{mol} comptée en grammes (108) dans 10^{lit} d'eau. La dissolution exige environ dix minutes, pendant lesquelles il faut agiter constamment le mélange.

» On a fait agir successivement sur cette solution, après avoir mesuré la chaleur dégagée par la dissolution de la paraphénylène diamine :

	Dans eau.
1^{mol} d'acide chlorhydrique..................	5^{lit}
2 »	10
$\frac{1}{2}$ d'acide sulfurique.....................	5
1 »	10
1 d'acide acétique.......................	5
2 »	10
$\frac{1}{2}$ d'acide oxalique.......................	5
1 »	10

de manière à former des sels basiques et des sels neutres.

» Le Tableau suivant résume les résultats; nous y avons joint les chiffres relatifs à la dissolution de la paraphénylène diamine et de son hydrate :

	Cal
Paraphénylène diamine [$C^6H^4(AzH^2)^2$ en gr. + Aq = 10^{lit}].......	− 3,8
Hydrate diamine [$C^6H^4(AzH^2)^2 2H^2O$ + Aq = 10^{lit}]............	− 7,4
D'où l'on déduit $C^6H^4(AzH^2)^2 + 2H^2O$ dégage................	+ 3,6
$C^6H^4(AzH^2)^2$ dans 10^{lit} d'eau + 1 HCl dans 5^{lit} d'eau dégage......	+ 8,8
» + 2 HCl dans 10^{lit} d'eau dégage.....	+14,7
» + $\frac{1}{2}SO^4H^2$ dans 5^{lit} d'eau dégage....	+ 9,6
» + 1 SO^4H^2 dans 10^{lit} d'eau dégage...	+19,2 (sel crist.)
» + 1 CH^3CO^2H dans 5^{lit} d'eau dégage.	+ 7,2
» + 2 CH^3CO^2H dans 10^{lit} d'eau dégage.	+ 8,4
» + $\frac{1}{2}(COOH)^2$ dans 5^{lit} d'eau dégage.	+ 8,8
» + 1 $(COOH)^2$ dans 10^{lit} d'eau dégage.	+22,2 (sel crist.)

» On peut tirer de ces chiffres les conclusions suivantes :

» La saturation d'une des fonctions basiques de la paraphénylène diamine diminue l'intensité de la fonction qui reste libre, pour les sels dissous. Cet effet est d'autant plus marqué que l'acide est plus faible.

» Enfin, la paraphénylène diamine, en tant que base mono-acide tout au moins, est une base plus forte que l'aniline. »

CHIMIE. — *Action du carbonate de calcium sur les chlorure et bromure de cadmium*. Note de M. A. DE SCHULTEN, présentée par M. Fouqué.

« Dans l'intention de produire du carbonate de cadmium cristallisé par le même procédé que de Senarmont [1] a employé pour préparer des carbonates cristallisés de zinc, de fer, etc., j'ai chauffé une solution de chlorure de cadmium avec des morceaux de marbre en tube scellé à 200°. Le résultat de mon expérience montre que le carbonate de cadmium cristallisé ne peut s'obtenir par ce procédé et que le carbonate de calcium n'agit pas sur le chlorure de cadmium selon l'équation



$$CdCl^2 + CaCO^3 = CaCl^2 + CdCO^3;$$

car, en ouvrant le tube scellé après cette opération, j'ai constaté qu'il renfermait une certaine quantité d'acide carbonique libre et j'ai recueilli

[1] *Comptes rendus*, t. XXXII, p. 409.

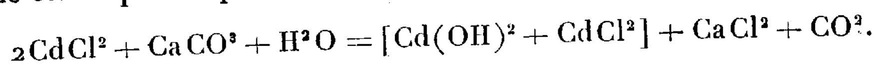
de petits cristaux de forme hexagonale qui se dissolvaient dans l'acide chlorhydrique sans effervescence.

» Les cristaux étant souvent souillés par de petits grains de carbonate de calcium détachés des morceaux de marbre, j'ai été obligé d'employer des bâtons de marbre poli pour obtenir de la matière pure pour l'analyse. J'ai chauffé ces bâtons de marbre avec une solution de chlorure de cadmium en vase clos à 200°, pendant vingt-quatre à quarante-huit heures. Si la solution du chlorure de cadmium est concentrée, on obtient des cristaux en assez grande quantité, mais ils sont très petits; si, au contraire, la solution est plus étendue, on n'obtient qu'une petite quantité de cristaux ayant de plus grandes dimensions.

» L'analyse de ces cristaux a fourni les nombres suivants, qui conduisent à la formule $[Cd(OH)^2 + CdCl^2]$:

	Trouvé.	Calculé.
Cd	67,71	68,05
Cl	21,46	21,59
H^2O	5,17	5,49
O (par diff.)	5,66	4,87
	100,00	100,00

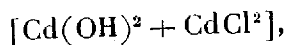
» L'action du carbonate de calcium sur le chlorure de cadmium peut donc être exprimée par l'équation



$$2CdCl^2 + CaCO^3 + H^2O = [Cd(OH)^2 + CdCl^2] + CaCl^2 + CO^2.$$

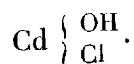
» Si l'on chauffe le corps résultant de cette réaction à 280°, la perte ne s'élève qu'à quelques dixièmes pour 100. Chauffé au rouge sombre, il perd toute la quantité d'eau qu'il renferme et se décompose en oxyde de cadmium noir et en chlorure de cadmium qui se volatilise en partie. Pour déterminer l'eau sans perte de chlorure, il suffit de chauffer le corps dans un tube de verre étroit.

» En tenant compte de ce fait que le corps ne perd son eau qu'à une température élevée, je suis amené à l'envisager comme une combinaison de l'hydrate de cadmium avec le chlorure du même métal



$$[Cd(OH)^2 + CdCl^2],$$

ou bien comme un chlorohydrate ou une chlorhydrine de cadmium



$$Cd \left\{ \begin{matrix} OH \\ Cl \end{matrix} \right. .$$

» La densité des cristaux est 4,56 à 15°. Au microscope, ils se présentent sous la forme de prismes hexagonaux pyramidés, transversalement striés. L'extinction en lumière polarisée parallèle est longitudinale. Le signe d'allongement est négatif. La biréfringence est forte (au moins 0,035). Les sections transversales demeurent éteintes dans toutes les orientations. En lumière polarisée convergente, elles présentent la croix noire des minéraux à un axe. Avec le mica quart d'onde, on y vérifie le signe négatif du cristal.

» Si l'on chauffe de l'hydrate de cadmium avec une solution de chlorure de cadmium en tube scellé à 200°, il se produit des cristaux extrêmement petits, semblables à ceux que j'ai décrits plus haut, et mélangés à des grains de forme irrégulière. L'hydrate de cadmium est d'ailleurs attaqué par une solution de chlorure, bromure ou iodure de cadmium, même à froid. On observe, en effet, que de l'hydrate de cadmium cristallisé qu'on a mis au contact d'une solution d'un de ces sels se transforme, au bout de quelque temps, en une matière amorphe.

» D'après M. Habermann [1], on obtient un corps ayant la même composition centésimale que les cristaux que j'ai décrits ci-dessus, si l'on précipite par l'ammoniaque étendue une solution concentrée de chlorure de cadmium, chauffée à l'ébullition. En examinant ce précipité au microscope, on voit qu'il est amorphe.

» En faisant réagir le carbonate de calcium sur une solution de bromure de cadmium en vase clos à 200°, on obtient des cristaux du bromure basique $Cd\left\{\begin{matrix}OH\\Br\end{matrix}\right.$. L'analyse de ces cristaux a fourni les nombres suivants :

	Trouvé.	Calculé.
Cd	53,89	53,55
Br	37,71	38,29
$H^2O + O$ (par diff.)	8,40	8,16
	100,00	100,00

» La densité de ces cristaux est 4,87 à 15°.

» Au microscope, ils se présentent en lamelles minces incolores, transparentes, dont les formes, la macle en fer de lance, la réfringence, la biréfringence, l'aplatissement sur g^1, l'angle de 32° sur cette face de chaque côté de la ligne de macle sont identiques à ce qu'on observe avec

(1) *Monatshefte für Chemie*, t. V, p. 432.

le gypse, qui pourtant présente une composition sans analogie avec celle de ce bromure. Il existe cependant une différence optique entre ces deux corps. Dans le bromure en question, la bissectrice aiguë est perpendiculaire à g^1, au lieu de lui être parallèle, et l'angle des axes optiques 2V est seulement de 25° environ.

» Si l'on chauffe du carbonate de calcium avec une solution d'iodure de cadmium à 200°, il ne se produit pas de précipité. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la formation d'acide amidobutyrique par fixation directe d'ammoniaque sur l'acide crotonique.* Note de M. **Engel**, présentée par M. Friedel.

« Dans de précédentes Communications, j'ai indiqué que certains composés organiques non saturés sont susceptibles de fixer directement les éléments de l'ammoniaque, pour donner des corps à fonction amine. Si le composé non saturé possède la fonction acide, le produit obtenu sera une amine-acide. C'est ainsi que les acides maléique et fumarique se transforment, avec la plus grande facilité, en acide aspartique.

» L'acide α-crotonique jouit également de la propriété de fixer les éléments de l'ammoniaque. Le produit obtenu est de l'acide amidobutyrique.

» L'opération se conduit de la manière suivante : on dissout 25^{gr} d'acide crotonique dans 200^{cc} d'une solution aqueuse d'ammoniaque renfermant 100^{mol} à 115^{mol} (en milligrammes) de gaz ammoniac dans 10^{cc} de solution, puis on répartit le liquide dans plusieurs tubes de verre qu'on scelle à la lampe et qu'on chauffe à 100-105° pendant dix heures. On évapore alors le contenu des tubes à consistance sirupeuse. On reprend la masse par de l'eau et l'on chauffe avec de l'oxyde de plomb jusqu'à ce que tout le gaz ammoniac ait été chassé. On précipite le plomb par l'hydrogène sulfuré, on filtre pour séparer le sulfure de plomb et l'on évapore.

On obtient ainsi un liquide sirupeux qui ne cristallise qu'après un temps souvent fort long. La cristallisation est facile à déterminer, lorsqu'on possède des cristaux d'une première opération. Le corps ainsi obtenu est en cristaux blancs, non déliquescents, mais extrêmement solubles dans l'eau. Il se dissout dans environ son poids d'eau à la température ordinaire. L'alcool le dissout également, en notable proportion, surtout à chaud. L'éther le précipite de sa solution alcoolique. Lorsque la précipitation par l'éther

a lieu lentement, le corps cristallise en houppes de fines aiguilles soyeuses. (On peut ainsi purifier, avec facilité, le produit brut obtenu par évaporation de la solution mère.) Il ne perd pas d'ammoniaque sous l'influence de la potasse aqueuse, même à 100°. L'acide chlorhydrique bouillant ne le décompose pas davantage.

» Chauffé avec de la chaux sodée, ce nouveau corps dégage de l'ammoniaque.

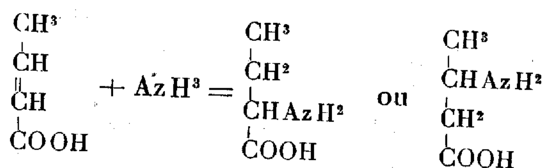
	Trouvé.	Calculé pour $C^4H^9AzO^2$.
Az pour 100..............	13,42	13,59

» Il dissout abondamment certains oxydes métalliques. Il se combine notamment avec l'oxyde de cuivre fraîchement précipité, en donnant une liqueur d'un beau bleu céleste. Par évaporation de cette solution, on obtient de gros cristaux qui sont un peu efflorescents dans l'air sec. Ils ne paraissent pas perdre la totalité de leur eau de cristallisation à 100°. Ils ont donné à l'analyse les résultats suivants :

	I.	II.	III.	Calculé pour la formule $(C^4H^8AzO^2)^2Cu + 4H^2O$.
Az pour 100.......	8,3	8,26	»	8,24
H^2O (¹) pour 100..	18,5	18,7	»	21,2
Cu pour 100.......	18.5	18,5	18,6	18,7

» La théorie prévoit l'existence de plusieurs acides amido-butyriques.

» Dans le cas particulier, on pouvait obtenir soit l'acide α-amidobutylique, soit l'acide β-amidobutyrique, comme le font comprendre les formules suivantes :



$$\begin{matrix} CH^3 \\ | \\ CH \\ \| \\ CH \\ | \\ COOH \end{matrix} + AzH^3 = \begin{matrix} CH^3 \\ | \\ CH^2 \\ | \\ CHAzH^2 \\ | \\ COOH \end{matrix} \quad \text{ou} \quad \begin{matrix} CH^3 \\ | \\ CHAzH^2 \\ | \\ CH^2 \\ | \\ COOH \end{matrix}$$

» Aucun fait, à ma connaissance, ne permet de prévoir si le groupe amidogène se fixera, dans ces conditions, sur le charbon le plus voisin ou le plus éloigné du groupe COOH.

» L'acide β-amidobutyrique n'est pas connu, c'est à peine s'il a été entrevu par M. Balbiano. L'acide α-amidobutyrique a été obtenu par

(¹) Par perte à 100.

MM. Friedel et Machuca. Ces chimistes indiquent qu'il est *assez* soluble dans l'eau. D'après M. Schneider, il faut 3,5 parties d'eau pour dissoudre 1 partie d'acide α-amidobutyrique.

» Le corps que j'ai obtenu, par l'action de l'ammoniaque sur l'acide crotonique, est beaucoup plus soluble, puisqu'il suffit de 1 partie d'eau pour le dissoudre. Il paraît donc être l'acide β-amidobutyrique. Cette conclusion est corroborée par les propriétés de son sel de cuivre. L'α-amidobutyrate de cuivre n'a pas été analysé, mais M. Heintz le décrit comme assez peu soluble dans l'eau, pour donner une solution à peine colorée même à chaud. Le sel de cuivre que j'ai décrit plus haut est au contraire assez soluble dans l'eau, pour donner, même à froid, une solution d'une couleur bleu intense.

» En résumé, l'acide crotonique fixe les éléments de l'ammoniaque, à 100° déjà, et avec la plus grande facilité. Le rendement est presque théorique. Il paraît ne se former, comme produits secondaires qu'un peu d'acide oxybutyrique. Le produit amido est un acide amidobutyrique et très probablement l'acide β-amidobutyrique. Dans un travail ultérieur, je comparerai les propriétés des divers acides amidobutyriques. »

COSMOLOGIE. — *Météorite diamantifère tombé le* 10/22 *septembre* 1886, *en Russie, à Nowo-Urei, gouvernement de Penza.* Note de MM. **Ierofeieff** et **Latchinoff**, présentée par M. Daubrée.

« Le 10/22 septembre 1886, à la suite des phénomènes habituels qui accompagnent l'arrivée des météorites sur notre globe, il tomba trois pierres près du village Nowo-Urei dans le gouvernement de Penza, au sud-est de la Russie. L'une d'elles se perdit dans un marais; la deuxième fut recueillie par un paysan qui, entraîné par une croyance superstitieuse, mangea cette merveilleuse substance tombée du ciel; la troisième a été offerte au Cabinet minéralogique de l'Institut des forêts de Saint-Pétersbourg (1), où elle a été l'objet d'un examen approfondi, tant au point de vue minéralogique qu'au point de vue chimique.

» Cette pierre, avant d'être ébréchée, pesait environ 1^{kg},900. Une partie de sa surface est remarquable par les piézoglyptes profonds que l'action

(1) Sauf, toutefois, un éclat dont le Muséum d'Histoire naturelle a acheté un fragment du poids de 30^{gr}.

mécanique de l'atmosphère y a creusés pendant son rapide trajet. Cette surface est dépourvue de croûte, ainsi qu'on l'a constaté déjà pour plusieurs météorites noires, telles que celles de Tadjera. La cassure est à peu près noire et piquetée de petites parcelles, les unes blanches, les autres métalliques; elle est irrégulière et rude, mais ne présente pas, comme il arrive si souvent, la structure en globules ou chondres. Sa densité est de 3,46.

» D'après les analyses répétées qui en ont été faites, la météorite de Nowo-Urei se compose de péridot et de pyroxène en fragments, entre lesquels est interposé un mélange de fer natif nickelé et de substances charbonneuses; la présence de la pyrrhotine et du fer chromé y a été aussi reconnue.

» Ces diverses substances ont été trouvées dans les proportions suivantes :

Péridot	67,48
Pyroxène	23,82
Fer nickelé	5,45
Pyrrhotine	0,43
Chromite	0,65
Substances charbonneuses	2,26
Total	100,09

» D'après les attaques successives auxquelles la substance a été soumise, l'eau régale, l'acide fluorhydrique, le bisulfate de potasse, ainsi que par le traitement de Brody adopté par M. Berthelot, les auteurs ont constaté que la partie charbonneuse consiste en un mélange de charbon amorphe et de diamant, peut-être de la variété dite *carbonado*, l'un et l'autre à l'état de grains microscopiques.

» Le diamant a d'abord été reconnu à sa dureté, qui lui permet de mordre rapidement sur la surface polie d'un corindon; celle-ci devient mate en se recouvrant de stries fines.

» De plus, la densité moyenne, égale à 3,1, se rapproche de celle du diamant (3,5).

» Enfin, chauffée dans un courant d'oxygène, la substance brûle avec dégagement d'acide carbonique; cette expérience conduit à une composition de

Carbone	95,40
Cendres	3,23
	98,63

» En résumé, MM. Ierofeieff et Latschinoff sont amenés à conclure que la météorite de Nowo-Urei contient, outre du carbone amorphe dans la proportion de 1,26 pour 100, du diamant ou carbonado dans la proportion de 1 pour 100 et en poussière très fine. Les auteurs font remarquer que, la météorite pesant 1762^{gr}, elle renferme 17,62 de diamant, soit 85,43 carats.

» Cette découverte du diamant dans une météorite n'est pas aussi extraordinaire qu'elle le paraît au premier abord.

» Le fer météorique ou holosidère d'Arva, en Hongrie, n'est pas seulement remarquable par sa forte proportion de phosphore, à l'état de phosphure de fer et de nickel, ou schreibersite, qu'il contient : du graphite, sous la forme d'un cube, portant la modification du dodécaèdre pentagonal, avait fait supposer à Haidinger, qui en avait signalé l'existence, que ce cristal pouvait dériver, par pseudomorphose, de pyrite de fer à laquelle le graphite se serait substitué. Mais Gustave Rose, avec la perspicacité de minéralogiste qui le caractérisait, remarque que ces cristaux offrent plutôt la forme du diamant, et que d'ailleurs la pyrite de fer n'a pas encore été signalée dans les météorites. »

M. **Daubrée** ajoute :

« Au Brésil, le diamant, dans les sables où on l'exploite, est accompagné de rutile, d'anatase, de brookite, d'oligiste, de tourmaline, c'est-à-dire d'un ensemble de minéraux fluorés et borés, à l'origine desquels, dans cette région, paraît se rattacher le diamant. De plus, dans la Nouvelle-Galles du Sud, ces mêmes satellites accompagnent le diamant, comme l'a montré M. Liversidge; outre le quartz, la tourmaline y abonde, ainsi que la brookite, l'ilménite, la topaze, le corindon et la cassitérite, minéral pour lequel on admet généralement aussi l'intervention des mêmes agents fluorés ou chlorés.

» C'est tout autrement que le diamant se présente dans les importants gîtes de l'Afrique australe; il est associé à une brèche serpentineuse, dans laquelle les cristaux sont parfois enchâssés, comme on peut le voir dans les collections de l'École des Mines et du Muséum. Mais rien ne montre qu'il soit resté dans sa matrice originelle; il paraît, au contraire, avoir été arraché dans la profondeur et avoir fait son ascension vers la surface, peut-être à la manière des sables granitiques intercalés en amas verticaux, comme le suppose M. Stanislas Meunier.

» Dans la gangue d'origine cosmique que vient de nous apporter la météorite de Nowo-Urei, le diamant s'annoncerait avec une manière d'être tout à fait différente des gisements de notre globe. Son association au carbone amorphe n'est sans doute pas fortuite; ou bien, le diamant, si rebelle jusqu'à présent aux innombrables efforts de la synthèse minéralogique, s'est séparé par cristallisation du milieu charbonneux, ou bien, au contraire, ce qui est plus vraisemblable, le diamant représente seulement le résidu d'une transformation partielle qui tendrait à le faire passer complètement à l'état de graphite.

» Cette dernière supposition deviendrait particulièrement applicable au graphite, à formes de diamant, cité plus haut dans le fer météorique d'Arva. Saisi et empâté dans une masse de fer, dont la haute température originelle est attestée notamment par l'abondance de phosphures métalliques nettement cristallisés, il devait nécessairement perdre son état initial, ne pouvant échapper à ce changement allotropique en graphite, auquel nous font assister les expériences si connues.

» Dans la roche cosmique de Nowo-Urei, la conservation du diamant est de nature à surprendre. Elle conduirait à croire que la température de cette roche, au moins depuis que le diamant s'y est développé, n'aurait pas été très élevée et n'aurait probablement pas atteint le degré de fusion des deux silicates anhydres, péridot et pyroxène, sous forme de fragments, il est vrai, au milieu desquels il se trouve. Le fer nickelé resté en présence du carbone libre, sans s'y combiner, malgré l'affinité de ces deux corps à haute température, témoignerait dans le même sens.

» J'ajouterai que le graphite abonde dans les météorites, et particulièrement dans les holosidères, souvent isolé en nodules, comme dans la masse métallique d'Arva, plus souvent en gaines cylindriques autour des canons de pyrrhotine, dans celle de Caille par exemple. Cette fréquence ne saurait être passée ici sous silence, quoique généralement le graphite ne partage pas le privilège du grain de l'holosidère d'Arva, étudié par Haidinger et Gustave Rose, de conserver dans une forme d'emprunt la trace d'une noble origine. »

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur un corps d'origine organique hydrogénant le soufre à froid.* Note de M. J. DE REY-PAILHADE, adressée par M. de Lacaze-Duthiers.

« On sait que le soufre, pris à l'intérieur, pénètre dans le torrent circulatoire et s'élimine à l'état de sulfate et de phénylsulfate. La recherche de l'explication de ce phénomène physiologique m'a fait découvrir l'existence d'un corps répandu dans le monde organisé, doué de la propriété d'hydrogéner le soufre à froid.

» J'ai l'honneur de signaler à l'Académie les premiers résultats de mes investigations.

» La cellule de la levure de bière renferme cette substance, qui peut en être extraite par l'alcool : on délaye de la levure haute, bien essorée, dans son poids d'alcool à 86°, et l'on agite fréquemment pendant deux jours dans un flacon bouché; puis, on décante et l'on filtre la partie supérieure claire. On obtient ainsi une liqueur un peu jaunâtre, d'une limpidité parfaite et d'une réaction légèrement acide.

» Ce liquide, mélangé avec du soufre préalablement humecté d'alcool, produit des vapeurs d'hydrogène sulfuré, qui noircissent rapidement un papier imprégné d'acétate de plomb, introduit dans l'atmosphère du flacon où l'on opère.

» D'après des dosages effectués à l'aide d'un dispositif spécial, il résulte qu'on obtient facilement une liqueur alcoolique produisant environ 1^{mgr} d'hydrogène sulfuré par 100^{cc}. Cette substance hydrogénant le soufre à froid n'est pas un produit de l'alcool fort sur la levure; elle existe dans cet organisme à l'état physiologique.

» En effet, en délayant dans de l'eau sucrée, comme le fit autrefois J.-B. Dumas [1], de la levure broyée avec du soufre, on observe un dégagement d'un mélange de gaz carbonique et d'hydrogène sulfuré.

» L'action chimique de cette substance sur le soufre est plus active à 35°-40° qu'à 0°. Sa solution alcoolique préparée comme il est dit, chauffée pendant deux heures à 70°, puis refroidie, devient trouble et sans action sur le soufre. Le même phénomène se produit lentement avec une solution abandonnée à elle-même.

---

[1] *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. III, p. 92.

» La levure fraîche délayée dans des acides énergiques, des bases fortes, ou broyée avec des sels neutres en poudre (chlorure d'ammonium, chlorure de calcium, sulfate de magnésium), perd plus ou moins rapidement le pouvoir d'hydrogéner le soufre. L'eau, l'éther, agités avec de la levure fraîche, puis filtrés, n'agissent pas sur le soufre.

» Les tissus animaux renferment aussi cette substance; on prend du tissu musculaire d'un bœuf récemment égorgé, on le triture finement et on le met à macérer dans son poids d'alcool à 86°. Ensuite, au bout de deux jours, on sépare par le filtre le tissu de l'alcool. Le tissu broyé avec du soufre dégage de l'hydrogène sulfuré en quantité notable. Il contient donc cette substance; l'alcool filtré, au contraire, n'en renferme pas.

» Le foie de bœuf, le cerveau de mouton, l'intestin grêle d'agneau, le muscle de poisson se comportent comme le muscle de bœuf.

» Ces expériences prouvent que cette substance existe dans les tissus animaux, mais sous un état un peu différent de celui de la levure de bière.

» Afin d'être plus concis dans les explications, je propose de désigner la substance hydrogénant le soufre à froid par le nom de *philothion*.

» Par son action sur le soufre, qu'il transforme en composé soluble, absorbable par l'organisme, le philothion joue vis-à-vis de ce corps un rôle analogue à celui de l'hémoglobine vis-à-vis de l'oxygène.

» Si l'Académie veut bien me le permettre, je publierai dans une autre Note les expériences que je poursuis encore, pour démontrer que le philothion existe dans certaines parties des végétaux. »

ZOOLOGIE. — *Les éléments vésiculaires du protoplasme chez les Protozoaires.* Note de M. **J. Kunstler**, présentée par M. Milne-Edwards.

« Depuis plus de six ans et dans diverses publications, j'ai montré que le protoplasme de certains êtres, principalement des Protozoaires, n'était pas la matière glutineuse continue, le *sarcode*, que les recherches de plusieurs naturalistes nous avaient fait admettre; mais que, au contraire, le protoplasme présentait une structure spéciale et constante, que j'ai qualifiée de *vacuolaire*, dénomination qu'on paraît préférer remplacer par celle d'*aréolaire* ou d'*alvéolaire*, maintenant que ma manière de voir, accueillie d'abord avec peu de faveur, est devenue à peu près classique.

» La structure vacuolaire du protoplasme est caractérisée par un mélange intime de matière dense et de matière plus fluide, la première constituant des alvéoles closes de toutes parts, qui renferment la seconde.

» De nouvelles recherches, portant sur la substance du corps de divers organismes, notamment sur un Foraminifère, au sujet duquel j'ai déjà fait une Communication le 12 mars dernier, m'ont fait connaître des faits de nature à jeter une certaine lumière sur la signification de cette structure.

» Chez cet être, pendant le jeune âge, le protoplasme, sombre, granuleux, d'aspect compact, est criblé de fines vacuoles, à parois épaisses et contenant un fluide peu abondant; extérieurement, il est recouvert d'une pellicule mince à stries obliques.

» Par les progrès du développement, ces petites cavités changent d'aspect dans la région interne; elles s'agrandissent et apparaissent comme de petites vésicules. A la périphérie du corps, l'aspect primitif persiste bien plus longtemps, et de là provient une différenciation en un entoplasme et un ectoplasme. Le premier prend un aspect bulloïde, et ses vésicules sont souvent polygonales par pression réciproque. D'autres fois elles sont plus séparées et flottent dans un liquide interstitiel plus ou moins abondant, visqueux et granuleux; elles y sont isolées ou en groupes et la matière granuleuse forme entre les groupes des traînées compactes et irrégulières. Ce n'est donc pas là un tout protoplasmique simplement creusé de vacuoles; on voit, en effet, des vésicules distinctes, flottantes, arrondies, constituées par une paroi dense, contenant un liquide. C'est à une telle constitution que l'entoplasme doit sa fluidité; pendant les déformations du corps, les vésicules sont charriées par le liquide général et se déplacent avec la plus grande facilité.

» A mesure que l'animal avance en âge, le nombre des vésicules augmente aux dépens des vacuoles ectoplastiques, et elles finissent par constituer la presque totalité de la masse du corps, de telle sorte que l'importance de l'ectoplasme diminue progressivement. J'ai pu voir, chez certains individus écrasés et dont le contenu entoplastique avait été expulsé, des vésicules isolées, mais surtout agglutinées en groupes, flottantes dans une matière protoplasmique fluide que l'action des réactifs a rendue floconneuse; de ces êtres, il ne persistait qu'une gaine plus ou moins épaisse formée par l'ectoplasme.

» Les éléments vésiculaires ne se multiplient pas seulement par la transformation des aréoles primitives du protoplasme, ils paraissent présenter encore un autre mode de reproduction. On les voit souvent allongés ou étranglés par le milieu, en forme de biscuit à la cuiller, de telle sorte qu'ils semblent se diviser. Ils n'apparaissent pas aux points épaissis du proto-

plasme, comme des vacuoles qui s'agrandissent de plus en plus, ces points nodaux n'existant que lorsqu'ils sont serrés les uns contre les autres.

» Le degré de disparition de l'ectoplasme varie beaucoup dans divers êtres sur lesquels ont porté mes recherches. Chez les uns, la totalité du corps se transforme, et, lorsqu'il n'existe pas de liquide intervésiculaire, le protoplasme est complètement constitué par un ensemble réticulé à alvéoles polygonales; il finit alors par ne plus montrer d'ectoplasme. D'autres fois, il ne se produit que peu de vésicules, dans un liquide très abondant, et l'ectoplasme persiste plus ou moins nettement.

« Quant à un réseau tel que le comprennent certains auteurs, que l'on trouverait, par exemple, dans l'ectoplasme des Infusoires ciliés, son existence n'est pas réelle et ne saurait être attribuée qu'à une illusion d'optique, d'ailleurs facilement compréhensible, chez certaines espèces que j'ai pu observer, l'*Holosticha flava* entre autres. »

ZOOLOGIE. — *Sur les espèces de* Galathea *des côtes de France.* Note de M. **Jules Bonnier.**

« Tous les carcinologistes qui se sont occupés de l'étude des *Galatheidæ* s'accordent à reconnaître les difficultés que présentent ces *Anomala* dans la détermination précise des diverses espèces. Je fus amené à constater la confusion qui régnait dans ce groupe quand, dans le cours des recherches que nous poursuivons, le professeur Giard et moi, sur les Bopyriens, nous fûmes arrivés à l'étude du genre *Pleurocrypta*. La nécessité d'établir d'une façon certaine le nom de l'hôte infesté par chacune de nos espèces d'Épicarides me détermina à une étude préalable, sinon du groupe entier, du moins des espèces les plus communes des côtes françaises. Je compte publier prochainement le résultat de mes observations, avec les détails et les figures indispensables à ces sortes de recherches, dans le *Bulletin scientifique de la France et de la Belgique*; je ne veux ici que donner les diagnoses nouvelles que je propose pour quelques espèces communes et insuffisamment décrites. La rareté des matériaux d'études ([1]) m'a empêché d'étendre

([1]) Mes recherches ont eu pour objet les *Galatheidæ* rassemblées dans les collections zoologiques du laboratoire de Wimereux et les espèces qu'ont bien voulu m'envoyer MM. Marion, de Linarès, Henderson, Kœhler, Gourret, Sauvage et Th. Barrois, auxquels j'adresse ici mes sincères remerciements.

autant que je l'aurais voulu mes investigations dans ce groupe, si intéressant à plus d'un titre; j'ai simplement essayé d'éclairer quelques points obscurs de son histoire et de fixer les données que possède la Zoologie sur ce sujet.

» Le genre *Galathea* est représenté sur nos côtes par cinq espèces que l'on peut distinguer par la présence, le nombre ou l'absence des épipodites sur les pattes thoraciques, puis par les grandeurs relatives de l'ischiopodite et du méropodite du troisième maxillipède.

» 1° *Galathea intermedia* Lilljeborg (= *G. Andrewsi* Kinahan, *G. Giardi* Th. Barrois, *G. Parroceli* Gourret).

» *Il n'y a, sur les pattes thoraciques, qu'une seule paire d'épipodites située sur la première paire de pattes;* carapace presque lisse chez l'adulte, et terminée par un rostre aigu, triangulaire, avec quatre paires de dents latérales peu développées; deux épines courtes sur le sillon rostro-gastrique; article basilaire de l'antenne interne avec deux prolongements antérieurs; *ischiopodite du troisième maxillipède plus court que le méropodite;* le rameau interne des trois dernières paires de pléopodes du mâle ne comporte qu'un seul article. Outre les différences normales des pléopodes dans les deux sexes, le dimorphisme sexuel porte sur le rostre, plus allongé chez le mâle, et sur la première paire de pattes thoraciques du mâle qui acquiert, chez l'adulte, un développement beaucoup plus considérable que dans l'autre sexe; tantôt la pince gauche, tantôt la pince droite présente la déformation caractéristique du mâle.

» Cette petite espèce, qui vit dans les profondeurs de 10 à 50 brasses, a été signalée sur les rives scandinaves, danoises, néerlandaises et anglaises de la mer du Nord, dans la Manche, dans l'Atlantique (Angleterre, France, Madère, Açores) et dans la Méditerranée.

» 2° *Galathea squamifera* Leach (= *G. glabra* Risso, *G. digitidistans* Spence Bate).

» *Les trois premières paires de pattes thoraciques sont munies d'épipodites;* carapace striée de nombreux sillons, bien marqués, garnis de poils courts; rostre élargi armé de quatre paires de dents latérales, dont les trois premières paires sont bien développées, la postérieure, à l'angle interne de la cavité orbitaire, très réduite; deux épines courtes sur le sillon rostro-gastrique; article basilaire de l'antenne interne avec trois prolongements antérieurs; *l'ischiopodite du troisième maxillipède plus court que le méropodite;* le rameau interne des trois derniers pléopodes du mâle est biarticulé; pattes thoraciques du mâle de même grandeur que celles de la femelle,

et présentant à la première paire la déformation sexuelle sur l'une et l'autre pince.

» Espèce littorale qui a été signalée dans la mer du Nord, les côtes anglaises et françaises de l'Atlantique et la Méditerranée.

» 3° *Galathea nexa* Embleton (non *G. nexa* Heller).

» *Les trois premières paires de pattes thoraciques sont munies d'épipodites;* carapace striée de sillons garnis de poils courts; rostre avec neuf dents à peu près égales, une médiane et quatre paires latérales, la dernière paire plus petite; pas d'épines sur le sillon rostro-gastrique qui est seulement ondulé; article basilaire de l'antenne interne avec trois prolongements antérieurs; *ischiopodite du troisième maxillipède à peu près égal au méropodite* qui est armé d'une épine unique; la première paire de pattes thoraciques a le carpopodite et le propodite couverts de longs poils serrés; le rameau interne des trois dernières paires de pléopodes du mâle est biarticulé; dans la première paire de pattes thoraciques du mâle, c'est la pince gauche qui est modifiée.

» Espèce des petites profondeurs, qui a été trouvée dans la mer du Nord, sur les côtes atlantiques de l'Angleterre et dans la Manche.

» 4° *Galathea dispersa* Spence Bate (= *G. nexa* Heller).

» *Les trois premières paires de pattes thoraciques sont munies d'épipodites;* carapace striée de sillons ornés de poils courts; le rostre a neuf dents, la médiane plus longue que les quatre paires latérales qui décroissent de la première à la quatrième, très réduite; sur le sillon rostro-gastrique, trois paires de dents dont les médianes sont les plus prononcées; article basilaire de l'antenne interne avec trois prolongements antérieurs; *ischiopodite du troisième maxillipède plus long que le méropodite;* le rameau interne des trois derniers pléopodes est biarticulé; dans la première paire de pattes thoraciques du mâle, c'est la pince droite qui est modifiée.

» Espèce des petites profondeurs, trouvée dans la mer du Nord, sur les côtes d'Irlande, dans la Manche et dans la Méditerranée.

» 5° *Galathea strigosa* Linné.

» *Il n'y a d'épipodites sur aucune des pattes thoraciques;* carapace avec les régions bien marquées par des sillons profonds garnis de poils longs et serrés; rostre allongé avec neuf dents, dont la médiane est la plus longue et la dernière paire latérale la plus petite; de deux à six dents (suivant l'âge) sur la ligne rostro-gastrique; deux dents un peu en arrière de l'insertion des antennes externes et deux autres latérales sur les sillons hépatico-gastriques; article basilaire de l'antenne interne avec trois prolonge-

ments; *ischiopodite du troisième maxillipède plus long que le méropodite;* le rameau interne des trois derniers pléopodes du mâle est biarticulé. Les deux pinces des premières pattes thoraciques sont modifiées chez le mâle adulte.

» Cette grande espèce, qu'on ne trouve qu'à partir d'une dizaine de brasses de profondeur, est la plus répandue des Galathées de nos côtes; on l'a signalée depuis le cap Nord et toutes les mers septentrionales de l'Europe jusqu'aux îles Canaries, et dans la Méditerranée et la mer Rouge. »

PHYSIOLOGIE. — *Le centrage de l'œil humain.* Note de M. **Tscherning**, présentée par M. Bouchard.

« Nous supposons que les trois surfaces réfringentes de l'œil, la cornée, la surface antérieure et la surface postérieure du cristallin soient sphériques. Nous dirons que ces surfaces sont centrées, si leurs centres se trouvent sur une ligne droite. Nous appelons *axe du cristallin* une ligne passant par les deux centres de courbure de ces surfaces et nous prenons comme mesure de la décentration de l'œil l'angle que forme avec cet axe le rayon de la cornée allant au point où l'axe du cristallin vient couper la cornée.

» Cet angle peut être mesuré d'après le raisonnement suivant :

» Supposons que nous regardions l'œil à travers une lunette, sur l'axe de laquelle est placé un point lumineux, et qu'on ait fait coïncider l'axe de la lunette avec l'axe du cristallin. Dans cette position, les deux images cristalliniennes, formées par le point lumineux, se couvrent au milieu du champ de la lunette, tandis que l'image cornéenne, l'œil n'étant pas centré, ne coïncide pas avec les deux autres. On promène alors un autre point lumineux jusqu'à ce que son image cornéenne coïncide avec les images cristalliniennes de la première. Dans cette position, la distance angulaire entre les deux points lumineux est le double de l'angle cherché.

» Comme un point lumineux, situé sur l'axe de la lunette, empêcherait de voir l'œil qu'on veut observer, j'employais deux lampes électriques placées de part et d'autre de la lunette, sur l'arc de l'ophtalmomètre de Javal et Schoetz.

» Ayant enlevé le prisme biréfringent, je faisais coïncider l'axe de la lunette avec l'axe du cristallin (d'après la méthode décrite dans la Note présentée le 16 avril dernier). Je tournais l'arc jusqu'à ce que les six

images de réflexion se trouvassent sur un même alignement. L'arc était alors dans le même plan que les trois centres de courbure; puis je lui faisais subir une rotation de 90°. Les quatre images cristalliniennes restaient nécessairement sur un même alignement. Je faisais alors promener un petit point lumineux dans un plan passant par l'axe de la lunette et perpendiculaire au plan de l'arc, jusqu'à ce que l'image cornéenne de ce point fût sur le même alignement que les quatre images cristalliniennes. La distance angulaire entre le point lumineux et l'axe de la lunette était le double de l'angle cherché.

» Comme M. Helmholtz, le seul qui, à ce que je sache, a fait des recherches sur cette question, je n'ai jamais trouvé l'œil humain exactement centré, mais le décentrage est habituellement peu considérable. Le plus souvent j'ai trouvé que les trois centres étaient situés dans un même plan vertical, le centre de la cornée étant placé au-dessous de l'axe du cristallin. Dans trois yeux, l'angle mesuré atteignait de 2° à 3°, de façon que la distance du centre de la cornée de l'axe du cristallin atteignait de $0^{mm},25$ à $0^{mm},50$.

» Dans d'autres yeux, le centre de la cornée était situé dans le même plan horizontal que l'axe du cristallin et n'était déplacé que d'une quantité très faible en dedans ou en dehors. »

PHYSIOLOGIE. — *Recherches expérimentales relatives à l'action des médicaments sur la sécrétion biliaire et à leur élimination par cette sécrétion.* Note de MM. **J.-L. Prevost** et **Paul Binet**, de Genève, présentée par M. Charcot.

« La question de l'action cholagogue des médicaments et de leur élimination par la bile, malgré de nombreux travaux, est loin d'être résolue. Nos expériences ont été faites principalement sur deux chiens, auxquels nous avons pratiqué une fistule biliaire et que nous avons conservés plusieurs mois en expériences. Elles nous ont donné en résumé les résultats suivants :

» 1° En confirmation des travaux de Röhmann, nos animaux porteurs de fistule biliaire ont pu être maintenus en bonne santé, en excluant de leur régime les graisses, qui passent presque entièrement dans les selles, où nous avons pu constater leur présence.

» 2° La quantité de bile augmente un peu avec l'alimentation, après

l'ingestion des peptones surtout. La graisse, d'autre part, n'a pas produit d'augmentation. L'eau froide ou tiède n'amène une légère augmentation qu'aux doses de 150^{cc} à 200^{cc}. Les grands lavements d'eau froide préconisés récemment dans l'ictère n'ont pas modifié la sécrétion biliaire.

» 3° Les substances diverses ingérées dans l'estomac ou injectées sous la peau peuvent se diviser en quatre groupes relativement à leur influence sur la sécrétion biliaire.

GROUPE I. — *Substances augmentant la sécrétion biliaire.*

» *Bile et sels biliaires.* — La bile est certainement le plus puissant cholagogue : donnée soit en nature, soit en extrait, elle provoque rapidement une augmentation considérable de la sécrétion biliaire. Nous avons essayé avec des résultats semblables les biles de bœuf, de mouton, de porc et de chien.

» Nous avons fait quelques expériences sur la toxicité de la bile en injection sous-cutanée. A dose suffisante (3^{cc} à 4^{cc} pour le rat, 6^{cc} à 10^{cc} pour le cobaye) la mort survient dans le collapsus, et à l'autopsie on trouve l'intestin rempli de bile et de matières diarrhéiques très liquides, souvent sanguinolentes. L'urine devient parfois hématique. L'ingestion gastrique d'une dose ne dépassant pas 40^{cc} à 50^{cc} a toujours été bien tolérée par le chien sans troubles gastro-intestinaux; une dose plus forte a produit des vomissements.

» *Urée.* — L'ingestion d'urée dans une seule expérience a provoqué, avec des troubles gastro-intestinaux graves, une augmentation assez considérable de la bile.

» Essence de térébenthine et ses dérivés : terpinol et terpine; chlorate de potasse; benzoate, salicylate de soude, salol; evonymin; muscarine (injection sous-cutanée).

GROUPE II. — *Substances n'amenant qu'une augmentation légère ou douteuse, inconstante.*

» Bicarbonate de soude, sulfate de soude; chlorure de sodium, sel de Carlsbad; propylamine; antipyrine; aloès, acide cathartique, rhubarbe; *Hydrastis canadensis*, ipéca, boldo.

GROUPE III. — *Substances déterminant une diminution de la bile.*

» Iodure de potassium; calomel, qui en l'absence de bile dans l'intestin colore les selles en vert; fer et cuivre (en injection sous-cutanée); atropine (injection sous-cutanée); strychnine (à dose toxique).

Groupe IV. — *Substances sans action sur la sécrétion biliaire.*

» Phosphate de soude, bromure de potassium; chlorure de lithium; sublimé; arséniate de soude; alcool, éther, glycérine; quinine, caféine, pilocarpine, kairine; cytise, séné, colombo.

» 4° En ce qui concerne l'élimination par la bile, nous avons constaté dans la bile le passage des corps suivants :

» Essence de térébenthine, terpinol, terpine; acide salicylique (trouvé également après l'ingestion de salol); bromure et iodure de potassium; chlorate de potasse; arsenic; fer (traces), plomb (traces), mercure (traces); caféine (résultat simplement probable); fuchsine, cochenille.

Bile. — Après l'ingestion de bile de bœuf la bile du chien présenta une teinte plus verdâtre, émit à l'évaporation l'odeur musquée spéciale de la bile de bœuf et l'on put y constater la présence de l'acide glycocholique qui n'existe pas normalement dans la bile du chien.

» D'autres corps ont été recherchés avec résultat négatif et ne paraissent par conséquent pas passer dans la bile, dans les conditions tout au moins où nous sommes placés et aux doses administrées : antipyrine et kairine; acide benzoïque.

» Nous n'avons également pas trouvé d'acide hippurique dans la bile : quinine, strychnine; cuivre; lithium; urée.

» On peut dire en somme que l'élimination par la bile des médicaments introduits dans l'organisme est peu importante. Ils n'y passent généralement qu'en faible quantité, comme l'un de nous l'a observé déjà pour la salive et la sueur ([1]); ces trois sécrétions sont bien inférieures à cet égard à l'urine, qui reste la voie d'élimination par excellence. Les matériaux d'autre part, qui constituent la bile, notamment les acides biliaires, trouvent dans le foie un lieu d'élimination élective; de là la polycholie intense et constante que l'on observe à la suite de l'ingestion de bile.

» Il n'y a pas de rapport constant entre l'élimination d'une substance par la bile et l'action qu'elle peut exercer sur l'activité de la sécrétion biliaire ([2]). »

([1]) Paul Binet, *Étude sur la sueur et la salive dans leurs rapports avec l'élimination* (*Thèse de Paris*, 1884).

([2]) Ces recherches ont été communiquées à la Société médicale de Genève dans les séances du 4 avril et 2 mai 1880, et sort en voie de publication *in extenso* dans la *Revue médicale de la Suisse romande*, mai, juin et juillet 1888. Les deux auteurs ont collaboré à l'ensemble de ce travail; les recherches chimiques ont été faites par M. P. Binet.

CHIRURGIE. — *Faits pour démontrer l'innocuité de l'ouverture du crâne et les ressources qu'elle offre pour la thérapeutique*. Note de M. **Just Lucas-Championnière**, présentée par M. Verneuil.

« La renaissance du trépan est une œuvre essentiellement française. A une époque récente, il suffirait de rappeler les efforts de l'illustre Sédillot et les travaux de ses élèves (Boeckel) en faveur du trépan préventif, les opinions de Broca et de quelques membres de la Société de Chirurgie. Le retour vers une opération que délaissaient la plupart des nations civilisées a trouvé faveur chez nous d'abord.

» En 1874, après avoir fait avec succès cette opération dans un cas très curieux au point de vue de la Physiologie (monoplégie brachiale), j'ai montré comment la chirurgie du crâne pouvait entrer dans une voie scientifique en utilisant, pour la recherche de certaines lésions cérébrales, les découvertes de Charcot, Broca, Ferrier (localisations cérébrales).

» Depuis les nombreux Mémoires et la Monographie (1878) que j'ai publiés sur le sujet, les procédés simples, chirurgicaux, que j'ai indiqués sont adoptés par tous les auteurs qui ont après moi étudié la question.

» J'ai toujours soutenu l'innocuité de cette opération et l'ai montrée, depuis les temps préhistoriques jusque chez nos Kabyles modernes, pratiquée empiriquement sans inconvénient.

» Pratiquée sous la protection de la méthode antiseptique, l'ouverture du crâne, avec ou sans ouverture des méninges, est une opération absolument bénigne et qui peut constituer une thérapeutique efficace dans bien des cas qui échappaient à toute thérapeutique. Comme opération préliminaire pour l'exploration intra-cranienne, elle est sans danger.

» J'apporte aujourd'hui quinze cas de cette opération qui me paraissent devoir le démontrer sans conteste possible.

» Je laisse d'abord de côté cinq cas de trépanation faite pour des fractures récentes du crâne, qui m'ont pourtant donné trois beaux succès. Les deux morts étaient à l'agonie au moment de l'opération, avec des lésions trop étendues pour qu'on pût y porter remède.

» En dehors de ces cas de traumatisme récent, j'ai fait quinze fois la trépanation pour des causes diverses.

» Toutes ces opérations ont guéri avec une extrême facilité, aussi bien dans les cas où il n'a été fait qu'une ouverture du crâne sans lésions de la

dure mère que dans ceux où la dure mère a été fendue avec l'arachnoïde, le liquide céphalo-rachidien évacué, quelquefois le cerveau intéressé.

» Chez six malades, l'opération était faite pour des douleurs localisées insupportables.

» Chez quatre, les douleurs étaient accompagnées de vertiges rendant toute marche et tout travail impossibles.

» Dans un cas, le vertige était modéré avec bruits de sifflement.

» Dans un cas, il n'y avait pas de vertige à proprement parler, mais une série de points fixes douloureux.

» Trois malades sont restés guéris des douleurs et les vertiges ont complètement disparu (un, opéré depuis plus de deux ans et demi).

» Un, opéré *deux fois*, est resté un an guéri de ses vertiges, qui sont un peu revenus; il sera peut-être à nouveau trépané.

» Un malade à douleurs fixes a été soulagé par la *première* trépanation, qui a enlevé complètement un point douloureux. La *deuxième* trépanation sur un autre point a produit peu d'effet. La *troisième*, très large, l'a soulagé notablement sans le guérir.

» Un autre cas de douleurs opéré récemment paraît guéri.

» Quatre trépanations sur des épileptiques vrais ont eu peu de résultats ; pas d'inconvénients. Deux opérés ont eu un peu de diminution dans l'intensité des crises.

» Un cas pour épilepsie symptomatique d'hyperostose cranienne avec hémiplégie incomplète. L'ablation de l'exostose, trouvée par les indications de localisation paralytique a presque instantanément modifié la paralysie du membre inférieur et l'aphasie. Mais les résultats pour la main, satisfaisants d'abord, ne se sont pas maintenus. Les crises n'ont pas reparu.

» Un cas d'épilepsie symptomatique d'une cicatrice de plaie intra-cranienne avec hémiplégie a été très modifié. Les douleurs ont complètement disparu. L'hémiplégie a été si bien modifiée que la puissance musculaire de la main a doublé. Sur les attaques épileptiques, manque de renseignements.

» Les suites des opérations ont été si simples que les sujets opérés à nouveau ont réclamé l'opération qui devait les soulager.

» Chez tous les épileptiques, chez deux sujets à douleurs, la dure mère et l'arachnoïde ont été largement ouvertes, soit chez 8 sujets. Sur 2, le cerveau a été notablement intéressé.

» L'écoulement d'une énorme quantité de liquide céphalo-rachidien, baignant le pansement, traversant les oreillers et le lit, n'a été suivi d'aucun inconvénient.

» Les suites de l'opération ont été si simples que plusieurs opérés étaient levés dès le quatrième jour. La blessure d'une grosse veine méningée, l'ouverture du sinus longitudinal supérieur dans le dernier cas, malgré l'hémorragie, n'ont été suivies d'aucun accident.

» Dans tous les cas où j'ai voulu, par mon procédé, chercher la région des centres, je suis tombé exactement comme je le souhaitais, sur le sillon de Rolando.

» Les suites éloignées ont été aussi satisfaisantes que les suites immédiates. A cause de l'absence de la suppuration, il n'y a ni hernie cérébrale ni cicatrice mince, et le péricrâne est parfaitement suffisant pour protéger le cerveau sans le secours d'appareil. Même quand l'opération est ancienne, la cicatrice profonde devient si solide qu'on ne sent plus les battements du cerveau. Cependant plusieurs des trépanations étaient très larges, donnant des orifices de 7^{cm} à 8^{cm} de long sur 3^{cm} à 4^{cm} de large.

» L'âge des opérés a beaucoup varié, 18 à 56 ans. Le jeune âge paraît particulièrement favorable.

» Les indications de toutes ces opérations étaient d'ordre médical : douleurs, vertiges, paralysies incomplètes, convulsions. Dans les cas de traumatisme antérieur, il était éloigné (depuis 8 mois jusqu'à 45 ans).

» De ces quinze opérations pour accidents cérébraux, deux (15 octobre 1885 et 3 mai 1886) sont antérieures aux opérations bien connues de M. Horsley (la première est du 26 mai 1886).

» Elles constituent, avec mes cinq trépanations pour traumatisme, un groupe important permettant des conclusions pratiques sur la trépanation.

» Je crois démontrée aujourd'hui, par mes études théoriques d'abord, puis par ces opérations nombreuses, la possibilité de diriger le trépan et de l'appliquer impunément. Le cerveau ne peut, comme autrefois, nous échapper complètement. Les médecins peuvent avoir confiance dans l'ouverture cranienne, non seulement pour certains cas rares de recherches de tumeurs, mais pour des douleurs fixes, des vertiges, même, dans certains cas, en desserrant le cerveau, pour atténuer simplement les douleurs excessives de lésions qui ne peuvent être guéries.

» L'opération, pratiquée suivant une méthode sévère, est assez bénigne pour qu'on n'hésite pas à la conseiller. »

ÉCONOMIE RURALE. — *Sur la destruction de* Silpha opaca. Note de M. **Paul Hallez**, présentée par M. Boussinesq.

« La *Silpha opaca* occasionne cette année des ravages considérables dans les champs de betteraves. Sur le territoire de Carvin (Pas-de-Calais), 500^{ha} sont dévastés, ce qui représente une perte d'environ 500 000^{fr}.

» Cet insecte, que les plus anciens entomologistes de notre région ont toujours connu, n'a commencé à se propager, d'une manière inquiétante, que depuis quelques années.

» Au printemps, la larve nouvellement éclose quitte les champs de blé où la betterave avait été cultivée l'année précédente, et passe sur les champs voisins où se trouvent des betteraves fraîchement levées. Tous les procédés imaginés pour empêcher cette migration ont échoué.

» M. Gruyelle-Marchand, maire d'Hénin-Liétard, m'ayant généreusement offert de faire quelques expériences sur ses champs, j'ai accepté avec reconnaissance.

» Le 8 de ce mois, je me rendis à Carvin, avec plusieurs de mes collègues de la Société des Agriculteurs du Nord. On traça sur un champ couvert de larves cinq carrés de 15^{m} à 20^{m} environ de superficie.

» Le premier fut arrosé avec du sulfure de carbone pur, le deuxième avec un mélange à parties égales d'eau et de sulfure, le troisième avec un mélange au cinquième, le quatrième avec un mélange au dixième, et le cinquième avec un mélange au vingtième. On fit de son mieux pour mélanger constamment les deux liquides pendant l'opération, de manière à obtenir une sorte d'émulsion de sulfure de carbone dans l'eau.

» Dans les cinq carrés, les larves furent tuées instantanément. Quant aux betteraves, elles ont souffert dans les trois premiers carrés : l'effet produit est comparable à celui d'une gelée. Au contraire, dans les deux derniers carrés, les betteraves ont conservé leur aspect normal. L'avis des cultivateurs est qu'elles ne souffriront pas.

» Il y a donc possibilité de détruire une grande quantité de larves, et le moyen est pratique.

» Les quelques insectes parfaits qui se trouvaient dans les champs d'expérience ont également été atteints par le sulfure de carbone, mais

ils paraissent en général moins sensibles que les larves au réactif. Il semble donc préférable d'agir sur les larves plutôt que sur les adultes. Quant aux nymphes qui se tiennent à 10^{cm} environ de la surface du sol, il faut, je crois, renoncer à les atteindre. Il en est de même pour les œufs. Les recherches que j'ai entreprises depuis plusieurs années sur l'embryogénie des Insectes m'ont d'ailleurs démontré combien il est difficile de faire pénétrer les réactifs à travers les coques ou les vernis imperméables qui recouvrent leurs œufs.

» Le résultat de mes études à ce sujet est que les enveloppes de l'œuf, perméables au gaz, sont imperméables aux liquides. Dans beaucoup de cas, pour faire pénétrer les réactifs à l'intérieur de la coque, je dois employer un appareil spécial permettant d'opérer sous des pressions de 1^{atm} ou 2^{atm}. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Variation diurne de l'inclinaison des mouvements de l'air, observée à Zi-ka-wei, en Chine.* Note de M. **Marc Dechevrens**, présentée par M. C. Wolf.

« Une précédente Note a montré de quelle utilité pouvait être le clinoanémomètre dans l'étude de la constitution des cyclones atmosphériques. Je demande aujourd'hui la permission de présenter à l'Académie de nouveaux résultats concernant un phénomène plus délicat encore, la variation diurne de l'inclinaison des mouvements de l'air. Ils feront bien ressortir ce que gagnera la Météorologie à puiser à cette nouvelle source d'informations et la grande sensibilité de mon anémomètre, que j'ai hâte de voir installé à Paris dans des conditions exceptionnelles.

» Parmi les observations faites à Zi-ka-wei en 1887, et qui n'ont pas encore été publiées, je choisis celles qui peuvent offrir le plus de contraste en raison de la grande différence des températures et des pressions moyennes, qui donnent lieu à un régime des vents tout particulier : ce sont celles des trois mois d'hiver, décembre 1886, janvier et février 1887, et celles des trois mois d'été, juin, juillet et août. Voici tout d'abord les caractères principaux de ces différents mois sous le rapport de la température et de la pression moyennes et des vents régnants, d'après quatorze années d'observations horaires.

Hiver.				*Été.*			
Décembre.	5°,2	770mm,0	N 20° O	Juin.......	23°,0	755mm,8	S 60° E
Janvier....	2,6	70,8	N 11 O	Juillet.....	27,2	54,3	S 40 E
Février...	3,9	69,4	N 12 E	Août......	26,8	55,2	S 73 E

» Dans le Tableau suivant, l'inclinaison du mouvement de l'air est mesurée par le rapport $\frac{V}{H}$ des deux composantes verticale et horizontale de ce mouvement : le clino-anémomètre a donné la composante verticale, le moulinet de Robinson a fourni la composante horizontale des vents.

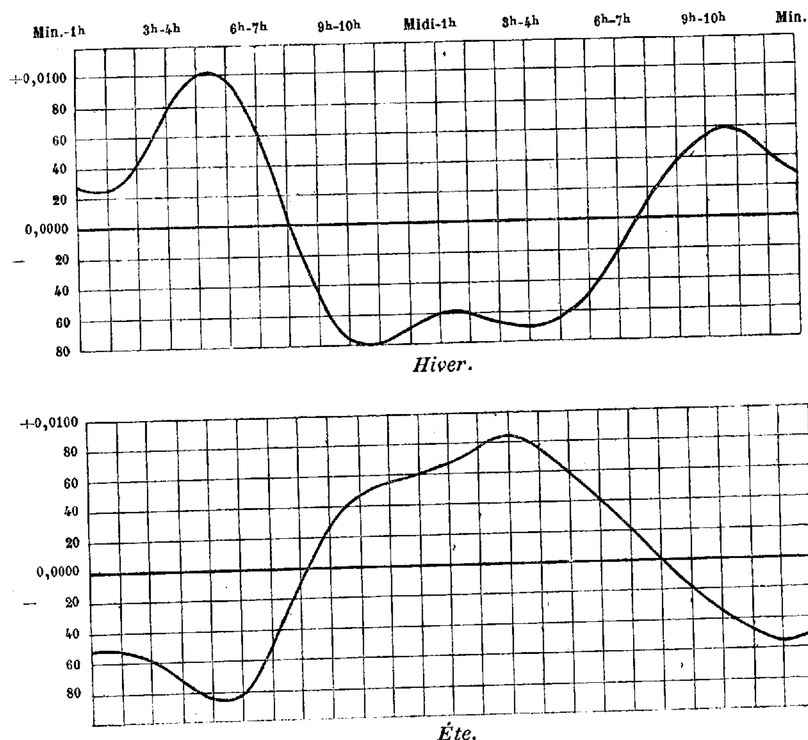
Variation diurne de l'inclinaison du mouvement de l'air à 41m du sol.

Intervalles horaires.			Hiver de 1886-87. Déc., janv. et févr.	Été de 1887. Juin, juillet et août.
Minuit	à 1h	matin....	+0,0029	−0,0052
1h	2	....	+ 26	− 52
2	3	....	+ 44	− 61
3	4	....	+ 76	− 77
4	5	....	+ 100	− 88
5	6	....	+ 99	− 83
6	7	....	+ 64	− 54
7	8	....	+ 9	− 14
8	9	....	− 43	+ 25
9	10	....	− 75	+ 47
10	11	....	− 81	+ 56
11	midi	....	− 71	+ 60
midi	1h	soir......	− 62	+ 67
1h	2	....	− 61	+ 78
2	3	....	− 67	+ 84
3	4	....	− 71	+ 79
4	5	....	− 65	+ 63
5	6	....	− 47	+ 42
6	7	....	− 19	+ 22
7	8	....	+ 13	− 4
8	9	....	+ 41	− 14
9	10	....	+ 57	− 32
10	11	....	+ 59	− 47
11	minuit	....	+0,0044	−0,0056

» Les moyennes inclinaisons pour les deux saisons sont :

Hiver.	Été.
0,0970 (5°34′)	0,0883 (5°4′)

Ces deux variations diurnes sont représentées par les deux courbes suivantes :



Hiver.

Éte.

» Ce serait se montrer bien exigeant que de désirer et plus de régularité dans l'une et l'autre variation, et plus d'opposition entre elles dans les deux saisons. Dans l'étude que j'ai publiée des observations faites pendant l'année 1886, j'ai cru pouvoir donner de ces variations diurnes et de leur opposition une explication qui ne me paraît pas dénuée de vraisemblance. La voici : pendant sa rotation diurne apparente autour de la Terre, le Soleil, par sa radiation intense, donne lieu sur les parallèles qui éprouvent le plus grand échauffement à un gonflement de l'atmosphère qui provoque un appel d'air tout le long des méridiens éclairés soit au nord, soit au sud; pendant la nuit, les masses soulevées s'affaissent et celles qui ont afflué d'ailleurs font retour à leur lieu primitif. A une faible distance du foyer principal de ces divers mouvements, l'air prendra une direction ascen-

dante le jour, et descendante la nuit, tandis que l'inverse se fera observer dans les lieux qui en sont beaucoup plus éloignés. Or, par sa latitude moyenne de 31° N., Zi-ka-wei se trouve successivement dans ces deux conditions; il n'est donc pas étonnant que le mouvement de l'air y soit, le jour, ascendant en été et descendant en hiver, tandis que la nuit il sera descendant pendant la saison chaude et ascendant pendant la saison froide. J'ai développé ces considérations dans l'étude des observations de 1886 et j'y ai donné aussi l'explication des maxima et minima secondaires qu'on rencontre dans les deux courbes opposées. Il me suffit d'indiquer ici la cause générale du principal phénomène.

» Cette explication se trouve d'ailleurs corroborée par les variations diurnes de la direction des vents; il est certain qu'à Zi-ka-wei, en toutes saisons, le mouvement de l'air tend à se faire, le jour, du nord au sud, et la nuit, du sud au nord; de telle sorte qu'en hiver les vents régnants polaires sont renforcés le jour et affaiblis manifestement la nuit, tandis qu'en été les vents régnants équatoriaux sont affaiblis le jour et renforcés très sensiblement la nuit. S'il en est ainsi, on ne s'étonnera pas que la température de l'air se montre sensible à ces particularités du mouvement de l'air. Ainsi, grâce aux vents équatoriaux qui tendent à s'imposer la nuit, l'abaissement de la température, qui était rapide au moment du coucher du Soleil, se ralentit au milieu de la nuit au point de donner lieu à un maximum secondaire, sensible surtout en hiver. Par contre, sous l'action des vents polaires qui tendent à s'imposer au milieu du jour et à dilater l'air en l'élevant, il y a, en été, atténuation de l'extrême chaleur qu'on devrait ressentir sous un soleil presque vertical. En résumé, nos observations de quatorze années prouvent qu'à Zi-ka-wei la température de l'air s'abaisse relativement moins pendant la nuit et monte relativement plus pendant le jour en hiver qu'en été, et c'est dans ces particularités des mouvements de l'atmosphère qu'il en faut chercher la cause; je l'ai prouvé à plusieurs reprises en ce qui concernait la direction horizontale de ces mouvements. Mes observations actuelles sur les variations des mouvements verticaux confirment et complètent heureusement ces explications. »

M. **Max. Mandl** adresse un Mémoire intitulé : « Theorematis fundamentalis in doctrina residuorum quadraticorum demonstratio nova et simplex ».

La séance est levée à 5 heures un quart.

J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 4 juin 1888.
(*Suite.*)

Petit Atlas photographique du système nerveux; le cerveau; par le Dr J. Luys. (Présenté par M. le baron Larrey.) Paris, J.-B. Baillière et Fils; 1888.

Physiologie des exercices du corps; par le Dr Fernand Lagrange. Paris, Félix Alcan, 1888; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Brown-Séquard.)

Ouvrages reçus dans la séance du 11 juin 1888.

A.-E. Nordenskiöld. *La seconde expédition suédoise au Groenland* (*l'Inlandsis et la côte orientale*), traduite du suédois par Charles Rabot. (Présenté par M. Daubrée.) Paris, Hachette et Cie, 1888; 1 vol. in-4°.

Projet du canal entre le Don et le Volga; par Léon Dru. *Mémoire à l'appui du projet.* Paris, Georges Chamerot, 1886; 1 vol. gr. in-4°. (Présenté par M. de Lesseps.)

L'amiral Baudin; par le vice-amiral Jurien de la Gravière. Paris, Plon, Nourrit et Cie, 1888; 1 vol. in-18.

Mélanges scientifiques et littéraires; par Louis Passy; première série. Paris, Guillaumin, 1888; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Duchartre.)

Théorie de l'Agriculture; par Louis Passy. Paris, Guillaumin et Cie, 1888; br. in-8°. (Présenté par M. Duchartre.)

Annales du Conservatoire des Arts et Métiers, publiées par les Professeurs. Première série. Paris, J. Baudry, 1861 à 1879; 41 fasc. in-8°.

Bulletin de la Société scientifique Flammarion de Marseille, 1887. Marseille, J. Cayer, 1888; 1 vol. gr. in-8°.

Sur les Francéines. Cours d'ouverture pour la chaire de Chimie organique de la Faculté des Sciences de Bucharest; par le Dr C.-I. Istrati. Jassy, H. Goldner, 1888; br. in-18.

Traité de Chimie élémentaire; par M.-E.-J. Maumené. Paris, Delhomme et Briguet, 1885; 1 vol. in-18.

Collection des anciens alchimistes grecs, publiée, sous les auspices du Minis-

tère de l'Instruction publique, par M. Berthelot, avec la collaboration de M. Ruelle. Seconde livraison : *Les œuvres de Zosime*. Paris, Georges Steinheil, 1888; 1 vol. in-4°.

Aide-mémoire de l'ingénieur-électricien; par G. Duché, B. Marinovitch, E. Meylan, G. Szarvady. Première année, 1888. Paris, Bernard Tignol, 1 vol. in-18.

Revue de l'Aéronautique théorique et appliquée; Directeur Henri Hervé; 1re année, 1re et 2e livraisons. Paris, G. Masson, 1888; 2 br. in-4°. (Présenté par M. Marey.)

La génération; par le Dr Rézard de Wouves. Paris, Octave Doin, 1888; 1 vol. in-18.

Minutes of proceedings of the Institution of civil engineers with other selected and abstracted papers; vol. XCII, edited by James Forrest. London, 1888; 1 vol. in-8°.

Der Meteorit von Nowo-Urei; von M. Jerofeieff und P. Latschinoff *in* Saint-Petersburg. Saint-Petersburg, 1888; br. in-8°. (Présenté par M. Daubrée.)



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 18 JUIN 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Hypothèse de Lagrange sur l'origine des comètes et des aérolithes;* par M. **H. Faye**.

« En suivant, depuis 1843, les développements rapides de l'Astronomie cométaire, j'ai été vivement frappé du fait, de plus en plus manifeste, que les orbites de toutes nos planètes sont croisées et presque coupées par un grand nombre de comètes. En ce qui concerne la Terre, il y a quelque chose de plus. Nous la voyons à chaque instant bombardée par de petits corps célestes dont les trajectoires, par millions, coupent, par conséquent, celle de notre planète.

» Prenons d'abord les comètes périodiques. La forme actuelle de leurs

orbites peut être attribuée à l'action de planètes près desquelles ces comètes ont passé à certaines époques. Ainsi la périodicité de la comète d'Encke serait due à l'action de Mercure; celle des comètes de Brorsen et de Denning à l'action de Vénus; celle des comètes de Winnecke, Biela et Tuttle, à la Terre; celle des comètes de Tempel III et de d'Arrest, à Mars; celles de Brorsen, de Tempel II et de Faye, à Jupiter; celle de Pons, de Halley, d'Olbers, de Vico, de Brorsen et de Westphal, à Neptune, sans parler d'autres groupes de comètes qui ont les mêmes rapports avec Saturne et Uranus. On se rappelle que Le Verrier a même calculé la date à laquelle la fameuse comète de Tempel (1866, I), mère des étoiles filantes de novembre, a été transformée en comète à courte période par l'action d'Uranus; il l'avait fixée à l'an 126 de notre ère.

» Ce ne sont pas seulement les comètes périodiques qui croisent de très près les orbites de nos planètes, depuis Mercure jusqu'à Neptune. Dans les calculs de vérification que j'ai été conduit à faire pour l'hypothèse de Lagrange dont je vais parler tout à l'heure, j'ai trouvé nombre de comètes dont la périodicité n'est pas soupçonnée et dont l'axe de l'orbite est très fortement incliné sur l'écliptique, qui coupent également de très près les orbites de Mercure, de Vénus, de la Terre et de Mars ([1]). Les astronomes n'y font pas attention, parce que ces planètes se trouvaient alors trop loin pour donner lieu à des actions perturbatrices.

» Quant à la Terre, ces phénomènes sont bien plus étonnants. Faisons ici une distinction entre deux genres de corps célestes qui nous atteignent, les aérolithes et les étoiles filantes. S'agit-il des premiers, notre savant Confrère M. Daubrée a calculé qu'il en tombe environ 600 par année. Voilà donc un nombre énorme de trajectoires célestes qui viennent couper la nôtre. S'agit-il d'étoiles filantes, il suffit de consulter le Tableau des principaux centres d'émanation d'étoiles filantes que le Bureau des Longitudes publie chaque année dans son *Annuaire* : on verra qu'il y en a 63, c'est-à-dire que plus de 63 comètes, déjà connues ou non encore observées, ont des orbites qui coupent la nôtre à très peu près, puisque nous sommes continuellement choqués par les particules que ces comètes en décomposition laissent échapper sur leurs trajectoires.

» Ainsi ce phénomène étonnant prend des proportions de plus en plus

([1]) Je n'ai pas été plus loin, à cause de l'incertitude qui pèse sur les grandes distances au Soleil dans les orbites paraboliques.

frappantes à mesure que les observations se multiplient. De là à chercher dans les planètes elles-mêmes l'origine de ces projectiles, qui sillonnent en tout sens l'espace céleste, il n'y a pas loin; car c'est une loi de la nature que tout corps circulant autour du Soleil repasse, à chaque révolution, par le lieu de son origine.

» C'est justement à cette loi que se rapporte l'hypothèse de Lagrange; seulement l'ensemble grandiose des phénomènes dont je viens de parler était à peine soupçonné en 1812; c'est un autre ordre de faits qui a guidé notre grand géomètre. Son Mémoire, lu au Bureau des Longitudes dans la séance du 29 janvier 1812, a été écrit sous l'influence des conversations d'Olbers. Olbers, vers cette époque, était venu à Paris comme délégué de la ville de Brême. Le célèbre médecin astronome avait assisté à plusieurs séances du Bureau des Longitudes, et les membres du Bureau, Lagrange, Laplace, Delambre, Bouvard, Biot, Arago, Poisson, etc., avaient écouté avec un vif intérêt l'exposé des idées qui avaient conduit à la découverte, toute récente alors, de Junon et de Vesta.

» On sait qu'Olbers attribuait ces astéroïdes à l'explosion d'une planète bien plus grosse, dont la place était toute marquée entre Mars et Jupiter. A ce compte, les fragments devaient repasser à tour de rôle dans la région où l'explosion avait eu lieu, au point d'intersection des orbites de Cérès et de Pallas, c'est-à-dire dans l'aile gauche de la Vierge; c'était là, ou dans le point diamétralement opposé, qu'Olbers et Harding cherchèrent et découvrirent les fragments restés inconnus, Junon et Vesta. Olbers ne présentait, d'ailleurs, cette idée hardie qu'à titre de *working hypothesis*, comme disent les Anglais, c'est-à-dire une de ces hypothèses que les physiciens essayent souvent, quitte à les abandonner lorsqu'elles se montrent infructueuses. Celle de l'explosion ne l'avait été ni pour Olbers, ni pour Harding.

» Lagrange jugea qu'au fond cette hypothèse n'était pas dénuée de vraisemblance. Il en vint à penser que ces explosions pouvaient fort bien s'être produites fréquemment sur les planètes de notre système sans les briser totalement en morceaux comme celle d'Olbers, par la puissance d'un feu intérieur et des fluides élastiques renfermés dans ces globes. Elles auraient projeté dans l'espace des matériaux cométaires, c'est-à-dire d'énormes volumes de gaz, de vapeurs, de poussières impalpables, et des aérolithes, c'est-à-dire des blocs de pierre ou de substances métalliques. Il fait remarquer que les fers qui constituent certains aérolithes pourraient

bien, en effet, avoir été lancés par nos volcans et provenir ainsi de l'intérieur de la Terre, où les minéraux conservent leur état primitif.

» Sous l'influence de ces idées, auxquelles les travaux des géologues contemporains de Saussure et Dolomieu lui semblaient donner quelque consistance, Lagrange résolut de traiter la question par le calcul. Il chercha quelle vitesse il faudrait imprimer à un corps pour le lancer hors d'une planète et lui faire décrire autour du Soleil une orbite cométaire. En prenant pour unité la vitesse d'un boulet de canon, celle d'une planète dont l'orbite aurait pour rayon r serait $\frac{70}{\sqrt{r}}$, et il suffirait d'une explosion capable de produire des vitesses moindres que $\frac{70\sqrt{3}}{\sqrt{r}}$ et $\frac{70\sqrt{5}}{\sqrt{r}}$ pour faire décrire au projectile une orbite elliptique ou parabolique, directe ou rétrograde, dans un plan quelconque (1).

» Ces vitesses sont énormes, bien supérieures à celles que produisent nos volcans actuels; mais il est permis de penser que ceux-ci ne donnent qu'une faible idée de leur puissance aux temps où la chaleur interne des planètes était plus grande et leur écorce moins épaisse (2).

» Cependant, pour que l'idée de Lagrange en ce qui concerne les comètes fût justifiée, il faudrait que tous ces astres, sans exception, se rattachassent ainsi à quelque planète. Afin de le vérifier d'une manière approchée, j'ai calculé les rayons vecteurs dans l'écliptique pour les comètes à forte inclinaison sur lesquelles les perturbations produites à la longue par les planètes ont eu le moins d'influence, et j'ai trouvé que les orbites

---

(1) A quoi il faut ajouter la vitesse nécessaire pour vaincre l'attraction de la planète elle-même.

(2) Lagrange voyait d'ailleurs, dans cette idée, le moyen de remédier à ce qu'il considérait comme un grave défaut dans l'hypothèse cosmogonique de Laplace, à savoir que les comètes seraient des astres étrangers à notre système solaire :

« M. Laplace, dit-il, a proposé, dans l'*Exposition du système du monde*, une hypothèse ingénieuse sur la formation des planètes par l'atmosphère du Soleil; mais elle ne s'applique qu'à des orbites circulaires ou presque circulaires et à des mouvements dirigés dans le même sens. Si l'on y joint l'hypothèse de l'explosion des planètes par l'action du calorique que le passage de l'état aériforme à l'état solide aura concentré dans leur intérieur, on aura une hypothèse complète sur l'origine de tout le système planétaire, plus conforme à la nature et aux lois de la Mécanique que toutes celles qui ont été proposées jusqu'ici. »

des comètes suivantes ne se rapprochent nettement d'aucune orbite planétaire.

1826 II	1846 V	1874 I	1882 III
1840 II	1847 IV	1880 I	....
1840 III	1849 II	1880 II	
1843 II	1849 III	1881 VIII	
1844 I	1851 III	1882 II	

» D'après cela, l'idée de Lagrange ne serait pas confirmée par les faits en ce qui regarde les comètes, mais elle me semble beaucoup plus acceptable pour les aérolithes. Les vitesses de projection seraient alors moins considérables et les données physiques mieux représentées. En effet, les travaux de M. Daubrée, de M. Lawrence Smith, de M. Stanislas Meunier, etc., prouvent que les pierres tombées du ciel s'identifient minéralogiquement avec de simples fragments enlevés aux couches profondes d'un globe semblable au nôtre. Or, les astronomes seraient bien embarrassés d'assigner la place où un globe pareil pourrait être cherché dans le ciel. La Terre seule, avec son satellite, satisfait à ces conditions, et c'est elle, d'ailleurs, qui reçoit chaque jour le choc de ces pierres. Quant à la Lune, signalée déjà par M. L. Smith, elle a pu intervenir largement dans cette singulière production d'aérolithes circulant par millions autour du Soleil si, comme le pensent certains géologues, ses 60000 cirques grands et petits sont tous des cratères d'explosion ([1]). Ces explosions ont même été assez violentes pour fêler la croûte lunaire sur d'énormes étendues. Celle qui a lancé dernièrement dans les airs la montagne du Krakatoa était probablement bien moins énergique que celles qui ont produit sur la Lune les énormes cratères de Tycho, de Copernic, de Kepler, etc., avec leurs vastes étoilements.

» Faisons remarquer, en terminant, que l'idée de Lagrange diffère essentiellement de l'hypothèse dont Laplace, Biot, Poisson, Bessel, etc., se sont occupés autrefois et que Plana a si justement critiquée ([2]), hypothèse qui consiste à attribuer la chute des aérolithes à des pierres lancées directement sur la Terre par les volcans actuels de la Lune. Il y a bien longtemps que l'activité volcanique ou plutôt explosive de la Lune est

---

([1]) M. Julius Schmidt, à Athènes, en a compté 33000 sur la face tournée vers nous.

([2]) *Mémoires de l'Académie de Turin*, série II, t. XX.

épuisée, tandis que ses produits, lancés autrefois dans des orbites elliptiques autour du Soleil, reviennent à chaque révolution couper notre orbite et finissent tôt ou tard par nous y rencontrer.

En résumé, l'hypothèse longtemps oubliée [1], que Lagrange a proposée pour les comètes et les aérolithes, ne paraît pas applicable aux premières. Pour les comètes, la question posée plus haut reste sans réponse nette. Mais, si l'on remarque que les caractères principaux des aérolithes, à savoir leur forme fragmentaire, leur petitesse constante qui est une garantie contre d'épouvantables catastrophes, leur identité de constitution chimique et minéralogique avec les masses profondes de la Terre, et l'extrême fréquence de leurs chutes, sont absolument incompatibles avec une provenance étrangère à notre système, comme celle que plusieurs astronomes attribuaient naguère aux comètes, l'hypothèse de Lagrange paraîtra applicable à ces corps, et je me fais un plaisir de la rappeler à l'attention des astronomes et des géologues. »

CHIMIE. — *Fluorescence de la chaux ferrifère*. Note de M. **Lecoq de Boisbaudran**.

« Le fer étant un métal très commun et dont la présence est fort difficile à éviter complètement dans les produits chimiques, il était intéressant de connaître son action sur la chaux, au point de vue de la fluorescence. Cette étude, assez simple en apparence, a nécessité de nombreuses expériences, à cause de la difficulté de se procurer des substances bien exemptes de matières étrangères.

» Le sesquioxyde de fer, réputé pur, ajouté en petite quantité à du carbonate de chaux, communique à ce corps la propriété de fluorescer en vert après forte calcination à l'air [2]. Cette fluorescence, parfois assez intense, est très sensible à l'action de la chaleur : aussi dure-t-elle peu en face de l'électrode et ne se maintient-elle que dans les parties du tube qui sont plus éloignées du centre d'action; pour l'observer convenablement, il faut laisser passer chaque fois le courant électrique pendant un temps très court.

---

(1) Je n'en ai vu de mention que dans l'excellente *History of Astronomy during the nineteenth Century*, par Mlle Agnès Clerke. Edinbourg, p. 95; 1887.

(2) Je n'ai pas vu de raies spectrales dans cette lumière verte.

» Le $CaOCO^2$, employé dans ces essais, fournit lui-même un premier éclat blanc-vert très brillant, qui pourrait dépendre en partie de la présence de traces de fer, car il est d'aspect assez analogue à celui du $CaO + Fe^2O^3$, tout en étant considérablement moins *coloré* et d'une teinte plus bleue. Il est probable toutefois que d'infimes traces de cuivre contribuent à la production de ce premier éclat blanc-vert du $CaOCO^2$. La diffusion du cuivre dans les laboratoires et son activité fluorescente (¹) autoriseraient peut-être, même *a priori*, la supposition que des traces de ce métal sont la véritable cause de la fluorescence verte obtenue par addition d'une quantité sensible de Fe^2O^3 au $CaOCO^2$, bien que les deux fluorescences soient de teintes assez différentes. Pour ces raisons, les expériences ont été surtout comparatives.

» Afin d'éviter la complication d'impuretés provenant des réactifs, filtres, eaux de lavage et poussières, dont la chute est presque inévitable pendant de longues manipulations, on a simplement arrosé le $CaOCO^2$ (toujours le même) avec une solution très étendue de nitrate acide de fer, puis séché et fortement calciné à l'air dans un creuset de porcelaine (²). Une ou deux gouttes seulement de solution ferrifère étaient employées pour chaque essai, lequel portait sur environ $0^{gr},03$ de $CaOCO^2$. La répartition du Fe^2O^3 dans la chaux, tout en manquant un peu d'uniformité, était bien moins imparfaite qu'on ne pourrait le supposer.

» Les premiers essais ont été faits avec du nitrate de fer réputé pur et ne donnant pas avec certitude les réactions usuelles du cuivre; on a mis des quantités de Fe^2O^3 allant de $\frac{1}{50}$ à quelques cent-millièmes du poids du $CaOCO^2$, et l'on a obtenu des fluorescences vertes, d'abord très colorées, puis de moins en moins différentes de celle du $CaOCO^2$ calciné seul (³).

» Avec quelques millièmes de Fe^2O^3, le vert est bien développé, et d'une nuance moins bleue que celle de la fluorescence $CaO + CuO$. Le bleu violet, qui apparaît bientôt en face de l'électrode active, est généralement plus faible et plus rose qu'en l'absence du fer.

» La solution acide et étendue de nitrate ferrique fut alors traitée par l'hydrogène sulfuré, soigneusement passée plusieurs fois au travers du même filtre, enfin abandonnée au repos à l'abri de toute poussière. Les

(¹) *Comptes rendus*, p. 1386, 14 mai 1888.

(²) Les creusets de platine renferment souvent du cuivre.

(³) Le $CaOCO^2$ *seul* a été arrosé d'un même nombre de gouttes de $AzHO^3$ étendu, afin de rendre les opérations aussi comparables que possible.

échantillons furent prélevés, au milieu du liquide, avec une pipette capillaire très propre. On obtint encore ainsi des fluorescences d'un vert très marqué, dès que la proportion de Fe^2O^3 atteignait quelques millièmes.

» Chaque opération se conduisait ainsi :

» Du carbonate de chaux était placé dans le creuset et arrosé d'une ou deux gouttes d'une solution très étendue d'acide nitrique chargée de H^2S, puis séché et calciné à l'air. On constatait l'état normal de la fluorescence $CaOCO^2$ calciné seul. Une seconde portion de $CaOCO^2$ étant mise dans le creuset, on l'arrosait d'une ou deux gouttes de la solution de nitrate acide de fer chargée de H^2S et reposée; on séchait, calcinait, enfin on constatait la considérable différence des fluorescences.

» Ces expériences, fréquemment répétées et faites notamment avec $\frac{1}{56}$, $\frac{1}{175}$ et $\frac{1}{250}$ de Fe^2O^3 dans le $CaOCO^2$ n'ont montré aucune irrégularité et semblent par conséquent devoir faire attribuer au fer la fluorescence verte observée. Il est du moins bien difficile d'admettre que, dans une ou deux gouttes d'une solution faiblement nitrique et chargée d'hydrogène sulfuré, il puisse exister assez de cuivre pour fournir une fluorescence appréciable. D'ailleurs la fluorescence $CaOCO^2 +$ environ $\frac{1}{250}$ Fe^2O^3, quoique de teinte un peu différente, est comparable (sinon même supérieure), comme intensité *de coloration*, à celle de $CaOCO^2 +$ environ $\frac{1}{16000}$ CuO.

» Comme, dans cette expérience, le poids de la liqueur ferrifère employée était environ une fois et demie celui du $CaOCO^2$, il faudrait que ladite liqueur, chargée de H^2S et reposée, eût retenu environ $\frac{1}{24000}$ de CuO, ce qui n'est pas admissible; car de l'eau acidifiée par $AzHO^3$ et contenant $\frac{1}{150000}$ de CuO, brunit immédiatement par H^2S et laisse bientôt déposer des flocons de sulfure de cuivre. Mes expériences semblent donc, en résumé, montrer que le fer produit, avec un excès de chaux, une fluorescence verte indépendante de la présence du cuivre dans le sel de fer employé.

» Le $CaOCO^2$ ferrifère, calciné dans l'hydrogène, ne m'a pas donné de fluorescence sensible. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

VITICULTURE. — *Recherches expérimentales sur les maladies de la Vigne.* Note de MM. **Pierre Viala** et **L. Ravaz**, présentée par M. Duchartre.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

« I. Dans nos précédentes recherches, nous avons établi expérimentalement que les différents organes reproducteurs qui existent sur les lésions déterminées par le Black Rot appartiennent au Champignon cause de cette maladie. Des stylospores, semées sur des grains de raisin, ont reproduit des spermogonies et des pycnides. Cette expérience démontrait, en même temps, le parasitisme de la forme *Phoma* de ce Champignon.

» Il était important de préciser par l'expérimentation que les périthèces, qui sont associés aux pycnides et aux spermogonies, étaient en relation d'origine avec elles. L'observation pouvait déjà le faire supposer. Nous avons semé, le 22 mai, des sporidies sur des feuilles saines attenantes au cep de vigne. Au bout de huit à douze jours, les tissus verts des feuilles inoculées ont pris, par places limitées, une coloration d'un gris blanchâtre et finalement une teinte feuille morte caractéristique des taches du Black Rot. Des pustules noires, constituées par des pycnides et des spermogonies, se formaient en même temps dans les tissus des lésions et émergeaient à leur surface. Ces expériences prouvent à nouveau le parasitisme du Champignon et établissent définitivement la filiation qui existe entre ses diverses formes de reproduction; elles affirment aussi l'identité d'origine des lésions des raisins et de celles des feuilles. Nous avions indiqué que les *Phyllosticta* des feuilles (*Ph. viticola* et *Ph. Labruscæ*) étaient produits par le même Champignon que celui du Black Rot des fruits et des rameaux.

» Les périthèces, observés aux États-Unis par M. Bidwell, en 1881, et en 1887, par M. F.-L. Scribner et l'un de nous, ont été retrouvés récemment par M. Fréchou dans le Lot-et-Garonne et par nous dans le Lot et dans l'Hérault. Ils ne sont entièrement développés, en France comme en Amérique, qu'au mois de mai; leur durée est très courte. Les sporidies qu'ils renferment sont, de même que les stylospores qui résistent, dans les vignobles, aux intempéries de l'hiver, la cause de la réapparition du Black Rot au printemps.

» Les périthèces, nés dans les pycnides préexistantes ou directement sur des filaments mycéliens, contiennent de 80 à 120 asques (de 72μ à 84μ sur 9μ à 10μ), qui projettent les sporidies avec force au moment de la maturité des conceptacles. Ces sporidies sont incolores, subovoïdes, un peu déprimées sur leur pourtour, et sans points réfringents vers les pôles; elles mesurent 12μ à 14μ sur 6μ à 7μ. Les asques ne sont jamais entremêlés de paraphyses. Par suite, le Champignon du Black Rot ne doit plus être maintenu dans le genre *Physalospora*, qui est surtout caractérisé par l'existence de paraphyses; tous ses caractères le font classer dans le genre *Læstadia*, sous le nom de *Læstadia Bidwellii*.

» II. Le *Coniothyrium Diplodiella* a été considéré, jusqu'à ce jour, comme la cause du *Rot blanc* (White Rot). Pour démontrer nettement le parasitisme de ce Champignon, il fallait le faire développer sur des organes absolument sains, non séparés de la souche. Des stylospores, cueillies en mai dans les vignobles et sur des grains de raisin morts l'année dernière, ont été semées sur de jeunes grappes (pédoncule, rafle, ovaires, pédicelles) d'une souche d'Aramon très vigoureuse. Leur altération s'est manifestée au bout de huit jours et les pycnides du *Coniothyrium* n'ont pas tardé à se montrer. Le parasitisme de ce Champignon, sur lequel nous avions émis des doutes, est ainsi précisé. La même expérience montre que c'est par les stylospores que le mal se perpétue d'une année à l'autre.

» III. Le *Sphaceloma ampelinum*, cause de l'anthracnose, n'a comme organes reproducteurs, connus jusqu'à ce jour, que des filaments conidifères; les pycnides que M. R. Gœthe a rapportées à ce Champignon appartiennent à une autre espèce.

» Nous avons cherché à déterminer comment la maladie se transmet d'une année à l'autre. Dans toutes nos cultures, nous avons vu le mycélium du parasite rester à l'état de vie latente pendant l'hiver et se développer au printemps en produisant les mêmes filaments conidifères que l'on observe pendant la période estivale. Les conidies, semées sur les organes sains de la Vigne, ont reproduit les lésions de l'anthracnose.

» IV. M. de Bary avait émis, depuis longtemps, l'hypothèse que l'*Uncinula spiralis* pourrait être la forme ascosporée de notre *Oidium* de la Vigne, bien que les périthèces n'aient jamais été observés en Europe. L'étude comparée de très nombreux échantillons frais de l'*Oidium* d'Amérique et de ses formes de reproduction nous permet d'établir son identité avec celui qui se développe sur les Vignes en Europe, et d'admettre, par suite, que l'*Uncinula spiralis* est bien la forme ascospore de ce dernier. »

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Un Ouvrage de M. *A. Daubrée*, ayant pour titre : « Les régions invisibles du globe et des espaces célestes; eaux souterraines, tremblements de terre, météorites ».

2° Une brochure de M. *W. Zenker*, intitulée : « Die Vertheilung der Wärme auf der Erdoberfläche ».

ASTRONOMIE. — *Recherches sur les erreurs accidentelles des observations de passages dans la méthode de l'œil et de l'oreille.* Note de M. **G. Rayet**, présentée par M. Faye.

« L'étude des erreurs accidentelles des passages méridiens d'une étoile, tels qu'on les observe par la méthode de l'œil et de l'oreille, a déjà fait l'objet de travaux nombreux, parmi lesquels il convient de citer ceux de W. Struve, Robinson, Liagre, Dunkin, Pape et Finlay. Dans le Mémoire que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie, je me suis proposé de compléter ces travaux à l'aide d'observations spéciales portant sur environ soixante-dix étoiles, ou groupes d'étoiles, comprises entre 20° de déclinaison australe et le pôle nord; je me suis en particulier attaché, ce que n'avaient point fait mes devanciers, à l'observation des étoiles de distances polaires inférieures à 10°, étoiles pour lesquelles, à cause de la lenteur de leur mouvement apparent, les erreurs sont considérables. C'est ainsi que j'ai déterminé la valeur numérique des erreurs accidentelles relatives à une douzaine d'étoiles comprises entre 80° et 89°22',3 de déclinaison.

» Les observations ont invariablement été faites à des fils fixes par la méthode de l'œil et de l'oreille; seulement comme, pour les circompolaires, la lenteur du mouvement de l'étoile permettait d'accumuler les observations dans l'intervalle de deux des fils fixes ordinaires de l'instrument méridien de Bordeaux, un fil fixe auxiliaire était créé par l'un de mes aides qui amenait le fil mobile d'ascension droite à une position déterminée à l'avance et répondant à un nombre entier de divisions de la tête de vis. La position du fil se trouvait ainsi très rigoureusement déterminée.

» Les passages, individuellement notés, ont été réduits au fil moyen par la formule en usage pour les circompolaires; l'erreur moyenne du passage à un fil unique a ensuite été déterminée, d'après les principes de la méthode des moindres carrés, par la comparaison des résultats partiels à leur moyenne générale. Ce procédé, déjà employé par Dunkin, est le seul rigoureux dans le cas qui m'occupe.

» Les résultats numériques détaillés de mes recherches occupent de nombreux Tableaux qui ne peuvent être reproduits ici ([1]) et dont je me bornerai à résumer les conclusions.

» J'ai d'abord constaté que, pour les étoiles de faibles déclinaisons, la loi de distribution des erreurs des diverses grandeurs est peu différente de celle que suppose la méthode des moindres carrés; elle est représentée par la formule

$$y = 264,7 e^{-0,231 . x^2},$$

où x est la grandeur de l'erreur exprimée en dixièmes de seconde de temps.

» J'ai ensuite démontré que :

» 1° L'erreur accidentelle d'une observation de passage reste presque constante tant que la déclinaison de l'étoile ne dépasse pas 60°, ou, du moins, qu'elle ne varie que très lentement aussi longtemps qu'on est au-dessous de cette limite;

» 2° L'erreur accidentelle croît très rapidement lorsque la déclinaison de l'étoile varie entre 60° et 89°, 22'.

» L'erreur accidentelle d'une observation de passage augmente donc lorsque la vitesse apparente de l'étoile diminue; elle paraît être une fonction de l'inverse de cette vitesse.

» Il résulte d'ailleurs d'observations faites sur les étoiles équatoriales, avec des grossissements croissants, que l'erreur ne peut descendre au-dessous d'une certaine limite qui, avec l'instrument de Bordeaux (ouverture, $0^m,190$; distance focale, $2^m,32$), est atteinte pour les étoiles équatoriales et un grossissement de 130 environ. Pour les polaires, l'erreur diminue lorsque le grossissement augmente; avec α Petite Ourse, par exemple, l'erreur moyenne du passage à 10 fils est $0^s,523$ avec un grossissement de 100; $0^s,437$ avec un grossissement de 130; $0^s,287$ avec un grossissement de 350.

([1]) Le Mémoire de M. Rayet sera publié dans le prochain volume des *Annales de l'observatoire de Bordeaux*.

» J'ai également constaté que l'observation des polaires au fil fixe était plus précise que la même observation faite au fil mobile. Il y a, d'ailleurs, entre les temps des passages méridiens déterminés par l'une ou l'autre méthode, une différence, une équation personnelle, de près d'une seconde.

» A l'observatoire de Bordeaux, dans les soirées propres à l'observation, la distance zénithale paraît n'avoir que très peu d'influence sur les erreurs accidentelles de passage, et les ondulations horizontales sont, contrairement aux résultats de Pape, très peu sensibles. Ce fait doit tenir à la situation de l'Observatoire et au mode d'installation de l'instrument méridien.

» D'après les considérations théoriques présentées autrefois par Robinson et Pape, la loi de variation de l'erreur accidentelle avec la déclinaison doit être représentée par la formule

$$\varepsilon^2 = a^2 + b^2 \operatorname{séc}^2 \delta,$$

ε étant l'erreur accidentelle de passage, a une erreur constante attribuée à l'oreille et b l'erreur d'estime de l'œil pour une étoile équatoriale.

» J'ai trouvé que cette formule était incapable de représenter l'ensemble de mes observations; ses coefficients étant déterminés par la méthode des moindres carrés, elle donne, en effet, une erreur trop faible pour les étoiles comprises entre 70° et 89° de déclinaison et une erreur trop forte pour les étoiles plus voisines du pôle.

» Une formule à trois termes,

$$\varepsilon^2 = a^2 + b^2 \operatorname{séc}^2 \delta + c^2 \operatorname{séc}^4 \delta,$$

représente mieux les observations; mais, le coefficient c^2 étant négatif, elle donne une erreur nulle pour les étoiles dont la déclinaison serait de 89° 15', ce qui est inadmissible.

» J'ai donc dû renoncer aux expressions de la forme adoptée par Pape et, me fondant sur l'analogie de la courbe des erreurs avec une hyperbole équilatère, j'ai trouvé, ainsi que le démontre un Tableau annexé à mon Mémoire, que mes observations étaient très convenablement représentées entre 0° et 89° 22',3 de déclinaison par la formule

$$\varepsilon = 0^s,12772 + \frac{80^s,2274}{x},$$

dans laquelle x est le nombre de minutes de la distance polaire de l'étoile.

Cette formule ne peut évidemment être appliquée qu'aux étoiles comprises entre le pôle et l'équateur.

» Enfin j'ai remarqué que, sauf pour les circompolaires, l'éclat de l'étoile n'avait aucune influence sensible sur la grandeur de l'erreur accidentelle de passage. »

ASTRONOMIE. — *Sur les anneaux de Saturne*. Note de M. **Perrotin**, présentée par M. Faye.

« Pendant l'opposition de Saturne de cette année, nous avons, à l'aide du grand équatorial de l'observatoire de Nice, fait une série de mesures micrométriques des anneaux dans le but de contribuer à la détermination des dimensions du système.

» A cet effet, de chaque côté de la planète, nous avons mesuré les intervalles compris entre le bord de Saturne et les bords de l'anneau et ses deux principales divisions. Le Tableau suivant contient le résultat de ces opérations, ainsi que la différence, E — O, des nombres obtenus à l'est et à l'ouest de la planète pour les intervalles correspondants.

» Les valeurs trouvées sont corrigées de l'effet de la phase (éphéméride de M. Marth) et ramenées à la distance moyenne de Saturne.

» Chaque nombre est le résultat de deux mesures complètes faites par la méthode de la double distance. Le grossissement employé était de 1250 fois environ.

Dates 1888.	Bord extérieur de l'anneau brillant.			Division de Cassini (milieux).			Ligne de séparation de l'anneau brillant et de l'anneau sombre.			Bord intérieur de l'anneau sombre.		
	E.	O.	E — O.	E.	O.	E — O.	E.	O.	E — O.	E.	O.	E — O.
Févr. 2...	11″,06	11″,19	—0″,13	8″,34	8″,54	—0″,20	4″,05	4″,15	—0″,10	1″,62	1″,48	+0″,14
9...	11,15	11,18	—0,03	8,33	8,39	—0,06	3,90	3,90	0,00	1,52	1,35	+0,17
10...	11,33	11,15	+0,18	8,45	8,44	+0,01	3,92	3,98	—0,06	1,45	1,42	+0,03
11...	11,23	11,17	+0,06	8,51	8,51	0,00	3,96	3,95	+0,01	1,48	1,34	+0,14
18...	11,17	11,13	+0,04	8,51	8,29	+0,22	4,04	3,89	+0,15	1,36	1,43	—0,07
23...	11,15	11,01	+0,14	8,48	8,34	+0,09	4,18	4,05	+0,13	1,49	1,34	—0,05
27...	11,28	11,00	+0,28	8,56	8,35	+0,19	4,19	4,00	+0,19	1,46	1,43	+0,03
29...	11,16	11,10	+0,06	8,60	8,49	+0,11	4,28	4,07	+0,21	1,56	1,52	+0,04
Mars 1...	11,11	11,07	+0,04	8,44	8,44	0,00	4,08	4,18	—0,10	1,50	1,42	+0,08
2...	11,23	11,08	+0,15	8,58	8,46	+0,12	4,10	4,09	+0,01	1,41	1,42	—0,01
7...	11,13	11,07	+0,06	8,59	8,40	+0,19	4,26	4,01	+0,25	1,51	1,41	+0,10
8...	11,21	11,10	+0,11	8,57	8,41	+0,16	4,20	4,01	+0,19	1,44	1,32	+0,12

Dates 1888.	Bord extérieur de l'anneau brillant. E.	O.	E − O.	Division de Cassini (milieux). E.	O.	E − O.	Ligne de séparation de l'anneau brillant et de l'anneau sombre. E.	O.	E − O.	Bord intérieur de l'anneau sombre. E.	O.	E − O.
Avril 11...	11,39	11,22	+0,17	8,59	8,39	+0,20	4,27	4,24	+0,03	1,47	1,56	−0,09
17...	11,44	11,07	+0,37	8,57	8,31	+0,26	4,14	4,09	+0,05	1,35	1,35	0,00
Mai 5...	11,18	11,21	−0,03	8,42	8,61	−0,19	3,79	4,11	−0,32	1,41	1,36	+0,05
6...	11,21	11,19	+0,02	8,45	8,41	+0,04	4,03	4,12	−0,09	1,50	1,36	+0,14
7...	11,32	11,17	+0,15	8,49	8,49	0,00	4,01	4,23	−0,22	1,36	1,34	+0,02
8...	11,24	11,07	+0,17	8,60	8,34	+0,26	4,13	4,19	−0,06	1,34	1,39	−0,05

» Si, comme nous avons lieu de le croire, nos mesures sont dépourvues d'erreurs systématiques, les différences E − O semblent indiquer que pendant nos opérations les anneaux étaient généralement plus éloignés du centre de la planète du côté est que du côté ouest. Ce fait, qui se manifeste surtout pour le bord extérieur et la division de Cassini, vient appuyer l'opinion des astronomes qui croient que les anneaux tournent autour de la planète dans des orbites elliptiques. Les changements de signe pour les bords extérieur et intérieur de l'anneau sombre n'ont rien d'incompatible avec cette hypothèse et ils peuvent tenir à ce que, dans l'intervalle de nos mesures, le périsaturne de cette partie de l'anneau a fait une ou même plusieurs révolutions [1].

» En prenant les moyennes des nombres contenus dans les colonnes ci-dessus, on obtient, en ne conservant que les centièmes de seconde d'arc, les résultats définitifs suivants :

	Bord extérieur.	Division de Cassini.	Bord intérieur brillant ou bord extérieur sombre.	Bord intérieur sombre.
Pour l'anse est.......	11,22 ± 0,02	8,50 ± 0,02	4,08 ± 0,02	1,46 ± 0,02
Pour l'anse ouest.....	11,12 ± 0,02	8,43 ± 0,02	4,07 ± 0,03	1,41 ± 0,02

» Ces nombres ne s'éloignent pas d'une manière notable de ceux qui ont été obtenus récemment par M. O. Struve et par M. W. Meyer, et les

---

(1) Si l'on considère, par exemple, un satellite se mouvant dans une orbite elliptique, à une distance moyenne du centre de Saturne égale à celle qui correspond à l'intérieur de l'anneau brillant, et qu'on lui applique les formules établies par M. Tisserand dans le premier Volume des *Annales de l'observatoire de Toulouse* (p. A.58), on trouve que, sous la seule influence de l'aplatissement de la planète, le périsaturne d'un tel satellite ferait une révolution complète en un peu moins d'un mois.

différences peuvent s'expliquer par la puissance différente des instruments et peut-être aussi par l'excentricité des anneaux. Il faut pourtant faire exception pour ceux du quatrième groupe, plus forts que ceux de M. O. Struve de 0",4, ce qui provient sans doute de ce que les mesures ne portent pas sur la même division.

» Nous ajouterons les remarques suivantes concernant l'aspect de Saturne et des anneaux :

» 1° Pendant la durée de nos observations, nous avons aperçu dans l'équateur même de la planète deux petites bandes grises distantes l'une de l'autre de deux ou trois dixièmes de seconde d'arc.

» 2° La division d'Encke, visible en 1884, 1885 et 1886 à l'équatorial de $0^m,38$ d'ouverture, et en 1887 avec l'équatorial de $0^m,76$, n'a pu être distinguée en 1888. Cela peut tenir à la plus grande inclinaison des rayons du Soleil sur le plan de l'anneau.

» 3° La moitié intérieure du deuxième anneau brillant (celui qu'on désigne habituellement par la lettre B) nous a paru présenter trois faibles divisions qui partagent cette portion de l'anneau en trois parties à peu près égales.

» Ces divisions, fort difficiles à distinguer, ont été vues tantôt sur l'une des anses, tantôt sur l'autre, mais jamais toutes trois à la fois sur la même.

» 4° L'anneau sombre présentait une teinte uniforme sur toute sa largeur, et nous n'avons pas vu de division à sa surface. La ligne qui le sépare de l'anneau brillant nous a semblé nette et ne donnant lieu, actuellement, à aucune incertitude dans les mesures. »

ASTRONOMIE. — *Sur la planète Mars.* Extrait d'une Lettre adressée par M. **Perrotin** à M. Faye.

« Dans le courant de la semaine prochaine, j'aurai l'honneur de vous adresser les croquis de *Mars* que je vous ai annoncés.

» La région Libya, dont je vous ai entretenu dernièrement, s'est présentée avec de nouvelles modifications. La mer qui recouvrait la surface de cette sorte d'île s'est retirée en grande partie et l'aspect actuel est intermédiaire entre celui de 1886 et celui sous lequel elle se voyait il y a un peu plus d'un mois.

» Ce que j'ai constaté de plus intéressant, depuis ma dernière Lettre,

c'est l'existence de canaux, en partie doubles, qui partent des régions voisines de l'équateur et atteignent les environs du pôle boréal.

» Ces canaux (mes dessins en contiennent quatre, dont trois doubles, ayant le même caractère) prennent leur source dans des mers de l'hémisphère austral, non loin de l'équateur, suivent à peu près un méridien de la planète et vont se perdre dans les mers qui entourent la calotte de glace du pôle boréal. Ce qu'il y a de plus singulier, c'est qu'on peut suivre leurs traces, à travers ces mers, jusqu'à la calotte elle-même. Il n'est pas à ma connaissance que d'autres observateurs aient constaté l'existence de pareils canaux, s'étendant sur une aussi grande longueur et présentant ce caractère.

» M. Schiaparelli lui-même, auquel on doit les plus belles études sur Mars, ne semble avoir vu qu'en partie les canaux que je viens de signaler. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'électrolyse par les courants alternatifs des machines dynamo-électriques* (1). Note de MM. **G. Maneuvrier** et **J. Chappuis**, présentée par M. Lippmann.

« I. Lorsqu'on lance dans un voltamètre ordinaire, à lames ou à gros fils de platine, contenant de l'eau acidulée à l'acide sulfurique pur, les courants alternatifs d'une machine dynamo-électrique, on n'observe généralement pas de dégagement gazeux sur les électrodes. Il semble qu'il n'y ait pas décomposition de l'eau acidulée, bien que la circulation des courants y soit parfaitement établie. Par exemple, avec des courants de 250 à 300 volts et de 4 à 5 ampères, qui peuvent alimenter aisément un éclairage par arc ou par incandescence, on n'aperçoit pas traces de gaz sur les électrodes, pourvu que les dimensions de celles-ci dépassent $0^{cm},1$ en diamètre et 4^{cm} ou 5^{cm} en longueur.

» Ainsi s'explique cette opinion assez répandue que les courants alternatifs fournis par les machines sont aussi incapables de décomposer l'eau acidulée d'un voltamètre que de dévier l'aiguille d'un galvanomètre. Mais cette opinion est erronée. Cette incapacité d'électrolysation n'est qu'apparente; car, si l'on substitue, dans le même voltamètre, des fils très fins

(1) Ces recherches ont été faites et sont poursuivies au laboratoire des Recherches physiques de la Sorbonne.

aux larges électrodes, les mêmes courants alternatifs y font apparaître immédiatement un abondant dégagement gazeux.

» II. L'étude expérimentale de ce phénomène nous a conduits aux conclusions suivantes :

» 1° Pour des courants d'intensité déterminée, il existe une électrode en platine de surface telle que les gaz ne s'y dégagent pas, et que l'électrolyse soit, ou paraisse, complètement enrayée. Si l'on diminue alors graduellement la surface de cette électrode, en réduisant soit la longueur, soit le diamètre, le dégagement gazeux apparaît, et il est d'autant plus abondant que les électrodes ont été réduites dans une plus forte proportion.

» 2° Inversement, pour des électrodes en platine de dimensions déterminées, il existe une intensité de courant au-dessous de laquelle il n'y a pas de dégagement gazeux; la décomposition se produit, au contraire, pour une intensité supérieure à cette limite et elle augmente en même temps que l'intensité.

» 3° Dans tous les cas, l'analyse chimique prouve que les gaz recueillis, à l'une et l'autre électrode, ont la même composition. Ce sont les gaz de l'eau, formant un mélange détonant, mais avec une proportion d'oxygène inférieure au tiers du volume total. De plus, le volume de ce gaz tonnant, qui est dégagé *par ampère* et *par minute*, est toujours plus ou moins inférieur à la quantité théorique, $10^{cc},4$, qui serait dégagée dans les mêmes conditions par un courant continu.

» III. Une des circonstances les plus intéressantes de cette électrolyse, c'est qu'il se produit de l'ozone à chaque électrode, malgré la présence de l'hydrogène. Si on laisse les gaz de l'eau se dégager librement dans l'atmosphère, cet ozone saisit l'odorat par sa forte odeur, et même frappe la vue par des fumées blanches caractéristiques. Nous avons pu facilement le doser. Nous en avons déterminé les proportions, qui sont variables, à une même température, suivant la densité du courant (facteur principal du phénomène) et suivant la nature des électrodes et de l'électrolyte. Mais nous ne voulons parler, pour le moment, que du fait seul de sa production, qui joue un rôle important dans l'interprétation des phénomènes précédents.

» IV. Il nous paraît naturel, en effet, que, étant donnée la production simultanée, sur une même électrode, d'oxygène fortement ozonisé et d'hydrogène naissant, il suffise de la moindre action extérieure pour provoquer la reconstitution de l'eau sur cette électrode et, par suite, la dispa-

rition ou, en quelque sorte, la *résorption* des gaz. Dans le cas des électrodes en platine, la cause déterminante extérieure est précisément le pouvoir condensant de ce métal, lequel s'exerce proportionnellement à la surface métallique en contact avec les gaz : de là résulte une explication plausible des trois précédentes propositions.

» Cette vue est confirmée par plusieurs de nos expériences ; nous n'en citerons que deux :

» 1° Des électrodes en cuivre ne décomposent plus l'eau acidulée dans les mêmes conditions de densité du courant où des électrodes en platine la décomposeraient encore. Toutefois, on les voit se recouvrir d'une couche de cuivre rouge réduit, et si on leur substitue alors des fils de cuivre beaucoup plus fins, le dégagement gazeux se produit abondamment ; mais il ne dure guère, parce que ces électrodes ne tardent pas à se fondre en quelque sorte dans le liquide, en fusées de cuivre rouge réduit pulvérulent.

» Le cuivre a donc été oxydé d'abord par l'oxygène ozonisé, puis réduit par l'hydrogène, avec recomposition de l'eau. Et l'on comprend que, si la surface disponible pour cette réaction est suffisante, il ne puisse plus se dégager la moindre bulle de gaz. Il y a donc, ici encore, *résorption* des gaz de l'eau, et la cause déterminante extérieure est une double réaction chimique.

» 2° Avec des électrodes en mercure, à large surface, il se dégage des gaz en faible quantité, et il se produit en même temps un nuage de matière blanche qui envahit peu à peu le voltamètre. Ce gaz est formé presque entièrement d'hydrogène ; le corps solide est du *sulfate de sous-oxyde de mercure* (sel très peu soluble, en effet). Or, dans les mêmes conditions, nous nous sommes assurés que le passage d'un courant continu produirait exclusivement du *sulfate de protoxyde*. Il y a donc, encore ici, reconstitution de l'eau aux dépens des gaz qui *auraient pu* se dégager, et la cause déterminante de leur recombinaison se trouve à la fois dans le pouvoir absorbant du mercure pour les gaz et dans la double réaction subie par le métal et le sulfate de protoxyde.

» V. Ces réactions secondaires expliquent en même temps la divergence signalée plus haut entre les volumes gazeux recueillis, pour une intensité donnée des courants alternatifs, et les volumes théoriques qui résultent de la loi de Faraday. Toutefois, nous montrerons qu'à l'aide d'un choix convenable de l'électrolyte et des électrodes on peut réaliser, directement ou indirectement, des réactions dont les produits soient rigoureu-

sement proportionnels à la quantité totale d'électricité qui a traversé l'électrolyte. On aura ainsi une méthode voltamétrique pour mesurer $\int i\,dt$ (abstraction faite du signe); et l'appareil électrolyseur ainsi réalisé constituera un *totalisateur* ou un *compteur* d'électricité, pour courants alternatifs.

» VI. Ces deux expériences prouvent en outre combien les réactions, directes ou secondaires, de l'électrolyse *par courants alternatifs*, sont différentes des réactions de l'électrolyse ordinaire *par courants continus*. Nous en avons observé bien d'autres exemples : nous les ferons connaitre prochainement.

» VII. Nous croyons devoir ajouter que le dégagement de ce gaz tonnant rend ces recherches d'électrolyse assez délicates et même dangereuses. On serait perpétuellement exposé à des détonations *spontanées*, si l'on ne prenait, pour recueillir les gaz, certaines précautions que nous indiquerons dans une prochaine Communication. »

THERMOCHIMIE. — *Chaleur de combinaison des monamines primaires, secondaires et tertiaires aromatiques avec les acides.* Note de M. **Léo Vignon**, présentée par M. Berthelot.

« Les seules déterminations thermiques qui aient été faites sur la formation des sels des amines aromatiques ont porté sur des monamines primaires : elles sont dues à M. Louguinine. Ce savant a étudié l'influence de l'isomérie et de certaines substitutions effectuées dans le noyau benzénique, pour l'aniline, la paranitraniline, la paratoluidine et les trois anilines monochlorées.

» Je me suis proposé d'étudier au sein du calorimètre les réactions de plusieurs acides sur une série de monamines primaires, secondaires et tertiaires. Mes recherches ont porté sur l'aniline, la monométhylaniline, la diméthylaniline, sur lesquelles j'ai fait agir successivement l'acide chlorhydrique, l'acide sulfurique et l'acide acétique.

» Afin d'opérer dans des conditions comparatives, la mono- et la diméthylaniline étant insolubles dans l'eau, les amines ont été employées non dissoutes : les acides étaient étendus dans 5^{lit} d'eau, à raison d'une molécule exprimée en grammes des acides monobasiques et d'une demi-molécule d'acide sulfurique pour une molécule de base. Les chaleurs spécifiques des amines ont été calculées par la règle de Wœstyn.

» Par des purifications répétées, l'aniline, la mono- et la diméthylaniline

ont été amenées à un état de pureté aussi grand que possible. L'aniline était chimiquement pure; la diméthylaniline passait à la distillation à 188,5-189; 1^{cc} de cette base, mélangé dans un tube à essais avec 1^{cc} d'anhydride acétique, ne donnait pas d'élévation de température appréciable. On sait que, par cette méthode, il est possible de reconnaître la présence d'une quantité de monométhylaniline inférieure à 0,5 pour 100. La monométhylaniline distillait à 190°, 5 dans l'intervalle de 0°, 5. Le mélange de 1^{cc} de cette base avec 1^{cc} d'anhydride acétique donnait une élévation de température de 80°, due à la formation caractéristique du dérivé acétylé $C^6H^5-AzH-CO-CH^3$.

» Les résultats obtenus dans la mesure des chaleurs de combinaison avec divers acides, vers 15°, sont consignés dans le Tableau suivant. On a fait agir successivement sur chaque base une, puis deux molécules d'acide monobasique, une, puis deux demi-molécules d'acide sulfurique.

Bases liquides non dissoutes.		$MCl + Eau = 5^{lit}$. (mol)	$So^4H^2 + Eau = 10^{lit}$. (demi-mol)	$CH^3CO^2H + Eau = 5^{lit}$. (mol)
Aniline	1re	7,38 [1]	8,75	3,85
C^6H^5, AzH^2.	2^e	0,92	0,71	2,14
Monométhylaniline	1re	6,91	8,06	
C^6H^5, AzH, CH^2.	2^e	1,32	0,92	
Diméthylaniline	1re	6,81	7,60	
$C^6H^5, Az(CH^3)^2$.	2^e	1,02	0,71	

» Les réactions de l'acide acétique sur la mono- et sur la diméthylaniline s'effectuent si incomplètement qu'elles ne sont pas susceptibles d'être mesurées. La majeure partie de ces bases échappe à la combinaison.

» On peut tirer de ces déterminations les conclusions suivantes : les quantités de chaleur dégagées par l'addition successive d'une, puis de deux molécules d'acide chlorhydrique et d'acide acétique, et d'une, puis de deux demi-molécules d'acide sulfurique, donnent la mesure relative des chaleurs de formation des sels engendrés, et permettent d'apprécier en même temps leur état de dissociation sous l'influence du dissolvant : c'est ainsi que l'acide acétique et l'aniline ne peuvent s'unir que très incomplètement dans l'eau. Le défaut de stabilité de ce sel explique pourquoi il n'a pas pu être obtenu à l'état solide et cristallisé.

---

(1) M. Louguinine avait trouvé 7,34.

» Si l'on compare les résultats donnés par la mono- et la diméthylaniline à ceux qui sont fournis par les bases suivantes :

	HCl étendu.	$\frac{1}{2}$SO⁴H² étendu.
Ammoniaque dissoute	12,45	14,50
Aniline (¹) »	7,48	8,85
Triméthylamine dissoute	9	10,9

» On voit que la substitution des radicaux méthyle à l'hydrogène, dans l'ammoniaque comme dans le groupe AzH^2 de l'aniline, affaiblit fort peu la fonction basique, tandis que celle du radical C^6H^5 l'atténue dans des proportions très considérables. »

CHIMIE. — *Sur un chlorhydrate de chlorure cuivrique.* Note de M. **Paul Sabatier**, présentée par M. Berthelot.

« Une solution saturée de chlorure cuivrique précipite abondamment quand on lui ajoute de l'acide chlorhydrique. D'après M. Ditte, qui a fait uue étude générale de ce genre de phénomènes (*Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XXII, p. 561), la solubilité du sel pourrait ainsi être réduite de moitié : dans ces conditions, la liqueur chlorhydrique abandonne par refroidissement des aiguilles jaune verdâtre, qui seraient l'hydrate inférieur CuCl, HO. Le chlorure cuivrique se comporterait donc comme les chlorures de calcium, de magnésium, de nickel, etc. (Ditte), de fer au minimum (Sabatier).

» En réalité, le phénomène est plus complexe. Quand on dirige un courant de gaz chlorhydrique dans une dissolution saturée de chlorure cuivrique, celle-ci brunit et s'échauffe, puis, si l'on refroidit, se prend immédiatement en une masse presque compacte de cristaux d'hydrate ordinaire CuCl, 2HO, baignés d'une eau mère jaune verdâtre. Le gaz continuant à arriver, la masse se liquéfie de nouveau en s'échauffant beaucoup; mais, par refroidissement, elle ne se prend plus et dépose seulement une dose beaucoup moindre de cristaux paraissant jaunâtres au-dessous d'un liquide brun rougeâtre. Ces cristaux, essorés rapidement sur une plaque poreuse dans un espace sec, reprennent la couleur bleu verdâtre sans perdre leur

---

(¹) La dissolution de C^6H^5, AzH^2 dans l'eau absorbe $0^{Cal},1$. (Louguinine.)

forme et leur transparence : ils sont donc constitués non par un hydrate inférieur, mais par l'hydrate ordinaire CuCl, 2HO, dont la couleur est tout d'abord dissimulée par la teinte rougeâtre de l'eau mère. L'étude microscopique ne laisse aucun doute à ce sujet. D'ailleurs, des aiguilles d'hydrate ordinaire se conservent indéfiniment sans altération à la température ordinaire dans l'eau mère des précédents cristaux.

» Donc, lorsqu'on accroît constamment la quantité d'acide chlorhydrique dissous, la solubilité du chlorure cuivrique diminue d'abord progressivement, puis passe par un minimum, pour croître ensuite. C'est une marche semblable à celle du chlorure stannique, récemment étudié par M. Engel.

» J'ai trouvé à la température de 21°,5, pour des liqueurs saturées de chlorure cuivrique, en présence de doses croissantes d'acide chlorhydrique :

HCl pour 100.	Cu pour 100.
0 (liqueur saturée)	22,3
1,9	20,4
3,8	17,4
15,9	9,67
18,1	8,56
27,6	11,10
28,9	11,83
29,3	12,54

» Cette dernière liqueur exposée à l'air perd de l'acide chlorhydrique, et dépose en même temps une dose notable de cristaux d'hydrate ordinaire.

» Le relèvement de la solubilité paraît coïncider exactement avec le changement de teinte de la liqueur, qui de verdâtre devient rougeâtre. De toutes ces circonstances, j'ai conclu à la formation d'un chlorhydrate, et j'ai cherché à l'isoler.

» Le liquide brun refroidi à 0° se prend en une masse de cristaux aciculaires rayonnés *d'un beau rouge*. Ces cristaux, placés sur une plaque poreuse, soit dans une cloche maintenue sèche, soit au-dessus d'acide chlorhydrique concentré, soit dans un courant de ce gaz, se transforment très vite en cristaux de chlorure ordinaire. Au contraire, ils se conservent très bien sous leur eau mère, même à la température ordinaire, et par un léger refroidissement on obtient de très belles aiguilles translucides d'un *beau rouge hyacinthe*. C'est le chlorhydrate cuivrique; malheureusement il possède dès la température ordinaire une tension de dissociation élevée.

» Pour l'isoler, j'ai usé de l'artifice proposé jadis par M. Recoura. La

masse, obtenue solide par congélation à $-10°$, est distribuée rapidement au fond de tubes, qu'on achève de remplir avec du kaolin bien tassé, et qu'on bouche. Quelques tubes ont été brisés par le dégagement du gaz chlorhydrique lors du retour à la température ordinaire; quelques-uns ont résisté : les cristaux bien desséchés par le kaolin apparaissaient en aiguilles rouge hyacinthe de 6^{mm} à 7^{mm}. Je suis parvenu à les analyser : ils sont constitués par le chlorhydrate CuCl, HCl, 5HO.

	Calculé.	Trouvé (moyenne).
Cuivre	21,3	22,3
Chlore total	47,7	45,2
Chlore acide	23,8	22,6
Hydrogène	0,6	0,6
Eau (par différence)	30,3	31,9

» A l'air, les cristaux perdent tout de suite du gaz chlorhydrique, et fournissent des aiguilles vert mat de CuCl, 2HO. L'eau produit immédiatement le même effet, puis dissout le chlorure. La chaleur détruit promptement le composé, avec dégagement tumultueux d'acide chlorhydrique. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la décomposition du ferrate de baryte aux températures élevées*. Note de MM. G. **Rousseau** et J. **Bernheim**, présentée par M. Troost.

« Dans ses recherches classiques sur l'acide ferrique, M. Fremy a signalé l'analogie qui existe entre les ferrates et les manganates. Il nous a paru intéressant de vérifier si ce parallélisme, établi pour les réactions de la voie humide, se poursuivrait dans les réactions de la voie sèche et jusque dans leur mode de décomposition sous l'action de la chaleur.

» Les manganates alcalins et alcalino-terreux, calcinés en présence des chlorures correspondants, se transforment en *manganites* cristallisés, ainsi que l'a montré l'un de nous. D'autre part, en maintenant l'hydrate de sesquioxyde de fer dans un bain de soude caustique en fusion, nous avons constaté que la formation des cristaux de ferrite de soude hydraté est toujours accompagnée, au début de l'expérience, de la production de ferrate alcalin. Nous avons été ainsi conduits à penser que les ferrates solides, calcinés au sein d'un fondant convenablement choisi, devraient donner naissance à des *ferrites* cristallisés, d'après un mécanisme semblable à celui que M. Rousseau a étudié pour les manganates.

» Guidés par ces vues théoriques, nous avons chauffé, à des températures comprises entre 800° et 1300°, un mélange de ferrate de baryte et de chlorure ou de bromure de baryum. Nos premiers essais dans cette voie ont constamment échoué. Dès qu'on introduisait le ferrate de baryte dans le sel en fusion, il se produisait un bouillonnement tumultueux qui faisait parfois déborder une partie de la matière. Cette vive effervescence est due au dégagement de l'oxygène provenant de la décomposition brusque de l'acide ferrique. En reprenant la masse par l'eau, nous n'obtenions qu'un résidu amorphe de sesquioxyde de fer.

» Les observations de M. Fremy sur la fixité du ferrate de potasse dissous, en présence d'un excès d'alcali, nous ont alors suggéré l'idée qu'en additionnant le fondant d'une quantité suffisante de baryte caustique, on pourrait s'opposer à cette destruction du ferrate en alcali libre et en acide ferrique, lequel se réduit instantanément à l'état de sesquioxyde de fer en perdant la moitié de son oxygène. Si l'on parvenait à donner ainsi de la stabilité au ferrate de baryte, on le verrait sans doute se dédoubler graduellement en *ferrite* et oxygène libre, sous l'action prolongée de la chaleur, comme on l'observe avec les manganates dans les mêmes circonstances.

» L'expérience a confirmé nos prévisions. Nous avons broyé 15^{gr} d'un mélange de chlorure et de bromure de baryum hydratés (beaucoup plus fusible que chacun des sels séparés) avec 5^{gr} de baryte caustique, et nous avons calciné le tout, dans un creuset de platine, jusqu'à fusion ignée; dans ces conditions, la baryte s'hydrate aux dépens de l'eau de cristallisation du chlorobromure, avec lequel elle forme une masse fondue homogène. On y introduit alors 3^{gr} environ de ferrate de baryte, puis on couvre le creuset qu'on chauffe pendant plusieurs heures à la flamme d'une lampe Bunsen.

» En reprenant la masse refroidie par l'eau bouillante, on obtient ainsi de petits cristaux d'un noir brunâtre de *ferrite de baryte*.

» Les cristaux de ferrite sont plus volumineux et plus abondants quand on calcine le mélange précédent, vers 1100°, au four Forquignon et Leclercq (dispositif n° 1). Après six heures de chauffe, il reste encore un peu de ferrate indécomposé. A cette température, la quantité de baryte nécessaire pour empêcher la décomposition du ferrate en oxyde ferrique, oxygène et baryte libre, est un peu supérieure à celle de l'expérience précédente; elle est voisine de 6^{gr} de BaO pour 15^{gr} de chlorobromure hydraté.

» Enfin, au rouge orange (dispositif n° 3), la quantité minimum de ba-

ryte qu'on doit incorporer au fondant pour obtenir le ferrite de baryte augmente considérablement. Cette limite paraît atteinte quand on mélange 12^{gr} de BaO avec 15^{gr} de chlorure de baryum hydraté.

» En résumé, le ferrate de baryte se détruit sous l'action de la chaleur de deux façons bien différentes.

» 1° Chauffé au sein d'un fondant neutre, il se décompose aussitôt en sesquioxyde de fer, oxygène et baryte.

» 2° La présence d'un grand excès de baryte dans le fondant change complètement le sens de cette réaction; le ferrate se dédouble alors progressivement en oxygène libre et ferrite de baryte cristallisé. Nos expériences montrent, en outre, qu'il existe, pour chaque température, une composition limite de l'oxychlorure correspondant à la variation du phénomène. Ajoutons que, par suite de la formation continue de nouvelles doses d'hydrate de baryte provenant de l'action de la vapeur d'eau des flammes sur le chlorure ou le bromure de baryum, il nous a été impossible de déterminer avec précision la composition limite du fondant pour chaque température.

» La décomposition du ferrate de baryte en présence des fondants neutres ou faiblement basiques offre quelque analogie avec celle des alcoolates alcalins sous l'influence de la dilution. Mais, tandis que ceux-ci se dissocient progressivement à mesure qu'on étend d'eau les liqueurs et subsistent encore pour des dilutions considérables, le ferrate de baryte se décompose brusquement dès que la proportion de baryte dans le fondant devient inférieure à une certaine limite. Il se rapproche ainsi des sels bibasiques de l'acide lactique qui n'existent que dans les liqueurs fortement alcalines, d'après les observations de M. Berthelot.

» Il est essentiel d'employer un ferrate aussi exempt que possible de carbonate de baryte; celui-ci cristallise en effet, sous l'action de l'oxychlorure, en lamelles très denses qu'il est impossible de séparer par lévigation du ferrite de baryte.

» La réduction des ferrates à l'état de ferrites dans des milieux très basiques est sans doute un fait d'ordre général. Malheureusement, on n'a isolé jusqu'ici que les ferrates de baryte et de potasse. Nous nous proposons d'étudier les phénomènes de décomposition de ce dernier, sous l'action de la chaleur, en présence de fondants appropriés [1]. »

---

[1] Ce travail, ainsi que le précédent, a été exécuté au laboratoire d'Enseignement et de Recherches de la Sorbonne.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur quelques nouveaux phosphates doubles dans la série magnésienne*. Note de M. **L. Ouvrard**, présentée par M. Troost.

« Les produits que nous allons décrire ont été préparés par une méthode dont nous avons parlé dans une Note précédente sur l'action des phosphates alcalins sur les oxydes alcalino-terreux (¹). Nous allons exposer les résultats obtenus dans les mêmes conditions avec les métaux de la série magnésienne, auxquels nous joindrons le cadmium.

» *Magnésie*. — Le *métaphosphate* de potasse donne avec la magnésie de gros prismes clinorhombiques dont l'angle est voisin de 100°, auxquels nous avons trouvé la formule $3PhO^5, 2MgO, KO$. Ils sont très solubles dans les acides étendus. Leur densité est 2,4 à 20°. Ce sel, de même formule que le métaphosphate double de magnésie et de soude, que Fleitmann et Henneberg ont obtenu par voie humide, est le seul métaphosphate que nous ayons obtenu dans nos expériences.

» Le *pyro* et l'*orthophosphate* de potasse donnent, au contraire, avec la magnésie, le phosphate tribasique $PhO^5, 2MgO, KO$ en prismes orthorhombiques, déjà obtenu par M. H. Grandeau. La cristallisation est favorisée par l'addition de chlorure de potassium.

» Le phosphate amorphe de magnésie fournit les mêmes produits que la magnésie elle-même, si l'on emploie les phosphates alcalins seuls. Mais, de même que pour les phosphates alcalino-terreux, l'addition d'une quantité trop considérable de chlorure de potassium détermine la formation d'un chlorophosphate de magnésie.

» Le *métaphosphate* de soude nous donne avec la magnésie deux sortes de produits, suivant la température à laquelle on opère :

» 1. A basse température, en n'employant pas un excès d'oxyde, on obtient le pyrophosphate $9PhO^5, 10MgO, 8NaO$ déjà préparé par M. Wallroth et que nous avons reproduit en prismes clinorhombiques, fortement maclés, de densité 2,7 à 20°.

» 2. A une température plus élevée, on obtient des cristaux dendritiques, groupés dans deux directions rectangulaires, probablement cubiques, auxquels l'analyse assigne la formule $PhO^5, MgO, 2NaO$.

» Ces cristaux sont également fort solubles dans les acides étendus.

» Le *pyrophosphate* de soude fournit le dernier sel.

(¹) *Comptes rendus*, t. CVI, p. 1599.

» L'*orthophosphate* sodique fournit le phosphate $2PhO^5, 3MgO, 3NaO$ en cristaux dendritiques, dépolarisant la lumière.

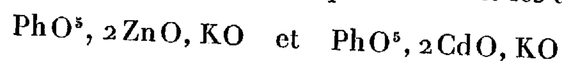
» *Zinc et cadmium*. — Les oxydes de ces deux métaux donnent avec le *métaphosphate* de potasse les pyrophosphates



$$PhO^5, ZnO, KO \quad \text{et} \quad PhO^5, CdO, KO$$

en cristaux brisés, fortement maclés, dépolarisant la lumière. Cristaux fusibles, solubles dans les acides.

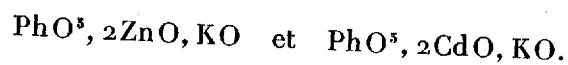
» Le *pyro* et l'*orthophosphate* potassiques donnent les deux sels



$$PhO^5, 2ZnO, KO \quad \text{et} \quad PhO^5, 2CdO, KO$$

en prismes clinorhombiques, fort solubles dans les acides. Le chlorure de potassium ne change pas les résultats.

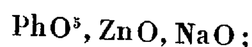
» Les phosphates tribasiques de zinc et de cadmium donnent les mêmes produits que les oxydes correspondants. L'emploi de chlorure alcalin ne modifie en aucune façon les résultats, même quand il est employé en grand excès. En effet, le phosphate de zinc ou celui de cadmium, fondus dans le chlorure alcalin pur, donnent les sels



$$PhO^5, 2ZnO, KO \quad \text{et} \quad PhO^5, 2CdO, KO.$$

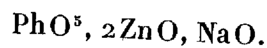
Nous n'avons pu obtenir de chlorophosphate de zinc ni de cadmium.

» Le *métaphosphate* de soude fondu avec l'oxyde de zinc avait fourni à divers auteurs des produits différents. M. Wallroth avait obtenu



$$PhO^5, ZnO, NaO;$$

M. Scheffer avait obtenu, au contraire,



$$PhO^5, 2ZnO, NaO.$$

» Ces deux produits s'obtiennent par l'emploi de proportions variables d'oxyde de zinc. On peut même obtenir un produit intermédiaire aux deux précédents, $PhO^5, ZnO, 2NaO$, par l'emploi d'une quantité convenable d'oxyde.

» Le cadmium se comporte de même et fournit trois produits analogues.

» Le *pyro* et l'*orthophosphate* sodiques fournissent avec l'oxyde de zinc les deux derniers sels : $PhO^5, ZnO, 2NaO$ et $PhO^5, 2ZnO, NaO$, le premier en cristaux cubiques, le second en prismes orthorhombiques. Il en est de même pour l'oxyde de cadmium.

» *Manganèse*. — A côté des métaux précédents, nous plaçons le man-

ganèse, qui donne avec les *phosphates* de potasse les mêmes produits que le zinc et le cadmium, c'est-à-dire les phosphates



$$PhO^5, MnO, KO \quad \text{et} \quad PhO^5, 2MnO, KO,$$

tous deux en prismes clinorhombiques.

» Mais où les produits diffèrent, c'est par l'action du mélange de chlorure et de phosphate alcalins sur le phosphate tribasique de manganèse. Il peut se former un chlorophosphate de manganèse si la proportion de phosphate alcalin libre tombe au-dessous d'une certaine limite.

» Avec les *phosphates* sodiques, on obtient les mêmes produits que précédemment : le sel PhO^5, MnO, NaO en prismes roses, très maclés, probablement anorthiques, ainsi que les sels $PhO^5, MnO, 2NaO$ et $PhO^5, 2MnO, NaO$, isomorphes des sels de zinc correspondants.

» *Cobalt et nickel.* — Ces deux métaux fournissent des produits absolument identiques de forme cristalline et de composition chimique.

» Avec le *métaphosphate* de potasse, ils fournissent $2PhO^5, 3CoO, 3KO$ et $2PhO^5, 3NiO, 3KO$ en prismes clinorhombiques, présentant des extinctions à 45°. Le *pyro* et l'*orthophosphate* de potasse donnent $PhO^5, 2CoO, KO$ et $PhO^5, 2NiO, KO$ en prismes orthorhombiques.

» Tous ces sels doubles sont facilement solubles dans les acides.

» Le chlorure de potassium favorise la cristallisation, sans d'ailleurs modifier la nature des produits obtenus. Ici, de même que dans le cas du zinc et du cadmium, nous n'avons pu obtenir de chlorophosphates, et le dernier résultat de l'action du chlorure alcalin sur les phosphates tribasiques de cobalt ou de nickel est encore l'un des phosphates doubles dont nous venons de donner la formule.

» Le *métaphosphate* de soude donne $9PhO^5, 10CoO, 8NaO$ en prismes maclés, très dichroïques, violet et rose, et $9PhO^5, 10NiO, 8NaO$, isomorphe du précédent. Avec un excès d'oxyde on obtient $PhO^5, 2CoO, NaO$ en prismes isomorphes du sel de zinc correspondant.

» Le *pyro* et l'*orthophosphate* de soude donnent les mêmes produits qu'avec le zinc, le cadmium et le manganèse.

» L'action du chlorure de sodium est de ramener tous ces phosphates doubles à la formule $PhO^5, 2CoO, NaO$.

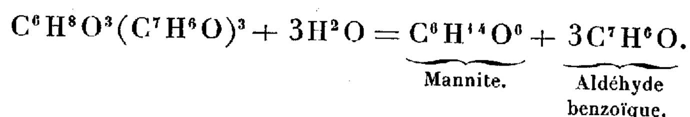
» En résumé, tous les métaux que nous venons de considérer sont rapprochés par la composition des produits obtenus avec les pyro et orthophosphates de potasse et de soude. Les métaphosphates alcalins donnent seuls des différences tranchées qui forment trois groupes de ces six

métaux. Le manganèse et le magnésium sont différenciés, en outre, des autres par la propriété de donner facilement des chlorophosphates (¹). »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques composés de la mannite.* Note de M. J. **Meunier**, présentée par M. Troost.

« I. J'ai fait connaître récemment (ce Volume, p. 1425) une méthode par laquelle il est facile d'obtenir des combinaisons des anhydrides de la mannite avec les aldéhydes, et probablement aussi avec un certain nombre d'autres corps voisins des aldéhydes.

» Ces combinaisons se distinguent des éthers, parce qu'elles ne sont pas saponifiées par la potasse, même par la potasse alcoolique; elles se distinguent également des acétals formés par l'union des alcools d'atomicité inférieure avec les aldéhydes, corps qui se décomposent rapidement quand on les fait bouillir avec une dissolution alcaline aqueuse (²). Elles se rapprochent des glucosides, aussi bien par leurs propriétés physiques que par la propriété de s'hydrater par ébullition avec l'acide sulfurique étendu, en régénérant la mannite et l'aldéhyde primitive. Ainsi, le composé, $C^{27}H^{26}O^{6}$, que j'ai décrit dans ma précédente Communication, se décompose en mannite et en aldéhyde benzoïque d'après l'équation



$$C^6H^8O^3(C^7H^6O)^3 + 3H^2O = \underbrace{C^6H^{14}O^6}_{\text{Mannite.}} + \underbrace{3C^7H^6O}_{\text{Aldéhyde benzoïque.}}$$

» Je désignerai ces composés sous le nom de *mannitoïdes*, et le corps ci-dessus sera le *mannitoïde tribenzoïlique*.

» II. On obtient ce corps à la manière des précipités de la Chimie minérale, celui de phosphate ammoniaco-magnésien par exemple. On prend la liqueur chlorhydrique, préparée comme je l'ai indiqué précédemment, et abandonnée au repos pendant quelques jours, pour que l'action de l'acide chlorhydrique, qui est lente, se soit achevée; on y ajoute de l'essence d'amandes amères et l'on agite vivement. Dans cette opération, la tempé-

(¹) Ces recherches ont été effectuées au laboratoire d'Enseignement et de Recherches de la Sorbonne.

(²) H. Lochert, *Étude sur les acétals des glycols*, p. 13. Thèse pour le Doctorat, insérée aux *Annales de Chimie et de Physique*.

rature du liquide s'abaisse de 3° ou 4°, et le verre se recouvre d'une couche d'humidité. C'est à partir de ce moment que le liquide se trouble et que l'on voit se former des flocons de petits cristaux. Si l'on continue à agiter, au bout d'une ou deux minutes tout se prend en une masse solide et le liquide disparaît.

» III. Ce composé est attaqué à la température d'ébullition par l'acide sulfurique étendu de 4^{vol} d'eau, avec mise en liberté d'aldéhyde benzoïque. Il n'est pas décomposé par de l'acide plus dilué.

» Pour rechercher le composé qui prend naissance en même temps que l'aldéhyde, on sépare par décantation la plus grande partie de celle-ci qui est insoluble; s'il en reste encore une portion notable, on ajoute de l'eau et l'on distille pour l'entraîner par le courant de vapeur d'eau. On neutralise ensuite l'acide sulfurique par le carbonate de baryum, en ayant soin de faire bouillir quelque temps pour arriver à la neutralité complète et chasser les dernières traces d'amandes amères.

» Le liquide, séparé du sulfate de baryum, est évaporé au bain-marie à siccité. Le résidu blanc que l'on obtient est exprimé sur du papier, s'il est encore humide, et repris par cent fois son poids d'alcool à 95 pour 100 bouillant. La solution alcoolique laisse déposer des groupes de fines aiguilles cristallines radiées et fondant à 166°, point de fusion de la mannite pure.

» On obtient une plus belle cristallisation, même avec $0^{gr},1$ de matière seulement, en dissolvant cette matière à l'ébullition avec 2 ou 3 gouttes d'eau. Une heure après, il s'est déposé de cette solution des cristaux de mannite, prismatiques, transparents et parfaitement formés.

» IV. C'est par suite de son insolubilité presque absolue dans l'alcool que l'on obtient aussi rapidement le composé tribenzoïlique [1]; le *mannitoïde valérylique* que j'ai préparé en petite quantité se présente d'une manière un peu différente.

---

[1] La matière que j'ai analysée, quoique paraissant très pure, contenait sans doute des traces du composé *dibenzoïlique;* elle était du reste exempte de zinc et de chlore : j'ai constamment éprouvé dans mes combustions une perte de 5 millièmes sur le carbone. Voici les chiffres :

	I.	II.	III.	IV.	V.	Calculé pour $C^6H^8O^3(C^7H^6O)^3$.	Calculé pour $C^6H^{10}O^4(C^7H^6O)^2$.
Matière.	$0^{gr},412$	$0^{gr},3905$	$0^{gr},2165$	$0^{gr},432$	$0^{gr},4755$	»	»
C °/₀....	72,21	72,03	72,06	72,03	71,96	72,64	67,03
H °/₀....	5,31	5,77	6,05	5,58	6,18	5,83	6,14

» On agite avec de l'aldéhyde valérique la liqueur préparée comme pour le cas précédent, mais qui contient moins d'acide chlorhydrique et moins de chlorure de zinc; elle ne doit pas noircir à ce moment : la teinte noire indiquerait un degré d'acidité trop grand et la destruction sous forme de produits goudronneux d'une partie de la matière. On l'abandonne à basse température. Après quelques heures on remarque dans la liqueur alcoolique des aiguilles cristallines. L'abondance de ces cristaux augmente avec le temps; mais, quand on veut les obtenir plus rapidement, on laisse la solution alcoolique s'évaporer à la température ordinaire. On les purifie en les essorant avec de l'eau faiblement alcoolisée.

» Ils sont parfaitement blancs, quand ils sont purs et présentent des reflets soyeux. Ils sont insolubles dans l'eau et dans les alcalis, solubles dans l'alcool et se déposent de la solution évaporée en se groupant autour d'un point de manière à former un faisceau globulaire. Ce sont des prismes allongés et très aigus, probablement clinorhombiques. Ils fondent à 91°.

» A l'ébullition, la potasse aqueuse ne les attaque pas, l'acide sulfurique étendu les dissout et l'on perçoit alors l'odeur d'aldéhyde valérique. »

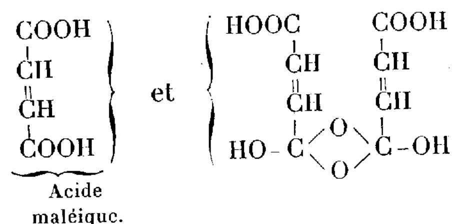
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les acides aspartiques*. Note de M. **Engel**, présentée par M. Friedel.

« Les acides maléique et fumarique possèdent la propriété de fixer les éléments de l'ammoniaque, comme je l'ai montré dans une précédente Note, pour donner naissance, dans l'un et l'autre cas, à de l'acide aspartique inactif. Ces deux acides aspartiques sont-ils identiques entre eux et à celui de Dessaignes, ou bien, au contraire, existe-t-il entre eux une isomérie physique ou chimique? Autrement dit, l'isomérie des acides maléique et fumarique disparaît-elle ou non dans le produit qui résulte de l'addition à leur molécule des éléments de l'ammoniaque? La solution de cette question est particulièrement intéressante, à cause des nombreuses hypothèses émises au sujet de l'isomérie des acides maléique et fumarique. Parmi ces hypothèses, les unes ont, en effet, pour conséquence, l'identité des acides aspartiques; les autres, au contraire, prévoient deux acides aspartiques différents. M. Erlenmeyer (1), par exemple, dit que *certainement* l'acide

---

(1) *Berichte*, t. XIX, p. 1936.

fumarique a une molécule double de celle de l'acide maléique et formule ces deux acides comme suit :



Acide maléique.

» Dans cette hypothèse, deux acides aspartiques polymères l'un de l'autre doivent pouvoir être obtenus. Les idées que M. Wislicenus a récemment émises sur la constitution des acides maléique et fumarique, dans le remarquable développement qu'il a donné à la théorie de MM. Le Bel et Van t' Hoff, permettent également de concevoir deux acides aspartiques correspondant l'un à l'acide maléique, l'autre à l'acide fumarique. Mais l'obtention de deux composés différents, par fixation des éléments de l'ammoniaque, n'est pas nécessaire.

» Je me bornerai à donner les résultats auxquels m'a conduit la comparaison des propriétés des quatre acides aspartiques obtenus, l'un (A) par fixation de AzH^3 sur l'acide fumarique, l'autre (B) par fixation de AzH^3 sur l'acide maléique, le troisième (C) par hydratation de l'asparagine (acide actif), enfin le quatrième (D) par le procédé de Dessaignes :

» 1° La fixation des éléments de l'ammoniaque par les acides fumarique et maléique a lieu déjà à 100° et au sein de l'eau. A cette température, l'acide aspartique ne se décompose pas sous l'influence de l'eau et par suite la réaction est totale. A cette température aussi, l'acide maléique ne se transforme pas spontanément en acide fumarique;

» 2° Les poids moléculaires des acides maléique et fumarique déterminés par la méthode de M. Raoult sont les mêmes; ce qui est incompatible avec l'hypothèse de M. Erlenmeyer sur la constitution de ces acides.

» 3° Les poids moléculaires des quatre acides aspartiques A, B, C, D sont également identiques. L'acide aspartique inactif, semblable à celui de Dessaignes, ayant été obtenu par M. Piutti par la combinaison des deux acides aspartiques droit et gauche dérivés des deux asparagines actives, il faut conclure de l'identité des poids moléculaires de l'acide aspartique actif et de l'acide aspartique de Dessaignes, que ce dernier est complètement dédoublé en deux molécules au sein de l'eau. Une autre observation analogue existe dans la Science. Elle est due à M. Raoult, qui a démontré

que l'acide racémique, quoique résultant de la combinaison d'une molécule d'acide tartrique droit avec une molécule d'acide tartrique gauche, a toutefois un poids moléculaire qui se confond avec celui de l'acide tartrique actif.

» 4° La solubilité de l'acide aspartique actif (C) est différente de celle des acides A, B et D. La solubilité de ces derniers acides est au contraire la même.

» La solubilité de l'acide actif est donnée, entre 0° et 70°, par la formule

$$y = 372 + 14,1t - 0,18124t^2 + 0,0053t^3.$$

t.	Trouvé.	Calculé.
0°	372	372
18	598	598,08
49,7	1276	1275,71
70	2290	2289,53

» La solubilité des trois acides inactifs est donnée par la formule

$$y = 517 + 21,963t - 0,165t^2 + 0,0079t^3.$$

t.	Trouvé.	Calculé.
0°	517	517
18	905	904,91
49,7	2169	2170,8
70	3950	3955,6

» Les nombres indiquant la solubilité des acides aspartiques donnent, en milligrammes, la quantité qui se dissout, à la température indiquée, dans 100gr d'eau.

» 5° La composition des quatre aspartates de cuivre est la même. Ces quatre sels renferment même quantité d'eau de cristallisation.

Acides.	Cu (trouvé).	Cu (calculé) pour $C^4H^5CuAzO^4 + 4,5H^2O$.
A	22,92	23,02
B	22,95	»
C	22,9	»
D	23,09	»

» Malgré cette identité de composition du sel de cuivre de l'acide aspartique actif et des sels de cuivre des trois autres acides aspartiques, il y a lieu

de remarquer qu'on constate une grande différence dans l'apparence d'une cristallisation d'aspartate actif de cuivre. Le précipité a une couleur bleu clair, est en aiguilles et emprisonne toute l'eau mère, alors qu'on a précipité l'aspartate de cuivre d'une solution d'acide aspartique renfermant 1^{gr} seulement d'acide pour 100 d'eau. Les aspartates des acides A, B et D se ressemblent entre eux. Au sein du liquide générateur, ils sont grumeleux, d'un bleu plus foncé que l'aspartate actif.

» 6° L'apparence des cristaux A, B et D est la même et toute différente des cristaux de C.

» 7° Abandonnée à l'air, la solution de l'acide C se recouvre très vite de moisissures. En portant ces moisissures sur les solutions des acides A, B et D (surtout lorsque ces acides ont été préalablement partiellement neutralisés par l'ammoniaque et additionnés des sels minéraux nécessaires au développement de ces organismes). Elles s'y développent rapidement et déjà, au bout de huit jours, on peut constater que les acides aspartiques ont acquis un pouvoir rotatoire. En solution dans l'acide chlorhydrique, ils dévient à gauche le plan de la lumière polarisée.

» 8° Une solution saturée d'acide aspartique inactif ne dissout pas ou presque pas d'acide aspartique actif. L'observation de ce fait m'a permis d'isoler facilement le nouvel acide aspartique actif obtenu dans le dédoublement par les moisissures des acides A, B et D.

» 9° Ce nouvel acide, mélangé à son poids d'acide aspartique actif obtenu par hydratation de l'asparagine, se combine avec lui et forme un acide aspartique inactif, tout à fait semblable aux acides A, B et D.

» En résumé, la fixation des éléments de l'ammoniaque sur les acides maléique et fumarique donne un seul et même acide aspartique qui est l'acide inactif dédoublable. »

ZOOLOGIE. — *Du venin des Hyménoptères à aiguillon lisse et de l'existence d'une chambre à venin chez les Mellifères.* Note de M. G. CARLET, présentée par M. Blanchard.

« Nous avons démontré, dans une Note précédente [1] : 1° que le venin des Hyménoptères à aiguillon barbelé (Abeille, Guêpe, etc.) résulte toujours du mélange de deux liquides, l'un acide, l'autre alcalin, sécrétés

---

[1] *Comptes rendus*, séance du 23 juin 1884.

chacun par une glande spéciale ; 2° que le venin ne produit les accidents ordinaires qu'à la condition de contenir ses deux liquides constituants.

» Des recherches ultérieures nous ont permis de voir que, chez les Hyménoptères à aiguillon lisse (*Philanthus*, *Pompilus*, etc.), la glande alcaline n'existe pas ou est rudimentaire. Or ce sont précisément ces Hyménoptères dont le venin incomplet produit un engourdissement non suivi de mort, sur les insectes dont ils approvisionnent leur nid, pour nourrir leurs larves de proies vivantes. C'est donc, suivant nous, la présence de deux liquides ou d'un seul, qui produit le venin mortel ou simplement anesthésique, des Hyménoptères, et non la prétendue habileté de ces insectes à piquer tel ou tel point du corps de leur victime pour la tuer ou simplement l'endormir.

» Ce résultat n'est pas le seul que nous ayons à faire connaître dans cette Note. Nous avons démontré antérieurement ([1]) : 1° que la vésicule à venin de l'Abeille et des autres Mellifères n'est pas contractile; 2° que le venin de ces insectes est projeté par deux véritables *pistons* qui descendent dans un corps de pompe représenté par le gorgeret; 3° que ces pistons ont la forme d'une calotte concave en bas et munie d'une houppe filamenteuse sur la convexité de sa face interne (en supposant l'insecte placé verticalement, la tête en haut et les pattes en avant).

» Quand, sur une Abeille vivante que l'on tient avec précaution, on produit une série d'excitations, avec la pointe d'une aiguille emmanchée, on voit l'insecte sortir, à chaque fois, son aiguillon au bout duquel perle pendant un certain temps une gouttelette de liquide qui se renouvelle, mais est de plus en plus petite. Or on peut se demander comment il se fait : 1° que l'aiguillon soit toujours amorcé à la volonté de l'Abeille, puisque la vésicule à venin n'est pas contractile; 2° qu'il n'y a pas écoulement continuel de venin, puisqu'il n'y a ni sphincter, ni valvule pour le retenir. L'examen de l'Abeille vivante, si difficile qu'il soit sur d'aussi petites pièces, peut seul permettre de répondre à cette question. On voit alors que, dans leurs mouvements, les deux pistons n'arrivent jamais jusqu'à la base du gorgeret; il y a toujours, au-dessus d'eux, même quand ils sont remontés au plus haut de leur course, une cavité close que l'on pourrait appeler la *chambre à venin*. Cette chambre, toujours pleine du liquide, est fermée en arrière et sur les côtés, par la paroi même du gorgeret, en haut et en avant par la membrane du bord supérieur du gorgeret, percée de deux petits

([1]) *Comptes rendus*, séance du 28 juillet 1884.

orifices pour l'écoulement des deux liquides acide et alcalin. En bas, un véritable plancher mobile ferme la chambre et s'oppose à l'écoulement du liquide situé au-dessus de lui. Ce plancher est une sorte de diaphragme à deux voûtes constitué, sur les côtés, par les calottes des pistons, au milieu par l'entrecroisement des fils de leurs deux houppes. Non seulement il s'oppose à l'écoulement du liquide de la chambre à venin, mais encore il forme une barrière à l'air renfermé dans la partie du gorgeret située au-dessous de lui et que l'on pourrait, à cause de cela, nommer *chambre à air.*

» Quand l'un des pistons s'abaisse, une partie du liquide de la chambre à venin s'écoule dans la chambre à air. Une portion de ce liquide arrive jusqu'à l'extrémité du stylet et l'autre reste dans la chambre à air où l'on voit se former quelques bulles de ce gaz. Cependant celles-ci ne remontent pas dans la chambre à venin; car, d'une part, la concavité de la calotte du piston les recueille, et, d'autre part, elles ne pourraient franchir les filaments de la houppe, imbibés de liquide, qui occupent, ainsi qu'on peut le voir sur l'insecte vivant, le reste de la section du corps de pompe, devenu plus étroit à cause de sa forme conique.

» On s'explique aussi pourquoi les deux stylets perforants de l'aiguillon de l'Abeille manœuvrent le plus souvent alternativement et non simultanément. En effet, le gorgeret, étant conique, présente une section moins considérable en bas qu'en haut et gênerait le mouvement des deux pistons descendant ensemble. Cependant on observe quelquefois cette descente rendue possible par le rapprochement des houppes qui se pénètrent l'une l'autre; mais c'est seulement dans les coups d'aiguillon de la fin, lorsque l'Abeille épuisée sent qu'elle n'a plus de venin. A ce moment aussi, les bulles d'air sont plus nombreuses dans la chambre à air, et la réunion des deux pistons leur offre une barrière plus infranchissable encore pour les empêcher de remonter dans la chambre à venin, où elles ne tarderaient pas à amener une altération de ce liquide. Il est aussi à noter que les pistons, dans leur descente alternative ou simultanée, font le vide au-dessus d'eux et que c'est par une véritable aspiration que les deux liquides dont le mélange est nécessaire à l'action du venin viennent combler le vide qui s'est produit au-dessous de leurs orifices excréteurs.

» On comprend, sans qu'il soit besoin d'insister davantage, l'utilité de la *chambre à venin.* Elle est un réservoir qui fournit immédiatement du venin à l'Hyménoptère : elle met ce liquide à l'abri de l'air qui l'altérerait; enfin, à mesure qu'elle se vide, elle se remplit par aspiration. Cette chambre à venin n'existe que chez les Mellifères, où elle est en corrélation

nécessaire avec le mécanisme de la seringue perforatrice qui représente, ainsi que nous l'avons démontré, l'appareil vulnérant de ces insectes. Mais la seringue de l'Abeille diffère de la seringue industrielle, non seulement parce qu'elle est en même temps un trocart, mais encore parce qu'elle a toujours du liquide au-dessus de son piston. Seulement, ce piston est double et disposé de telle sorte que le liquide peut passer au-dessous de lui et se renouveler par-dessus à mesure qu'il s'écoule par-dessous, seringue aspirante et foulante, toujours amorcée d'un venin sans cesse renouvelé. »

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Relation entre l'électricité animale et la tension superficielle.* Note de M. **A. d'Arsonval**, présentée par M. Brown-Séquard. (Extrait par l'auteur.)

« Les courants électriques d'origine animale se divisent en deux classes bien distinctes : 1° les courants de repos; 2° les courants d'action.

» Dans cette Note, je m'occuperai exclusivement des courants d'action.

» Depuis longtemps déjà (¹), je pense que la cause de ces courants doit être attribuée à la relation qui existe entre les phénomènes électriques et la tension superficielle. Cette loi, dont on doit la connaissance aux remarquables travaux de M. Lippmann, me semble d'une importance capitale en Physiologie. Elle peut s'énoncer ainsi : *La tension superficielle à la surface de séparation de deux liquides est une fonction de leur différence de potentiel.* Réciproquement : *Lorsqu'on déforme la surface de séparation par des moyens mécaniques, il se produit une variation de potentiel dont le sens s'oppose à la continuation du mouvement.*

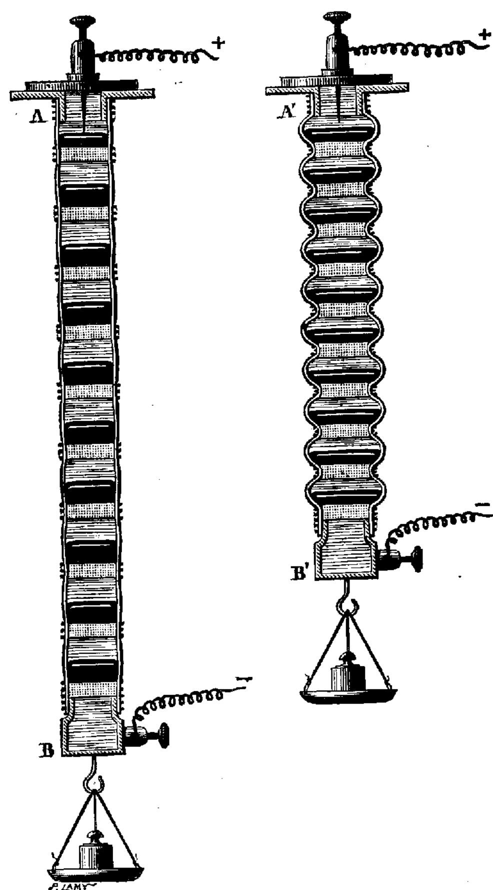
» M. Lippmann a démontré cette propriété pour l'eau et le mercure par des expériences très simples. J'ai reconnu, en 1878, qu'il en était de même pour les liquides et les tissus organiques.

» J'ai mis cette expérience fondamentale sous une forme qui a l'avantage de donner un schéma physique de la fibre musculaire et de l'organe électrique.

» Je prends un tube de caoutchouc AB et je le sépare en une série de compartiments par des disques poreux en bois ou en terre de pipe, sur lesquels je ficelle le caoutchouc. Chaque compartiment est rempli par une

(¹) *Société de Biologie*, 11 mai 1878 et 4 juillet 1885; *Gazette des hôpitaux*, 21 mai 1878.

couche de mercure que surmonte une couche d'eau acidulée. Chaque extrémité du tube est reliée électriquement à un rhéoscope approprié (galvanomètre apériodique Deprez-d'Arsonval). Un poids est suspendu en B. Au repos, aucun courant ne se manifeste; mais si l'on vient à faire osciller le poids verticalement, de façon que le tube ait successivement les formes AB et A'B', le galvanomètre est traversé par des courants alternatifs dont



la tension est proportionnelle au nombre de cloisonnements du tube. La loi de M. Lippmann rend très simplement compte du phénomène.

» Cette disposition est reproduite d'une façon presque identique dans la fibre musculaire et dans les prismes de l'organe électrique. Il suffit en effet de remplacer le mercure par une substance contractile : le protoplasma.

» Les belles recherches de M. Ranvier ont montré que ces deux organes

sont formés, en définitive, de couches superposées, alternativement liquides et protoplasmiques, et qu'elles réalisent par conséquent toutes les conditions de l'expérience ci-dessus décrite. Sil en est ainsi, on doit pouvoir obtenir des courants électriques en déformant mécaniquement le muscle et l'organe électrique; de plus, le sens de ces courants doit varier suivant que la déformation a lieu par pression ou par traction. J'ai montré que les choses se passent conformément aux prévisions de la théorie. On prend deux muscles qu'on attache sur le prolongement l'un de l'autre, on excite le nerf du premier, il se contracte et présente l'oscillation négative classique ([1]); le second, au contraire, qui est déformé par traction, présente une oscillation positive.

» Si l'on prend un morceau d'organe électrique et qu'on mette, par un plateau conducteur, chaque face en communication avec un galvanomètre, on obtient une décharge inverse en comprimant l'organe, et directe en le déprimant brusquement ([2]). Ce résultat est absolument inexplicable en assimilant l'organe électrique à une pile ou à un condensateur; il est tout simple dans la théorie de la tension superficielle.

» Ces modifications dans les surfaces de contact ne se traduisent pas forcément par une déformation *extérieure*, soit dans le muscle, soit dans l'organe électrique. Il suffit qu'elles soient élémentaires, qu'elles aient lieu dans l'intimité du tissu, à la surface de contact des molécules organiques de nature différente qui le forment. Ce fait est bien mis en évidence par l'expérience suivante de M. Ranvier. On tend une fibre musculaire sous le microscope et on l'excite par un courant. Cette fibre, fixée rigidement à ses deux extrémités, ne peut pas se déformer *extérieurement*, mais *intérieurement* il en est tout autrement. L'examen microscopique montre en effet que les changements intérieurs entre les disques épais (protoplasmiques) et les disques clairs qui la composent atteignent leur maximum dans ces conditions. Dans ma théorie, d'après ce fait, l'oscillation négative doit être maxima dans un muscle qu'on excite en l'empêchant de se raccourcir. Une expérience bien ancienne de M. Brown-Séquard ([3]), restée inexpliquée, montre qu'il en est bien ainsi. Mon éminent maître a vu, en effet, que la contraction secondaire qu'engendre l'excitation d'un muscle

---

([1]) *Société de Biologie, loco citato.*

([2]) *Rapport de l'École des Hautes Études;* 1882-1883.

([3]) Brown-Séquard, *Course of lectures on the Physiology and Pathology of central nervous system*, en mai 1858. Philadelphie; 1860.

est à son maximum quand ce muscle est empêché de se raccourcir. Ce changement de forme *intérieur a lieu au moment même de l'excitation* et précède le raccourcissement apparent.

» Ma théorie explique donc par une cause physique :

» 1° L'oscillation négative du muscle pouvant se raccourcir;

» 2° L'oscillation négative maxima du muscle tendu;

» 3° L'oscillation positive du muscle allongé par traction;

» 4° La décharge électrique de la Torpille, du Gymnote, etc.;

» 5° Les décharges de sens différents qu'on obtient en déformant mécaniquement l'organe électrique.

» Elle explique aussi :

» 6° Pourquoi, dans la décharge de la Torpille, le dos est positif et le ventre négatif;

» 7° Pourquoi la décharge de la Torpille obéit aux mêmes lois et est soumise aux mêmes influences que la contraction musculaire, ainsi que l'a si bien établi M. Marey;

» 8° Pourquoi l'onde négative du muscle se propage avec la même vitesse que l'onde musculaire;

» 9° Pourquoi un point musculaire excité est négatif par rapport à la substance musculaire non excitée;

» 10° Comment un phénomène électrique peut se propager le long d'un conducteur avec la vitesse seulement d'une onde liquide;

» 11° Comment les variations de tension superficielle peuvent expliquer les mouvements du protoplasma;

» 12° Pourquoi l'électricité est l'excitant le plus énergique de la substance vivante;

» 13° Pourquoi le pôle négatif est plus excitant que le positif;

» 14° Pourquoi on peut soutenir, ainsi que je l'ai fait ([1]), que le muscle est plutôt un moteur électrique qu'un moteur thermique. Ainsi s'expliquerait son rendement élevé, la chaleur étant un *résidu* de la contraction musculaire et non la *source* de cette contraction. »

([1]) *Cours du Collège de France*, 1882-1883, et *Société de Biologie*, 13 juin 1885.

PHYSIOLOGIE. — *Expériences physiologiques sur les organismes de la glairine et de la barégine. Rôle du soufre contenu dans leurs cellules.* Note de M. **Louis Olivier**, présentée par M. Janssen (¹).

« Poursuivant mes études sur la réduction des sulfates par les êtres vivants (²), j'ai cherché sous quelle forme les organismes à soufre de la glairine et de la barégine perdent ce métalloïde.

» M. Sergius Winogradsky a récemment émis l'opinion qu'ils le convertissent en acide sulfurique (³). Les faits qu'il a observés me paraissent susceptibles d'une autre interprétation. Mes expériences m'ont, en effet, conduit à une conclusion différente de la sienne. Elles semblent prouver que le soufre, loin d'être oxydé par les cellules qui le contiennent, y joue, au contraire, un rôle comburant analogue à celui de l'oxygène.

» Tous les êtres vivants que nous connaissons excrètent leurs produits de désassimilation sous forme d'eau, d'acide carbonique et de composés oxycarbonés de l'azote. Si absolue que paraisse cette loi, on peut se demander si elle constitue un cas particulier d'une loi plus générale encore, permettant de remplacer l'oxygène des produits oxydés par un corps de même fonction chimique. Voici les faits que j'ai observés en recherchant, dans le liquide même où les cellules de la barégine et de la glairine perdent leur soufre, des dérivés sulfosubstitués de ces composés.

» *Recherche des produits solides.* — Les organismes à soufre produisent du sulfocyanate d'ammoniaque :

» 1. De la glairine fraîche de Barèges est, sur le lieu même de la récolte, introduite avec 2^{lit} d'eau sulfureuse dans une bouteille de verre. Un mois après, l'eau est décantée, puis évaporée à une douce chaleur; le résidu, traité par l'alcool, s'y dissout en partie. La solution alcoolique est alcaline; on la distille au bain-marie, de façon à n'en conserver qu'environ 2^{cc} ou 3^{cc} dans la cornue. On neutralise par l'acide chlorhydrique. Une goutte de perchlorure de fer ajoutée au liquide y développe immédiatement la belle coloration rouge pourpre qui caractérise l'acide sulfocyanique. Cette même solution alcoolique renferme de l'ammoniaque combinée, qui donne, avec l'iodomercurate de potasse, la réaction de Nessler.

(¹) Cette Note avait été adressée à l'Académie avant la séance du 11 juin.

(²) Louis Olivier, *Bull. Soc. bot. de France*, t. XXIX, 1882, et *Comptes rendus*, 27 septembre 1886; et avec M. A. Etard, *Comptes rendus*, 6 novembre 1882.

(³) *Botanische Zeitung*, 1887.

» Dans l'eau distillée, la glairine et la barégine produisent aussi du sulfocyanate d'ammoniaque.

» *Recherche des produits gazeux.* — Les organismes de la glairine et de la barégine, immergés dans de l'eau distillée après lavage, y perdent leur soufre intracellulaire et, outre $CAzS(AzH^4)$, produisent simultanément CO^2 et H^2S. Dans le liquide extérieur aux éléments figurés se déposent de nombreux cristaux de soufre.

» La formation de H^2S s'explique-t-elle, conformément à la théorie de M. Winogradsky, par une oxydation du soufre intracellulaire suivie de la réduction du sulfate formé? Pour résoudre la question, j'ai cherché à opérer dans des circonstances qui s'opposassent à cette réduction.

» On peut réaliser ces conditions en supprimant la vie évolutive des organismes. J'ai pensé que, si le soufre joue un rôle comparable à celui de l'oxygène, sa réaction ne serait point abolie par les agents qui suspendent les fonctions de synthèse du protoplasme.

» 2. On lave de la glairine fraîche de Barèges dans un courant d'eau distillée; on l'essore; on recommence lavage et essorage jusqu'à ce que la matière ait perdu H^2S, carbonates, sulfures et sulfates [1]. On la plonge alors dans l'eau distillée, à l'intérieur d'un ballon qui contient, au-dessus du liquide, un égal volume d'air; dans le col de ce matras on introduit ensuite un godet rempli d'éther. On bouche le ballon; on le lute au mastic Golaz ou on le scelle à la lampe. Quelque temps après, on constate qu'il n'y a plus de soufre dans les cellules; mais on trouve dans le matras CO^2 et H^2S. L'eau, qui entoure les filaments, renferme de nombreux cristaux de soufre.

» 3. Il est facile de montrer que ce dépôt de soufre est dû à la lente décomposition de H^2S au contact de l'air et de l'eau. Si l'on remplace la totalité de l'oxygène du matras par de l'hydrogène, on observe encore la consommation du soufre par les cellules qui le contiennent et la production concomitante de H^2S; mais il ne se fait, dans le liquide, aucun dépôt de soufre entre les cellules elles-mêmes.

» Dans ces deux expériences, la production de H^2S cesse quand tout le soufre intracellulaire a disparu. C'est que la formation de H^2S correspond à la consommation d'une réserve de soufre qui, en présence des anesthésiques, ne saurait se régénérer.

4. De la barégine, qui a consommé tout son soufre, est lavée, puis immergée dans de l'eau distillée, en vase clos. Elle n'y donne lieu ni à un dégagement de H^2S ni à un dépôt de soufre.

---

[1] Il m'a été impossible d'enlever la totalité des sulfates, parce que la membrane gélifiée de la glairine, et même de la barégine filamenteuse, retient, comme une éponge, une grande quantité d'eau chargée de sulfate.

» 5. Quand on répète les expériences n°s 2 et 3 avec du chloroforme au lieu d'éther, il n'y a plus dégagement apparent de H^2S. La raison en est que, en présence de l'eau, ce gaz forme instantanément avec $CHCl^3$ une combinaison solide hydratée (1). Mais on peut, dans ce cas, manifester H^2S par addition d'acétate de plomb. On obtient ainsi un précipité brun de sulfure (2).

» 6. Pour bien constater que, par son action anesthésiante, la vapeur de $CHCl^3$ ne s'oppose pas à la consommation du soufre intracellulaire, j'ai observé, jour par jour, des filaments de barégine dans des *cellules de culture* maintenues en chambre humide. Je les divisais en deux lots : au fond de chaque cellule du premier lot j'introduisais une goutte de $CHCl^3$. Les cellules du second lot servaient de témoins. Le soufre disparut aussi rapidement des premières que des secondes. Cette rapide disparition du soufre s'observe aussi quand les cellules à chloroforme sont continuellement traversées par un courant d'hydrogène. Même résultat avec l'éther.

» 7. Dans l'eau phéniquée à 4 pour 100 et dans la glycérine, la glairine et la barégine continuent de perdre leur soufre et de produire CO^2 et H^2S. Cette disparition du soufre et le dépôt consécutif de ce métalloïde dans le liquide extérieur aux cellules vivantes s'observent nettement dans les préparations montées à la glycérine, additionnée ou non de phénol. En même temps que les granulations des filaments diminuent de volume et de nombre, de petits cristaux octaédriques apparaissent dans le liquide ambiant; ces cristaux se développent jusqu'au moment où il n'y a plus de soufre dans les cellules, et bien que les parois de ces cellules demeurent intactes.

» Ces expériences, que je compléterai bientôt, suffisent déjà pour établir que les organismes de la barégine et de la glairine consomment leur soufre intracellulaire sans l'oxyder. Ils produisent, aux dépens de ce métalloïde, H^2S et $[CAzS(AzH^4)]$, dérivé sulfosubstitué d'un isomère de l'urée. Ce fait, absolument nouveau, semble assigner au soufre une fonction dont on ne connaissait jusqu'à présent aucun exemple en Physiologie. Peut-être ce corps est-il susceptible de remplacer l'oxygène dans la transformation des albuminoïdes en amides et, d'une façon générale, dans la combustion de la matière vivante. J'exposerai quelques expériences à ce sujet dans une prochaine Note (3). »

---

(1) *Voir* R. de Forcrand, *Recherches sur les hydrates sulfhydrés* (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 1882).

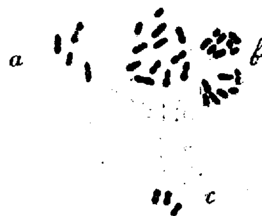
(2) Pour bien faire cette expérience, il convient de soumettre les organismes à la vapeur de $CHCl^3$ et non au contact direct du liquide, qui les tuerait.

(3) J'ai fait ce travail au laboratoire de M. Pasteur. Qu'il me soit permis, à cette occasion, d'exprimer à mon illustre maître ma vive et très profonde reconnaissance. Je dois remercier aussi, pour m'avoir procuré de la barégine et de la glairine, M. le Dr de Lavarenne, médecin à Luchon, et MM. les Directeurs des établissements balnéaires de Barèges, Ax, Cauterets et Aix-les-Bains.

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur une nouvelle maladie bactérienne du canard (choléra des canards)*. Note de MM. V. **Cornil** et **Toupet**, présentée par M. Bouchard.

« Nous avons reçu de MM. Geoffroy Saint-Hilaire et Ménard des canards ayant succombé, au Jardin d'Acclimatation, à une maladie épidémique caractérisée par la diarrhée, l'affaiblissement progressif, des tremblements musculaires et la mort survenant en deux ou trois jours. Nous avons constaté dans le sang du cœur de ces animaux des bactéries en bâtonnets courts, arrondis à leurs extrémités, de 1^{μ} à $1^{\mu},5$ ou 2^{μ} de longueur sur $0^{\mu},5$, lorsqu'on les examine vivants, présentant presque toujours deux points polaires plus colorés quand on les a teints par les couleurs d'aniline (microbes en 8 de chiffre de M. Pasteur). Ils sont très voisins, par leur forme et par leur dimension, du choléra des poules et de la septicémie des lapins.

Fig. 1.



a, *b*, bâtonnets du choléra des Canards;
c, microbe du choléra des Poules.

» Ces micro-organismes existent en quantité considérable dans le sang du cœur, du foie, de la rate, de la moelle des os et dans la sécrétion intestinale, habituellement sanguinolente, des animaux qui meurent spontanément. Ils se colorent très bien, quand on fait une préparation des cultures, du sang et du suc raclé sur les tissus, par les couleurs d'aniline (violet 6 B, bleu de méthyl, safranine), et ils résistent même, dans ces préparations, à la décoloration par le procédé de Gram. Mais ils se décolorent sur les coupes traitées par le procédé de Gram ou par les nouvelles méthodes de Weigert et de Kühne. Les meilleurs procédés pour les coupes sont la coloration simple avec le violet 6 B ou la safranine, ou avec le bleu de méthylène de Loeffler.

» Sur les tubes de gélatine ensemencés par piqûre, ils donnent, au

deuxième jour, une tache superficielle, mince et grise, et de petits grains semi-transparents, un peu jaunâtres, parfaitement arrondis suivant la trace de la piqûre, qui arrivent à la dimension de $\frac{1}{4}$ à $\frac{1}{2}$ millimètre de diamètre au bout de plusieurs jours. Ils sont entourés de colonies sphériques, visibles seulement au microscope. La gélatine reste solide.

» Sur les tubes de gélose solidifiée en surface oblique, on a, le long de la strie d'inoculation, au bout de douze heures, de petites colonies lenticulaires qui acquièrent le lendemain 1^{mm} à 2^{mm} de diamètre et qui ressemblent à des gouttes de cire; elles s'étendent de façon à avoir 3^{mm} ou 4^{mm} les jours suivants.

» Les cultures ne réussissent pas constamment sur la gélose glycérinée. Elles donnent de larges bandes minces à bords irréguliers qui s'étalent partout où le liquide existant à la surface de la gélose a entraîné la culture.

» Sur la pomme de terre, colonies arrondies, un peu jaunâtres, qui se réunissent en formant une plaque à bord festonné. Cette plaque prend plus tard une couleur chamois et se déprime.

» Le bouillon est troublé douze heures après l'ensemencement. Au bout de huit jours, il offre à sa surface une couche blanchâtre.

» Le caractère des cultures ne permettrait pas de les distinguer sûrement de celles du choléra des poules.

» A l'autopsie des animaux morts spontanément, on trouve des ecchymoses très marquées de la surface du péricarde viscéral, parfois même de la péricardite, une congestion du foie et une dégénérescence graisseuse; la surface péritonéale de l'intestin est très congestionnée, souvent avec de petites ecchymoses. Le péritoine, même lorsqu'il ne présente pas de lésion visible à l'œil nu, est parsemé à sa surface de bacilles divers provenant d'une migration à travers les parois de l'intestin. La muqueuse intestinale est très congestionnée, surtout au niveau du gros intestin, qui est distendu par une sécrétion muco-sanguinolente.

» L'ensemble de ces caractères symptomatologiques et anatomiques justifie le nom de *choléra des canards* que nous donnons à cette maladie.

» *Expérimentation sur les canards.* — Nous avons reproduit expérimentalement cette maladie sur des *canards domestiques*, tantôt en leur faisant manger de la pâtée de son mêlée à du bouillon de culture, tantôt en inoculant ce liquide sous la peau au niveau du muscle pectoral. Nous avons observé sur les premiers les mêmes symptômes que dans la maladie spontanée : affaiblissement progressif, isolement et immobilité du malade, qui se meut difficilement, qui reste appuyé sur le ventre et la queue, et dont les

ailes sont agitées de petits tremblements. Quand on le touche, il se déplace un peu et laisse voir à la place qu'il occupait une flaque de liquide diarrhéique gris jaunâtre qui tache aussi les plumes du ventre et de la queue.

» Les individus inoculés sous la peau sont atteints d'un gonflement de la peau et presque toujours d'un infarctus étendu du muscle pectoral, tout à fait semblable à celui du choléra des poules. La partie tuméfiée du muscle est grise ou jaunâtre, parsemée d'ecchymoses, striée dans le sens des faisceaux musculaires. On y constate la fragmentation des faisceaux primitifs des muscles, qui sont comme vermoulus, parsemés de lacunes remplies de bactéries.

» Que le virus soit introduit sous la peau ou dans le tube digestif, les canards domestiques meurent de un à trois jours après l'inoculation. Les lésions sont les mêmes que précédemment; le sang du cœur, le suc du foie, de la rate, de l'infarctus musculaire, etc., contiennent les mêmes bactéries qui se reproduisent en culture pure sur les milieux nutritifs.

» Comme les directeurs du Jardin d'Acclimatation avaient observé que l'épidémie, en tuant tous les canards domestiques (y compris les labradors), épargnait les *espèces sauvages et exotiques*, nous avons inoculé avec la même quantité d'une culture identique, sous la peau, une série de ces dernières : deux sarcelles, deux canards Pillet et deux canards siffleurs. Comme terme de comparaison, nous avions inoculé en même temps un labrador. Les deux sarcelles sont mortes le lendemain, le labrador et les deux siffleurs le surlendemain, tous avec des infarctus musculaires; l'un des canards Pillet est mort le onzième jour seulement, avec un séquestre dur, desséché; une culture faite avec le séquestre est restée stérile, tandis que celle faite avec le sang du cœur a donné des colonies. Le second Pillet vit encore quinze jours après l'inoculation, mais il est très maigre et porte aussi un séquestre induré.

» *Expérimentation sur les poules, pigeons et lapins*. — Nous avons inoculé d'abord $0^{cc},5$ de bouillon de culture du choléra des canards à une poule et à un pigeon qui sont restés tout à fait bien portants, sans même présenter de tuméfaction au lieu d'inoculation, c'est-à-dire au niveau du grand pectoral. Au bout de quelques jours, nous les avons inoculés avec du bouillon de culture du choléra des poules, et ils sont morts le lendemain avec la lésion musculaire bien connue. Nous avons fait manger à une poule du bouillon du choléra des canards, et elle est restée indemne. Enfin, nous avons inoculé 1^{cc} sous la peau d'un pigeon et 2^{cc} sous la peau d'une poule, qui ont résisté.

» En injectant sous la peau $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{2}$ centimètre cube de culture du choléra des canards à des lapins et cobayes, ces animaux n'éprouvent rien. Avec 2^{cc} de la même culture injectés aux lapins, nous avons causé leur mort.

» Ainsi, le virus du choléra des canards a été inoffensif pour les poules et les pigeons, et mortel seulement à haute dose pour les lapins. Il ne préserve ni la poule ni le pigeon contre le choléra des poules.

» On sait que le virus du choléra des poules est mortel pour les canards et les lapins. Nous avons répété l'expérience qui le démontre, et nous avons, avec une culture du choléra des poules, fait mourir des canards et des lapins en même temps qu'une poule et un pigeon.

» Le choléra des canards n'est mortel que pour les canards. Il respecte les poules et les pigeons; il ne tue les lapins qu'à haute dose. Il est moins actif que le choléra des poules, qui tue tous ces animaux.

» On doit donc considérer le choléra des canards comme une maladie distincte du choléra des poules. Si, en raison des analogies des microbes qui les causent et de leurs symptômes, on voulait réunir ces deux affections en un seul groupe, il faudrait dire que le virus est fixé, dans l'organisme des canards, à un degré constant et inférieur à celui des poules. »

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Essais de détermination de la matière phlogogène sécrétée par certains microbes*. Note de M. S. **Arloing**, présentée par M. Chauveau.

« Dans une Communication précédente (*Comptes rendus*, 7 mai 1888), nous avons démontré l'existence d'une matière phlogogène amorphe dans les milieux liquides, naturels et artificiels, où avait évolué un micro-organisme de la péripneumonie contagieuse du bœuf. La démonstration a été fournie en injectant dans le tissu conjonctif sous-cutané et surtout intramusculaire du bœuf et de la chèvre les liquides de culture sus-indiqués, après avoir détruit par le chauffage les microbes qu'ils renferment. Les inoculations pratiquées en série ont établi que cette matière phlogogène ne communique pas l'immunité contre elle-même.

» Comme suite naturelle à notre première Note, nous apportons aujourd'hui le résultat de tentatives faites dans le but de déterminer la nature de la substance qui produit des effets inflammatoires.

» I. Recueillons une grande quantité de la sérosité qui infiltre l'énorme tumeur sous-cutanée que l'on provoque sur les animaux de l'espèce bovine

par l'inoculation du suc du poumon péripneumonique, détruisons, par un bon chauffage, les organismes virulents qu'elle contient, jetons-la ensuite sur un filtre, nous obtiendrons un liquide citrin, limpide et transparent, dont le pouvoir phlogogène est très accusé. Versons dans ce liquide trois fois environ son volume d'alcool absolu, aussitôt il devient louche, blanchâtre, puis tout à coup un précipité caillebotté apparaît et se dépose ensuite peu à peu au fond du vase.

» Prenons maintenant une culture du microbe dans le bouillon de veau ou de bœuf, traitons-la de la même manière, il se forme dans la culture un précipité moins abondant que dans la sérosité. Il est bon de faire remarquer que nous avons distingué entre le précipité fourni par une culture achevée et le précipité que l'on retire du bouillon simple, avant toute culture.

» II. Tant qu'il est frais, le précipité donné par la sérosité est blanc, visqueux; lorsqu'il est sec, il est adhérent, vitreux, cassant, légèrement jaunâtre. Sous les deux états, il est soluble dans l'eau pure et dans un mélange d'eau et de glycérine. On peut le reprendre par l'eau et le précipiter par l'alcool plusieurs fois de suite; mais au détriment de sa solubilité, qui diminue quand on répète cette opération. Ce précipité n'entraîne pas d'albumine; il est formé par un corps azoté dont la solution ne présente aucune réaction spéciale avec l'iode et l'acide azotique. Si l'on étudie le précipité retiré des cultures, on constate qu'il est moins visqueux, plus blanc, mais qu'il jouit des caractères fondamentaux que nous avons attribués au précédent.

» III. Il fallait chercher si la substance isolée par l'alcool possédait la propriété phlogogène. Nous en avons dissous une certaine quantité dans l'eau et nous l'avons injectée sous la peau des animaux propres à cette détermination. Le résultat fut positif et plus considérable qu'après l'inoculation de la culture stérilisée. Mais j'attribue la différence à l'état de concentration de la matière phlogogène dans la solution artificielle et non à une exagération de ses propriétés.

» Il n'y a pas de doutes, la substance précipitable par l'alcool renferme bien le principe phlogogène des cultures et de la sérosité du tissu conjonctif. Toutefois, elle ne la contient pas toute; une faible quantité reste dans le véhicule alcoolisé.

IV. Pour obtenir une matière phlogogène active, il ne faut pas s'adresser à une culture ancienne, car, avec le temps, elle y diminue en quantité et en qualité, ni stériliser la culture à une température trop élevée ou pen-

dant trop longtemps. Un chauffage de vingt minutes à + 80° donne les meilleurs résultats.

» On rend ce chauffage parfaitement stérilisant en ayant soin de répartir la masse de culture sur laquelle on opère entre plusieurs petites pipettes que l'on plonge dans une masse d'eau chaude relativement considérable. Grâce à cette précaution, la température de + 80° atteint d'emblée tous les microbes que l'on expose à son influence.

» Nous avons observé que la plus grande partie de la matière phlogogène des cultures est enfermée dans l'atmosphère visqueuse de chaque microbe. Effectivement, si l'on filtre les cultures après chauffage, on retire du liquide filtré une moins grande quantité de matière que si l'on traite par l'alcool les bouillons non filtrés.

» V. En résumé, la possibilité d'isoler la matière phlogogène de ses solutions aqueuses par l'alcool et de la reprendre par l'eau et la glycérine, la façon dont elle se comporte en traversant les filtres minéraux, l'exagération de ses effets après un chauffage à + 80°, leur atténuation au voisinage de + 100°, la présence de l'azote dans sa composition, son insensibilité vis-à-vis de l'iode et de l'acide azotique, rapprochent, croyons-nous, cette substance des diastases. »

PATHOGÉNIE. — *Origine infectieuse de certains ulcères simples de l'estomac ou du duodénum.* Note de M. **Maurice Letulle**, présentée par M. Brown-Séquard.

« I. J'ai pu constater, à diverses reprises, une corrélation, évidente pour certains faits, entre l'évolution d'une maladie infectieuse et le développement de lésions ulcéreuses au niveau de l'appareil gastro-duodénal. Voici, entre autres, deux observations : Un homme de 28 ans, non alcoolique, contracte en Cochinchine la dysenterie, est atteint pendant son rapatriement d'abcès multiples sous-cutanés et éprouve, à Paris, dans l'espace de trente-deux mois, trois rechutes de dysenterie. Un mois après la dernière poussée intestinale, le malade est pris d'hématémèses considérables et de douleurs épigastriques qui font diagnostiquer un ulcère simple de l'estomac. Soumis, trois mois durant, au régime lacté, il a encore pendant ce traitement deux nouvelles attaques dysentériques. Les selles sanglantes cultivées par MM. Chantemesse et Widal, dans le laboratoire de M. Cornil, donnent le microbe pathogène de la dysenterie décrit par ces

auteurs. Les cultures pures de ces germes inoculées au cobaye reproduisent les lésions spécifiques de l'intestin et, par deux fois, occasionnent des ulcérations de l'estomac.

» Le second malade, âgé de 36 ans, très sobre, est un ancien dyspeptique atteint, depuis de longues années, de dilatation simple de l'estomac. Au milieu de 1886, se développe insidieusement un abcès du sinus maxillaire, qui reste méconnu pendant près de six mois. A cette époque, une intervention chirurgicale importante, nécessitée par une forte hémorragie gingivale, assure la guérison du foyer septicémique. Dès le début de 1887, les troubles digestifs s'aggravent et ne tardent pas à présenter tous les caractères de l'ulcère simple du duodénum. Une série d'hémorragies intestinales redoutables oblige le malade à un traitement prolongé qui aboutit à une guérison définitive.

» M. Brouardel, qui donnait également ses soins au malade, accepta d'autant plus volontiers l'explication pathogénique par laquelle je rattachai cet ulcère simple du duodénum à la septicémie chronique antérieure, qu'il possédait deux observations analogues. Il voulut bien me les confier. Ces deux cas, l'un de variole confluente, l'autre de farcin chronique, terminés par la guérison se compliquèrent, pendant la convalescence, des mêmes accidents ulcéreux.

» Je dois enfin à l'obligeance du D[r] Aigre (de Boulogne) une observation d'ulcère simple de l'estomac, survenant pendant la convalescence d'une lymphangite suppurée du membre inférieur.

» II. Ces différentes observations ont entre elles un point de parenté, qui est l'apparition d'un ulcère simple de l'estomac ou du duodénum au décours d'une maladie infectieuse en voie de guérison. Elles ont encore, selon moi, un même lien pathogénique : les maladies infectieuses qui peuvent, jusqu'à une époque plus ou moins avancée de leur évolution, donner lieu à des embolies microbiennes, collectent parfois leurs colonies au niveau de la région gastro-duodénale. La formation de ces foyers secondaires au-dessous de la muqueuse expose cette dernière à une destruction ulcérative d'autant plus rapide que l'état fonctionnel antérieur de l'organe était moins régulier ou que l'acidité normale de son contenu est plus considérable.

» Je me suis efforcé de faire la preuve anatomo-pathologique et expérimentale de cette conception pathogénique qui, s'adressant à une catégorie bien déterminée de faits, n'a nullement la prétention de battre en brèche

les idées doctrinales actuellement régnantes, mais peut au contraire leur venir en aide.

» Une autopsie récente de septicémie puerpérale m'a permis, grâce à l'obligeance de M. Widal, d'étudier deux ulcérations hémorragiques récentes de l'estomac. Les veinules sous-jacentes à la muqueuse ulcérée étaient thrombosées, et le caillot fibrineux contenait une grande quantité de *Streptococci;* les sinus veineux de l'utérus étaient d'ailleurs farcis des mêmes colonies.

» Nous avons pu reproduire, comme preuve expérimentale, sur le cobaye les mêmes lésions muqueuses et sous-muqueuses, non seulement avec les cultures pures de la dysenterie, mais encore avec le *Staphylococcus pyogenes aureus*. Les lésions obtenues variaient depuis des ecchymoses jusqu'à de vastes ulcérations arrondies menaçant de perforer les parois de l'estomac expérimentalement dilaté.

» Je crois devoir conclure en disant que le mécanisme qui préside à l'établissement de ces lésions ulcératives d'origine infectieuse peut être double : tantôt, ce sont les cas qui me paraissent les plus rares, l'ingestion de germes pathogènes permet leur culture à la surface de la muqueuse gastro-duodénale; tantôt les éléments morbigènes, véhiculés au hasard des courants sanguins ou lymphatiques, viennent se greffer dans les mailles du tissu conjonctif sous-muqueux. Là, les parasites, trouvant un terrain favorable à leur développement, entravent l'apport des sucs nutritifs et exposent la muqueuse correspondante à la corrosion des liquides acides qui la baignent.

» Les faits qui précèdent me paraissent éclairer quelques-unes des nombreuses obscurités qui entourent encore aujourd'hui l'histoire de l'ulcère simple de l'estomac ou du duodénum. »

M. **Daubrée** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. *Lœwinson Lessing*, de Saint-Pétersbourg, intitulé : « Formations diabasiques d'Olonetz », et s'exprime comme il suit :

« M. Lœwinson Lessing, déjà connu par ses recherches géologiques dans le gouvernement de Nijni-Novgorod, a entrepris, en 1885-1887, l'étude des roches diabasiques de la province d'Olonetz, au nord-ouest du lac Onéga, qui ont joué un rôle important dans la constitution géologique de ce pays.

» L'auteur a poursuivi, à l'aide du microscope, les transformations qui se sont produites dans ces roches éruptives depuis leur épanchement; la manière dont la chorite, la calcite, le quartz et d'autres minéraux s'y sont ultérieurement développés. Le Volume, écrit en langue russe, est accompagné d'une Carte géologique et pétrographique du pays exploré et de 27 dessins représentant les analyses microscopiques des roches décrites par l'auteur. Les résultats de l'analyse chimique de dix espèces de ces roches plus ou moins métamorphisées y figurent également. Un résumé du Livre, en allemand, termine le texte. »

M. **J. Toison** adresse une réclamation de priorité relative à une Communication de M. *Mayet,* du 28 mai dernier, sur « un nouveau perfectionnement apporté à la numération des éléments du sang », et rappelle qu'il a indiqué en 1885, avec tous les détails techniques, un procédé de numération colorée des éléments du sang.

A l'appui de sa réclamation, M. Toison joint à sa Lettre un extrait du *Journal des Sciences médicales de Lille.*

A 4 heures un quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures et demie.

J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 18 juin 1888.

Leçons sur la théorie générale des surfaces et les applications géométriques du Calcul infinitésimal; par Gaston Darboux. Deuxième Partie : *Les congruences et les équations linéaires aux dérivées partielles. Des lignes tracées sur les surfaces;* premier fascicule. Paris, Gauthier-Villars et Fils, 1888; 1 vol. gr. in-8°.

Cours d'Astronomie pratique. — Application à la Géographie et à la Navigation; par E. Caspari. Ire Partie : *Coordonnées vraies et apparentes. —*

Théorie des instruments. Paris, Gauthier-Villars et Fils, 1888; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. Bouquet de la Grye.)

Les régions invisibles du globe et des espaces célestes. — Eaux souterraines, Tremblements de terre, Météores; par A. DAUBRÉE. Paris, Félix Alcan, 1888; 1 vol. in-8°.

Annales de l'École nationale d'Agriculture de Montpellier. Tome III, 3e année, 1887. Montpellier, Camille Coulet, 1888; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. Dehérain.)

Cours d'Agriculture de la Côte-d'Or. Compte rendu des cultures entreprises en 1886-1887; *par* L. MAGNIEN; 1re année. Dijon, F. Carré, 1888; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Dehérain.)

Services militaires et scientifiques, titres académiques, résultats scientifiques de M. le Dr J.-L.-G. GUYON. Paris, Vve Bouchard-Huzard, 1868; br. in-8°.

Études sur les eaux thermales de la Tunisie; par le Dr GUYON. Paris, Paul Dupont, 1864; br. in-8°.

Histoire naturelle et médicale de la Chique (*Rhynchoprion penetrans* Oken); *par* M. J.-L.-G. GUYON. Paris, 1870; 1 vol. in-8°.

Mémorial de l'Artillerie de la Marine. Tome XV, 4e et dernière livraison. Paris, L. Baudoin et Cie, 1887; 1 vol. in-8° (texte) et un atlas (planches).

Aide-mémoire d'artillerie navale. 4e et dernière livraison, 1887; br. in-8° (texte) et un atlas (planches).

Mémoires de la Société nationale d'Agriculture, Sciences et Arts d'Angers; quatrième série. Tome premier (année 1887). Angers, Lachèse et Dolbeau, 1888; 1 vol. in-8°. (Deux exemplaires.)

Mémoires de la Société zoologique de France pour l'année 1888. Ier volume, 1re, 2e et 3e Parties; feuilles 1 à 11; planches I à IV. Paris, au siège de la Société, 1er juin 1888; 1 vol. gr. in-8°.

Société de Médecine légale de France. Bulletin. Tome X, 1re Partie. Paris, J.-B. Baillière et Fils, 1888; 1 vol. in-8°.

Mémoires des Concours et des Savants étrangers, publiés par l'Académie royale de Médecine de Belgique. (Troisième fascicule du tome VIII.) Bruxelles, F. Hayez, 1888; br. in-4°.

Travaux de la Société des Naturalistes de Saint-Pétersbourg; vol. XIX. 1888. Section de Géologie et de Minéralogie. F. LŒWINSON LESSING : *Die olonezer Diabasformation.* 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Daubrée.)

Die Vertheilung der Wärme auf der Erdoberfläche. — Nach seiner von der Académie des Sciences zu Paris gekrönten Preisschrift, neu bearbeitet von Dr WILHELM ZENKER. Berlin, Verlag von Julius Springer, 1888; br. in-8°.

Die Venus-Durchgänge 1874 *und* 1882; *Bericht über die deutschen Beobachtungen. Im Auftrage der Commission für die Beobachtung des Venus-Durchgangs,* herausgegeben von A. Auwers. — Dritter Band : *Die Beobachtungen der Expeditionen von* 1882. Berlin, 1888; 1 vol. in-4°.

L'isoterma dei gas; per Aroldo Violi. Roma, tipografia della R. Accademia dei Lincei, 1888; br. in-4°.

Atti della reale Accademia dei Lincei; serie quarta, vol. IV; fasc. 5°, 1° semestre, 4 marzo 1888. Roma, tipogr. della R. Accademia dei Lincei; in-4°.

Official Copy (n° 49). *The quarterly weather report of the meteorological Office* (new series); Part III, july-september, 1879. London, 1888; br. in-4°.

Official Copy (n° 74). *Hourly readings*, 1885. Part III : july to september. London, 1888; br. in-4°.

Henry Draper Memorial. Second annual Report of the photographic study of stellar spectra conducted at the Harvard College observatory, Edward C. Pickering, Director. Cambridge, John Wilson and Son, 1888; br. in-4°.

The Journal of proceedings of the royal Institute of british architects. Vol. IV, new series, n° 16, 14 june 1888. London; br. in-4°.

The Journal of the College of Science, imperial University, Japan; vol. II, Part I, Tokyo, Japan, 1888; br. in-4°.

ERRATA.

(Séance du 28 mai 1888.)

Note de M. *Boitel,* Sur les arcs surnuméraires qui accompagnent l'arc-en-ciel :

Page 1523, ligne 7, *au lieu de* $\frac{m}{(54)^{\frac{1}{3}}}$, *lisez* $\frac{m}{4}$.

(Séance du 11 juin 1888.)

Note de M. *Léo Vignon,* Sur la formation thermique des sels des phénylènes diamines :

Page 1674, lignes 3 et 4, *au lieu de* $6H^4$, *lisez* C^6H^4 et ligne 4, *au lieu de* Hydrate diamine, *lisez* Hydrate de paraphénylène diamine.

Même page, lignes 5 à 13, *remplacez* dégage *par* id.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 JUIN 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur les* canaux *de la planète Mars.* Note de M. **Fizeau**.

« Les apparences singulières observées à la surface de la planète Mars par M. Schiaparelli, et auxquelles plusieurs observateurs, et notamment M. Perrotin, de l'observatoire de Nice, ont ajouté récemment des particularités nouvelles, sont demeurées jusqu'ici sans explication plausible. On s'accorde à les désigner sous le nom de *canaux* de Mars, d'après leur ressemblance lointaine avec des canaux d'irrigation, mais sans vouloir rien préjuger au sujet de leur véritable nature.

» Il semble cependant que les observations les plus récentes permettent d'essayer aujourd'hui de résoudre cette énigme, en s'appuyant sur les considérations suivantes :

» Et d'abord, on s'accorde généralement à reconnaître la présence de l'eau à la surface de Mars, et l'on admet que l'eau joue un rôle considérable dans les changements que l'on y observe. On connaît les taches polaires à aspect neigeux, qui s'étendent et diminuent suivant le cours des saisons. On sait, de plus, que l'analyse spectrale de la lumière de Mars a fait reconnaître à M. Janssen la présence de l'eau comme très probable.

» Les *canaux* de Mars apparaissent comme des lignes plus obscures que le reste de la surface, de directions rectilignes, souvent parallèles entre elles, ou se coupant suivant des angles plus ou moins grands. Le réseau de ces lignes n'a rien de fixe et, à des époques peu éloignées, a présenté des dessins fort différents les uns des autres; changements qui rappellent ceux des taches plus étendues (appelées *continents* ou *mers*), lesquelles paraissent, se modifient et disparaissent parfois dans l'intervalle de quelques mois. Tout récemment, une ligne très nette a été signalée comme traversant, suivant une corde, le cercle de glaces polaires tourné vers la Terre.

» Il paraît naturel de rapprocher de ces apparences singulières les phénomènes variés qui ont été signalés sur notre globe, à la surface des grands glaciers, tels que la mer de glace (mont Blanc), le glacier du Rhône et surtout la vaste région glacée du Groenland, pour ne citer que les plus connus. On sait que, parmi les changements incessants qui se produisent sur ces surfaces de glace par la succession des saisons, on remarque surtout, au point de vue qui nous occupe, des rides parallèles, des crevasses, des fentes rectilignes s'étendant sur des longueurs considérables et se coupant entre elles suivant des angles variés. M. Nordenskiöld a notamment rencontré et décrit, dans son deuxième voyage au Groenland, des phénomènes de ce genre tout à fait remarquables par leur grandeur et par les caractères plus précis qu'ils permettent d'assigner aux régions soumises au régime glaciaire.

» En rapprochant ainsi les principales circonstances que présentent les *canaux* de Mars de celles qui ont été observées sur nos glaciers, on remarquera que les analogies et les ressemblances entre les deux ordres de phénomènes sont réellement assez marquées pour que l'on puisse, avec une grande probabilité, rapporter les uns et les autres à une même cause, l'état glaciaire.

» On est donc conduit à l'hypothèse de l'existence à la surface de Mars d'immenses glaciers analogues à ceux de notre globe, mais d'une étendue beaucoup plus considérable encore, et dont les mouvements et les ruptures

doivent être également plus prononcés. On doit remarquer, en effet, que la longue durée des saisons sur la planète (double de celles de la Terre) favorise manifestement le développement et le bouleversement périodique des masses glacées, sous l'influence des dilatations et contractions dues aux changements de la température; effets auxquels il faut joindre ceux qui résultent de la faible pesanteur à la surface de la planète ($\frac{4}{10}$ de celle de la Terre).

» Mais, d'autre part, l'hypothèse dont il s'agit va-t-elle s'accorder avec plusieurs circonstances bien connues de la constitution physique de la planète?

» Et d'abord les distances au Soleil de Mars et de la Terre étant comme 3 à 2, les intensités du rayonnement sont comme 4 à 9; le rayonnement solaire est donc sur Mars $\frac{4}{9}$ de ce qu'il est sur la Terre. Sans vouloir décider ici ce que deviendraient nos climats si le Soleil ne nous envoyait plus que les $\frac{4}{9}$ de ses rayons, on peut assurer que toutes les températures moyennes seraient fort abaissées et que la plus grande partie de notre globe entrerait dans une période glaciaire. La température de Mars doit donc être bien plus basse que celle de la Terre, même en attribuant à la planète une atmosphère semblable à la nôtre.

» De plus, on a des motifs sérieux de penser que l'atmosphère de Mars est, contrairement à l'opinion d'éminents astronomes, moins développée que celle de la Terre.

» D'abord, l'absence de *bandes équatoriales* montre que les mouvements atmosphériques réguliers ne se produisent pas là comme sur notre globe; ce qui paraît indiquer une atmosphère d'une étendue plus limitée et, par suite, moins propre à absorber et à conserver la chaleur solaire que l'atmosphère terrestre.

» Ensuite, on peut remarquer que la lumière de Mars présente une *teinte rouge,* reconnue de tous temps et par tous les observateurs. Or cette couleur rouge fournit une nouvelle preuve que l'atmosphère de Mars n'a pas une constitution semblable à celle de l'atmosphère de la Terre; c'est ce que l'on peut conclure en considérant la couleur que possède la *lumière cendrée* que la Lune renvoie vers la Terre à certains jours des premiers et derniers quartiers. Cette lumière est en effet empruntée à la Terre directement éclairée par le Soleil, et peut nous donner une idée assez exacte de la couleur que possède la Terre, environnée de son atmosphère et vue de l'espace. Or la *lumière cendrée* est, d'après Arago, d'une teinte *bleue verdâtre* et nullement rouge, comme elle le serait si notre atmosphère était semblable à celle de Mars. La teinte rouge dont il s'agit indique avec une

grande probabilité la prédominance relative de la vapeur d'eau sur les gaz dans l'atmosphère de Mars.

» On voit que l'hypothèse de l'état glaciaire de Mars paraît s'accorder assez bien avec les principales données physiques que nous possédons, jusqu'à ce jour, sur cette planète. »

Remarques sur la Communication précédente; par M. **J. Janssen.**

« Je voudrais, à l'occasion de la Communication précédente, présenter quelques réflexions sur l'état de nos connaissances sur l'atmosphère de la planète Mars.

» Ces connaissances sont encore très peu avancées, et quant à la cause qui produit la couleur rougeâtre que présente la planète dans son ensemble, on peut la considérer comme encore inconnue, malgré toutes les explications qui ont été proposées. Il ne paraît pas que cette couleur puisse être expliquée par une action absorbante spéciale de l'atmosphère de la planète; car, dans ce cas, l'action absorbante de cette atmosphère s'exercerait avec plus d'énergie vers les bords du disque de l'astre, et l'on a très généralement observé le contraire.

» Il est donc probable que l'atmosphère de Mars est très transparente et peu importante relativement à la nôtre. Cette vue est corroborée par la considération de la masse de Mars, qui est près de dix fois plus petite que celle de la Terre, ce qui permet de supposer un refroidissement et un état géologique beaucoup plus avancés que ceux relatifs à notre globe. Je crois, en effet, qu'on peut admettre, comme une loi générale, que les planètes appartenant à des régions voisines présentent un degré de refroidissement et d'avancement des phases géologiques et météorologiques où la masse joue un rôle très important.

» Mais ce ne sont là que des indications générales et plausibles. Je crois que, pour faire avancer ces questions, il faut y introduire largement les deux grandes méthodes qui ont révolutionné l'Astronomie physique : l'Analyse spectrale et la Photographie.

» Les dessins qui sont soumis aujourd'hui à l'Académie [1] sont fort beaux, et, quand il s'agit de comparer des phénomènes qui se sont manifestés à de courts intervalles, ils ont toute l'autorité nécessaire. Mais il serait bien urgent de chercher à obtenir, avec les ressources que nous

[1] Voir plus loin, p. 1786.

offrent les grands instruments dont nous disposons aujourd'hui, des images photographiques assez parfaites pour remplacer les dessins.

» Je sais que, quand il s'agit de phénomènes aussi délicats que ceux qui ont été découverts à Milan et à Nice, la Photographie, malheureusement, ne peut encore lutter avec la vue, mais il faut entrer résolument dans cette voie pour préparer l'avenir. Si, à la place des dessins si nombreux et dus presque tous à des hommes éminents, nous avions des images photographiques même moins détaillées, nous pourrions déjà en tirer, sur les changements qui ont lieu à la surface de Mars, des notions incomparablement plus certaines que celles dont nous sommes obligés de nous contenter.

» Pour se rendre compte de la vérité de ce que j'avance ici, il n'y a qu'à comparer la série des dessins, tous dus à des astronomes célèbres, qui ont été faits de la nébuleuse d'Orion. On verra quelle créance on peut accorder à ce genre de témoignages quand ils se rapportent à des intervalles très éloignés et qu'ils émanent d'observateurs différents.

» Mais l'analyse spectrale me paraît d'une application particulièrement intéressante pour la solution des questions qui ont été soulevées dans cette séance.

» La découverte du spectre de la vapeur d'eau a déjà permis à d'éminents observateurs, MM. Huggins et Vogel, et à moi-même dès 1867, en m'appuyant sur l'expérience de la Villette, de constater la présence de la vapeur d'eau dans l'atmosphère de Mars ([1]). Il y aura à revenir sur ces observations et à les développer.

» Mais je désire faire remarquer dès maintenant que la découverte des bandes obscures du spectre de l'oxygène peut permettre la recherche de ce gaz dans l'atmosphère de Mars.

» Les groupes A, B, α du spectre de l'oxygène ne s'y prêteraient pas, car l'atmosphère terrestre les fait naître avec une grande énergie, même au zénith, tandis que les bandes obscures de ce gaz ne sont produites par notre atmosphère que lorsque l'astre est à quelques degrés au-dessus de l'horizon.

» Il faudrait donc rechercher si, quand Mars est assez élevé sur l'horizon, le spectre des bords de la planète présente les bandes obscures en question. C'est une recherche délicate, mais qui n'est pas au-dessus de nos moyens actuels d'observation; elle donnerait une indication bien précieuse sur la composition de l'atmosphère de la planète en question.

([1]) *Comptes rendus*, t. LXIV, p. 1308.

» La suggestion de M. Fizeau relativement aux glaciers de Mars est évidemment très ingénieuse et très belle; elle s'ajoute aux autres considérations pour solliciter les astronomes à poursuivre avec ardeur ces belles études et à y employer toutes les ressources que la Science met aujourd'hui à leur disposition. »

CHIMIE. — *Sur la densite de vapeur du chlorure d'aluminium et sur le poids moléculaire de ce composé;* par MM. C. **Friedel** et J.-M. **Crafts**.

« A la suite d'expériences récentes faites par eux pour déterminer la densité de vapeur du chlorure d'aluminium, MM. Nilson et Pettersson [1] sont arrivés à la conclusion que ce corps doit recevoir la formule $AlCl^3$, et non la formule double Al^2Cl^6 adoptée généralement d'après les analogies et d'après les déterminations de MM. H. Sainte-Claire Deville et Troost [2].

» La question est assez importante au point de vue théorique, pour qu'il nous ait semblé nécessaire d'entreprendre une nouvelle série d'expériences, non que nous mettions en doute l'exactitude des résultats obtenus par des expérimentateurs aussi habiles que les chimistes suédois; mais la méthode qu'ils ont employée est sujette à quelques objections. Ils se sont servis du procédé de M. V. Meyer, qui, comme on sait, consiste en principe dans le déplacement d'un certain volume d'air, qu'on recueille, par un poids connu de la matière réduite en vapeur dans les conditions mêmes où se trouvait l'air.

» Cette méthode est d'un emploi très commode; elle est le plus souvent suffisante et elle a l'avantage de pouvoir seule être employée aux très hautes températures.

» Par contre, elle ne permet d'opérer qu'à une température notablement supérieure au point d'ébullition de la matière, la volatilisation devant se produire avec une grande rapidité pour que l'expérience soit bonne.

» D'autre part, l'un de nous, dans une étude relative à la densité de vapeur de l'iode [3], a montré que, contrairement à l'opinion émise à cette

---

(1) *Zeitschrift für physikalische Chemie,* t. I, p. 459.
(2) *Annales de Chimie et de Physique,* 3e série, t. LVIII, p. 257.
(3) *Comptes rendus,* t. XCII, p. 39; 1881.

époque par M. V. Meyer, la méthode de ce savant doit donner des résultats autres que la méthode de Dumas, quand la densité de la vapeur peut varier avec sa tension, ainsi que cela a lieu dans le cas d'une dissociation.

» La tension ne serait la même, dans les deux procédés, que si l'on parvenait à remplir dans celui de M. Meyer cette condition irréalisable que la vapeur formât un cylindre homogène, sans diffusion dans l'excès d'air. Aux basses températures, il est probable que la diffusion est très faible pendant la courte durée de l'expérience; mais, lorsque la vaporisation est plus brusque, il y a projection et diffusion de la vapeur dans une proportion qui échappe à toute mesure exacte.

» On sait seulement que, quand les vapeurs changent de densité par suite d'une dissociation, on obtient des densités plus faibles en employant peu de substance, c'est-à-dire en la diffusant davantage.

» On ne peut d'ailleurs pas suivre le phénomène utilement au delà des premiers moments de l'expérience, parce qu'on entre alors dans la période dans laquelle il y a condensation d'une partie de la vapeur qui est arrivée dans la tige relativement froide de l'appareil.

» Il était donc utile de contrôler les expériences de MM. Nilson et Pettersson par une série de déterminations faites par la méthode de Dumas, et s'étendant à des températures auxquelles ils n'ont pu opérer.

» Nous avons fait précéder celles-ci d'une étude sur la tension de la vapeur du chlorure d'aluminium, afin de nous rendre compte de la température à laquelle il faudrait chauffer la vapeur sous diverses pressions pour être suffisamment loin du point d'ébullition et pour pouvoir la considérer comme un gaz parfait.

» Le chlorure d'aluminium que nous avons employé a été obtenu parfaitement pur et en gros cristaux limpides et incolores en chauffant du chlorure du commerce, préalablement sublimé, dans des tubes scellés avec addition d'aluminium métallique en feuilles. Lorsqu'on chauffe pendant quelque temps le tube tout entier à la température d'ébullition du mercure, puis qu'on le retire en partie de l'appareil, de manière que l'extrémité supérieure soit relativement froide, la partie inférieure restant chaude, on voit se déposer dans les portions froides de magnifiques cristaux ou des masses cristallines très propres à servir aux expériences et attirant relativement peu l'humidité de l'air.

» *Point de fusion.* — Le chlorure d'aluminium, qui, sous la pression ordinaire, se volatilise sans fondre, fond au contraire facilement sous une pression plus élevée. On peut déterminer son point de fusion dans un tube étroit suffisamment rempli de substance et entièrement plongé dans

le bain ; quand on ne prend pas ces précautions, la volatilisation d'une partie de la matière refroidit le reste, et le point de fusion apparent est notablement élevé.

» Nous avons trouvé, en opérant ainsi, pour le point de fusion, 190°.

» D'autre part, ayant fondu environ 20gr de chlorure d'aluminium dans un long tube de verre de Bohême, fermé par le bas et communiquant avec un réservoir d'air comprimé sous une pression de 2at, 5, nous avons trouvé, dans trois expériences, pour le point fixe de solidification, auquel le thermomètre s'est arrêté après être descendu d'abord de plusieurs degrés audessous :

186°, 187°, 5, 186°, 2 (1).

» Le vrai point de fusion doit être compris entre le nombre précédent et ceux-ci, les causes d'erreur tendant à élever le premier et à abaisser, au contraire, les valeurs obtenues par la deuxième méthode.

» *Point d'ébullition.* — Pour le point d'ébullition, que nous avons déterminé sous diverses pressions, nous avons employé deux procédés différents :

» 1° Aux pressions élevées auxquelles le chlorure d'aluminium devient liquide avant de bouillir, nous avons opéré comme on fait d'ordinaire, avec quelques précautions spéciales exigées par le voisinage des points de solidification et de volatilisation, et par la propriété du chlorure d'aluminium d'être très avide d'humidité.

» Il faut avoir soin d'établir, dès que l'on commence à chauffer, une pression supérieure à celle qui est nécessaire pour la fusion ; sans cela, le chlorure d'aluminium se sublime dans le tube et n'est plus que difficilement ramené au fond.

» Nous avons employé, pour le chauffage, un double bain d'air. La partie inférieure du tube était plongée dans un appareil à doubles parois à vapeur de mercure, pendant que la partie plus élevée, sur une longueur de 0m, 30, c'est-à-dire plus que la tige du thermomètre, pour éviter un refroidissement trop brusque, était entourée d'un appareil analogue, à vapeur de naphtaline, ouvert aux deux bouts et superposé à l'autre (2). Pour

---

(1) Toutes ces températures sont données en degrés du thermomètre à hydrogène.

(2) Ces appareils ont été décrits avec des figures dans une étude publiée par l'un de nous. (*American chemical Journal*, t. V, p. 327 ; 1883.) Voir aussi *Bulletin de la Société chimique*, 2e série, t. XXXIX, p. 282.

protéger le thermomètre contre la pression, et en même temps pour empêcher la couleur noire des divisions d'être enlevée par le chlorure d'aluminium, nous l'avions scellé dans un tube mince muni de pointes qui le maintenaient dans l'axe du vase distillatoire.

» Dans ces conditions, l'ébullition se produit et se maintient très bien, et la lecture peut être faite sans difficulté en retirant pendant un instant l'appareil du cylindre à naphtaline jusqu'à ce que l'extrémité de la colonne thermométrique puisse être vue.

» 2° Pour les pressions auxquelles le chlorure d'aluminium se volatilise sans fondre, comme à la pression atmosphérique et au-dessous, nous avons fondu d'abord sous pression autour du réservoir du thermomètre un cylindre de chlorure d'aluminium, puis nous l'avons chauffé à la pression voulue en notant le point auquel le thermomètre restait fixe pendant qu'il était plongé dans un bain d'air à une température de beaucoup supérieure à celle de la volatilisation (¹).

» Voici les nombres que nous avons obtenus :

Pressions					
en millimètres de mercure.	en atmosphères.	Chlorure d'aluminium.	Différences.	Naphtaline.	Différences.
252,1	0,33	167°,8		174°,46	
311,4	0,41	170,4	3,3	182,10	8,0
316,5		171,9		182,60	
430,7	0,57	175,7	4,6	194,40	12,05
755,4	0,99	182,7	7,0	218,00	23,60
1793,4	2,37	204,2	21,5	259,60	41,60
2016,1	2,64	207,5	3,3	266,44	6,84
2277,5	3,60	213,0	5,5	273,32	6,88

» Ces déterminations sont suffisamment exactes pour l'objet que nous avions en vue, mais elles révèlent des particularités que nous nous proposons d'étudier avec plus de soin.

» Nous avons mis en regard des nombres obtenus ceux trouvés par l'un de nous pour la naphtaline, substance bouillant à une température voisine, et déterminés très

(¹) MM. Ramsay et Young (*Philosoph. Trans. Royal Soc.*, p. 57 et 461; 1888) ont étudié par une méthode semblable les tensions de vapeur des solides et les ont trouvées presque identiques avec celles mesurées au moyen de tubes barométriques. Les très petites différences entre les tensions de vapeur à l'état solide et à l'état liquide sont inférieures aux erreurs de nos expériences.

exactement. La comparaison montre des irrégularités dans les points d'ébullition du chlorure d'aluminium; les intervalles de température, pour les deux substances, devraient être à peu près proportionnels, tandis que l'on voit que pour le chlorure d'aluminium solide, à la pression atmosphérique et au-dessous, les différences sont environ un tiers de celles correspondantes de la naphtaline. Pour les pressions plus élevées, ces différences sont près de moitié avec des irrégularités dues aux erreurs d'observations difficiles à éviter avec cette substance, d'un maniement incommode.

Il y a lieu de remarquer que les différences moyennes, pour un certain intervalle de pressions, sont beaucoup plus faibles que pour aucune autre substance connue. Elles indiquent une singularité dans la constitution physique du chlorure d'aluminium, que nous nous bornons à signaler, espérant y jeter quelque jour par l'étude d'autres chlorures. D'après les déterminations de Regnault, les chlorures de phosphore, de bore et de silicium ne présentent rien d'analogue.

Densité de vapeur. — Il résulte du Tableau précédent que l'on peut espérer avoir une densité de vapeur normale dès la température d'ébullition de la naphtaline (218°), et nous avons commencé à ce point une série de déterminations montant jusqu'à 432°.

» Les déterminations ont été faites dans des cylindres de verre étirés aux deux bouts, et sur lesquels on avait soudé d'un côté deux ou trois petits récipients consécutifs, communiquant entre eux et avec le cylindre, de l'autre un seul récipient.

» Après que la série de tubes avait été soigneusement desséchée, on introduisait le chlorure d'aluminium dans le dernier récipient de la série de deux ou trois et, après avoir fermé celui-ci à la lampe, on volatilisait le chlorure dans le récipient suivant, puis dans le troisième et enfin dans le cylindre, en fermant chaque fois à la lampe. Une fois le chlorure dans le cylindre, on introduisait celui-ci dans le bain d'air; la volatilisation se faisait rapidement et la plus grande partie du chlorure en excès se condensait dans le petit récipient supérieur, qu'on enlevait alors en scellant ainsi complètement le cylindre, qu'on laissait chauffer pendant dix minutes ou un quart d'heure en le recouvrant complètement d'asbeste, afin qu'il se mît bien en équilibre de température avec le bain. A ce moment, on ouvrait la pointe avec une pince pour laisser échapper l'excès de vapeur, puis on refermait à la lampe et l'on continuait l'opération comme d'ordinaire.

» Toutes ces précautions avaient pour but d'opérer avec du chlorure d'aluminium bien exempt d'humidité, et de ne pas laisser pénétrer l'humidité atmosphérique par le tube du cylindre, ce qui aurait pu avoir lieu pendant le temps, assez long, nécessaire pour que le cylindre prenne la température du bain d'air.

» Voici les résultats des expériences :

	Temp. de la vapeur.	Tension en atmosph.	Densité de vapeur.	Barom. réduit à 0°.	Volume du vase.	Air resté.	Pression de l'air resté.	Temp. de l'air.	Poids de l'air.	Excès de poids du vase.	Poids de l'air déplacé (¹).	
	°				cc	cc	mm	°				
1...	218,00	0,59	8,87	755,00	80,79	22,53	685,0	24,7	0,0241	0,2307	0,0944	Dans la vapeur de naphtaline, à la pression atmosphérique.
2...	218,27	0,88	9,17	760,4	87,56	7;97	674,0	21,0	0,0085	0,4060	0,1050	
3...	218,27	0,99	9,69	760,4	80,80	0,40	746,0	21,0	0,0001	0,4656	0,0964	
4...	218,14	0,39	9,54	758,0	87,47	36,51	663,3	23,0	0,0382	0,1712	0,1032	
5...	218,14	0,29	9,34	758,0	82,05	39,36	676,3	23,0	0,0418	0,1073	0,0967	
6...	218,14	0,40	9,93	758,0	86,80	36,15	658,0	22,0	0,0375	0,1830	0,1039	
7...	263,20	0,98	9,504	753,8	87,47	0,59	585,1	23,5	0,0006	0,4385	0,1038	Naphtaline. Pression 1902^{mm},2. Pression 1919^{mm},8.
8...	263,72	0,99	9,508	753,8	72,10	0,10	580	23,5	0,0001	0,3652	0,0855	
9...	306,50	0,97	9,46	751,0	99,67	99,0	7,0	18,0	0,0012	0,4427	0,1192	Benzophénone. Pression atmosph.
10...	306,51	0,95	9,44	751,3	87,33	87,0	18,3	19,0	0,0025	0,3740	0,1048	
11...	356,88	0,89	9,34	750,0	278,5	273,0	9,4	20,0	0,0041	1,0870	0,3309	Mercure. Pression atmosphérique.
12...	356,94	0,97	9,17	751,0	276,8	270	8,3	18,0	0,0036	1,0585	0,3310	
13...	357,33	0,96	9,42	754,5	278,0	50	565	16	0,0046	1,1010	0,3332	
14...	398,22	0,97	9,20	754,8	250,0	245	10,3	17,2	0,0041	0,8765	0,3020	Mercure bouillant. Pression 1548^{mm},4.
15...	390	0,79	9,11	756,0	320,0	31,6	716	24	0,0354	0,8935	0,3785	Mercure bouillant. Pression 1569^{mm},25.
16...	400,04	0,95	9,27	754,8	299,7	295	16,5	18,1	0,0072	1,0378	0,3400	
17...	415	0,57	8,73	756,0	311,9	61,2	718	24	0,0687	0,5045	0,3690	Soufre bouillant, température déterminée avec un cylindre à air.
18...	428,9	0,97	8,31	758,65	224,50	2,8	725	22	0,0032	0,6550	0,2690	
19...	428,9	0,54	8,71	758,65	310,95	64,21	723	22	0,0731	0,3680	0,3727	
20...	429	0,87	8,39	753,6	320,36	17,65	740	21	0,0207	0,8170	0,3872	
21...	432,7	0,90	8,96	757,6	318,1	310	28,2	17,0	0,0143	0,9390	0,3857	

» La densité théorique est 9,24. On voit que les nombres trouvés ne s'en écartent pas notablement dans un intervalle de plus de 200°.

» Ils sont d'ailleurs d'accord avec ceux obtenus par MM. H. Sainte-Claire Deville et Troost (dans la vapeur de mercure, 9,35; dans la vapeur de soufre, 9,349).

» MM. Nilson et Pettersson, qui n'ont commencé leurs expériences qu'à 440°, ont trouvé un nombre très sensiblement inférieur, ce qui, comme nous l'avons fait remarquer plus haut, peut tenir aux conditions dans lesquelles ils ont opéré. Quoi qu'il en soit, il paraît ressortir de leurs expériences qu'à une température élevée la densité du chlorure d'aluminium diminue considérablement.

(¹) Ces poids ont été déterminés en pesant chaque fois, en même temps que le cylindre rempli de vapeur, un cylindre taré dont les variations de poids indiquaient exactement, par une proportion, les corrections à faire sur le volume d'air déplacé.

» Mais les nôtres montrent que la vapeur de chlorure d'aluminium présente les caractères d'un gaz parfait à partir de 218° (35° au-dessus du point d'ébullition). De cette température jusqu'à 400°, l'écart entre le coefficient de dilatation et celui de l'air est à peu près le même que celui de l'acide carbonique et beaucoup moins fort que celui de l'acide sulfureux.

» Il n'y a donc, dans ces limites, aucun indice de décomposition ou de dissociation, et la formule Al^2Cl^6 se trouve appuyée par des raisons plus fortes que ne le sont celles de divers composés organiques qu'il est impossible de chauffer sans décomposition dans un intervalle aussi grand de températures.

» Nous avons eu soin de multiplier les expériences vers 218° en faisant varier la tension ; on voit que la densité ne change pas notablement, mais même en laissant de côté la détermination 1, qui s'écarte sensiblement des autres et pour laquelle il paraît y avoir eu une erreur d'expérience, il semble que la diminution de tension produise un effet aussi marqué qu'une grande élévation de température.

» Nous ne nous prononçons pas sur ce que peut devenir la vapeur de chlorure d'aluminium à haute température, soit par suite d'une dissociation en $2AlCl^3$, analogue à celle qui se produit pour la vapeur d'iode, soit par une dissociation en $Al^2Cl^4 + Cl^2$, analogue à celle que subit le chlorure ferrique.

» Toujours est-il que, dans un long intervalle, la densité correspond à la formule Al^2Cl^6, et ceci nous semble suffisant pour maintenir celle-ci comme représentant le poids moléculaire du chlorure d'aluminium [1].

» Les expériences de MM. Louïse et Roux sur l'aluminium méthyle et sur l'aluminium éthyle conduisent à des conclusions analogues. »

ZOOLOGIE. — *Les progrès du laboratoire de Roscoff et du laboratoire Arago;* par M. DE LACAZE-DUTHIERS.

« Il y a un an, à pareille époque, en revenant du laboratoire Arago, j'eus l'honneur de présenter à l'Académie quelques observations sur les progrès de la station maritime des Pyrénées-Orientales. Mon but était surtout de remercier l'Académie des encouragements qu'elle n'avait cessé de

---

(1) Ce travail a été fait à l'École des Mines, dans le laboratoire de l'un de nous.

donner à la création et au développement de cet établissement. J'arrive de Banyuls, mais en faisant un peu le chemin de l'école, puisque je suis passé par Roscoff, où j'ai dû aller déjà deux fois cette année pour présider à de nouvelles améliorations. Je voudrais aujourd'hui faire part à l'Académie des impressions que je rapporte de ces voyages.

» Un mot d'abord du laboratoire Arago.

» Depuis que j'ai pu y installer une machine à vapeur, l'eau coule abondamment dans tous les bacs, la vie y a repris un grand développement et les animaux s'y reproduisent avec une telle facilité, que j'ai pu constater quelques faits très intéressants.

» Une observation qui ne manque pas de fournir des enseignements précieux, dont il y aura à tenir compte, vient de durer plus de six mois. Pendant l'installation de la machine à vapeur et des appareils propres à l'éclairage électrique, les bacs de l'aquarium durent être vidés ; je saisis cette occasion pour leur faire donner une nouvelle couche de ciment et opérer leur nettoyage complet. Il en fut de même du grand réservoir de 125^{mc}, creusé dans la roche du promontoire de Fontaulé et qui donne un courant constant sous la pression de 10^{m}. Après ces réparations, les premières eaux servirent à un lavage général très soigné ; mais les animaux réunis dans les divers compartiments mouraient tous sans exception. La mortalité a été persistante pendant près de huit mois. A quoi était-elle due? à un empoisonnement qu'auraient causé les sels de cuivre produits dans les tubes d'aspiration? à une dissolution de quelques-uns des éléments du ciment employé à la restauration des parois des bacs ou du réservoir? L'analyse ne l'a point montré. Toutes les hypothèses ayant été faites, j'ai cherché à remédier à cet état fâcheux en allant au-devant de toutes les suppositions possibles; mais, malgré tous les soins, l'état restait le même. Craignant encore aujourd'hui un empoisonnement, le mécanicien, en mettant la machine en mouvement, laisse d'abord échapper au dehors les premières eaux qui ont pu se charger de sels de cuivre dans les tuyaux. Et maintenant, sans trop savoir comment cela s'est produit, la vie est revenue aussi florissante qu'on puisse le désirer.

» De tous les animaux, les Poissons sont ceux qui ont le mieux résisté. Les Annélides, les Mollusques et les Échinodermes ont été, avec les Crustacés, Langoustes, Galathées, etc., longs à s'acclimater. Les Actinies, qui, habituellement, vivent si bien et si longtemps en captivité, ne survivaient guère plus de un à deux jours; les Vérétilles et Alcyons mouraient de même.

» Dans la longue pratique que m'a donnée ma carrière scientifique, consacrée presque tout entière à l'étude des animaux marins, je me suis souvent heurté à des faits semblables; dans nos réservoirs, il se développe des conditions biologiques favorables, qui nous échappent et qui s'établissent indépendamment de nos prévisions, de notre volonté; et lorsqu'elles existent, la vie continue sans aucune difficulté, presque sans soins. Je pourrais citer beaucoup d'exemples de la durée de la vie, dans des conditions paraissant, au premier abord, tout à fait défavorables.

» Je rappelle que j'ai conservé et montré à l'Académie des Caryophyllies de Smith (¹), qui avaient vécu dans de tout petits vases pendant quatre ans, sans avoir changé l'eau, qui était tout au plus entretenue au même niveau, c'est-à-dire au même état de salure, par l'addition, de temps en temps, de quelques gouttes d'eau distillée. Des environs de Saint-Malo j'ai transporté à Lille, puis dans le Midi, enfin rapporté dans le Nord, plusieurs Dentales qui ont vécu dix-huit mois dans la même eau et dans une petite carafe avec un peu de sable. Dans ces cas, on ne saurait dire ce qui se produit : sans doute des algues et des animalcules microscopiques peuvent être supposés se développer et déterminer ces conditions, nécessaires pour assurer, entre le milieu extérieur et les animaux, les échanges indispensables à l'existence; mais nous sommes encore fort ignorants sur ce point; quoi qu'il en soit, aujourd'hui, dans l'aquarium de Banyuls, les conditions normales, un moment suspendues, semblent être entièrement revenues. En voici des preuves.

» Une photographie, faite par M. le Dr Prouho, montre un groupe de *Murex trunculus* déposant ses œufs contre les parois de cristal des grands bacs intérieurs, montés sur tables de marbre.

» On sait que les Gastéropodes pectinibranches pondent leurs œufs sous une foule de formes. On trouve ces pontes dans les filets des pêcheurs, sur les rochers, dans le sable, et souvent on a de la peine à les rapporter aux espèces qui les ont produites. Voilà un exemple, qui montre combien les conditions biologiques s'accomplissent normalement dans les bacs de Banyuls, puisque l'accouplement et la fécondation se sont produits régulièrement. Aussi faut-il espérer qu'il sera possible, la chose en vaut la peine, d'obtenir pour d'autres espèces les mêmes résultats et d'arriver à connaître exactement les formes des pontes de ces animaux en les élevant dans les bacs.

(¹) *Voir* H. de Lacaze-Duthiers, Vol. VI des *Archives*, p. 378.

» Un fait plus intéressant encore est celui-ci. Des Élédons musqués vivent dans un autre bac fort bien tenu. Ils causent l'admiration des visiteurs par leur agilité, l'élégance de leurs mouvements et surtout leur impressionnabilité, se manifestant par les changements de couleur aux moindres causes venant exciter leur irritabilité. Souvent on les voit, enlaçant leurs bras, être tantôt frémissants, tantôt tranquilles. Ils ont pondu des grappes d'œufs dont je montre l'image photographique faite par M. Prouho. En ce moment, au laboratoire, l'un des travailleurs étudie et fera connaître en détail les particularités de la ponte et l'embryogénie de l'Élédon.

» Les Céphalopodes sont des animaux dont la respiration est très active. Ils meurent fort rapidement en captivité. Pour être arrivés à se féconder et à pondre, il faut, la démonstration est de toute évidence, que les conditions biologiques dans lesquelles ils se trouvent au laboratoire Arago soient excellentes.

» Je suis vraiment bien heureux de pouvoir dire que, par une circonstance toute fortuite et dont je me félicite grandement, c'est dans l'un des magnifiques bacs en glace montés sur table d'un beau marbre noir, celui-là même que m'a si généreusement donné notre Confrère M. Gaudry, qu'a été vue pour la première fois, je crois, la reproduction de l'Élédon musqué, dont on ne se procure que fort difficilement les pontes.

» Les Élédons ne sont pas les seuls à avoir pondu dans les bassins de Banyuls. Sous le double escalier donnant accès à l'aquarium se trouve un bassin où se rend l'eau de tous les bacs : c'est le réservoir des égouts collecteurs de l'aquarium. Tous les animaux, lorsqu'ils sont rapportés par mes pêcheurs, sont mis indistinctement, pêle-mêle, dans ce bassin. C'est comme une première épreuve de vitalité qu'on leur fait subir. On choisit parmi eux ceux qui résistent à ce milieu, dans lequel flottent souvent et se décomposent plus d'un cadavre.

» Là une Sèche a entouré les conduits et la toile métallique de la vidange de ce réservoir d'une superbe grappe d'œufs. Cette grappe n'a pas été pondue d'un seul coup : la mère venait de temps en temps ajouter quelques œufs nouveaux.

» N'est-ce pas là un exemple qui vient confirmer les remarques précédentes sur les conditions nécessaires à la vie? Au premier abord, on pourrait penser que, dans une eau où se trouvaient toutes sortes de bêtes, et quelques-unes en putréfaction, la vie et la reproduction seraient difficiles. Il n'en a été rien pour la Sèche.

» L'Académie le voit et je le répète, les conditions biologiques sont aujourd'hui excellentes au laboratoire Arago.

» Voici encore un exemple. J'ai observé et dessiné à Banyuls un Alcyonaire que je n'ai point trouvé décrit dans les ouvrages spéciaux et qui a longtemps vécu au laboratoire.

» C'est un charmant petit animal. M. Milne Edwards, notre regretté maître, avait formé le genre *Paralcyonium* pour une seule espèce qu'il avait avec raison qualifiée : *élégante*. J'ai trouvé cette espèce très fréquemment en Afrique, sur les fonds coralligènes, et j'ai souvenir d'avoir eu aussi à la Calle l'espèce que l'on rencontre très souvent sur certains fonds en s'approchant de l'Espagne, au sud-est de Banyuls.

» Le genre *Paralcyonium* de M. Edwards est caractérisé par un mode de groupement tout particulier des polypes. Une réunion de ces petits êtres forme comme une famille rétractile dans un tube, et les différents tubes renfermant ces associations sont portés sur une lame de tissu commun qui court sur les corps sous-marins auxquels elle est fixée. Les tubes ou les étuis dans lesquels les familles se retirent quand on les irrite ont leurs parois bourrées et soutenues par de longs spicules blancs très visibles.

» Chez le *Paralcyonium* de Banyuls, ces spicules manquent dans les tubes, qui, d'ailleurs, sont beaucoup plus petits que chez celui décrit par M. Edwards. Les polypes sont aussi très peu nombreux dans chaque groupe.

» Lorsque ces petites touffes d'animaux sont bien épanouies, leur teinte est d'un gris brunâtre lavé d'un peu de terre de Sienne, et le pourtour de la bouche de chaque individu est d'un vert émeraude éclatant, qui ne paraît que sous certaines incidences de lumière. A la base des bras, quelques spicules blancs, entre-croisés, donnent à cette partie une apparence blanchâtre qui s'accuse beaucoup quand les tentacules sont rétractés.

» Le genre *Paralcyonium* peut être discuté, il l'a même été; mais la chose importe peu ici. L'espèce de Banyuls diffère de celle décrite comme type par H.-Milne Edwards : je la dédierai au créateur du genre et la nommerai *Paralcyonium Edwarsii*.

» J'arrive au laboratoire de Zoologie expérimentale de Roscoff. La station était, il y a quelques mois encore, dans son état primitif d'infériorité, au point de vue de l'aquarium et des appareils hydrauliques. Je n'avais pas agi aussi activement pour obtenir dans l'aquarium de Roscoff des con-

ditions semblables à celles qui existent à Banyuls. Cela se comprend. Dans la Manche, les marées nous permettent de renouveler incessamment et à profusion les objets de travail. Un grand vivier construit sous les murs de l'établissement permet de suivre et d'étudier une foule d'animaux qui y sont mis par nous ou y sont apportés par la mer, et qui y vivent ou s'y développent absolument comme dans la mer même. En réalité, le vivier est un grand aquarium.

» Néanmoins, il était indispensable de ne pas laisser la sœur aînée de la station Arago au-dessous de celle-ci. Aussi, après des démarches qui n'ont pas duré moins d'une année, je suis arrivé aux résultats suivants, que je suis heureux de faire connaître aujourd'hui.

» La batterie de la Croix, voisine du laboratoire, a été demandée au Génie, qui en a accordé la jouissance temporaire; elle était séparée de l'établissement par une petite maisonnette enclavée au milieu de la propriété de l'État. Enfin un chemin appartenant à la commune nous séparait de la batterie, de la maisonnette et d'une autre dépendance du laboratoire.

» J'ai donné satisfaction à la ville de Roscoff, en lui concédant une descente en mer commode, et j'ai pris le chemin. J'ai acheté, en mon nom d'abord, la maisonnette qui était gênante, et alors le Ministère a concédé ce qui était nécessaire pour acquérir et aménager le tout. Je viens de faire une dernière visite aux travaux, qui seront assez tôt terminés pour que les travailleurs qui se rendent à Roscoff ne soient pas gênés dans leurs études.

» Sur la Batterie de la Croix, j'ai trouvé un sol tout préparé pour construire un réservoir d'eau destiné à entretenir l'aquarium. De gros mamelons de granite s'élevaient dans l'enceinte du petit fortin : je les ai utilisés pour élever sur eux, pris comme soubassement, un réservoir de 112^{mc}.

» Ceci obtenu, n'étant surtout plus gêné par la maisonnette, un moteur devenait indispensable, et la maison Weyher-Richemond, si empressée à seconder les hommes de Science, avec la direction si dévouée de son ingénieur, M. Liébaut, installe en ce moment une machine à vapeur de 7 chevaux, avec pompe rotative, en tout semblable à celle qu'elle a déjà montée à Banyuls, il y a un an.

» Certainement tout le monde comprendra que, pour arriver à obtenir pour Roscoff une installation semblable, la première condition était de prouver l'utilité de celle qui existait à Banyuls. La chose n'a pas été difficile, grâce au concours des amis de la Science.

» Je rapporte donc à tous ceux qui m'ont prêté leur concours dans la

création de Banyuls les nouveaux développements que vient de recevoir le laboratoire de Zoologie expérimentale de Roscoff.

» Ce sont les amis de la Science, l'Académie, les villes de Banyuls, Toulouse et le département des Pyrénées-Orientales, qui, me secondant, ont déterminé les progrès considérables du laboratoire Arago; et ce sont ces progrès, dus à l'initiative privée, qui ont démontré à l'Administration de l'Instruction publique que l'établissement des hautes études de Roscoff ne pouvait rester au-dessous de sa sœur puînée.

» Est-il besoin de dire que, dans les aménagements qui se terminent, tout a été prévu pour l'installation ultérieure de la lumière électrique, qui nous a placé dans des conditions d'observations si avantageuses lors de la venue de l'Association française à Banyuls (1887)?

» En plus d'une circonstance, j'ai montré combien les conditions qui entourent la station de Zoologie expérimentale de Roscoff sont heureusement groupées. Je les résumerai encore en quelques mots, aujourd'hui que l'établissement peut être considéré comme étant complètement terminé.

» Du premier et du second étage, occupés par les chambres à coucher, le travailleur admis descend à sa stalle ou table de travail, garnie de tout ce qui lui est nécessaire; de là il peut aller à l'aquarium, au vivier, à la grève, au parc réservé du laboratoire.

» L'aquarium, qui a 3 ares de superficie, est entouré de bacs à observation et occupé, dans son centre, par deux grands bassins avec jet d'eau où vivront, comme à Banyuls, des poissons et des animaux divers de grande taille. La grande cuve, où l'eau de mer est refoulée par la machine à vapeur, fournira l'eau nécessaire aux expériences, sous une pression de 5^m à 6^m.

» J'ai parcouru toutes les côtes de France : nulle part je n'ai rencontré, entre une ville et la mer, et entouré par une clôture, un vaste jardin, un aquarium à côté des salles de travail, une grève aussi admirablement riche, un parc réservé sur la grève, enfin des logements dans l'établissement, le tout disposé de façon à mettre le vrai travailleur absolument en dehors des conditions assujettissantes de la vie mondaine d'une ville de bains de mer. On peut le dire, on jouit au laboratoire de Roscoff de la liberté la plus grande et de l'indépendance la plus complète, car on peut, de sa chambre à coucher, descendre dans l'intérieur de l'enclos, dans les salles de travail, se délasser en se promenant dans un beau jardin ou aller à la mer pour fouiller la grève dans le costume simple et peu soigné du naturaliste pêcheur.

» Telles sont les conditions éminemment favorables au travail que les jeunes zoologistes de la Sorbonne et les savants trouvent réunies à Banyuls pendant l'hiver, à Roscoff pendant l'été. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quelques remarques relatives à la représentation de nombres irrationnels au moyen des fractions continues;* par M. **Hugo Gyldén**. (Extrait d'une Lettre adressée à M. Ch. Hermite.)

« Dans la Communication que j'ai eu l'honneur de vous adresser récemment (¹) se trouvent deux expressions de la probabilité $\frac{1}{\nu}$; en les égalant, on obtiendra, après avoir désigné par

$$\beta_a = \frac{1}{1+\sqrt{2}} \frac{h_a}{\Pi}$$

l'équation

$$\beta_a + 2\beta_{a+1} + 2\beta_{a+2} + \ldots = \frac{1}{a+\sigma},$$

et encore la suivante :

$$\beta_{a+1} + 2\beta_{a+2} + 2\beta_{a+3} + \ldots = \frac{1}{a+1+\sigma}.$$

En retranchant cette seconde expression de la première, on aura

$$\beta_a + \beta_{a+1} = \frac{1}{a+\sigma} - \frac{1}{a+1+\sigma} = \frac{1}{(a+\sigma)(a+1+\sigma)};$$

d'où l'on conclut, en posant $a+1$ au lieu de a, celle-ci :

$$\beta_{a+1} + \beta_{a+2} = \frac{1}{(a+1+\sigma)(a+2+\sigma)}.$$

» La différence des deux expressions que nous venons d'obtenir nous fournit la suivante :

$$\beta_a - \beta_{a+2} = \frac{1.2}{(a+\sigma)(a+1+\sigma)(a+2+\sigma)},$$

(¹) *Comptes rendus*, séance du 4 juin 1888.

ce qui donne, au moyen d'opérations analogues aux précédentes,

$$\beta_a - \beta_{a+1} - (\beta_{a+2} - \beta_{a+3}) = \frac{1.2.3}{(a+\sigma)(a+1+\sigma)(a+2+\sigma)(a+3+\sigma)}.$$

De cette relation, on obtiendra immédiatement la série suivante :

$$\begin{aligned}\beta_a - \beta_{a+1} = &+ \frac{1.2.3}{(a+\sigma)(a+1+\sigma)(a+2+\sigma)(a+3+\sigma)}\\ &+ \frac{1.2.3}{(a+2+\sigma)(a+3+\sigma)(a+4+\sigma)(a+5+\sigma)}\\ &+ \ldots\ldots,\end{aligned}$$

dont la convergence est évidente.

» En introduisant dans les formules obtenues la valeur numérique de σ, on trouvera les résultats que voici :

$$\beta_2 + \beta_3 = 0,12132,$$
$$\beta_2 - \beta_3 = 0,03869,$$

d'où

$$\beta_2 = 0,08001,$$
$$\beta_3 = 0,04131;$$

puis

$$\begin{aligned}
\beta_3 + \beta_4 &= 0,06635, & \beta_4 &= 0,02504;\\
\beta_4 + \beta_5 &= 0,04186, & \beta_5 &= 0,01682;\\
\beta_5 + \beta_6 &= 0,02879, & \beta_6 &= 0,01197;\\
\beta_6 + \beta_7 &= 0,02103, & \beta_7 &= 0,00906;\\
\beta_7 + \beta_8 &= 0,01603, & \beta_8 &= 0,00697;\\
\beta_8 + \beta_9 &= 0,01263, & \beta_9 &= 0,00566;\\
\beta_9 + \beta_{10} &= 0,01020, & \beta_{10} &= 0,00454;\\
\beta_{10} + \beta_{11} &= 0,00841, & \beta_{11} &= 0,00387.
\end{aligned}$$

» Mais il me reste à chercher la valeur de β_2, qui n'est pas fournie par les formules précédentes. La raison en est que la valeur donnée précédemment de ϑ est sensiblement incompatible avec la supposition $a_{n+1} = 1$. Il est cependant très facile, en se servant de la relation

$$\beta_2 + \tfrac{1}{2}\beta_2 = \tfrac{1}{2}\beta_2 + \beta_3 + \beta_4 + \ldots = \frac{2}{2(2+\sigma)},$$

de remplir cette lacune.

» Le calcul, d'après là formule indiquée, nous donne

$$\beta_1 + \frac{1}{2}\beta_2 = 0,20735,$$

d'où l'on obtient, en considérant la valeur donnée précédemment de β_2,

$$\beta_2 = 0,16713.$$

» Les valeurs de β étant connues, on déduira aisément celles des nombres h_a correspondant à une valeur quelconque de la somme totale H. Dans le but de comparer la théorie précédente à l'expérience, on a développé plusieurs nombres irrationnels pris occasionnellement. Par tels procédés, on a obtenu 335 valeurs différentes des entiers a qui font la matière empirique de notre recherche. En partant de cette valeur de H, on obtient, en vertu de la formule

$$h_a = (1 + \sqrt{2})\beta_a H,$$

les valeurs suivantes des h_a, à côté desquelles on a mis celle qui a donné le dénombrement direct :

	h.	
a.	Théorie.	Expérience.
1	135,2	131
2	64,7	71
3	33,5	35
4	20,2	15
5	13,6	14
75	68,0	69
710	37,8	38
720	19,8	16
750	7,7	9
7100	4,0	3

» Quoique quelques écarts, du reste insignifiants, entre le calcul et le dénombrement, se montrent dans ce Tableau, la marche des nombres des deux séries est tellement uniforme que la théorie paraîtrait sensiblement d'accord avec l'expérience. L'hypothèse sur laquelle repose notre théorie doit donc être regardée comme l'expression, au moins approchée, d'un théorème d'Arithmétique, en y considérant des groupes de nombres irrationnels dont la nature de l'irrationnalité est entièrement arbitraire.

» Permettez-moi encore quelques mots relativement à la valeur moyenne des a. En désignant par A cette valeur, on aura par la nature de

notre question

$$A = \frac{1}{H} \Sigma a h_a.$$

» Mais cette valeur ne peut donner évidemment que des résultats très vagues, parce qu'on peut trouver parmi les H valeurs de a, H étant même un nombre peu considérable, une ou bien quelques-unes d'une grandeur extrême. Cependant on peut comparer les résultats obtenus au moyen de cette formule à la théorie.

» Dans ce but nous introduisons, au lieu de $\frac{h_a}{H}$, sa valeur probable, savoir

$$\frac{h_a}{H} = (1 + \sqrt{2})\beta_a.$$

» Il résulte de là

$$A = (1 + \sqrt{2}) \Sigma a \beta_a,$$

où la sommation doit être étendue jusqu'au nombre ω qui résulte de l'équation

$$\tfrac{1}{2} h_\omega + h_{\omega+1} + h_{\omega+2} + \ldots = \tfrac{1}{2},$$

ou bien

$$\frac{(1 + \sqrt{2}) H}{\omega + \sigma} = 1.$$

» En substituant pour β_α l'expression approchée

$$\beta_a = \frac{1}{2} \frac{1}{(a + \sigma)^2 - \frac{1}{2}},$$

dont l'origine est facile à reconnaître, on aura

$$A \doteq \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \sum_1^\omega \frac{a}{(a + \sigma)^2 - \frac{1}{4}}.$$

» Il serait sans intérêt d'évaluer, pour une valeur donnée de ω, la valeur correspondante exacte de A; on peut se contenter d'un résultat approché. Pour y arriver, on peut mettre

$$A = (1 + \sqrt{2})(\beta_1 + 2\beta_2 + 3\beta_3 + 4\beta_4) + \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \sum_5^\omega \frac{1}{a},$$

d'où l'on tire, après avoir effectué quelques réductions faciles,

$$A = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \operatorname{loghyp} H + 0,6.$$

» En introduisant dans cette formule la valeur $H = 335$, on obtient

$$A = 7,3,$$

tandis que le calcul direct de la moyenne arithmétique des 335 valeurs de *a* nous fournit le résultat

$$A = 6,4.$$

» Ces deux résultats paraissant approchés l'un de l'autre, autant qu'on pourrait prétendre, on est amené à y voir une nouvelle preuve en faveur des principes dont découle notre théorie. Cette théorie nous fournit d'ailleurs un exemple très rare dans le Calcul des probabilités, c'est-à-dire elle porte à notre connaissance un cas où la moyenne arithmétique d'un nombre des valeurs données par expérience croît en proportion du logarithme népérien de ce nombre même, tandis que la valeur probable des données reste constamment égale à 2.

» Des résultats obtenus découle une thèse d'une grande importance pour juger de la convergence de certaines séries trigonométriques employées dans le calcul des perturbations, à savoir : *la probabilité de trouver une valeur de a hors d'une limite donnée est en raison inverse du nombre qui signifie cette limite.* »

CHIMIE. — *A quels degrés d'oxydation se trouvent le chrome et le manganèse dans leurs composés fluorescents?* Note de M. **Lecoq de Boisbaudran**.

« *Chaux et chrome.* — Le carbonate de chaux, additionné d'oxyde de chrome (ou de chromate d'ammoniaque) et fortement calciné à l'air, fournit une matière riche en chromate ([1]). Dans les premiers essais, on avait précipité simultanément $CaOCO^2$ et Cr^2O^3 par du carbonate d'ammoniaque; mais, afin de mieux éviter les impuretés accidentelles, on s'est

([1]) *Comptes rendus*, p. 1229, 2e note; 19 décembre 1887.

ensuite borné à verser sur le $CaOCO^2$ une solution chromifère étendue, à sécher et à calciner. Les résultats obtenus par ces deux procédés ne furent pas notablement différents : on eut toujours une assez belle fluorescence verte, plus ou moins colorée suivant la proportion de Cr^2O^3 (¹). Cette fluorescence, étant sensible à l'action de la chaleur, n'est bien durable qu'à une certaine distance du centre d'action; en face de l'électrode, le bleu violet apparaît bientôt et prend une teinte moins rose que dans le cas de $CaO + Fe$.

» Je n'ai pas vu de raies spectrales dans la lumière verte.

» On a fait des mélanges contenant de $\frac{1}{2}$ à 5 parties de Cr^2O^3 pour 100 de $CaOCO^2$.

» Avec $\frac{1}{200}$ de Cr^2O^3, la matière est d'un vert pâle après calcination à l'air, et presque absolument blanche après calcination dans l'hydrogène.

» Avec $\frac{2}{100}$ à $\frac{3}{100}$ de Cr^2O^3, matière d'un vert assez foncé par calcination à l'air, et d'un vert très pâle (presque blanche) par calcination dans l'hydrogène.

» Avec $\frac{5}{100}$ de Cr^2O^3, matière vert foncé à l'air, et vert pâle dans l'hydrogène.

» Les matières calcinées dans l'hydrogène ne donnent pas de fluorescence verte. On aperçoit la bande $CaO + Mn$ lorsque le $CaOCO^2$ n'est pas absolument exempt de manganèse.

» Je n'avais pas autrefois observé de fluorescence bien particulière avec la chaux chromifère (²). Peut-être, les matières, calcinées à cette époque sans précautions spéciales, avaient-elles été soumises à l'action réductrice de la flamme du chalumeau? Peut-être aussi, la calcination n'avait pas été assez énergique? l'observation s'était faite dans un vide trop avancé? ou la matière avait été chauffée par le passage prolongé du flux électrique?

» Ainsi le chrome produit avec la chaux une fluorescence qui ne paraît point être analogue à celles qu'il donne avec l'alumine, la galline ou la magnésie.

» Je me suis demandé si des traces de cuivre n'étaient pas la cause de la lumière verte $CaO + Cr$, et j'ai fait les expériences suivantes, qui s'ac-

---

(¹) La fluorescence $CaO + Cr$ est un peu moins jaune que celle de $CaO + Fe$ et sa teinte ne diffère pas sensiblement de celle de $CaO + Cu$.

(²) *Comptes rendus*, p. 1107; 6 décembre 1886.

cordent, toutefois, à ne pas faire attribuer cette lumière verte à la présence du cuivre dans le composé chromé employé :

» 1° Du carbonate de chaux chromifère fut dissous dans HCl; on traita par H^2S la solution très étendue et on l'abandonna au repos. Une partie du liquide fut siphonnée et précipitée par du carbonate d'ammoniaque redistillé avec soin. L'eau utilisée pour les lavages avait été de même traitée par H^2S et siphonnée après repos. Le précipité, fortement calciné à l'air dans un creuset de porcelaine, donne la fluorescence verte.

» 2° Du $CaOCO^2$ fut placé dans un creuset de porcelaine en même temps qu'un petit cristal de bichromate d'ammoniaque réputé pur. On ajouta deux gouttes d'eau, on sécha et l'on calcina. La matière fluoresce en vert. Par comparaison avec le même $CaOCO^2$, calciné seul après addition de deux gouttes d'eau, on constate l'influence considérable du chrome.

» Dans une quantité de bichromate d'ammoniaque 300 à 400 fois plus considérable que celle qui servait à un essai de fluorescence, on chercha le cuivre par l'hydrogène sulfuré, mais on n'obtint aucun indice de sa présence.

» 3° Une certaine quantité du même bichromate d'ammoniaque fut dissoute dans de l'eau acidifiée par $AzHO^3$, on traita par H^2S et on laissa reposer après filtration. D'autre part, de l'eau, acidifiée par $AzHO^3$ (mais non chromifère), fut semblablement traitée par H^2S. On fit alors des essais comparatifs en arrosant le $CaOCO^2$ avec l'une ou l'autre de ces liqueurs (reposées et soigneusement siphonnées), séchant et calcinant. L'influence considérable du chrome se constate aisément ([1]). En opérant ainsi, on obtient de jolies fluorescences avec $\frac{1}{50}$ à $\frac{1}{130}$ de Cr^2O^3 dans le $CaOCO^2$.

» La fluorescence verte $CaO + Cr$ est trop intense pour pouvoir être, avec quelque vraisemblance, attribuée à la présence accidentelle du fer; j'ai cependant cherché ce métal dans le bichromate d'ammoniaque et je n'en ai pas trouvé trace.

» Le plomb étant très répandu dans les produits chimiques, j'ai essayé son action sur la chaux. Après calcination à l'air, $CaOCO^2 + PbO$ ([2])

([1]) On a notamment opéré avec un carbonate de chaux donnant, après calcination, un premier éclat blanc bleu et non pas blanc vert. L'addition du Cr^2O^3 faisait apparaître la fluorescence verte.

([2]) Le PbO employé était réputé pur, mais je n'ai pas vérifié s'il méritait bien ce titre.

donne une fluorescence jaune clair, fort différente par conséquent des fluorescences CaO + Fe et CaO + Cr.

» J'ai dit que la matière verte, résultant de la forte calcination de $CaOCO^2 + Cr^2O^3$ (ou de $CaOCO^2 +$ bichromate de AzH^3), est riche en acide chromique : elle abandonne du moins beaucoup de cet acide quand on la dissout dans $AzHO^3$ étendu ; mais la liqueur contient aussi du sesquioxyde de chrome. En partant de $CaOCO^2$, additionné de $\frac{3}{100}$ à $\frac{4}{100}$ de Cr^2O^3 et calciné à l'air jusqu'à formation d'une fritte assez compacte, j'ai trouvé le rapport entre le chrome du Cr^2O^3 et le chrome du CrO^3 à très peu près égal à $\frac{1}{2}$: soit, $Cr^2O^3 + 4CrO^3$ (ou Cr^6O^{15}) pour le degré d'oxydation moyen du chrome (1) dans le composé vert foncé, lequel ne paraît guère être assimilable à un simple mélange de chromate et de chromite de chaux, car le chromate de chaux est d'un jaune clair (2) et la chaux chromifère, calcinée dans l'hydrogène, est à peine verdâtre.

» J'espère avoir prochainement l'honneur de présenter à l'Académie la suite de cette étude. »

CHIMIE. — *Sur une propriété du charbon ressemblant à celle de l'éponge de platine.* Note de M. **G.-A. Hirn.**

« Je ne sais si le fait suivant a déjà été remarqué. Comme je ne l'ai vu indiqué dans aucun des Ouvrages de Chimie ou de Physique de ma bibliothèque, et qu'il est intéressant en lui-même, je crois devoir le mentionner dans nos *Comptes rendus*.

» J'avais soufflé la flamme d'une lampe à alcool et j'avais mis le couvercle de cristal sur la mèche ; au bout de quelques instants, jetant par hasard le regard sur cette lampe, je remarquai avec étonnement qu'il restait un point de la mèche en pleine ignition. Ma curiosité fut aussitôt éveillée ; j'enlevai le couvercle, pour mieux voir ce qui se passait.

» La mèche de cette lampe était faite de gros fils de coton tressés ; elle était charbonnée par place et encrassée par de la résine charbonnée

---

(1) Ainsi qu'on le verra dans une Communication ultérieure, cela ne précise pas le degré d'oxydation du chrome dans la substance fluorescente elle-même.

(2) Le chromate neutre de chaux, jaune clair, étant fortement calciné à l'air, se transforme en une masse d'un vert très foncé, mais il peut conserver sa couleur jaune après avoir été porté au rouge sombre.

aussi. C'est l'un de ces points charbonnés qui, sur une étendue d'à peine 1^{mmq}, était incandescent. Un courant d'air très léger augmentait la lumière; un courant trop fort la diminuait. La vapeur d'éther sulfurique ne modifiait pas cette combustion lente. Une chaleur très sensible se dégageait de la mèche, ainsi qu'une odeur à la fois acidule et aromatique. Cet état d'ignition dura neuf heures complètes.

» Il est évident que, dans ce phénomène, ce n'était pas le charbon qui brûlait, car la mèche eût été rapidement consumée en cette place. La partie charbonnée se comportait exactement comme une spirale de fil ou une éponge de platine portée au rouge et tenue au-dessus de la mèche d'une lampe à alcool (Berzélius, *Traité de Chimie*, t. VI, p. 452; traduction d'Essling; 1832). C'est la vapeur d'alcool qui éprouvait une combustion particulière, sans flamme, mais donnant pourtant assez de chaleur pour rendre le charbon fortement lumineux.

» Les conditions dans lesquelles peut se produire le phénomène précédent ne doivent pas être souvent remplies; j'ai éteint cette lampe ou d'autres pareilles des milliers de fois, sans l'avoir remarqué. »

MM. **Duchartre** et **Bornet**, sur la demande de M. Marey, sont priés de s'adjoindre à la Commission chargée de juger le concours du prix de Physiologie expérimentale.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** prie l'Académie de choisir deux de ses Membres qui seront adjoints à deux Membres de l'Académie des Beaux-Arts, pour examiner, avant la réception, le buste de *Boussingault*, dont le modèle vient d'être terminé par M. Dalou.

MM. Peligot et Schlœsing sont désignés par l'Académie pour procéder à cet examen.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Un Traité d'Hygiène sociale de M. *Jules Rochard*. (Présenté par M. Larrey.)

2° Une brochure de M. *Paul Choffat*, ayant pour titre : « Description de la faune jurassique du Portugal. Mollusques lamellibranches ». (Présentée par M. Gaudry.)

3° Un Ouvrage intitulé : « Viaduc de Garabit sur la Trueyre »; par *Léon Boyer*, avec une Notice nécrologique sur l'auteur par *Léon Lévy*. (Présenté par M. Maurice Lévy.)

M. **Faye** présente à l'Académie les dessins de la planète Mars, que M. le Directeur de l'observatoire de Nice a annoncés dans ses Communications précédentes.

D'après une décision de M. le Secrétaire perpétuel, ces dessins paraîtront dans les *Comptes rendus* d'une séance prochaine, avec les Notes qui s'y rapportent.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les substitutions orthogonales et les divisions régulières de l'espace*. Note de M. **E. Goursat**, présentée par M. Darboux.

« A toute substitution orthogonale à quatre variables et, d'une manière générale, à toute substitution linéaire qui reproduit identiquement une forme quadratique homogène à quatre variables, dont le discriminant est différent de zéro, on peut faire correspondre une substitution linéaire définie par un des deux systèmes de formules

$$\text{(A)} \qquad \eta' = \frac{a\eta + b}{c\eta + d}, \qquad \xi' = \frac{l\xi + m}{p\xi + q},$$

$$\text{(B)} \qquad \eta' = \frac{a\xi + b}{c\xi + d}; \qquad \xi' = \frac{l\eta + m}{p\eta + q}.$$

(Voir *Bulletin de la Société mathématique*, t. XI, p. 150; Klein, *Vorlesungen über das Ikosaeder*, p. 179.) La recherche des groupes d'ordre fini de substitutions linéaires orthogonales à quatre variables se trouve ainsi ramenée à la recherche des groupes d'ordre fini composés de substitutions de la forme (A) ou de la forme (B). Soit d'abord H un groupe d'ordre fini composé de substitutions de la forme (A) : il est clair que les substitutions $\eta' = \frac{a\eta + b}{c\eta + d}$ doivent appartenir à un groupe d'ordre fini G, et de même les substitutions $\xi' = \frac{l\xi + m}{p\xi + q}$ doivent former un groupe d'ordre fini G_1. Réciproque-

ment, étant donnés deux groupes d'ordre fini G et G_1 de substitutions linéaires à une seule variable, si l'on associe de toutes les manières possibles une substitution de G et une substitution de G_1, il est clair qu'on obtient un groupe H d'ordre fini. Mais on n'obtient pas ainsi *tous* les groupes de cette nature. Pour obtenir effectivement tous ces groupes, on doit appliquer la règle suivante : *Étant donnés deux groupes quelconques d'ordre fini* G *et* G_1, *on prend un troisième groupe* G_2 *isomorphe à la fois à* G *et à* G_1 *et l'on associe les substitutions de* G *et de* G_1 *auxquelles correspond une même substitution de* G_2.

» Une fois qu'on aura formé tous les groupes H d'ordre fini, les groupes d'ordre fini K qui contiennent à la fois des substitutions de la forme (A) et de la forme (B) s'obtiendront en combinant les groupes H avec une substitution de la forme

$$\eta' = \xi, \qquad \xi' = \frac{l\eta + m}{p\eta + q} = \psi(\eta);$$

pour qu'un groupe H, combiné avec la substitution précédente, donne naissance à un groupe d'ordre fini K, il faut et il suffit que, s'il contient la substitution

$$\eta' = f(\eta), \qquad \xi' = \varphi(\xi),$$

il contienne aussi la substitution

$$\eta' = \varphi[\psi(\eta)], \qquad \xi' = \psi[f(\xi)].$$

Soient maintenant x, y, z les coordonnées rectangulaires d'un point de l'espace; posons

$$(1) \qquad \begin{cases} u_1 = \dfrac{x^2+y^2+z^2-1}{x^2+y^2+z^2+1}, & u_2 = \dfrac{2x}{x^2+y^2+z^2+1}, \\[2ex] u_3 = \dfrac{2y}{x^2+y^2+z^2+1}, & u_4 = \dfrac{2z}{x^2+y^2+z^2+1}; \end{cases}$$

u_1, u_2, u_3, u_4 vérifient la relation

$$(2) \qquad u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 1,$$

et inversement quatre quantités liées par la relation précédente déterminent un point de l'espace et un seul, dont les coordonnées rectangulaires sont données par les formules

$$(3) \qquad x = \frac{u_2}{1-u_1}, \qquad y = \frac{u_3}{1-u_1}, \qquad z = \frac{u_4}{1-u_1}.$$

» Cela posé, toute substitution orthogonale effectuée sur les u_i définit un mode de transformation des points de l'espace, et cette transformation conserve les angles, car le carré de l'élément linéaire a pour expression

$$(4) \qquad ds^2 = \frac{du_1^2 + du_2^2 + du_3^2 + du_4^2}{(1 - u_1)^2}.$$

» Il est, du reste, aisé de prouver qu'une pareille transformation est équivalente à un certain nombre d'inversions. On voit donc qu'à tout groupe d'ordre fini de substitutions orthogonales à quatre variables on peut rattacher une division régulière de l'espace en un nombre *fini* de régions $R_0, R_1, \ldots, R_i, \ldots, R_{k-1}$, telles que la région R_i se déduit de la région R_0 par une suite d'inversions.

» Parmi les divisions de l'espace ainsi obtenues, il y a lieu de considérer tout particulièrement celles où les régions sont des tétraèdres à faces planes ou sphériques, deux tétraèdres qui ont une face commune étant symétriques par rapport à cette face; tous ces tétraèdres se déduisent alors de l'un d'eux en prenant le symétrique du premier par rapport à une de ses faces, puis le symétrique du nouveau tétraèdre, et ainsi de suite indéfiniment. On obtient de pareilles divisions de l'espace en prenant les plans de symétrie d'une double pyramide ou d'un polyèdre régulier et une sphère orthogonale; ou encore, en prenant m sphères passant par un cercle C et se coupant sous des angles égaux à $\frac{\pi}{m}$ avec n plans passant par l'axe du cercle C et faisant entre eux des angles égaux à $\frac{\pi}{n}$. En dehors de ces solutions, qu'il est facile d'apercevoir, il n'existe que cinq divisions de l'espace répondant à la question; les tétraèdres sont respectivement au nombre de 120, 192, 384, 1152, 14400, et les sphères auxquelles appartiennent les faces sont respectivement au nombre de 10, 12, 16, 24, 60.

» Les divisions précédentes de l'espace peuvent être rattachées aux figures régulières de l'espace à quatre dimensions; on retrouve ainsi très simplement les six figures régulières découvertes par M. Stringham. Mais on peut aller plus loin et, en suivant la méthode de Poinsot, on démontre l'existence, dans l'espace à quatre dimensions, de figures régulières analogues aux polyèdres réguliers étoilés de l'espace à trois dimensions.

» Ces résultats, que je ne puis qu'indiquer ici, sont complètement développés dans un Mémoire qui sera publié prochainement. »

ALGÈBRE. — *Sur la relation qui existe entre p fonctions entières de p — 1 variables*. Note de M. **R. Perrin**, présentée par M. Halphen.

« Soient $u, v, w, \ldots p$ fonctions entières quelconques de $p-1$ variables (non homogènes) $x, y, z, \ldots$; R leur résultant. Désignons par $u_1, v_1, w_1, \ldots$ ce qu'elles deviennent pour $x = x_1$, $y = y_1$, $z = z_1$, ... Les équations $u - u_1 = 0$, $v - v_1 = 0$, $w - w_1 = 0$, ... admettent le système de solutions communes $(x_1, y_1, z_1, \ldots)$; leur résultant R_1 est donc nul. Mais, pour déduire R_1 de R, il suffit de remplacer dans R les termes tout connus $a, b, c, \ldots$ de $u, v, w, \ldots$, respectivement par $a - u_1$, $b - v_1$, $c - w_1$, ... On a donc, en développant R_1 par la formule de Taylor et l'égalant à zéro,

$$0 = R - \left(u_1 \frac{dR}{da} + v_1 \frac{dR}{db} + w_1 \frac{dR}{dc} + \ldots\right) + \frac{1}{2!}\left(u_1^2 \frac{d^2R}{da^2} + \ldots\right) - \ldots.$$

» D'ailleurs $x_1, y_1, z_1, \ldots$ sont des valeurs *entièrement arbitraires* de $x, y, z, \ldots$; rien n'empêche donc de supprimer l'indice et d'écrire simplement

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} R = {} & R_{100\ldots} u + R_{010\ldots} v + R_{001\ldots} w + \ldots \\ & - \frac{1}{2!}(R_{200\ldots} u^2 + R_{020\ldots} v^2 + \ldots + 2R_{110\ldots} uv + \ldots) \\ & + \frac{1}{3!}(R_{300\ldots} u^3 + \ldots + 3R_{210} u^2 v + \ldots + 6R_{111\ldots} uvw + \ldots) \\ & - \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \end{aligned}\right.$$

en désignant par $R_{qrs\ldots}$, pour plus de brièveté, la dérivée partielle

$$\frac{d^{q+r+s+\ldots}R}{da^q\, db^r\, dc^s \ldots}.$$

» Si $m, n, p, \ldots$ sont les degrés respectifs de $u, v, w, \ldots$ par rapport à l'ensemble des variables, on sait que R est de poids $\mu = mnp\ldots$, et de degrés $\frac{\mu}{m}, \frac{\mu}{n}, \frac{\mu}{p}, \ldots$ par rapport aux coefficients de $u, v, w, \ldots$ respectivement; on en conclut sans peine que la relation (1) est de degrés $\frac{\mu}{m}, \frac{\mu}{n}, \frac{\mu}{p}, \ldots$ par rapport à $u, v, w, \ldots$ respectivement, et de degré μ par rapport à $x, y, z, \ldots$ ensemble.

» Cette relation (1) n'est autre évidemment que celle sur l'existence de laquelle est fondée la méthode d'élimination de Bézout, seulement, mise sous une forme spéciale et remarquable, en ce que les variables n'y entrent plus que par l'intermédiaire des fonctions données elles-mêmes. *Il est donc toujours possible* (malgré l'insuffisance apparente du nombre des arbitraires disponibles pour l'identification) *de donner aux polynômes multiplicateurs de Bézout la forme de fonctions entières des fonctions données elles-mêmes* (*et cela de différentes manières*). Quand on ne s'astreint pas à leur donner cette forme particulière, la relation (1) montre entre quelles limites ils deviennent indéterminés. Ainsi, pour le cas de deux fonctions données u, v, à une variable, ils ont pour expression générale

$$U = R_{10} - \frac{1}{2!} R_{20} u + \frac{1}{3!} R_{03} u^2 - \ldots \pm \frac{1}{n!} R_{n0} u^{n-1} + v U_1,$$

$$V = R_{01} - \frac{1}{2!} R_{02} v + \frac{1}{3!} R_{30} v^2 - \ldots \pm \frac{1}{m!} R_{0m} v^{m-1} + u V_1,$$

U_1 et V_1 étant deux nouveaux polynômes de degré $mn - m - n$, assujettis seulement à vérifier la condition

$$U_1 + V_1 = -R_{11} + \frac{1}{3!}(3 R_{21} u + 3 R_{12} v) - \frac{1}{4!}(4 R_{30} u^2 + 6 R_{21} uv + \ldots)\ldots,$$

et dont l'un est par conséquent tout à fait arbitraire. Si l'on choisit par exemple U_1 de manière à abaisser U au degré $n - 1$, ce qui est toujours possible, Uu se trouvera abaissé au degré $m + n - 1$, Vv aussi à cause de (1); ce qui conduit directement à la méthode d'élimination d'Euler.

» La relation (1) se réduisant à une identité pure quand on y remplace u, v, ... et les R par leurs expressions complètes, il est permis de la différentier de toutes les manières possibles par rapport aux variables. On obtient ainsi de nouvelles relations, qui peuvent s'écrire abréviativement

$$\frac{d^{q+r+s\ldots} R}{dx^q\, dy^r\, dz^s \ldots} = 0,$$

en considérant R comme la fonction de x, y, z, ... définie par la relation (1). On vérifie aisément que ces relations, y compris (1), sont au nombre de $\frac{\mu + p - 1!}{\mu!\, p - 1!}$, savoir une de degré μ, $p - 1$ de degré $\mu - 1$, et en général $\frac{\mu + p - r - 2}{\mu - r!\, p - 2!}$ de degré r. Si, dans ces relations, on fait

$$u = v = w = \ldots = 0,$$

ce qui revient à y remplacer $\frac{d^{q+r+\dots}R}{du^q\,dv^r\dots}$ par $(-1)^{q+r+\dots}R_{qr\dots}$, on obtient des relations entre les valeurs particulières que prennent les dérivées partielles de u, v, ..., lorsqu'on y donne à x, y, ... les valeurs qui constituent une solution commune du système $(u, v, w, \dots)$. Voici, par exemple, les quatre premières de ces relations particulières pour le cas de deux fonctions u, v, ayant un ou plusieurs facteurs communs :

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned}
&R_{10}u' + R_{01}v' = 0,\\
&R_{10}u'' + R_{01}v'' = R_{20}u'^2 + 2R_{11}u'v' + R_{02}v'^2,\\
&R_{10}u''' + R_{01}v''' = 3[R_{20}u''u' + R_{11}(u''v' + v''u') + R_{02}v''v']\\
&\qquad - (R_{30}u'^3 + 3R_{21}u'^2v' + 3R_{12}u'v' + R_{03}v'^3),\\
&R_{10}u^{\text{IV}} + R_{01}v^{\text{IV}} = 4[R_{20}u'''u' + R_{11}(u'''v' + v'''u') + R_{02}v'''v']\\
&\qquad + 3(R_{20}u''^2 + 2R_{11}u''v'' + R_{02}v''^2)\\
&\qquad - 6[R_{30}u''u'^2 + R_{21}u'(u'v'' + 2v'u'')\\
&\qquad\qquad + R_{12}v'(v'u'' + 2u'v'') + R_{03}v''v'^2]\\
&\qquad + (R_{40}u'^4 + 4R_{31}u'^3v' + 6R_{22}u'^2v'^2 + 4R_{13}u'v'^3 + R_{01}v'^4).
\end{aligned}\right.$$

» Par l'emploi combiné des relations telles que (1) et (2), il devient possible de préciser les conditions d'existence des divers genres de solutions multiples d'un système $(u, v, w, \dots)$: ce sera l'objet d'une prochaine Communication. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème de Kummer.* Note de M. E. **Cesaro.**

« Je demande à l'Académie la permission de faire remarquer que M. Jensen, dans sa réponse du 28 mai, se défend d'inexactitudes dont je ne l'ai point accusé. Dans ma Communication du 16 avril, je n'ai mis en doute que la *nouveauté* du théorème, et je maintiens que la proposition dont il s'agit ne diffère pas *substantiellement* du théorème de Kummer, modifié et complété par Dini en 1867. Si M. Jensen veut bien consulter le Mémoire de Dini, il y trouvera l'énoncé de son théorème, avec la supposition de l'existence des nombres

$$\lambda = \lim a_n u_n, \qquad \mu = \lim\left(a_n \frac{u_n}{u_{n+1}} - a_{n+1}\right).$$

pour n infini. Mais il faut remarquer que l'énoncé de M. Jensen *implique l'existence de* λ, et que la démonstration habituelle du théorème de Kummer *ne suppose pas l'existence de* μ. Cette hypothèse est introduite, pour ainsi dire, après coup, afin de mettre le théorème sous la forme la plus utile pour les applications usuelles. M. Jensen me refuse le droit d'admettre l'existence des deux nombres dont il s'agit; mais, en relisant plus attentivement ma Communication, l'honorable géomètre s'apercevra que j'ai simplement voulu prouver que, *si* λ *et* μ *existent, et que* λ *ne soit pas nul,* μ *est nul.* Du reste, je n'ai pas besoin d'admettre l'existence de μ pour affirmer qu'*il existe, pour toute forme de* a_n, *une infinité de séries, dont on ne peut constater la divergence au moyen du théorème de M. Jensen, alors que cette divergence résulte immédiatement de l'existence d'une limite positive pour* $a_n u_n$. Les séries dont il s'agit sont celles pour lesquelles $a_n u_n$ tend vers $\lambda > 0$ *en décroissant* ou *en oscillant*. En effet, le théorème en question est applicable seulement dans le cas où la fonction $a_n \frac{u_n}{u_{n+1}} - a_{n+1}$ finit par devenir constamment *négative* ou constamment *supérieure à un nombre positif* k. Dans le premier cas la fonction $a_n u_n$ tend vers $\lambda > 0$ *en croissant*. Dans le second cas, elle tend, en décroissant, vers la limite λ, *nécessairement nulle;* car, si cette limite était positive, il existerait, pour tout nombre positif k', inférieur à λ, une valeur de n, à partir de laquelle on aurait, pour toute valeur de p,

$$a_n u_n - a_{n+p} u_{n+p} > kk' \left(\frac{1}{a_{n+1}} + \frac{1}{a_{n+2}} + \ldots + \frac{1}{a_{n+p}} \right),$$

ce qui est impossible, à cause de la divergence de $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \ldots$

» Cette remarque n'a évidemment pas pour but de montrer que le théorème de M. Jensen est *inutile*, mais seulement de faire voir que la règle basée sur l'examen de λ est, dans un grand nombre de cas, tout aussi importante que simple et efficace pour les constatations de divergence. Je prends un exemple, relatif au cas de $a_n = n$. Soit $\vartheta(n)$ la totalité des nombres premiers, non supérieurs à n. La série

$$\frac{1 + \vartheta(1)}{1} + \frac{2 - \vartheta(2)}{4} + \frac{3 - \vartheta(3)}{9} + \ldots$$

est divergente, car

$$\lim n u_n = 1 - \lim \frac{\vartheta(n)}{n} = 1.$$

» Pour se convaincre que le théorème de Duhamel est impuissant pour cette constatation, il suffit de remarquer que la différence

$$n\vartheta(n+1)-(n+1)\vartheta(n),$$

se réduisant à $n-\vartheta(n)>0$ ou à $-\vartheta(n)<0$, suivant que $n+1$ est *premier* ou *composé*, ne peut être constamment négative ou constamment positive. Je citerai, plus généralement, les séries de la forme

$$f(1)+\tfrac{1}{4}f(2)+\tfrac{1}{9}f(3)+\ldots,$$

où $f(n)$ représente la quotité des nombres entiers, non supérieurs à n, qui jouissent d'une propriété déterminée. Lorsque ces nombres ne sont pas *infiniment rares*, il est certain que la série est divergente, parce que nu_n admet une limite $\lambda>0$. Cependant le théorème de Duhamel ne servira à rien, à moins que la propriété considérée ne finisse par appartenir à *tous* les nombres entiers. L'expression $n\frac{u_n}{u_{n+1}}-(n+1)$ tend, en effet, vers $1-\frac{1}{\lambda}\leqq 0$ ou vers l'unité, suivant que n jouit ou non de la propriété en question. Je sais bien que M. Jensen trouvera toujours une infinité de formes de a_n lui permettant d'appliquer son théorème. Ainsi, pour les séries considérées en dernier lieu, il pourrait prendre

$$a_n=\frac{n^2}{2^{f(n)}}.$$

Mais je n'ai voulu parler ici, comme dans ma première Communication, que *de chaque règle spéciale* résultant du théorème de M. Jensen après la détermination de a_n. J'ajouterai que, pour donner à la règle générale une importance effective, il faudrait d'abord savoir indiquer une *construction de la fonction* a_n, indépendante de la série particulière dont il s'agit de reconnaître le caractère. Je ne crois pas qu'une telle construction soit possible. Quoi qu'il en soit, il est certain que le théorème de M. Jensen devient inapplicable lorsque $a_n u_n$ n'admet pas de limite déterminée. Cependant il suffit que cette fonction finisse par surpasser quelque nombre positif pour qu'il soit permis d'affirmer la divergence de

$$u_1+u_2+u_3+\ldots.$$

Il y a plus. Si les termes de la série divergente $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\ldots$ *tendent*

vers zéro en décroissant, et l'on trouve que $a_n u_n$, sans tendre vers une limite déterminée, *admet une valeur moyenne finie, autre que zéro*, on est autorisé à dire que la série $u_1 + u_2 + u_3 + \ldots$ ne converge pas. Ce théorème est applicable à une série quelconque, à signes entremêlés. »

ÉLECTRICITÉ. — *De l'électrolyse des solutions de potasse.* Note de MM. G. Berson et A. Destrem, présentée par M. Berthelot.

« I. Lorsqu'on soumet à l'électrolyse une solution aqueuse de potasse, en prenant pour électrodes des lames de platine, on constate toujours que le volume d'oxygène observé est inférieur à la moitié du volume d'hydrogène mesuré, quoique ce dernier soit lui-même inférieur au volume de l'hydrogène produit, en raison de son absorption par le platine. Ce défaut d'oxygène est dû probablement soit à une suroxydation de la potasse (nous avons constaté, en effet, dans le liquide qui baigne l'électrode positive, les réactions de l'eau oxygénée), soit à une oxydation des légères impuretés pouvant exister dans l'électrolyte. En employant des électrodes à la Wollaston, on atténue beaucoup cette différence, et le rapport du volume d'hydrogène et d'oxygène, qui, dans le cas de deux lames de platine, s'élevait jusqu'à 2,25, s'est réduit à 2,07 dans trois expériences consécutives.

» II. Lorsque l'électrode positive est formée d'une lame de cuivre, l'électrode négative restant un fil de platine soudé dans du verre et rasé, le phénomène présente une succession de phases curieuses. Prenons pour type d'expériences le cas d'une solution formée de poids égaux de potasse et d'eau, parcourue par un courant d'environ $\frac{6}{100}$ d'ampère. Dès que le circuit est fermé, l'hydrogène se dégage seul; la lame de cuivre commence à noircir à l'extrémité, en même temps que de la liqueur bleue cupropotassique tombe au fond du voltamètre; l'enduit noir d'oxyde se propage de proche en proche sur toute la lame. Ce n'est qu'au moment où celle-ci en est complètement recouverte que naissent instantanément des bulles gazeuses qui tapissent la surface d'une gaine donnant à l'œil l'impression d'un duvet, puis ensuite se dégagent régulièrement. A cet instant, la force contre-électromotrice de l'électrolyte s'accroît brusquement d'environ la moitié de sa valeur. Peu à peu l'enduit noir se dissout pour donner la liqueur bleue cupropotassique, de sorte que bientôt la lame est complètement décapée. A partir de ce moment, la lame de cuivre joue le rôle d'électrode *insoluble*, c'est-à-dire se comporte comme la lame de platine des expériences précédentes.

» Lorsque la lame est dans cet état et qu'on vient à ouvrir le circuit, les bulles d'oxygène qui prenaient naissance à sa surface continuent à se détacher pendant quelques instants. Si l'on ferme de nouveau le circuit avant que tout le gaz ait quitté la lame, l'électrolyse continue comme auparavant, la force électromotrice de polarisation seule ayant pris pour quelques instants une valeur plus faible. Mais, si l'on a tardé à refermer le circuit jusqu'à ce que le cuivre ait paru complètement dépourvu de gaz, la lame se met à noircir de nouveau et le phénomène repasse par les mêmes phases que nous venons de décrire. Il semble donc que l'insolubilité de l'électrode de cuivre soit liée à la présence de bulles gazeuses à la surface de cette électrode.

» III. Si l'on fait varier les conditions de l'expérience, on constate que l'allure générale de l'électrolyse dépend de la surface de la lame de cuivre, de l'intensité du courant et du degré de concentration de la liqueur.

» 1° Pour un même courant et une même liqueur, la lame est recouverte d'oxyde noir, et l'oxygène commence à se dégager au bout d'un temps proportionnel à la surface de la lame. Pour montrer aux yeux l'influence de la surface de la lame, il suffit d'installer sur le même circuit deux voltamètres ne différant qu'en ce que l'électrode positive est dans l'un une lame de cuivre de large surface et dans l'autre un fil de cuivre : l'oxygène se dégage presque immédiatement sur le fil, tandis qu'il n'apparaît sur la lame qu'après un temps d'autant plus long que sa surface est plus grande.

» 2° Pour une même liqueur et une même lame, le dégagement de l'oxygène a lieu d'autant plus vite et le poids de cuivre oxydé est d'autant moindre que le courant est plus intense, comme on peut en juger par le Tableau suivant :

Intensité du courant en unités arbitraires.	Durée.	Hydrogène dégagé avant le départ de l'oxygène.
	h m s	cc
23	1.10.45	16,6
41	12.0	5,8
60	6.30	3,9
65	1.15	1,0
72	45	»
73	35	»
291	temps inappréciable	»

» Ainsi, pour des courants forts, la première phase de l'expérience se

réduit à un temps très court. Pour des courants faibles, au contraire, c'est la deuxième phase qui tend à disparaître. Quand on emploie une pile de 2 éléments Daniell, l'électrolyse commence et la force électromotrice de polarisation prend bientôt une valeur d'environ $1^{\text{volt}},6$; ce n'est qu'au bout de sept heures que la lame est complètement noire; à ce moment, il se forme des bulles d'oxygène à la surface, mais la force électromotrice de polarisation s'élevant alors brusquement à la valeur $2^{\text{volts}},3$ fait équilibre à la force électromotrice de la pile, et il ne s'échappe aucun gaz de l'électrode positive : l'électrolyte se maintient indéfiniment dans cet état, tandis que de rares et fines bulles d'hydrogène continuent à se dégager en raison de la diffusion de l'oxygène dans le liquide.

» 3° Enfin le degré de concentration de la liqueur potassique modifie l'aspect du phénomène. Dans un électrolyte formé de poids égaux de potasse et d'eau, et dans des liqueurs plus concentrées, la lame de cuivre se recouvre, dès que le circuit est fermé, d'un enduit noir d'oxyde, en même temps qu'il se forme de la liqueur cupropotassique; quand l'oxygène se dégage, cet enduit noir se transforme peu à peu en liqueur bleue, jusqu'à décapage complet de la lame. A mesure que la concentration diminue, l'épaisseur de la couche d'oxyde est moindre et le dégagement gazeux se fait plus tôt à l'électrode positive; pour une liqueur décime, l'oxygène se montre presque immédiatement, il ne se produit pas d'enduit, mais quelques grains d'oxyde noir tombent au fond du voltamètre sans se dissoudre dans la potasse. La force électromotrice de polarisation varie aussi notablement avec la concentration de la liqueur, comme le montre le Tableau suivant, donnant les valeurs moyennes de la polarisation avant et après le départ de l'oxygène :

Poids d'eau pour 1000^{gr} de potasse anhydre.	Force électromotrice de l'électrolyte	
	avant le départ de O.	après le départ de O.
161707	»	2,45
26206	1,34	2,51
12967	1,56	2,53
6347,5	1,80	2,69
3038	1,72	2,565
1383	1,63	2,39
787	1,58	»

» On voit que ces forces électromotrices ne varient pas constamment dans le même sens que le degré de concentration de dissolution; elles pré-

sentent leur maximum pour une liqueur contenant un poids d'eau sextuple du poids de potasse anhydre.

» Dans une prochaine Note, nous exposerons les résultats obtenus avec des dissolutions diverses et des électrodes variées. Nous nous proposons aussi de déduire de nos mesures de forces électromotrices et de résistances les chaleurs de formation des composés résultant des actions secondaires. »

CHIMIE. — *Sur les chlorhydrates de trichlorure d'antimoine, de trichlorure de bismuth et de pentachlorure d'antimoine.* Note de M. **Engel**, présentée par M. Friedel.

« Il est presque d'usage aujourd'hui de citer comme connus les chlorhydrates de trichlorure d'antimoine et de bismuth. Pourtant, ni dans les Ouvrages ni dans les Mémoires des auteurs, on ne trouve d'analyses de ces composés.

» Dans l'Encyclopédie de M. Fremy, par exemple, on lit : « On connaît aussi le composé $SBCl^3 + 3HCl$? » et : « La solution chlorhydrique de chlorure de bismuth évaporée abandonne de fines aiguilles blanches, qui sont *probablement* le chlorhydrate de chlorure de bismuth $BiCl^3 + 3HCl$. » Les Dictionnaires de Wurtz et de Fehling ne sont pas plus affirmatifs et ne donnent pas davantage d'indications bibliographiques.

» M. Ditte, dans son intéressant Mémoire sur l'action de l'acide chlorhydrique sur les chlorures, cite aussi, parmi les chlorhydrates de chlorure, les composés $BiCl^3 + 3HCl$ et $SBCl^3 + 3HCl$ sans indications de source et sans dire s'il a lui-même obtenu ces composés. Les formules $BiCl^3 + 3HCl$ et $SBCl^3 + 3HCl$ sont pourtant bien improbables. Les chlorhydrates de chlorure assez nombreux que j'ai obtenus et ceux qui étaient déjà connus renferment en effet, sans exception, de l'eau de cristallisation.

» M. Berthelot [1] a d'ailleurs établi que le chlorhydrate de chlorure d'antimoine ne peut exister à l'état anhydre qu'en présence d'un grand excès d'acide chlorhydrique. Fondu à la plus basse température possible, le chlorure d'antimoine n'absorbe qu'environ $\frac{1}{20}$ d'équivalent d'acide chlorhydrique. D'après le même savant, le chlorure d'antimoine et l'acide

(1) *Annales de Chimie*, t. X, p. 133.

chlorhydrique ($HCl + 3,73$) H^2O se mêlent presque en toutes proportions. La solution, refroidie à quelques degrés au-dessous de zéro, se prend en une masse cristalline, d'apparence homogène, qui se liquéfie de nouveau à la température ordinaire.

» Ces derniers faits sont les seuls précis qui existent dans la Science. On ne sait absolument rien sur l'action qu'exerce l'acide chlorhydrique sur le pentachlorure d'antimoine.

» Il m'a donc paru utile de compléter l'étude que j'ai faite de l'action de l'acide chlorhydrique sur les chlorures par celle des combinaisons que forment, avec l'acide chlorhydrique, les trichlorures d'antimoine et de bismuth et le pentachlorure d'antimoine.

» I. *Chlorhydrate de trichlorure d'antimoine.* — On obtient ce composé en dirigeant, à la température ordinaire et jusqu'à refus, un courant d'acide chlorhydrique sec dans une solution saturée à 0° de chlorure d'antimoine. Par le refroidissement à 0° du liquide ainsi préparé, il se forme de beaux cristaux, qu'on essore rapidement pour les débarrasser de l'eau mère qui les baigne.

» Ces cristaux sont fusibles à 16° et le liquide qu'ils forment dégage des bulles d'acide chlorhydrique, déjà à la chaleur de la main.

» Ils ont pour composition $(SbCl^3)^2 + HCl + 2H^2O$.

	Trouvé. I.	Trouvé. II.	Calculé.
Sb	45,81	45,9	46,08
Cl	46,3	46,2	46,93
H^2O et H (par différence)	7,8	7,9	6,98
	99,9		99,99

» La quantité d'acide chlorhydrique trouvée est un peu faible; celle de l'eau un peu forte. Cela tient à l'extrême déliquescence du composé et à la facilité avec laquelle il perd un peu d'acide chlorhydrique. La solubilité de ce chlorhydrate de chlorure est telle que c'est à peine si l'analyse peut déceler une différence entre la composition des cristaux et celle des eaux mères au sein desquelles ils ont pris naissance. C'est pour ce motif qu'il est essentiel, lorsqu'on veut préparer ce composé, d'opérer sur une solution de chlorure d'antimoine assez riche en eau pour éviter la prise en masse sous l'influence de l'acide chlorhydrique et pas trop riche pourtant, afin que les cristaux puissent se former. Une solution de chlorure d'antimoine préparée à la température ordinaire et refroidie à 0°, de manière à

déterminer le dépôt d'une certaine quantité de chlorure d'antimoine, répond à ces conditions. Sa densité est de 2,388.

» II. *Chlorhydrate de pentachlorure d'antimoine.* — Pour préparer ce corps, on ajoute goutte à goutte à du perchlorure d'antimoine la quantité d'eau nécessaire pour former l'hydrate $SbCl^5 + 4H^2O$. J'ai mis plus de douze heures pour ajouter l'eau nécessaire à 200^{gr} de pentachlorure d'antimoine. Aussitôt que les cristaux d'hydrate commencent à se former, on fait passer un courant d'acide chlorhydrique et l'on continue à ajouter de l'eau jusqu'à ce que les cristaux se soient redissous. Le liquide ainsi saturé de pentachlorure d'antimoine et d'acide chlorhydrique donne, lorsqu'on le refroidit à 0°, une masse de beaux cristaux, faciles à essorer, stables à la température ordinaire et ayant pour composition $SbCl^5 + 5HCl + 10H^2O$. L'analyse donne un léger excès d'eau, ce qui tient sans doute à la difficulté qu'il y a à obtenir un corps absolument sec. La formule $SbCl^5 + 5HCl + 11H^2O$ concorderait mieux avec les données de l'analyse; mais elle est peu probable.

	Trouvé.			
	I.	II.	III.	Calculé.
Sb	17,8	18,0	»	18,43
Cl	53,0	52,5	52,8	53,6
H et H^2O. par diff.	29,2	29,5	»	27,9
				99,9

» III. *Chlorhydrate de chlorure de bismuth.* — Une solution saturée à 20° de chlorure de bismuth et d'acide chlorhydrique, et refroidie à 0°, dépose de beaux cristaux, stables à la température ordinaire, du composé $(BiCl^3)^2 + HCl + 3H^2O$.

	Trouvé.		
	I.	II.	Calculé.
Bi	57,7	57,6	58,05
Cl	34,1	34,3	34,3
H et H^2O par diff.	8,1	8,0	7,6
	99,9	99,9	99,9

» En résumé, il existe un chlorhydrate de trichlorure d'antimoine, un chlorhydrate de pentachlorure d'antimoine et un chlorhydrate de trichlorure de bismuth. Ces sels sont nettement définis, facilement isolables. Ils renferment tous trois de l'eau de cristallisation, comme tous les autres chlorhydrates de chlorure qui ont pu être préparés. On remarquera encore

que dans ces composés, comme dans tous les autres chlorhydrates de chlorure, il y a au minimum deux molécules d'eau pour chaque molécule d'acide chlorhydrique fixé par le chlorure. »

MINÉRALOGIE. — *Sur la reproduction de la phénacite et de l'émeraude*. Note de MM. P. HAUTEFEUILLE et A. PERREY, présentée par M. Daubrée.

« L'action minéralisatrice des vanadates, tungstates et molybdates alcalins a été mise en lumière par l'un de nous en 1877. Tous ces sels sont capables de céder, à haute température, de l'alcali à la silice et de provoquer ainsi la dissolution apparente des matières silicatées. Chacun de ces sels possède cependant des aptitudes propres qui tiennent à la nature de sa base aussi bien qu'à la nature de son acide. Aussi, en utilisant à tour de rôle l'action minéralisatrice des sels de potasse, de soude, de lithine, avons-nous pu faire entrer la glucine dans des combinaisons silicatées appartenant à des types très variés.

» Un intérêt spécial s'attache à deux de ces combinaisons, et nous allons faire connaître les conditions dans lesquelles nous les avons obtenues et les caractères qui établissent leur identité avec la phénacite et l'émeraude naturelles.

» I. On obtient la phénacite en employant comme agent minéralisateur le vanadate alcalin de lithine. On mélange intimement :

Silice	4^{gr},800
Glucine	1,500
Vanadate neutre de lithine	20,000
Carbonate de lithine	1,500

» L'addition d'un excès de lithine a pour but de favoriser la cristallisation en provoquant la formation d'un feldspath lithique; les cristaux de phénacite se développent aux dépens de celui-ci, au lieu de se former directement aux dépens de la matière amorphe. On chauffe le mélange dans un creuset de platine, au moufle, entre 600° et 700°, pendant une quinzaine de jours. Dans la masse cristallisée, on trouve un enchevêtrement de cristaux de phénacite, de quartz, de tridymite et de feldspath lithique. Un traitement par l'eau, puis par l'acide fluorhydrique étendu et froid, suffit pour isoler complètement la phénacite.

» Lorsque l'action de la chaleur sur le mélange a été assez prolongée

pour achever la décomposition du feldspath lithique, la totalité de la glucine employée se retrouve dans la phénacite obtenue.

» Les cristaux de phénacite artificielle sont rhomboédriques. L'angle du rhomboèdre, que les stries nombreuses des surfaces empêchent de mesurer avec précision, a été trouvé compris entre 116°25′ et 116°45′, l'angle de la phénacite naturelle étant de 116°36′.

» Formés à une température voisine de 600°, les cristaux ont pour forme dominante le rhomboèdre primitif et portent de très petites facettes répondant aux symboles b^1, d^1, e^2, quelquefois au symbole d^2. Des cristaux qui ont été obtenus à une température voisine de 1000° avaient pour forme dominante le prisme d^1, terminé par le pointement rhomboédrique p.

» Les cristaux rhomboédriques ou prismatiques sont uniaxes et positifs; les lames taillées perpendiculairement à l'axe principal donnent des anneaux réguliers dans la lumière polarisée convergente.

» Une trace d'oxyde de vanadium communique à nos cristaux une coloration verdâtre, d'intensité variable. Ces cristaux sont infusibles, inattaquables par les acides; ils ne résistent cependant pas à chaud à l'action prolongée d'un mélange d'acides sulfurique et fluorhydrique concentrés.

» L'analyse a donné, pour la composition de la phénacite artificielle :

	Trouvé.	Calculé.
Silice	54,5	54,3
Glucine	45,6	45,7
	100,1	100,0

» II. On obtient l'émeraude en employant comme agent minéralisateur le molybdate acide de lithine. On mélange intimement :

	gr
Silice	12,506
Alumine	3,580
Glucine	2,640

» L'échantillon que nous faisons passer sous les yeux de l'Académie a été coloré par l'addition de $0^{gr},600$ d'oxyde de chrome, dont la plus grande partie d'ailleurs est restée dans la gangue.

» Le mélange, placé au fond d'un creuset de platine, est recouvert de 92^{gr} de molybdate acide de lithine (contenant $2^{éq},25$ d'acide pour 1 équivalent de lithine).

» On chauffe le tout dans le moufle au rouge très sombre, strictement nécessaire à la fusion du molybdate; au bout de vingt-quatre heures, on

élève progressivement la température jusque vers 800°, et on la maintient constante pendant quinze jours. A une température plus élevée, il y aurait dédoublement de l'émeraude et production de phénacite.

» Dans la première phase de l'opération, au rouge très sombre, il se forme une combinaison lithique cristallisée en octaèdres, dans laquelle l'acide molybdique entre comme partie constituante. A la température de 800°, l'émeraude apparaît en cristaux isolés qui prennent naissance et se nourrissent aux dépens des cristaux octaédriques ; en favorisant au début le développement de ceux-ci, on évite l'inclusion de matière amorphe dans les cristaux d'émeraude. Quand le composé lithique a disparu, les cristaux d'émeraude les plus volumineux continuent à grossir aux dépens des plus petits : ce qui le démontre, c'est que l'on obtient des cristaux de nouvelle formation en chauffant l'émeraude pierreuse de Limoges avec le molybdate acide de lithine.

» Par la simple lévigation, la masse fondue se désagrège et l'émeraude est dégagée en cristaux presque tous isolés, quelques-uns seulement restant cimentés par un composé feldspathique dont on achève de les débarrasser dans l'acide fluorhydrique étendu. Le poids d'émeraude obtenu est de 80 pour 100 du poids des éléments introduits dans le creuset, soit 15^{gr} dans l'opération que nous venons de décrire.

» La forme dominante des cristaux est le prisme hexagonal *mp* ; la hauteur du prisme est, en général, double du diamètre de la base. Le prisme, uniaxe, à compensation négative, porte souvent les facettes h^1, quelquefois des facettes sur les arêtes *b* et sur les angles *a*; l'hémimorphie s'observe souvent. D'ailleurs, les cristaux présentent des modifications de formes intéressantes ; nous nous réservons d'en faire une étude détaillée, étude qui ne saurait être séparée de celle des modifications que la méthode synthétique permet d'introduire dans la composition du minéral.

» L'analyse d'un échantillon d'émeraude artificielle nous a donné les résultats suivants :

	Trouvé.	Calculé.
Silice	67,7	66,8
Alumine	19,6	19,1
Glucine	13,4	14,1
	100,7	100,0

» Nos chiffres sont plus rapprochés des chiffres calculés que ceux donnés pour la composition de la plupart des émeraudes naturelles.

» La densité des cristaux analysés était 2,67. Ces cristaux étaient incolores.

» Nous avons facilement obtenu des cristaux colorés en jaune verdâtre par l'oxyde de fer, en vert par l'oxyde de chrome. »

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les alcaloides, principes immédiats de l'urine humaine.* Note de M. **L.-L.-W. Thudichum**. (Extrait.)

« J'ai l'honneur de communiquer à l'Académie les résultats de recherches que j'ai faites il y a longtemps, et que j'ai confirmées récemment par de nouvelles expériences. Les développements les plus importants s'appuient sur des études publiées par un célèbre chimiste français, Louis Proust, en 1801 et en 1820.

» L'urine étant acidifiée avec 5 pour 100 d'acide sulfurique hydraté, préalablement dilué avec deux fois son volume d'eau, en sorte que 100^{vol} d'urine donnent 115^{vol} de mélange, les alcaloïdes sont précipités par une dissolution concentrée d'acide phosphomolybdique ou d'acide phosphotungstique. Ces acides étaient purs et cristallisés. Le précipité bien lavé est décomposé par un mélange de baryte hydraté et de carbonate de baryum, à l'aide d'une chaleur douce, sans jamais laisser au liquide un excès de l'hydrate alcalin. La solution filtrée, colorée en jaune rouge foncé, contient tous les alcaloïdes dont il est ici question.

» *Urochrome, matière colorante normale de l'urine.* — Quand on ajoute à cette solution colorée une solution diluée de sesquichlorure de fer, il se produit un précipité volumineux qui contient la matière colorante combinée à l'oxyde de fer. Il faut chauffer le mélange, le filtrer pendant qu'il est chaud et laver le précipité aussi rapidement que possible. L'urochrome peut être isolée de ce précipité par des procédés différents, et traitée avec l'acide sulfurique, ou bien le précipité ferrique peut être traité par l'acide sulfurique directement; dans l'un et l'autre cas, on obtient les principaux produits découverts par Proust en 1801.

» Ces produits forment un précipité floconneux, coloré en rouge violet foncé, qu'il faut débarrasser de toute trace d'acide sulfurique et sécher à l'air. Au moyen de l'éther, on extrait ensuite *une résine rouge, mélange d'omicholine et d'acide omicholique,* matières dont la présence n'a pas été reconnue par Proust. La partie insoluble dans l'éther est un mélange de *la matière résineuse rouge,* soluble dans l'alcool absolu, et de *la matière noire*

particulière, toutes deux décrites pour la première fois par Proust. J'ai appelé la résine rouge *uropittine,* et la matière noire *uromélanine.*

» L'*omicholine* est un corps résineux, rouge, insoluble dans l'ammoniaque, soluble dans l'éther et dans l'alcool. Elle présente au spectroscope une bande d'absorption entre D et E; elle a une fluorescence verte très belle, et sa composition peut être exprimée approximativement par la formule $C^{24}H^{38}AzO^{5}$.

» L'*acide omicholique* est également rouge et résineux, soluble dans l'éther et dans l'alcool, et possède la même fluorescence verte; lui aussi montre au spectroscope une bande d'absorption entre D et E, mais plus étroite que celle de l'omicholine. Il est soluble dans l'ammoniaque et précipité par les acides, et sa composition élémentaire peut être exprimée approximativement par la formule $C^{5}H^{22}AzO^{4}$.

» L'*uropittine* n'a pas été isolée à l'état de pureté, parce qu'elle est toujours mêlée avec l'une ou l'autre de ses modifications, nommées *méta-uropittine* et *urorubine,* et altérée partiellement par l'oxygène de l'air. Sa solution alcoolique est rouge et présente au spectroscope une bande d'absorption sur F. Elle contient au moins 11 pour 100 d'azote.

» L'*uromélanine* est insoluble dans l'alcool et l'éther, soluble dans les alcalis en solution dans l'eau, même à faible dose, et précipitée par les acides. L'uromélanine, dont la composition répond à la formule



$$C^{36}H^{43}Az^{7}O^{10},$$

fournit beaucoup de combinaisons avec les métaux : l'argent, le baryum, le calcium, le plomb, le zinc. J'ai préparé cinq fois le sel d'argent neutre $C^{36}H^{40}AgAz^{7}O^{9}$, et je l'ai analysé treize fois. Il y a des sels basiques et acides. L'uromélanine est bien stable et j'en ai préparé, comme Proust, quelques centaines de grammes à l'état pur. L'urine d'un jour d'un adulte en donne de $0^{gr},3$ à $0^{gr},5$.

» Ni l'urochrome, ni aucun de ses produits de décomposition ne cristallisent. L'urochrome est un alcaloïde, auquel on ne peut assigner aucune origine particulière dans l'économie humaine; en particulier, ses produits de décomposition ne montrent aucune relation avec les corps colorants du sang ou de la bile. On pourrait comparer les propriétés de l'uromélanine à celles de l'*hématine privée de son fer,* mais la formule $C^{36}H^{43}Az^{7}O^{10}$ de l'uromélanine ne pourrait pas être dérivée de la formule $C^{32}H^{32}FeAz^{4}O^{6}$, qui exprime le mieux les résultats des analyses de l'*hématine* la plus pure.

» La comparaison de l'urochrome et de ses produits de décomposition,

avec les *matières colorantes de la bile,* fournit un contraste encore beaucoup plus grand. J'ai prouvé que la formule moléculaire de la *bilirubine* cristallisée est $C^9H^9AzO^2$; celle de *la biliverdine,* $C^8H^9AzO^2$, celle de la *bilifuscine,* $C^9H^{11}AzO^3$. Il serait impossible d'en dériver ni l'urochrome ni aucun de ses produits.

» *Urothéobromine.* — Quand on a séparé par filtration le précipité de l'urochrome ferrique du mélange d'alcaloïdes et qu'on laisse se refroidir le liquide filtré, il laisse déposer un précipité volumineux d'un alcaloïde qui s'obtient pur et cristallisé par la recristallisation dans l'eau et dans l'alcool. Cette base est un isomère de la *théobromine,* mais en diffère bien nettement par ses propriétés.

» L'urothéobromine donne une combinaison avec l'oxyde de cuivre contenu dans l'acétate, dont elle déplace l'acide acétique quand le mélange est porté à l'ébullition; la théobromine ne donne pas ce précipité. L'urothéobromine peut être sublimée sans changement; elle ne donne pas de composé cristallisé avec le nitrate d'argent, comme celui qui distingue la théobromine du cacao.

» *Créatinine.* — Le troisième alcaloïde de l'urine est la *créatinine,* qu'on peut isoler par divers procédés, en particulier par la précipitation avec le bichlorure de mercure. Après sa séparation d'avec la créatinine, la solution contient au moins *trois alcaloïdes* de plus, dont le plus remarquable est la *réducine.*

» *Réducine.* — On l'isole par l'insolubilité de sa combinaison avec la baryte dans l'alcool absolu. Sa composition peut être exprimée par la formule $C^{12}H^{24}BaAz^6O^9$, si elle se comporte comme acide bibasique, ou par $C^6H^{11}Az^3O^4$. Elle a un pouvoir réducteur considérable; elle réduit les sels de cuivre, d'argent, de mercure et de fer, en rendant cupreux les sels cupriques, mercureux les sels mercuriques, ferreux les sels ferriques; elle précipite le métal des sels d'argent. Ces réductions s'effectuent dans des solutions acides ou neutres.

» *Pararéducine.* — Cette base est obtenue combinée avec l'oxyde de zinc sous la forme d'un composé ayant la formule $C^6H^9Az^3O, ZnO$ ou $C^6H^9ZnAz^3O^2$. On voit aisément qu'il y a ici quelque relation avec la réducine.

» Le *sixième alcaloïde* a été nommé *aromine,* mais n'a pas encore été isolé dans un état de pureté parfaite. Elle dégage en brûlant une odeur aromatique semblable à celle de la tyrosine en combustion.

» Dans mes recherches, j'ai fréquemment fait usage d'un réactif pré-

cieux : c'est la base de M. Millon, appelée *mercuramine*. Elle extrait les acides d'un mélange quelconque, en y laissant intacts les corps alcaloïdes ou neutres. »

PHYSIOLOGIE. — *Nouvelles expériences physiologiques sur le rôle du soufre chez les Sulfuraires.* Note de M. **Louis Olivier**, présentée par M. Janssen.

« Dans une récente Communication [1], j'ai cherché sous quelle forme le soufre des Sulfuraires [2] disparaît de leurs cellules. J'ai essayé de montrer qu'il est converti par elles en CAzS(AzH^4) et H^2S.

» Le premier de ces deux corps représente un isomère de l'urée dont l'oxygène a été remplacé par du soufre. Quant aux gaz H^2S et CO^2 produits dans les mêmes conditions, voici de nouvelles expériences pour en éclairer l'origine :

» I. L'emploi des anesthésiques m'a déjà amené à conclure que le soufre intracellulaire arrive à former H^2S sans passer par l'état de sulfate. En raison des conséquences que ce fait entraîne pour la Physiologie, je me suis appliqué à en perfectionner la démonstration. On peut l'établir *par voie de dosage :*

» 1. On lave de beaux filaments de *Leptothrix* chargés de S et on les immerge, à l'intérieur d'un matras, dans de l'eau distillée récemment bouillie; on fait le vide dans le matras et on le remplit d'hydrogène, en ayant soin de le purger de toute trace d'oxygène. On s'assure de cette absence complète de l'oxygène par la méthode de M. Schützenberger; puis on scelle le ballon. Une douzaine de jours après, on dose le volume de H^2S qu'il renferme et l'on calcule la quantité d'oxygène qui eût été nécessaire pour former SO^3 avec le soufre de cet H^2S. En expérimentant sur des matras de 250^{cc}, j'ai trouvé ainsi qu'il eût fallu plus de 40^{cc} d'oxygène en chacun d'eux. Il n'y a donc pas eu formation de sulfate.

» II. On démontre aussi la possibilité d'une production de H^2S aux dépens du soufre intracellulaire, et sans formation intermédiaire de sulfate, en immergeant les filaments de la barégine dans une solution de

---

(1) *Comptes rendus*, 18 juin 1888.

(2) Sous ce nom, dépourvu de sens taxonomique, on désigne communément certains organismes *propres aux eaux sulfureuses*, *Leptothrix* de la barégine filamenteuse, *Bacillus zoogléens* de la glairine, etc. Il convient d'y joindre les *Beggiatoa* d'eau douce, qui présentent la même organisation que les *Leptothrix* de la barégine et renferment aussi des grains de soufre dans leur protoplasme.

$BaCl^2$. On est sûr alors que, s'il se forme SO^3, libre ou combiné, cet acide sera précipité par la baryte et, dans cet état d'insolubilité, incapable d'être réduit.

» 2. De la barégine fraîche, bien lavée, est plongée dans une solution aqueuse de $(BaCl^2 + 2H^2O)$ à 10 pour 100 et même à 20 pour 100, en plusieurs ballons remplis au tiers. Au bouchon de chacun d'eux est suspendu, à l'intérieur du goulot, un papier à acétate de plomb imbibé d'eau distillée. On chasse l'air des ballons et on le remplace par de l'hydrogène. Dès le lendemain ou le surlendemain, le papier réactif commence à noircir. La barégine immergée noircit aussi, et pendant quelques jours encore CO^2 et H^2S continuent de se dégager.

» III. C'est donc bien le soufre intracellulaire qui, à la suite d'une réaction inconnue, mais sans passer, en dehors de l'organisme, par le terme sulfate, se transforme en H^2S, et c'est la décomposition de H^2S, au contact de l'air et de l'eau, qui provoque la précipitation du soufre métalloïdique dans le liquide. Il arrive aussi qu'au contact de l'air et de l'eau H^2S donne un peu d'acide sulfurique; le phénomène s'observe dans les ballons à air, mais n'a pas lieu dans les ballons à hydrogène.

» 3. On lave, à l'eau distillée, de gros filaments chargés de soufre, de *Leptothrix* d'Ax, de façon à les débarrasser des sulfates qui les entourent. On les répartit ensuite dans les gouttes d'eau distillée de plusieurs *cellules de culture.* Dans quelques-unes on introduit un peu d'éther. Après quelque temps, on constate que les gouttes d'eau des deux ordres de cellules donnent avec $BaCl^2$ un précipité blanc très net. Au contraire, les gouttes de toute une série de cellules, préparées de la même manière, mais scellées et continuellement traversées par un courant d'hydrogène et de vapeurs de chloroforme, se montrent, au bout du même temps, absolument exemptes de sulfate. *Cette absence de sulfate se remarque même après que tous les* Leptothrix *de la goutte d'eau ont perdu la totalité de leur soufre intracellulaire.* C'est que, dans cette dernière expérience, H^2S ne peut être oxydé; il se produit dans une atmosphère d'hydrogène et, à mesure qu'il se forme, il est enlevé par $CHCl^3$ qui, en présence de l'eau, se combine avec lui [1].

» Ainsi, pendant la vie, la formation de SO^3, loin de précéder celle de H^2S, lui est, au contraire, consécutive.

» IV. Après la mort des éléments figurés de la glairine et de la barégine, le soufre intracellulaire peut être oxydé.

» 4. Si l'on tue par la chaleur les filaments de la barégine et qu'on les conserve

---

[1] Cette réaction de $CHCl^3$, H^2O et H^2S, bien étudiée par M. de Forcrand (*Ann. de Chimie et de Physique,* 1882), est des plus nettes. On l'observe parfaitement au microscope et plus facilement encore à l'œil nu.

ensuite en pipettes scellées à l'abri de l'air, le soufre subsiste dans leurs cellules pendant longtemps. Il disparaît, au contraire, quand cette même barégine morte est étendue, avec un peu d'eau, en couche mince et sur une grande surface, au contact direct de l'air dans des matras stérilisés. La disparition du soufre est alors plus lente que dans le cas des éléments vivants, et s'effectue avec production d'acide sulfurique. C'est là un phénomène d'ordre purement chimique, semblable à celui qu'on observe dans les conditions suivantes.

» 5. On prend du soufre en canon et on le pulvérise. On délaye la poussière avec de l'eau distillée dans un cristallisoir. Dans ce mélange, où l'on constate l'absence complète de sulfates, on immerge des feuilles de papier Berzélius, de façon à y incorporer des grains de soufre. Des feuilles du même papier sont plongées, pour constituer un témoin, dans l'eau distillée d'un autre cristallisoir. Dès le lendemain, l'eau du premier récipient se montre riche en sulfate. Trois jours après, elle en contient une grande quantité, tandis que le second n'en renferme pas.

» Cette expérience montre bien la nature de la réaction, qui peut éliminer le soufre des cellules mortes. Cette réaction diffère absolument de celle qui, pendant la vie, s'accompagne d'un dégagement de CO^2 et H^2S.

» V. J'ai cherché à déterminer le rapport des volumes de CO^2 et H^2S produits par la glairine et la barégine vivantes. Dans l'hydrogène, ces deux volumes paraissent sensiblement égaux. Au contact de l'air il y a moins de H^2S, ce qui s'explique par l'oxydation de ce gaz et sa décomposition partielle.

» La formation simultanée de volumes égaux de CO^2 et H^2S m'a conduit à supposer que les organismes à soufre, consommant à la fois S et O, aux dépens des sulfates alcalins, produisent, au lieu de CO^2, COS. Ce dernier gaz, se combinant à l'eau pour former volumes égaux de CO^2 et H^2S, semble difficile à isoler. M. Thann, qui l'a découvert en 1867, en a signalé la présence dans deux sources sulfureuses de Hongrie, celles d'Arkany et de Parad (1). Je me propose de le rechercher dans toutes les eaux sulfureuses, car il est possible que jusqu'alors il y ait été dosé sous forme de CO^2 et H^2S.

» Quoi qu'il advienne de cette hypothèse, les expériences précédentes, jointes à celles où j'ai obtenu le sulfocyanate d'ammoniaque, me paraissent établir la fonction comburante du soufre et la substitution, au moins partielle, de cet élément à l'oxygène dans les cellules où il existe à l'état métalloïdique. Peut-être est-il permis de penser que tous les corps qui

(1) Thann, *Annalen der Chemie und Pharmacie*, suppl., t. V, p. 236.

se remplacent dans les combinaisons de la Chimie peuvent aussi se substituer les uns aux autres dans l'incessante métamorphose de la vie (¹). »

PHYSIOLOGIE. — *Sur les mouvements de rotation provoqués par la lésion des ganglions sus-œsophagiens chez les escargots.* Note de M. **Louis Petit**, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« Depuis que Pourfour du Petit a montré que des lésions unilatérales de l'encéphale provoquent chez les Mammifères des mouvements de rotation, plusieurs physiologistes ont répété ses expériences, non seulement chez les Mammifères, mais encore chez les Oiseaux, les Batraciens et les Poissons. D'autres, descendant encore dans l'échelle animale, ont constaté, Yersin chez le Grillon, Faivre chez le Dytisque, Vulpian chez l'Écrevisse, que la lésion d'un des ganglions sus-œsophagiens produit également chez ces animaux des mouvements de rotation.

» Les Mollusques ayant été jusqu'à présent laissés de côté, j'ai pensé qu'il serait intéressant de faire quelques expériences sur eux et j'ai pris comme sujet d'étude l'Escargot (*Helix aspersa*).

» Après avoir lié l'animal à la partie postérieure du cou, de façon à le maintenir hors de sa coquille, je pratique dans la peau une petite incision qui me permet de découvrir les ganglions sus-œsophagiens; je pratique alors sur eux l'opération que je désire, puis je délie l'animal qui se rétracte. Si l'opération est bien faite, l'escargot est complètement rentré dans sa coquille le lendemain ou le surlendemain; il sécrète un épiphragme, et trois semaines ou un mois après l'opération sa blessure est cicatrisée. Il peut alors sans inconvénient sortir de sa coquille et ramper. Voici maintenant le résultat de mes observations, commencées depuis trois ans.

» *Ablation du ganglion gauche sus-œsophagien.* — Le 26 juin 1885, j'enlève le ganglion sus-œsophagien gauche d'un Escargot. L'animal rampe le 29 juillet suivant : le tentacule droit est normal, il a 18^{mm}; le gauche est en partie rétracté, il n'a que 6^{mm}; la progression n'est pas rectiligne, l'animal décrit des spirales en tournant de droite à gauche, c'est-à-dire en sens inverse des aiguilles d'une montre; la rotation a lieu du côté sain vers

(¹) Travail fait au laboratoire de M. Pasteur.

le côté lésé. La reptation est beaucoup plus lente que chez un animal sain. J'ai pu conserver cet animal jusqu'au mois d'avril 1886, c'est-à-dire pendant dix mois. Durant ce temps, il mangeait très bien; je l'ai fait ramper une quinzaine de fois, le sens de la rotation n'a pas varié.

» J'ai constaté chez d'autres escargots que l'ablation du ganglion sus-œsophagien gauche donne les mêmes résultats.

» *Ablation du ganglion droit sus-œsophagien.* — Inversement, l'ablation du ganglion droit occasionne chez les escargots un mouvement de rotation à droite, le tentacule droit est très rétracté, le gauche normal.

» *Section des connectifs cérébro-pédieux-viscéraux.* — Le 29 août 1885, j'opère sur un escargot la section des connectifs gauches; le 14 septembre suivant, cet animal parcourt en rampant un trajet composé de parties plus courbées, reliées entre elles par de petites boucles qu'il décrit en tournant à gauche. Dans les trajets qu'il a effectués plus tard, les boucles étaient moins nombreuses, et, le 26 janvier 1886, l'animal rampait presque normalement.

» Un autre escargot, auquel j'avais pratiqué la section des connectifs droits le 23 août 1887, mais que je n'ai fait ramper que le 30 avril 1888, décrit un trajet sinueux, mais sans boucle.

» *Section de la commissure des ganglions sus-œsophagiens.* — Dans ce cas, les deux tentacules supérieurs sont égaux et conservent leur longueur normale. Les deux ganglions étant alors indépendants l'un de l'autre, il semble que l'escargot doit aller tantôt à droite, tantôt à gauche; c'est, en effet, ce que j'ai observé une fois : l'animal marchait en zigzag. Mais d'ordinaire les animaux qui ont subi cette section suivent des trajets analogues à ceux que l'on observe dans le cas précédent, c'est-à-dire composés de parties peu courbées, reliées entre elles par de petites boucles; ces boucles sont décrites tantôt à droite, tantôt à gauche, mais toujours dans le même sens, par le même animal.

» *Ablation des deux ganglions sus-œsophagiens.* — Je fais cette opération le 15 août 1885 sur un escargot. Le 15 septembre suivant, j'essaye de le faire sortir en versant quelques gouttes d'eau dans sa coquille; ce procédé me réussit d'ordinaire. Mais, après avoir montré une partie de son corps, l'animal rentre. Je le laisse tranquille jusqu'au 18 mai 1886; ce jour-là, je le sollicite de nouveau de sortir; il fait quelques tentatives, mais ne tarde pas à rentrer dans sa coquille et à refaire un épiphragme.

» *Ablation des ganglions pédieux-viscéraux.* — A la suite de cette abla-

tion, l'animal, paralysé, ne peut plus rentrer dans sa coquille, le sang s'écoule par l'incision qu'on a pratiquée dans la robe ventrale et la mort survient très rapidement.

» En résumé, nous voyons que l'ablation ou la lésion d'un ganglion sus-œsophagien produit chez l'escargot un *mouvement de manège* du côté sain vers le côté lésé.

» Chez les limaces, la destruction d'un ganglion sus-œsophagien produit immédiatement une courbure du corps du côté opposé, la tête rejoint le pied, l'animal a la forme d'un anneau. S'il se meut dans cette position, il tourne du ganglion lésé vers le ganglion intact : c'est l'inverse de ce qui a lieu chez l'escargot. Cette différence tient probablement à ce que les escargots et les limaces n'ont pas été observés dans les mêmes conditions : les uns étant examinés plus d'un mois après l'opération, les autres immédiatement après. C'est une supposition que je me propose de vérifier. »

EMBRYOLOGIE. — *Sur la formation des feuillets blastodermiques et du cœlome chez un Oligochœte limicole* (Enchytræoides Marioni nov. sp.). Note de M. **Louis Roule**, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« Le vitellus nutritif, bien qu'assez abondant, est répandu dans l'œuf d'une manière uniforme, de sorte qu'après la fécondation l'ovule se segmente en deux blastomères presque égaux ; les rapports de dimensions de ces blastomères varient cependant quelque peu d'un ovule à l'autre. La segmentation continue ensuite d'une manière fort irrégulière, sans que le vitellus évolutif se sépare jamais du vitellus nutritif pour évoluer à part d'une façon plus rapide, et a pour effet de transformer l'ovule en une morula dans laquelle les cellules périphériques prennent de bonne heure un aspect différent de celui offert par les cellules centrales. Les premières, qui constituent l'ectoblaste, deviennent peu à peu cubiques, puis rectangulaires, tandis que les secondes conservent la forme polyédrique des blastomères primitifs. L'amas de ces cellules centrales est le méso-endoblaste ; les éléments tout à fait centraux donneront en effet naissance à l'endoblaste, tandis que les éléments compris entre l'ectoblaste et l'endoblaste produiront le mésoblaste. Toutes ces cellules sont tassées les unes contre les autres, et il n'existe pas de blastocœle bien net.

» Lorsque la morula a pris tout son développement, une cavité, irrégulière d'abord, se creuse en son centre : c'est là le premier indice de la cavité

digestive; les cellules qui entourent immédiatement cette cavité deviennent cylindriques et représentent l'endoblaste, qui évoluera pour former l'endoderme. A mesure que la cavité digestive s'agrandit, des vides apparaissent dans la masse des éléments mésoblastiques. Ces vides se fusionnent les uns avec les autres, et cette fusion a pour effet de délimiter une cavité entourant le tube digestif et divisant le mésoblaste en deux couches : une première couche interne, constituée par une simple rangée de cellules, qui reste appliquée contre l'endoblaste, représente ainsi le mésoblaste viscéral, et donnera naissance à la couche chloragogène ; une deuxième couche externe, doublant l'ectoblaste en dedans, formée par plusieurs rangées de cellules, représentant le mésoblaste pariétal, et qui produira la musculature de la paroi du corps. Cette cavité mésoblastique deviendra le cœlome ; je ne l'ai jamais vue communiquer avec la cavité digestive.

» La cavité cœlomatique est d'abord unique; les vides primitifs qui la forment par leur réunion n'ont aucune régularité et sont du reste en petit nombre. A mesure que l'embryon évolue, cette cavité s'agrandit; les cellules les plus internes du mésoblaste pariétal prolifèrent, quelques-unes deviennent libres dans la cavité et produisent les éléments figurés du cœlome ; d'autres, restant accolées par places, s'avancent vers le mésoblaste viscéral pour se souder à lui et former les cloisons qui séparent les segments. Quant aux cellules du mésoblaste pariétal qui restent accolées à l'ectoblaste, elles s'allongent pour la plupart, sécrètent de la substance contractile qui s'accumule autour du protoplasma entourant le noyau, et deviennent entièrement des fibres musculaires lisses.

» Deux faits sont à retenir dans ce développement :

» 1° L'absence d'initiales mésoblastiques. La segmentation a, en effet, pour objet de produire une masse de blastomères aux dépens desquels se différencie l'endoblaste au centre, et le mésoblaste à la périphérie.

» 2° L'origine mésenchymateuse des fibres musculaires. Les cellules du mésoblaste pariétal ne sont point disposées en une couche épithéliale définie, et elles se transforment entièrement en fibres musculaires par le même procédé que chez les Mollusques.

» Ces deux faits, qui me paraissent provenir de l'abondance du vitellus nutritif dans l'œuf, sont à rapprocher de l'existence d'initiales mésoblastiques chez la plupart des Annélides chétopodes, et de l'origine épithéliale du tissu musculaire de l'adulte chez les Archiannélides. Ils montrent que la plus ou moins grande quantité du vitellus nutritif reflue sur le mode

d'apparition des feuillets blastodermiques et des tissus, et que, par suite, on ne doit pas se baser sur l'évolution histogénétique seule pour asseoir les relations embryogéniques des animaux. »

ZOOLOGIE. — *Sur l'organisation de la* Valvata piscinalis. Note de M. **F. Garnault**, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Dans des recherches entreprises plus spécialement en vue d'étudier la constitution des organes génitaux et le développement des produits sexuels chez la *Valvata piscinalis*, j'ai été conduit à faire, sur ce curieux animal, quelques observations qui me semblent présenter quelque intérêt. Les faits qui se rapportent à l'ovogénèse et la spermatogénèse chez ce Mollusque, qui est bien hermaphrodite, comme l'a découvert Moquin-Tandon, seront publiés ultérieurement. La structure complexe des conduits génitaux ne saurait être décrite fructueusement en l'absence de figures explicatives. Ils diffèrent considérablement de ceux des autres Mollusques androgynes, et la description de Moquin-Tandon, qui n'avait pu en faire des coupes, est très défectueuse.

» Le rein est constitué par un long boyau logé entre le rectum à droite, le péricarde et l'estomac à gauche. En haut, le tube rénal est simple, mais bientôt une cloison, qui ne s'étend pas tout à fait jusqu'à l'extrémité inférieure, le divise en deux tubes secondaires. Le tube droit communique avec le péricarde par un très large canal passant entre le tube rénal gauche et la paroi dorsale de la cavité palléale. L'épithélium de ce canal présente des cils très longs et très puissants tournés vers le rein. Le canal excréteur du rein part de l'extrémité inférieure de l'organe et s'ouvre au fond de la cavité palléale. M. Wolff, dans sa Communication succincte (*Zoologischer Anzeiger*, juin 1887), n'indique aucun de ces détails.

» Je crois pouvoir affirmer qu'ici, comme chez le Cyclostome, il peut y avoir une ou plusieurs rangées de cellules sur les lamelles transversales saillantes dans la cavité du rein.

» Il n'y a dans le rein de la Valvée qu'une seule espèce de cellules. Ce sont des cellules ciliées renfermant de nombreux granules jaunâtres très petits. Lorsqu'elles sont près de tomber, leur protoplasma présente de fines vacuoles. Elles constituent par leurs débris, au milieu de la cavité rénale, une sorte de mucus, au sein duquel on retrouve très nettement, sur les coupes traitées par le violet de gentiane, leurs noyaux peu modi-

fiés. M. Bela Haller et moi avons déjà admis que, lorsque dans le rein il y a deux sortes de cellules, vésiculeuses et granuleuses, les unes et les autres sont glandulaires. M. Remy Perrier n'accepte pas cette manière de voir. Nous trouvons cependant chez la Valvée, où les cellules granuleuses existent seules, la preuve qu'elles peuvent contribuer à la sécrétion rénale.

» Quant au mécanisme de la sécrétion chez les cellules vésiculeuses, indiqué par M. R. Perrier, il faut remarquer que, si, dans certains cas, les sécrétions se produisent par une desquamation épithéliale, tandis que, dans d'autres, il y a expulsion par un corps cellulaire de produits élaborés dans son intérieur, il est entre ces deux procédés extrêmes des formes intermédiaires. Les cellules glandulaires persistantes finissent, probablement après un temps plus ou moins long, par être expulsées ou résorbées. Les phénomènes de la sécrétion urinaire, chez les Mollusques, pourraient se produire, dans certains cas, par la chute de cellules granuleuses que l'on rencontre seules (Valvée), ou bien, en même temps, par la chute de cellules granuleuses et l'expulsion de vésicules claires renfermant des concrétions (Cyclostome, Littorine, Dolium, etc.). M. Perrier croit que ces vésicules sont expulsées par des cellules qui restent en place et conservent la faculté de régénérer de nouvelles vésicules. L'observation directe sur la lame de ces éléments délicats ne suffit pas, à mon avis, pour résoudre la question. L'état d'atrophie extrême dans lequel se trouve le protoplasma des cellules vésiculeuses ne permet guère de supposer qu'elles soient capables, après l'expulsion de leur contenu, de fonctionner à nouveau. On peut expliquer, par la même raison, l'absence de protoplasme et de noyau autour des vésicules tombées dans la cavité rénale. Cependant, j'ai pu en constater des traces chez le Cyclostome, sur de nouvelles préparations bien colorées. On peut donc admettre que les restes de la cellule vésiculeuse sont entraînés ou résorbés sur place.

» Je dois ajouter que, chez la Valvée comme chez le Cyclostome, la poche rénale est étroitement accolée au péricarde, et que, chez ces deux Mollusques, je n'ai vu aucune indication de la disposition anatomique décrite dans cette région par M. Perrier.

» L'épithélium péricardique n'est pas glandulaire, mais la paroi de l'oreillette présente des grappes de cellules à contenu homogène, qui absorbent fortement les réactifs colorants. Leur noyau réduit est placé à la périphérie. Ces groupes cellulaires correspondent assez bien à la description faite par M. Sabatier à propos du cœur de la Moule. Il attribue à ces cel-

lules une fonction sécrétrice. Cette opinion paraît ici très vraisemblable.

» Les observations que j'ai pu faire sur le système nerveux correspondent bien à celles qui ont été indiquées par M. Bouvier. Comme lui, je n'ai pu trouver le ganglion impair du système asymétrique. Le nerf issu du ganglion sus-intestinal, très volumineux, et qui se porte à la branchie, fournit à la partie du manteau située entre la branchie et la paroi du corps. L'abondance et le développement des cellules neuro-épithéliales dans cette région doivent la faire considérer comme représentant l'organe de Spengel dépourvu de limites précises.

» Le nerf issu du ganglion sous-intestinal, beaucoup moins volumineux, se perd rapidement dans la partie droite du collier palléal.

» L'innervation pas plus que la structure ne permettent de considérer le filament palléal comme une branchie ou une fausse branchie. Il faut probablement y voir, comme l'avait déjà indiqué Moquin-Tandon, l'homologue des filaments palléaux des jeunes Paludines. Le filament des Valvées présente en effet, avec ces organes transitoires, une grande analogie d'aspect, de structure et de position. »

M. **Darboux**, en présentant à l'Académie l'Ouvrage suivant : « Theorie der Transformationsgruppen. Erster Abschnitt : Unter Mitwirkung von Dr F. Engel, bearbeitet von Sophus Lie, Professor der Geometrie an der Universität Leipzig », s'exprime en ces termes :

« Les belles théories que M. Lie a fait connaître dans ses différents travaux, poursuivis sans interruption pendant dix-huit ans, sont maintenant constituées en corps de doctrine, et chacun pourra les étudier à loisir. Je ne crois pas me tromper en signalant l'important Ouvrage de M. Lie comme destiné à exercer une grande influence sur les progrès de différentes branches de la Science et, en particulier, sur le développement de la théorie des équations différentielles et aux dérivées partielles. Les travaux de M. Lie ont déjà reçu l'accueil le plus favorable dans notre pays; on ne saurait trop en recommander l'étude à tous nos géomètres. »

M. **Paul Gourret** adresse une Note ayant pour titre : « Le tertiaire moyen de Carry-le-Rouet; ses relations avec l'Huveaune oligocène et miocène ».

M. A. **Arnaudeau** adresse un Mémoire sur « l'emploi de la force des marées ».

A 4 heures trois quarts, l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 5 heures un quart. »

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 25 juin 1888.

Annales du Bureau central météorologique de France, publiées par E. Mascart; année 1884. — II. *Bulletin des observations françaises et Revue climatologique;* année 1886. — III. *Pluies en France.* Paris, Gauthier-Villars et Fils, 1888; 2 vol. gr. in-4°.

Viaduc de Garabit sur la Trueyre; par Louis Boyer. Paris, Vve Ch. Dunod, 1888; 1 vol. gr. in-8° (Texte), et un atlas in-f° (Planches). (Présenté par M. Maurice Lévy.)

A travers les étoiles. Notions d'Astronomie populaire; par J. Pichot. Paris, Lecène et Oudin, 1888; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. Wolf.)

Traité élémentaire de l'accumulateur voltaïque; par Émile Reynier. Paris, Baudry et Cie, 1888; 1 vol. in-8°.

Description de la Faune jurassique du Portugal. — Mollusques lamellibranches; par Paul Choffat. *Deuxième ordre :* Asiphonidæ; deuxième livraison, pages 37 à 76 et planches 11 à 19. Lisbonne, imprimerie de l'Académie royale des Sciences, 1888; br. in-4°. (Présenté par M. Gaudry.)

Dispensaire Furtado-Heine. Statistique médicale. 1887. Paris, Chaix, 1888; br. in-4°. (Présenté par M. le baron Larrey et renvoyé au concours du prix de Statistique.)

Traité d'Hygiène sociale; par le Dr Jules Rochard. Paris, Delahaye et Lecrosnier, 1888; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. le baron Larrey.)

Éléments de Zoologie; par Claus, traduit de l'allemand par G. Moquin-Tandon; fasc. III. Paris, F. Savy; 1 vol. in-18.

Premières études expérimentales sur la nature du cancer; par le Dr Domingos Freire. Rio de Janeiro, 1887; br. pet. in-8°. (Présenté par M. Janssen.)

Mémoires de la Société académique d'Agriculture, des Sciences, Arts et Belles-Lettres du département de l'Aube; tome XXIV, troisième série, année 1887. Troyes, Dufour-Bouquot; 1 vol. gr. in-8°.

Actes de la Société linnéenne de Bordeaux; quatrième série, tome X, et cinquième série, tome I. Bordeaux, J. Durand, 1886-1887; 2 vol. gr. in-8°.

Rivista di Artiglieria e Genio, maggio (1888), volume II. Roma, tipografia e litografia del Comitato; 1 vol. pet. in-4°.

Sulla forza elettromotrice del selenio. Memoria del Prof. Augusto Righi. Padova, 1888; br. in-f°.

Annaes do observatorio do Infante D. Luiz. — Humidade do ar em Lisboa, 1856-1880. Lisboa, Imprensa nacional, 1888; br. in-f°.

Annaes do observatorio do Infante D. Luiz. — Observações dos postos meteorologicos segundo o plano adoptado no Congresso de Vienna d'Austria, 1883 e 1884. Lisboa, Imprensa nacional, 1886-1887; 2 br. in-f°.

Journal of the royal microscopical Society, 1888, Part 3, june. London and Edinburgh, Williams and Norgate; 1 vol. in-8°.

Mineral products of New South Wales; by Harrie Wood. — *Notes on the geology of New South Wales; by* C.-S. Wilkinson; and *Description of the seams of coal worked in New South Wales; by* John Mackenzie. Sydney, Charles Potter, 1887; 1 vol. in-4°.

Observations made at the Hongkong observatory in the year 1887; *by* W. Doberck. Hongkong, printed by Noronha and C°, 1888; 1 vol. in-4°.

Theorie der Transformationsgruppen. — Erster Abschnitt : *Unter Mitwirkung von Dr Friedrich Engel, bearbeitet von* Sophus Lie. Leipzig, Druck und Verlag von Teubner, 1888; 1 vol. gr. in-8°.

Jahrbücher der K. K. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus, Jahrgang 1886. Wien, 1887; 1 vol. gr. in-4°.

Sitzungsberichte der königlich preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin; fasc. I-XX. Berlin, 1888; 12 br. pet. in-4°.

FIN DU TOME CENT-SIXIÈME.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

TABLES ALPHABÉTIQUES.

JANVIER — JUIN 1888.

TABLE DES MATIERES DU TOME CVI.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

L

M

N

O

P

R

S

T

V

Z

TABLE DES AUTEURS.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

V

W

GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.
13766 Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.